

**Akustische Resonatoren zur Analyse und Kontrolle
von schwingungsfähigen Systemen
am Beispiel von Streichinstrumenten und
Dielektrischen Elastomeraktoren**

Gunnar Gidion

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

DOCTOR RERUM NATURALIUM

in der Wissenschaftsdisziplin „Physik kondensierter Materie“

eingereicht an der

**Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
Institut für Physik und Astronomie
der Universität Potsdam**

Ort und Tag der Disputation: Potsdam-Golm, 30. April 2018
Hauptbetreuer: Prof. Dr. Reimund Gerhard
Weitere Gutachter: Prof. Dr. Michael Wübbenhorst
Prof. Dr. Malte Kob

Online veröffentlicht auf dem
Publikationsserver der Universität Potsdam:
URN urn:nbn:de:kobv:517-opus4-411772
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus4-411772>

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
I	Dynamische Schwingungsabsorber für Streichinstrumente	11
2	Wolftöne	12
2.1	Wolftöne: Phänomenologie und physikalische Erklärungen	12
2.2	Gekoppelte Resonatoren	15
2.2.1	Gekoppelte Pendel	15
2.2.2	Dynamische Schwingungsabsorption: Schwingungstilger	17
2.2.3	Gekoppelte Saiten	19
3	Schwingungstilger zur Unterdrückung von Wolftönen	23
3.1	Bisherige Untersuchungen zur Unterdrückung von Wolftönen und zu verwandten Phänomenen	24
3.2	Schwingungstilger gegen Wolftöne im Experiment	26
3.2.1	Resonanzen des Schwingungssystems Nachlänge-Wolftöter	26
3.2.2	Demonstration der Schwingungsabsorption	33
4	Einfluss der Polarisierung der Saitenschwingung	35
4.1	Abhängigkeit der Resonanzen von der Anregungsrichtung	36
4.2	Effektive modale Masse	38
4.2.1	Violoncello-Nachlänge: Abhängigkeit von der Position	39
4.2.2	Monochord: Abhängigkeit von der Saitenspannung	40
4.3	Aufsetzhöhe	41
4.4	Modellierung als DGL mit zwei Freiheitsgraden	44
4.5	Messungen mit Hochgeschwindigkeitskamera	47
4.6	Diskussion: Aufspaltung der Grundmode	50
5	Zusammenfassung und Ausblick	54
II	Dielektrische Elastomeraktoren als Schwingungssysteme	57
6	Dielektrische Elastomeraktoren	58

6.1	Funktionsprinzipien elektroaktiver Polymere	59
6.1.1	Dielektrische Elastomeraktoren	62
6.1.2	Harmonische Verzerrung durch Elektrostriktion	65
6.2	Materialcharakterisierung von Elastomeren	65
6.3	Elastomeraktoren zur Steuerung diffraktiver optischer Elemente	66
7	Dynamisch-mechanische Analyse	69
7.1	Versuchsaufbau	69
7.2	DMA von Polyacryl- und Silikonelastomeren	70
7.3	Modellierung	72
8	Optische Erfassung der dynamischen Ansprache des Aktors	74
8.1	Versuchsaufbau und -auswertung	74
8.2	Diskussion	78
9	Akustische Charakterisierung von DEAs	80
9.1	Mechanische Spannung und Resonanzfrequenz der Aktormembran	81
9.1.1	Membranresonanz mit hyperelastischem Modell	81
9.1.2	Messungen und Diskussion	82
9.2	Elektrische Anregung	86
9.2.1	Frequenzgänge	87
9.2.2	Amplitudengänge	89
10	Zusammenfassung und Ausblick	93
III	Die Stegsvingungen und der Streichvorgang bei Geigen	97
11	Die gestrichene Saite und das angekoppelte Instrument	98
11.1	Dynamische Regime der gestrichenen Saite	99
11.1.1	Helmholtzbewegung und deren Voraussetzung	99
11.1.2	Übergangsphänomene: Transienten und Bifurkation	104
11.2	Resonator	107
11.2.1	Steg	107
11.2.2	Korpus	108
11.3	Einfluss des Resonators auf die gestrichene Saite	110
11.4	Bogen	111
11.4.1	Aufbau und Nomenklatur	111
11.4.2	Schwingungseigenschaften des Bogens	111
12	Polymerfilmsensoren zur Untersuchung von Musikinstrumenten	114
12.1	Elektrete und Piezoelektrizität	114
12.2	Piezoelektrizität in Polymerfilmen	115
12.3	Charakterisierung für akustische Messungen	117
12.3.1	Piezoelektrischer Koeffizient	117

12.3.2	Relative Permittivität	118
12.3.3	Schallkennimpedanz	119
12.3.4	Weitere akustische Charakterisierungen von Wandlern aus PVDF	120
13	Untersuchung der Stegsvingungen auf Streichinstrumenten	121
13.1	Impulsanregung: Messmethode und Auswertung	122
13.1.1	Signaturmoden in den Amplitudenspektren	125
13.1.2	Phasendifferenzen	128
13.2	Gestrichene Anregung: Chromatische Tonleitern	129
13.2.1	Signaturmoden bei gestrichener Anregung	130
13.2.2	Phasen- und Amplitudenverhältnis der Stegfußschwingung	132
13.2.3	Gestrichene Saiten im Vergleich mit der Impulsanregung	133
13.3	Zusammenfassung und Ausblick	134
14	Polymerfilmsensoren am Bogen zur Messung von Anregungsparametern	136
14.1	Bisherige Messungen der Kontrollparameter	137
14.2	Installation und Kalibrierung	138
14.2.1	Elastische Eigenschaften des Bogens	140
14.2.2	Kalibrierung des Sensorsystems am Bogen	141
14.3	Beobachtungen bei der Messung mit den Bogensensoren: Bogenhaarresonanzen	145
14.3.1	Analyse und Interpretation	148
14.4	Messung mit Sensoren an Steg und Bogen	151
15	Zusammenfassung und Ausblick	156
A	Wolfstimmer auf Saite: Masse-Feder-Modell	160
B	Trägheitsmoment des Wolfstimmers	161
C	Quadratische Membran mit biaxialer Vorstreckung	163
D	Kolophonium als Elektret	165
E	Untersuchte Geigen	168
F	Frequenzgänge aus Impulsanregung	171
G	Einzelne gestrichene Töne und kumulative Spektren	175
	Literaturverzeichnis	180

Kapitel 1

Einleitung

„Schläft ein Lied in allen Dingen,
Die da träumen fort und fort,
Und die Welt hebt an zu singen,
Triffst du nur das Zauberwort.“

Neben der die Dichtung betreffenden Deutung ist auch eine etwas weniger romantische, vom physikalischen Standpunkt aus vorgetragene, Interpretation des bekannten Gedichts „Wünschelrute“ von Joseph Freiherr von Eichendorff¹ denkbar: Materie kann zum Schwingen angeregt werden und wenn diese noch in der richtigen Größenordnung vorliegt, kann ein hörbarer Klang dabei zustande kommen. Die in der vorliegenden Arbeit als ein Schwerpunkt behandelten Streichinstrumente sind dabei eine der elaboriertesten Formen von zu funktionaler Struktur verarbeiteter Materie, mit denen ein für Menschen meist angenehmer Klang erzeugt werden kann. Anhand der verwendeten wesentlichen Konzepte (Resonatoren und gekoppelte Schwingungen) und Untersuchungsmethoden (akustische Spektroskopie und elektromechanische Wandler) werden im Folgenden die wichtigsten Fragestellungen und Ergebnisse dieser Arbeit kurz vorgestellt. Die Arbeit selbst setzt sich dabei aus drei Teilen zusammen, auf die hier mit römischen Ziffern Bezug genommen wird.

Resonatoren Die Eigenschaften von (akustischen) Resonatoren ergeben sich aus einem Zusammenspiel von Materie und Form. Die Schwingungsfähigkeit eines Materials, aber auch sein Verhalten gegenüber Verformung generell, äußert sich in seiner Elastizität. Das effektive elastische Verhalten und damit auch die Resonanzeigenschaften eines Objektes werden jedoch neben der Elastizität von seiner Form bestimmt.

In den drei Teilen dieser Arbeit werden akustische Resonatoren verschiedener Formen und Materialien behandelt. Im akustischen Verhalten von gespannten Membranen aus hyper- und viskoelastischen Elastomeren zeigt sich besonders deutlich, wie das Material je nach eingprägter Verformung (Vorspannung) und je nach Anregungsfrequenz unterschiedlich reagiert (Teil II), wobei diese Eigenschaften auch für die langsameren Formänderungen der Membran relevant sind. In Teil I und III werden dagegen Streichinstrumente

¹Aus „Deutscher Musenalmanach für das Jahr 1838“, S. 287. Herausgegeben von A. v. Chamisso und G. Schwab. Neunter Jahrgang. Leipzig, Weidmann'sche Buchhandlung.

untersucht. Diese beinhalten andere Resonatorformen: Zum Beispiel Platten (Boden und Decke des Korpus), Saiten und Stäbe (Bogen). Beim Spielen wechselwirken diese gekoppelten Resonatoren miteinander, was in Teil III thematisiert wird. Fügt man einem Resonator eine Masse bestimmter Form hinzu, so spielen außerdem die Masse und das Trägheitsmoment eine Rolle für die resultierenden Schwingungen. So wurde in Teil I untersucht, welche Wirkung eine zusätzliche Masse auf das Schwingungsverhalten von Saiten hat. Solch ein Zusatzresonator kann als Schwingungstilger gegen unerwünschte Schwingungen (insbesondere gegen Wolföne) auf Streichinstrumenten genutzt werden.

Gekoppelte Schwingungen Als ein Schwerpunkt ergab sich bei den Untersuchungen von Streichinstrumenten naturgemäß die Kopplung von akustischen Resonatoren, beziehungsweise von Teilsystemen des Instruments. Durch diese Kopplung zweier Resonatoren mit gleicher oder fast gleicher Frequenz entstehen neue Moden, die in ihrer Frequenz von den ursprünglichen Moden abweichen. Dieses Phänomen ist eine Erklärung für die in Teil I untersuchten Wolföne sowie für die Wirksamkeit der gegen diese eingesetzten Schwingungstilger und ist für die Entstehung anderer Resonanzen auf Streichinstrumenten zu beachten. Generell ist die Wechselwirkung der Teilsysteme für die Klangentstehung bei Musikinstrumenten und auch für deren Beispielbarkeit ausschlaggebend. Im Hinblick darauf werden in Teil III die Mechanismen der Schwingungsanregung und -übertragung zwischen Bogen und Geige untersucht.

Akustische Spektroskopie Die grundlegende Untersuchungsmethode für akustische Systeme ist als Spektroskopie zu bezeichnen. Wie auch sonst in der Spektroskopie ist einerseits eine bestimmte Art von *Anregung* (die oben zitierte „Wünschelrute“ und das „Zauberwort“) des zu untersuchenden Mediums (oder Objekts) notwendig, um die resultierenden Schwingungen dann mit einer geeigneten *Messmethode* zu erfassen. So wird in der Molekülspektroskopie eine elektromagnetische Welle mit definiertem Spektrum zur Anregung genutzt und die resultierende Strahlung analysiert, um auf Probeneigenschaften zu schließen. Bei den vorliegenden hauptsächlich akustischen Untersuchungen wurde in vielen Fällen auf eine mechanische Impulsanregung zurückgegriffen, zu der unter anderem auch das Anzupfen einer Saite gezählt werden darf. Aber auch die Anregung von Streichinstrumenten mit dem Bogen und die elektrische Anregung von elektromechanischen Wandlern kann als Teil einer spektroskopischen Untersuchung verstanden werden. Schließlich ist es die Aufgabe der Forschenden, die in den jeweiligen Spektren sichtbar gemachten Resonanzfrequenzen (und Antiresonanzfrequenzen, also Minima der Spektren) zu interpretieren und mit Hilfe von Modellen die zu Grunde liegenden Moden und damit die resultierenden Schwingungsformen der Materie abzuleiten.

Elektromechanische Wandler Zur Messung des auf Streichinstrumenten auftretenden Körperschalls werden in dieser Arbeit speziell angefertigte, minimal-invasive Polymerfilmsensoren verwendet, die am Steg von Geigen und am Bogen installiert wurden. Damit können Vorgänge nachvollzogen werden, die mit anderen Methoden schwer zu erfassen sind. Die verwendeten Polymerfilmsensoren sind piezoelektrisch – auf Grund von elektro-

mechanischen Mechanismen, die sich abhängig von Material und Struktur unterscheiden. Mittels der Piezoelektrizität werden Druckänderungen am Film in messbare Ladungen beziehungsweise in eine elektrische Spannung umgewandelt. Die oben als akustische Resonatoren vorgestellten Elastomermembranen stellen dagegen eine bestimmte Konfiguration von sogenannten Dielektrischen Elastomeraktoren dar: In diesem Fall führt eine angelegte elektrische Spannung zur Verformung der Membran. An diesem System werden in Teil II die oben beschriebenen elastischen Materialeigenschaften unter anderem mit akustischen Methoden untersucht.

Aufbau der Arbeit Die drei Teile werden jeweils mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick abgeschlossen. Das Literaturverzeichnis befindet sich am Ende der Arbeit.

Teil I

**Dynamische Schwingungsabsorber für
Streichinstrumente**

Kapitel 2

Wolftöne

Wolftöne auf Musikinstrumenten sind unerwünschte Klangmodulationen, die sich aus einer zu starken Wechselwirkung des Generators, also zum Beispiel der schwingenden Saite, und des Resonators ergeben. Wegen des ungewöhnlichen und meist störenden Klangs wird die allgemeine Bezeichnung Wolftön angewendet, womit wohl auf das Wolfsgeheul angespielt wird, welches beim Menschen aus evolutionärer Prägung Unbehagen hervorruft. Dabei können die jeweilige Erscheinungsform auf Musikinstrumenten und auch die physikalischen Ursachen für Wolftöne vielfältig sein. Am bekanntesten sind Wolftöne auf dem Violoncello, aber auch andere Streich- und Saiteninstrumente sowie Blasinstrumente können diese Eigenheit aufweisen. Im Folgenden soll das Phänomen, wie es auf Streichinstrumenten auftritt, zunächst mit Hilfe der bisher entwickelten und teilweise divergierenden Erklärungsansätze zusammenfassend beschrieben werden.

Den Hauptteil bildet dann eine Untersuchung von sogenannten „Wolftöttern“ oder Wolfdämpfern für Streichinstrumente. Mit Hilfe einer auf der Nachlänge der tiefsten Saite befestigten Masse kann der instrumentspezifische Wolftön gezielt abgeschwächt werden. Solche Wolftötter-Systeme funktionieren nach dem Prinzip der dynamischen Schwingungsabsorption, bei der dem zu dämpfenden System ein Resonator bestimmter Frequenz und Dämpfung angekoppelt wird. Die Funktionsweise kann analog zu anderen Kopplungsphänomenen in der musikalischen Akustik dargestellt werden. Insbesondere führt die Kopplung zwischen Saiten und die Kopplung zwischen Saiten und Korpus zu ganz ähnlichen Systemeigenschaften. Die Wechselwirkung zwischen gestrichener Saite und Korpus ist schließlich auch der Grund für den bei Streichinstrumenten bekannten Wolftön. Dies soll im folgenden Abschnitt erklärt werden.

2.1 Wolftöne: Phänomenologie und physikalische Erklärungen

Chandrasekhara Venkata Raman veröffentlichte 1916 eine Erklärung des Phänomens des Wolftöns auf Streichinstrumenten [116], in der er auf eine Beschreibung von G.W. White von 1915 [148] Bezug nahm. White hatte die periodische Amplitudenmodulation, die einen Wolftön kennzeichnet, mit Hilfe von Schwebungen erklärt. Raman beschreibt dage-

gen die Wolfinstabilität des gestrichenen Tons über seine Beobachtung, dass es von dem Bogendruck abhängt, ob das gewünschte dynamische Regime (die Helmholtz-Bewegung) der gestrichenen Saite aufrechterhalten werden kann. Es gebe einen kritischen Wert des Bogendrucks, den Mindestbogendruck¹, unterhalb dessen nicht mehr die Grundschwingung der Saite, sondern die zweite Harmonische und Vielfache derselben dominant seien. Bei einer starken Korpuschwingung werde so viel Energie an den Korpus abgegeben, dass der Mindestbogendruck unterschritten werde. So wird das Zweite-Harmonische-Regime dominant, die Grundschwingung dagegen schwach. Da dann die entsprechende Korpusmode nicht mehr angeregt wird, verringert sich der Mindestbogendruck wieder. Dadurch kann sich die Grundschwingung langsam wieder einstellen, was wiederum die Korpusresonanz anregt, so dass der Mindestbogendruck sich erhöht. Der Vorgang wiederholt sich also periodisch und der Wechsel zwischen den beiden Regimen lässt den unerwünschten Wolfon entstehen.

Diese Erklärung Ramans wurde hier schon mit Ergebnissen von Woodhouse unterfüttert [149]. Denn durch seine Berechnungen zum Mindestbogendruck kann der Mechanismus weiter veranschaulicht werden: Eine starke Korpusresonanz, die ein Maximum der mechanischen, frequenzabhängigen Admittanz $Y = Y(\omega)$ eines Instruments darstellt, geht mit einem hohen Mindestbogendruck $F_{B,min}$ einher².

Schelleng modellierte die Geige als gekoppelte elektrische Schwingkreise und argumentierte damit unter anderem gegen Ramans Wolfoninterpretation [125]. Er zeigte, dass das Saiten-Korpus-System, bei dem die (Grund)Frequenzen der einzelnen Resonatoren Saite und Korpusresonanz fast übereinstimmen, zwei neue Moden um die ursprünglichen Frequenzen herum aufweise. Die Schwebung dieser gleichzeitig angeregten Moden sei der Wolfon. Diese Argumentation wurde von Firth aufgenommen, der auch experimentelle Nachweise erbrachte [40]. Ein ähnliches, an dem auch später in dieser Arbeit untersuchten Violoncello gemessenes, Beispiel für einen Wolfon ist in Abbildung 2.1 dargestellt. In dieser Aufzeichnung des abgestrahlten Schalls mit einem Mikrofon³ ist der Wolfon einerseits als Schwebung im Zeitsignal zu erkennen, andererseits zeigt das Spektrum, dass sich um die Grundfrequenz 175 Hz des eigentlich beabsichtigten Tons f herum zwei Resonanzen bei 171 Hz und 180 Hz gebildet haben, deren gleichzeitige Anregung zur Schwebung führt. Die Differenz zwischen den beiden neuen Resonanzfrequenzen $\Delta f = 9$ Hz ist im Zeitsignal deutlich als die Schwebungsfrequenz zu identifizieren.

Benade erweiterte Schellengs Theorie, indem er auch die Obertöne berücksichtigte: Durch die Wechselwirkung werden die geradzahigen Harmonischen stabilisiert, während die durch die Kopplung aufgespaltenen ungeraden Moden alle eine Schwebung aufweisen [14].

Gough untersuchte die Modenaufspaltung analytisch [55] und stellte eine starke Ab-

¹Raman verwendet diesen Begriff allerdings noch nicht.

²Der von Woodhouse hergeleitete Zusammenhang zwischen Mindestbogendruck $F_{B,min}$ und Admittanzspektrum $Y(\omega)$ ist in Gleichung (11.10) in Teil III, Kapitel 11, dieser Arbeit aufgeschrieben, wo auch die Wechselwirkungsmechanismen zwischen gestrichener Saite und Korpuschwingungen weiter ausgeführt werden.

³Aufzeichnung in einem reflexionsarmen Raum mit dem Kondensatormikrofon Typ 4191/2669 (Kapsel/Vorverstärker) von Brüel & Kjær.

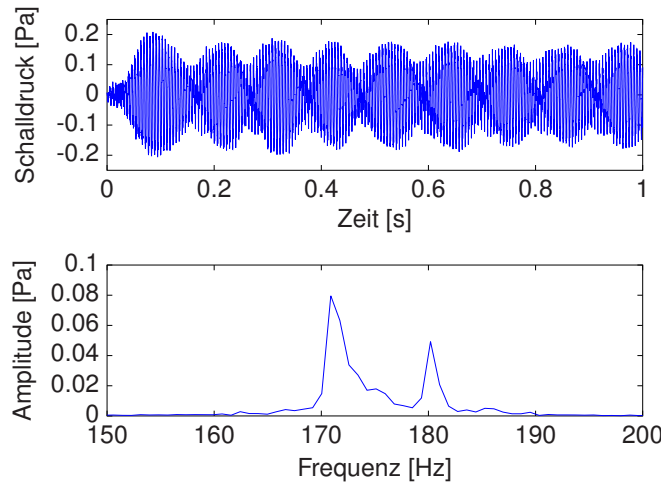


Abbildung 2.1: Wolfon auf einem Violoncello und das zugehörige Spektrum: Die bei 171 Hz und 180 Hz angeregten Saiten-Korpus-Resonanzen lassen eine Schwebung mit der Frequenz $\Delta f = 9$ Hz entstehen. Eigentlich angestrebter Ton ist hier ein f (kleines f bei 175 Hz bzgl. Kammerton $a'=440$ Hz).

hängigkeit von der Kopplungsstärke fest: Es gibt einen kritischen Wert der Kopplung, ab dem zwei Moden unterschiedlicher Frequenz im System koexistieren. Gough beschrieb aber auch, dass es beim Streichvorgang vom Winkel zwischen Saitenschwingungsebene und Steg abhängt, wie groß die Saiten-Korpus-Kopplung (und damit die Störung der Saitenschwingung) ist. Die schwere Reproduzierbarkeit von Wolfönen führte er in einer experimentellen Untersuchung [54] wie Meamari [89] auf die Abhängigkeit der Modenaufspaltung von der Bogenposition⁴ zurück.

Der Unterschied zwischen den beiden Deutungen des Wolfonphänomens besteht also vor allem darin, ob man die beobachtete Schwebung wie Raman als Amplitudenmodulation betrachtet oder als Schwebung. In der Betrachtungsweise der Amplitudenmodulation kommt nur der Spezialfall in Frage, dass das modulierende Nutzsignal $s_N(t)$ keinen konstanten Anteil hat⁵:

$$x(t) = s_N(t)s_T(t), \quad (2.1)$$

wobei $s_T(t)$ das Trägersignal ist. Träger- und Nutzsignal seien hier zur Vereinfachung Kosinus- und Sinussignale: $s_N(t) = 2 \cdot \cos(\omega t)$ und $s_T(t) = \sin(\Omega t)$. Dann ist das resultierende Signal nach trigonometrischen Umformungen

$$x(t) = \sin[(\Omega - \omega)t] + \sin[(\Omega + \omega)t], \quad (2.2)$$

so dass im Spektrum nur die beiden Frequenzen $\Omega - \omega$ und $\Omega + \omega$ enthalten sind. Für alle anderen Fälle von Amplitudenmodulation, in denen das Nutzsignal $s_N(t)$ auch einen konstanten Anteil hat, enthält das Spektrum dagegen auch die Trägerfrequenz Ω , was nicht bei den Wolfönen beobachtet wird – wie zum Beispiel in Abbildung 2.1 ersichtlich.

⁴Das ist der Abstand zwischen Steg und Bogen (*bow-bridge distance*) entlang der gestrichenen Saite.

⁵Für die folgende Darstellung von Amplitudenmodulation und Schwebung wurde [60] zu Rate gezogen.

Eine Schwebung entsteht dagegen bei der Superposition zweier Sinusschwingungen unterschiedlicher Frequenz $\omega_{1,2}$

$$x(t) = \sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t), \quad (2.3)$$

wobei hier der einfachste Fall (Amplituden gleich eins und keine Phasenverschiebung) aufgeschrieben ist, der unmittelbar die Identität mit der oben dargestellten Form von Amplitudenmodulation (Gleichung (2.2)) zeigt.

In der hier auf die Grundschiwingung beschränkten, vereinfachten Darstellung führen die unterschiedlichen Erklärungsansätze also zur selben mathematischen Formulierung, das heißt, es resultieren dieselben Signale und Spektren.

2.2 Gekoppelte Resonatoren

In diesem Abschnitt soll allgemein auf gekoppelte einfache Resonatoren beziehungsweise Oszillatoren eingegangen werden. Daran soll eine bestimmte Gemeinsamkeit von verschiedenen Systemen aus gekoppelten Oszillatoren demonstriert werden. Die Gemeinsamkeit besteht in der bereits oben genannten Aufspaltung der Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems gegenüber den Eigenfrequenzen der ungekoppelten Oszillatoren. Die Systeme, die hier in Bezug auf diese Gemeinsamkeit betrachtet werden sollen, sind

1. Gekoppelte Pendel [42, 44],
2. Schwingungstilger zur Abschwächung von Schwingungen (zum Beispiel Wolfstötter) [59, 70] und
3. Gekoppelte Saiten oder mit Korpusresonanzen wechselwirkende Saite(n) (Letzteres kann zum Wolfoton führen) [54, 55, 147].

Trotz der Unterschiede in der mathematischen Behandlung (je nach Veröffentlichung und System) ähneln sich die aufgeführten Systeme in der Eigenschaft, dass durch die Kopplung jeweils zwei neue Moden entstehen können, deren Frequenzen abhängig von den Systemparametern einen bestimmten Abstand aufweisen.

2.2.1 Gekoppelte Pendel

Schon das bekannte Experiment aus zwei Pendeln, die mit einer Feder (K_c) verbundenen sind wie in Abbildung 2.2, zeigt das beschriebene Verhalten⁶. Bei identischen Pendeln derselben Masse m und Länge L sind die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen $x_{1,2}$ der Pendel

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m\omega_0^2 + K_c & -K_c \\ -K_c & m\omega_0^2 + K_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.4)$$

mit der Eigenfrequenz der separaten Pendel $\omega_0 = \sqrt{g/L}$, wobei g die Fallbeschleunigung ist.

⁶Die Darstellung der gekoppelten Pendel folgt [42] bzw. [44].

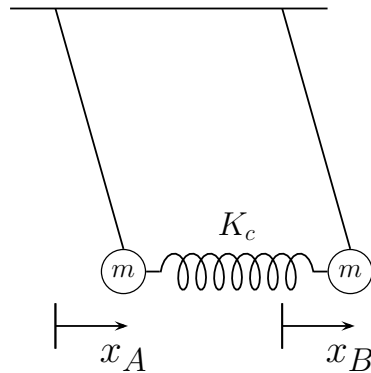


Abbildung 2.2: Zwei identische, über eine Feder gekoppelte Pendel (nach [42]).

Lösungen für das Eigenwertproblem, das sich aus Gleichung (2.4) ergibt, sind zwei Normalmoden mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 , die den beiden Fällen gegenphasiger und gleichphasiger Schwingung der Pendel entsprechen. Dabei zeigt die gegenphasige Schwingung die höhere Frequenz ω_2 . Die tieferfrequente gleichphasige Schwingung hat dagegen die Schwingungsfrequenz der ungekoppelten Pendel $\omega_1 = \omega_0$. Der Zusammenhang zwischen den Frequenzen ergibt sich über die Federkonstante K_c der Kopplung:

$$K_c = m\omega_c^2; \quad \omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 + 2\omega_c^2}. \quad (2.5)$$

Die Bewegung der beiden Pendel, x_A und x_B , setzt sich als allgemeine Lösung dann jeweils aus den Normalmoden zusammen:

$$x_A(t) = \frac{Q_1}{\sqrt{2}} \cos(\omega_1 t) + \frac{Q_2}{\sqrt{2}} \cos(\omega_2 t), \quad (2.6)$$

$$x_B(t) = \frac{Q_1}{\sqrt{2}} \cos(\omega_1 t) - \frac{Q_2}{\sqrt{2}} \cos(\omega_2 t), \quad (2.7)$$

wobei sich die Amplituden Q_1 und Q_2 aus den Anfangsbedingungen ergeben. Ist anfangs ($t = 0$) nur eines der Pendel ausgelenkt ($x_A(0) = A_0$ und $x_B(0) = 0$), ergeben sich die schwebungsartigen beziehungsweise amplitudenmodulierten Schwingungen

$$x_A(t) = \frac{A_0}{2} [\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)] \quad (2.8)$$

$$= A_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t\right) \quad (2.9)$$

und

$$x_B(t) = \frac{A_0}{2} [\cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_2 t)] \quad (2.10)$$

$$= A_0 \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t\right), \quad (2.11)$$

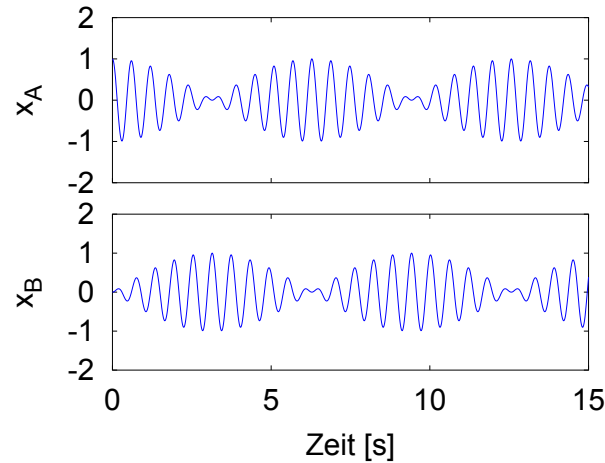


Abbildung 2.3: Auslenkungen zweier gekoppelter Pendel (siehe Abb. 2.2), wenn bei $t = 0$ nur Pendel A ausgelenkt ist. Resonanzfrequenzen des Systems sind $\omega_1 = 10$ Hz und $\omega_2 = 11$ Hz.

die in Abbildung 2.3 dargestellt sind [42]. Die Ähnlichkeit mit dem Wolftönenphänomen wird bei einem Vergleich mit den Gleichungen (2.1)–(2.3) deutlich. Eines der Pendel repräsentiert dabei den Korpus und eines die Saite. Zur Demonstration des Wolftons zeigte Raman ganz ähnliche Messergebnisse der gleichzeitig aufgenommenen Korpus- und Saitenschwingungen.

2.2.2 Dynamische Schwingungsabsorption: Schwingungstilger

Als zweites – sehr ähnliches – Modellsystem kann das Prinzip des Schwingungstilgers in einer Feder-Masse-Darstellung herangezogen werden⁷, siehe Abbildung 2.4: An ein Primärsystem mit Federkonstante k , Masse m und Dämpfung c , dessen Schwingung bei seiner Eigenfrequenz ω_p abgeschwächt werden soll, ist ein zusätzlicher Feder-Masse-Oszillator (mit k_a , c_a und m_a) gekoppelt, der Schwingungstilger. Es wird eine erzwungene Schwingung mit an der Primärmasse angreifender Kraft $F_0 \sin(\omega t)$ betrachtet. Das zugehörige Differentialgleichungssystem

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{x}_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c + c_a & -c_a \\ -c_a & c_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_a(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \sin(\omega t) \quad (2.12)$$

kann über die Summen der an den Massen angreifenden Kräfte hergeleitet werden. Die Lösungen $x(t)$ und $x_a(t)$ lassen sich für den eingeschwungenen Zustand und für die komplexen Amplituden X und X_a berechnen:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ x_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ X_a \end{bmatrix} e^{i\omega t}. \quad (2.13)$$

Um die Schwingungsabsorption einschätzen zu können, ist es sinnvoll, die reelle Amplitude X des Primärsystems gegenüber der treibenden Kraft F_0 zu betrachten. Mit den dimen-

⁷Darstellung des Prinzips im Folgenden nach [70].

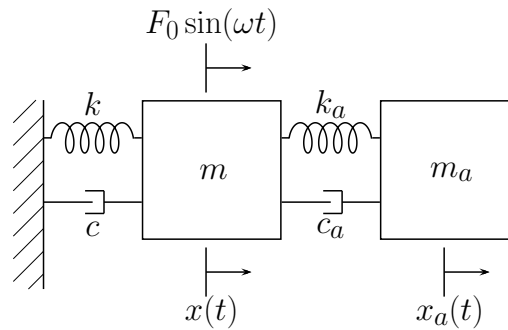


Abbildung 2.4: Masse-Feder-Modell für das Prinzip der Schwingungstilgung nach [70]. Die Schwingung des Primäroszillators mit der Masse m , der Federkonstanten k und viskoser Dämpfung c wird durch einen Schwingungstilger teilweise absorbiert. Zu diesem Zweck können die Parameter des Schwingungstilgers m_a , k_a und c_a entsprechend angepasst werden.

sionslosen Größen

$$r = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad \zeta = \frac{c_a}{2m_a\omega_p}, \quad (2.14)$$

$$\mu = \frac{m_a}{m}, \quad \beta = \frac{\omega_a}{\omega_p} \quad (2.15)$$

kann die Lösung

$$\frac{X}{(F_0/k)} = \sqrt{\frac{(2\zeta r)^2 + (r^2 - \beta^2)^2}{(2\zeta r)^2(r^2 - 1 + \mu r^2)^2 + (\mu r^2 \beta^2 - (r^2 - 1)(r^2 - \beta^2))^2}} \quad (2.16)$$

gefunden werden, in der die Amplitude X in der Einheit F_0/k formuliert ist. In Abbildung 2.5 ist der Betrag der Auslenkung $|X/(F_0/k)|$ des zu dämpfenden Primäroszillators über der Anregungsfrequenz ω , beziehungsweise über $r = \frac{\omega}{\omega_p}$, aufgetragen. In der Darstellung ist die Systemantwort für vier verschiedene Dämpfungen zwischen $\zeta = 0,01$ und $\zeta = 0,5$ bei einem Massenverhältnis $\mu = 0,25$ und einem Frequenzverhältnis $\beta = 0,8$ gezeigt.

Für geringe Dämpfungen $\zeta = 0,01$ und $\zeta = 0,1$ ist die erwähnte Aufspaltung im Frequenzgang zu erkennen (die hohen Amplituden bei $\zeta = 0,01$ sind abgeschnitten dargestellt). Bei stärkerer Dämpfung zeigt der Frequenzgang dagegen nur noch ein Maximum. Die Aufgabe der Schwingungsabsorption besteht also darin, die Parameter geeignet so zu wählen, dass das gekoppelte System je nach Anforderung über einen bestimmten Frequenzbereich geringe Amplituden aufweist. In Abbildung 2.5 sind die Amplituden zum Beispiel für die Dämpfung $\zeta = 0,27$ über den gesamten Frequenzbereich moderat. Bei geringer Dämpfung zeigt sich im Vergleich zwar ein deutlicheres Minimum, das aber nur ausgenutzt werden kann, wenn die Anregungsfrequenzen nur in den Bereich zwischen den beiden Resonanzfrequenzen fallen. Dennoch ist die Dämpfung c_a des Schwingungstilgers für das Prinzip der Schwingungsabsorption nicht essentiell: Die Schwingung des Primäroszillators wird durch die Schwingung des Schwingungstilgers getilgt, durch die Dämpfung

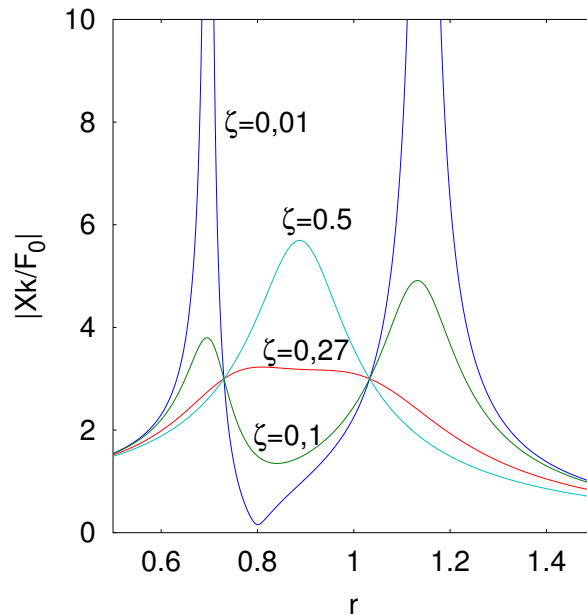


Abbildung 2.5: Amplitude X des zu dämpfenden Primäroszillators (in der Einheit F_0/k) in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz $r = \omega/\omega_p$ und für verschiedene Dämpfungen ζ . Das Massenverhältnis ist hier $\mu = 0,25$ und das Frequenzverhältnis $\beta = 0,8$. [70]

kann aber, wie Abbildung 2.5 zeigt, die Systemantwort angepasst werden. Diese Überlegungen können direkt auf die in Kapitel 3 behandelte Thematik der Schwingungstilger gegen Wolftöne übertragen werden (vgl. dazu auch [59]).

Es muss betont werden, dass die Dynamik der Schwingungsabsorption hier aus „Sicht“ des Primäroszillators (Auslenkung X) dargestellt ist. Diese Darstellung unterscheidet sich von einer in der musikalischen Akustik häufig zitierten Darstellung von gekoppelten Klaviersaiten nach Weinreich [147], was hier als drittes Beispiel für gekoppelte Oszillatoren dient.

2.2.3 Gekoppelte Saiten

Weinreich leitet die Resonanzfrequenzen eines Systems von zwei gekoppelten frei schwingenden Saiten her. Die ungekoppelten Oszillatoren haben eine Kreisfrequenzdifferenz oder Verstimmung ϵ zueinander. Damit sollen insbesondere mehrchörige Töne auf Klavieren modelliert werden [21]. Die Saiten eines Chores werden von Klavierstimmern systematisch geringfügig gegeneinander verstimmt, um das Abklingen, den Nachklang des Tons zu gestalten. Weinreich führt diesen charakteristischen Klavierklang auf die Schwebungen zurück, welche durch die gleichzeitige Anregung der Kopplungsmoden entstehen. Er verwendet zur Beschreibung ebenfalls ein System linearer Differentialgleichungen, wobei er die Kopplung über den Steg ζ komplex formuliert, also einen reaktiven (realen) und einen resistiven (imaginären) Kopplungsanteil einführt: $\zeta = \xi + i \cdot \eta$. Der resistive Anteil η beschreibt die Dissipation des Systems und ist daher immer größer gleich Null, während der

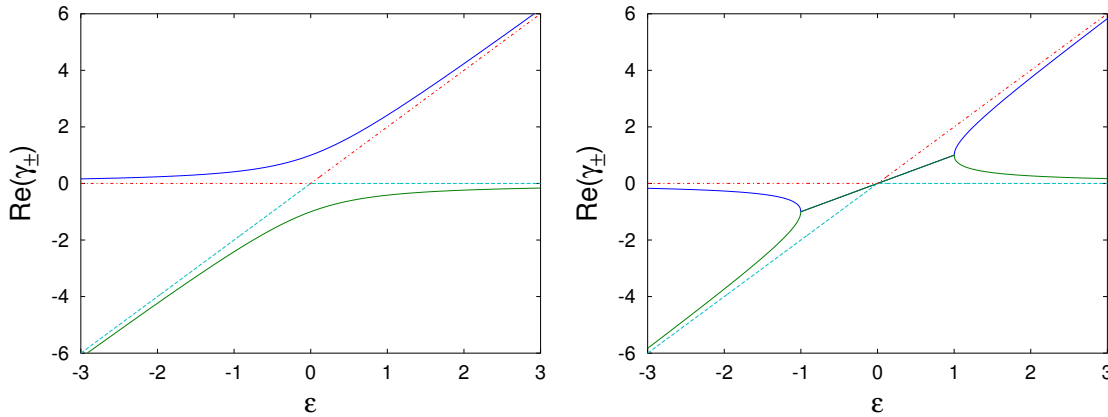


Abbildung 2.6: Frequenzen der beiden Moden zweier gekoppelter Saiten bei rein reaktiver Kopplung (links) und rein resistiver Kopplung (rechts).

reaktive Anteil ξ sowohl positiv als auch negativ sein kann. Mit den komplexen Funktionen ψ_1 und ψ_2 , deren Realteil jeweils die Saitenauslenkung beschreibt, leitet Weinreich das folgende Differentialgleichungssystem her:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = i\mathbf{K} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} 2\epsilon + \zeta & \zeta \\ \zeta & \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

wobei ϵ die Frequenz-Verstimmung zwischen den Saiten angibt: $\epsilon = \Delta\omega/2$. Die Realteile der beiden komplexen Eigenwerte γ_{\pm} der Kopplungsmatrix $\mathbf{K} - \xi\mathbb{1}$

$$\gamma_{\pm} = \epsilon + i\eta \pm (\epsilon^2 + \xi^2 - \eta^2 + 2i\xi\eta)^{1/2}, \quad (2.18)$$

sind die Resonanzfrequenzen des Systems, wobei hier durch die Subtraktion von $\xi\mathbb{1}$ von der Matrix \mathbf{K} die mittlere Frequenz Null gesetzt wurde, wie sich auch aus Abbildung 2.6 ergibt.

In Abbildung 2.6 sind für die beiden Grenzfälle rein reaktiver Kopplung ($\eta = 0$) und rein resistiver Kopplung ($\xi = 0$) die Resonanzfrequenzen $\text{Re}(\gamma_{\pm})$ über der Verstimmung ϵ dargestellt. Im Fall rein reaktiver Kopplung koexistieren für alle Verstimmungen, insbesondere auch bei gleichen Ausgangsfrequenzen ($\epsilon = 0$), zwei Moden unterschiedlicher Frequenz im System. Ist die Kopplung dagegen rein resistiv, gibt es einen Bereich $|\epsilon| < \eta$, in dem die Resonanzfrequenzen gleich sind. Auch wenn der dissipative Anteil der Kopplung dominant sein kann (nach [42] vor allem bei Korpusresonanzen), hat jede realistische Kopplung einen endlichen reaktiven Anteil, wie auch in [22] argumentiert wird. Die resultierenden Modenverläufe mit endlichem resistiven und reaktiven Anteil ähneln der Systemantwort der rein reaktiven Kopplung insofern, als es immer eine Modenaufspaltung gibt, die Moden nähern sich einander allerdings durch den resistiven Anteil an.

Zum besseren Verständnis der Abbildungen 2.6 kann darauf hingewiesen werden, dass die Schwingungen der einzelnen Oszillatoren (hier der Saiten), sich je nach Anfangsbedingung zu gewissen Anteilen aus den beiden Moden des gekoppelten Systems zusammensetzen. Dies entspricht also dem Verhalten der eingangs behandelten gekoppelten Pendel. In beiden Fällen sind die Moden nicht der einen oder der anderen Saite zuzuordnen und es

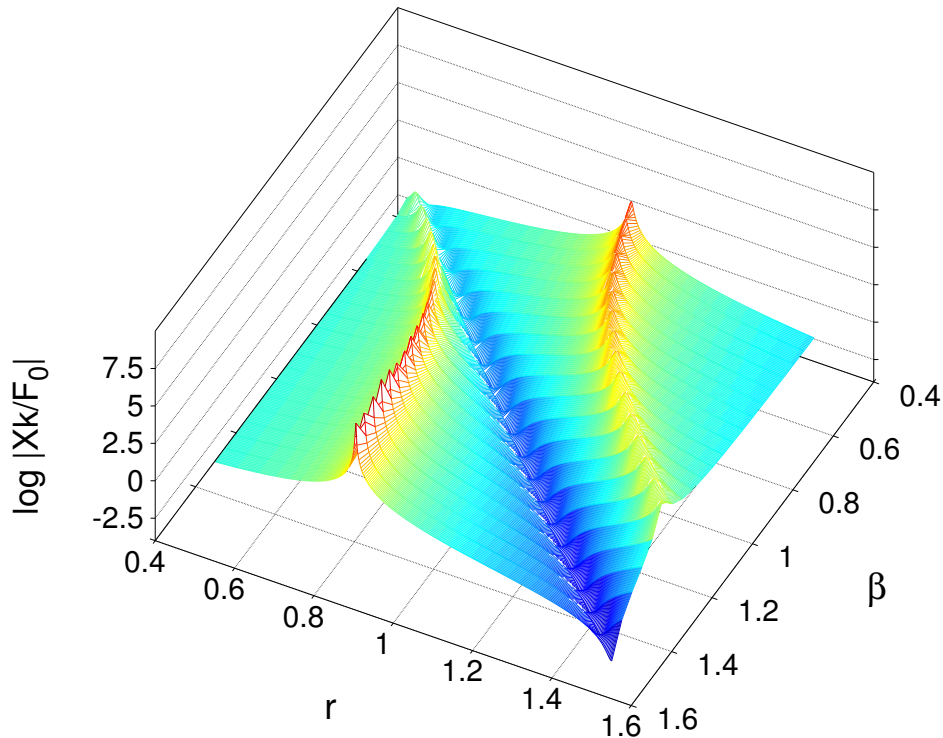


Abbildung 2.7: Amplitude X eines mit Schwingungstilger (ω_a) gedämpften Primäroszillators (ω) in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis $\beta = \omega_a/\omega_p$ und von der Anregungsfrequenz $r = \omega_0/\omega$ der treibenden Kraft $F_0 \sin(\omega_0 t)$. Das Massenverhältnis ist hier $\mu = 0,25$ und die relative Dämpfung des Schwingungstilgers $\zeta = 0,01$.

handelt sich außerdem um freie Oszillationen. Im Gegensatz dazu ist die Schwingungsabsorption oben als erzwungene Schwingung behandelt (siehe Gleichung (2.12)): Das System schwingt immer nur mit der Anregungsfrequenz ω . Außerdem sind die Lösungen – wie gesagt – aus Sicht des zu dämpfenden Primäroszillators formuliert. Zum Vergleich mit den gekoppelten Saiten (Abb. 2.6) wurde hier mit Gleichung (2.16) die Frequenzantwort des Primäroszillators bei sonst konstanten Parametern ($\mu = 0,25$, $\zeta = 0,01$) über dem Frequenzverhältnis $\beta = \omega_a/\omega$ und der Anregungsfrequenz $r = \omega_0/\omega$ dargestellt, siehe Abbildung 2.7. Es resultiert zwar ein ähnliches Bild insofern, als der Primäroszillator bei nahezu gleicher Stimmung mit dem Schwingungstilger zwei Resonanzfrequenzen aufweist. Aber bei Verstimmungen (hier $\beta = \omega_a/\omega_p$) sowohl weiter unterhalb als auch weiter oberhalb der Frequenzgleichheit $\beta = 1$ bildet sich als starke Hauptresonanz wieder nur die Eigenfrequenz ω ($r = 1$) des Primäroszillators heraus.

Als wichtige Ergänzung sei darauf hingewiesen, dass das zwischen den Kopplungsresonanzen entstehende Minimum, wie zum Beispiel in Abbildung 2.5 für $\zeta = 0,01$ und $\zeta = 0,1$, auch „Antiresonanz“ genannt wird. Eine solche Antiresonanz findet sich auch im Frequenzgang jeder Geige zwischen den beiden wichtigen Korpusresonanzen B1+ und

B1–, deren Bezeichnung sogar darauf hinweist. Diese Antiresonanz entsteht durch die Kopplung von Moden der Geigendecke und des Geigenbodens [16]. In der Elektrotechnik ist eine Antiresonanz dagegen einfach nur ein Minimum in der Impedanz.⁸

⁸Persönliche Korrespondenz mit Axel Mellinger.

Kapitel 3

Schwingungstilger zur Unterdrückung von Wolfönen

Um Wolföne auf Streichinstrumenten abzuschwächen, wird am häufigsten auf die Nachlänge der tiefsten Saite zurückgegriffen. Die Nachlänge ist der Saitenabschnitt zwischen Steg und Saitenhalter. Sie kann mit einer zusätzlichen Masse, einem Wolfdämpfer (oder „Wolfötter“), belastet werden, so dass die Resonanz dieses neuen Resonators, das heißt, der Kombination aus Saite und Masse, auf die Frequenz des Wolftons gestimmt werden kann [127]. Ein Beispiel ist der sogenannte „Wolfstimmer“ oder „accordeur de loup“ (Pat. BE 1019457) von André Theunis, der in Abbildung 3.1 auf der Nachlänge der G-Saite einer Geige installiert ist. Die Zusammenarbeit mit André Theunis, einem Geigenbauer aus Brüssel, gab überhaupt den Anstoß für die vorliegenden Untersuchungen. Einige der dargestellten Experimente mit dem Wolfstimmer wurden gemeinsam mit ihm durchgeführt und besprochen und alle untersuchten Wolfötter wurden von ihm zur Verfügung gestellt. Für diese großzügige Unterstützung sei ihm hiermit ein herzlicher Dank ausgesprochen. Mein besonderer Dank gilt in diesem Zusammenhang auch Professor Dr. Michael Wübbenhorst von der KU Leuven in Belgien, der den Kontakt zu Herrn Theunis herstellte und die Zusammenarbeit überhaupt erst anregte.

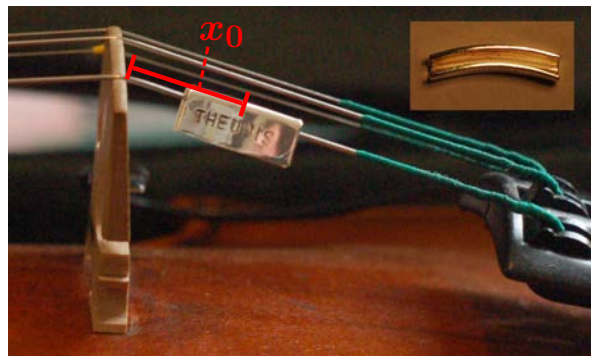


Abbildung 3.1: Wolfdämpfer „Wolfstimmer (accordeur de loup)“ auf der Nachlänge einer Geige an der Position x_0 (Abstand der Mitte des Wolfdämpfers zum Steg). Im eingefügten kleinen Bild ist die Krümmung des Wolfstimmers für die Saitenführung und -fixierung zu sehen.

Jedenfalls liegt daher ein Schwerpunkt auf der Untersuchung der massebelasteten Nachlänge und insbesondere auf den Eigenheiten des Wolfstimmers, den Theunis einerseits in einer auf Geigen und Bratschen abgestimmten Größe herstellt und andererseits in einer Variante für Violoncelli. Aus der speziellen Form des Wolfstimmers ergeben sich, wie in diesem Kapitel gezeigt werden soll, im Vergleich zu anderen Wolföttern zusätzliche Schwingungseigenschaften, die mit der Polarisierung der Saitenschwingung zusammenhängen.

In diesem Kapitel werden zunächst andere Arbeiten zum Thema Dämpfung von Saitenschwingungen durch angekoppelte Saiten im Allgemeinen und zur Wechselwirkung zwischen einer Saite und ihrer mit Wolfötter belasteten Nachlänge im Speziellen diskutiert. Anschließend werden die Resonanzen des Masse-Nachlänge-Systems nach der Theorie und in Experimenten an Violoncello, Geige und Monochord untersucht, wobei vor allem die Abhängigkeit der Resonanzen von der Position x_0 der Masse (siehe Abb. 3.1) betrachtet wird. Die genannte Besonderheit des Wolfstimmers, nämlich der Einfluss der Saitenpolarisation und damit der Anregungsrichtung, wird dann in Kapitel 4 behandelt.

Zur Untersuchung aller beschriebenen Phänomene wurden bei Messungen an Geige und Violoncello akustische Messmethoden eingesetzt, vor allem die Aufzeichnung des abgestrahlten Schalls; außerdem wurden auch die in Teil III dieser Arbeit beschriebenen piezoelektrischen Polymerfilmsensoren zur Aufzeichnung der Stegschwingung verwendet. Bei zusätzlichen Messungen am Monochord war außerdem der Einsatz von optischen Methoden möglich. Schließlich gab vor allem die Messung mit einer Hochgeschwindigkeitskamera Aufschluss über die Schwingungen von Wolfstimmer und Saite.

Abschließend und zur Vervollständigung sei erwähnt, dass neben der hier untersuchten Methode der Wolfdämpfung außerdem gekapselte Resonatoren zur Schwingungsabsorption verwendet werden können, die auf der Instrumentendecke befestigt werden. Eine weitere Alternative ist das gleichzeitige Greifen des Wolfons auf der benachbarten Saite, wodurch ebenfalls ein zusätzlicher Resonator zur Abschwächung geschaffen wird.

3.1 Bisherige Untersuchungen zur Unterdrückung von Wolfönen und zu verwandten Phänomenen

Eine Schwierigkeit bei Untersuchungen zur Wirksamkeit von Schwingungsabsorbern gegen Wolföne besteht darin, dass es schon bei sonst unverändertem Instrument nahezu unmöglich ist, reproduzierbar Wolföne zu spielen. Während der Messungen für die vorliegende Arbeit gelang es zum Beispiel einem Probanden, auf seinem eigenen Violoncello an einem Tag problemlos Wolföne zu erzeugen – am Tag darauf war es ihm dagegen fast unmöglich. Mögliche Gründe für diese Unbeständigkeit sind einerseits Umweltbedingungen wie Temperatur und Luftfeuchtigkeit; andererseits sind Wolföne empfindlich von den Anstreichparametern abhängig, wie oben schon erwähnt vor allem von der Bogenposition [54].

Nach der oben bereits genannten Theorie von Woodhouse [149] besteht allerdings ein Zusammenhang zwischen dem frequenzabhängigen Mindestbogendruck $F_{B,min}(f)$, also dem unteren Schwellwert des Bogendrucks für die Erzeugung der Helmholtzbewegung,

und der Neigung eines Instruments zu Wolf­tönen. Maxima des Mindestbogendrucks, die durch starke Korpusresonanzen verursacht werden, haben demnach ein höheres Wolf­tonpotential, denn für Töne oder Frequenzen bei diesem Maximum ist der Bereich des Bogen­drucks F_B für die Helmholtzbewegung wesentlich kleiner als sonst. Daher kann der schon unter Abschnitt 2.1 beschriebene periodische Regimewechsel zwischen Helmholtzbewegung und höheren Moden bei starken Korpusresonanzen leichter ausgelöst werden, was nach Raman und Woodhouse mit dem Wolf­ton verbunden ist.

Um nun die Wirksamkeit von Wolf­dämpfern zu testen, ist es also zum Beispiel möglich, auf die Messung eines Stegadmittanzspektrums¹ $Y = Y(f)$ zurückzugreifen, da nach Woodhouse [149] wiederum ein bekannter Zusammenhang zwischen Stegadmittanz und Mindestbogendruck besteht: $F_{B,min} = F_{B,min}(Y)$. Entsprechende Messungen wurden zum Beispiel von Puchelt mit Violoncello-Wolf­töttern durchgeführt [112]. Abgesehen davon wurde von Debut und Koautoren eine Untersuchung durchgeführt, in der die Wirksamkeit des Wolf­dämpfers „New Harmony“ durch verschiedene Spielende anhand eines wohl definierten Bewertungssystems eingeschätzt wurde [28].

Wenn hier Zusatzresonatoren zur Schwingungsabsorption auf Musikinstrumenten betrachtet werden, ist es naheliegend einen kurzen Vergleich mit auf Musikinstrumenten installierten Zusatzsaiten zur Klanggestaltung anzuführen, insbesondere mit den sogenannten „Aliquotsaiten“ (im Englischen „sympathetic strings“). Solche zusätzliche Saiten finden sich beispielsweise auf Gamben, Lauten und Theorben oder auf traditionellen indischen Instrumenten wie der Sitar und der Sarangi (letzteres ebenfalls ein Streichinstrument). Aber auch auf Flügeln werden entweder die vorhandenen Saiten ausgenutzt (wie bei den „Duplex-Saiten“ auf Flügeln der Firma Steinway & Sons) oder sogar zusätzliche Saiten eingeführt, um einen vollen Klang zu erzielen wie bei manchen Instrumenten der Firma Blüthner. Auch die Verwendung des Fortepedals bei Klavieren führt dazu, dass manche nicht angeschlagene Saiten in Resonanz mitschwingen, was einen „halligen“ Klang bewirkt. Generell ist dieser Resonanzeffekt auf Saiteninstrumenten allen Spielenden bewusst und wird zum Beispiel auf der Gitarre bewusst genutzt oder auch bewusst vermieden.

Es stellt sich also die Frage, ob hier ein Widerspruch zum oben beschriebenen Prinzip der Schwingungsabsorption unter Zuhilfenahme der Nachlänge auf Streichinstrumenten besteht: Verstärken zusätzliche Saiten den Klang oder schwächen sie ihn ab? Dazu soll zunächst die Wirkung der zusätzlichen Saiten in den genannten Beispielen anhand der vorhandenen Forschungsergebnisse beschrieben werden.

Die oben genannten Duplex-Saiten in Steinway-Flügeln sind die kürzeren Saitenabschnitte, die von der Hauptlänge durch die Agraften einerseits und den Steg andererseits abgetrennt sind. Die jeweiligen Längen sind so eingerichtet, dass sich gemeinsame Harmonische mit der Hauptlänge ergeben [104]. Die hier zitierte Untersuchung von Öberg und Askenfelt zeigte zwar, dass die meisten Klavierstimmer nicht darauf achten, ob diese harmonische Übereinstimmung wirklich gegeben und nicht zum Beispiel durch ungleichmäßiges Durchrutschen der Saiten an Steg und Agraften verhindert ist. Aber bei richtiger Abstimmung konnte tatsächlich eine Verstärkung aller Harmonischer und eine Verlängerung des Nachklangs beobachtet werden, wobei sich auch die den Duplexlängen eigenen

¹Die mechanische Admittanz $Y = v/F$ ist das Verhältnis der Geschwindigkeit v zur Kraftanregung F [98].

Harmonischen in den Klang mischten. Die Verwendung des Fortepedals führt zu einer ähnlichen Verstärkung, wie von Lehtonen und anderen gezeigt werden konnte [86].

Bei gestrichenen Saiten wurde dagegen eher eine Abschwächung des abgestrahlten Schalls während des Streichvorgangs beobachtet, sowohl bei der Geige als auch bei der Sarangi [30, 68]. Im Fall der Sarangi lassen die Resonanzsaiten dafür einen typischen Nachklang entstehen, der sonst bei Streichinstrumenten eher schwach ist. Ein vergleichbarer Effekt ist bei den mit Resonanzsaiten ausgestatteten Gamben, vor allem bei der Viola d’amore und dem Baryton [21], zu erwarten.

Auch in dieser Arbeit konnte bei einer mit Wolfdämpfer belasteten Nachlänge, deren Resonanz auf die gespielte Saite abgestimmt war, vor allem eine Abschwächung bei der abgestimmten Frequenz sowohl im abgestrahlten Schall als auch in den Korpuschwingungen festgestellt werden (siehe dazu Abschnitt 3.2.2). Dieser Effekt war sowohl bei der gestrichenen als auch bei der angezupften Saite erkennbar, wenn auch weniger deutlich bei der Zupfanregung.

Offensichtlich kann es also je nach Kopplung der Resonatoren, abhängig von der Art der Anregung und von der Art des angekoppelten Resonators zu unterschiedlichen Resultaten kommen. Es sollte auch nicht vergessen werden, dass der Korpus selbst, durch den hauptsächlich der Körperschall in Luftschall umgewandelt wird, die Saitenschwingungen in seiner Funktion als Resonator absorbiert. Allerdings hängt es auch beim Korpus von den jeweils angeregten Moden ab, wie stark die Abstrahlung ist. Wie in Teil III dieser Arbeit am Beispiel von Geigen gezeigt wird, müssen starke Korpuschwingungen nicht notwendig mit einer starken Schallabstrahlung verbunden sein und umgekehrt.

3.2 Schwingungstilger gegen Wolfstöne im Experiment

In dieser Arbeit wurden verschiedene auf der Nachlänge zu installierende Wolfdämpfer an einem Violoncello und einer Geige und außerdem an einem Monochord untersucht. Als Grundlage werden in diesem Abschnitt zunächst Gleichungen für die Resonanzen einer mit einer Punktmasse belasteten Saite angegeben. Anschließend werden die an den Instrumenten durch die Zusatzmasse entstehenden Resonanzen experimentell untersucht [51].

3.2.1 Resonanzen des Schwingungssystems Nachlänge-Wolftöter

Eine an der Position x_0 mit einer Punktmasse m belastete Saite der Länge l und der Spannkraft der Saite T hat die Resonanzfrequenz [97]

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{T}{mx_0} \left(1 - \frac{x_0}{l}\right)^{-1}}. \quad (3.1)$$

Dies beschreibt allerdings nur die tiefste Mode des Systems. Eine Beschreibung für alle möglichen Moden findet sich in Form der transzendenten Gleichung [62]

$$mkc^2 = T \cdot (\cot kx_0 + \cot k(l - x_0)), \quad (3.2)$$

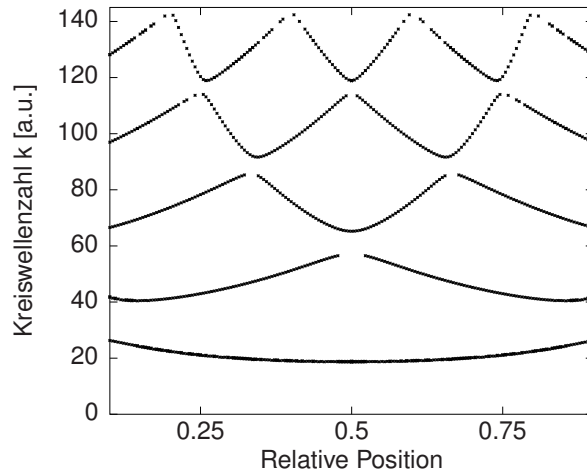


Abbildung 3.2: Numerische Lösungen für die Kreiswellenzahl k einer Saite mit Punktmasse an der Position x_0 nach Gleichung (3.2).

mit der Kreiswellenzahl $k = \omega/c$. Lösungen k dieser Gleichung wurden numerisch für verschiedene Positionen x_0 ermittelt, siehe Abbildung 3.2. Es ist intuitiv klar, dass diese Lösungen um die Saitenmitte herum symmetrisch verteilt sind. Darüber hinaus tritt bei der Saitenmitte $x_0 = l/2$ die tiefste Resonanzfrequenz des Systems auf. Höhere Moden sind nicht harmonisch zur Grundmode und der Verlauf der Grundmode in Abhängigkeit von x_0 ist bereits durch Gleichung (3.1) gegeben.

Die in Abbildung 3.2 dargestellten Verläufe konnten am besten an einer Saite auf einem Monochord nachgewiesen werden, siehe Abbildung 3.3. Als Masse wurde dabei der für das Violoncello angepasste Wolfstimmer verwendet (Masse $m = 2,7220 \text{ g}$)². Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.4 skizziert: Das Saitenende wurde mit Hilfe eines Schwingerregers³ angeregt und die Schwingung des Massestücks mit einem Laserabstandsmesser (LDM⁴) gemessen. Die Ansteuerung des Schwingerregers und das Einlesen des LDM-Signals wurden über den Rohde und Schwartz UPV Audio Analyzer gesteuert, was die Aufnahme der Frequenzgängen erlaubte, die in Abbildung 3.3 zu sehen sind. Die gemessenen Amplituden sind mit Hilfe von Farben dargestellt.

Neben den auch durch Gleichung (3.1) vorgegebenen Verlauf der Grundmode gegenüber x_0 , hier zwischen 70 und 110 Hz, sind außerdem die in Gleichung (3.2) enthaltenen Moden zu erkennen, wie der Vergleich mit den ebenfalls in Abbildung 3.3 dargestellten numerischen Lösungen der Gleichung zeigt. Für diese Lösungen wurden in diesem Fall die Saitenlänge ($l = 76,2 \text{ cm}$), die Saitenspannung ($T = 135 \text{ N}$) und die Wolfstötermasse ($m = 2,7220 \text{ g}$) des Monochords mit Wolfstimmer herangezogen. Außerdem kann der

²Hier wie auch im Folgenden wurde die Masse mit der elektrischen Waage JL-200 der Chyo Balance Corp. Japan gemessen. Die kleinste ablesbare Einheit dieser Waage ist 0,1 mg. Alle Standardabweichungen von in dieser Arbeit gemessenen Massen sind noch geringer.

³Brüel & Kjær Typ 4810 Schwingerregger in Kombination mit dem Leistungsverstärker Typ 2718.

⁴Laser Displacement Meter (LDM): Keyence LD-2500 (Steuer- und Ausleseinheit) und LD-2510 (Laser Sensor).

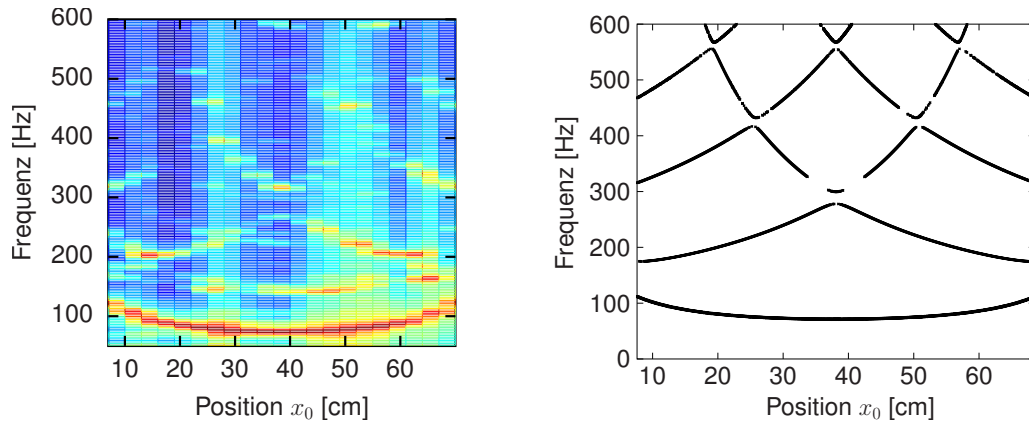


Abbildung 3.3: Links: Farbkodierte Frequenzgänge einer Monochordsaite (Länge $l = 76,2$ cm) mit Masse an der Position x_0 ; Aufbau siehe Abb. 3.4. Rechts: Numerisch ermittelte Resonanzen desselben Systems nach Gleichung (3.2) mit Saitenspannung $T = 135$ N.

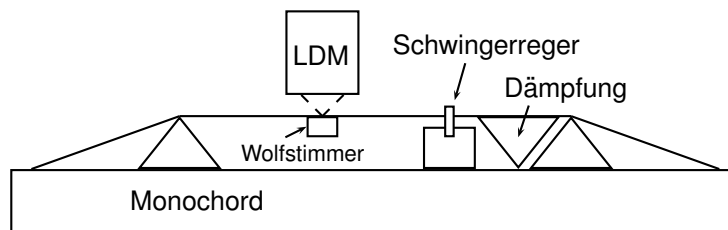


Abbildung 3.4: Aufbau zur Messung der Resonanzen einer Saite mit Masse auf einem Monochord: Ein Saitenende wird mit einem Schwingerreger in Schwingung versetzt, die Saitenbewegung an der Masse mit einem Laserabstimmmesser (LDM) erfasst.



Abbildung 3.5: Wolfdämpfer für Violoncelli (v.l.n.r.): Standard, LupX, Wolfstimmer.

Verlauf der zweiten Harmonischen der Grundmode zwischen 140 und 220 Hz identifiziert werden.

Für die weiteren Untersuchungen an einem Violoncello wurden neben dem Wolfstimmer zwei weitere Wölftöter verwendet, der LupX und ein herkömmlicher „Standard“-Wölftöter, siehe jeweils Abbildung 3.5. Diese drei Wölftöter haben jeweils unterschiedliche Massen und unterscheiden sich in Form und Material. Der Wolfstimmer ($m = 2.7220$ g) ist aus einer Silberplatte hergestellt, die ein Mal in der Mitte gefaltet und dann leicht gebogen wird, so dass der fertige Wolfstimmer leicht auf eine Saite aufgesetzt werden kann. Die Saite ist dann zwischen den Plattenhälften über eine Länge von 2,05 Zentimetern (beim Wolfstimmer für das Violoncello) beziehungsweise 1,4 Zentimetern (beim Wolfstimmer für Geige und Viola) eingeklemmt. Der LupX ($m = 7.7686$ g) besteht dagegen dem Aspekt nach aus zwei Messinghälften mit einem Durchmesser von 12 Millimetern, die ineinander geschraubt werden. Entlang des Durchmessers ist jeweils eine Führung für die Saite eingearbeitet, die also zwischen den Hälften eingeschraubt wird. Der Standard-Wölftöter ($m = 6.9965$ g, ohne Herstellerangabe) besteht aus einer Hartgummi-Hülse mit einer Länge von 2,25 cm, die auf die Saite gesteckt und auf welche eine Metallhülse geschoben wird. Über eine Schraube an der Metallhülse kann dieser Wölftöter an der Saite fixiert werden.

Bei einer Messung an der Nachlänge der C-Saite eines Violoncellos mit den drei verschiedenen Wolfdämpfern wurde zunächst jeweils die tiefste Resonanz in Abhängigkeit von der Massenposition x_0 untersucht, siehe Abbildung 3.6. Dabei wurde der beim Anzupfen der Nachlänge erzeugte abgestrahlte Schall in einem reflexionsarmen Raum aufgenommen⁵. Das Anzupfen erfolgte an verschiedenen Punkten entlang der Nachlänge, die resultierenden Spektren wurden gemittelt, um zu vermeiden, dass durch die Anregung bestimmte Moden unterdrückt werden.

Die Vorgehensweise an sich entspricht der Methode des Musikers, den Schwingungstilger durch Anpassung der Position x_0 auf den Wölfton abzustimmen, siehe Schellengs Anleitung in [127]. In den Abbildungen 3.6 zeigt sich für alle Wölftöter die durch Gleichung 3.1 beschriebene Abhängigkeit der Resonanz gegenüber der Position x_0 . Dabei sind die Maxima, die nicht mit x_0 ihre Frequenz ändern, Moden des Violoncellos bei 93 Hz (A0), 162 Hz (B1-) und 175 Hz (B1+). Die Mode B1+ ist in diesem Fall wie auch sonst meistens die Ursache für Wölftöne. Außerdem ist in Abbildung 3.6 sofort die Abhängigkeit der Resonanzen von der jeweiligen Masse entsprechend der Gleichung (3.1) erkennbar: Je größer die Masse, desto tiefer liegt der jeweilige Verlauf der Grundmode. In Abbildung 3.7

⁵Das Violoncello wurde dazu auf einen gepolsterten Versuchstisch gelegt. Das Brüel-& Kjør-Kondensatormikrofon Typ 4191/2669 wurde 30 cm vom Violoncello-Steg entfernt mit seiner Achse senkrecht zur Decke des Instruments aufgestellt. Dieser Messaufbau wurde ebenso für alle anderen in diesem Teil angeführten Schallmessungen, vor allem auch an Geigen, verwendet.

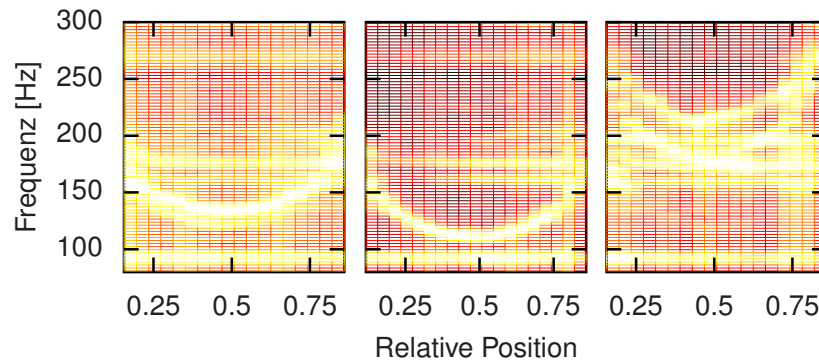


Abbildung 3.6: Farbkodierte Spektren einer Aufnahme des Schalls beim Anzupfen der Nachlänge der Cello-C-Saite, welche nacheinander mit drei verschiedenen Wolfdämpfern belastet ist, v. l. n. r.: Standard-Wolftöter, LupX und Wolfstimmer. Vgl. Abb. 3.7.

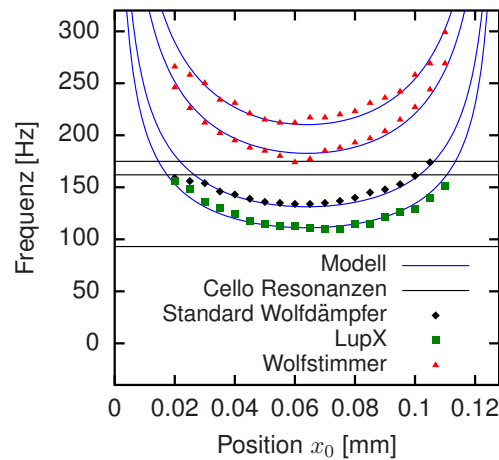


Abbildung 3.7: Resonanzen der mit verschiedenen Wolfdämpfern belasteten Nachlänge der C-Saite eines Violoncellos: Regressionen zu den in Abb. 3.6 gezeigten Spektren.

sind die Messungen mit den drei Wolföttern zusammengefasst: Es sind jeweils die Maxima der Grundmoden aus den Abbildungen 3.6 abgelesen und Regressionen zu diesen Punkten berechnet. Auch die Resonanzen des Violoncellos sind eingezeichnet. Bei Anwendung des Wolfstimmers können in den Spektren im Gegensatz zu den anderen beiden Wolfdämpfern zwei dicht nebeneinander liegende Verläufe statt einer Grundmode beobachtet werden. Diese Besonderheit wird eingehend in Kapitel 4 behandelt.

Was die Wolfondämpfung betrifft, sollten den in den Abbildungen 3.6 und 3.7 dargestellten Messungen zufolge sowohl der Standard-Wolftöter als auch die LupX-Masse an den Enden der Nachlänge ($x_0 \approx 3$ cm oder $x_0 \approx 10$ cm) fixiert werden, um einen Einfluss auf die Korpusmoden B1- und B1+ zu haben; der Wolfstimmer dagegen sollte etwa in der Mitte der Nachlänge befestigt werden. Dies ist allerdings hauptsächlich auf den Massenunterschied zurückzuführen. Nach den vorliegenden Ergebnissen wäre jedenfalls auch ein Versuch mit einer Wolfötter-Masse von 4-5 Gramm zu empfehlen, so dass die entstehenden Resonanzen zur flexiblen Anpassung für einen weiten Bereich von Positionen x_0 zwischen

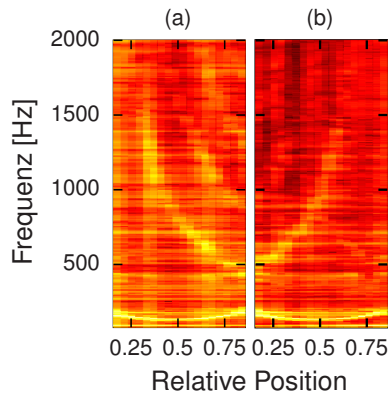


Abbildung 3.8: Wie Abbildungen 3.6, aber ausschließlich mit einem Standard-Wolfdämpfer als Masse auf der Violoncello-Nachlänge und mit erweitertem Frequenzbereich; die Nachlänge mit Wolfdämpfer wurde an zwei verschiedenen Stellen (a) und (b) angezupft wie in Abbildung 3.9 schematisch dargestellt.

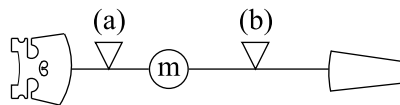


Abbildung 3.9: Anregungsstelle der Nachlänge mit Wolfdämpfer (Masse m): Entweder (a) zwischen Steg und Masse m oder (b) zwischen Masse und Saitenhalter.

die Korpusmoden B1+ und B1- fallen.

Höhere Moden können auf der Nachlänge ebenfalls angeregt werden, was in Abbildung 3.8 für den Standard-Wolftöter gezeigt ist. Den zwei Darstellungen (a) und (b) liegen jeweils Messungen mit zwei verschiedenen Anregungsstellen zu Grunde: Die Nachlänge wurde (a) zwischen Steg und Wolftöter und (b) zwischen Wolftöter und Saitenhalter angezupft, vergleiche Abbildung 3.9. Aus den Darstellungen der Messungen in Abbildung 3.8 ergibt sich, dass es von der Anregungsstelle ((a) oder (b)) abhängt, welche der höheren Moden hervortreten. Aus diesem Verhalten und den theoretisch ermittelten Verläufen von Abbildung 3.2 kann geschlossen werden, dass die Masse bei den höheren Moden in erster Näherung einen Knotenpunkt der Schwingung darstellt und die beiden Abschnitte beiderseits der Masse separat schwingen und dadurch annähernd saitenartige Resonanzen aufweisen. Rein saitenartige Resonanzen, $f(x_0) \sim x_0^{-1}$ und $f(x_0) = (l - x_0)^{-1}$ wären allerdings harmonisch zueinander und stellen sich in diesem System wegen der endlichen Bewegung der Masse, also durch die Kopplung der beiden Saitenabschnitte nicht ein, wie auch aus Gleichung (3.2) und den daraus ermittelten Verläufen (Abb. 3.2) ersichtlich ist.

Eine Untersuchung der Nachlänge der G-Saite einer Geige⁶ nach derselben Messmethode, die beim Violoncello angewendet wurde, mit dem von Theunis für Geige angepassten Wolfstimmer (Masse $m = 1,3360$ g, Länge 1,4 cm) zeigt Abbildung 3.10. Hier werden höhere Moden kaum mehr sichtbar, höchstens ist noch der Verlauf der dritten Harmonischen der Grundmoden zu erkennen. Dafür zeigt sich die bereits am Violoncello beobachtete Eigenart des Wolfstimmers deutlich, die in Kapitel 4 genauer untersucht werden soll:

⁶Geige I.

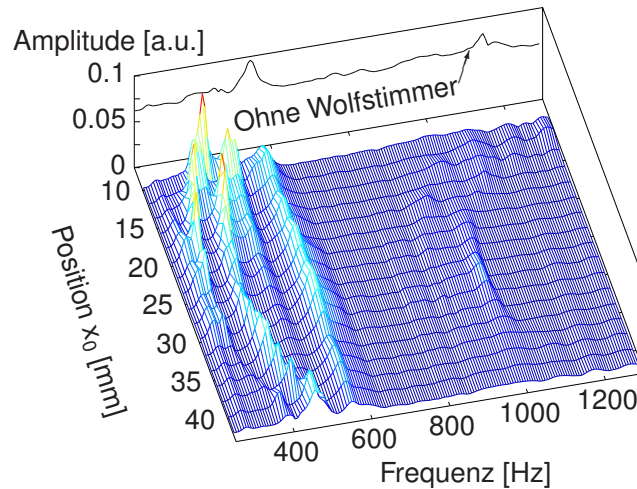


Abbildung 3.10: Resonanzen der Nachlänge einer Geige (G-Saite) mit dem Wolfstimmer bei Position x_0 . Die Nachlänge wurde dazu angezupft und der von der Geige abgestrahlte Schall gemessen.

Statt eines einfachen Verlaufs der Grundmode, wie bei einer Punktmasse nach Gleichung (3.1) vorhergesagt, sind hier zwei Verläufe sichtbar, die bei etwa gleichbleibendem Abstand dem für die Grundmode erwarteten Verlauf folgen. Die beiden Resonanzen werden im Folgenden mit f_1 und f_2 bezeichnet, wobei f_1 die tiefere Resonanzfrequenz ist: $f_1 < f_2$. Dieses Phänomen ist auf die Abweichung des Wolfstimmers von der Axialsymmetrie zurückzuführen und hängt daher von der Polarisationsrichtung der Saitenschwingung ab, was die Untersuchungen im Folgenden zeigen sollen.

Um die Betrachtungen der Resonanzen von mit Wolföttern belasteten Saiten abzuschließen, sei noch nachträglich erwähnt, dass das Hinzufügen der Masse die tiefste Resonanzfrequenz des Systems gegenüber der bloßen Saite natürlich wesentlich verringert. So hat die Nachlänge der C-Saite des Violoncellos ohne zusätzliche Masse bei einer Länge von 12,8 cm eine Grundfrequenz von 360 Hz. Durch Installation des Wolfötters gelangt man also – wie oben schon geschildert – überhaupt erst in den Bereich der für den Wolfoton verantwortlichen Korpusmode bei 175 Hz (B1+), wie in den Abbildungen 3.6 und 3.7 für die drei untersuchten Wolfötter gezeigt ist. Für die Geige hat die Nachlänge der G-Saite ohne Masse eine Grundfrequenz von 1190 Hz, wie in Abbildung 3.10 zu sehen ist; mit dem Wolfstimmer ist die tiefste Resonanz zwischen 300 und 400 Hz zu finden. Die Monochordsaite mit einer Länge von $l = 76,2$ cm, an der die in Abbildung 3.3 dargestellten Messungen durchgeführt wurden, hatte ohne die Zusatzmasse eine Grundfrequenz von $f_0 = 139$ Hz. Die Belastung der Saite mit dem Wolfstimmer bei $x_0 = l/2$ ermöglicht eine Grundfrequenz von 75 Hz.

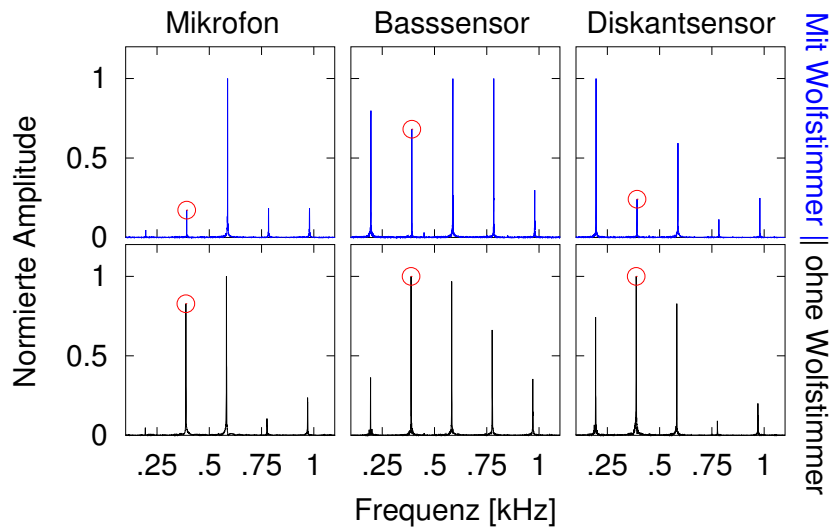


Abbildung 3.11: Spektren einer gestrichenen G-Saite ($f_0 = 196$ Hz) auf einer Geige; gemessen mit Mikrophon und Sensoren unter den Stegfüßen (Bass- und Diskantfuß). *Oben:* Mit Wolfstimmer auf Nachlänge der G-Saite; tiefste Resonanzfrequenz dieses Untersystems gestimmt auf $f_1 = 2f_0$ ($x_0 = 4$ mm). *Unten:* Ohne Wolfstimmer.

3.2.2 Demonstration der Schwingungsabsorption

Die Wirkung der mit einer Masse belasteten Nachlänge als Schwingungstilger wurde an einem Ton untersucht, der keine Wolfinstabilität aufwies. Die leere G-Saite einer Geige mit der Grundfrequenz $f_0 = 196$ Hz wurde sowohl angestrichen als auch angezupft, während die Position des Wolfstimmers auf der Nachlänge so gewählt wurde, dass die tiefste Resonanzfrequenz dieses Teilsystems ($f_{res} = f_1$) mit der zweiten Harmonischen der Saite übereinstimmte, also $f_1 = 2f_0$. Zum Vergleich wurde dieselbe Messung außerdem ohne Masse auf der Nachlänge durchgeführt. Es wurde einerseits der abgestrahlte Schall aufgezeichnet und andererseits die Stegschwingung mit Sensoren unter den Stegfüßen erfasst (Beschreibung der Sensoren in Teil III, Abschnitt 12). Die zugehörigen Spektren sind in Abbildung 3.11 (gestrichene Saite) und 3.12 (gezupfte Saite) dargestellt, wobei jeweils auch der Fall ohne Wolfstimmer auf der Nachlänge gezeigt ist.

Besonders deutlich wird die Wirkung des Schwingungstilgers im Fall der gestrichenen Saite (Abb. 3.11): Die zweite Harmonische, auf die das Absorbersystem abgestimmt ist, ist ohne den Wolfstimmer deutlich stärker ausgeprägt. In der Stegschwingung, gemessen mit Bass- und Diskantfußsensor, ist die zweite Harmonische im ungestörten Fall sogar die stärkste Teilschwingung, während sie bei angepasstem Schwingungstilger jeweils nur die viertgrößte Amplitude aufweist. Interessanterweise ist dafür die Grundschwingung der Stegschwingung wesentlich verstärkt, was sich aber wiederum kaum im abgestrahlten Schall bemerkbar macht (zu einer eingehenden Untersuchung dieser Zusammenhänge siehe Teil III dieser Arbeit, Kapitel 13).

Wird die Saite angezupft, so ist der Effekt der Schwingungsabsorption nicht mehr auf den ersten Blick deutlich, siehe Abbildung 3.12. Im Verhältnis zu den anderen Teiltönen ist dennoch eine eindeutige Abschwächung des zweiten Teiltönen sichtbar, was insgesamt

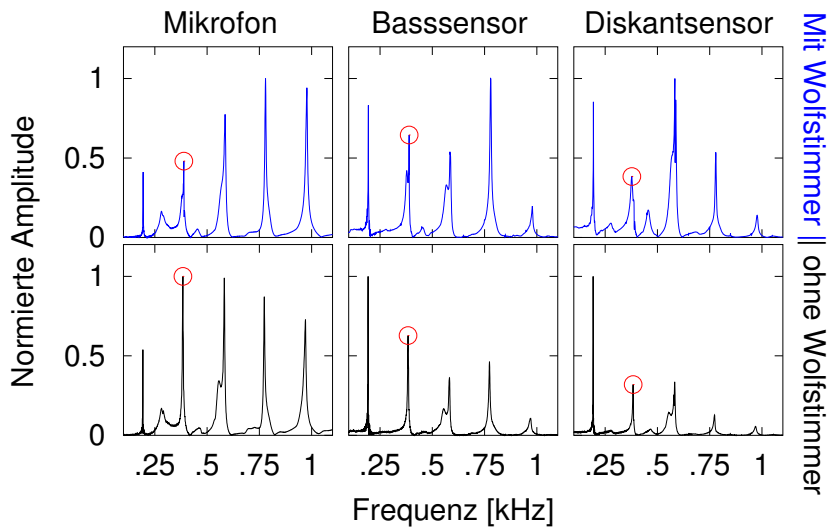


Abbildung 3.12: Wie Abb. 3.11, aber gezupfte leere G-Saite.

eher mit einer Verstärkung der höheren Teiltöne einhergeht – gerade der vierte Teilton ist im abgestrahlten Schall und am Diskantfuß relativ gesehen wesentlich stärker bei installiertem Wolfstimmer, während am Bassfuß der dritte Teilton durch das Absorbersystem hervorgehoben wird.

Die hier am Beispiel des Wolfstimmers gezeigte Absorption durch einen abstimmbaren Schwingungstilger wurde auch für die höheren Resonanzen des Systems aus Nachlänge und Wolfstimmer, wie sie in Abschnitt 3.2.1 diskutiert wurden, geprüft. Dabei wurde jedoch für keine der höheren Moden ein signifikanter Effekt beobachtet. Selbst für die in den Spektren bei Zupfanregung stark ausgeprägte zweite, zusätzliche Resonanz f_2 konnte die Schwingungsabsorption nicht reproduzierbar nachgewiesen werden.

Kapitel 4

Einfluss der Polarisierung der Saitenschwingung

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, wie durch die Belastung einer Saite mit einer nicht axialsymmetrischen Masse im Vergleich zum idealen System „Saite mit Punktmasse“ zusätzliche Moden entstehen, die erklärt werden können, indem man auch die Polarisierung der Saitenschwingung berücksichtigt. Dieses Phänomen wurde vor allem an dem bereits oben vorgestellten Wolfstimmer behandelt. Die transversalen Schwingungsrichtungen x und y sind hier in Bezug auf den Wolfstimmer gemäß Abbildung 4.1 festgelegt worden. Der Wolfstimmer zeigt sowohl auf einem Multichord als auch auf der Nachlänge von Violoncello und Geige jeweils zwei tiefste Resonanzen, die als Aufspaltung der Grundmode aufgefasst werden können.

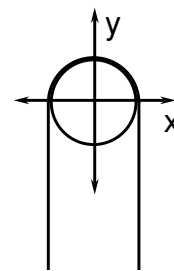


Abbildung 4.1: Definition der Polarisationsrichtungen x und y des Wolfstimmers auf der Saite.

Im Folgenden wird zunächst gezeigt, wie die Amplitude dieser beiden Moden jeweils von der Anregung, insbesondere der Anregungsrichtung, abhängt. Dies wird sowohl an einem Monochord mit kontrollierter Anregung als auch an Geigen- und Violoncellonachlänge mit einfacher Zupfanregung demonstriert. Daran anschließend werden anhand der Gleichung (3.1) für die tiefste Resonanz einer Saite mit Punktmasse die den Resonanzen zuzuordnenden jeweiligen *effektiven* Massen für zwei der untersuchten Systeme (Violoncello und Monochord) bestimmt. Die so ermittelten effektiven Massen weichen unter anderem wegen des Einflusses der Polarisierung von den eigentlichen Massen ab. Weiterhin kann die Rolle der Polarisierung untersucht werden, indem die Lage des Schwerpunktes des Wolfstimmers in Bezug zur Saite variiert wird. Das dabei beobachtete Verhalten kann als Federschwinger mit Rotation modelliert werden. Die aufgezählten Untersuchungen werden schließlich ergänzt durch eine Bewegungsanalyse von Aufnahmen des Wolfstimmers auf einer Monochordsaite mit einer Hochgeschwindigkeitskamera. Im letzten Unterabschnitt werden die Einzelergebnisse zusammengefasst diskutiert und erst mit diesem Überblick kann eine schlüssige Interpretation versucht werden.

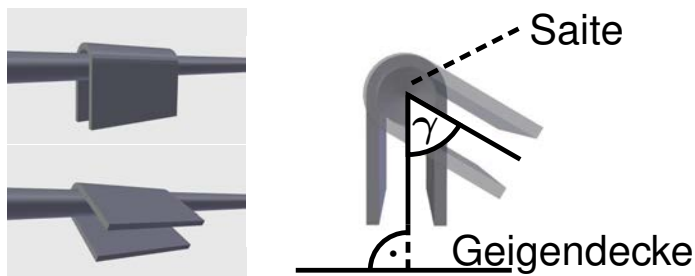


Abbildung 4.2: Die Ausrichtung des auf der Saite installierten Wolfstimmers wird über den Winkel γ der Ebene des Schwingungstilgers zur Instrumentendecke, zum Beispiel der Geigendecke, angegeben. Die Polarisationsrichtungen der Saitenschwingung ändern sich also in Bezug zur Geigendecke gemäß Abb. 4.1 mit dem Winkel γ .

4.1 Abhängigkeit der Resonanzen von der Anregungsrichtung

Der Wolfstimmer kann – wie in Abbildung 4.2 dargestellt – abgesehen von der variablen Position x_0 auf der Saite auch mit unterschiedlichen Winkeln γ eingestellt werden. Dabei ist γ der Winkel zwischen der Ebene der beiden Plättchen des Wolfstimmers und der Normalen der Instrumentendecke. Die Polarisationsrichtungen, die hier nach Abbildung 4.1 in Bezug auf den Wolfstimmer festgelegt sind, ändern demnach mit dem Winkel γ ihre Ausrichtung zur Geigendecke.

Wird eine Saite angezupft, ob mit einem Plektrum oder dem Finger wie bei einer Gitarre oder mit einem Kiel wie im Cembalo¹, so resultiert wegen des Abrutschens der Saite vom Anregungselement meistens eine Saitenschwingung, die sich aus zwei Polarisationsrichtungen zusammensetzt, also nicht linear polarisiert ist.

Saitenschwingungen können generell wie Licht linear, elliptisch oder zirkular polarisiert sein. Auch wenn die Richtung der Anregung und damit die anfängliche Saitenschwingung linear polarisiert sind, kann sich während des Schwingungsvorgangs unter anderem wegen der Wechselwirkung der Saite mit den Aufhängungen die Polarisation ändern. [56]

Geigen-Nachlänge mit Wolfstimmer

In dieser Arbeit wurde zunächst die mit dem Wolfstimmer für die Geige ($m = 1,336\text{ g}$) belastete Nachlänge einer Geigen-G-Saite (Geige I) mit einem Plektrum angeregt und der Winkel γ des Wolfstimmers zur Geigendecke verändert (siehe Abb. 4.2). Nacheinander wurden die Winkel $\gamma = 0^\circ, 45^\circ$ und 90° eingestellt; die Position $x_0 = 17\text{ cm}$ auf der Nachlänge blieb jeweils konstant². Es wurde außerdem darauf geachtet, dass das Plektrum vor dem Anschlagen jeweils die gleiche Ausrichtung hatte, nämlich senkrecht zur Geigendecke (entsprechend $\gamma = 0^\circ$).

¹Zur Saitenanregung und Polarisation beim Cembalo: [107].

²Die Messungen bei Variation der Position x_0 mit derselben Geige sind in Abbildung 3.10 dargestellt.

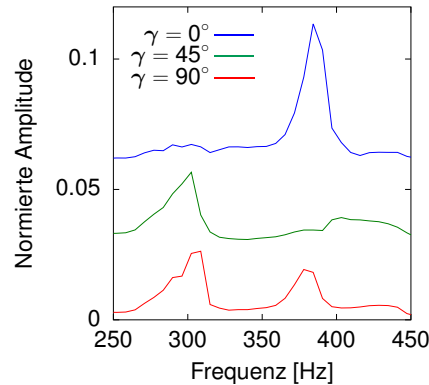


Abbildung 4.3: Mit Wolfstimmer belastete Nachlänge von Geige I angezupft, abgestrahlter Schall; Wolfstimmer bei $x_0 = 17$ mm; Variation des Winkels γ , siehe Abbildung 4.2.

Aus den obigen Ausführungen über die Polarisation von Saitenwellen wird klar, dass eine Saite durch eine Plektrum-Anregung immer einen Anfangsimpuls in zwei Richtungen senkrecht zur Saitenachse erhält, die genauen Anteile sind ohne weitere Messung nicht zu bestimmen. Einerseits sind jedoch die im nächsten Abschnitt beschriebenen Messungen auf einem Monochord entwickelt worden, um eine besser kontrollierte Anregung zu gewährleisten. Andererseits zeigt schon die einfache Messung mit Zupf-/Plektrumanregung klare Ergebnisse.

Der beim Anschlagen der Nachlänge entstehende Schall wurde (wie schon vorher) mit Mikrofon in einem reflexionsarmen Raum aufgezeichnet, siehe die Fußnote⁵ dieses Kapitels. Die zugehörigen Spektren sind in Abbildung 4.3 dargestellt, wobei die Spektren zu den jeweiligen Winkeln γ für den Vergleich vertikal zueinander verschoben dargestellt sind. Außerdem wurde der Frequenzbereich um die beiden tiefen Resonanzen des Wolfstimmers ausgewählt, denn es soll hier vor allem die Ursache dieser beiden Resonanzen untersucht werden. Deren Frequenzen liegen in diesem Fall ($x_0 = 17$ cm) bei $f_1 \approx 300$ Hz und $f_2 \approx 380$ Hz. Beim Vergleich der drei Spektren wird klar, dass die Stärke der jeweiligen Mode stark von der Ausrichtung des Wolfstimmers, also vom Winkel γ , abhängt. Ist der Wolfstimmer parallel zur Geigendecke ausgerichtet ($\gamma = 90^\circ$), so werden beide tiefen Resonanzen etwa gleich stark angeregt. Bei $\gamma = 45^\circ$ bildet sich fast ausschließlich die tiefere Resonanz f_1 bei 300 Hz aus und bei $\gamma = 0^\circ$ (Wolfstimmer senkrecht zur Geigendecke) ist die hohe Resonanz f_2 bei 380 Hz separat angeregt.

Monochord mit Wolfstimmer

Bei dem in Abbildung 3.4 dargestellten Messaufbau mit dem Wolfötter auf einer Monochordsaite ist die Anregungsrichtung im Gegensatz zu der im letzten Abschnitt beschriebenen Messung eindeutig fixiert: Der Schwingerreger versetzt die Saite senkrecht zur Instrumentendecke in Schwingung. Wegen des außerdem fest installierten Laserabstimmmessers ändert sich die Detektionsrichtung in Bezug auf den Wolfstimmer abhängig vom jeweiligen Winkel γ : Die y-Auslenkung des Wolfstimmers wird bei $\gamma = 0^\circ$ gemessen, bei $\gamma = 90^\circ$

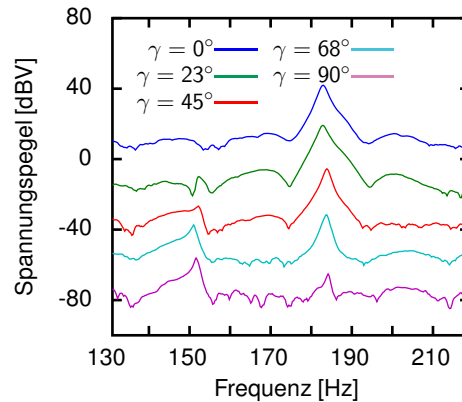


Abbildung 4.4: Spektren einer mit dem Wolfstimmer belasteten Monochord-Saite (siehe Abb. 3.4) bei Variation des Winkels γ des Wolfstimmers.

erfasst der Laser die x -Richtung. Es wurde eine rein sinusförmige Anregung gewählt. Wird in diesem Aufbau der Violoncello-Wolfstimmer ($m = 2,7220$ g) als Masse auf der Saite installiert und der Winkel γ variiert, ergeben sich die in Abbildung 4.4 dargestellten Spektren, in denen der Frequenzbereich um die beiden tiefen Resonanzen f_1 und f_2 gezeigt ist.

Die Saitenlänge beträgt in diesem Fall $l = 0.3$ m und die Position des Wolfstimmers ist die Saitenmitte $x_0 = l/2 = 0.15$ m. Mit der Volumendichte der Stahlsaite $\rho = 7800$ kg/m³ und deren Durchmesser $d = 0,7$ mm ergibt sich eine lineare Massendichte $\mu = \rho \cdot \frac{\pi}{4} d^2 \approx 3 \cdot 10^{-3}$ kg/m. Die Saiten-Spannkraft beträgt damit $T = \mu \cdot (2lf_0)^2 \approx 200$ N. Nach Gleichung (3.1) ist dann die Frequenz der tiefsten Mode $f_0 = 158$ Hz. Die im vorliegenden Experiment gemessene tiefste Resonanzfrequenz liegt bei $f_1 = 152$ Hz, die höhere Resonanzfrequenz liegt bei $f_2 = 185$ Hz. Demnach scheint hier eher die tiefere Mode dem Modellfall der an einem Punkt auf der Saite konzentrierten Masse zu entsprechen.

4.2 Effektive modale Masse

Das Verhältnis der beiden tiefen Moden f_1 und f_2 der mit dem Wolfstimmer belasteten Saite soll in diesem Abschnitt weiter untersucht werden. Dazu wird anhand der Gleichung (3.1) über Regressionen jeweils die Masse m für die beiden Resonanzen bestimmt, die hier *effektive* Masse m_{eff} genannt wird, da es sich wegen der hier zu untersuchenden zusätzlich vorhandenen Freiheitsgrade der Schwingung nicht notwendig um die tatsächliche Masse des Wolfstimmers handeln muss. Die anderen Größen in der Gleichung, also die Saitenspannung T , die Saitenlänge l und die Position x_0 sind dabei gegeben. Es werden zwei verschiedene Abhängigkeiten der Resonanzfrequenz f_{res} untersucht:

- (a) Die bereits mehrfach gezeigte Abhängigkeit von der Position x_0 , also $f_{res} = f_{res}(x_0)$, und
- (b) die Abhängigkeit von der Saitenspannung T , das heißt $f_{res} = f_{res}(T)$.

Wolfdämpfer	Effektive Masse m_{eff} [g]	Gewogene Masse [g]
Wolfstimmer	2,46	2,7220
	3,28	
LupX	8,18	7,7686
Standard	5,73	6,9965

Tabelle 4.1: Über Regression ermittelte effektive Massen verschiedener Wolfdämpfer auf einer Violoncello-Nachlänge und Massen der separaten Wolfdämpfer.

4.2.1 Violoncello-Nachlänge: Abhängigkeit von der Position

Als Grundlage für die erste Untersuchung wurden die bereits gezeigten Messungen an der Nachlänge einer Violoncello-C-Saite herangezogen (siehe Abbildungen 3.6 und 3.7). Dabei wurden hier zum Vergleich auch die beiden anderen Wolfdämpfer LupX und der Standard-Wolftöter betrachtet. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass die beiden Resonanzen f_1 und f_2 beim Wolftöter in Abhängigkeit von der Position x_0 parallel verlaufen, das heißt mit nahezu konstantem Frequenzabstand, wie sich in allen drei Messungen mit dem Wolfstimmer gezeigt hat – an Violoncello, Monochord und Geige. Daraus kann geschlossen werden, dass auch beide Resonanzen dem in Gleichung (3.1) angegebenen Verlauf $f_{res} = f_{res}(x_0)$ folgen, allerdings mit veränderter effektiver Masse m_{eff} , da die anderen Parameter konstant bleiben.

Die resultierenden Ausgleichskurven sind in Abbildung 3.7 zusammen mit den aus den Spektren abgelesenen Messpunkten dargestellt. Dabei konnte die Saitenspannung oder Spannkraft T nicht nach $T = \mu(2lf_0)^2$ bestimmt werden, da es sich bei dem Violoncello um ein Leihinstrument mit unbekanntem Saiten handelte, die nicht ausgetauscht werden konnten. Es wurde stattdessen eine Saitenspannung von $T = 130$ N angenommen: Dies ist der Mittelwert von Saitenspannungen für die Violoncello-C-Saite nach einer Zusammenstellung auf der Webseite der Violoncellobauer Aitchison & Mnatzaganian³, in der die Angaben verschiedener Hersteller für die Spannungen ihrer Violoncellosaiten in Bezug auf den Kammerton A=440 Hz aufgeführt sind. Für diese Stichprobe von zwanzig Saiten wurde eine Standardabweichung von lediglich $\Delta T = 2$ N berechnet. Bei entsprechender Stimmung der C-Saite auf ca. 66 Hz ($= 440 \text{ Hz} \cdot \frac{6}{5} : 2^3$) ist demnach nicht zu erwarten, dass die Saitenspannung im vorliegenden Experiment wesentlich von der aus den Angaben gemittelten Spannkraft $T = 130$ N abweicht. Für die Regression ist darüber hinaus der Abstand vom Steg zum Saitenhalter der Violoncello-Nachlänge $l = 0.128$ m relevant.

Damit ergeben sich über den Nead-Melder-Algorithmus für die nichtlineare Regression die in Tabelle 4.1 aufgeführten effektiven Massen. Die gewogene Masse des Wolfstimmers liegt mit $m = 2,7220$ g zwischen den beiden aus der Regression ermittelten effektiven Massen $m_{eff} = 2,46$ g für die höhere Resonanz und $m_{eff} = 3,28$ g für die tiefere Resonanz. Anhand dieses Versuches kann also keine der beiden Resonanzen klar der nach Gleichung (3.1) theoretisch berechneten Frequenz zugeordnet werden. Die effektive Masse des Wolftötters „LupX“ ist mit 8,18 g ungefähr fünf Prozent größer als seine gewogene

³<http://www.aitchisoncellos.com/publications/cello-and-bow-articles/string-and-case-reviews/string-tension-charts/>, zuletzt aufgerufen am 10. Februar 2017.

Masse $m = 7,7686$ g. Dagegen liegt die gewogene Masse des Standard-Wolftöters mit $m = 6,9965$ g etwa 18 Prozent über der aus den Messungen ermittelten effektiven Masse $m_{eff} = 5,73$ g.

Als Grund für diese Abweichungen kommt einerseits die im Modell nicht berücksichtigte Dämpfung in Frage, andererseits sind auch die Ausdehnungen der jeweiligen Wolfdämpfer in Saitenrichtung gegenüber der Violoncello-Nachlänge nicht zu vernachlässigen. Da die effektive Masse des Standard-Wolftöters allerdings geringer als die eigentliche Masse ist, obwohl wegen der Gummihülse eher eine stärkere Dämpfung und damit eine tiefere Frequenz und größere effektive Masse zu erwarten ist, scheint die Länge der Masse entlang der Saite in diesem Fall eine entscheidende Rolle zu spielen. Denn diese Länge des Wolföters reduziert die effektiv schwingende Saitenlänge, was mit einer höheren Resonanzfrequenz verbunden ist beziehungsweise bei den hier durchgeführten Regressionen zu einer geringeren effektiven Masse führt. Jedenfalls ist der Standard-Wolftöter (wie in der Beschreibung unter 3.2.1 angegeben) mit 2,25 Zentimetern Länge der längste der untersuchten Wolföter, was durchaus zu dem hier beobachteten deutlichen Unterschied zwischen gewogener Masse und der effektiven Masse führen mag, welche aus der Regression mit der Saitenlänge $l = 12,8$ cm bestimmt ist, also der unbelasteten Nachlänge.

4.2.2 Monochord: Abhängigkeit von der Saitenspannung

Am mehrfach genannten Versuchsaufbau einer mit Wolfstimmer belasteten Monochord-Saite mit Anregung eines Saitenendes durch einen Schwingerreger (Abb. 3.4) wurde bei der Position $x_0 = l/2$ des Wolfstimmers die Saitenspannung variiert. Dabei wurden jeweils die Frequenzen f_1 und f_2 der beiden tiefen Resonanzen ermittelt. Die Spannkraft T wurde über die Grundfrequenz der unbelasteten Saite f_0 gemäß $T = \mu \cdot (2l \cdot f_0)^2$ bestimmt, woraus auch die hier wichtige Beziehung $f_0 \sim \sqrt{T}$ resultiert. Die gemessenen Resonanzfrequenzen f_1 und f_2 sind in Abb. 4.5 über dieser Grundfrequenz aufgetragen. Durch Einstellung des Winkels γ des Wolfstimmers zur Anregungsrichtung des Schwingerregers konnten die beiden Resonanzen jeweils hervorgehoben werden, was deren Bestimmung erleichterte. Auf der rechten Seite in Abbildung 4.5 sind als Beispiel für diese Methode zwei Spektren gezeigt, mit $\gamma = 0^\circ$ (f_2 hervorgehoben) und $\gamma = 90^\circ$ (f_1 hervorgehoben).

Nach Gleichung (3.1) besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der tiefsten Resonanzfrequenz f_{res} der belasteten Saite und der Grundfrequenz f_0 der unbelasteten Saite:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{mx_0} \left(1 - \frac{x_0}{l}\right)^{-1}} \cdot \sqrt{T} \quad (4.1)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{mx_0} \left(1 - \frac{x_0}{l}\right)^{-1}} \cdot 2l \cdot \sqrt{\mu} \cdot f_0 \quad (4.2)$$

$$= C \cdot f_0 \quad (4.3)$$

Die aus linearer Regression für die beiden gemessenen Resonanzfrequenzen $f_{res} = f_1$ und $f_{res} = f_2$ (Abb. 4.5) ermittelten Konstanten C sind $C_1 = 0,34858$ und $C_2 = 0,49249$. Damit kann nach Umformung von Gleichung (4.2) jeweils die Masse m berechnet werden, die

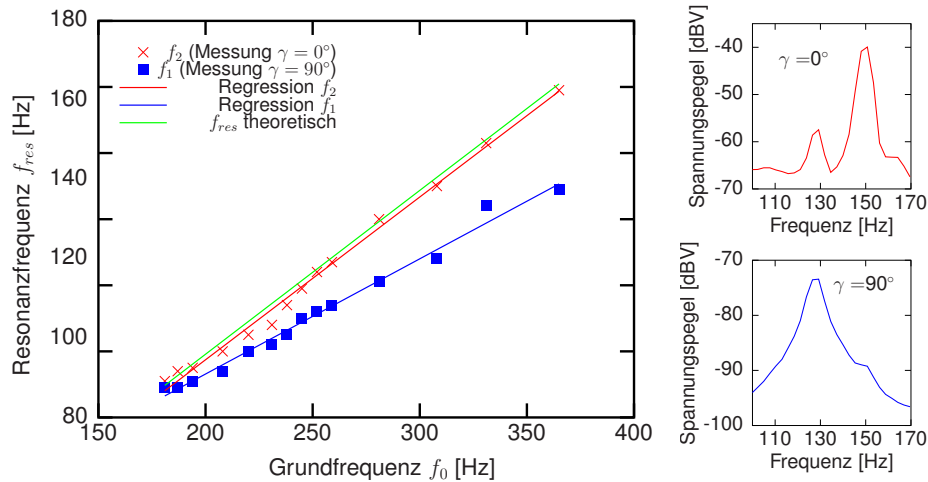


Abbildung 4.5: Links: Die beiden tiefen Resonanzen einer bei $x_0 = l/2$ mit Wolfstimmer belasteten Monochord-Saite, deren Grundfrequenz ohne Belastung f_0 über die Saitenspannung variiert wird. Rechts: Durch Auswahl des Winkels γ wird jeweils eine der Resonanzen stärker angeregt: Bei $\gamma = 0^\circ$ die höhere und bei $\gamma = 90^\circ$ die tiefere Resonanz; dargestellt ist die Messung bei $f_0 = 308$ Hz.

hier effektive Masse m_{eff} genannt werden soll, da es sich nicht unbedingt um die Masse des Wolfstimmers handelt:

$$m_{eff} = \frac{l^2 \mu}{\pi^2 C^2 x_0} \cdot \left(1 - \frac{x_0}{l}\right)^{-1}. \quad (4.4)$$

Die Saitenlänge betrug $l = 0.55$ m, der Saitendurchmesser 0,7 mm und die Saitendichte $\rho = 7800$ g/m³, beziehungsweise $\mu = 3 \cdot 10^{-3}$ kg/m. Damit ergeben sich die beiden effektiven Massen $m_{eff,1} = 5,505$ g und $m_{eff,2} = 2,757$ g. Mit der tatsächlichen Masse des Wolfstimmers $m = 2.7720$ g ergibt sich nach Gleichung (4.4) eine Konstante von $C_{res} \approx 0,5$. Die zugehörige Gerade $f_{res}(f_0)$ ist ebenfalls in Abbildung 4.5 dargestellt und verläuft entsprechend sehr nahe an der Regressionsgeraden zur höheren Frequenz f_2 . Also ist in diesem Fall die höhere Resonanzfrequenz f_2 mit der geringeren effektiven Masse $m_{eff,2}$ am nächsten an der theoretischen Frequenz f_{res} , beziehungsweise $m \approx m_{eff,2}$.

4.3 Aufsetzhöhe

Dass die Entstehung der zwei Resonanzen des Saite-Wolfstimmer-Systems von der Geometrie des Wolfstimmers abhängt, kann durch einen weiteren Versuch bestätigt werden, bei dem der Wolfdämpfer wiederum unterschiedlich auf die Saite aufgesetzt wird. Wie in Abbildung 4.6 veranschaulicht, kann der Abstand der U-förmigen Biegung des Wolfstimmers zur Saite verändert werden – dieser Parameter wurde hier *Aufsetzhöhe* h genannt. Für die Schwingung des Systems ist die Aufsetzhöhe insofern relevant, als damit der Abstand des Schwerpunkts des Wolfstimmers zur Saitenmitte geändert wird, siehe Abbildung



Abbildung 4.6: Verschiedene Aufsetzhöhen h des „Wolfstimmers“ auf der Saite.

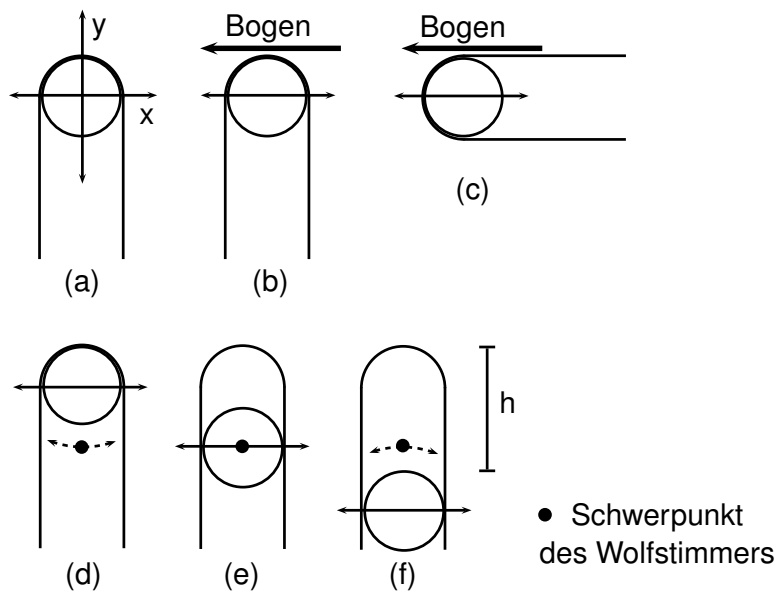


Abbildung 4.7: Zum Schwingungsverhalten des Wolfstimmers auf der Saite. (a): Bezeichnung der Polarisationsrichtungen in Bezug auf den Wolfstimmer. (b),(c): Beim direkten Anstreichen des Wolfstimmers können die tiefen Resonanzen (f_1 und f_2) jeweils separat angeregt werden. (d-f): Je nach Aufsetzhöhe ändert sich der Abstand des Schwerpunkts des Wolfstimmers zur Saitenmitte und damit das Schwingungsverhalten bei Anregung in x-Richtung, es findet eine *exzentrische Rotation* statt.

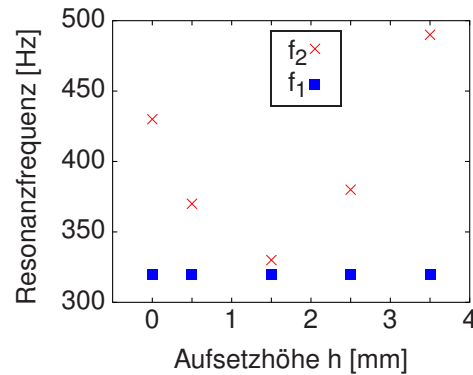


Abbildung 4.8: Frequenzen der beiden tiefen Resonanzen des Wolfstimmers auf der Nachlänge einer Geige in Abhängigkeit von der Aufsetzhöhe h .

4.7 (d), (e) und (f). In dieser Illustration sind außerdem schon mögliche Rotations- beziehungsweise Torsionsbewegungen des Wolfstimmer-Saite-Systems eingezeichnet, die je nach Aufsetzhöhe bei Anregung in x -Richtung beobachtet werden könnten.

In einer Messung an der Nachlänge einer Geige (Geige I, wie oben mit Zupfanregung und Aufzeichnung des abgestrahlten Schalls) äußert sich die Änderung der Aufsetzhöhe lediglich in einer Änderung der höheren Resonanz f_2 , siehe Abbildung 4.8. Der resultierende Verlauf dieser Frequenz $f_2 = f_2(h)$ zeigt eine annähernd symmetrische beziehungsweise parabolische Abhängigkeit ($f_2 \sim (h - 1,5 \text{ mm})^2$) mit Symmetrieachse etwa bei mittlerer Aufsetzhöhe $h = 1,5 \text{ mm}$, für die der Schwerpunkt des Wolfstimmers wahrscheinlich mit der Saitenachse zusammenfällt. Bei dieser Aufsetzhöhe liegen die beiden Resonanzfrequenzen sehr dicht zusammen: $f_1 = 320 \text{ Hz}$, $f_2 = 330 \text{ Hz}$.

Für die weitere Deutung ist außerdem von Interesse, dass sich die Resonanzen f_1 und f_2 separat anregen lassen, indem der Wolfstimmer bei einer Aufsetzhöhe von $h = 0 \text{ mm}$ direkt mit einem Bogen angestrichen wird. Der Wolfstimmer kann entweder (b) am U-förmigen Knick angestrichen werden, was einer Anregung in x -Richtung entspricht, oder (c) an seiner flachen Seite, was Wolfstimmer und Saite vornehmlich in y -Richtung anregt. In Abbildung 4.7 sind diese beiden Anregungsmöglichkeiten skizziert. Im ersten Fall (b) wird auf der Geigennachlänge ausschließlich die höhere Resonanz f_2 angeregt, im zweiten Fall (c) ist die tiefe Resonanz f_1 zu hören. Im Grunde entspricht dieser Versuch den unter 4.1 und 4.2 beschriebenen Messungen am Monochord bei unterschiedlichen Winkeln γ (vgl. Abbildungen 3.4, 4.2), wobei hier der Fall (b) mit $\gamma = 90^\circ$ und der Fall (c) mit $\gamma = 0^\circ$ vergleichbar ist, auch wenn jeweils die Anregungsrichtung in Bezug auf den Winkel berücksichtigt wird. Hier besteht also ein Widerspruch in Bezug auf die jeweils hauptsächlich angeregte Resonanz f_1 oder f_2 , wie sich durch Vergleich mit den beiden Spektren in Abbildung 4.5 zeigt: Bei Anregung der Saite parallel zum Wolfstimmer ($\gamma = 0^\circ$) dominiert auf dem Monochord die höhere Resonanz f_2 , bei Anregung senkrecht zum Wolfstimmer ($\gamma = 90^\circ$) wird vor allem die tiefere Frequenz f_1 angeregt.

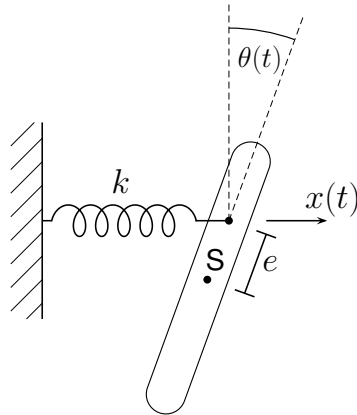


Abbildung 4.9: Modell für die exzentrische Mode des Wolfstimmers auf einer Saite. Die nur in x -Richtung bewegliche Feder greift im Abstand e vom Schwerpunkt S eines starren Körpers an, vgl. Abb. 4.7.

4.4 Modellierung als DGL mit zwei Freiheitsgraden

Die Abhängigkeit der Resonanz f_2 von der Aufsetzhöhe h kann im Fall der Nachlänge der Geige (wie in Abb. 4.8) über ein Masse-Feder-Modell beschrieben werden, siehe Abbildung 4.9: Ein starrer Körper der Masse m ist im Abstand e von seinem Schwerpunkt S an einer Feder (k) befestigt. Die lineare Auslenkung der Feder ist $x = x(t)$, senkrecht dazu kann sie nicht ausgelenkt werden. Der Körper kann dabei um den Aufhängungspunkt rotieren, was über den Winkel $\theta = \theta(t)$ angegeben wird. Diese Schwingungsform wird hier als *exzentrische Rotation* bezeichnet werden, da der Angelpunkt im Allgemeinen nicht mit dem Schwerpunkt übereinstimmt. Die Dynamik dieses Modells ist für kleine Winkel θ in den Bewegungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} m & -me \\ -me & me^2 + J_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

enthalten, wobei J_S das Trägheitsmoment des starren Körpers mit dem Schwerpunkt als Rotationszentrum ist⁴. Mit dem Lösungsansatz

$$x = X \cdot e^{i\omega t} \quad \longrightarrow \quad \ddot{x} = -\omega^2 X e^{i\omega t} \quad (4.6)$$

$$\theta = \Theta \cdot e^{i\omega t} \quad \longrightarrow \quad \ddot{\theta} = -\omega^2 \Theta e^{i\omega t} \quad (4.7)$$

ergibt sich aus 4.5 nach wenigen Umformungen die Eigenwertgleichung

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{m} + \frac{e^2}{J_S}\right)k & 0 \\ \frac{ek}{J_S} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Theta \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} X \\ \Theta \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

⁴Das Modell und die zugehörigen Bewegungsgleichungen orientieren sich am Beispiel 4.7.3 in [70]. Die Bewegungsgleichungen sind aber davon losgelöst nochmals in Anhang A hergeleitet.

mit der einen nichttrivialen Lösung

$$\omega^2 = \frac{k}{m} + \frac{e^2 k}{J_S}. \quad (4.9)$$

Fallen Schwerpunkt und Rotationszentrum zusammen, das heißt im Fall $e = 0$, ergibt sich als Lösung die Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ eines harmonischen Oszillators und es gibt keine zusätzliche Rotation⁵. Für alle anderen Werte $e \neq 0$ rotiert auch der starre Körper mit, wobei in Gleichung 4.9 für kleine Abstände e der quadratische Anteil überwiegt, wie die hier bis zur zweiten Ordnung aufgeschriebene Taylor-Entwicklung mit Entwicklungszentrum $e = 0$ zeigt:

$$\omega(e) \approx \omega_0 + 0 + \frac{k}{2J_S} \frac{1}{\omega_0} \cdot e^2. \quad (4.10)$$

Für die höhere der beiden tiefen Resonanzfrequenzen des Wolfstimmer-Nachlänge-Systems f_2 kann davon ausgehend also angesetzt werden:

$$f_2(e) = A \cdot e^2 + B, \quad (4.11)$$

mit den Parametern

$$A = \frac{1}{2\pi} \frac{k}{J_S} \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{1}{2\pi} \frac{k}{J_S} \omega_0 \quad (4.12)$$

$$B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \omega_0. \quad (4.13)$$

Zur Überprüfung des Modells sollen die Gleichungen (4.12) und (4.13) nach dem Trägheitsmoment

$$J_S = \frac{mB}{A}, \quad (4.14)$$

aufgelöst werden, welches unten mit dem für den Wolfstimmer berechneten Trägheitsmoment verglichen wird.

Aus einer quadratischen Regression der in Abbildung 4.8 dargestellten Messpunkte $f_2(h)$ wird zunächst der Scheitelpunkt bestimmt: $h_S = (1, 5126 \pm 0, 13)$ mm, wobei die Fehlerangabe aus den Standardabweichungen der Regressionsparameter berechnet ist. Der Scheitelpunkt h_S entspricht nach dem Modell dem Schwerpunkt, von dem aus die Koordinate e gemessen wird. Daher werden die h -Werte zunächst mittels der Koordinatentransformation

$$e = h - h_S \quad (4.15)$$

so verschoben, dass der Scheitelpunkt im Ursprung liegt. Dann können die Kurvenparameter A und B für Gleichung (4.11) ermittelt werden:

$$A = (40, 36 \pm 2, 7) \text{ Hz/mm}^2, \quad B = (334 \pm 5, 5) \text{ Hz}, \quad (4.16)$$

⁵Im Eigenvektor $[X, \Theta] = [1, me/(J_S + me^2)]$ ist für $e = 0$ auch $\Theta = 0$.

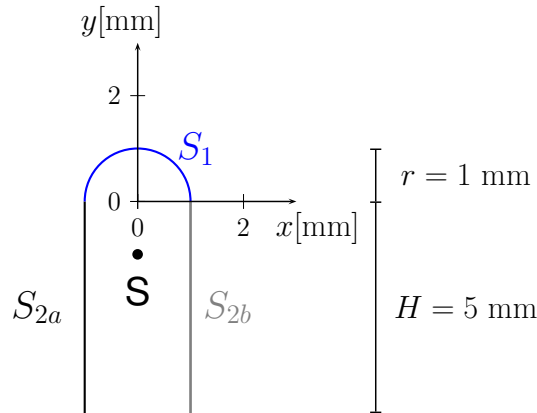


Abbildung 4.10: Skizze des Wolfstimmers (für Geige/ Viola) im Querschnitt zur Berechnung des Flächenträgheitsmoments.

wobei jeweils die Standardabweichungen aus der Regression angegeben sind. Mit diesen Werten ergibt sich für das Trägheitsmoment mit Rotationsachse im Schwerpunkt ($e = 0$) nach Gleichung (4.14):

$$J_S = (11,1 \pm 0,8) \text{ g mm}^2, \quad (4.17)$$

wobei der hier angegebene Fehler über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz mit den Standardabweichungen aus Gleichung (4.16) berechnet ist.

Zum Vergleich wurde das Flächenträgheitsmoment J_S des Wolfstimmers nach dem in Abbildung 4.10 gezeigten Modell berechnet. Darin ist der Wolfstimmer in drei Abschnitte aufgeteilt – in die parallelen Verläufe der jeweiligen Länge H bei $x = -r$ und $x = +r$, und den Halbkreis mit Radius r mit Zentrum im Ursprung. Die Schwerpunktkoordinate in y -Richtung ist in diesem Fall $y_S = -0,5126$ mm, da zwischen der Aufsetzhöhe und der neuen Koordinate y der Zusammenhang $h = y + 1$ mm besteht. Zur weiteren Vereinfachung wird die Struktur als sehr dünn angenommen, das heißt, die Masse sei auf die Kurve konzentriert. Das Trägheitsmoment J_S für dieses Modell mit Rotationsachse im Schwerpunkt ist dann

$$J_S = mr^2 + \frac{2m}{3(2H + \pi r)} H^3 - my_S, \quad (4.18)$$

was im Anhang (Abschnitt B) hergeleitet ist. Mit den Abmessungen $H = 5$ mm, $r = 1$ mm und $y_S = -0,5126$ mm ergibt sich aus Gleichung (4.18) schließlich ein Trägheitsmoment von

$$J_S = (10 \pm 5 \text{ g}) \text{ mm}^2, \quad (4.19)$$

wobei die für die Fehlerrechnung angenommenen Messfehler von $\Delta H = \Delta r = 0,2$ mm in diesem Fall geschätzt wurden. Es muss dabei beachtet werden, dass die reale Form des Wolfstimmers von der in Abbildung 4.10 gezeigten Idealform abweicht: Einerseits ist die Biegung im Querschnitt nicht perfekt kreisförmig, andererseits besteht die zusätzliche Krümmung in Längsrichtung, siehe dazu Abbildung 3.1. Obwohl außerdem nicht klar ist, inwiefern im Wolfdämpfer-System die Masse der Saite gegenüber der Zusatzmasse m eine



Abbildung 4.11: Wolfstimmer auf Monochord, aufgenommen mit Hochgeschwindigkeitskamera: Drei Frames (bei $t = 83$ ms, $t = 108$ ms und $t = 440$ ms) aus der in Abbildung 4.12 analysierten Aufnahme.

Rolle spielt, stimmen die über die zwei verschiedenen Methoden ermittelten Trägheitsmomente J_S also im Rahmen der Messungenauigkeiten gut überein. Diese Übereinstimmung ist in Kombination mit der Regression der Messwerte (Abbildung 4.8) nach Gleichung (4.11) als starkes Argument für die Gültigkeit des Modells für die Zusatzresonanz der Geigennachlänge mit Wolfstimmer.

4.5 Messungen mit Hochgeschwindigkeitskamera

Für eine umfassendere Bewegungserfassung und -analyse wurde die Schwingung des Wolfstimmers auf einer Monochordsaite mit einer Hochgeschwindigkeitskamera⁶ aufgenommen. Es wurde zwar auch versucht, die Dynamik von Wolfstöttern auf der Nachlänge von Violoncello und Geige mit der Hochgeschwindigkeitskamera zu erfassen, aber durch die in diesen Fällen geringen Auslenkungen konnten keine aufschlussreichen Ergebnisse erzielt werden. In Abbildung 4.11 sind drei Einzelbilder aus der hier ausgewählten und ausgewerteten Aufnahme an einem Monochord der Saitenlänge $l = 106,7$ cm gezeigt. Es zeigt sich einerseits, dass sich die Schwingung des Wolfstimmers auf der Saite aus zwei Polarisationsrichtungen zusammensetzt, und andererseits, dass die Schwingung mit einer pendelartigen Bewegung der Masse verbunden ist. Mit Hilfe der Software ProAnalyst wurde die mit Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnete Bewegung für die anschließende Analyse ausgewertet. Dabei konnte die Aufnahme-Perspektive berücksichtigt werden, um die transversale Bewegung (hier in der x-y-Ebene) vor allem auch im Hinblick auf die Polarisation auszuwerten. Als Ziel für die Bewegungserfassung wurde in der Software die Reflexion an der zur Kamera zeigenden U-förmigen Biegung des Wolfstimmers gewählt, siehe Abbildung 4.11. Mit der verwendeten Hochgeschwindigkeitskamera war wegen beschränkter Speicherkapazität bei einer Abtastrate von 600 Bildern (Frames) pro Sekunde eine Aufzeichnungsdauer von nur 1,7 Sekunden möglich.

In Abbildung 4.12 ist die auf die geschilderte Weise erfasste Bewegung dargestellt: Links oben sind die Auslenkungen in x- und y-Auslenkungen über die gesamte Aufzeichnungsdauer gegeneinander aufgetragen, wobei ein hellerer Blauton für die ersten 0,58 Sekunden gewählt wurde und ein dunkleres Blau für den Rest der Aufnahme. Dies soll

⁶Modell „MemView“ von Southern Vision Systems, Inc.

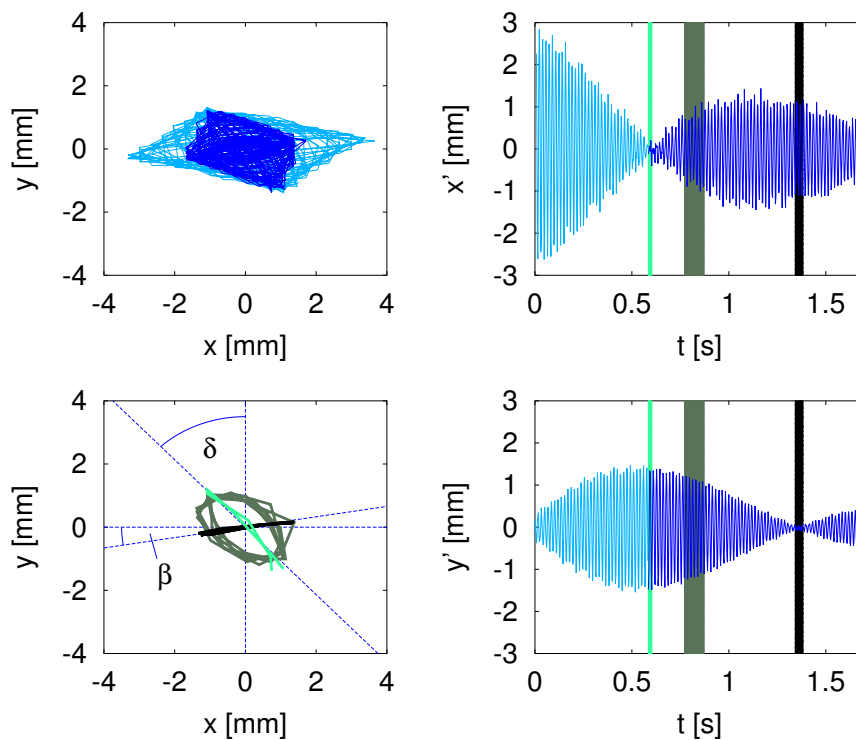


Abbildung 4.12: Mit Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnete Bewegung des Wolfstimmers auf einer Monochordsaite. *Links:* Trajektorien in einer Ebene senkrecht zur Saite (oben: ganze Aufzeichnung; unten: ausgewählte Zeit-Intervalle mit unterschiedlicher Polarisation). *Rechts:* Auslenkungen des Wolfstimmers in den beiden linearen Polarisationsrichtungen.

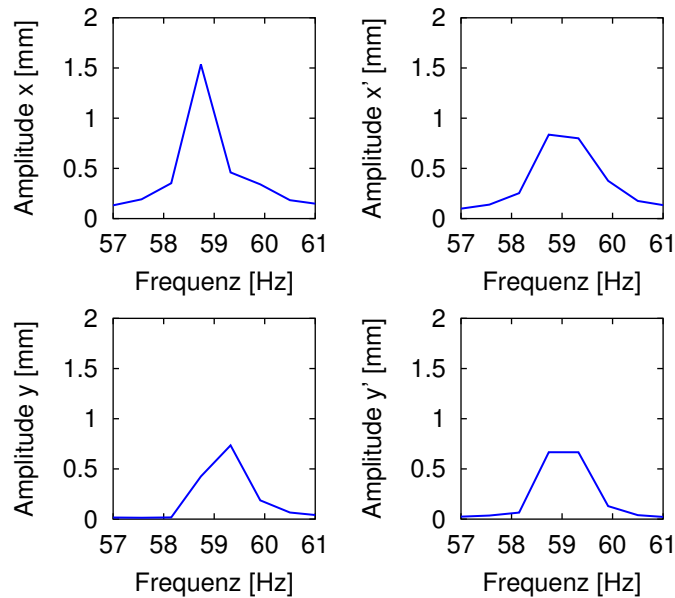


Abbildung 4.13: Spektren der Bewegungen des Wölfötters auf der Monochordsaite in x - und y -Richtung (links) und in den Richtungen x' und y' nach Koordinatentransformation (rechts); vgl. Abbildung 4.12.

die Schwingungsdämpfung veranschaulichen. Unten links sind drei ausgewählte Intervalle derselben Aufzeichnung gezeigt, in denen die Schwingung jeweils eine der drei beobachteten qualitativ verschiedenen Polarisierungen aufweist. Diese Intervalle sind mit jeweils unterschiedlicher Farbe dargestellt: Es gibt zwei Richtungen mit linearer Polarisierung, die in der Darstellung farblich⁷ und außerdem mit den Winkeln β und δ gekennzeichnet sind, um die sie von der x -, beziehungsweise y -Richtung abweichen⁸. Es ist dabei wichtig zu bemerken (auch für die Interpretation der vorangegangenen Experimente), dass diese Winkel von der Zupfanregung abhängen, also abhängig von Stärke und Richtung der Anregung leicht variieren. Dennoch tritt qualitativ immer dieselbe, hier beschriebene, Schwingungsform auf. Abgesehen von den kurzen Intervallen linearer Polarisierung wird zu allen anderen Zeiten elliptische Polarisierung beobachtet; als Beispiel ist in Form des grauen Graphen das Intervall von $t = 0,77$ s bis $t = 0,87$ s ausgewählt. Die Ellipsen ändern kontinuierlich ihre Form, so dass sich als Einhüllende in der x - y -Ebene Rhomben entwickeln, wie in der x - y -Darstellung links oben in Abbildung 4.12 zu erkennen ist. Die Größe dieser Rhomben verändert sich außerdem mit dem Abklingen der Schwingung, wie durch die farbliche Markierung (hellblau/ blau) deutlich wird. Das liegt wahrscheinlich daran, dass die beiden Polarisationsrichtungen unterschiedliche Dämpfungsgrade haben. Die aufgezeichneten x - y -Auslenkungen wurden weiterhin durch Drehung um den Winkel $-\beta$ (für die x -Richtung) und $-\delta$ (für die y -Richtung) auf die linearen Polarisationsrichtungen projiziert, um die Bewegungen in diesen Richtungen zu untersuchen. Drehungen um einen Winkel α in der

⁷Hellgrüner Graph (ab $t = 0,58 - 0,60$ s) und schwarzer Graph ($t = 1,34 - 1,38$ s).

⁸ $\beta = 0,163$ rad, $\delta = 0,818$ rad.

x-y-Ebene können über eine Drehmatrix R_α berechnet werden:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = R_\alpha \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Die aufgezeichnete Bewegung kann also mit folgender Transformation auf die Polarisationsrichtungen projiziert werden:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = R_{\beta,\gamma} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ -\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Die auf diese Weise transformierten Signale x' und y' sind auf der rechten Seite von Abbildung 4.12 dargestellt. Darin entsprechen die farbig unterlegten Intervalle den in der Abbildung links unten gezeigten Ausschnitten. Ebenso gibt die hell- und dunkelblaue Farbgebung in beiden Graphen die in der x-y-Bewegung (Abb. 4.12 links oben) bereits angemerkte Aufteilung wieder (Übergang ist bei $t = 0,59$ s).

Mit Hilfe der Koordinatentransformation nach Gleichung 4.21, das heißt auf Grund der Projektion auf die Polarisationsrichtungen, wird die Ähnlichkeit der aufgezeichneten Bewegung mit den in Kapitel 2 betrachteten gekoppelten Oszillationen deutlich. Wie beim Phänomen des Wolftons selbst, bei gekoppelten Pendeln und bei der Schwingungsdämpfung durch Schwingungstilger sind hier in beiden Koordinaten x' und y' die Amplitudenvariationen gegenphasig. Das heißt in diesem Fall, dass die Energie zeitweise fast gänzlich in einer der beiden Polarisationsrichtungen gespeichert ist und also periodisch zwischen den beiden Moden ausgetauscht wird. Insbesondere Ramans Wolfonmessungen illustrieren diesen periodischen Energieaustausch zwischen Saite und Korpus [117], Ramans Messungen ähneln andererseits den an gekoppelten Pendeln beobachteten Vorgängen, siehe Abbildung 2.3.

Darüber hinaus geben die aus den Auslenkungen in den jeweiligen Richtungen x , x' , y und y' berechneten Spektren, die in Abbildung 4.13 dargestellt sind, weiteren Aufschluss über die Herkunft der beiden tiefen Resonanzen f_1 und f_2 . Trotz der geringen Abtastfrequenz von etwa 0,6 Hz lässt sich in den Spektren deutlich erkennen, dass die tiefere Resonanzfrequenz ($f_1 = 58,7$ Hz) in der Auslenkung in x-Richtung und die höhere Resonanzfrequenz ($f_2 = 59,3$ Hz) in der Bewegung in y-Richtung dominant ist. In den Richtungen linearer Polarisation x' und y' dagegen werden beide Resonanzen angeregt, was entsprechend der Grund für die in den Auslenkungen x' und y' beobachteten Schwebungen sein dürfte. Denn diese Schwebungen haben eine Frequenz von etwa 0,8 Hz (siehe Abb. 4.12, rechts), was im Rahmen der Ungenauigkeit der Frequenzdifferenz $f_2 - f_1$ entspricht, wie es für eine Schwebung auch sein muss.

4.6 Diskussion: Aufspaltung der Grundmode

Die bisher in diesem Kapitel geschilderten und bereits separat besprochenen Versuche sollen hier zusammenfassend diskutiert werden. Dazu sind die Versuche in Tabelle 4.2 aufgelistet, wobei jeweils das verwendete Instrument und die Saitenlänge angegeben sind sowie die im Experiment variierten beziehungsweise konstanten Parameter. Bei Verwendung des

Nr.	Instrument	l [cm]	Parameter (var. konst.)		Abschnitt
①	Geigen-Nachlänge (G)	5,8	γ	$h = 0, x_0 = 17 \text{ mm}$	4.1
②	Monochord	30	γ	$h = 0, x_0 = l/2$	4.1
③	Cello-Nachlänge (C)	12,8	x_0	$h = 0, \gamma = 0^\circ$	4.2
④	Monochord	55	T, γ	$h = 0, x_0 = l/2$	4.2
⑤	Geigen-Nachlänge (G)	5,8	h	$x_0 = 17 \text{ mm}$	4.3
⑥	Monochord	106,7	–	$h = 0, x_0 = l/3,$ $\gamma = 0^\circ$	4.5

Tabelle 4.2: Zusammenfassung der Messungen mit Wolfstimmer auf Saiten verschiedener Instrumente; dazu die jeweilige Saitenlänge und die variierten und konstanten Parameter.

Wolfstimmers gibt es statt einer Mode mit dem durch Gleichung (3.1) beschriebenen Verlauf $f_{res}(x_0)$ in Abhängigkeit von der Position x_0 der Masse auf der Saite zwei Moden. Die beiden Verläufe $f_{res}(x_0)$ halten gemäß den Experimenten (siehe Abb. 3.6, 3.7 und 3.10) einen annähernd konstantem Frequenzabstand ein und zeigen damit qualitativ dasselbe Verhalten. Es ist nicht unmittelbar klar, ob eine dieser beiden tiefsten Resonanzfrequenzen, f_1 oder f_2 , als die nach Gleichung (3.1) berechnete Grundfrequenz f_{res} betrachtet werden kann. Es könnte auch eine Aufspaltung der Mode wegen gekoppelter Oszillationen vorliegen, wie in Abschnitt 2.2 besprochen, so dass keine der beiden Resonanzfrequenzen der vorhergesagten Frequenz f_{res} entspricht. Bei anderen Wolfstöttern wurde der Effekt jedenfalls nicht beobachtet.

Wenn die Anregungsrichtung in Bezug auf den Wolfstimmer geändert wird, ändert sich auch das Verhältnis der Amplituden der beiden Resonanzfrequenzen f_1 und f_2 (siehe Versuche ①, ② und ④). Die Aufspaltung der Grundmode muss also auf Grund der Geometrie des Wolfstimmers entstehen, die von der Axialsymmetrie abweicht. Das bedeutet, dass die Polarisation der Saitenschwingung eine Rolle spielt. Es stellt sich daher die Frage, was für eine Eigenschwingung mit der jeweiligen Resonanzfrequenz auftritt. Dazu sollen die Messergebnisse rekapituliert werden (Tabelle 4.2):

- Nach Messung ② am Monochord der Saitenlänge $l = 0,3 \text{ m}$ ist keine eindeutige Zuordnung möglich, da die theoretisch ermittelte Resonanzfrequenz f_{res} zwischen den gemessenen liegt (wenn auch näher an der tieferen): $f_1 < f_{res} < f_2$. Nach der Winkelabhängigkeit ist die höhere Frequenz f_2 mit der Schwingung in y-Richtung verbunden.
- Auch die Messung ③ an der Cello-C-Saiten-Nachlänge gibt keinen definitiven Aufschluss, denn die gewogene Masse des Wolfstimmers liegt ebenfalls zwischen den für die beiden Resonanzen bestimmten effektiven Massen. Außerdem ist der Einfluss der Länge des Wolfstimmers entlang der Saite bei in diesem Fall relativ kurzer Saitenlänge (Cello-Nachlänge mit $l = 12,8 \text{ cm}$) nicht geklärt.
- Aus Messung ④ am Monochord der Länge $l = 0,55 \text{ m}$ geht hervor, dass die höhere Resonanz f_2 der theoretischen Resonanz entspricht: $f_2 = f_{res}$. Auch hier ist die

zugehörige Schwingung in y-Richtung.

- Messung ⑤ an der Nachlänge einer Geigen-G-Saite ($l = 4,7$ cm): Bei Änderung der Aufsetzhöhe, was mit Änderung des Trägheitsmoments des Wolfstimmers verbunden ist, ändert sich nur die höhere Resonanzfrequenz f_2 . Auch die Modellierung mit Federschwinger bestätigt in diesem Fall die Hypothese, dass $f_1 = f_{res}$.
- Im Fall einer angezupften Monochord-Saite ergibt die Aufzeichnung mit Hochgeschwindigkeitskamera ⑥, dass die beiden beobachteten Richtungen linearer Polarisation, in deren Schwingung beide Resonanzfrequenzen vorliegen, nicht die Richtungen der Eigenschwingung sind. Tatsächlich enthalten – wie prognostiziert – die Schwingungen in x- und y-Richtungen die beiden Resonanzfrequenzen separat. Die Zusammensetzung der elliptischen Schwingung in der x-y-Ebene hängt von der Anregung ab. Außerdem werden die vermuteten Pendel- bzw. Torsionsbewegungen des Wolfstimmers beobachtet.

Nach Messung ⑤ an der Geigensaitennachlänge und dem Versuch an derselben, den Wolfstimmer direkt anzustreichen, was bei paralleler Ausrichtung zur Streich- und somit Schwingungsrichtung die tiefere Frequenz f_1 und bei senkrechter Ausrichtung dazu die höhere f_2 anregte, scheint die Hypothese gerechtfertigt, dass es beim Wolfstimmer auf der Saite eine zusätzliche höhere Eigenfrequenz gibt, die mit exzentrischer Anregung in x-Richtung und Rotation der Masse verbunden ist, und eine dazu senkrechte Eigenmode ohne Rotation, die der theoretischen Resonanz einer Punktmasse auf der Saite entspricht. Die zu Grunde liegenden Versuche sind allerdings nur auf der Nachlänge der G-Saite einer Geige durchgeführt worden mit dem Wolfstimmer für Geige/ Viola.

Dagegen legen die Versuche ④ und ⑥ mit dem für Violoncello angepasstem Wolfstimmer an längeren Monochordsaiten ($l = 55$ cm und $l = 106,7$ cm) nahe, dass die Schwingung in x-Richtung, die nach der obigen Hypothese mit der exzentrischen Bewegung und der höheren Frequenz verbunden ist, hier die tiefere Eigenfrequenz hervorruft. Die Schwingung in y-Richtung mit der höheren Eigenfrequenz f_2 entspricht in diesem Fall der sich nach der Theorie ergebenden Frequenz f_{res} für eine Punktmasse. Anhand der beiden Versuche bei mittlerer Saitenlänge, ② und ③ an Monochord ($l = 30$ cm) und Violoncello ($l = 12,8$ cm), können die beiden Resonanzen nicht eindeutig einer bestimmten Eigenschwingung zugeordnet werden.

Aus diesen Überlegungen wird deutlich, dass die für die Geigensaitennachlänge wahrscheinlich zutreffende Hypothese und die entsprechende Modellierung für die Entstehung der zwei Resonanzen im Fall von längeren Saiten nicht mehr bestätigt werden kann. Es stellt sich also die Frage, inwiefern durch die Veränderung der Dimension andere Prozesse an Wichtigkeit gewinnen, die bisher nicht betrachtet oder vernachlässigt worden sind.

Einerseits ist die Ausdehnung der Wolfötter in Saitenrichtung nicht berücksichtigt worden (siehe dazu Acar und Yilmaz [4]). Andererseits ist die Rolle von Torsionsschwingungen der Saite noch nicht explizit untersucht worden. Die Rotation im Modell der exzentrischen Rotation würde aber mit Torsionsschwingungen der Saite einhergehen, die sich hier allerdings von den sonst auf Saiten möglichen Torsionsschwingungen unterscheiden

müssen, die viel höhere Wellengeschwindigkeiten und damit höhere Resonanzfrequenzen aufweisen als die Transversalwellen.

Vorstellbar ist nach den vorliegenden Ergebnissen also, dass der Torsionsanteil mit zunehmender Saitenlänge und dadurch verändertem Direktionsmoment D im Verhältnis zur exzentrischen Bewegung dominanter wird. Im Gegensatz zur exzentrischen Bewegung, bei der die Resonanzfrequenz mit $f_{res} \sim e^2$ (Gl. (4.9)) mit dem Abstand e der Rotationsachse zum Schwerpunkt zunimmt, nimmt umgekehrt bei Torsionsschwingungen die Resonanzfrequenz mit diesem Abstand ab:

$$f = \sqrt{\frac{D}{J}} = \sqrt{\frac{D}{J_S + me^2}}. \quad (4.22)$$

Das heißt, wenn der Torsionsanteil gegenüber dem exzentrischen Anteil überwiegt, wäre die Schwingung in x-Richtung (senkrecht zur Ebene des Wolfstimmers) die Eigenrichtung mit tieferer Frequenz gegenüber der y-Richtung. Die y-Richtung wäre demnach in jedem Fall (kurze oder lange Saite) mit der sich theoretisch für eine Punktmasse ergebenden Resonanzfrequenz assoziiert, während die mit Rotation einhergehende dazu senkrechte Schwingungsrichtung entweder eine im Vergleich höhere (bei kurzer Saite) oder tiefere Frequenz (bei langer Saite) aufweist.

Erste Berechnungen mit dem am Aufhängungspunkt um eine Torsionsfeder erweiterten Federschwinger-Modell⁹ aus Abschnitt 4.4 zeigten aber bereits, dass sich die beiden oszillatorischen Anteile gegenseitig beeinflussen, ähnlich den in Kapitel 2.2 behandelten gekoppelten Oszillatoren. Die resultierende Dynamik ist komplex und der hier entwickelte Erklärungsansatz über das Wechselspiel der jeweiligen oszillatorischen Anteile bedarf jedenfalls einer genaueren Untersuchung an einem erweiterten Modell und im Experiment.

⁹Es kann dafür auf das ursprüngliche und für den Spezialfall angepasste Modell aus [70], Beispiel 4.7.3 (in der dritten Edition), zurückgegriffen werden.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Teil wurden zunächst Gemeinsamkeiten der Phänomenologie gekoppelter Oszillatoren beschrieben, die dann im Speziellen an Wolfstönen auf Streichinstrumenten und vor allem an Schwingungstilgern zur Wolfonabschwächung untersucht wurde. Der Schwerpunkt der experimentellen Untersuchungen lag allerdings weniger darauf, das genannte und vielerorts beobachtete Verhalten gekoppelter Oszillatoren zu demonstrieren. Vielmehr ging es darum, die Eigenschaften der für die Wolfonbekämpfung auf Streichinstrumenten als Schwingungstilger genutzten massebelasteten Saite oder Nachlänge zu erfassen, wobei auch deren Wechselwirkung mit dem jeweiligen Streichinstrument betrachtet wurde.

Wie in Kapitel 2 beschrieben, ist die auffälligste Eigenschaft eines Systems aus gekoppelten Oszillatoren gleicher Frequenz die im Resonanzspektrum des gekoppelten Systems beobachtete Aufspaltung in zwei Resonanzfrequenzen um die ursprüngliche gemeinsame Resonanzfrequenz herum. Dieses Phänomen, das schon an einfachen gekoppelten harmonischen Oszillatoren beobachtet werden kann, ist außerdem der Grund für Wolföne, die durch die Saiten-Korpus-Wechselwirkung entstehen, und ist auch essentiell bei der dynamischen Schwingungsabsorption, also bei Schwingungstilgern. In der musikalischen Akustik findet sich der Effekt vor allem bei der Kopplung zwischen Saiten, zwischen Saiten und Korpus, aber auch bei gekoppelten Platten, beispielsweise der Geigendecke und dem Geigenboden.

In Kapitel 3 dieses Teils sind die Eigenschaften von mit Zusatzmassen beziehungsweise Wolföttern belasteten Saiten untersucht worden. Die mit Wolfötter belastete Nachlänge kann als Schwingungstilger gegen Wolföne eingesetzt werden. Alle untersuchten Wolfötter wurden versuchsweise auf verschiedenen Violoncelli und Geigen gegen deren Wolföne eingesetzt. Die Bewertung erwies sich aber wegen der generellen Unbeständigkeit der Wolföne als schwierig. Es zeigte sich, dass auch ohne Wolfötter die jeweiligen Wolföne je nach „Tagesform“ des Instruments und des Spielers manchmal schwer zu erzeugen waren.

Davon abgesehen wurden in dieser Arbeit jedoch vor allem die Resonanzen der massebelasteten Saite untersucht und modelliert. Am wichtigsten ist in diesem Zusammenhang die Abhängigkeit der Resonanzen von der Position der Masse auf der Saite, was abgesehen von der Wahl der eigentlichen Masse das Abstimmen des Schwingungstilgers auf eine starke Korpusresonanz ermöglicht. Am Versuch mit der gestrichenen Saite wurde außerdem klar, dass die mit Wolfötter belastete Nachlänge – wie von Musikern befürchtet

– tatsächlich den Klang verändert, was als eine über die gezielte Schwingungsabsorption hinausgehende Nebenwirkung aufgefasst werden kann. Insofern ist die Optimierung dieser auf Streichinstrumenten verwendeten Schwingungstilger eine besondere Herausforderung, gerade im Vergleich zu anderen Schwingungstilgern in Architektur oder Maschinenbau. Denn der Klang des gespielten Instruments soll bis auf die zu störende Resonanz möglichst unverändert bleiben.

Bei einem der untersuchten Wolfstöter, dem sogenannten Wolfstimmer, wurde festgestellt, dass die Grundmode in zwei Resonanzen aufspaltet. In verschiedenen Versuchen an Geige, Violonello und Monochord wurde gezeigt, dass dieser Effekt von der Asymmetrie der verwendeten Masse verursacht wird, die dazu führt, dass je nach Polarisationsrichtung der Saitenschwingung die beiden Resonanzen unterschiedlich stark angeregt werden. Die beiden durch die Aufspaltung der Grundmode entstehenden Moden sind also jeweils einer Polarisationsrichtung zuzuordnen. Ausgehend von den Versuchen und der Modellierung (Feder-Masse-Modell) entspricht eine der Moden dem einfachen ursprünglichen Fall der Punktmasse auf der Saite, während die andere zusätzliche Mode mit Rotationsbewegungen der Masse auf der Saite verbunden ist. Eine wie oben beschriebene Aufspaltung durch Kopplung dieser Moden muss in diesem Fall nicht unbedingt vorliegen, ist andererseits aber auch nicht auszuschließen.

Ob die zweite Mode eine tiefere oder höhere Resonanzfrequenz als die einfache Grundmode aufweist, hängt wahrscheinlich auch davon ab, wie stark für die beobachtete Rotations- oder Pendelbewegung der durch die Saite gegebene Torsionsanteil ist. Ein Modell hierzu wurde vorgeschlagen, das wiederum durch Kopplung der Schwingungsarten Torsion und exzentrische Rotation eine komplexe Dynamik aufweist.

Da also im Laufe der Untersuchungen mit dem vom Geigenbauer André Theunis entwickelten und für diese Arbeit von ihm zur Verfügung gestellten Wolfstimmer bald klar wurde, dass abgesehen von der Position auf der Saite auch die Ausrichtung des asymmetrischen Massestücks eine Rolle spielt, konnte ihm die Empfehlung gegeben werden, bei der Installation des Wolfstimmers eben auch darauf zu achten. Seitdem wird der Wolfstimmer tatsächlich mit fotografischer Anleitung verkauft, in der ein Winkel angegeben ist, den der Wolfstimmer zum Instrument haben sollte – dieser Winkel ist allerdings das Ergebnis von André Theunis' eigenen Untersuchungen. Denn die Wechselwirkung zwischen der gestrichenen Hauptlänge und der mit Wolfstöter belasteten Nachlänge in Bezug auf die Polarisationsrichtung konnte in dieser Arbeit noch nicht abschließend bewertet werden. Die gestrichene Saite schwingt zwar vornehmlich parallel zum Bogen, aber für die dadurch angeregte Schwingung der Nachlänge spielt sicher außerdem die Stegschwingung eine Rolle. Auch ein Einfluss des Saitenhalters auf die Schwingung der Nachlänge ist naheliegend – an Violoncelli wurde sogar beobachtet, dass das Wolfstonverhalten selbst von der Wahl des Saitenhalters abhängt [43].

Ein weiteres praktisch umsetzbares Ergebnis ist die für die Abschwächung von Wolfstönen wichtige Abstimmbarkeit der belasteten Nachlänge über die Position der Masse. Für den Wolfstimmer, den es als Ausführung für die Geige oder Viola und für das Violoncello gibt, wurde diesbezüglich Folgendes gefunden: Für das Violoncello muss der Wolfstimmer etwa in der Mitte der Nachlänge installiert werden, auf der Geigennachlänge muss das entsprechend kleinere und leichtere Modell dagegen nahe am Steg oder am Saitenhalter

aufgesetzt werden, damit die belastete Nachlänge jeweils auf die Hauptkorpusresonanzen abgestimmt ist. Auch diese Hinweise wurden mit André Theunis diskutiert.

Schließlich sind einige Ergänzungen zu den vorliegenden Untersuchungen wünschenswert. Dazu zählt zunächst eine Bewertung der Dämpfung der belasteten Nachlänge in Abhängigkeit von Material und Form der aufgesetzten Masse. Eine experimentelle Untersuchung der Abklingzeit bei kontrollierter Saitenanregung ist in diesem Zusammenhang machbar und könnte durch die vorgestellte Modellierung des Systems als Primäroszillator und daran gekoppeltem Schwingungstilger untermauert werden, in dem die Dämpfung bereits formuliert war (siehe Abschnitt 2.2). Für das Verständnis der Funktionsweise sei aber nochmals betont, dass „Dämpfung dem Prinzip des Schwingungstilgers widerspricht“ (nach [70]): Es handelt sich nämlich um Tilgung durch Schwingung, auch wenn die mit dem Schwingungstilger eingebrachte Dämpfung das Systemverhalten mitbestimmt.

Davon abgesehen sollte der Einfluss der Größe der Masse näher untersucht werden. Überhaupt scheint es gerade im Hinblick auf die durch die Polarisierung der Saitenschwingung hervorgerufenen Eigenschaften sinnvoll, weiterführende Experimente an Massen durchzuführen, die in Form, Dimension und Material besser modifizierbar beziehungsweise selbst herstellbar und dadurch auch leichter zu modellieren sind.

Die Dämpfung von Schwingungen bleibt ein aktuelles Thema, gerade auch zur Sicherung von großen Bauwerken wie Hochhäusern und Brücken sowie von Hochspannungsleitungen und Ähnlichem. Gerade wenn wie im Fall von Hochspannungsleitungen und Brücken schon saitenartige Elemente an der Struktur existieren, ist eine Umsetzung der hier gewonnenen Erkenntnisse denkbar: Durch Anbringung von Massen, sozusagen vergrößerten Wolfstöttern, könnten vorhandene Drahtseile oder Leitungen für die Schwingungsabsorption genutzt werden. Auch zusätzlich angebrachte Drahtseile sind denkbar – durch die darauf installierte Masse könnte dieser Schwingungstilger auf die Struktur abgestimmt werden. Die bereits eingesetzten Stockbridge-Schwingungstilger funktionieren nach einem anderen Prinzip: Sie werden zum Beispiel auf Hochspannungsleitungen installiert, deren Schwingung selbst sie auch dämpfen sollen. Dazu weisen die Stockbridge-Schwingungstilger schon alleine, also nicht erst in Kombination mit der Saite oder Leitung wie im Fall der Wolfstöter, die zur Schwingungsabsorption nötigen Resonanzfrequenzen auf (siehe zum Beispiel [31] oder [145]). Ein Einsatz von Massen nach dem Prinzip des Wolfstöter-Nachlänge-Schwingungstilgers ist als komplementäre Methode also durchaus vorstellbar.

Jedenfalls haben die erzielten Untersuchungsergebnisse auch eine über die konkrete Anwendung für Streichinstrumente hinausgehende Relevanz. Für die Wolfstonentstehung und -beseitigung einerseits und für das System der massebelasteten Saite andererseits bleiben – wie hier dargestellt – dennoch genügend offene Fragen, die zu weiteren Studien anregen.

Teil II

Dielektrische Elastomeraktoren (DEAs) als mechanische und akustische Schwingungssysteme

Kapitel 6

Dielektrische Elastomeraktoren

Dielektrische Elastomeraktoren bestehen aus gummiartigen, elastischen Dielektrika, an denen dehnbare Elektroden aufgebracht sind, die sich beim Anlegen einer elektrischen Spannung gegenseitig anziehen. Unter dem so erzeugten elektrostatischen Druck dehnt sich der Aktor, zusammen mit den flexiblen Elektroden, in den zum angelegten Feld senkrechten Richtungen aus, was außerdem durch weitere Randbedingungen gelenkt werden kann. Dieser Effekt wird unter anderem dadurch begünstigt, dass die meisten der verwendeten Elastomere nahezu inkompressibel sind. Der häufig betrachtete Modellfall eines allein stehenden planaren Elastomeraktors ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

In diesem zweiten Teil sollen ausschließlich planare dielektrische Elastomeraktoren insbesondere unter dem Aspekt ihrer dynamischen Ansprache und ihrer Schwingungseigenschaften als Membran betrachtet werden. Im dritten und letzten Teil dieser Arbeit werden Messungen an Streichinstrumenten mit piezoelektrischen Polymerfilmen als Sensoren beschrieben. Kontrastierend sollen daher in diesem Kapitel die wesentlichen Wandlungsprinzipien und die mathematisch-physikalischen Konzepte für die Beschreibung von piezoelektrischen Polymeren einerseits und von dielektrischen Elastomeraktoren andererseits in Bezug auf die hier verwendeten Systeme zusammengefasst werden. Am Ende dieses Kapitels wird das in den nachfolgenden Kapiteln untersuchte System aus Elastomeraktor und weichem optischen Beugungsgitter vorgestellt.

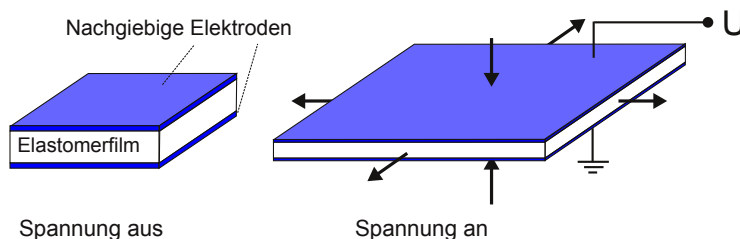


Abbildung 6.1: Prinzip des dielektrischen Elastomeraktors in planarer Konfiguration (nach [106]): Das Anlegen einer elektrischen Spannung führt zur lateralen Ausdehnung des Elastomerfilms.

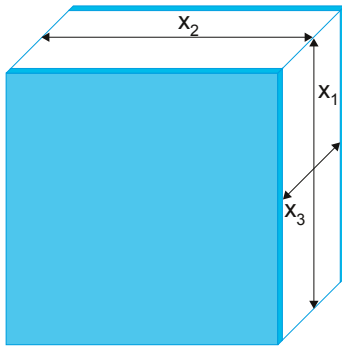


Abbildung 6.2: Modellsystem Plattenkondensator: Dielektrikum (weiß) zwischen zwei Elektrodenflächen (blau).

6.1 Funktionsprinzipien elektroaktiver Polymere

Bei der Betrachtung der Funktionsweise elektroaktiver Polymere ist die Unterscheidung zwischen makroskopischem Effekt und den mikroskopischen (und mesoskopischen) Mechanismen, die den Effekt jeweils bewirken, hilfreich. Um diese beiden bei vielen physikalischen Untersuchungen wichtigen Erkenntnis- oder Beobachtungsebenen, auf die hier eingesetzten elektromechanischen Wandler zu beziehen, kann als Modellsystem ein einfacher quaderförmiger Plattenkondensator mit einem dielektrischen Medium zwischen zwei Elektroden herangezogen werden, siehe Abb. 6.2. Dabei sind die im Folgenden behandelten Dielektrika ausschließlich Polymerfilme.

Für die Beschreibung der Wandlung müssen sowohl elektrische als auch mechanische Größen des Kondensators erfasst werden. Die makroskopischen elektrischen Messgrößen sind die Spannung U oder das elektrische Feld $E = U/x_3$ zwischen den Elektroden, die Ladung $+Q$ oder $-Q$ der Elektroden und der bei Ladungsänderung fließende Strom I . Diese elektrischen Größen sind im Allgemeinen zeitabhängig und hängen miteinander zusammen, wobei die Kapazität C die gegenseitigen Beziehungen herstellt:

$$Q(t) = C \cdot U(t), \quad (6.1)$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU}{dt}. \quad (6.2)$$

Die makroskopischen elektrischen Größen hängen von den mikroskopischen Vorgängen, insbesondere von den verschiedenartigen Ladungsbewegungen im Dielektrikum ab. Dies schlägt sich nach Gleichung (6.1) in der Kapazität C nieder, kann aber äquivalent auch über die elektrische Impedanz Z oder bei bekannter Geometrie des Kondensators über die Permittivität ϵ erfasst werden.

Die Reaktionsfähigkeit des Dielektrikums auf das elektrische Feld ist dabei von der Geschwindigkeit der elektrischen Anregungen abhängig. Diese Abhängigkeit lässt sich am besten spektroskopisch erfassen, das heißt, es wird eine Übertragungsfunktion aufgenommen, die von der Frequenz der sinusförmigen Anregung abhängt. In Bezug auf die hier

besprochenen Dielektrika ist diese Methode daher auch als Dielektrische Spektroskopie bekannt, in der entsprechend Impedanz, Kapazität oder Permittivität als komplexe Größen bestimmt werden. Die Parallelen zur mechanisch-akustischen Spektroskopie liegen dabei auf der Hand – in beiden Fällen kann beispielsweise von Impedanzspektroskopie gesprochen werden. Dabei wird in der Akustik gerne die Admittanz, also im Wesentlichen der Kehrwert der Impedanz, verwendet, während in der dielektrischen Spektroskopie analog eher die (schon begrifflich ähnliche) Permittivität verwendet wird, die beim Plattenkondensator mit der Kapazität über $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = C \cdot x_3 / (x_1 x_2)$ zusammenhängt und über welche sich auch eine direkte Beziehung zu den mikroskopischen Größen herstellen lässt. Es sei außerdem darauf hingewiesen, dass für die elektrischen und mechanischen Eigenschaften von Polymeren die Temperatur eine wichtige Rolle spielt, was hier nicht untersucht wurde – alle Versuche wurden bei Raumtemperatur ($\approx 22^\circ\text{C}$) durchgeführt. Dennoch besteht über das Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip ein Zusammenhang zwischen den vorliegend aufgenommenen Frequenzgängen oder Spektren und Messungen der Temperaturabhängigkeit – sowohl für die mechanischen als auch für die elektrischen Größen.

Für die Charakterisierung der elektro-mechanischen Wandlung sind neben den elektrischen Größen auch die mechanischen Messgrößen zu erfassen: Kräfte und mechanische Spannungen oder Drücke sowie Auslenkungen beziehungsweise Dehnungen oder Verzerrungen. In Bezug auf das betrachtete Modellsystem eines zunächst von äußeren Kräften freien Film-Kondensators sind die mechanischen Größen die Dicke x_3 und die beiden lateralen Längen x_1 und x_2 (im Folgenden auch als Breite bezeichnet), wobei die Indizes sich auf das in Abbildung 6.2 implizierte kartesische Koordinatensystem beziehen. Da in der betrachteten Quader- beziehungsweise Plattengeometrie – einem dünnen Film entsprechend – bei Anwendung einer Normalspannung in 3-Richtung keine Scherspannungen auftreten [141], werden hier statt der ausführlichen Tensornotation nur die auf die drei Richtungen bezogenen Größen angegeben. Änderungen der Längen x_i können dann entweder als Dehnung S_i angegeben werden, also als Längenänderung relativ zur jeweiligen Ausgangslänge $x_{i,0}$,

$$S_i = \frac{x_i - x_{i,0}}{x_{i,0}}, \quad (6.3)$$

oder als Streckung, dem Verhältnis der momentanen Länge zur Ausgangslänge (nach [5]):

$$\lambda_i = \frac{x_i}{x_{i,0}} = 1 + S_i. \quad (6.4)$$

Jede Deformation führt zu mechanischen Spannungen T_i im Material. Im Bereich linearer Elastizität stellt dann der Elastizitätsmodul Y (auch Youngscher Modul) den Zusammenhang zwischen Dehnung und Spannung in Richtung der wirkenden Kraft her:

$$T_3 = Y S_3. \quad (6.5)$$

Die Querkontraktionszahl (oder Poissonzahl) ν gibt die Verbindung zu den lateralen Dehnungen an:

$$S_1 = S_2 = -\nu \frac{T_3}{Y}, \quad (6.6)$$

wobei diese Gleichung nur für ein isotropes Material gilt. Bei zusätzlich an den Quaderseiten angreifenden Kräften, die zum Beispiel beim Vorstrecken eines Films – wie bei Elastomeraktormembranen üblich – auftreten können, überlagern sich nach [141] die Dehnungsanteile, die sich aus den jeweiligen Spannungen ergeben:

$$S_1 = \frac{1}{Y} (T_1 - \nu(T_2 + T_3)), \quad (6.7)$$

$$S_2 = \frac{1}{Y} (T_2 - \nu(T_1 + T_3)), \quad (6.8)$$

$$S_3 = \frac{1}{Y} (T_3 - \nu(T_1 + T_2)). \quad (6.9)$$

Nach Einführung der grundlegenden elektrischen und mechanischen Größen sollen nun die zwei für diese Arbeit wichtigen Kategorien elektromechanischer Wandlung eingeführt werden, Piezoelektrizität und Elektrostriktion, wobei im Folgenden vor allem auf [23, 48] Bezug genommen wird. Demnach lassen sich Piezoelektrizität und Elektrostriktion ungeachtet der ihnen zu Grunde liegenden Mechanismen einfach über den jeweiligen funktionalen Zusammenhang zwischen mechanischer Dehnung und anliegendem elektrischen Feld unterscheiden. Ein piezoelektrischer Effekt liegt bei linearer Abhängigkeit der Dehnung vom elektrischen Feld vor, bei quadratischer Abhängigkeit spricht man von Elektrostriktion. Dabei ist der direkte piezoelektrische Effekt, bei dem mechanische Dehnungen eine elektrische Spannung am Kondensator hervorrufen, immer invertierbar, so dass eine angelegte elektrische Spannung Deformationen des Films hervorruft. Dieser inverse piezoelektrische Effekt folgt dabei demselben funktionalen Zusammenhang wie der direkte Effekt. Bei Dehnung und elektrischem Feld in Dickenrichtung kann diese lineare Beziehung über die piezoelektrische Ladungskonstante d_{33} angegeben werden [37]:

$$S_3 = d_{33}E_3. \quad (6.10)$$

In dieser Arbeit wird der direkte piezoelektrische Effekt genutzt: Piezoelektrische Polymerfilme werden als Sensoren für akustische Messungen eingesetzt. Voraussetzung für Piezoelektrizität ist nach [48] die elastische Heterogenität des Dielektrikums, die bei Deformationen zu Polarisationsänderungen führen.

Elektrostriktion im modernen Verständnis ist im Gegensatz zur Piezoelektrizität durch eine quadratische Abhängigkeit der Dehnungen vom elektrischen Feld (oder der elektrischen Spannung) gekennzeichnet¹. Die einfachste Form von Elektrostriktion ist ein in allen Dielektrika vorkommender Effekt, der in erster Linie aus der gegenseitigen Anziehung der Elektroden oder Kondensatorplatten bei einer angelegten elektrischen Spannung resultiert, aber außerdem durch das Dielektrikum verstärkt wird, das durch seine Polarisation zur dielektrischen Verschiebung beiträgt. Da dieses Phänomen über den Maxwell'schen Spannungstensor beschrieben werden kann, spricht man auch von Maxwell-Spannung. Dielektrische Elastomeraktoren (DEAs) funktionieren nach diesem Prinzip, was im folgenden Abschnitt (6.1.1) ausgeführt werden soll. Da bei der Aktuation eine elektrische Anregung

¹Wie in [48] hervorgehoben, ist die ursprüngliche Definition von Elektrostriktion mit der Änderung der Permittivität unter Dehnung verbunden. Diese Definition wird teilweise immer noch so verwendet [82].

eine mechanische Deformation bewirkt, handelt es sich also um den zur *inversen* Piezoelektrizität analogen Effekt, der ebenso zur Aktuation genutzt wird. Die auf der Maxwell-Spannung beruhende Elektrostriktion ist im Gegensatz zum piezoelektrischen Effekt nicht invertierbar.

6.1.1 Dielektrische Elastomeraktoren

Dielektrische Elastomeraktoren kommen in verschiedenen Konfigurationen vor (siehe zum Beispiel [81]), wobei die planare Bauweise wahrscheinlich die häufigste ist, insbesondere auch zur Illustration des Funktionsprinzips, siehe Abbildung 6.1. In der vorliegenden Arbeit wurde ausschließlich die planare Konfiguration untersucht, bei der der Elastomerfilm meist als gespannte Membran vorliegt; durch flexible, dehnbare Elektroden an dieser Membran wird ein Kondensator mit dem Elastomerfilm als Dielektrikum hergestellt. Die Anziehung der Kondensator-Elektroden auf Grund der Maxwell-Spannung führt bei den Elastomerfilmen nicht nur zu einer Dickenreduktion, sondern auch zu einer wesentlichen lateralen, also zur Anregung transversalen Elongation. Dieser auf der Querkontraktion (siehe Gleichung (6.6)) beruhende Effekt wird durch die Inkompressibilität der verwendeten Elastomere [105] begünstigt, das heißt, sie haben annähernd die für isotrope Materialien maximale Querkontraktionszahl von $\nu = 1/2$ und das Produkt der Streckungen λ_i bleibt konstant:

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1, \quad (6.11)$$

was als Volumenerhaltung oder isochore Randbedingung aufgefasst werden kann. Die mechanischen Spannungen T_{ij} (im Folgenden ist die Tensornotation angegeben) in einem dielektrischen Medium, das einem äußeren elektrischen Feld ausgesetzt ist, ergeben sich aus dem Maxwell'schen Spannungstensor (Gleichung (16,7) in [84], bei Abwesenheit eines Magnetfeldes):

$$T_{ij} = \frac{\epsilon}{4\pi} \left(E_i E_j - \frac{E^2}{2} \delta_{ik} \right), \quad (6.12)$$

worin ϵ die Permittivität des Dielektrikums und δ_{ik} das Kronecker-Delta sind. Ein elektrisches Feld $E = E_3$ in Dickenrichtung führt also zu einer mechanischen Spannung in derselben Richtung

$$T_{33} = -\frac{1}{2} \epsilon E^2. \quad (6.13)$$

Bei linearer Elastizität ergibt sich mit Gleichung (6.5) für die Aktuationsdehnung in Dickenrichtung für den Aktor ohne weitere Randbedingungen

$$S_{33} = -\frac{1}{2Y} \epsilon E^2 \quad (6.14)$$

und über die Querkontraktion nach Gleichung (6.6) für die anderen Richtungen

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\nu}{2Y} \epsilon E^2. \quad (6.15)$$

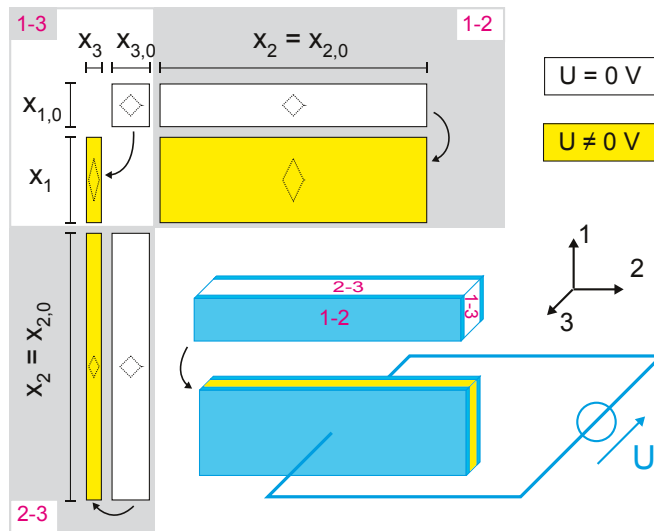


Abbildung 6.3: Schematische Darstellung der *reinen Scherung* an einem dielektrischen Elastomeraktuator (mit $x_2 \gg x_1$ und $\lambda_2 = 1$) unter konstanter Last (nicht eingezeichnet) in 1-Richtung. Die Verzerrungen der drei Querschnittsflächen und die Scherung eines jeweils quadratischen Bereichs auf diesen Flächen sind illustriert.

Wirken außerdem laterale mechanische Spannungen T_{11} und T_{22} , dann ist die Dehnung in Dickenrichtung durch Gleichung (6.8) gegeben, so dass für die Aktuationsdehnung

$$S_{33} = \frac{T_{33}}{Y} = -\frac{1}{2Y} \epsilon E^2 (1 + 2\nu) \quad (6.16)$$

resultiert [82]. Dabei wird – wie schon angemerkt – für die verwendeten Elastomere (hier vor allem Silikon und Acrylat) meist eine Querkontraktionszahl von $\nu = 1/2$ angenommen. Davon abgesehen gelten die hier hergeleiteten Gleichungen allgemein für Dielektrika im linearen elastischen Bereich, also für kleine Dehnungen. Für die Modellierung der bei Elastomeraktoren großen Deformationen muss einerseits das hyperelastische Spannungs-Dehnungs-Verhalten der verwendeten Elastomere berücksichtigt werden. Andererseits unterliegen Elastomeraktoren in der Praxis weiteren Randbedingungen, um überhaupt eine Bewegung oder eine Deformation an anderen Systemen bewirken zu können.

Eine der Standardkonfigurationen sowohl zur Messung der elastischen Eigenschaften von Elastomeren als auch der Aktuationsdehnung ist die „reine Scherung“. Dies ist ein uniaxialer Zugversuch an einer Probe, deren Breite x_2 so viel größer ist als die Länge x_1 in Zugrichtung, dass der Film unter Zug von den Rändern abgesehen über den größten Teil der Breite seine Quaderform beibehält und außerdem die Breite x_2 konstant bleibt [142, 143]. Dabei kann eine Vorstreckung λ_2 in Breitenrichtung vorliegen, was zur Optimierung der Elastomeraktoren ausgenutzt werden kann [78], wenn diese in der Konfiguration „reine Scherung“ betrieben werden. Auf den ersten Blick scheint hier jedoch überhaupt keine Scherung vorzuliegen. Dies wird nach [141] erst dann klar, wenn man einen quadratischen Bereich im Material betrachtet, der um 45° zu den Achsen rotiert ist, was in Abbildung 6.3 für einen Elastomeraktuator unter konstanter Last in 1-Richtung dargestellt ist. Die Größe dieses rotierten Quadrats bleibt nun beim Zugversuch in der 2-Richtung konstant und wird in

1-Richtung gestreckt und in 3-Richtung gestaucht. Darin besteht die eigentliche Scherung, die aber auch bei Beobachtung eines entsprechenden Quadrats in der 2-3- oder 1-3-Ebene unter Zug stattfindet. Darüber hinaus ist dieses Verhalten nur für Bereiche zu erwarten, die weit genug vom Rand entfernt sind, so dass keine weiteren Verzerrungen auftreten [143].

Das elastische Verhalten von Elastomeren jenseits des linear-elastischen Bereichs, insbesondere die aus der jeweiligen Versuchskonfiguration² resultierenden Spannungs-Dehnungskurve, kann allgemein mit dem hyperelastischen Modell von Ogden [105] beschrieben werden, das die Inkompressibilität des Mediums voraussetzt:

$$T_i = \sum_{r=1}^N (\mu_r \lambda^{\alpha_r} - p), \quad (6.17)$$

wobei α_r und μ_r Parameter sind, die aus einer Anpassung der Messwerte mit dem Modell bestimmt werden. Sie hängen mit dem Schubmodul (oder Schermodul) μ über

$$2\mu = \sum_{r=1}^N \mu_r \alpha_r \quad (6.18)$$

zusammen [105]. Der beliebige hydrostatische Druck p wird von Ogden wegen der Inkompressibilitätsbedingung eingeführt und kann bei vorgegebenen Randbedingungen eliminiert werden. N bestimmt die Anzahl der Parameter des nichtlinearen Modells, wobei nach [105] mit $N = 3$ für gummiartige Elastomere bereits gute Anpassungen für große Dehnungen möglich sind.

Für die Konfiguration beziehungsweise Randbedingung „reine Scherung“ ist die mechanische Spannung, die in Zugrichtung gemessen wird, nach dem Ogden-Modell

$$T_{11} = \sum_{r=1}^N \mu_r (\lambda_1^{\alpha_r} - \mu_r \lambda_1^{-\alpha_r} \lambda_2^{-\alpha_r}). \quad (6.19)$$

Im Kräftegleichgewicht zwischen Maxwellspannung und der über das Ogden-Modell gegebenen elastischen Rückstellkraft des inkompressiblen Elastomers ergibt sich die mechanische Spannung unter der Aktuationsfeldstärke E (Herleitung siehe [78])

$$T_{11}(E) = -\epsilon E^2 + \sum_{r=1}^N \mu_r (\lambda_1^{\alpha_r} - \mu_r \lambda_1^{-\alpha_r} \lambda_2^{-\alpha_r}), \quad (6.20)$$

wobei im Versuch statt der elektrischen Feldstärke bequemer die angelegte elektrische Spannung $U = \frac{E}{x_3}$ (beim betrachteten Plattenkondensator) gemessen wird. Aus Gleichung (6.20) ist aber auch ersichtlich, dass es mit dem Ogden-Modell wegen des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen Zugspannung und Dehnung (Gleichung (6.19)) nicht ohne Weiteres möglich ist, eine Formel für die Aktuationsdehnung anzugeben wie in Gleichung (6.15)

²Außer der reinen Scherung werden meist die Konfigurationen einfache Elongation (einfacher, uniaxialer Zugversuch), äquibiaxialer Zug und einfache Scherung beschrieben, die jeweils unterschiedliche Verzerrungen des Materials bewirken und häufig zur Materialprüfung von Elastomeren eingesetzt werden, siehe zum Beispiel [92].

und (6.16) bei linearer Elastizität.³ Da aber im Versuch auch die mechanische Spannung T_{11} oder Zugkraft gemessen werden kann, ist zumindest eine Anpassung des Modells (Gl. (6.20)) an die Messdaten $T_{11}(E(U))$ möglich.

Für die Optimierung von Elastomeraktoren anhand von Gleichung (6.20), das heißt durch Ausnutzung der elastischen Eigenschaften des Membranmaterials, ist auch die konstante Vorstreckung λ_2 in Breitenrichtung relevant [78], ebenso wie die Streckung λ_1 am Arbeitspunkt, die somit auch als Vorstreckung angesehen werden kann. Außerdem wird der Film durch die Vorstreckung dünner, was zu einem größeren elektrischen Feld und damit zu einer größeren Maxwellspannung führt [79] – dieser Effekt ist in Gleichung (6.20) nur implizit über die Abhängigkeit $E = U/x_3 = U \cdot \lambda_1 \lambda_2 / x_{3,0}$ enthalten. Darüber hinaus zeigen die durch die Vorstreckung dünneren Filme eine erhöhte Durchschlagsfestigkeit [78], so dass mit höheren elektrischen Spannungen gearbeitet werden kann.

6.1.2 Harmonische Verzerrung durch Elektrostriktion

Die aus der Maxwellspannung oder der Elektrostriktion resultierende Nichtlinearität, die sich im Zusammenhang zwischen Dehnung S (oder mechanischer Spannung T) und angelegter elektrischer Spannung U ausdrückt (Gleichungen (6.14), (6.15), (6.16) und (6.20)),

$$S(U), T(U) \sim U^2, \quad (6.21)$$

führt dazu, dass die Anregung eines DEAs mit einer reinen Sinusschwingung

$$U(t) = U_{DC} + U_{AC} \sin(\omega t), \quad (6.22)$$

wobei U_{DC} ein Gleichspannungsanteil ist, nicht in einer sinusförmigen Deformation resultiert. Stattdessen ist die resultierende Schwingung eine harmonische Verzerrung (nicht zu verwechseln mit der Verzerrung oder Dehnung des Materials) der Anregung:

$$S(t), T(t) \sim U_{DC}^2 + 2U_{DC}U_{AC} \sin(\omega t) + U_{AC}^2 \sin^2(\omega t) \quad (6.23)$$

$$= U_{DC}^2 + 2U_{DC}U_{AC} \sin(\omega t) + U_{AC}^2 \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t)), \quad (6.24)$$

da sie einen periodischen Anteil mit dem Doppelten der Grundfrequenz enthält. Dementsprechend wird die resultierende Schwingung in dem Fall, dass eine Anregung ohne Gleichspannungsanteil $U_{DC} = 0$ gewählt wird, überhaupt keinen harmonischen Anteil mit der Frequenz ω haben: Die Grundfrequenz der elektrisch angeregten Schwingung wird die zweite Harmonische der Anregung sein.

6.2 Materialcharakterisierung von Elastomeren im Zusammenhang mit der Aktuation

Die mechanischen und (di)elektrischen Materialeigenschaften der verwendeten Elastomere spielen für die Leistungsfähigkeit, Haltbarkeit und Herstellung der Elastomeraktoren

³Stattdessen können die gewünschten Zusammenhänge über numerische Methoden ermittelt werden [78].

eine entscheidende Rolle. Alle zu berücksichtigenden Eigenschaften sind sowohl von der Temperatur abhängig als auch von der zeitlichen Abfolge (vereinfacht gesagt vor allem von der Geschwindigkeit) der Verformungen. Diese beiden Abhängigkeiten sind für die betrachteten Materialgrößen insofern invers äquivalent, als eine Erhöhung der Temperatur denselben Effekt hat wie eine Verringerung der Anregungsgeschwindigkeit oder -frequenz [39]. Die Äquivalenz kann ausgenutzt werden, um Messungen in einem der Regime anhand der Ergebnisse des jeweils anderen Regimes zu erweitern, was als Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip bekannt ist [20].

Um nun die Aktuationsdehnung (Gl. (6.15)) beziehungsweise die mechanische Spannung (Gl. (6.20)) zu maximieren, sollten auf der elektrischen Seite die dielektrische Permittivität und die Durchschlagsfestigkeit möglichst groß sein.

Die elastischen, also die für die Aktuation relevanten mechanischen Eigenschaften des Membranmaterials spiegeln sich vor allem im mechanischen Spannungs-Dehnungs-Verhalten wieder. Für die großen Dehnungen der Elastomeraktoren ist das Hookesche Gesetz, die lineare Elastizität, nur noch näherungsweise gültig, und es müssen stattdessen hyperelastische Modelle zur Beschreibung herangezogen werden. Insbesondere das bereits verwendete Ogden-Modell (siehe Gleichung (6.17)) ist für die Elastomere geeignet, beinhaltet allerdings je nach Wahl von N viele freie Parameter. Es enthält außerdem einige einfachere Modelle wie das Neo-Hookesche Modell (für $N = 1$ und $\alpha = 2$) und das Mooney-Rivlin-Modell ($N = 2$, $\alpha = \pm 2$) [105]. Wie bereits angemerkt müssen aber für das Verhalten der Filme im Aktor auch die jeweiligen Randbedingungen beachtet werden. Die Zeit-Temperatur-Abhängigkeit des Materialverhaltens ist nach Gleichung (6.17) im Schubmodul repräsentiert und im hyperelastischen Ogden-Modell nicht enthalten, das nur quasistatische Deformationen abdeckt.

Die zusätzliche Zeitabhängigkeit der Materialantwort kann sich gerade bei Elastomeren als starke Viskosität bemerkbar machen. In Kapitel 7 dieses Teils wird die Viskoelastizität der verwendeten Materialien anhand einer dynamisch-mechanischen Analyse (DMA) erfasst. Die viskoelastischen Relaxationsprozesse sind den dielektrischen so ähnlich, dass im Prinzip dieselben Modelle für die Frequenzabhängigkeit der elastischen Module wie für die dielektrischen Spektren herangezogen werden können.

Schließlich ist für die Präparation und den Betrieb der elastischen Membranen auch die mechanische Festigkeit des Materials von Bedeutung, insbesondere beim Vorstrecken des Films, was zum Beispiel über die Weiterreißfestigkeit [119] und die Zugfestigkeit ([33], Abschnitt 1.3) quantifiziert werden kann.

6.3 Elastomeraktoren zur Steuerung diffraktiver optischer Elemente

Eine wichtige Anwendung dielektrischer Elastomeraktoren ist die Kontrolle oder Verformung optischer Elemente wie Linsen und Beugungsgittern aus weichen, ebenfalls elastischen Materialien. Dies bietet sich unter anderem an, da die zur Deformation benötigten Kräfte relativ klein sind. Im Folgenden wird die Kombination aus einem planaren DEA und einem auf die Aktormembran aufgebracht Beugungsgitter untersucht. Dieses Bauteil

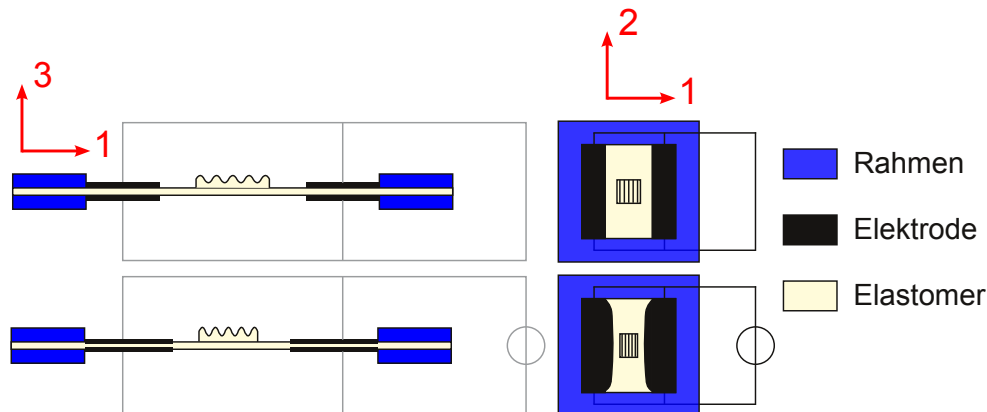


Abbildung 6.4: Schematischer Aufbau und Funktionsweise einer Kombination aus dielektrischem Elastomeraktor und weichem Beugungsgitter auf der Aktormembran. *Links:* Querschnitt; *rechts:* Draufsicht.

war unter anderem Gegenstand des BMBF-VIP-Projekts⁴ „EDEL“ (Validierung elektrisch durchstimmbarer elastischer Beugungsgitter und DFB-Laser). Darin war die Herstellung, Leistungsprüfung und Optimierung der DEAs sowie die auf diesen Optimierungsprozess bezogene Untersuchung der materialwissenschaftlichen Aspekte Aufgabe der Arbeitsgruppe „Angewandte Physik kondensierter Materie“ an der Universität Potsdam. Die Herstellung neuer, angepasster Elastomermaterialien einerseits und die Untersuchung der optischen Eigenschaften sowie die Herstellung der weichen optischen Elemente andererseits wurde jeweils von einer Arbeitsgruppe am „Fraunhofer-Institut für Angewandte Polymerforschung“ in Potsdam-Golm übernommen.

Der Aufbau und die Funktionsweise des Aktors in Kombination mit dem Beugungsgitter ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Es handelt sich um einen biaxial vorgestreckten Elastomerfilm, der in einem Rahmen fixiert ist, durch den die Vorstreckung aufrechterhalten wird. Der Rahmen besteht aus zwei quadratischen Teilen aus Polymethylmethacrylat, die den Film jeweils von oben und unten einschließen und einen quadratischen Membranbereich definieren. Die Seitenlänge der quadratischen Membran ist im Folgenden immer $a = 4$ cm. Auf die Membran sind beidseitig weiche Elektroden aufgetragen worden. Die Elektroden bestehen in diesem Fall aus Industrieruß in einer Silikonmatrix, was als Lösung auf den Film gesprüht werden kann. Die über eine Leitung aus Silberleitlack auf dem Rahmen verbundenen Elektroden decken dabei zwei rechteckige, über die ganze Breite x_2 gehende „aktive“ Bereiche am Rand der Membran ab, so dass in der Mitte der Membran eine freie, ebenfalls rechteckige „passive“ Fläche entsteht. In der Mitte der passiven Fläche befindet sich das weiche Beugungsgitter, das je nach Membranmaterial entweder aufgeklebt oder aufgelegt wird. Wird eine elektrische Spannung angelegt, dehnen sich nun die aktiven Bereiche zur Filmmitte hin aus, siehe Abbildung 6.4, die Dehnung ist demnach vor allem in 1-Richtung. Die Spannung im Film ist die treibende Kraft für diese Bewegung, wobei die Dehnung der Elektrodenflächen in 1-Richtung am Rahmen gegen Null geht und

⁴Die Fördermaßnahme „Validierung des Innovationspotentials wissenschaftlicher Forschung“ des Bundesministeriums für Bildung und Forschung.

zur Mitte hin zunimmt, was zu symmetrischen Kurvenverläufen der inneren Elektrodenränder führt.

Das mit der Membran verbundene Beugungsgitter vollzieht die Stauchung des passiven Filmbereichs mit, stellt aber seinerseits auch einen rheologischen Widerstand dar, denn der Bereich mit dem Gitter ist, wiederum abhängig von der Materialkombination, steifer als die umgebende Membran.

Das Konzept dieses Bauteils wurde 2006 von Aschwanden und Stemmer [6] auf Basis einer kreisförmigen Membran vorgestellt und von Kollosoche *et al.* [80] für eine rechteckige Form weiterentwickelt. Es wurde außerdem von Rosset *et al.* [121] ein Rückkopplungssystem zur Kontrolle der Aktuation und damit der durch die Deformation bewirkten Änderung der Gitterperiode beschrieben. Außerdem lässt sich mit dem Konzept ein durchstimmbarer Distributed Feedback Laser konstruieren: Auf das Gitter wird dazu eine weitere weiche Schicht aufgetragen, in die ein Farbstoff integriert ist. Die Resonanzfrequenz dieses Filmresonators, der bei Anregung durch Pumpstrahlung als Laser fungiert und also Licht emittiert, wird durch die Gitterperiode bestimmt.

In Bezug auf das Bauelement ohne Lasing-Funktion soll hier die Fragestellung untersucht werden, wie schnell der Aktor in Kombination mit dem weichen Beugungsgitter auf die elektrische Anregung reagieren kann. Dazu wurde ähnlich wie in [93] zunächst eine frequenzabhängige dynamisch-mechanische Analyse der verwendeten Elastomermaterialien gemacht, was in Kapitel 7 beschrieben ist. Die Ergebnisse können dann zur Interpretation der frequenzabhängigen Dehnungen bei sinusförmiger Anregung genutzt werden, was in Kapitel 8 ausgeführt ist. In Kapitel 9 werden die Untersuchungen der Dynamik schließlich ergänzt um akustische Messungen der Membran- und Aktoreigenschaften.

Kapitel 7

Dynamisch-mechanische Analyse (DMA) zur Bestimmung der Elastizität von Elastomeren

Um das Verhalten komplexer Bauteile in Abhängigkeit von Zeit und Temperatur vorherzusagen, ist die Kenntnis der Charakteristika der einzelnen verwendeten Materialien notwendig. Die dynamisch-mechanische Analyse (DMA) stellt dabei für eine Vielzahl von Materialien eine geeignete Untersuchungsmethode dar. Im nächsten Abschnitt wird zunächst kurz die Messmethode erläutert. Anschließend werden die beiden später für Elastomeraktoren verwendeten Elastomere, Elastosil[®] Film 2030 (Polydimethylsiloxan (PDMS) oder Silikon) der Firma Wacker und VHB[™] 4905/4910 (ein vom Hersteller 3M[™] nicht weiter definierter Acrylatschaum) mittels einer frequenzabhängigen DMA untersucht¹. Die Messergebnisse des Acrylats VHB werden schließlich über ein rheologisches Modell angepasst, was in Kapitel 9 im Zusammenhang mit Membranresonanzfrequenzen genutzt werden soll.

7.1 Versuchsaufbau

Die für die Elastomere genutzte DMA-Messaufbau ist in Abbildung 7.1 gezeigt. In dieser Konfiguration des Messgeräts DMA 8000 von Perkin Elmer wird der Schermodul gemessen. Messungen mit anderen möglichen Konfigurationen dieses Geräts wie Zug- oder Kompressionsversuch erwiesen sich für Elastomere als weniger gut reproduzierbar, weshalb als allgemeine Referenz die Messung des Schermoduls gewählt wurde, was außerdem in der Anleitung zum Messgerät für Elastomere empfohlen wird. Die Ermittlung des Schermoduls ist auch im Hinblick auf das Ogden-Modell (Gl. (6.17)), in dem der Schermodul als Materialparameter verwendet wird (Gl. (6.18)), eine sinnvolle Wahl.

Für die Messungen des Schermoduls werden jeweils zwei Proben zylindrischer Form präpariert, hier mit einem Durchmesser von 0,8 Millimetern und der Dicke abhängig vom Material, siehe unten. Die beiden Proben werden, wie im Foto in Abbildung 7.1 zu sehen ist, von jeweils einer Seite mit Hilfe von zylindrischen Aluminiumstücken gegen einen

¹Im Folgenden wird oft auch abkürzend von Elastosil und VHB gesprochen.

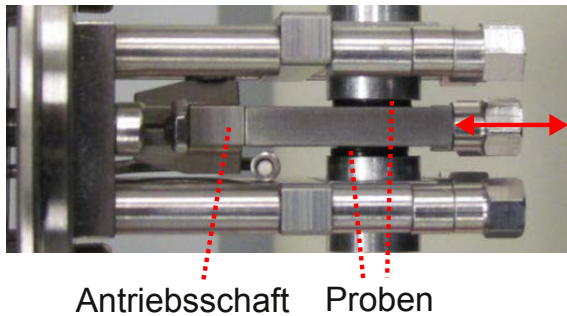


Abbildung 7.1: Dynamisch-mechanische Analyse: Konfiguration zur Messung des Schermoduls.

Antriebsschaft fixiert. Über den Antriebsschaft wird eine periodische Scherkraft F in 3-Richtung beziehungsweise eine Schubspannung $\tau = F/(x_1 \cdot x_2)$ auf die Proben ausgeübt und auch gemessen. Es handelt sich damit im Gegensatz zu der oben beschriebenen *reinen* Scherung (wie in Abbildung 6.3 für den DEA) in diesem Fall um eine *einfache* Scherung. Außerdem wird laut Gerätehandbuch die Auslenkung Δx des Antriebsschafts erfasst, die bei kontrollierter Kraft von der Materialantwort bestimmt wird. Das Verhältnis zwischen Schubspannung τ und Auslenkung Δx bestimmt den Realteil $\mu' = \tau x_3 / \Delta x$ des komplexen Schubmoduls

$$\hat{\mu} = \mu' + i\mu'' \quad (7.1)$$

Der Realteil von Modulen wird auch Speichermodul, der Imaginärteil dagegen Verlustmodul genannt. Die gemessene Phasenverschiebung δ zwischen anregender Kraft und Auslenkung definiert das Verhältnis von Real- und Imaginärteil des Moduls

$$d = \tan \delta = \frac{\mu''}{\mu'}, \quad (7.2)$$

was auch als Verlustfaktor d bezeichnet wird [101].

Mit dem Messgerät ist sowohl die Variation der Anregungsfrequenz möglich als auch die Variation der Temperatur. Für die Temperaturvariation wird eine die Probenhalterung umschließende Klimakammer verwendet, die zur Erreichung tiefer Temperaturen mit flüssigem Stickstoff gefüllt und mittels einer Heizung kontrolliert hochgeheizt wird. Hier wurde nur die Frequenzmessung durchgeführt.

7.2 DMA von Polyacryl- und Silikonelastomeren

In Abbildung 7.2 sind die DMA-Messungen im Scherversuch der Materialien VHB™ 4910 von 3M™ und Elastosil® Film 2030 250/100 dargestellt. Der VHB-Film lag dabei in einer Dicke von einem Millimeter vor, während der 0,1 Millimeter dicke Elastosil® Film 2030 (Typ 250/100) gestapelt werden musste, um die Mindestdicke von 0,5 Millimetern für die DMA-Schermodul-Messung zu erreichen. Die Frequenzvariation konnte in der beschriebenen Konfiguration des DMA-Messgeräts zuverlässig von 0,1 Hz bis 100 Hz durchgeführt werden; die Messungen wurden bei Raumtemperatur ($\approx 22^\circ \text{C}$) durchgeführt.

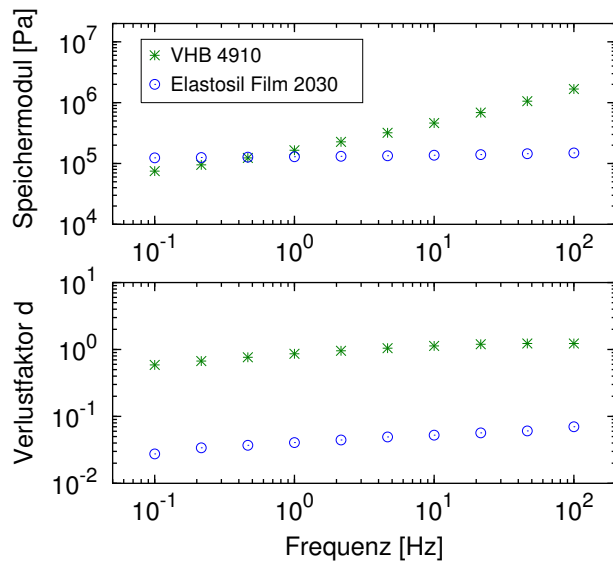


Abbildung 7.2: Dynamisch-mechanische Analyse: Schermodul der Elastomermaterialien VHB™ 4905 und Elastosil® Film 2030.

Die in Abbildung 7.2 dargestellten Messergebnisse zeigen ein deutlich unterschiedliches Verhalten des Acrylat-Elastomers gegenüber PDMS. In Tabelle 7.1 sind jeweils der Speichermodul und der Verlustfaktor bei 0,1 Hz und 100 Hz für die beiden Materialien angegeben. Bei der tiefsten gemessenen Frequenz 0,1 Hz liegt der Schermodul von VHB noch etwa 50 kPa unter dem Modul des Elastosil-Silikons. Beide Materialien zeigen einen mit der Frequenz monoton zunehmenden Schermodul, ein Anzeichen für die Viskosität der Stoffe, die beim Acrylat wesentlich stärker ausgeprägt ist. Der Schermodul von VHB liegt mit 1,68 MPa bei 100 Hz nämlich bereits eine Größenordnung über dem von PDMS. Der mit der (dynamischen) Viskosität η über

$$\eta = \mu' d / \omega \quad (7.3)$$

verbundene Verlustfaktor d (siehe [100]) nimmt bei beiden Materialien ebenfalls mit der Frequenz zu, wobei das Acrylat über den gesamten gemessenen Frequenzbereich einen um mehr als eine Größenordnung höheren Verlustfaktor aufweist. Die Viskosität η nimmt damit allerdings gemäß Gleichung (7.3) in beiden Fällen mit der Frequenz ab, was für die strukturviskosen Polymere² zu erwarten ist. Die Viskosität von VHB sinkt von $\eta(0,1 \text{ Hz}) = (7,0 \pm 0,2) \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ auf $\eta(100 \text{ Hz}) = (3,3 \pm 0,1) \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, Elastosil hat mit $\eta(0,1 \text{ Hz}) = (5,4 \pm 1,3) \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ und $\eta(100 \text{ Hz}) = (16,6 \pm 3,5) \text{ Pa} \cdot \text{s}$ eine viel geringere Viskosität.

²Nach [152] entsteht die bei vielen amorphen Polymeren auftretende Strukturviskosität auf Grund von „Verschlaufungen“ der Polymermoleküle, die sich ab einer bestimmten Scherkraft oder -geschwindigkeit lösen, was mit einer Abnahme der Viskosität einhergeht.

Material	$\mu'(0, 1 \text{ Hz})/\text{MPa}$	$\tan \delta(0, 1 \text{ Hz})$	$\mu'(100 \text{ Hz})/\text{MPa}$	$\tan \delta(100 \text{ Hz})$
VHB 4910	$0,0749 \pm 0,0014$	$0,588 \pm 0,006$	$1,68 \pm 0,05$	$1,2273 \pm 0,0013$
Elastosil	$0,12 \pm 0,02$	$0,028 \pm 0,002$	$0,149 \pm 0,025$	$0,070 \pm 0,003$

Tabelle 7.1: Ausgewählte DMA-Messwerte der in Abbildung 7.2 dargestellten Messung.

Material	$\eta'(0, 1 \text{ Hz})/\text{Pa} \cdot \text{s}$	$\eta(100 \text{ Hz})/\text{Pa} \cdot \text{s}$
VHB 4910	$(7,0 \pm 0,2) \cdot 10^4$	$(3,3 \pm 0,1) \cdot 10^3$
Elastosil	$(5,4 \pm 1,3) \cdot 10^3$	$(16,6 \pm 3,5)$

Tabelle 7.2: Mit Gleichung (7.3) berechnete Viskositäten aus den in Tabelle 7.1 angegebenen Schubmodulen und Verlustfaktoren.

7.3 Modellierung

Das zeit- oder frequenzabhängige rheologische Verhalten von Polymeren kann analog zu ihrem dielektrischen Relaxationsverhalten modelliert werden [138], das im Zusammenhang mit Orientierungspolarisation oder bei der Bewegung von Ladungsträgern auftritt [72]. In der Akustik sind die entsprechenden rheologischen Modelle für die Beschreibung von Dämpfung relevant [101]. Die für die dielektrischen Spektren verwendete Cole-Cole-Gleichung [72] ist in der Rheologie als „fraktionales 3-Parameter-Modell“ bekannt [128]:

$$\hat{\mu}(\omega) = \mu_{\text{inf}} - \frac{\mu_{\text{inf}} - \mu_{\text{stat}}}{1 + (i\omega\tau)^{1-\alpha}}, \quad (7.4)$$

wobei μ_{stat} der Wert des Speichermoduls bei Frequenzen gegen Null ist und μ_{inf} der Grenzwert für sehr hohe Frequenzen. Der Materialparameter τ ist die Relaxationszeit und α ein ebenfalls materialabhängiger Modellparameter.

Unter Annahme der Äquivalenz von Temperatur und Zeit in Bezug auf die Messung des Schermoduls können die Grenzwerte μ_{stat} und μ_{inf} aus einer temperaturabhängigen DMA abgeleitet werden. Nach den Messungen von Sheng *et al.* [136] beträgt der maximale Speichermodul von VHB 4910 (bei einer Temperatur von -40°C) 1200 MPa und nimmt mit Erhöhung der Temperatur auf 100°C bis auf 0,01 MPa ab, so dass für die Modellierung $\mu_{\text{stat}} = 0,01 \text{ MPa}$ und $\mu_{\text{inf}} = 1200 \text{ MPa}$ angesetzt werden können. Bei Verwendung dieser Werte ist die in Abbildung 7.3 gezeigte Anpassung an die DMA-Messung vorgenommen worden, die eine Relaxationszeit $\tau = 2,162 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ und den Parameter $\alpha = 0,55$ beinhaltet. Die Ausgleichsrechnung wurde lediglich anhand der Messwerte des Speichermoduls mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate numerisch vorgenommen. Schon aus der Darstellung des Verlustfaktors d geht jedoch hervor, dass diese Regression auch für den Imaginärteil eine gute Übereinstimmung von Modell und Messwerten ergibt. Die Güte der Regression kann dabei über die Standardabweichung σ der Messwerte von der Regressionskurve bemessen werden – für den Speichermodul ergibt sich $\sigma = 37 \text{ Pa}$. Für den Verlustfaktor beträgt die Standardabweichung $\sigma = 0,21$.

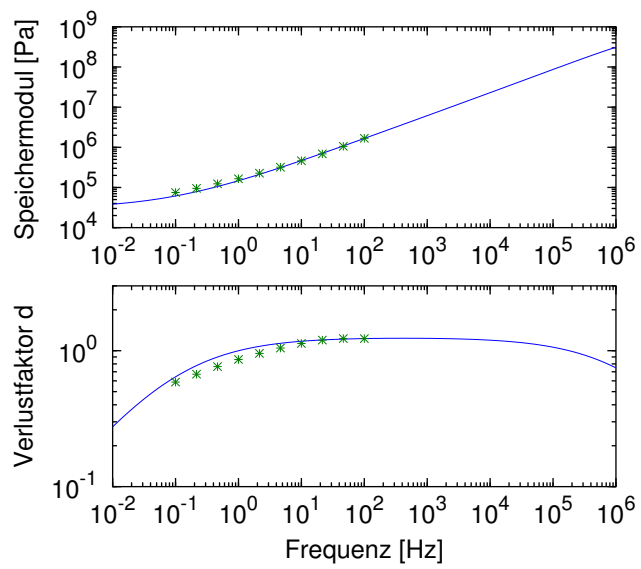


Abbildung 7.3: Dynamisch-mechanische Analyse von VHB 4910: Messung (*) und an die Messwerte des Speichermoduls angepasstes Cole-Cole-Modell.

Kapitel 8

Optische Erfassung der dynamischen Ansprache des Aktors

Die Aktuation der in Abschnitt 6.3 beschriebenen Elastomeraktoren für die Kontrolle weicher optischer Beugungsgitter wurde hier mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera erfasst. Mit dieser optischen Methode können die dynamischen Betriebseigenschaften des Bauteils bewertet und damit unter anderem die Frage nach der Ansprechgeschwindigkeit beantwortet werden. Es wurden Aktoren mit den beiden bereits im vorigen Kapitel vorgestellten Elastomermaterialien Elastosil Film 2030 und VHB 4910 untersucht. Sowohl die Vorstreckungen λ_1 und λ_2 als auch die Betriebsspannungen wurden für die jeweiligen Aktoren abhängig vom Material so gewählt, dass bei sicherem Betrieb, das heißt weit unter Spannungen, die schon bei kurzer Betriebsdauer zum elektrischen Durchschlag führen können, eine optimale Leistung beziehungsweise maximale Aktuationsdehnung erzielt werden konnte, siehe [80] für die Einstellung der Vorstreckung. Für die Herstellung der Aktoren und das Aufbringen der Gitter möchte ich Matthias Kollosche danken. Die verwendeten Gitter wurden am „Fraunhofer-Institut für Angewandte Polymerforschung“ in Golm von den Arbeitsgruppen von Hartmut Krüger und Michael Wegener hergestellt.

8.1 Versuchsaufbau und -auswertung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 8.1 dargestellt. Der Elastomeraktor wurde in einer Testbox installiert, die nach oben geöffnet war, so dass die Bewegungen des Aktors von der über der Box angebrachten Hochgeschwindigkeitskamera ¹ gefilmt werden konnten. Die Box verfügte über eine starke LED-Hintergrundbeleuchtung, was Videoaufnahmen mit hohen Abtastraten ermöglicht, in diesem Fall waren 1000 Hz möglich. Über die Software ProAnalyst zur Bewegungserfassung wurden die aufgenommenen Videos (wie bereits in Abschnitt 4.5 des ersten Teils) ausgewertet. Mit Hilfe eines Funktionsgenerators, dessen Signal von einem Hochspannungsverstärker verstärkt wurde, wurde der Aktor mit einer sinusförmigen Wechselspannung der Amplitude U_{AC} mit Gleichspannungsanteil U_{DC} an-

¹Wie in Teil I dieser Arbeit unter 4.5 wurde das Modell „MemView“ von Southern Vision Systems, Inc., verwendet.

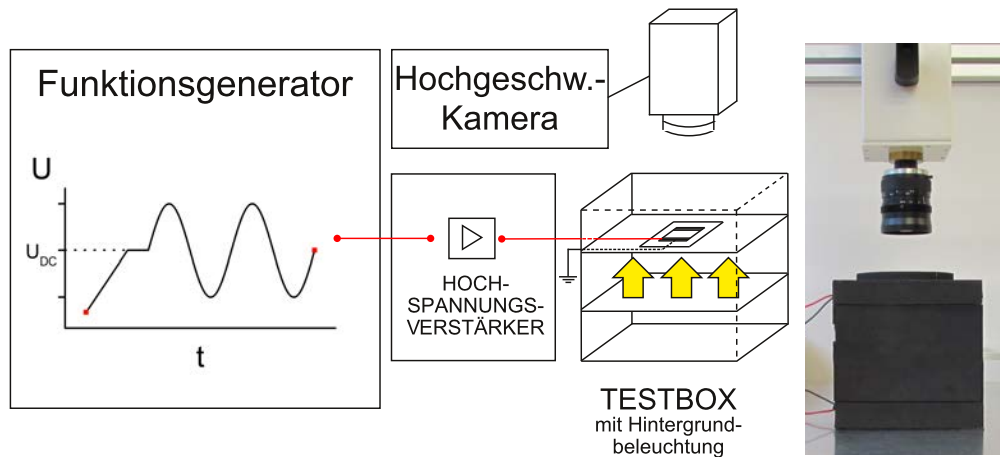


Abbildung 8.1: Versuchsaufbau zur optischen Erfassung des dynamischen Verhaltens von Elastomeraktoren.

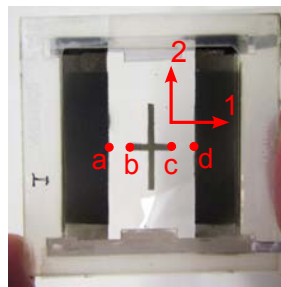


Abbildung 8.2: Für die Videoaufnahme vorbereiteter Elastomeraktor: Das aufgesprühte Kreuz dient der späteren Bewegungsanalyse. Ins Bild zur Orientierung eingetragen: Definition der beobachteten Punkte a-d und des Koordinatensystems.

geregelt, siehe Gleichung (6.22). Um beim Einschalten der Spannung Signalspitzen zu vermeiden, die den Aktor beschädigen könnten, wurde die Spannung zunächst linear bis auf den Gleichspannungsanteil U_{DC} erhöht.

Die Aktuation wurde bei Aktoren sowohl mit als auch ohne Beugungsgitter gefilmt. Einerseits konnte über die Ausdehnung der Elektrodenbereiche die Bewegung verfolgt werden. Hier wurde jeweils der Punkt der maximalen Ausdehnung der Elektroden in 1-Richtung, also die Ausdehnung in der Mitte, betrachtet. Um beim Aktor ohne Beugungsgitter andererseits zu ermitteln, wie sich derjenige Bereich der passiven Membranfläche verhält, auf dem sich sonst das Gitter befindet, wurde auf die Membranmitte ein Kreuz aufgesprüht, siehe Abbildung 8.2, das in 1-Richtung entsprechend der Größe der Beugungsgitter eine Ausdehnung von einem Zentimeter hat, in 2-Richtung aber zwei Zentimeter lang ist. So konnte beobachtet werden, ob sich in dieser Richtung die Membranspannung hält. Anhand der aufgenommenen Videos wurden die Bewegung der Punkte a bis d in Abbildung 8.2 ermittelt, also die Bewegung der Elektrodenränder in der Mitte (Punkte a und d) und der Endpunkte des Kreuzes in 1-Richtung (Punkte b und c).

Material	λ_1	λ_2	x_3 [μm]	U_{AC} [kV]	U_{DC} [kV]
VHB 4905	4	6	20,8	0,5	0,6
Elastosil Film 2030	1,5	2,5	26,7	1	1,1

Tabelle 8.1: Parameter der untersuchten Aktoren, abhängig vom Membranmaterial: Vorstreckungen $\lambda_{1,2}$ und resultierende Membrandicke sowie die Betriebsspannungen (Wechsel- und Gleichspannungsanteil).

Im Folgenden wurde bei periodischer Anregung jeweils der Spitze-Spitze-Wert $X_{pp} = X_{pp}(f)$ der bei sinusförmiger Anregung mit der Frequenz f periodisch variierenden Strecken $X_{[bc]}(t)$ (Querbalken des Kreuzes) beziehungsweise $X_{[ad]}(t)$ (Entfernung der Elektrodenränder) ermittelt. Dieser Wert X_{pp} ist im Verhältnis zum Mittelwert \bar{X} der mit der Zeit variierenden Strecke $X(t)$ angegeben:

$$S_{[ij]}(\omega) = \frac{X_{[ij],pp}}{\bar{X}_{[ij]}}, \quad (8.1)$$

wobei sich $[ij]$ auf die jeweils untersuchte Strecke bezieht, also entweder $[ad]$ oder $[bc]$. Die Bezeichnung S , die bisher für Dehnungen verwendet wurde, wird wiederum verwendet, weil es sich bei der Definition von Gleichung (8.1) um eine Art dynamische Dehnung handelt.

Für die Leistungsoptimierung der Aktoren wurden die beiden Membranmaterialien VHB 4905 und Elastosil Film 2030 250/100 – wie bereits erwähnt – jeweils unterschiedlich vorgestreckt und unter unterschiedlichen elektrischen Spannungen betrieben. Die Parameter sind in Tabelle 8.1 zusammengefasst. Der Gleichspannungsanteil der Anregung ist immer größer als der Wechselspannungsanteil gewählt, um die durch die vermutlich näherungsweise quadratische Abhängigkeit der Dehnung von der Spannung entstehenden harmonischen Verzerrungen zu verringern und vor allem um ein symmetrisches Signal zu erhalten. Wegen der höheren Durchschlagsfestigkeit konnten bei Verwendung der Elastosil-Membran Gesamtspannungen bis 2,1 kV eingestellt werden, gegenüber einer maximalen Spannung von 1,1 kV bei VHB.

Unter diesen Voraussetzungen und mit der beschriebenen Methode wurde jeweils die Frequenzantwort der Aktoren ermittelt: In Abbildung 8.3 sind die Ergebnisse *ohne*, in Abbildung 8.4 *mit* Beugungsgitter dargestellt. Dabei wurde bei den Aktoren ohne Beugungsgitter nach Gleichung (8.1) die Dehnung der Strecke $[bc]$ ausgewertet, bei den Aktoren mit Beugungsgitter war es dagegen nur möglich, die Strecke $[ad]$ auszuwerten, also die Entfernung zwischen den Elektroden, da die transparenten Beugungsgitter sich von der Membran nicht deutlich genug abhoben, um eine zuverlässige Bewegungserfassung zu ermöglichen.

Bevor diese Ergebnisse im nächsten Abschnitt diskutiert werden, soll zunächst noch das nur im Zusammenhang mit Acrylatmembranen (VHB) deutlich auftretende Kriechverhalten beim Betrieb der Aktoren beschrieben werden. In Abbildung 8.5 ist die über die Bewegungsverfolgung ermittelte Auslenkung in 1-Richtung eines Punktes auf dem Kreuz dargestellt, das auf die Membran aufgesprüht ist (Abb.8.2). Die elektrische Anregung ist – wie im Versuchsaufbau, Abbildung 8.1, gezeigt – nach kurzer Erhöhung der Spannung auf den Gleichspannungsanteil periodisch. Dabei ist in der Aufnahme, die wegen des be-

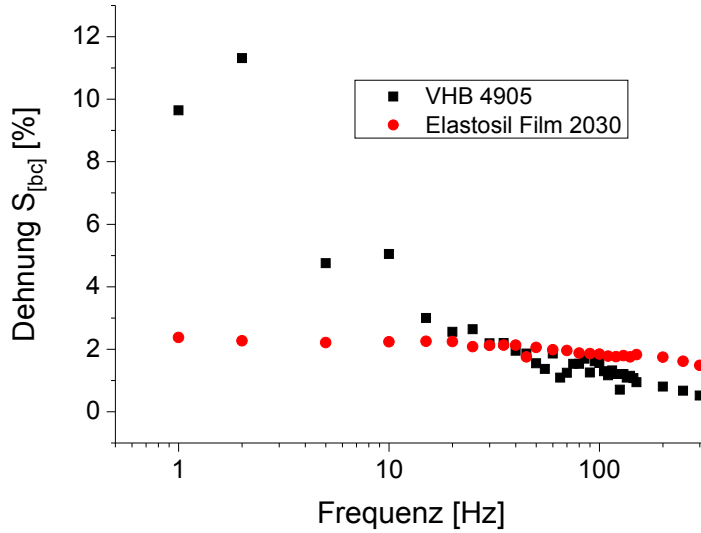


Abbildung 8.3: Frequenzgang des Elastomeraktors (siehe Abbildung 6.4) mit Acrylat-(VHB) bzw. Silikon-Membran (Elastosil), jeweils ohne Gitter.

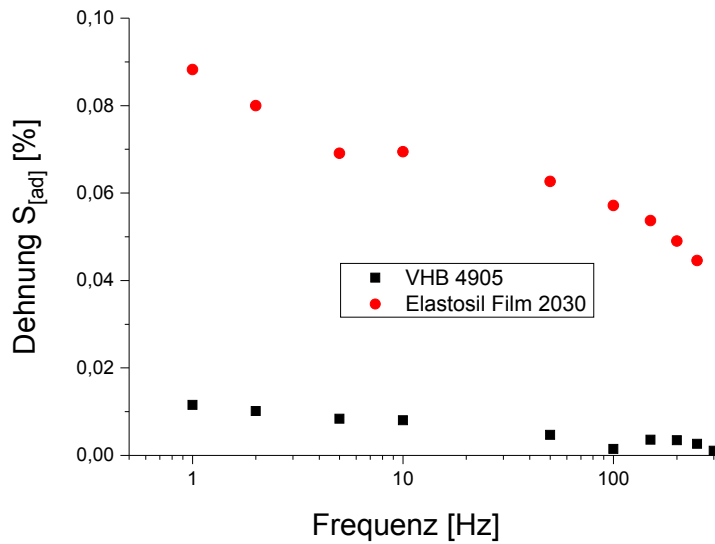


Abbildung 8.4: Frequenzantwort des Elastomeraktors (siehe Abbildung 6.4) mit Acrylat- bzw. Silikon-Membran, jeweils mit Silikon-Gitter (aus DMS-V41).

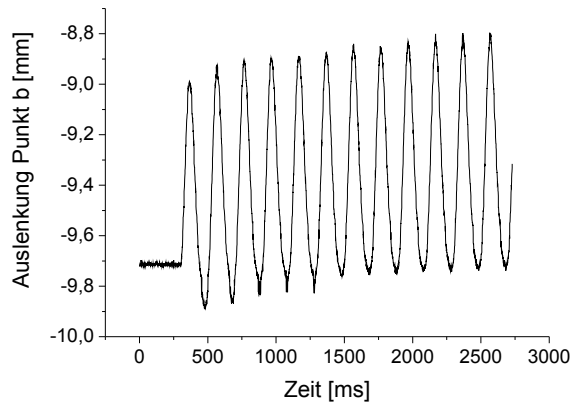


Abbildung 8.5: Auslenkung des Punktes b auf der Aktormembran aus VHB 4905 unter periodischer elektrischer Anregung ab 295 Millisekunden (Versuchsaufbau siehe Abb. 8.1).

grenzten Speichers der Kamera auf 2,73 Sekunden (bei der gewählten Abtastrate von 1000 Hz) beschränkt ist, der anfängliche Anstieg nicht enthalten. Es wird deutlich, dass der Beginn der periodischen Anregung zu einem Kriechen in der Auslenkung führt, welches etwa 1,5 Sekunden lang ein deutliches Abdriften der Auslenkung in Richtung Membranmitte verursacht, bis die Schwingung annäherungsweise in einen quasistationären Zustand übergegangen ist. Bei der Ermittlung der dynamischen Dehnung S_{dyn} wurde nach Abschätzung mit dem Auge nur der Teil der Schwingung ausgewertet, in dem kein wesentliches Kriechen mehr beobachtet werden konnte – im Beispiel von Abbildung 8.5 also der Bereich von 2 bis 2,73 Sekunden.

Für jede Anwendung muss das beobachtete Kriechverhalten natürlich berücksichtigt werden. In einer Studie von Rosset *et al.* [121] wurde dieses Problem für das hier untersuchte Bauelement über einen Rückkopplungsmechanismus gelöst. Zur Ermittlung der Dehnung der Membran im Bauelement wurde die Kapazität zwischen den Membranelektroden gemessen und diese Information zur Ansteuerung des Aktors verwendet. So konnte das Kriechen weitestgehend kompensiert werden, was ein schnelles Einstellen einer neuen Gitterkonstante ermöglichte.

8.2 Diskussion

Betrachtet man die Ergebnisse der optischen Aktuationsmessungen der Aktoren ohne Gitter (Abb. 8.3), fällt auf, dass der aus VHB hergestellte Aktor bei geringen Frequenzen (1-2 Hz) noch große dynamische Dehnungen S_{dyn} erreicht ($\approx 10\%$), dass die Dehnungen aber mit zunehmender Frequenz stark abnehmen, bis auf einen Wert von $0,5\%$ bei einer Anregungsfrequenz von 200 Hz. Der aus PDMS (Elastosil Film 2030) hergestellte Elastomeraktor zeigt über den gemessenen Frequenzbereich im Vergleich dazu eine geringere Abnahme der Dehnungen S_{dyn} von $2,4\%$ auf $1,5\%$. Die beobachteten, für die beiden Materialien unterschiedlichen, Verläufe stimmen im Prinzip gut mit den mit der DMA ermittelten dy-

namischen Schubmodulen überein, siehe Abbildung 7.2 und Tabelle 7.1: Die beim Acrylat wesentlich deutlichere Zunahme des Speichermoduls mit der Anregungsgeschwindigkeit beziehungsweise -frequenz führt zu der gemessenen Abnahme der Aktuationsdehnung.

Allerdings ist diese Übereinstimmung zunächst nur phänomenologisch, das heißt, es ist nur die generelle Aussage möglich, dass sich das unterschiedliche viskoelastische Verhalten der Materialien, wie es sich in der DMA widerspiegelt, auch in der dynamischen Ansprache der Aktoren auswirkt. Die dielektrischen Eigenschaften, die nach Gleichung (6.16) über die Permittivität ebenfalls die Aktuation beeinflussen, werden hier beispielsweise nicht betrachtet. Für eine umfassendere Analyse müsste die von der Aktor- und Elektrodengeometrie abhängige Aktuationsdehnung modelliert werden. Dazu würde sich beispielsweise eine FEM-Simulation anbieten.

Die Messungen mit Beugungsgitter aus Silikon (DMS-V41 von Gelest) auf der Aktormembran ergeben eine über den gesamten Frequenzbereich geringere Aktuationsdehnung der VHB-Aktoren ($<0,01\%$) im Vergleich zu den Aktoren mit Silikonmembranen. Mit letzteren werden Dehnungen bis zu $0,01\%$ erreicht. Dieses Ergebnis zeigt deutlich, wie das Beugungsgitter die Membrandehnung behindert. Das Gitter und der verwendete Silikonkleber stellen als zusätzliche Schicht einen zum passiven Membranbereich, den sie belegen, parallelen mechanischen Widerstand dar. Selbst wenn sich der passive Membranbereich zwischen Gitter und Elektrode stark zusammenzieht – die Membran ist ja vorgestreckt – kann der Gitterbereich fast undeformiert bleiben oder sich womöglich aufwölben, wie es beim Acrylat unter Umständen der Fall ist. Dies hängt in erster Näherung vom Verhältnis der Federkonstanten der jeweiligen Bereiche in 1-Richtung ab [80].

Die Optimierung des vorliegenden Systems läuft also auf eine Art mechanische Impedanzanpassung hinaus, wobei die Wahl des Elastomers für das optische Gitter wiederum dadurch bestimmt wird, ob mit dem Material eine Abformung der Gitterstruktur von einer Glasvorlage möglich ist. Betrachtet man einerseits nach Gleichung (6.16) die Aktuationsdehnung des Aktors allein, so sollte für die Membran ein möglichst geringer Elastizitätsmodul gewählt werden. Für die maximale Deformation des Gitters, welches nach dem Vorstrecken aufgebracht wird, muss andererseits die Membran eine genügend große Federkonstante in Aktuationsrichtung haben. Diese Optimierungsaufgabe ist in dem hier betrachteten Zusammenhang nicht endgültig gelöst, denn der Fokus lag zunächst auf der dynamischen Ansprache. Aber je nach Anwendung des Bauelements spielt auch die Betriebsgeschwindigkeit eine Rolle, und die entsprechenden Materialeigenschaften – vor allem der frequenzabhängige elastische Modul und das Kriechverhalten – müssen wie in diesem Kapitel gezeigt berücksichtigt werden.

Kapitel 9

Akustische Charakterisierung von DEAs

Eine gespannte Membran kann zu akustischen Schwingungen angeregt werden und weist dabei von den Randbedingungen und vom Material abhängige Schwingungsmoden auf. Deswegen scheint es naheliegend, auch das Prinzip des dielektrischen Elastomeraktors, der als gespannte Membran realisiert werden kann, auszunutzen um akustische Schwingungen zu erzeugen [66].

Tatsächlich wurde bereits in der Frühphase der Erforschung von Elastomeraktoren deren Potential für Lautsprecheranwendungen untersucht [64, 65]. Um allerdings mit Elastomeraktoren Luftschall von ausreichender Stärke hervorzurufen, muss dafür gesorgt werden, dass die Membran nicht nur in der Membranebene deformiert wird – wie in der üblichen, planaren Konfiguration (siehe Abbildung 6.1) – sondern auch Schwingungen senkrecht dazu ausführen kann [66]. Für die Erzeugung von Schall wurde die Elastomermembran deshalb in früheren Arbeiten entweder mit Hilfe eines Überdrucks in einem durch den Aktor abgeschlossenen Volumen [64, 65, 67] oder durch eine weiche mechanische Stütze [66] aufgewölbt.

Die Anregung zur Untersuchung der akustischen Eigenschaften von Elastomeraktoren gab mir Matthias Kolloosche, als er die Funktionsfähigkeit beziehungsweise die Unversehrtheit eines Membranaktors durch kurzes Anklopfen am Rahmen überprüfte. Der auf diese Weise erzeugte charakteristische Klang ist vom Elastomer und von der Vorspannung abhängig. Risse in der Membran oder ein, zum Beispiel durch Durchrutschen des Films am Rahmen entstehender, Spannungsverlust führen zu deutlichen Änderungen des resultierenden Klangs, nämlich vor allem zunächst zu insgesamt tieferen Resonanzfrequenzen, aber auch zu Verzerrungen. Daher ist diese akustische Methode für die mechanische Funktionsprüfung sehr gut geeignet. Elektrisches Versagen oder Durchschläge führen dagegen nicht unbedingt zu Änderungen der akustischen Eigenschaften.

In diesem Kapitel werden zunächst akustische Messungen mit mechanischer Anregung exemplarisch an Acrylatmembranen (VHB 4910) beschrieben: Es wurde die Abhängigkeit der tiefsten Resonanzfrequenzen von der Membranspannung untersucht. Für die Modellierung der Resonanzfrequenzen muss das hyperelastische Spannungs-Dehnungsverhalten des Membranmaterials berücksichtigt werden. Aus der Regressionsanalyse kann der Schubmodul ermittelt werden, der als freier Parameter dient. Im darauf folgenden Abschnitt werden zwei Prüfmethode mit elektrischer Anregung demonstriert: Der Aktor

kann entweder im herkömmlichen Betrieb, das heißt, durch elektrische Anregung über die Elektroden, oder durch Einsatz einer zusätzlichen nichtkontaktierenden Elektrode akustisch geprüft werden.

9.1 Mechanische Spannung und Resonanzfrequenz der Aktormembran¹

9.1.1 Membranresonanz mit hyperelastischem Modell

Das Ogden-Modell (Gleichung (6.17)) für den Fall äquibiaxialer² Spannung $T = T_{11} = T_{22}$ lautet [105]:

$$T = \sum_{r=1}^N \mu_r (\lambda^{\alpha_r} - \lambda^{-2\alpha_r}). \quad (9.1)$$

Mit $N = 1$ und $\alpha_1 = 2$ leitet sich daraus beispielsweise der Spezialfall des Neo-Hookeschen Modells ab:

$$T = \mu \left(\frac{\lambda^6 - 1}{\lambda^4} \right), \quad (9.2)$$

vergleiche auch Gonçalves *et al.* [52]. Dabei ist μ wie oben der Schubmodul (auch unter Berücksichtigung von Gleichung (6.18)). Die Spannung einer Membran wird aber meist als Oberflächenspannung (hier \tilde{T}) angegeben, also als Kraft pro Einheitslänge der Membrankante [85]. Man erhält diese Spannung \tilde{T} demnach, indem man die Spannung von Gleichung (9.2) (die Kraft pro Querschnittsfläche ist) mit der momentanen Dicke $x_3 = \lambda^{-2} \cdot x_{3,0}$ multipliziert, siehe auch Ogdens Artikel [105]:

$$\tilde{T} = \frac{T x_{3,0}}{\lambda^2} = \mu x_{3,0} \left(\frac{\lambda^6 - 1}{\lambda^6} \right). \quad (9.3)$$

Die Grundfrequenz ν_{01} einer kreisförmigen Membran mit Radius R lässt sich über die Membranspannung \tilde{T} und ihre Flächendichte $\rho \cdot x_3$ berechnen [97], wenn ρ die Volumendichte ist:

$$\nu_{01} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{\tilde{T}}{R^2 \rho x_3}}. \quad (9.4)$$

Diese Resonanzfrequenz hängt wegen $x_3 = \lambda^{-2} \cdot x_{3,0}$ von der Vorstreckung λ ab:

$$\nu_{01} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{\tilde{T} \lambda^2}{R^2 \rho x_{3,0}}} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{T}{R^2 \rho}}, \quad (9.5)$$

¹Bei den in diesem Abschnitt geschilderten Messungen und der Interpretation hat mich Anja Segebrecht unterstützt.

²Die laterale Streckung ist in beiden Richtungen gleich: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ und $\lambda_3 = \lambda^{-2}$.

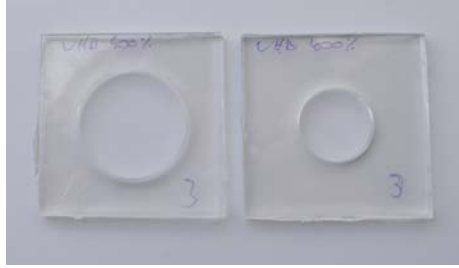


Abbildung 9.1: Kreisförmige Membranen aus VHB 4910 mit zwei verschiedenen Radien, $R = 1,5 \text{ cm}$ und $R = 1 \text{ cm}$.

wobei für den letzten Schritt Gleichung (9.3) verwendet wurde. Mit der Spannungs-Dehnungs-Relation nach Ogden (nach Gleichung (9.1)) ergibt sich für die Abhängigkeit der Grundfrequenz von der Vorstreckung λ :

$$\nu_{01} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^N \mu_r (\lambda^{\alpha_r} - \lambda^{-2\alpha_r})}{R^2 \rho}}, \quad (9.6)$$

was zum Beispiel im Neo-Hookeschen Modell ($N = 1$ und $\alpha_1 = 2$) auf

$$\nu_{01} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{\mu_1 (\lambda^6 - 1)}{R^2 \rho \lambda^4}} \quad (9.7)$$

hinausläuft, siehe wiederum [52]. Die hier verwendete Variante von Gleichung (9.6) für die Resonanzfrequenz der Membran wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

9.1.2 Messungen und Diskussion

Es wurden kreisförmige Membranen aus VHB 4910 mit zwei verschiedenen Radien R untersucht: $R = 1 \text{ cm}$ und $R = 1,5 \text{ cm}$, siehe Abbildung 9.1. Die quadratischen Rahmen aus PMMA mit einer Dicke von 2 Millimetern (pro Rahmenseite) hatten in beiden Fällen eine Seitenlänge von fünf Zentimetern. Es wurden jeweils zwei Membranen mit den Vorstreckungen $\lambda = 2, 3, 4$ und 5 hergestellt. Zur akustischen Untersuchung wurde der von der jeweiligen Membran abgestrahlte Schall bei Impulsanregung in einer Entfernung von etwa fünf Zentimetern vom Mikrofon gemessen.

Für jede Membran wurden zehn Anregungen aufgenommen und das aus dem aufgenommenen Signal berechnete Spektrum analysiert, um die Grundfrequenz ν_{01} (siehe Gleichung (9.5)) der Membranen zu ermitteln. Die Messergebnisse sind in Abbildung 9.2 oben gezeigt, wo die Resonanzfrequenz über der Vorstreckung λ aufgetragen ist. Die aus den Resonanzfrequenzen mit Gleichung (9.5) ermittelten Membranspannungen T sind im mittleren Graphen von Abbildung 9.2 dargestellt. Außerdem sind die gemessenen Resonanzfrequenzen in Tabelle 9.1 zusammengefasst. Darin sind sowohl die aus den zehn Anregungen resultierenden Standardabweichungen bei Untersuchung der einzelnen Membranen eingetragen als auch die Standardabweichungen, die sich zum Mittelwert $\bar{\nu}$ der jeweils zwei untersuchten Membranen derselben Art (R, λ) ergeben. Diese Standardabweichungen liegen

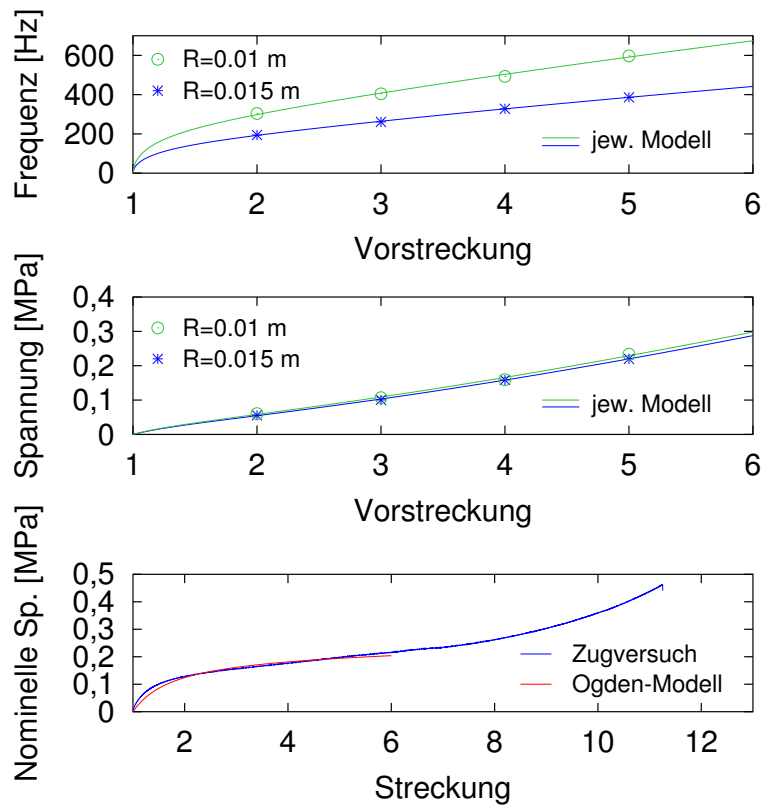


Abbildung 9.2: Spannungs-Dehnungs-Verhalten von VHB 4910 in zwei verschiedenen Konfigurationen. *Oben und Mitte:* Äquibiaxial vorgestreckte kreisförmige Membran (zwei untersuchte Radien $R = 0,01 \text{ m}/0,015 \text{ m}$) – akustisch gemessene tiefste Resonanzfrequenz (oben) und daraus berechnete Membranpannung (mitte). *Unten:* Uniaxialer Zugversuch mit Ogden-Modell der Ordnung $N = 1$ aus Regression über $\lambda = 1 - 6$.

Vorstreckung λ	Resonanzfrequenz ν / Hz	
	$R = 1,5$ cm	$R = 1$ cm
2	$\nu = 195 \pm 3$	$\nu = 301,2 \pm 1,7$
	$\nu = 194 \pm 4$	$\nu = 307 \pm 8$
	$\bar{\nu} = 194,3 \pm 0,7$	$\bar{\nu} = 304 \pm 4$
3	$\nu = 248,9 \pm 1,4$	$\nu = 398 \pm 4$
	$\nu = 273,1 \pm 0,5$	$\nu = 410,5 \pm 2,4$
	$\bar{\nu} = 261 \pm 18$	$\bar{\nu} = 404 \pm 10$
4	$\nu = 324,7 \pm 1,0$	$\nu = 489,6 \pm 1,9$
	$\nu = 331,0 \pm 1,8$	$\nu = 496,5 \pm 0,5$
	$\bar{\nu} = 328 \pm 5$	$\bar{\nu} = 493 \pm 5$
5	$\nu = 385 \pm 4$	$\nu = 597,2 \pm 2,3$
	$\nu = 387,7 \pm 1,1$	$\nu = 597,2 \pm 2,7$
	$\bar{\nu} = 386,1 \pm 2,3$	$\bar{\nu} = 597,2 \pm 0$

Tabelle 9.1: Tiefste akustische Resonanzfrequenzen von kreisförmigen Membranen mit Radius R aus VHB 4910 in Abhängigkeit von der äquibiaxialen Vorstreckung λ . Vergleiche Abb. 9.2. Es wurden jeweils zwei Membranen getestet – die angegebenen Standardabweichungen resultieren zunächst aus den zehn Wiederholungen der akustischen Messung und für den Mittelwert $\bar{\nu}$ aus den beiden ermittelten Resonanzfrequenzen ν .

meist weit unter drei Prozent der jeweils ermittelten Frequenz außer im Fall $R = 1,5$ cm und $\lambda = 3$, für den die Standardabweichung etwa sieben Prozent der gemittelten Frequenz beträgt.

Zu den beiden Graphen der gemessenen Resonanzfrequenzen (Abb. 9.2 oben und Mitte) sind Regressionskurven nach Gleichung (9.6) des aus dem Ogden-Modell und der Gleichung (9.5) für die Membranresonanzfrequenz entwickelten Modells dargestellt. Dabei erwies sich für die Modellierung die Ordnung $N = 1$ als ausreichend, während sowohl der Modell-Parameter $\alpha = \alpha_1$ als auch μ_1 für die Regression variiert wurden:

$$\nu_{01} = 0,38274 \cdot \sqrt{\frac{\mu_1(\lambda^\alpha - \lambda^{-2\alpha})}{R^2\rho}}. \quad (9.8)$$

Dabei muss nach Gleichung (6.18) berücksichtigt werden, dass der Schubmodul μ über

$$2\mu = \mu_1\alpha \quad (9.9)$$

mit den Modellparametern μ_1 und α zusammenhängt. Die Regression wurde numerisch mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt (wie in Abschnitt 7.3 für die Frequenzabhängigkeit des Elastizitätsmoduls).

Die für die große und kleine Membran separat durchgeführten Regressionen an die Resonanzfrequenzen ergeben jeweils: $\mu_{gross} = 15150$ Pa und $\mu_{klein} = 16171$ Pa. Außerdem wurde der Parameter α angepasst: $\alpha_{gross} = 1,47$ und $\alpha_{klein} = 1,44$ für Resonanzfrequenzermittlung. Dabei kann über die Standardabweichung σ der gemessenen Frequenzen von

der Regressionskurve wiederum die Güte des Fits abgeschätzt werden: $\sigma_{gross} = 2,3$ Hz für den Radius $R = 1,5$ cm und $\sigma_{klein} = 8$ Hz für den kleineren Membranradius $R = 1$ cm.

Zum Vergleich mit dem Spannungs-Dehnungs-Verhältnis, das hier wie beschrieben über die akustische Resonanzfrequenz ermittelt worden ist, wurde mit dem VHB4910-Material ein uniaxialer Zugversuch mit einer Materialprüfmaschine³ durchgeführt. Dafür wurden rechteckige Proben mit einer Breite von einem Zentimeter und einer Länge von drei Zentimetern verwendet; der Zugversuch wurde mit einer Geschwindigkeit von 50 Millimetern pro Minute durchgeführt, was unter Berücksichtigung der Ausgangslänge einer Dehnungsrate von etwa 1,67 pro Minute entspricht. Die gemessene Spannungs-Dehnungs-Kurve ist in Abbildung 9.2 unten dargestellt, wobei von der Materialprüfmaschine die nominelle Zugspannung ausgegeben wurde, die mit der *wahren* Spannung T (wie bisher angegeben) über $T_{nominell} = T/\lambda$ zusammenhängt.

Auch zur Modellierung der Spannungs-Dehnungs-Kurve aus dem Zugversuch wurde das Ogden-Modell herangezogen. Nach [105] ergibt sich damit die *wahre* Zugspannung von

$$T = \sum_{r=1}^N \mu_r (\lambda_r^\alpha - \lambda^{-\alpha_r/2}). \quad (9.10)$$

In diesem Fall erwies sich das Modell mit $N = 1$ als ausreichend für den Bereich $\lambda = 1$ bis $\lambda = 6$, also etwa bis zum Beginn der Dehnungskristallisation oder Selbstverfestigung (*strain hardening*) [13, 152]. Das heißt, bei der Regression der gemessenen Spannungs-Dehnungs-Kurve wurden wiederum die Parameter μ_1 und α angepasst:

$$T_{nominell} = \frac{\mu_1}{\lambda} \cdot (\lambda^\alpha - \lambda^{\alpha/2}), \quad (9.11)$$

wobei auch hier Gleichung (9.9) für den Schermodul gilt. Bei Einbindung von mehr Termen in das Modell ($N \geq 4$) könnte auch der Bereich der Selbstverfestigung erfasst werden [105].

Die Regression mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate ergab ein Schubmodul von $\mu = 91855$ Pa und den Parameter $\alpha = 1,1804$, was mit einer Standardabweichung von $\sigma = 7970,4$ Pa der Regressionskurve von den Messwerten einherging.

Die über die beiden verschiedenen Messungen (akustische Membranresonanz und Zugversuch) ermittelten Schubmodule μ entsprechen in der Größenordnung dem für die DMA-Modellierung eingeführten statischen Schubmodul μ_{stat} , welches auf der Grundlage von temperaturabhängigen DMA-Messungen [136] auf $\mu_{stat} = \mu(100^\circ C) = 10$ kPa eingeschätzt wurde (siehe Abschnitt 7.3). Dabei liegen die Ergebnisse der akustischen Messung mit $\mu_{gross} \approx 15$ kPa und $\mu_{klein} \approx 16$ kPa nur wenig über diesem statischen Schubmodul μ_{stat} . Der mit $\mu \approx 92$ kPa wesentliche höhere Schubmodul, der sich aus dem Zugversuch ergibt, resultiert möglicherweise aus der Geschwindigkeit der Versuchsdurchführung, da diese das elastische Verhalten des Acrylats stark beeinflusst. Eine noch wesentlich geringere Dehnungsrate als die gewählte (1,67 pro Minute) könnte in diesem Zusammenhang Klarheit bringen. Aus den akustischen Messungen wird jedenfalls offensichtlich, dass in diesem Fall für die Modellierung der tiefsten Membranresonanz nicht der dynamische Schubmodul verwendet werden muss, der bei den untersuchten Frequenzen für VHB 4910 viel höher

³Zwick/ Roell Z005.

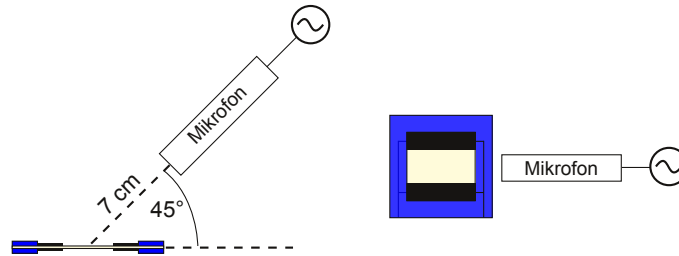


Abbildung 9.3: Schematischer Messaufbau (nicht maßstabsgetreu) zur Messung des vom Elastomeraktor abgestrahlten Schalls im Querschnitt (links) und Draufsicht (rechts).

ist und bei einer Frequenz von 350 Hz bereits über 3 MPa betragen müsste – den Ergebnissen unter Abschnitt 7.3 entsprechend.

Die Unterschiede im Parameter α sind andererseits nur der unterschiedlichen experimentellen Konfiguration geschuldet und müssen nach dem Ogden-Modell für uniaxiale und äquibiaxiale Dehnung nicht übereinstimmen, zumal α nur ein Modellparameter ohne direkte physikalische Bedeutung ist, abgesehen vom Zusammenhang mit dem Schubmodul in Kombination mit dem anderen Parameter μ_1 nach Gleichung (9.9).

9.2 Elektrische Anregung

Neben den im vorigen Abschnitt 9.1 untersuchten kreisförmigen Membranen wurden auch die im EDEL-Projekt (siehe Abschnitt 6.3) für die Verformung von weichen optischen Beugungsgittern verwendeten quadratischen Elastomermembranen mit Hilfe von akustischen Messmethoden untersucht.

Nachdem an den kreisförmigen Membranen die Abhängigkeit der Membranresonanzen von der Vorstreckung gezeigt und behandelt worden ist, sollen an den quadratischen Aktoren mit den beschriebenen Elektroden auf der Membran die Möglichkeiten und Besonderheiten bei elektrischer Anregung demonstriert werden. Es wurden dazu Messungen an den für das Projekt hergestellten Aktoren ohne optische Gitter vorgenommen. Im Folgenden wurden Aktoren mit dem Membranmaterial Elastosil akustisch untersucht, wobei hier die Vorstreckungen (wie bei den in Kapitel 8 untersuchten Elastosil-Aktoren) in den beiden lateralen Richtungen unterschiedlich gewählt wurden: $\lambda_1 = 1,5$ und $\lambda_2 = 2,5$.

Zur Aufnahme des Luftschalls wurde jeweils ein Mikrofon in einem Abstand von sieben Zentimetern und mit seiner Achse in 2-Richtung des Aktors (siehe Abb. 9.3) in einem Winkel von 45 Grad zur Membranebene aufgestellt. Mit Hilfe des UPV Audio Analyzer von Rohde & Schwartz wurde der Frequenzgang aufgenommen: Das vom Analyzer generierte Anregungssignal wurde über einen Hochspannungsverstärker verstärkt⁴.

⁴Für die akustischen Messungen wurde das Modell PD05031 von Trek verwendet, mit einer Verstärkung von 1000 V/V.

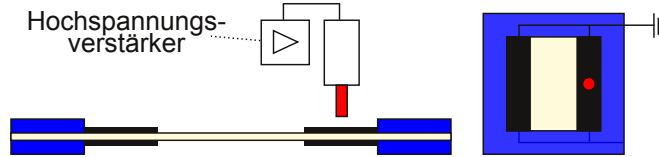


Abbildung 9.4: Aufbau zur elektrischen Anregung akustischer Schwingungen einer Elastomeraktormembran.

Herkömmlicher Betriebsmodus

Zunächst wurde die Schallemission der Aktoren im herkömmlichen Betriebsmodus, also bei Anliegen einer Wechselspannung zwischen oberer und unterer Elektrode, gemessen. Dabei muss einerseits die Nichtlinearität der Membrandehnung gegenüber der elektrischen Anregung beachtet werden (siehe Abschnitt 6.1.2). Daher wurde für die Aufnahme des Frequenzgangs der Gleichspannungsanteil mit $U_{DC} = 2,5 \text{ kV}$ größer als der Wechselspannungsanteil $U_{AC} = 100 \text{ V}$ gewählt, um durch $U_{AC} \ll U_{DC}$ die harmonische Verzerrung gering zu halten. Andererseits musste darauf geachtet werden, ein gegenüber dem Rauschen ausreichend starkes Signal zu erhalten. Die Schwäche des abgestrahlten Schalls wird unten anhand der aufgenommenen Spektren weiter diskutiert.

Anregung mit Elektrodenspitze

Abgesehen von der Anregung im herkömmlichen Aktorbetrieb wurden Aktoren auch mit Hilfe einer an den Hochspannungsverstärker angeschlossenen Elektrodenspitze über der Mitte einer der Elektrodenflächen zu akustischen Schwingungen angeregt, siehe Abbildung 9.4. Die Anregung beruht auf der Anziehung zwischen der externen Elektrodenspitze und der geerdeten oberen Elektrode des Aktors, auf der sich durch Influenz Gegenladungen zur Elektrodenspitze sammeln. Das Prinzip ist damit dem elektrostatischen Lautsprecher ähnlich, bei dem eine metallisierte Lautsprechermembran mit Hilfe von zur Membran parallelen, planaren Elektroden angeregt wird. Für die Aufnahme von Frequenzgängen wurde bei dieser Anregung $U_{DC} = 2,5 \text{ kV}$ und $U_{AC} = 2 \text{ kV}$ eingestellt. Nichtlinearitäten in der Beziehung zwischen abgestrahltem Schall und elektrischer Spannung werden unten in Abschnitt 9.2.2 durch die Aufnahme von Amplitudengängen untersucht. Die Verfälschung der aufgenommenen Spektren durch harmonische Verzerrung wurde mit Hilfe des UPV Audio Analyzers dadurch reduziert, dass als Messwert statt der Signalamplitude die FFT-Amplitude bei der jeweiligen Anregungsfrequenz ausgegeben wurde.

9.2.1 Frequenzgänge

In Abbildung 9.5 sind der mit diesem Aufbau und der mit herkömmlicher Aktoransteuerung aufgenommene Frequenzgang dargestellt. Der Graph des Frequenzgangs bei herkömmlicher Anregung ist um 30 Hz nach rechts, also zu höheren Frequenzen verschoben, um die jeweils tiefsten Membranresonanzspitzen (bei etwa 450 Hz) der beiden Messungen in der Darstellung übereinander zu bringen, und so den Vergleich der beiden Spektren zu

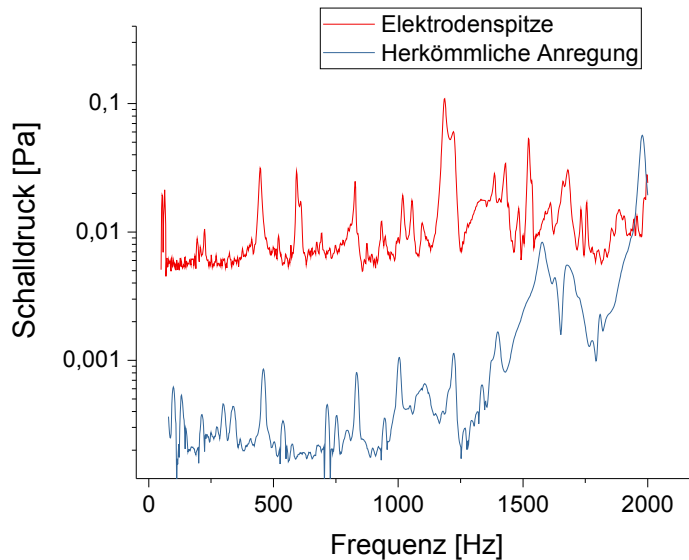


Abbildung 9.5: Akustisch aufgenommene Frequenzgänge des rechteckigen Elastomeraktors (siehe Abbildung 9.4) bei Anregung über Aktorelektroden (herkömmlich) und bei Anregung mit Elektroden Spitze.

erleichtern. Damit wird berücksichtigt, dass durch den hohen Gleichspannungsanteil bei herkömmlichem Aktorbetrieb die Membranspannung und damit die Resonanzfrequenzen beeinflusst werden. In der vorliegenden Konfiguration und wie auch durch andere Studien gezeigt [67] führt der Gleichspannungsanteil zu tieferen Resonanzfrequenzen beziehungsweise zu einem effektiven Membranspannungsverlust. Davon abgesehen sind in den beiden Frequenzgängen zumindest die Maxima bei $f \approx 450$ Hz und $f \approx 830$ Hz auf dieselben Resonanzen zurückzuführen.

Allerdings deutet sich auch an, dass die Anregung über die Membranelektroden vor allem Wellen in der Ebene hervorruft – im Gegensatz zur Anregung mit der Elektroden Spitze, mit der transversale Wellen, also Auslenkungen senkrecht zur Membran, ausgelöst werden. Dies zeigt sich daran, dass bei herkömmlicher Anregung erst bei höheren Frequenzen ($>1,5$ kHz) stärkere Amplituden verzeichnet werden. Die unterhalb von 1,5 kHz in beiden Messungen zu beobachtenden Resonanzmaxima sind dagegen um ein bis zwei Größenordnungen schwächer im abgestrahlten Schall. Für die Anregung von transversalen Schwingungen bei herkömmlicher Aktoranregung (über die Elektroden) müssen ohnehin die primär angeregten Schwingungen in der Ebene in Schwingungen senkrecht zur Ebene umgewandelt werden, was gewöhnlich über Wechselwirkungen der Wellenarten an den Rändern geschieht.

Da die quadratische Membran mit der Seitenlänge a in diesem Fall in beiden Richtungen unterschiedlich vorgestreckt ist ($\lambda_1 = 1,5$; $\lambda_2 = 2,5$), müssen für die Berechnung der Resonanzfrequenzen die in den beiden Richtungen verschiedenen Spannungen $T_{1,2}$ der Membran berücksichtigt werden, die jeweils mit einer unterschiedlichen Wellengeschwin-

Mode	Frequenz/ Hz	Gemessene Frequenz/ Hz
ν_{11}	446	446
ν_{21}	581	593
ν_{12}	811	827
ν_{31}	754	
ν_{22}	892	
ν_{32}	1013	1018
ν_{13}	1192	1186

Tabelle 9.2: Nach Gleichung 9.13 für eine quadratische Membran berechnete Resonanzfrequenzen ν_{mn} , ausgehend von der Grundfrequenzen $\nu_{11} = 446$ Hz, und aus dem Spektrum bei Anregung mit Elektrodenspitze (Abb. 9.5) abgelesene Resonanzen, die für die Regression genutzt wurden.

digkeit $c_{1,2}$ verbunden sind:

$$c_i = \sqrt{\frac{T_i}{\rho}}, \quad i = 1, 2. \quad (9.12)$$

Damit können die Resonanzfrequenzen

$$\nu_{mn} = \frac{1}{2a} \sqrt{(mc_1)^2 + (nc_2)^2} \quad (9.13)$$

mit $m, n \in \mathbb{N}$ hergeleitet werden, siehe Anhang C. Die Geschwindigkeiten c_1 zu c_2 wurden numerisch über eine Regression von Gleichung (9.13) an die deutlichsten Resonanzen der Messung mit Elektrodenspitze (Abb. 9.5) ermittelt, die in Tabelle 9.2 aufgelistet sind. Es ergaben sich $c_1 = 17,18 \frac{m}{s}$ und $c_2 = 31,27 \frac{m}{s}$, womit sich nach Gleichung (9.12) mit der Dichte $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$ (Herstellerangabe Elastosil RT 625) die Spannungen $T_1 = 0,33 \text{ MPa}$ und $T_2 = 1,08 \text{ MPa}$ ergeben. Der Unterschied zwischen diesen Spannungen erklärt sich zwar aus den unterschiedlichen Vorspannungen $\lambda_1 = 1,5$ und $\lambda_2 = 2,5$ des untersuchten Aktors, über das zu Grunde liegende Spannungs-Dehnungs-Verhalten kann aber bei dieser biaxialen Spannungs-Konfiguration zunächst nichts weiter ausgesagt werden, da die vorliegende akustische Messung nur einen einzigen Messpunkt $T_{1,2} = T_{1,2}(\lambda_{1,2})$ repräsentiert. Die mit den ermittelten Geschwindigkeiten aus Gleichung (9.13) resultierenden Resonanzfrequenzen bei fixierter Grundfrequenz $\nu_{11} = 446 \text{ Hz}$ sind ebenfalls in Tabelle 9.2 aufgelistet.

9.2.2 Amplitudengänge

Nichtlinearitäten

In diesem Abschnitt soll anhand von akustisch aufgenommenen Amplitudengängen bei Anregung der Elastomeraktoren mit Elektrodenspitze (Abb. 9.4) der Zusammenhang zwischen Anregungsspannung und resultierender Membranschwingung beziehungsweise abgestrahltem Schall untersucht werden.

Bei einer konstanten Gleichspannung von $U_{DC} = 2,5 \text{ kV}$ wurde dazu die Wechselspannungsamplitude von 0 V auf 2 kV erhöht. Zunächst wurde als Anregungsfrequenz 500 Hz

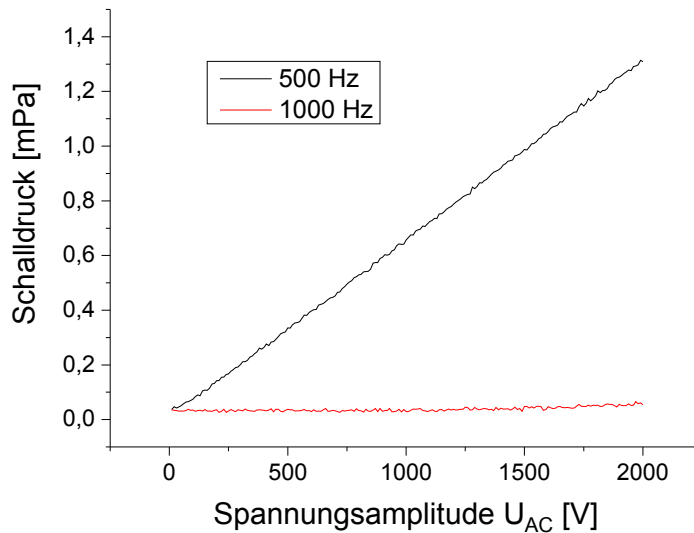


Abbildung 9.6: Amplitudengang bei Anregung mit 500 Hz mit Gleichspannungsanteil 2,5 kV: FFT-Amplitude des Schalldrucks bei 500 Hz und 1000 Hz in Abhängigkeit von der Wechsellspannungsamplitude U_{AC} .

gewählt, da die Membran dem oben diskutierten Spektrum zufolge (Abb. 9.5) weder bei 500 Hz noch bei der zweiten Harmonischen (1000 Hz) eine Resonanz aufweist. In Abbildung 9.6 sind die aus FFT-Analyse ermittelten Amplituden des über der Membran gemessenen Schalldrucks (wie oben beschrieben) bei 500 Hz und 1000 Hz in Abhängigkeit von der Wechsellspannung aufgetragen. Die Amplitude der Grundschwingung hängt offenbar linear von der Wechsellspannungsamplitude ab, während die zweite Harmonische erst bei höheren Spannungen ($> 1,5$ kHz) signifikant zunimmt, jedoch auch bei der höchsten angelegten Wechsellspannung $U_{AC} = 2$ kV nur knapp $1/25$ der Grundschwingungsamplitude beträgt.

Im Kontrast dazu wurde ein Amplitudengang bei einer Anregungsfrequenz von 213 Hz aufgenommen, für die das Doppelte (426 Hz) eine akustische Resonanz des Aktors ist. Dieser Fall ist in Abbildung 9.7 dargestellt. Es zeigt sich deutlich eine nichtlineare Abhängigkeit der gegenüber der Grundschwingung nun wesentlich stärkeren zweiten Harmonischen von der Anregungsspannung U_{AC} . Werden diese beiden Beobachtungen, also die Linearität der Grundschwingung und die quadratische Abhängigkeit der ersten Oberschwingung, berücksichtigt, so scheint auch für die Anregung mit der Elektrodenspitze eine quadratische Abhängigkeit der Membrandehnungen von der elektrischen Spannung vorzuliegen, wie der Vergleich mit der allgemeinen Formulierung in Abschnitt 6.1.2 zeigt, siehe vor allem Gleichung (6.24): $S(t) \sim U_{DC}^2 + \frac{1}{2}U_{AC}^2 + 2U_{DC}U_{AC} \sin(\omega t) - U_{AC}^2 \frac{1}{2} \cos(2\omega t)$.

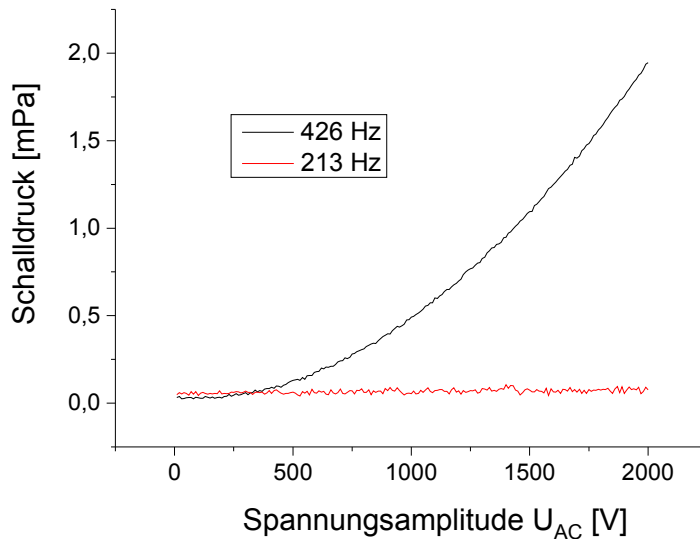


Abbildung 9.7: Amplitudengang bei Anregung mit 213 Hz mit Gleichspannungsanteil 2,5 kV: FFT-Amplitude des Schalldrucks bei 213 Hz und 426 Hz in Abhängigkeit von der Wechselspannungsamplitude U_{AC} .

Ladungsspeicherung

Zunächst wurde die Anregung mit der Elektrodenspitze ohne die in Abbildung 9.4 eingezeichnete Erdung der oberen Membranelektrode durchgeführt. Ohne die Erdung wurde bei der Wiederholung der Aufnahme von Amplitudengängen bei der Anregungsfrequenz von 500 Hz festgestellt, dass zwar eine lineare Beziehung zwischen der Schalldruckamplitude bei 500 Hz und der Wechselspannungsamplitude U_{AC} besteht. Allerdings nimmt die Steigung der aufgenommenen Geraden mit jedem Durchlauf von 0 bis 2000 V ab: Abbildung 9.8 zeigt elf aufeinander folgende Messungen, die Steigung der Geraden jedes Durchlaufs ist im eingefügten kleineren Graphen dargestellt. Die Steigung reduziert sich dabei von etwa $1,5 \mu\text{Pa}/\text{V}$ bei der ersten Aufnahme bis auf $0,23 \mu\text{Pa}/\text{V}$ beim elften Versuch. Die Abnahme der Steigung ist jedoch nicht exponentiell, da die Rate der Abnahme mit jedem Versuch abnimmt: Nach dem ersten Durchgang nimmt die Steigung um 54% ab, nach dem zweiten Durchlauf reduziert sich die Steigung nur noch um 17%; zum letzten Durchgang nimmt die Steigung nur noch um 8% ab.

Der beschriebene Effekt beruht wahrscheinlich auf einer Ladungsspeicherung in der Elastomermembran, die zumindest schwache Elektretigenschaften aufweist. Auf den Elektroden sammeln sich durch Influenz Ladungen, die den Ladungen auf der Elektrodenspitze im Vorzeichen entgegengesetzt sind. Dadurch wird die Elastomermembran vor allem im Bereich unter der Elektrodenspitze mit derselben Polarität geladen. In weiteren Versuchen zeigte sich, dass dieser Effekt nicht auftritt, wenn die Elektrode geerdet ist oder wenn kein Gleichspannungsanteil anliegt ($U_{DC} = 0 \text{ V}$). Im letzteren Fall wird durch den kontinuierlichen Wechsel der Polarität in der reinen Wechselspannung die Polung des Elastomers unterbunden. Im ersten Fall dagegen sorgt die Erdung vermutlich dafür, dass auf der Mem-

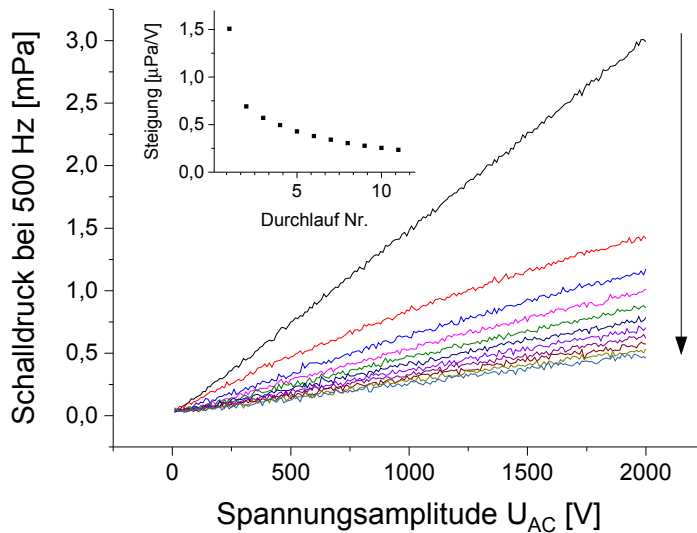


Abbildung 9.8: Mehrfach nacheinander aufgezeichneter Amplitudengang eines DEAs aus Silikon (Elastosil) bei sinusoidaler Anregung mit 500 Hz. Die Pfeilrichtung zeigt die zeitliche Abfolge der Messdurchläufe an.

bran gespeicherte Ladungen bei geringer Spannung leichter abtransportiert werden können.

Jedenfalls sind die Vorgänge aber zeitabhängig und eine andere Geschwindigkeit der Versuche würde wahrscheinlich die Ergebnisse zumindest quantitativ modifizieren. Prinzipiell ist die – wenn auch geringe – Ladungsspeicherungsfähigkeit der Elastomermaterialien für den Betrieb von DEAs relevant und kann zur Steigerung der Aktuationsdehnung genutzt werden, wie Galantini *et al.* für Polyurethan als Membranmaterial zeigten [46]. Gerade bei hohem Gleichspannungsanteil und bei ungeerdeten Elektroden wird das Elastomermaterial des Aktors in der Art einer Kontaktpolung geladen, was die Aktuation wesentlich beeinflussen kann. Als Dielektrika sind Elastomere jedenfalls immer auch Elektrete [76], was wegen der Dehnbarkeit der Elastomere zum Beispiel auch für Wandler zur Energiegewinnung genutzt werden kann [108]. Eine andere Untersuchung zu dieser Materialeigenschaft für das Silikon Elastosil[®] RT625 von Rychkov *et al.* [124] zeigte, dass die Entladung unter anderem auch stark vom Elektrodenmaterial beeinflusst wird.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

Ausgehend von der Anwendung dielektrischer Elastomeraktoren für die kontrollierte Deformation von weichen Beugungsgittern wurden in diesem Teil sowohl anwendungsrelevante Materialparameter der verwendeten Elastomere untersucht als auch der fertiggestellte Elastomeraktor im Betrieb mit und ohne Beugungsgitter charakterisiert. Schließlich wurden akustische Resonanzeigenschaften des Aktors beziehungsweise der Elastomermembran gemessen. Dabei sollte einerseits die Leistungsfähigkeit des jeweiligen Aktors in Abhängigkeit von der Anregungsgeschwindigkeit oder -frequenz für zwei betrachtete Elastomermaterialien (Acrylat und Silikon) erfasst werden. Andererseits konnte insbesondere in Verbindung mit den kontaktfreien akustischen Resonanzmessungen die Membranspannung in Abhängigkeit von der Vorstreckung der Elastomerfilme sowie der Schubmodul ermittelt werden. Die hier überwiegend gewählte Methode ist die Aufnahme von Frequenzgängen, jeweils anhand von mechanischen, optischen oder akustischen Messungen. Die Messungen und Ergebnisse sollen im Folgenden nochmals zusammengefasst werden.

Die Frequenzabhängigkeit der Elastizitätsmoduli des untersuchten Silikons und des Acrylats wurde mit Hilfe einer dynamisch-mechanischen Analyse mit Frequenzen von 0,1 Hz bis 100 Hz erfasst. Das Acrylat zeigte einerseits eine durchweg höhere Viskosität, andererseits eine stärkere Frequenzabhängigkeit des Speichermoduls gegenüber dem Silikon. Insbesondere übersteigt der Speichermodul des Acrylats, der für langsame Deformationen (0,1 Hz) etwa halb so groß ist wie der Modul des Silikons, bei über 1 Hz mechanischer Anregung bereits den Modul des Silikons. Der Frequenzgang des komplexen Schermoduls des Acrylats wurde mit Hilfe eines fraktionalen 3-Parameter-Modells angepasst.

Mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera und einer numerischen Bewegungserfassung wurde die Dehnung der periodisch (mit Frequenzen von 1 Hz bis 200 Hz) angeregten Aktoren optisch gemessen. Die auf diese Weise aufgenommenen Frequenzgänge zeigen einerseits den starken Einfluss des frequenzabhängigen Elastizitätsmoduls auf die Aktuationsdehnung: Mit zunehmender Aktuationsfrequenz nehmen die Dehnungen des Acrylat-Aktors deutlich ab im Gegensatz zum Aktor aus Silikon, der vergleichsweise stabile Dehnungen in Abhängigkeit von der Frequenz zeigt. Darüber hinaus äußert sich die höhere Viskosität des Acrylats in starkem Kriechverhalten, was die Kontrolle in der Anwendung erschwert. Durch das später installierte optische Beugungsgitter wird bei beiden Membranmaterialien die Aktuation stark behindert, die Dehnungen reduzieren sich jeweils um ein

bis zwei Größenordnungen. Der Acrylataktor zeigt mit installiertem Gitter auch bei tiefen Frequenzen keine stärkeren Dehnungen – die für den separaten Aktor günstig erscheinenden Aktuatoreigenschaften können also nicht genutzt werden.

Akustisch wurden die Schwingungseigenschaften der Elastomermembranen jeweils über den von der Membran abgestrahlten Schall gemessen. Zunächst wurden die Resonanzen von kreisförmigen Membranen des Acrylat-Elastomers gemessen, ohne die Einbeziehung der Aktuation. Durch die Präparation von Membranen mit unterschiedlicher Vorstreckung konnte die Abhängigkeit von Resonanzfrequenzen und damit der Membranspannungen von der Vorstreckung untersucht werden. In Verbindung mit dem hyperelastischen Ogden-Modell für die Beschreibung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens bei äquibiaxialer Vorstreckung konnte die gemessene Abhängigkeit der Resonanzfrequenzen modelliert werden. Über die Regression konnte der im Modell enthaltene Schubmodul ermittelt werden, der mit $\mu \approx 16$ kPa nahe an dem für die Modellierung der DMA-Messungen verwendeten (quasi)statischen Schubmodul lag ($\mu \approx 10$ kPa), das heißt dem Grenzwert des Moduls für Frequenzen gegen Null. Aus einem außerdem durchgeführten uniaxialen Zugversuch ergaben sich mit dem entsprechenden Ogden-Modell ein größerer Schubmodul $\mu \approx 92$ kPa. In diesem Fall hätte jedoch wahrscheinlich durch eine langsamere Versuchsdurchführung auch der quasistatische Grenzwert für den Schubmodul erreicht werden können.

Die akustischen Eigenschaften der bereits optisch untersuchten Elastomeraktoren mit rechteckiger Membran und unterschiedlicher Vorstreckung in den beiden lateralen Richtungen wurden mit zwei verschiedenen Anregungsmethoden gemessen: Erstens über die herkömmliche Ansteuerung der Elektroden auf der Membran und zweitens über eine zusätzliche Elektrodenspitze über der Membran. Die über diese Methoden aufgenommenen Frequenzgänge zeigen zwar zwei gemeinsame Resonanzen, unterscheiden sich aber davon abgesehen wesentlich, gerade im Frequenzbereich über 1 kHz. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit den Methoden prinzipiell unterschiedliche Wellenarten angeregt werden. Bei herkömmlicher Anregung über die Membranelektroden resultieren Dehnungen in der Membranebene, weshalb vor allem Wellen in der Ebene angeregt werden können. Dagegen wird die Membran von der Elektrodenspitze aus der Ebene heraus ausgelenkt, was Transversalwellen auslöst. Dass in den vorgestellten Messungen dennoch gemeinsame Resonanzfrequenzen gefunden werden, liegt wahrscheinlich daran, dass bei herkömmlicher Anregung laterale Schwingungen durch Kopplung über den Rahmen zu einem gewissen Grad auch transversale Wellen hervorrufen.

Die bei Anregung mit Elektrodenspitze ermittelten Resonanzen, welche hauptsächlich von transversalen Moden stammen, konnten herangezogen werden, um die in den lateralen Richtungen unterschiedlichen Membranspannungen zu ermitteln. Eine umfassende Studie mit dieser Methode wäre wünschenswert, so dass zum Beispiel aus den Spannungen auch auf die jeweiligen Vorstreckungen geschlossen werden könnte.

Schließlich wurden zur genaueren Charakterisierung der Anregung mit der Elektrodenspitze Amplitudengänge aufgezeichnet: Es wurde der abgestrahlte Schall in Abhängigkeit von der Wechsellspannung gemessen. Die Anregungsfrequenzen wurden unter Berücksichtigung der im Spektrum gefundenen Resonanzen gewählt. Einerseits zeigte sich in den Amplitudengängen eine quadratische Abhängigkeit zwischen angeregtem Schall und der elektrischen Spannung. Andererseits wurden unter speziellen Bedingungen (bei nichtgeer-

deter Elektrode) Ladungsspeicherungseffekte beobachtet, die insbesondere bei der Wiederholung der Versuchsdurchführung hervortraten. Im Hinblick auf die Anwendung von Elastomeren als funktionale Membran bieten sich die hier entwickelten, kontaktfreien akustischen Prüfverfahren für die Überwachung des Langzeitverhaltens beziehungsweise des Membranzustandes an. Dabei kann wie gezeigt einfach aus dem gemessenen Spektrum oder dem Frequenzgang auf die (zweidimensionale) Membranspannung geschlossen werden, aus der wiederum sowohl das Relaxationsverhalten beobachtet als auch ein Versagen des Bauteils diagnostiziert werden kann, beispielsweise bei Spannungsverlust oder Rissen in der Membran. Mit der vorgestellten Methode wäre es außerdem möglich, das Spannungs-Dehnungs-Verhalten der Elastomere für biaxiale Streckungen systematisch zu untersuchen. Da im hyperelastischen Ogden-Modell für die Beschreibung der großen Dehnungen auch der Schubmodul verwendet wird, kann mit der akustischen Messung auch diese elastische Konstante ermittelt werden, was als ergänzende Methode zu den üblichen Verfahren (wie hier der DMA) etabliert werden könnte, wobei zur Ermittlung des Moduls zusätzlich eine Regressionsanalyse (mit dem Ogden-Modell) durchgeführt werden muss. Auch für eine simultane Materialprüfung während des Vorstreckens der Membran kann die akustische Erfassung in Erwägung gezogen werden.

Darüber hinaus bietet die Anregung mit Elektrodenspitze über der Membran eine sinnvolle Alternative zur Anregung transversaler Membranschwingungen, was im herkömmlichen Aktorbetrieb nicht so leicht möglich ist. Neben dem Einsatz zur mechanischen Membrandiagnostik kann damit auch die Ladungsspeicherung der Membran erfasst werden. Da mit demselben Aufbau einerseits Membranschwingungen angeregt werden und andererseits die Membran geladen wird, können damit die Ladungsvorgänge (Geschwindigkeit, Sättigung etc.) charakterisiert werden. Ausschlaggebend ist, dass die Stärke des emittierten Schalls von der Membranladung abhängt.

Die geschilderten Anwendungen können dabei alle mit geringem Technologie- und Kostenaufwand realisiert werden, da zum Beispiel ein piezoelektrischer Wandler am Rahmen der Membran oder ein Elektretmikrofon über der Membran in Kombination mit einer Verstärker- und Rechneinheit den Anforderungen genügen würde. Jedenfalls sind die beschriebenen Methoden sowohl für die Materialforschung – auch über die Anwendung für dielektrische Elastomeraktoren hinaus – als auch für die Überwachung von funktionalen Membranen nutzbar.

Teil III

Die Stegsvchwingungen und der Streichvorgang bei Geigen – erfasst mit piezoelektrischen Polymerfilmsensoren

Kapitel 11

Die gestrichene Saite und das angekoppelte Instrument

Die dynamischen Vorgänge bei einer gestrichenen Saite unterscheiden sich wesentlich von denen bei einer angeschlagenen oder gezupften Saite. Der Unterschied besteht vor allem darin, dass der Saite beim Streichvorgang kontinuierlich Energie zugeführt wird, wodurch Reibungsverluste, die bei allen anderen Anregungsarten zum allmählichen Abklingen der Saitenschwingung führen, wieder ausgeglichen werden – die gestrichene Saite ist ein selbsterregter Oszillator. Insofern gleicht die gestrichene Saite den Blasinstrumenten. Die Reibungsvorgänge zwischen dem Bogen und der schwingenden Saite führen außerdem dazu, dass je nach Anregungsparametern und -verlauf qualitativ unterschiedliche Schwingungsformen oder verschiedene dynamische Regime der Saite hergestellt werden. Dies ist auch einer der Gründe, warum das Erlernen von Streichinstrumenten allgemein als so schwierig angesehen wird: Kratzgeräusche und unangenehmes „Fiepen“ oder „Quietschen“ sind die akustischen Extreme, zwischen denen der eigentlich gewünschte musikalische Klang entstehen kann.

Allerdings hängen diese Vorgänge nicht allein von den Spielenden ab, da auch das Instrument in seiner Gesamtheit – Bogen, Saite und Resonator – einen gewissen Einfluss darauf hat, wie leicht die erwünschte Saitenschwingung erzeugt werden kann. Diese zur klanglichen Qualität eines Instruments hinzukommende Charakteristik ist ein Teilaspekt der sogenannten „Bespielbarkeit“ (im Englischen *playability*), die als komplexe Größe nur teilweise messbar ist. Denn um die letztlich im subjektiven Urteil liegende Bespielbarkeit durch Messungen einschätzen zu können, müssen neben den physikalisch-dynamischen Eigenschaften auch haptische, visuelle und psychische Einflüsse – wie zum Beispiel die Erwartungshaltung beim Spielen eines namhaften Instruments – berücksichtigt werden.

In diesem Teil der Arbeit wurden experimentelle Methoden entwickelt, um die Schwingungsvorgänge auf Geigen (und verwandten Instrumenten der Viola-da-braccio- oder auch der Viola-da-gamba-Familie) und gleichzeitig die Bogenanregung zu erfassen, was – wie oben beschrieben – einen wichtigen physikalisch-dynamischen Teilaspekt der Bespielbarkeit darstellt. Damit kann nicht nur auf Unterschiede in der Bespielbarkeit zwischen verschiedenen Instrumenten eingegangen werden, sondern es kann auch untersucht werden, wie sich diese Eigenschaft „von Note zu Note“ [126, 150] ändert. Insbesondere ist es das

Ziel zu untersuchen, wie die Toleranz der Saitenschwingung gegenüber der Bogenanregung von der jeweils angeregten Stegbewegung abhängt. In die Stegbewegung sind nämlich die jeweils angeregten Korpuschwingungen eingepreßt und die meisten Rückkopplungsmechanismen zwischen Saite und Korpus werden durch den Steg vermittelt [25]. Sowohl die Parameter der Bogenanregung – das heißt insbesondere der Bogendruck (die auf die Saite ausgeübte *Normalkraft*) – als auch die Stegbewegung werden für diese Untersuchung mit Hilfe von minimal-invasiven piezoelektrischen Filmsensoren erfasst. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt dabei auf den separaten Messungen mit den Filmsensoren an den Teilsystemen Steg und Bogen. Durch die besondere Art der minimal-invasiven Schwingungsdetektion mit Filmsensoren eröffnen sich einige bisher schwer zugängliche Aspekte der Bogen- sowie der Steg-Korpus-Dynamik. Der kombinierte Einsatz der Messsysteme an Bogen und Steg wird anhand von ersten Ergebnissen am Ende der Arbeit besprochen.

Als Übersicht der bisherigen Forschungsergebnisse werden in diesem Kapitel zunächst die dynamischen Regime der gestrichenen Saite sowie die Übergänge zwischen diesen Regimen in Abhängigkeit von den Anregungsparametern beschrieben. Im Anschluss werden die Eigenschaften des Korpus oder Resonators geschildert, wobei ein Fokus auf dem Schwingungsverhalten des Stegs in Kombination mit dem restlichen Korpus liegt, vor allem im Hinblick auf die später eingesetzten Filmsensoren am Steg. Auch die Wechselwirkungen des Korpus mit der gestrichenen Saite werden betrachtet, was – wie oben ausgeführt – für die Beispielbarkeit relevant sein kann. Schließlich wird der für das dynamische Gesamtsystem nicht zu vernachlässigende Bogen und sein Schwingungsverhalten betrachtet.

11.1 Dynamische Regime der gestrichenen Saite

In diesem Abschnitt sollen die wichtigsten dynamischen Regime der gestrichenen Saite beschrieben werden, vor allem aber die musikalisch angestrebte „Helmholtzbewegung“. Die Abhängigkeit dieser Schwingungsformen von den Anregungsparametern wird so formuliert, wie es dem derzeitigen Forschungsstand entspricht. Die in erster Näherung vernachlässigten transienten Phänomene, das heißt die Dynamik des Anregungsbeginns und der Übergänge zwischen dynamischen Regimen, werden unter 11.1.2 dargestellt.

11.1.1 Helmholtzbewegung und deren Voraussetzung

Die erste genaue Beobachtung der Schwingungen der gestrichenen Saite gelang Helmholtz mit Hilfe eines sogenannten Vibrationsmikroskops, mit welchem er die Auslenkung einzelner Punkte auf der Saite erfassen konnte [63]. Die von ihm beschriebene und in der Folge nach ihm benannte Helmholtzbewegung stellt allerdings nur eine mögliche Schwingungsform, ein dynamisches Regime der gestrichenen Saite dar. Es ging Helmholtz nämlich darum, zunächst den musikalisch relevanten oder erwünschten Schwingungsmodus darzustellen.

Die Helmholtzbewegung lässt sich folgendermaßen zusammenfassen, vergleiche dazu Abbildung 11.1. Bei der Bogenposition, also bei dem vom Steg aus gemessenen An-

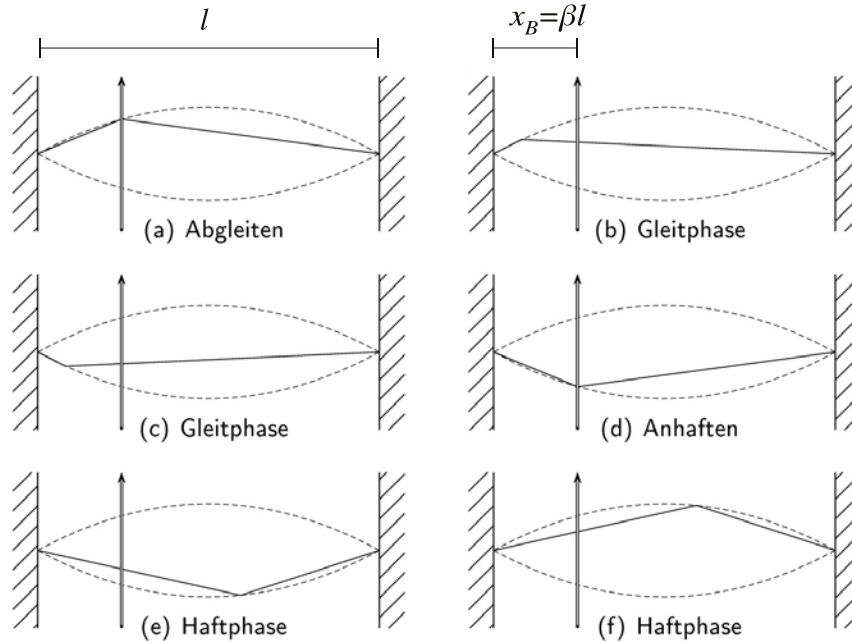


Abbildung 11.1: Momentaufnahmen der Helmholtzbewegung der gestrichenen Saite: Der Haftgleiteffekt zwischen Saite und Bogen wird begleitet vom periodischen Umlauf des *Helmholtzknicks* auf einer parabolischen Bahn (gestrichelt).

streichort, x_B (bei x -Richtung parallel zur ruhenden Saite) findet ein periodischer Wechsel zwischen Haft- und Gleitphasen statt: In der Haftphase haftet die Saite am Bogen und bewegt sich demzufolge auch mit der Bogengeschwindigkeit v_B . In der Gleitphase rutscht die Saite in entgegengesetzter Richtung unter dem Bogen weg – in erster Näherung ebenfalls mit einer konstanten, aber wesentlich höheren Geschwindigkeit als während der Haftphase. Sowohl der Gleit- als auch der Hafteinsatz werden eingeleitet durch die Ankunft des sogenannten *Helmholtzknicks* am Anstreichort. Wie in Abbildung 11.1 dargestellt, bewegt sich dieser *Helmholtzknick* auf der Saite entlang einer parabolischen Bahn mit konstanter Wellengeschwindigkeit v_W , wobei der Knick die Saite in zwei gerade Abschnitte unterteilt. Für die Wellengeschwindigkeit v_W und die Periodendauer T der Helmholtzbewegung gilt über das Weg-Zeit-Gesetz

$$v_W = \frac{2l}{T}, \quad (11.1)$$

wobei l die Saitenlänge ist. Wird die Saite durch den Bogen im Verhältnis $\beta = x_B/l$ geteilt, gilt daher für die Dauer der Haftphase T_H und der Gleitphase T_G

$$\beta l = v_W T_G = \frac{2l}{T} T_G \quad (11.2)$$

$$(1 - \beta)l = v_W T_H = \frac{2l}{T} T_H. \quad (11.3)$$

Da die Saite am Anstreichort, also am Bogen, während der Haftphase mit der Geschwindigkeit v_H die gleiche Strecke zurücklegt wie mit der Geschwindigkeit v_G während der

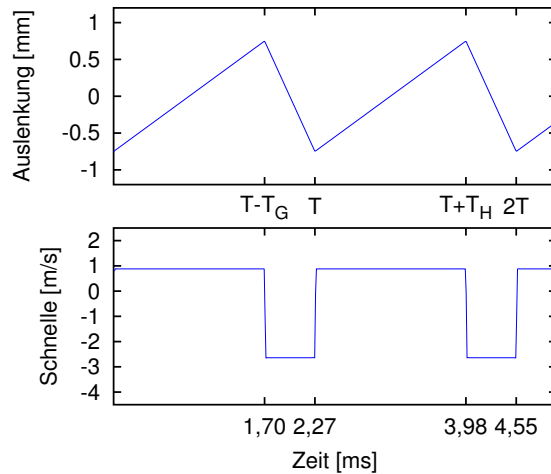


Abbildung 11.2: *Oben:* Kippschwingung der Saitenauslenkung am Anstreichort ($\beta = 0,75$) für die Grundfrequenz $f_0 = 440$ Hz mit Dauer der Gleitphase $T_G = 1,7$ ms und Haftphase $T_H = 0,57$ ms. *Unten:* entsprechende Saitenschnelle.

Gleitphase, $v_G T_G = v_H T_H$, ergeben sich die Verhältnisse

$$\frac{v_G}{v_H} = \frac{T_H}{T_G} = \frac{\beta}{1 - \beta}. \quad (11.4)$$

Am Anstreichort selbst kann entsprechend dieser Schilderung eine sogenannte Kippschwingung beobachtet werden (siehe Abb. 11.2, oben), was ein Ausdruck der eingangs genannten Beobachtung ist, dass es sich bei der gestrichenen Saite um einen selbsterregten Oszillator beziehungsweise um einen Relaxationsoszillator handelt [99, 109]. Letzteres bedeutet, dass die Verluste der Schwingung durch eine eigene Energiequelle ausgeglichen werden – in diesem Fall die Bogenanregung. Die entsprechende Saitenschnelle zeigt dann theoretisch die bereits erwähnten Unstetigkeiten zwischen den beiden konstanten Geschwindigkeiten, die mit Haft- und Gleiteinsatz verbunden sind. In Abbildung 11.2 sind die Kippschwingung (Auslenkung) und ihre Ableitung (Schnelle) mit Hilfe von Fourier-Reihen dargestellt (nach [63], Beilage V), so dass diese Unstetigkeiten im Schnelleverlauf nicht auftreten.

Von dieser Idealisierung ging Raman für seine Betrachtungen aus [117], wobei der geschilderte unstetige Geschwindigkeitsverlauf theoretisch nur unter der unrealistischen Annahme frequenzunabhängiger Verluste möglich ist ([25], §.4.5). Auf dem Weg zu einer realistischeren Beschreibung dieses Geschwindigkeitsverlaufs muss nach Cremer vor allem die Abrundung des Helmholtzknicks berücksichtigt werden, die unter anderem auch aus der Biegesteife der Saite resultiert [25], § 5.1. Wird ein abgerundeter umlaufender Knick angenommen, ergibt sich schon aus der phänomenologischen Betrachtung ein anderer Geschwindigkeitsverlauf: „Der Gleitbereich wird nicht mehr von Sprüngen, sondern von „Böschungen“ endlicher Neigung eingerahmt.“ ([25], §.5.2).

Nach Ramans Modellierung ziehen Veränderungen des Bogendrucks außerdem keine Modifikationen der Saitenschwingung nach sich und bewirken entgegen der Erfahrung auch keine Klangänderung. Im Gegensatz dazu erklärt Cremer, dass das „Steilerwerden

der Böschungsfanken mit wachsendem Bogendruck“ und die damit verbundene Verlängerung der Haftbereiche den Obertongehalt vergrößern (eine Beobachtung, die auch Schelleng schildert [126]). Dennoch werden Ramans Ausführungen gerne als theoretischer Ausgangspunkt in Bezug auf die Bedingungen für die Herstellung der Helmholtzbewegung genommen. Insbesondere gelang es ihm, die Abhängigkeit des Mindestbogendrucks $F_{B,min}$ von der Bogengeschwindigkeit v_B zu formulieren:

$$F_{B,min} = \frac{S v_B}{\mu_s - \mu_d}, \quad (11.5)$$

wobei S eine von der Bogenposition x_B und der Art der Bogenanregung abhängige Konstante ist ([117], S. 357); μ_s und μ_d sind jeweils der statische und der dynamische Haftreibungskoeffizient. Ramans Herleitung von Gleichung 11.5 beruht im Kern einfach darauf, dass die aus der Helmholtzbewegung abzuleitende Kraft zwischen Bogen und Saite während des Haftens nicht die maximale Haftreibung überschreiten darf (siehe [117], Gleichungen (22)–(25)).

Schelleng [126] erweiterte die Analyse Ramans mit Hilfe von elektrischen Ersatzschaltbildern um die Abhängigkeit des Mindestbogendrucks von der relativen Bogenposition β und von der charakteristischen Saitenimpedanz Z :

$$F_{B,min} = \frac{Z^2 v_B}{2r_1 \cdot (\mu_s - \mu_d) \beta^2}, \quad (11.6)$$

wobei r_1 der mechanische Widerstand des Stegs¹ bei der Grundfrequenz der Saitenschwingung ist. Schelleng nimmt nämlich an, dass die Störung der Saiten- durch die Stegsschwingung vor allem (zu 80 Prozent) durch die Grundsatzschwingungskomponente bewirkt wird (siehe Anhang A in [126]).

Für eine gegebene Bogengeschwindigkeit und eine bestimmte Bogenposition $x_B = \beta l$ gibt es nun einerseits einen Mindestbogendruck, unterhalb dessen mehrere Gleiteinsätze innerhalb einer ursprünglichen Periode stattfinden, was mit einem quietschenden Klang verbunden ist und unter dem Begriff „Höhere Moden“ zusammengefasst wird. Andererseits gibt es als oberen Schwellwert auch einen maximalen Bogendruck $F_{B,max}$. Wird der Bogendruck über diesen Maximalwert erhöht, führt die Ankunft des Helmholtzknicks nicht mehr zur Auslösung des Gleitens. Dadurch wird die Funktion des Helmholtzknicks, die Grundfrequenz der Saitenschwingung aufrechtzuerhalten, behindert [150] und ein rauhes, kratziges Geräusch entsteht. Diese Vorgänge sind nach Schelleng allerdings nicht von den verhältnismäßig kleinen Störungen, die durch die Schwingung der Saitenaufhängungen (also durch die Kopplung an das Instrument) verursacht werden, abhängig, sondern werden nur von den Reibungsverlusten am Anstreichort und von der Form des Helmholtzknicks beeinflusst:

$$F_{B,max} = \frac{2v_B Z}{\beta(\mu_s - \mu_d)}. \quad (11.7)$$

Deswegen kann aus einer Messung des maximalen Bogendrucks nicht auf die Spielbarkeit eines Instruments geschlossen werden, wohl aber auf die Spielbarkeit von Saite und Bogen. Mit den Gleichungen (11.6) und (11.7) für die Bogendruckgrenzen $F_{B,min}$

¹In r_1 sollen aber auch Verluste der Saite und des Steg-Korpus-Systems enthalten sein [126].

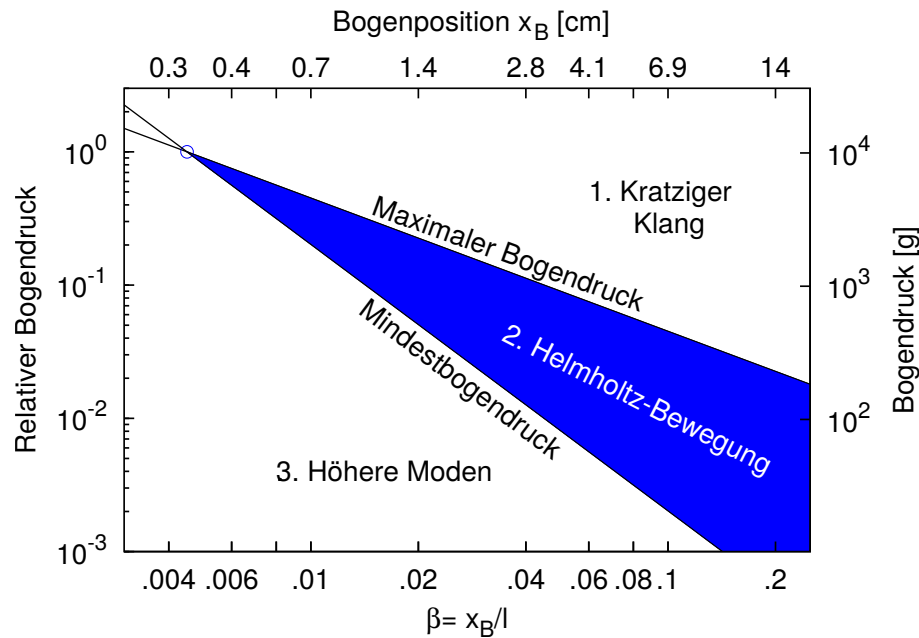


Abbildung 11.3: Schelleng-Diagramm (nach [126], korrigiert nach Fußnote 10 darin, wie in [131] diskutiert): Verschiedene dynamische Regime einer gestrichenen Cello-A-Saite in Abhängigkeit von Bogendruck (eigentlich eine Kraft, hier aber als Masse in Gramm) und Bogenposition $x_B = \beta \cdot l$.

und $F_{B,max}$ der Helmholtzbewegung kann das sogenannte „Schelleng-Diagramm“ aus [126] konstruiert werden, in dem der Bogendruck in doppeltlogarithmischer Darstellung über der Bogenposition x_B und der relativen Bogenposition $\beta = x_B/l$ aufgetragen ist².

Typisch für trockene Reibung ist eine fallende Reibungskennlinie $\mu_d = \mu_d(\Delta v)$ in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit Δv zwischen den beiden beteiligten Körpern, in diesem Fall also zwischen Saite und Bogen ([25], §1.1). Schelleng nahm beispielsweise eine hyperbolische Reibungskennlinie der Form

$$\mu_d = \frac{(\mu'_d - \mu_s) \cdot z}{z + z_0} + \mu_s \quad z = \frac{v_B}{\beta}, \quad z_0 = \text{const.} \quad (11.8)$$

an [126], wobei μ'_d der Grenzwert des dynamischen Reibungskoeffizienten für unendliche Relativgeschwindigkeiten ist. Diese in Abbildung 11.8 dargestellte Reibungskennlinie beschreibt die zu Grunde liegenden Vorgänge allerdings nur prinzipiell. Dennoch kann damit der Mindestbogendruck unter Verwendung von Gl. (11.6) angegeben werden als:

$$F_{B,min} = \frac{Z^2}{2r_1 \cdot (\mu_s - \mu'_d)} \cdot \frac{v_B + \beta z_0}{\beta^2}. \quad (11.9)$$

²Die für das Diagramm verwendeten Parameter sind die Bogengeschwindigkeit, $v_B = 20$ cm/s, die Differenz der Reibungskoeffizienten, $\mu_s - \mu_d = 0.4$, und die auf ein Cello bezogene Stegimpedanz $r_1 = 25000$ g/s sowie die Saitenkennimpedanz für eine Cello-A-Saite, $Z = 450$ g/s [126].

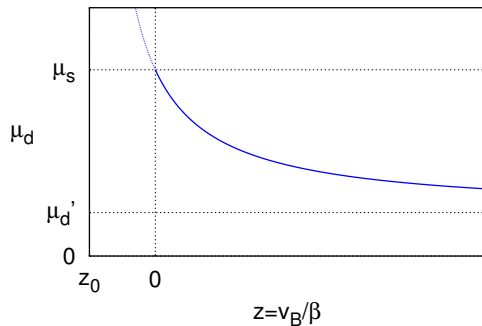


Abbildung 11.4: Hyperbolische Reibungskennlinie für den dynamischen Reibungskoeffizienten μ_d in Abhängigkeit von der Bogengeschwindigkeit v_B geteilt durch β , den relativen Abstand zwischen Bogen und Steg.

Eine vollständigere und realistischere Beschreibung der Vorgänge an der gestrichenen Saite beinhaltet außerdem Torsionsschwingungen der Saite, die die Vorgänge am Bogen beeinflussen und also mittelbar den Klang prägen können [25].

Die von Schelleng entwickelten Stabilitätsbetrachtungen der gestrichenen Saite wurden erst vor etwa 10 Jahren von Schoonderwaldt *et al.* an einem Monochord und an Geigen mit einer automatischen Anstreichvorrichtung [131] systematisch überprüft. Kurz danach wurden von Schoonderwaldt [129] auch Messungen veröffentlicht, in denen die Geige von Hand gespielt wurde mit einem mit Dehnungsmessstreifen ausgerüsteten Bogen zur Bogendruckerfassung [29, 130]; weitere Parameter wurden dabei mit Hilfe von zusätzlicher Video-Bewegungserfassung gemessen. Auch wenn Schelleng-Diagramme in diesen Studien im Prinzip (für konstante Bogengeschwindigkeit v_B) reproduziert wurden, konnte im Gegensatz zu Gleichung (11.6) (oder (11.5)) keine direkte Abhängigkeit des Mindestbogendrucks von der Bogengeschwindigkeit beobachtet werden. Außerdem sei die Abhängigkeit des Mindestbogendrucks von der (in r_1 enthaltenen) Dämpfung wesentlich stärker als reziprok, auch die Dämpfung durch die linke Hand auf der Saite spiele eine wichtige Rolle. Die Abweichungen wurden unter anderem auch auf die Abrundungen des Helmholtzknicks und die damit verbundenen Korrekturwellen zurückgeführt, was im Ramanoder Schellengmodell nicht berücksichtigt ist und, wie oben beschrieben, mit einer frequenzabhängigen Dämpfung einhergeht.

11.1.2 Übergangsphänomene: Transienten und Bifurkation

Alle Betrachtungen des vorigen Abschnitts sind unter der Prämisse zu verstehen, dass die Anregungsparameter konstant gehalten werden und sich ein stationärer Zustand der Saitenschwingung eingestellt hat. Doch dass sich Bogendruck und -geschwindigkeit sowie die Bogenposition innerhalb der Stabilitätsgrenzen des Helmholtz-Regimes befinden, ist nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung dafür, dass sich die gewünschte Sägezahnschwingung einstellt. Beginnt man beispielsweise mit sehr geringem Bogendruck unterhalb des Helmholtz-Bereichs, so kann es bei anschließender allmählicher Stei-

gerung des Bogendrucks schwerfallen, den Helmholtz-Bereich zu erreichen. Umgekehrt kann man bei bereits erzeugter Helmholtz-Bewegung selbst durch gezieltes und drastisches Nachlassen des Bogendrucks daran scheitern, die eigentlich unerwünschten höheren Moden herzustellen. Diese aus der Erfahrung geschilderten Komplikationen beziehungsweise Hysterese-Phänomene sind aus der Stabilitätsanalyse nichtlinearer Oszillatoren bekannt³.

Die Stabilitätsabwägungen Schellengs sind vor allem über das Schellengdiagramm (Abbildung 11.3) bekannt geworden, auch wenn in diesem Bild nur stationäre Schwingungen erfasst sind. Für die Diskussion der transienten Vorgänge, die der stationären Helmholtz-Bewegung vorausgehen, muss vor allem auf die Arbeit Knut Guettlers verwiesen werden. Guettler zeigte, dass während des Einschwingvorgangs vor allem die Parameter Bogen- druck und Bogenbeschleunigung wichtig sind [58]. Das in der Folge nach ihm benannte Guettler-Diagramm zeigt einen Bereich dieser beiden Größen, in dem „perfekte Transienten“ auftreten, siehe Abbildung 11.5 .

Ein perfekte Transiente weist nach Guettlers Definition sofort zu Beginn der Anregung die Periode des zu etablierenden Helmholtz-Regimes auf (Parameterbereich 2 in Abbildung 11.5). Im Falle zu hohen Bogendrucks und zu geringer -beschleunigung tritt eine Verzögerung des Entgleitens ein (Bereich 1), was mit einem kratzigen Klang verbunden ist. Ist der Bogen- druck zu gering oder die Beschleunigung zu hoch, kann es zu vorzeitigem Gleiteinsatz und somit zu vielfachem Entgleiten der Saite am Bogen innerhalb einer nominalen Periode kommen (Bereich 3). Diese hier für die Transienten geschilderten Fälle sind insofern analog zum eingeschwungenen Zustand zu verstehen, als sich die Bereiche 1, 2 und 3 in Guettler- und Schelleng-Diagramm physikalisch und klanglich auf dieselben Phänomene beziehen⁴. In Guettlers Argumentation werden außerdem auch die Mechanismen klarer, durch welche die Helmholtzbewegung überhaupt gefährdet wird, ob während des Einschwingens oder im eingeschwungenen Zustand. Denn bei jedem Haft- und Gleiteinsatz werden Wellen in beide Richtungen auf der Saite ausgelöst, die einerseits in Richtung Steg und andererseits in Richtung Sattel (oder Finger) laufen. An diesen Saitenenden werden die ausgelösten Wellen reflektiert und kehren als Störung zum Anstreichort zurück; der Bogen wird dabei als unüberwindliche Impedanz für diese Wellen angenommen. Wenn die Summe dieser Wellen entweder während der eigentlichen Haftphase die maximale Haftreibung überschreitet (Fall 3) oder zum Zeitpunkt des Gleiteinsatzes die Reibungskraft unter die maximale Haftreibung verringert (Fall 1), wird die Helmholtzbewegung entweder gänzlich verhindert oder so verzögert, dass der Helmholtzbewegung eine längere Transiente vorausgeht.

Guettler gab einerseits analytische Ausdrücke für die Toleranzgrenzen beim Einschwingen bezüglich der Bogenbeschleunigung und des Bogendrucks, andererseits simulierte er Transienten unter Variation von Bogen- druck und -beschleunigung. Er verwendete für die Simulationen sowohl eine einfache hyperbolische Reibungskurve wie Schelleng (vgl. Gl. (11.8) und Abbildung 11.8) als auch zum Vergleich ein unter anderem auf Messungen basierendes thermisches Reibungsmodell, bei dem berücksichtigt wird, dass das Kolopho-

³Vergleiche dazu die Studie von Dalmont *et al.* [27], in der die selbsterregten Oszillationen von Blasinstrumenten, insbesondere von Klarinetten, als Van-der-Pol-Oszillator modelliert und Hysterese-Effekte anhand der daran auftretenden Hopf-Bifurkation erklärt wurden.

⁴Daher ist die Guettler folgende Nummerierung hier auch im Schelleng-Diagramm (Abb. 11.3) verwendet.

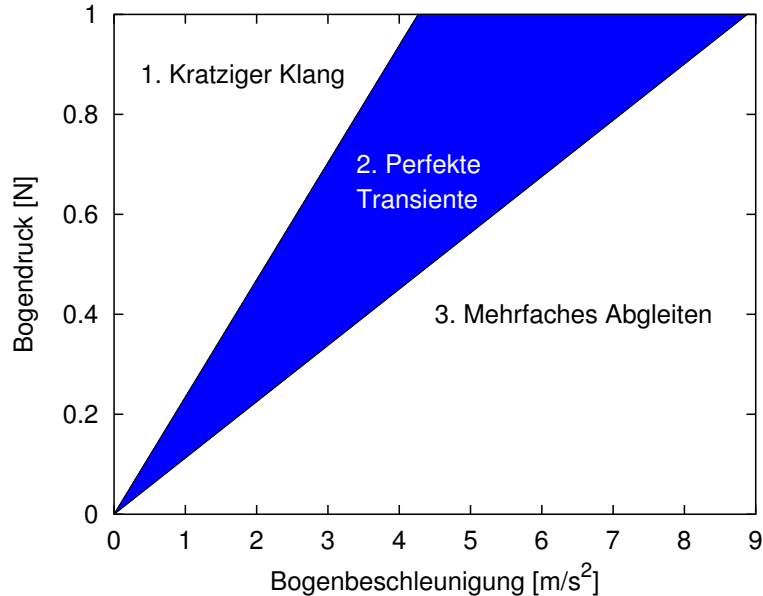


Abbildung 11.5: Guettler-Diagramm: Der Bereich „perfekter Transienten“ (sofortige Herstellung der Helmholtzbewegung) im Parameterraum von Bogenbeschleunigung und Bogendruck für die relative Bogenposition $\beta = 1/8$ und die Grundfrequenz $f_0 = 200$ Hz. Frequenzabhängige Regimegrenzen nach Gleichung (8b) in [58], wo auch die anderen verwendeten Parameter definiert sind.

nium unter der Wärmeentwicklung auf den Bogenhaaren mit der Haft-Gleit-Periode flüssig und wieder fest wird (Glasübergang), was wiederum die Reibung bestimmt; dabei treten auch Hysterese-Effekte beim dynamischen Reibungskoeffizienten $\mu_d(\Delta v)$ in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit Δv auf⁵. Allerdings änderte die Verwendung dieses Reibungsmodells ebenso wenig wie die Berücksichtigung von Torsionswellen etwas an den qualitativen Ergebnissen.

Die Bereiche für perfekte Transienten im Guettler-Diagramm ändern sich mit der Bogenposition: Die Dreiecksfläche wächst mit zunehmendem $x_B (= \beta l)$. Insofern führt also ein größerer Abstand des Bogens vom Steg zu einer besseren Ansprache, ähnlich wie im Schelleng-Diagramm für stationäre Schwingungen. Darüber hinaus besteht eine Abhängigkeit der Bereiche von der Grundfrequenz der Saitenschwingung.

Anhand des Guettler- und des Schelleng-Diagramms ist im Übrigen auch die oben geschilderte Hysterese bezüglich der jeweils angeregten dynamischen Regime erklärbar: Allein die Angabe von Bogendruck, -geschwindigkeit und Bogenposition ist nicht ausreichend um entscheiden zu können, ob sich ein musikalischer Klang einstellt. Es ist zum Beispiel auch eine anfängliche Bogenbeschleunigung mit einzubeziehen, wie überhaupt der Verlauf der Anregung. Verschiedene Stricharten können jeweils mit unterschiedlichen prinzipiellen Parameter-Verläufen beschrieben werden und zusätzlich kann jede dieser Stricharten im Detail, das heißt in Bezug auf die Anregungsparameter, anders ausgeführt wer-

⁵Motiviert durch diese Interpretation der Wechselwirkungen zwischen Bogen, Kolophonium und Saite wurden in dieser Arbeit die Elektret-Eigenschaften von Kolophonium untersucht, siehe Anhang D.



Abbildung 11.6: Aufbau der Geige. *Links:* Blick auf den Saitenhalterknopf. *Rechts:* Sicht auf die F-Löcher. Die im Inneren des Instruments verborgenen Teile Bassbalken und Stimmstock sind jeweils schematisch eingezeichnet.

den.

So weist Woodhouse in [150] darauf hin, dass für die Untersuchung von Transienten der gestrichenen Saite Simulationen zu bevorzugen seien, da die Vielzahl von Parametern im Experiment schwer zu kontrollieren sei. Seine Simulationen zeigen ebenso wie Guettlers [58] oder auch Baders [11, 12] numerische Untersuchungen, dass es nicht allein von den endgültigen Parametern abhängt, welches dynamische Regime sich einstellt, sondern auch von dem, auf langer Übung basierenden, Ansatz beim Streichen, der über den Verlauf der Anregungsparameter beschrieben werden kann. Zusammenfassend kann die grundlegende Komplikation aller Stabilitätsbetrachtungen für die gestrichene Saite betont werden, nämlich dass die jeweilige Schwingungsform auf der Saite keine eindeutige Funktion der endgültigen oder der instantanen Anregungsparameter sein kann, sondern von der Vorgeschichte der Anregung abhängt.

11.2 Resonator

11.2.1 Steg

Bei Streichinstrumenten wird die Saitenschwingung vor allem über den Steg an den Korpus übertragen. Umgekehrt wird aber auch die Saitenschwingung durch das Instrument hauptsächlich über die Bewegungen des Stegs beeinflusst. Der Steg ist so konstruiert, dass er die zur Geigendecke parallelen Saitenschwingungen in Anregungen senkrecht zur Geigendecke umwandeln kann. Den Kontakt zur Geigendecke stellen die zwei Stegfüße her: Es gibt einen höhen- oder diskantseitigen Stegfuß in der Nähe des Stimmstocks, welcher zwischen Geigendecke und -boden eingesetzt ist, und einen bassseitigen Stegfuß, der sich in der Nähe des, über fast die gesamte Länge der Geigendecke verlaufenden, Bassbalkens befindet (siehe Abbildung 11.6). In Untersuchungen am isolierten, „starr aufgesetzten“ Steg [25] können dessen Eigenschwingungen aufgenommen werden: Reinicke fand mittels holografischer Aufnahmen die tiefste Eigenschwingung eines Violinstegs in der Stegebene bei 3060 Hz [118], Jansson beobachtete in Admittanzmessungen die entsprechende Resonanz bei etwa 2,5 kHz [71]. Jansson verglich außerdem die Stegadmittanz mit der Saitenadmit-

tanz und stellte fest, dass die normalerweise im Verhältnis zur Saitenadmittanz wesentlich größere Stegadmittanz die Ausbildung von stehenden Saitenwellen begünstige. Nahe der Stegresonanz könne es aber zu einer Admittanzanpassung der beiden Medien kommen, so dass auch im Bereich der Stegresonanz Wolfoninstabilitäten möglich seien (zu Wolfönen siehe Teil I dieser Arbeit, insbesondere Kapitel 2).

Die Stegresonanz zeigt sich aber auch in Messungen an der gesamten Geige. Misst man die frequenzabhängige Stegadmittanz an der Geige, zeigen sich außer Schwingungsmoden, die vor allem dem Korpus zuzuordnen sind, aber immer auch mit starren Schwingungen des Stegs auf der Geigendecke verbunden sind, eine breite Resonanzspitze um 2,5 kHz, die jedenfalls von der tiefsten Stegresonanz herrührt [35, 71, 151]. Daher wird dieses Charakteristikum auch *bridge hill* genannt und trägt zur Durchsetzungsfähigkeit der Geige im Orchester bei – auf eine ähnliche Weise wie der Formant für Sänger [140]. Allerdings handelt es sich nach Simulationen von Woodhouse [151] um eine Kombination der besagten Stegresonanz mit Schwingungen des Korpus beziehungsweise der Geigendecke bei den Stegfüßen, was auch von Bissinger experimentell bestätigt wurde, der überhaupt keine isolierten Stegmoden der Geige beobachten konnte [15]. Die Aussage wurde auch von Durup und Jansson bestätigt [35], die feststellten, dass nicht nur Modifikationen des Stegs, sondern auch Veränderungen an den F-Löchern die Form des *bridge hill* im Admittanzspektrum verändern.

Die Gestalt des *bridge hill* stellt im Übrigen auch ein Qualitätsmerkmal von Geigen dar, wie zum Beispiel in den Studien Dünwalds deutlich wird, der mehr als 600 Geigen verglich. Dünwald regte den Steg mit einem elektrodynamisch kontrollierten Draht an, der eine Kraft auf die seitliche Stegkante ausübte und maß den resultierenden Schallpegel [36]. So entwickelte Dünwald ein Maß für die Qualität von Violinen, indem er die mittleren Schallpegel – und vor allem das daraus sich ergebende psychoakustische Maß der Lautheit – von entscheidenden Frequenzbereichen verglich und dann Klangeigenschaften als angenehm oder unangenehm identifizierte. Gerade die alten italienischen Geigen zeigten nach seinen Messungen erhöhte Lautheit im Frequenzbereich von 1640 Hz bis 4200 Hz (also dem *bridge hill* ähnlich, auch wenn Dünwald diese Eigenschaft nicht so bezeichnete) und im daran anschließenden Frequenzbereich (4200-6400 Hz) eine deutliche Abnahme der Lautheit.

11.2.2 Korpus

Ermittlung von Geigenschwingungen

Die beschriebene Admittanzmessung (oder Impedanzmessung) am auf der Geige installierten Steg ist also eine Möglichkeit, um die Anregungsmöglichkeiten des gesamten Instruments zu charakterisieren. Da sie mit relativ geringem Aufwand verbunden ist, ist die Admittanzmessung eine Standardmethode nicht nur in der musikalischen Akustik, sondern auch im Geigenbau. Allerdings kann die genaue Durchführung stark variieren: Die Anregung kann impulsartig oder sinusförmig sein. In letzterem Fall wird ein sinusförmiges Signal an einen Wandler gegeben – zum Beispiel an einen elektrodynamisch angeregten Draht wie bei Dünwald [36] oder an einen herkömmlichen elektrodynamischen Schwing-

erreger (*shaker*), wie Fleischer ihn verwendete [41].

Die resultierenden Schwingungen können mit unterschiedlichen Technologien erfasst werden: Dünnwand detektierte den abgestrahlten Schall, so dass von einer Admittanzmessung im strengen Sinn schon nicht mehr gesprochen werden kann. Üblich ist die Detektion der Stegsvingungen zum Beispiel mit einem piezoelektrischen oder elektrodynamischen Wandler und auch optisch können die Schwingungen gut detektiert werden. Entscheidend ist auch die Richtung der Anregung am Steg sowie der Ort und die Richtung, bei denen die resultierende Bewegung erfasst wird. So können Admittanzmessungen sich wesentlich unterscheiden abhängig davon, ob die Anregung „tangential“ oder senkrecht zum Steg vorgenommen wird, was wiederum aus Fleischers Messungen deutlich hervorgeht [41].

Gegenüber der einfachen Admittanzmessung ist die vollständige Modalanalyse eine aufwändige Methode Vibrationsmoden von Geigen zu erfassen: Zum Beispiel durch Impulsanregung und piezoelektrische Messung der Schwingungsantwort an verschiedenen Orten des Korpus können mit Hilfe einer Frequenzanalyse der gemessenen Signale die Gesamtschwingungen des Instruments bei verschiedenen Frequenzen rekonstruiert werden [88]. Eine bessere Ortsauflösung ist im Vergleich dazu mit optischen Messungen zu erzielen, zum Beispiel bei der Speckle-Interferometrie [94]. Heutzutage liefert die Raster-Laser-Interferometrie detaillierte Aufnahmen, anhand derer sogar die Auslenkungen der Geigendecke (oder des -bodens) in der Plattenebene ermittelt werden können [18].

Wie schon oben erwähnt, können die Vibrationen der Geige als Ergänzungen zu den Messungen, aber auch anhand von FEM-Modellen simuliert werden. Eine aktuelle, umfassende Simulation der Moden der Geigenplatten (Decke und Boden) beschreibt Gough [53].

Schwingungsmoden

Die Moden von Saiteninstrumenten können grob in zwei Kategorien eingeteilt werden: Luftmoden (oder Hohlraummoden) und Korpusmoden. Es muss jedoch angemerkt werden, dass diese Einteilung nicht bedeutet, dass bei einer Luftmode nur die Luft und bei einer Korpusmode nur das Holz in Bewegung versetzt wird. Es gibt weder reine Korpus- noch reine Luftmoden, sondern die Schwingungen beider Medien sind immer zu einem gewissen Grad gekoppelt. Dass für die Luftmoden aber vor allem die Schwingungen der Luft im Korpus verantwortlich sind, kann unter anderem aus Experimenten von Bissinger und Hutchins abgeleitet werden, die die Luft im Korpus mit verschiedenen Gasen, zunächst mit CO₂, ersetzten [17]. Das führte wegen der tieferen Schallgeschwindigkeit in reinem Kohlenstoffdioxid gegenüber der Luft zu einer entsprechenden Abnahme mancher Resonanzfrequenzen, die damit als Luftmoden identifiziert werden konnten. Die gleichzeitige Messung der Korpuschwingungen zeigte aber auch die oben beschriebene Kopplung der Luftmoden mit den Korpusbewegungen.

Eine gute Übersicht über die typischen Geigenmoden findet sich in [122], wo auch die leider zum Teil unterschiedlichen Bezeichnungen für die Moden der Instrumente der Geigenfamilie zusammengefasst sind. Die im Frequenzbereich unter 1 kHz anregbaren Moden sind für die Klangqualität einer Geige so entscheidend, dass sie auch „Signaturmoden“ genannt werden [16]. Diese Signaturmoden mit mittleren Resonanzfrequenzen (mit

Standardabweichungen) gemessen an den 17 Violinen aus der zitierten Untersuchung von Bissinger [16] sind

- Luftmode A0 (Helmholtzresonanz), 275 ± 9 Hz
- Luftmode A1, 469 ± 19 Hz
- CBR-Korpusmode, 407 ± 31 Hz
- Korpusmode B1–, 475 ± 16 Hz
- Korpusmode B1+, 541 ± 22 Hz,

wobei die Moden A0, B1– und B1+ auch stark in der Schallabstrahlung sind und damit den Geigenklang am deutlichsten prägen. Die von Bissinger eingeführte Nomenklatur wird auch in dieser Arbeit verwendet.

11.3 Einfluss des Resonators auf die gestrichene Saite

Von den oben besprochenen dynamischen Eigenschaften der gestrichenen Saite kann vor allem der Mindestbogendruck durch Störungen an den Saitenenden, also in einem Rückkopplungsprozess durch die Schwingungen des Resonators, beeinflusst werden. Der maximale Bogendruck bleibt dabei zumindest der Theorie nach unbeeinflusst von dieser Rückkopplung. Wenn also von einer Auswirkung der Schwingungen von Hals, Griffbrett und Sattel bzw. Finger abgesehen wird, sind es die je nach Anregung unterschiedlichen Stegbewegungen, die den Mindestbogendruck beeinflussen.

Nach Woodhouse [150] kann daher aus einer Stegadmittanz $Y(\omega)$ (idealerweise gemessen an der Saitenkerbe am Steg) die minimale Bogenkraft für einen Ton mit der Grundfrequenz f_0 berechnet werden:

$$F_{B,min}(f_0) = \frac{2v_B Z^2}{\pi^2 \beta^2 (\mu_s - \mu_d)} \cdot \left[\max_t \left\{ \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} Y(2n\pi f_0) e^{2n\pi i f_0 t} \right\} + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Y(2n\pi f_0)}{n^2} \right]. \quad (11.10)$$

Es geht also jeweils die Stegadmittanz bei den Partialtönen $n f_0$ mit ein. Grob gesagt gilt dennoch, wie auch Woodhouse ausführt, was schon mit dem einfacheren Schelleng-Modell für den minimalen Bogendruck mit dem Widerstand r_1 am Steg ohne Frequenzabhängigkeit gezeigt wurde (Gleichung (11.6)): Je größer die Stegadmittanz ist, desto größer ist auch der Mindestbogendruck und desto kleiner das Bogendruckintervall für die Helmholtzbewegung. Damit erklärt Woodhouse – angelehnt an Raman [117] – auch die Wolfoninstabilität (siehe Teil I, Abschnitt 2.1): Es komme zu einem periodischen Wechsel zwischen den Regimen 2 und 3 (im Schelleng-Diagramm Abb.11.3), wobei der Mindestbogendruck mit derselben Periode variere, abhängig davon, wie stark die verursachende Korpusresonanz angeregt wird.

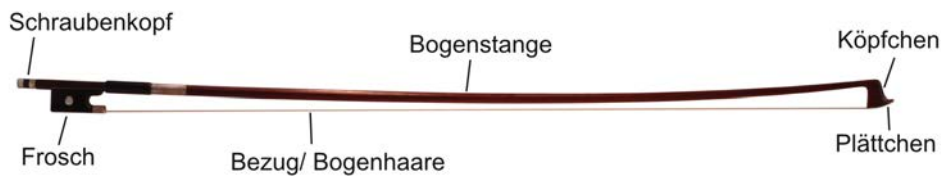


Abbildung 11.7: Aufbau des Geigenbogens.

Was für Resonanzeigenschaften die Kopplung zwischen Saite und Korpus allgemein hervorbringt – insbesondere in Bezug auf die Entstehung von Kopplungsmoden bei gleichen oder nahe beieinander liegenden Resonanzfrequenzen der Teilsysteme – ist in Abschnitt 2.2 von Teil I dieser Arbeit diskutiert.

11.4 Bogen

11.4.1 Aufbau und Nomenklatur

Der im achtzehnten Jahrhundert von François Tourte in seiner auch heute noch aktuellen Form vollendete moderne Bogen besteht vor allem aus der etwa 73,5 cm langen Bogenstange aus Pernambuco-Holz. An dieser sind zwischen dem Köpfchen an der Bogenspitze und dem Frosch am Fuß des Bogens die Bogenhaare, der sogenannte Bezug, gespannt. Die Auflagefläche für die Bogenhaare am Köpfchen wird Plättchen genannt und (problematischerweise) immer noch aus Elfenbein gefertigt. Unterhalb des Griffes, dem umwickelten Teil des Stabs, ist der Frosch eingelassen. Seine Position kann über den Schraubenkopf eingestellt werden, der über ein Gewindesystem den Frosch bewegt. So kann die Bogenhaarspannung eingestellt werden. [21]

Abhängig von der Bogenhaarspannung verändert sich aber auch die Form beziehungsweise die Biegung der elastischen Bogenstange [3].

11.4.2 Schwingungseigenschaften des Bogens

Ähnlich wie beim Geigenkorpus können die dynamisch-mechanischen Eigenschaften des Geigenbogens über verschiedene Vibrationsmoden charakterisiert werden. In Bezug auf die Bogenstange können nach Gough [57] zunächst drei Schwingungsrichtungen definiert werden (siehe Abbildung 11.8): Zwei transversale Schwingungsrichtungen senkrecht zur Stangenachse – in der Bogenebene (z -Richtung) und senkrecht zur Bogenebene (in x -Richtung) – und eine longitudinale Schwingungsrichtung parallel zur Bogenstange in y -Richtung. Zusätzlich können auch Torsionsschwingungen der Bogenstange beobachtet werden. Jede Anregung der Bogenstange (zunächst unter Vernachlässigung des Bezugs, also der Bogenhaare) resultiert vor allem in Biegeschwingungen, die nach der Balkentheorie mit inharmonischen Resonanzfrequenzen verbunden und von der jeweiligen Aufhängung des Bogens abhängig sind [9, 57]. Nach FEM-Simulationen von Gough [57] kann zwischen den Biegemoden in der Bogenebene und solchen senkrecht dazu unterschieden

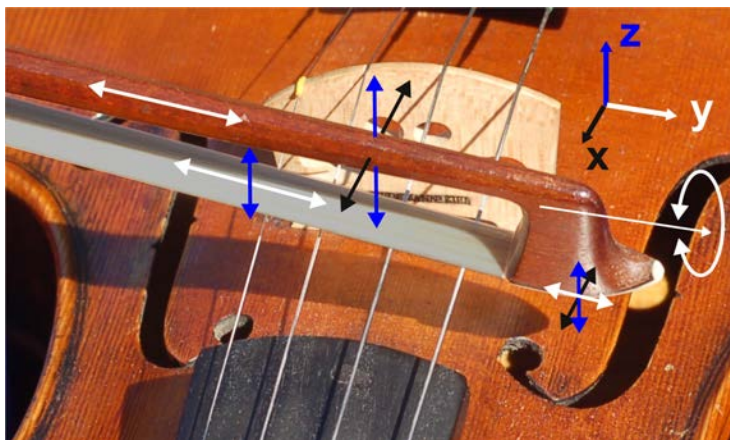


Abbildung 11.8: Bogenschwingungen: Transversale und longitudinale Schwingungen sowie Torsionsschwingungen der Bogenstange; außerdem transversale und longitudinale Schwingungen der Bogenhaare (nach [57]).

werden, deren jeweilige Resonanzfrequenzen allerdings im tieferen Frequenzbereich (< 1 kHz) dicht beieinander liegen. Die Biegemoden in der Ebene sind sowohl mit Schwingungen des Köpfchens in x - als auch in y -Richtung verbunden, haben also transversalen und longitudinalen Charakter, während die Moden senkrecht zur Bogenebene vor allem Auslenkungen in z -Richtung und torsionale Bewegungen umfassen. In Übereinstimmung mit diesen Simulationen zeigen Messungen der Bogenadmittanz von Askenfelt [10], dass transversale Auslenkungen vor allem unterhalb von 500 Hz die Bogendynamik dominieren, longitudinale Schwingungen dagegen etwa ab 1 kHz relevant werden.

Außerdem nimmt nach Askenfelt [10] die Dämpfung der Bogenstangenmoden durch den Bezug mit Bogenhaare etwa um das Doppelte zu, während die Resonanzfrequenzen weitestgehend konstant bleiben. Für die Moden der Bogenstange und des Bogenhaarebandes gilt also Ähnliches wie zum Beispiel für den Korpus und die Luft im Hohlraum: Die Vorstellung von separaten Moden der Subsysteme ist nur eine Idealisierung, da immer eine gewisse Kopplung besteht. In diesem Sinne weisen die Bogenhaare aber auch selbst Resonanzen auf: Wie auf einer gespannten Saite können sich auf dem Bogenhaare transversale (in x -Richtung) und longitudinale Wellen (in y -Richtung) ausbreiten, was ebenfalls in Abbildung 11.8 illustriert ist. Allerdings sind diese Wellen wegen der Unterschiedlichkeit und der Menge der Bogenhaare (beim heutigen Bogen bis zu 180 Haare, im Gegensatz zum Tourte-Bogen mit 100-110 Haaren [103]) stark gedämpft, so dass nur die tieferen Moden in Admittanzmessungen am Bogen deutlich hervortreten. So können nach Askenfelt [10] in der longitudinalen Admittanz eines Bogens bei etwa 1.6 kHz die longitudinale Grundmode und um 6 kHz die dritte Harmonische der Bogenhaarschwingungen identifiziert werden. Gough [57] zeigte eindrucksvoll in einem Experiment mit einer Gitarrenseite an Stelle der Bogenhaare, dass die saitenartigen Moden der Bogenhaare wegen der Inhomogenität des Bezugs und nicht etwa wegen der Kopplung an den Stab gedämpft sind. Andererseits gelingt ihm mit dieser Bespannung eine Demonstration der Wechselwirkung der transversalen Bogenhaarschwingungen mit den Stabschwingungen. Die tiefste transversale Biegemode des Stabs liegt nämlich im gleichen Frequenzbereich (≈ 60 -70 Hz [10]) wie die tiefste

transversale Bogenhaarresonanz: Hier kann es durch die Kopplung zu einer Aufspaltung der fast gleichfrequenten Resonanzen kommen – vergleiche dazu auch Abschnitt 2.2 in Teil I dieser Arbeit über die Kopplung zwischen Saiten- und Korpusresonanzen. Dies ist insofern von Bedeutung, als gerade die Beschaffenheit der tiefsten Transversalmode nach Askenfelt für die Qualität von Bögen entscheidend sein könnte, wobei eine starke und tieferfrequente Resonanz für diese Mode zu bevorzugen sei.

Ein weiteres am Bogen auftretendes Schwingungsphänomen, das von Askenfelt und Gough untersucht worden ist, sind die sogenannten *bouncing modes*. Diese „Hüpfmoden“ können beobachtet werden, wenn man den gespannten Bogen am Frosch ablegt und die Bogenhaare aus geringer Höhe auf eine feste Kante fallen lässt. Je nachdem, an welcher Stelle zwischen Frosch und Köpfchen die Bogenhaare auf die Kante treffen, resultieren andere Frequenzen des Hüpfens im Bereich 6-30 Hz. Dabei werden umso tiefere Frequenzen beobachtet, je näher die Kante am Frosch liegt. Mit dem Bogen auf der Saite treten diese Schwingungen auch auf – zum Leidwesen des Spielenden – die Frequenzen werden allerdings dann wegen der Nachgiebigkeit der Saite noch etwas tiefer [9] und der ausschlaggebende Parameter ist der Abstand zwischen Saite und Frosch ξ , der hier Saitenposition genannt wird.

Zuletzt ist die wichtige Frage zu diskutieren, inwiefern die Eigenschaften des Bogens auch die Produktion eines guten Geigentons befördern. Obwohl unter Geigenden die einhellige Meinung besteht, dass die Wahl des Bogens einen wesentlichen Unterschied für den Gesamtklang und auch in den Möglichkeiten der Klangkontrolle bewirken kann, sind die genauen Wechselwirkungen zwischen Bogen und Instrument noch nicht ganz klar – trotz einiger sorgfältiger Untersuchungen (vor allem die bisher in diesem Abschnitt zitierten [9, 10, 57]) seit dem wegweisenden Artikel von Schumacher 1975 [132].

Prinzipiell ist der Bogen natürlich das Werkzeug, mit dem die Spielenden die Anregung kontrollieren, insbesondere Bogendruck, -geschwindigkeit und -beschleunigung. Schwingungen des Bogens können dabei offensichtlich nur über den Bezug an die Saite übertragen werden. Nach Gough beeinflussen gerade die transversalen Schwingungen der Bogenhaare in z -Richtung den Bogendruck. Die longitudinalen Schwingungen des Bezugs können dagegen sowohl die relative Bogen-Saite-Geschwindigkeit als auch die zunächst als konstant angenommene Geschwindigkeit der Saite am Bogen während der Haftphase modulieren. So kann also der Klang durch den Bogen beeinflusst werden.

Was einer starken Wechselwirkung zwischen Bogen und Saite jedoch entgegensteht, ist der relativ große Impedanzunterschied zwischen den Bogenhaaren in longitudinaler Richtung (4-17 kg/s, [10]) und der Saite in Transversalrichtung (0,3 kg/s bei einer G-Saite [10]). Eine verbesserte Übertragung kann es aber laut Askenfelt [10] immer dann geben, wenn der Bogen an Knotenpunkten der Saitenschwingung ansetzt – dort habe die Saite durch die Ausprägung der stehenden Welle eine höhere Impedanz. In einem solchen Fall werde zumindest auch ein starker Anteil von Saitenschwingungen in den Bogenschwingungen gemessen.

Kapitel 12

Polymerfilmsensoren zur Untersuchung von Musikinstrumenten

Im vorigen Kapitel 11 wurde bereits eine Vielzahl von Messmethoden beschrieben, die für die Untersuchung von Musikinstrumenten geeignet sind – unter anderem auch unter Einsatz von piezoelektrischen Wandlern. Heutzutage werden vor allem piezoelektrische Keramiken (insbesondere aus Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) und Lithiumniobat) in Sensoren für akustische Anwendungen eingebaut ([123], Abschnitt 6.3.2). In den vorliegenden Untersuchungen an Streichinstrumenten wurden zur Schwingungsdetektion minimal-invasive piezoelektrische Polymerfilmsensoren eingesetzt, die flexibel an die jeweilige Messaufgabe angepasst werden konnten. Daher werden in diesem Kapitel die Funktionsweise und die elektroakustischen Eigenschaften der piezoelektrischen Polymerfilme zusammengefasst.

12.1 Elektrete und Piezoelektrizität

Für die weitere Diskussion sollen die Begriffe Elektret und Piezoelektrizität zunächst definiert werden. Elektrete sind nach [50] Materialien, die ein (quasi)permanentes elektrisches Feld erzeugen¹. Das elektrische Feld kann entweder durch permanente Überschussladungen oder durch permanent ausgerichtete elektrische Dipol(molekül)e hervorgerufen werden. Das elektrische Feld besteht also zum Teil auf Grund der elektrischen Polarisierung des Materials. Die Polarisierung kann als Dipoldichte aufgefasst werden. Dabei können sowohl Dipolmoleküle als auch polar angeordnete gebundene Ladungen zum Gesamtdipolmoment und somit zur Polarisierung beitragen. Für die Ladungs- beziehungsweise Polarisierungsstabilität in Abhängigkeit von Zeit, Temperatur und anderen Parametern sind in Bezug auf die Elektretbezeichnung keine Grenzwerte festgelegt. Ob die Dauer der Ladungsspeicherung ausreichend und das elektrische Feld damit *quasipermanent* ist, hängt letztlich von der Anwendung oder dem Experiment ab².

¹Zum von Oliver Heaviside geprägten Begriff „Elektret“ [61]: „Another word that suggests itself is electret, against which there is nothing to be said except that it sounds strange. That is, however, a mere question of habit.“

²Ich berufe mich dabei vor allem auf eine persönliche Diskussion mit Dmitry Rychkov.

Der piezoelektrische Effekt wiederum beruht darauf, dass Deformationen eines Körpers dessen elektrische Polarisation ändern, was durch (messbare) Ausgleichsladungen an den Außenflächen des Körpers kompensiert wird [115].

Wenn sich also die Polarisation eines Elektrets unter äußerer Druckeinwirkung ändert, kann man wegen des dabei auftretenden piezoelektrischen Effekts von einem piezoelektrischen Elektret sprechen. Manche piezoelektrischen Kristalle (wie zum Beispiel Quarze) weisen dagegen ohne äußere Einwirkung keine elektrische Polarisation auf und werden erst durch Deformation polarisiert [115].

12.2 Piezoelektrizität in Polymerfilmen

Die Grundlage für die Piezoelektrizität der hier verwendeten Polymerfilme ist die Heterogenität des Materials: Man kann zwischen polarisierten Materialbereichen, die den Dipolen zugeordnet sind, und unpolaren Materialbereichen, die den Dipolen als Matrix dienen, unterscheiden ([47, 48, 49] wie auch im Folgenden). Entscheidend für den piezoelektrischen Effekt ist darüber hinaus der Unterschied der Elastizitätsmodule dieser Bereiche – Y_D (Dipolbereich) und Y_M (Matrix). Werden beispielsweise Änderungen der Polarisation P_3 und der mechanischen Spannung T_{33} in Dickenrichtung des Films betrachtet, so kann über den piezoelektrischen d_{33} -Koeffizienten (allgemeine Definition siehe Abschnitt 12.3.1) die Größe des Effekts bemessen werden:

$$d_{33} = \frac{\partial P_3}{\partial T_{33}} \approx \frac{\sigma}{h} \cdot l_D \cdot \left(\frac{1}{Y_D} - \frac{1}{Y_M} \right), \quad (12.1)$$

wobei h die Ausgangsfilmstärke, l_D die anfängliche mittlere Dipollänge (beziehungsweise der Abstand zwischen den Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens) in Dickenrichtung und σ die bipolare Flächenladungsdichte sind.

Anhand von Gleichung (12.1) können in Bezug auf die elastischen Module drei Fälle unterschieden werden, wenn das Material einer mechanischen Spannung ausgesetzt wird:

1. $Y_D = Y_M$ (affine Deformation): Volumenänderung und Änderung des Gesamtdipolmoments kompensieren sich bezüglich Polarisation → KEIN PIEZOELEKTRISCHER EFFEKT,
2. $Y_D \gg Y_M$: Die polarisierten Bereiche bleiben gegenüber der Matrix nahezu undeformiert – Dipoldichteeffekt (bzgl. Polarisationsänderung): Das Volumen ändert sich, während das Gesamtdipolmoment konstant bleibt (SEKUNDÄRER PIEZOELEKTRISCHER EFFEKT),
3. $Y_D \ll Y_M$: Das Gesamtdipolmoment ändert sich durch die Deformation der Dipolbereiche, die Dimension der Matrix bleibt demgegenüber näherungsweise konstant (PRIMÄRER PIEZOELEKTRISCHER EFFEKT).

Gemäß dieser Einteilung können nun die in dieser Arbeit verwendeten piezoelektrischen Polymerfilme aus Polyvinylidenfluorid (PVDF) und Polypropylen (PP) diskutiert werden.

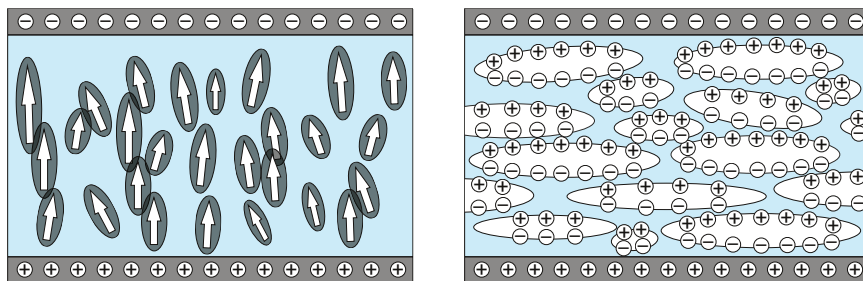


Abbildung 12.1: Schematische Darstellung des Querschnitts von Filmen aus PVDF (links) und aufgeschäumtem (zellulärem) PP (rechts). In PVDF sind Kristallite mit permanentem Dipolmoment in die amorphe Phase eingebettet. Bei zellulärem PP stellen die luftgefüllten Hohlräume nach Polung quasipermanente Dipole dar. Die Filme sind jeweils mit Elektroden auf Ober- und Unterseite dargestellt.

Polyvinylidenfluorid (PVDF), Piezopolymer Bei Raumtemperatur hat piezoelektrisches PVDF eine teilkristalline Struktur, das heißt, ein Teil der Moleküle liegt in amorpher, ein anderer in kristalliner Phase vor. Dabei tragen die in die amorphe Phase eingebetteten Kristallite jeweils permanente Dipolmomente, weil die PVDF-Moleküle in den Kristalliten in polarer β -Phase vorliegen – vergleiche dazu Abbildung 12.1, links. Auf dieser Gefügekonstellation beruht der piezoelektrische Effekt dieses piezoelektrischen Polymers oder Piezopolymers [45], welches also (nach entsprechender Präparation) eine remanente Polarisaton aufweisen kann. Die Dipolkristallite ändern unter Druckeinwirkung in erster Näherung nicht ihr Dipolmoment, eine Verformung des Films führt jedoch wegen der Volumenänderung zu einer Polarisationsänderung. Dieser dimensionale Effekt, der der zweiten oben aufgeführten Kategorie entspricht ($Y_D \gg Y_M$), verursacht hauptsächlich die Piezoelektrizität in PVDF [133]. Die genauen mikroskopischen Vorgänge werden allerdings immer noch diskutiert [74].

In PVDF können die kristallinen Bereiche nach Recken (bei 100-150°C [75]) und durch thermische Polung (bei 90°C [75]) oder Corona-Polung [133] in die polare β -Phase gebracht werden. In der β -Phase zeigen die CF_2 -Dipole des $(\text{CH}_2-\text{CF}_2)_n$ in dieselbe Richtung und können so zur remanenten Polarisaton beitragen [45]. Der letztendlich nutzbare Piezoeffekt ist stark von der Präparation abhängig. Durch den beschriebenen dimensionalen Effekt oder Dipoldichteefekt weist PVDF sowohl einen starken d_{33} -Effekt mit negativem Vorzeichen als auch einen d_{31} -Effekt auf (zu den piezoelektrischen Koeffizienten siehe Abschnitt 12.3.1).

Polypropylen-Schaum, Piezoelektret Ein Film aus aufgeschäumtem PP bildet eine Matrix mit luftgefüllten Hohlräumen, weshalb auch von *zellulärem* PP gesprochen wird, siehe Abbildung 12.1, rechts. Die mikroskopischen Hohlräume werden beim Polen des Films mit Hochspannung dadurch zu Dipolen, dass die Luft im Hohlraum über eine Plasmaentladung ionisiert wird. Die dadurch erzeugten Ladungsträger bewegen sich entlang der elektrischen Feldlinien zu den Innenwänden der Hohlräume – je nach Vorzeichen der Ladungen zu einander gegenüberliegenden Flächen. Dort werden sie auf Grund der Elektret-Eigenschaft

von PP quasi-permanent gespeichert, wodurch die Hohlräume zu mikroskopischen Dipolen werden. Auf dem Ensemble der Hohlraumdipole, deren Dipolmomente durch den Polungsvorgang alle dieselbe Ausrichtung haben, beruht die elektrische Polarisation des Films. Sie verhält sich in Abhängigkeit von der Polungsfeldstärke ähnlich wie die Magnetisierung bei Ferromagneten gegenüber einem äußeren Magnetfeld, weshalb aufgeschäumtes PP und ähnliche Elektretmaterialien oder -systeme auch als Ferroelektrite bezeichnet werden. [113]

Bei Kompression des Films ändern vor allem die Hohlraumdipole ihre Größe in Dickenrichtung und damit ihr Dipolmoment; die PP-Matrix wird weniger stark komprimiert. Der damit verbundene piezoelektrische Effekt kann also in die dritte der oben aufgeführten Kategorien eingeordnet werden ($Y_D \ll Y_M$). [49]

Wird eine elektrische Spannung an die PP-Film-Wandler angelegt, zeigen diese zusätzlich zum reziproken piezoelektrischen Effekt eine deutliche quadratische Abhängigkeit der Aktuationsdehnung von der elektrischen Spannung, also einen elektrostriktiven Effekt [34, 135]. Die Elektrostriktion beruht dabei – wie bei den in Teil II dieser Arbeit untersuchten dielektrischen Elastomeraktoren – auf der Maxwellspannung.

12.3 Charakterisierung für akustische Messungen

Die in den folgenden Abschnitten aufgeführten Größen sind für die elektroakustische Wandlung der Polymerfilmsensoren relevant. Dabei wird hier die starke Temperaturabhängigkeit der Polymere, die auch die Wandlungseigenschaften betrifft, vernachlässigt. Nur die Eigenschaften bei Raumtemperatur sind angegeben.

12.3.1 Piezoelektrischer Koeffizient

Die Verwendung der piezoelektrischen Filme als Sensoren beruht auf dem direkten piezoelektrischen Effekt, bei dem eine Verformung des Films eine Änderung seiner Polarisation bewirkt – der umgekehrte, reziproke Effekt wird daher hier nicht behandelt. Der lineare Zusammenhang zwischen den elektrischen und mechanischen Feldgrößen beim piezoelektrischen Effekt lässt sich über den Tensor der piezoelektrischen Koeffizienten d_{mi} ausdrücken [90]

$$d_{mi} = \left(\frac{\partial D_m}{\partial T_i} \right)_{E, \mathfrak{S}}, \quad (12.2)$$

wobei D_m die Komponenten der dielektrischen Verschiebung \vec{D} sind und T_i der Spannungstensor bei Verwendung der Voigt'schen Notation. Die tiefgestellten Größen – das elektrische Feld E und die Entropie³ \mathfrak{S} – sind dabei konstant gehalten [90], so dass sich wegen des Zusammenhangs der dielektrischen Verschiebung \vec{D} mit der Polarisation und dem elek-

³Die Entropie \mathfrak{S} ist in Frakturschrift angegeben, um sie von dem in Teil II verwendeten Symbol für die Dehnung S zu unterscheiden.

trischen Feld, $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, für den piezoelektrischen Koeffizienten

$$d_{mi} = \left(\frac{\partial P_m}{\partial T_i} \right) \quad (12.3)$$

ergibt. Davon abgesehen ist für die hier verwendete Filmgeometrie, die einem Plattenkondensator entspricht, die Ladung Q auf den Elektrodenflächen A proportional zum Betrag der dielektrischen Verschiebung. Die Kapazität eines Plattenkondensators ist $C = \epsilon_0 \epsilon_r A/h$ und die Dickenrichtung ist üblicherweise die 3-Richtung, so dass

$$Q = D_3 \cdot A = U \cdot C. \quad (12.4)$$

Bei ebenfalls in Dickenrichtung wirkender mechanischer Spannung $T_3 = F/A$ ist damit der piezoelektrische Koeffizient

$$d_{33} = \frac{\partial Q}{A \partial T_3} = \frac{\partial Q}{\partial F} = C \cdot \frac{\partial U}{\partial F}. \quad (12.5)$$

In quasistatischer Betrachtung (vergleiche [1], S. 48, Gl. 129) ergibt sich dann die durch den piezoelektrischen Effekt auftretende elektrische Spannung

$$U = d_{33} \cdot \frac{\Delta F}{C} = d_{33} \cdot \frac{\Delta F \cdot h}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \quad (12.6)$$

am Sensor. Über die Kapazität $C = \epsilon_0 \epsilon_r A/h$ in den Gleichungen (12.5) und (12.6) hängt die Stärke des piezoelektrischen Effekts von der relativen Permittivität ϵ_r ab [90]. Die piezoelektrischen Koeffizienten sind jedoch generell nicht leicht zu messen, beziehungsweise sie sind stark abhängig von der Messmethode und der Präparation des Films [77].

PVDF Bei PVDF werden in unterschiedlichen Veröffentlichungen voneinander leicht abweichende Werte für den piezoelektrischen d_{33} -Koeffizienten angegeben, der für diese Arbeit vor allem relevant ist, zum Beispiel: $d_{33} = -27,1$ pC/N [133] oder $d_{33} = (-)20 \dots 25$ pC/N [111].

PP Für Sensorfilme aus aufgeschäumtem (zellulärem) PP sind die d_{33} -Werte typischerweise um etwa eine Größenordnung höher als bei piezoelektrischem PVDF: $d_{33} = 220$ pC/N [135]; $d_{33} = 140$ pC/N bei 600 kHz [102].

12.3.2 Relative Permittivität

Mit Hilfe der dielektrischen Spektroskopie kann die Frequenzabhängigkeit der komplexen Permittivität $\tilde{\epsilon}_r = \tilde{\epsilon}_r(\omega)$ bestimmt werden. Im dielektrischen Spektrum werden durch die bei der Messung piezoelektrisch angeregte Deformation aber auch mechanische Resonanzen sichtbar, vor allem die Dickenresonanz(en) und laterale Moden, die von der Elektrodengeometrie abhängen. Einerseits ist durch den Einsatz des piezoelektrischen Films als Sensor wichtig, dass der relevante Frequenzbereich unterhalb der tiefsten Filmresonanz liegt. Andererseits können über eine Regression an die Resonanzen sowohl elastische Konstanten des Films als auch der elektromechanische Kopplungsfaktor und damit piezoelektrische Koeffizienten bestimmt werden [90].

PVDF Auch Sessler [133] beschreibt die gute Anwendbarkeit von PVDF-Sensoren für den Hörbereich: Die Permittivität ϵ variiert wenig und Resonanzen treten auch nicht auf.

PP Der Frequenzgang des Ferroelektrischenensors (Polypropylen) ist ebenfalls frei von Resonanzen im Hörbereich und die Kapazität bzw. Permittivität ist annähernd konstant [102, 146]. Insbesondere wenn der Film in der Ebene fixiert ist, ist nur die Dickenresonanz für die Wandlung relevant, die bei einer Filmdicke von 10–100 μm in der Größenordnung von einigen 100 kHz auftritt [102, 146].

12.3.3 Schallkennimpedanz

Über die Differenz der Schallkennimpedanzen zweier Medien kann abgeschätzt werden, welcher Anteil einer Schallwelle beim Übergang von einem ins andere Medium reflektiert beziehungsweise transmittiert wird. Die Schallkennimpedanz Z kann über die Dichte ρ und die Wellen- oder Schallgeschwindigkeit c des Mediums berechnet werden $Z = \rho c$. Die Schallgeschwindigkeit hängt generell vom elastischen Verhalten des Materials ab, also (je nach Wellenart) von bestimmten elastischen Modulen, die wiederum frequenzabhängig sind⁴. Allerdings wird die Frequenzabhängigkeit der Elastizitätsmodule oder der Schallgeschwindigkeiten für die Empfindlichkeit der betrachteten piezoelektrischen Polymerfilme im Hörbereich normalerweise nicht berücksichtigt, beziehungsweise als konstant angenommen [102, 133, 135].

PVDF Die Schallkennimpedanz von piezoelektrischem PVDF der Firma „Deutsche Solvay GmbH“ ist $Z_{PVDF} = 3,9 \cdot 10^6$ Rayl [111]. Ein Rayl = $\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ist die nach Rayleigh benannte Einheit für die Schallkennimpedanz ([123], 3.9.3).

PP Die Schallkennimpedanz Z von aufgeschäumtem PP in Dickenrichtung kann über die Dichte $\rho = 330 \text{ kgm}^{-3}$ und die Wellengeschwindigkeit $c = 85 \text{ m/s}$ für Longitudinalwellen in Dickenrichtung mit der Formel $Z = \rho c$ berechnet werden: $Z_{PP} \approx 28 \cdot 10^3$ Rayl.

Luft, Wasser und Geigenbauhölzer Als Vergleichswerte sollen die Schallkennimpedanzen von Luft und Wasser angegeben werden: $Z_{Luft} = 400$ Rayl und $Z_{Wasser} \approx 1,5 \cdot 10^6$ Rayl [123]. Für die im Geigenbau verwendeten Hölzer Bergahorn (*Acer pseudoplatanus* [139]) und Gemeine Fichte (*Picea abies*) wurden hier aus den jeweiligen Elastizitätsmodulen $Y = \rho c^2$ und der Darrdichte (Dichte des trockenen Holzes) ρ die Schallkennimpedanzen verschiedener Anregungsrichtungen über $Z = \sqrt{\rho Y}$ berechnet⁵, siehe Tabelle 12.1.

⁴Siehe Teil II, Kapitel 7, zur Frequenzabhängigkeit der elastischen Module, außerdem [137].

⁵Die Elastizitätsmodule und die Darrdichten wurden online mit Hilfe der Holzdatenbank der TU Dresden ermittelt, in der verschiedene Literaturangaben zusammengetragen sind: <https://holzdatenbank.int.mw.tu-dresden.de/>, zuletzt nachgesehen am 6.10.2017. Hier sind jeweils die aus allen Angaben berechneten Mittelwerte verwendet.

	longitudinal	tangential	radial	
Elastizitätsmodul/ MPa	9621	890	1550	Bergahorn $\rho = 588 \text{ kg/m}^3$
Schallkennimpedanz/ MRayl	2,4	0,7	1,0	
Elastizitätsmodul / MPa	11540	463	680	Fichte $\rho = 427 \text{ kg/m}^3$
Schallkennimpedanz / MRayl	2,2	0,4	0,5	

Tabelle 12.1: Elastizitätsmodule und daraus mit der Dichte ρ berechnete Schallkennimpedanzen der im Geigenbau verwendeten Hölzer Bergahorn (Zargen, Boden, Hals und Steg) und Fichte (Geigendecke) für drei verschiedene Wellenarten.

Dabei verläuft nach Definition die longitudinale Achse entlang der Holzfaser, senkrecht dazu sind in Bezug auf die Jahresringe die radiale und tangential Achse festgelegt [83]. Bei den meist wagenschott geschnittenen (*quarter-cut*) Platten in Geigen liegen die longitudinale und radiale Richtung in der Plattenebene und sind damit für die quasi-longitudinalen Wellen⁶ relevant, aus welchen die wichtigsten Plattenmoden bestehen ([42], Kapitel 3). Jedenfalls hat die Schallkennimpedanz von PVDF dieselbe Größenordnung wie die Schallkennimpedanzen von Bergahorn und Fichte, aus denen Geigensteg und -decke jeweils gefertigt sind. Unter anderem deswegen ist es als Material für minimal-invasive Filmsensoren zwischen Steg und Decke gut geeignet.

12.3.4 Weitere akustische Charakterisierungen von Wandlern aus PVDF

Die Einsetzbarkeit von PVDF-Filmen für Mikrofone wurde bereits in den siebziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts demonstriert [45, 87, 133]: Der beidseitig metallisierte Polymerfilm als Membran genügt für die Wandlung von Schall in elektrische Spannung. Dabei kann für die Schallwandlung je nach Aufbau sowohl der d_{33} - als auch der d_{31} -Beitrag der PVDF-Filme genutzt werden. Frequenzgänge der PVDF-Wandler in Sensor- oder Mikrofonanwendung [87] zeigen konstante Empfindlichkeiten bis zur tiefsten Membranresonanz. In Messungen an planar unter Druck eingespannten PVDF-Filmen konnten für den Hörbereich (bis 17 kHz, limitiert durch den Schwingerreger) konstante Empfindlichkeiten in Dickenrichtung ermittelt werden, abgesehen von einem Hochpassfiltereffekt bei Spannungsmessung, der sich aus dem kapazitiven Aufbau ergibt [73].

⁶Longitudinalwelle mit transversalen Anteilen.

Kapitel 13

Untersuchung der Stegsvhwingungen auf Streichinstrumenten

In bisherigen Untersuchungen durch Bissinger [15] und Trott [144] konnten die Stegsvhwingungen entweder am isolierten Steg (siehe dazu auch [71, 118] und Abschnitt 11.2.1) oder durch Messungen der Deckensvhwingung direkt neben den Stegsvhfüßen erfasst werden. Sowohl Bissinger als auch Trott verglichen bereits die Amplituden der Svhwingungen der beiden Stegsvhfüße. Trott ermittelte außerdem den Phasengang.

In dieser Arbeit wurden zur Aufnahme der Stegsvhwingungen auf der Geige Filmsensoren aus piezoelektrischen PVDF-Filmen mit einer Dicke von $20\ \mu\text{m}$ der Firma Piezotech verwendet. Es wurde ein d_{33} -Koeffizient von $16\ \text{pC/N}$ gemessen, nachdem beidseitig Gold-elektroden (auf Chrom als Haftvermittler) im *Sputtering*-Verfahren (Kathodenzerstäubung) aufgetragen wurden, was zu einer Sensor-Dicke von $30\ \mu\text{m}$ führte [73]. Der durch die Elektrodenfläche definierte empfindliche Bereich der Filmsensoren wurde der Fläche angepasst, die die Stegsvhfüße auf der Geigendecke einnehmen, siehe Abbildung 13.1. Unter jedem der beiden Stegsvhfüße wurde ein PVDF-Sensor installiert. Durch einfaches Anheben des sonst nur durch die Saitenspannung gehaltenen Stegs konnte jeweils ein Sensor unter dem diskantseitigen Stegsvhfuß (Index *D*), der unter den höheren Saiten am Stimmstock gelegen ist, und unter dem bassseitigen Stegsvhfuß (Index *B*) eingebracht werden. Vergleiche dazu auch Abbildung 11.6.

Die Svhwigungs- und Klangeigenschaften der untersuchten Geigen wurden mit Hilfe der Sensoren über zwei unterschiedliche Anregungsmethoden charakterisiert. Einerseits wurden auf allen vier Saiten chromatische Tonleitern in der ersten Lage gespielt, während die Stegsvhwingungen und außerdem die damit verbundene Schallemission aufgezeichnet wurden. Andererseits konnten mit Hilfe der piezoelektrischen Filmsensoren Impedanzmessungen bei Impulsanregung des Stegs realisiert werden. Beide Messungen wurden jeweils an drei verschiedenen Geigen durchgeführt, die im Anhang E vorgestellt sind. In diesem Kapitel werden zunächst die Untersuchungen bei Impulsanregung und anschließend die Untersuchungen mit gestrichenen Saiten vorgestellt.

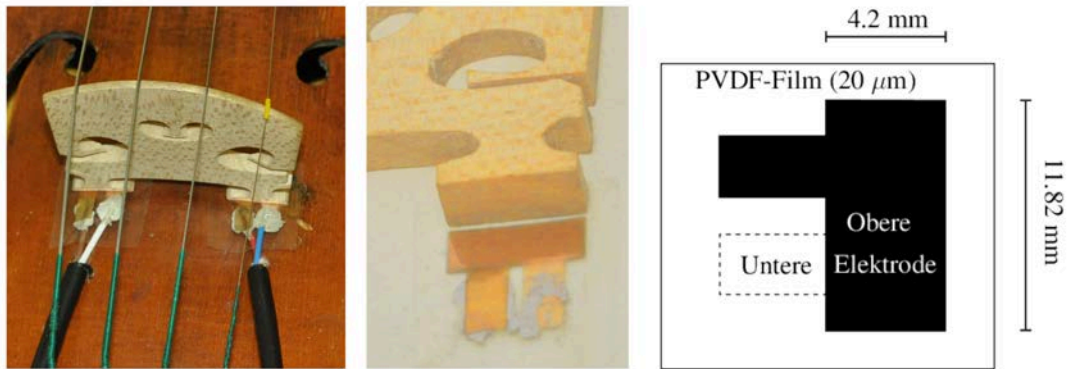


Abbildung 13.1: Piezoelektrische PVDF-Filme zur Detektion der Stegswingungen auf Geigen. *Links:* Sensoren unter den beiden Stegfüßen auf der Geige. *Mitte:* Zur Anpassung der Elektrodengeometrie an die Stegfußfläche. *Rechts:* Skizze der Elektrodengeometrie mit zusätzlichen „Fähnchen“ zur Befestigung der Kabel, siehe *links*.

13.1 Impulsanregung: Messmethode und Auswertung

Der Steg jedes untersuchten Instruments wurde manuell durch Impulsstoß mit einem Teflonstab angeregt. Um Abweichungen abschätzen zu können, welche durch diese Versuchsdurchführung bedingt werden, wurde die Impulsanregung mehrfach wiederholt. Der Steg wurde sowohl an der Diskantseite als auch an der Bassseite angeregt. Die Indizes D und B beziehen sich dagegen – wie oben angegeben – auf die jeweilige Sensorposition unter dem Diskant- oder Bassfuß des Stegs. Die Signale der unter den Stegfüßen installierten Filmsensoren wurden nach Verstärkung mit einem Spannungsverstärker (Brüel & Kjaer NEXUS 2692) über einen UPV Audio Analysator von Rohde & Schwarz bei einer Abtastrate von 96 kHz simultan aufgenommen. Über eine FFT-Analyse wurden aus den separaten Sensoraufnahmen das Amplituden- und Phasenspektrum ermittelt: $A_{D,B} = A_{D,B}(f)$ und $\phi_{D,B} = \phi_{D,B}(f)$. Diese ergeben sich jeweils als Betrag und Argument der komplexen FFT-Koeffizienten.

Weiterhin wurde die frequenzabhängige Amplitudendifferenz der beiden Sensorsignale berechnet:

$$\Delta A_{gew} = \Delta A_{gew}(f) = \frac{A_B - A_D}{(A_B + A_D)/2}, \quad (13.1)$$

wobei die Amplituden A_D und A_B – wie oben angegeben – frequenzabhängig sind. Das Verhältnis der bass- und diskantseitig wirkenden Kräfte könnte zwar ebenso gut als Bruch A_B/A_D dargestellt werden; um die dabei für die Anschaulichkeit gebotene logarithmische Skalierung (siehe zum Beispiel Bissinger [15]) zu vermeiden, wurde stattdessen für diesen Vergleich die über den jeweiligen Mittelwert gewichtete Differenz der Amplituden nach Gleichung (13.1) gewählt.

Auch die Phasen der Sensoraufnahmen aus der Impulsanregung wurden verglichen. Hier soll die Differenz $\delta\phi = \delta\phi(f) = \phi_B - \phi_D$ der Phasen der beiden Stegfüße betrachtet werden, da diese auch aus den Messungen bei der unten diskutierten Streichanregung ermittelt werden kann. Für eine bessere Vergleichbarkeit wurden die Phasendifferenzen $\delta\phi$

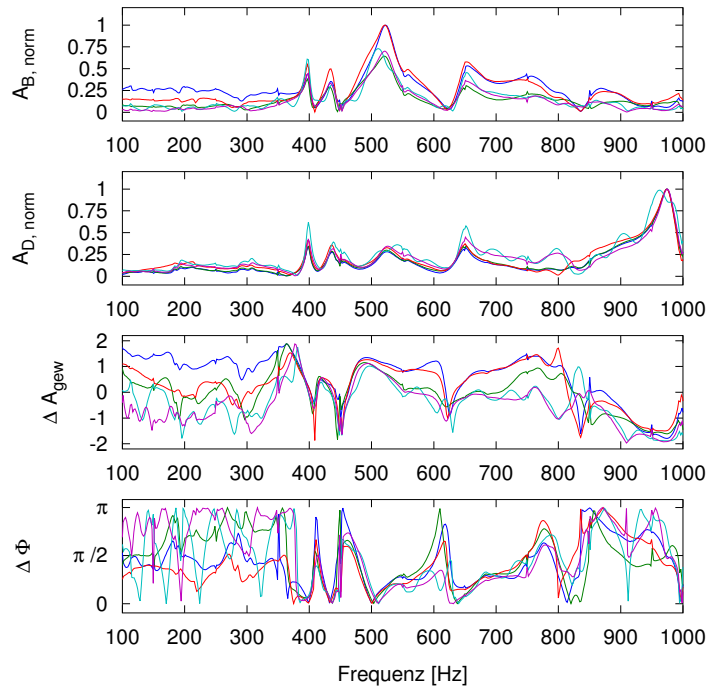


Abbildung 13.2: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei bassseitiger Impulsanregung (Geige I).

über den Modulo-Operator in das Intervall $(0, 2\pi)$ projiziert und, bei einem Ergebnis größer als π , an π gespiegelt:

$$\Delta\Phi(f) = \begin{cases} \text{mod}(\delta\phi, 2\pi), & \text{mod}(\delta\phi, 2\pi) < \pi \\ 2\pi - \text{mod}(\delta\phi, 2\pi), & \text{mod}(\delta\phi, 2\pi) > \pi. \end{cases} \quad (13.2)$$

Diese Operation entspricht einer Projektion von $\delta\phi$ ins Intervall $(-\pi, \pi)$ und einer anschließenden Betragsbildung, so dass nur Phasendifferenzen aus dem Intervall $(0, \pi)$ vorkommen. Da bei den gleichberechtigten Stegfußschwingungen nicht festgestellt werden kann, welches Signal gegenüber dem anderen verzögert ist, erscheint diese Methode legitim. Sie wurde aber vor allem gewählt, weil nur mit dieser Nachbearbeitung die Ergebnisse aus den wiederholten Impulsmessungen eine deutliche Ähnlichkeit aufwiesen.

In Kombination mit der Amplitudendifferenz A_{gew} aus Gleichung (13.1) kann so die Stegbewegung für eine bestimmte Anregungsfrequenz f charakterisiert werden. Denn der Steg kann unterhalb seiner Eigenmoden, die mit dem Geigenformanten oder *bridge hill* in Zusammenhang gebracht werden, näherungsweise als starr angenommen werden.

Die piezoelektrischen Sensoren zeichnen dabei lediglich Kräfte – keine Auslenkungen – auf. Die Auslenkungen könnten aus den Sensorsignalen ermittelt werden, wenn es möglich wäre, die frequenzabhängigen Elastizitätseigenschaften an der Stelle der Stegfüße des jeweiligen Instruments zu bestimmen.

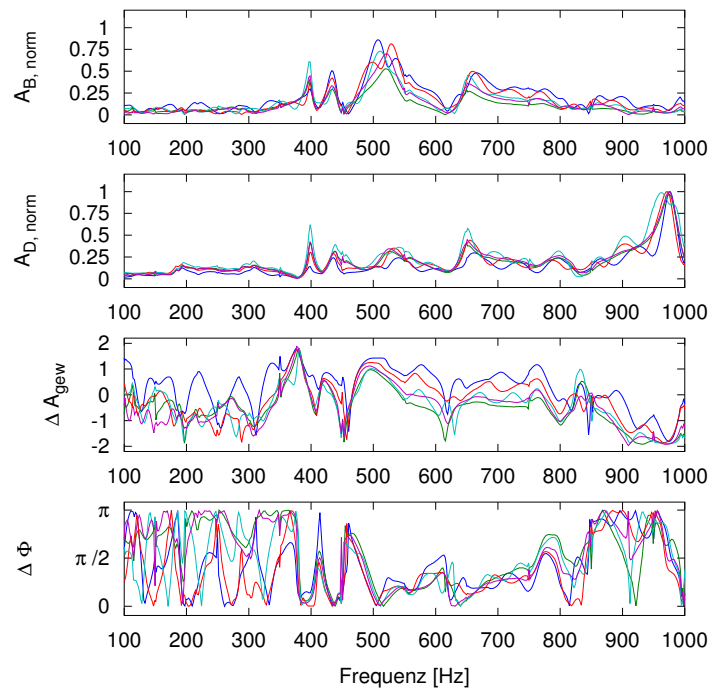


Abbildung 13.3: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei diskantseitiger Impulsanregung (Geige I).

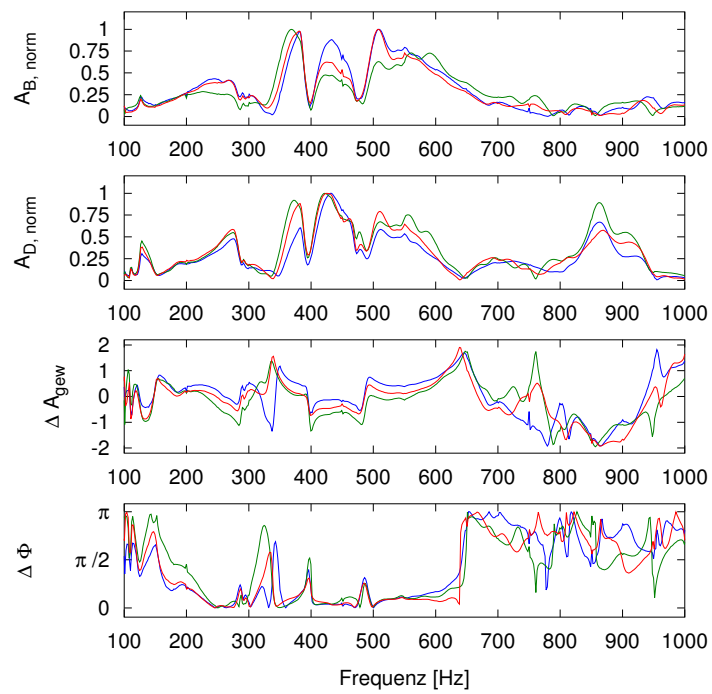


Abbildung 13.4: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei bassseitiger Impulsanregung (Geige II).

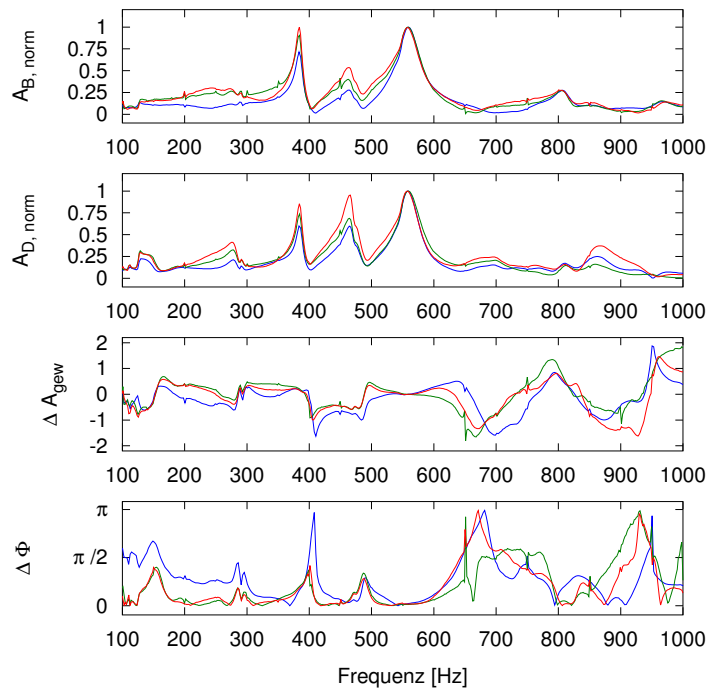


Abbildung 13.5: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei diskantseitiger Impulsanregung (Geige II).

13.1.1 Signaturmoden in den Amplitudenspektren

In den Abbildungen 13.2 bis 13.7 sind zusammen mit den Phasendifferenzen $\Delta\Phi$ die ermittelten Spektren A_B , A_D , ΔA_{gew} für die drei untersuchten Geigen dargestellt, jeweils bei wiederholter Impulsanregung an der Diskant- oder Basseite des Stegs. Die Amplituden A_B , A_D sind dabei jeweils in Einheiten der Maximalamplitude aufgetragen ($A_{B,norm}$, $A_{D,norm}$), was den Vergleich der Ergebnisse der wiederholten und nicht automatisierten Versuche erleichtert, zumal im Experiment die Parameter der Anregung nicht gemessen wurden.

Da für die Impulsanregung die Saiten (mit Schaumstoff) gedämpft wurden, treten saitentypische Resonanzen (vor allem die Grundfrequenzen der leeren Saiten bei 196, 290, 440 und 660 Hz) nur stellenweise und sehr abgeschwächt auf, siehe als Beispiel die diskantseitige Amplitude A_D in Abbildung 13.2, in dem die tiefste Resonanz der A-Saite bei 440 Hz leicht hervortritt.

Für die folgende Diskussion der Signaturmoden der Geige wird die Nomenklatur von Bissinger verwendet (siehe [16] und Abschnitt 11.2.2). Die Maxima oder Resonanzspitzen in den jeweiligen Spektren wurden den Moden lediglich anhand ihrer Frequenz und Amplitude zugeordnet (vergleiche Abschnitt 11.2.2), siehe Tabelle 13.1. Ohne weitere Messmethoden bleibt also eine gewisse Ungewissheit in Bezug auf diese Zuordnung.

Von der Wahl des Anregungsortes – am Steg entweder bassseitig oder diskantseitig – werden die Resonanzfrequenzen und die Amplitudenverhältnisse in erster Näherung nicht beeinflusst. Eine scheinbare Ausnahme ist dabei in den Spektren von Geige II zu beob-

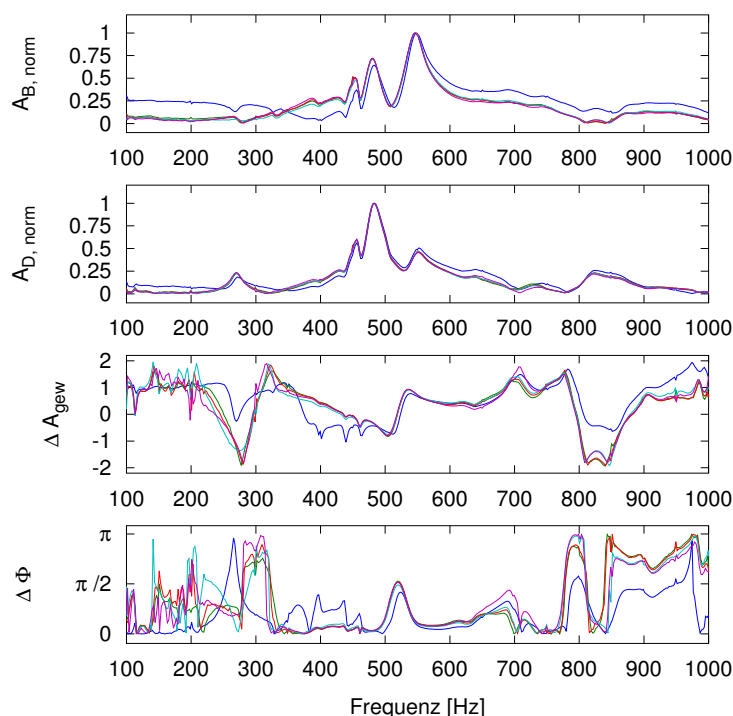


Abbildung 13.6: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei bassseitiger Impulsanregung (Geige III).

achten: Bei bassseitiger Anregung (Abb. 13.4) tritt eine Resonanzspitze bei etwa 426,8 Hz hervor, welche vermutlich die bei diskantseitiger Anregung (Abb. 13.5) deutlichere Mode B1– bei 481,4 Hz überdeckt. Es könnte sich um die sonst schwerer zu identifizierende Luftmode A1 handeln, die ähnlich auch bei Geige II für die kleinere Spitze bei 454 Hz verantwortlich sein kann (vergleiche Abb. 13.6). Insgesamt bringt die diskantseitige Anregung bei Geige II die Signaturmoden etwas klarer zum Vorschein als bei Geige I und III, für die im Gegenteil die diskantseitigen Anregungen jeweils stärkere Variationen in den resultierenden Spektren (Abbildungen 13.3 und 13.7) aufweisen. Daher wurden für Geige I und III zur Identifikation der Signaturmoden die Spektren bei bassseitiger Anregung, für Geige II die Spektren bei diskantseitiger Anregung verwendet, wobei die in Tabelle 13.1 angegebenen Standardabweichungen sich aus den spektral dargestellten Versuchswiederholungen ergeben.

Die Helmholtzresonanz A0 knapp unter 300 Hz ist bei allen drei Geigen am Diskantfuß stärker und jeweils deutlich ausgeprägt, zumal sie im Gegensatz zur A1-Mode nicht im Bereich der starken Korpusmoden auftritt. Letztere ist deshalb bei Geige I und II kaum identifizierbar, während Geige III eine schwache Spitze bei etwa 450 Hz aufweist. Die CBR-Mode tritt auf Geige I und II sehr stark um 400 Hz hervor, auf letzterer mit ausgeglichenen Amplituden in Bezug auf die Stegfüße, auf ersterer jeweils am Diskantfuß schwächer. Auch auf Geige III dominiert bei der relativ schwachen CBR-Mode die Bassfußschwingung.

Die Mode B1– ist generell am Diskantfuß wesentlich stärker und an diesem auf Gei-

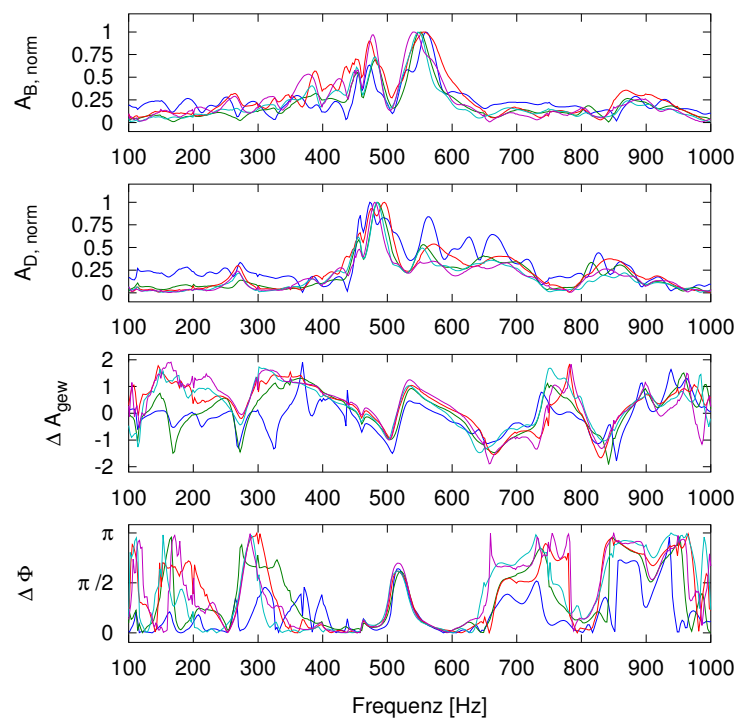


Abbildung 13.7: Frequenzgänge aus Sensorsignalen bei diskantseitiger Impulsanregung (Geige III).

Geige	A0	CBR	B1-	B1+
I	$308,4 \pm 1,1$ Hz	$397,5 \pm 0,7$ Hz	$434,3 \pm 0,9$ Hz	519 ± 5 Hz
II	$270,6 \pm 1,3$ Hz	$387,5 \pm 0,5$ Hz	$481,4 \pm 1,2$ Hz	$547,4 \pm 0,4$ Hz
III	$277,8 \pm 1,1$ Hz	$384,3 \pm 0,5$ Hz	$465,2 \pm 0,9$ Hz	$558,4 \pm 0,4$ Hz

Tabelle 13.1: Aus den Spektren bei Impulsanregung (Abb. 13.2–13.7) abgelesene Resonanzfrequenzen der Signaturmoden der drei untersuchten Geigen. Geige III zeigt außerdem eine deutliche Resonanzspitze bei 454 ± 3 Hz, die wahrscheinlich der Luftmode A1 zuzuordnen ist.

ge III der stärkste Resonanz-Gipfel. Auf Geige II ist sie dagegen zumindest am Bassfuß schwächer als die CBR-Mode. Die zugehörige Mode B1+ ist fast in jedem Fall am Diskantfuß schwächer als am Bassfuß (außer auf Geige II bei diskantseitiger Anregung). Am Bassfuß ist sie ausnahmslos die stärkste Resonanz.

Für die Analyse des als *bridge hill* bezeichneten Geigenformants sind die Messungen bei Impulsanregung im Anhang F nochmals mit erweitertem Frequenzbereich und in logarithmischer Auftragung dargestellt. Der Geigenformant zeigt sich bei Geige I und II in Form von einigen dicht beisammen liegenden Resonanzspitzen um 2 kHz, verbunden mit einer auffälligen Abnahme der spektralen Amplituden oberhalb des letzten Maximums bei 2,1 kHz. Bei Geige III kann der Geigenformant jedoch nur bei bassseitiger Anregung am Stegsensor am Bassfuß klar beobachtet werden, wobei die Amplitudenabschwächung oberhalb der Spitze bei etwa 2,2 kHz einsetzt.

13.1.2 Phasendifferenzen

Die außer den Amplitudenspektren jeweils ermittelten Phasendifferenzen $\Delta\Phi$ zwischen den detektierten Stegfußschwingungen zeigen jeweils in den Bereichen zwischen zwei Signaturmoden deutliche lokale Maxima. Die auffälligsten Maxima in den Spektren der Phasendifferenz treten für die verschiedenen Geigen bei folgenden Frequenzen auf:

- Geige I: $411,5 \pm 1,6$ Hz, 447 ± 3 Hz, 458 ± 5 Hz;
- Geige II: 403 ± 4 Hz, 488 ± 2 Hz;
- Geige III: $463,2 \pm 0,2$ Hz (schwach), $521,0 \pm 1,7$ Hz.

Für diese Maxima in $\Delta\Phi$ sind vermutlich die zwischen den Signaturmoden liegenden Antiresonanzen verantwortlich, obwohl die Phasendifferenzen nie eindeutig bis auf π zunehmen, was eine gänzlich gegenphasige Schwingung der Stegfüße anzeigen würde. Die Maxima mit höherer Frequenz sind dabei jeweils mit großer Wahrscheinlichkeit auf die Antiresonanz zwischen den Moden B1– und B1+ zurückzuführen. Die tieferen Maxima von $\Delta\Phi$ bei Geige I und II wiederum hängen wahrscheinlich mit einer Antiresonanz zwischen der CBR-Mode und der Mode B1– zusammen; eventuell gibt es außerdem eine Antiresonanz zwischen der Luftmode A1 und der Mode B1–, die die Maxima der Phasendifferenz bei 447 Hz (Geige I) und 463,2 Hz (Geige III) verursacht.

Allerdings darf die ermittelte Phasendifferenz zwischen den Stegfußschwingungen auch nicht mit den ihr zu Grunde liegenden Phasengängen der einzelnen Impulsantworten verwechselt werden. Die Phasenverschiebung gegenüber der Anregung nimmt in mechanischen Systemen unter externer Anregung bei der Antiresonanz nämlich einen Wert von π an, das heißt, sie ist gegenphasig zur Anregung und schwächt deshalb die Reaktion des angeregten Systems ab. Allgemein zeigt nach [42] (S. 32) ein mechanisches System bei der Antiresonanzfrequenz ein Maximum der Impedanz und ein Minimum der Admittanz.

Dieses Verhalten entspricht unter anderem dem Funktionsprinzip des in Teil I dieser Arbeit untersuchten Vibrationsdämpfers: Die Antiresonanz, die sich bei zwei gekoppelten Resonatoren bildet, kann zur Abschwächung einer unerwünschten Schwingung genutzt werden. Im Fall der Geige entstehen zum Beispiel die beiden Moden $B1+$ und $B1-$ ebenfalls durch die Kopplung der tiefsten Resonanzen von Geigendecke und -boden (daher auch die Benennung, siehe [16]). Die dazwischen liegende Antiresonanz geht nach den vorliegenden Messungen jedenfalls mit den beobachteten Maxima der Phasendifferenz $\Delta\Phi$ zwischen den Stegfußschwingungen einher. Außerdem ist an den Antiresonanzen die Schwingung des diskantseitigen Stegfußes jeweils stärker, das heißt, die Amplitudendifferenzen ΔA_{gew} haben dort lokale Minima.

13.2 Gestrichene Anregung: Chromatische Tonleitern

Komplementär zur Impulsanregung, die in kürzester Zeit ausgeführt werden kann und deren Breitbandigkeit gerade aus der Kürze des Impulses resultiert, wurden chromatische Tonleitern mit herkömmlicher Bogenanregung aufgenommen. Auf jeder der vier Saiten (G-, D-, A- und E-Saite – entsprechend die Töne g, d', a', e'') wurden die ersten sieben Halbtöne (also alle Halbtöne der ersten Lage) gespielt, sowohl im Ab- als auch im Aufstrich. Insgesamt stehen demnach 28 Töne zur Untersuchung, was mit Auf- und Abstrich sowie zwei Wiederholungen pro Geige 112 einzelnen Messungen entspricht. Da die im Folgenden diskutierten Größen nicht vom Strich abhängen, wurde jeweils über die Ergebnisse des Ab- und Aufstrichs gemittelt.

Zusätzlich zu den Aufzeichnungen mit den Filmsensoren am Steg wurde in einem Abstand von einem Meter der abgestrahlte Schall mit einem Mikrofon aufgenommen (Kondensatormikrofon Typ 4191/2669 (Kapsel/Vorverstärker) von Brüel & Kjær), dessen Achse horizontal, also in einem Winkel von etwa 45° zur Geigendecke ausgerichtet war, siehe Abbildung 13.8.

Wegen der frequenzabhängigen räumlichen Abstrahlcharakteristik [91] der Geige sind die Ergebnisse dieser punktuellen Messung als exemplarisch anzusehen. Für Frequenzen bis etwa 500 Hz kann der Geigenkorpus allerdings als Monopolstrahler mit räumlich homogener Abstrahlung betrachtet werden, auch wenn hier noch die „Schattenbildung“ durch den Spieler“ ([25], Teil III, §2.4) die akustische Abstrahlung beeinflusst.

Aus diesen Aufnahmen wurden Frequenzgänge der drei untersuchten Geigen ermittelt. Es wurde dazu bei jedem gespielten Ton die FFT-Amplitude $A(f_0)$ der Grundschwingung des Spektrums ermittelt. Die Amplituden der Signale der Filmsensoren (A_B und A_D) und des gleichzeitig aufgezeichneten abgestrahlten Schalls ($A_M = A_M(f_0)$) sind in Abb. 13.9,

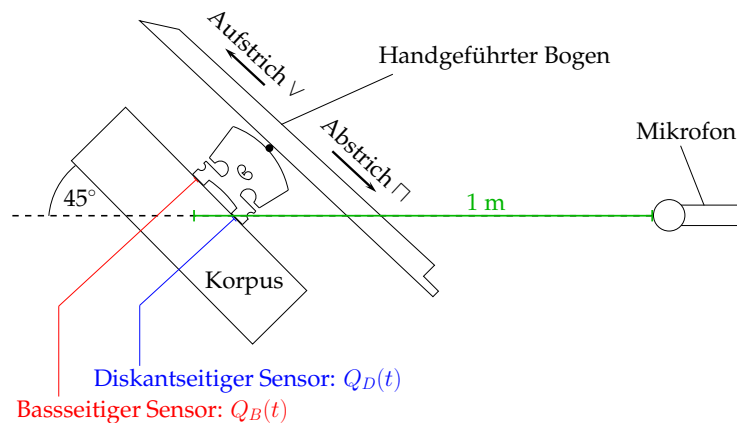


Abbildung 13.8: Skizze der Versuchsdurchführung bei gestrichener Anregung: Aufnahme der Stegsvingungen mit Filmsensoren unter den Stegfüßen und des abgestrahlten Schalls mit Mikrofon.

13.10 und 13.11 über der Frequenz f_0 der Grundschwingung dargestellt.

Da die Signale an den Stegfüßen beim Spielen gleichzeitig aufgenommen wurden, konnte aus den mittels Hilberttransformation berechneten Phasen¹ der Stegfußschwingungen die Phasendifferenz $\Delta\Phi = \Delta\Phi(f_0)$ bestimmt werden. Um die Ergebnisse vergleichbar zu machen, wurde auch hier die Projektion der Phasendifferenzen in das Intervall $(0, \pi)$ nach Gleichung (13.2) durchgeführt. Außerdem ist für jede Geige die gewichtete Amplitudendifferenz A_{gew} (nach Gl. 13.1) dargestellt. Um den Vergleich mit der Impulsanregung zu erleichtern, ist zu den Spektren aus den Filmsensormessungen jeweils das entsprechende Spektrum aus Impulsanregung als Kurve mit schattierter Fläche dargestellt.

13.2.1 Signaturmoden bei gestrichener Anregung

Wie zu erwarten zeigt sich die Helmholtzmode A0 bei allen Geigen vor allem in der Aufnahme des abgestrahlten Schalls. Sie ist außerdem am bassseitigen Stegfuß fast bis zur Unkenntlichkeit schwach, wie schon bei der Impulsanregung. Dabei erscheint die zugehörige Frequenzspitze im abgestrahlten Schall jeweils um einen Halbton höher als in der Stegsvingung. Die CBR-Mode, die bei Impulsanregung zumindest auf Geige I und II sehr stark hervortritt, kann bei gestrichenen Saiten überhaupt nicht identifiziert werden, was eventuell daran liegen kann, dass diese Mode durch keinen der gespielten Töne ausreichend angeregt wird.

Konsistent ist bei allen Geigen die Amplitude bei der Grundfrequenz der leeren A-Saite, also $f_0 = 440$ Hz, ein lokales Maximum in allen Spektren. Dies könnte als das Zusammenwirken der Moden A1 und B1– zur sogenannten Hauptholzresonanz erklärt werden, was einer der Kopplungsmechanismen ist, der durch die Streichanregung im Gegensatz zur Impulsanregung wirksam ist [14, 69]. Auch die starke Dämpfung der Korpusresonanzen durch den Spieler selbst könnte die offensichtlichen Abweichungen erklären

¹Nach Anleitung in [109] werden zuverlässige Ergebnisse durch das vorherige Filtern der Signale auf die betrachtete Frequenz (in diesem Fall die Grundfrequenz f_0) erzielt.

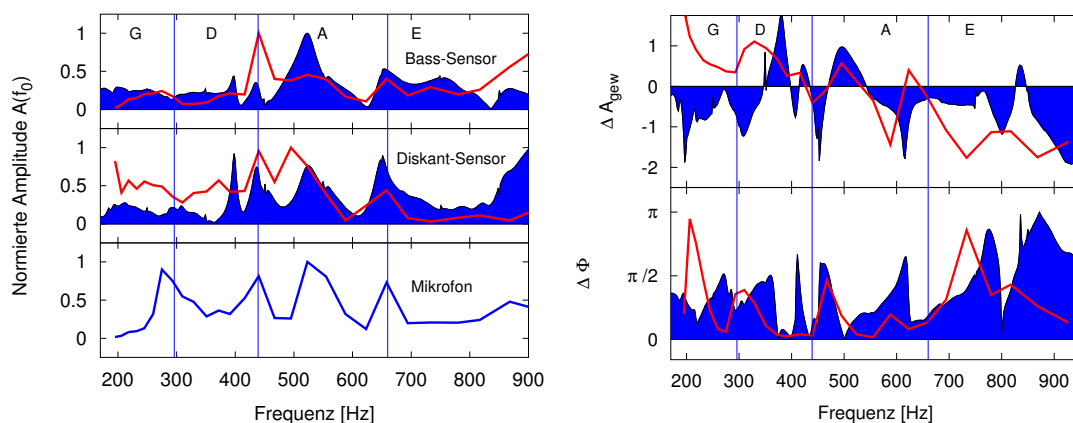


Abbildung 13.9: Amplituden der Grundschwingung sowie Amplituden- und Phasendifferenzen bei chromatischer Tonleiter (gestrichen) –aufgezeichnet an den Stegfüßen und als abgestrahlter Schall (Geige I).

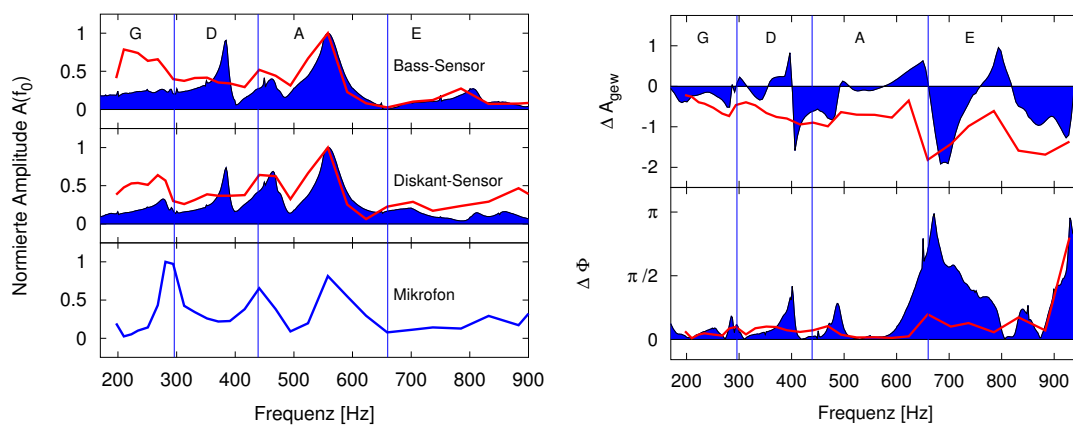


Abbildung 13.10: Wie Abbildung 13.9, hier aber für Geige II.

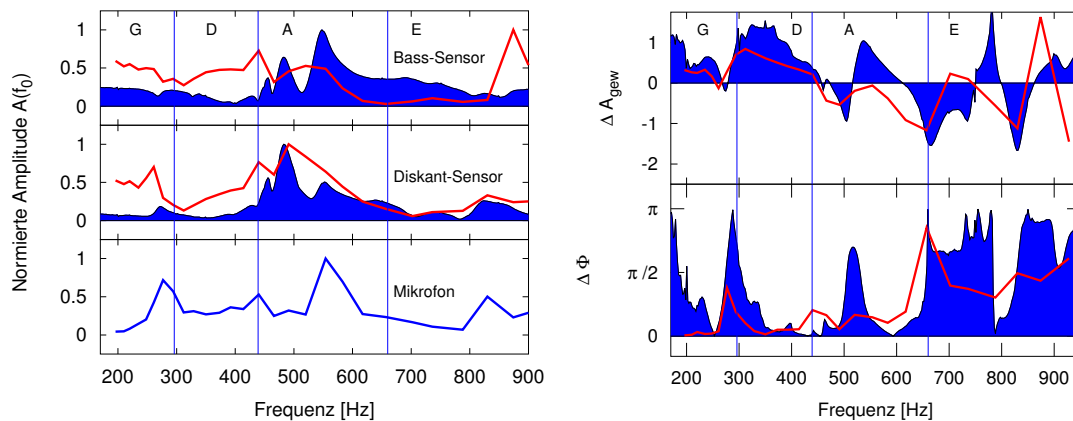


Abbildung 13.11: Wie Abbildung 13.9 und 13.10, aber für Geige III.

(siehe Abschnitt 15.2.7 in [123] und die Referenzen darin). Nur auf Geige II ist die im Impulsspektrum identifizierte Mode B1+ in klarer Ubereinstimmung mit der bei gestrichener Anregung resultierenden Hauptkorpusresonanz, siehe Abbildung 13.10. Bei den anderen Geigen tritt B1+ zwar im abgestrahlten Schall bei derselben Frequenz wie in den Impulsspektren auf. Am Diskantfuß ist sie aber in beiden Fällfen nicht klar als Frequenzspitze zu finden, da sie von einem benachbarten Maximum uberragt wird, welches wohl die aus den Moden A1 und B1– kombinierte Hauptkorpusresonanz sein mag. Aus den Aufzeichnungen der Bassfußschwingung ergibt sich jedoch eine breitere, wenn auch weniger starke, Spitze etwa an der Position der Resonanzfrequenz von B1+ aus der Impulsmessung. Eine Besonderheit von Geige I besteht in einer starken Resonanz bei 660 Hz, die sowohl an den Stegfüßen als auch im Luftschall deutlich ausgeprägt ist².

13.2.2 Phasen- und Amplitudenverhältnis der Stegfußschwingung

Auch das Phasen- und Amplitudenverhältnis bei gestrichener Anregung ist jeweils zusammen mit einem (schattiert dargestellten) Spektrum einer ausgewählten Impulsanregung gezeigt (siehe Abbildungen 13.9, 13.10, 13.11, jeweils rechts). Diese beiden Spektren $\Delta\Phi$ und ΔA_{gew} sollen hier, insbesondere im Hinblick auf die Signaturmoden, für die drei untersuchten Geigen diskutiert werden.

Die markante Spitze um 500 Hz in der Phasendifferenz, nämlich die Antiresonanz zwischen B1- und B1+, die sich vor allem aus den Impulsmessungen ergibt, ist bei allen drei Geigen auch bei gestrichener Anregung präsent und ist ebenso mit stärkerer Diskantfußschwingung verbunden. Knapp oberhalb der Helmholtzresonanz A0, bei etwa 300 Hz, resultiert aus der Streichanregung eine deutlich von Null verschiedene Phasendifferenz – dies stimmt auch (außer bei Geige I) mit der Impulsmessung überein. Die deutliche Spitze im Phasendifferenz-Verlauf kurz oberhalb der CBR-Mode (> 400 Hz), die bei Geige I, also bei starker CBR-Resonanz, in den Impulsmessungen beobachtet werden kann, fehlt in den Spektren der Streichanregung. Dies ist insofern plausibel, als dort die CBR-Mode selbst nicht ausgeprägt ist, was auch – wie schon erwähnt – an den gespielten Tönen liegen kann. Oberhalb des Signaturmodenbereichs kann auf Geige II und III bei der leeren E-Saite (660 Hz) eine starke Asymmetrie beobachtet werden, mit diskantseitig dominierter Stegfußschwingung und nahezu gegenphasig bewegten Stegfüßen. Diese Erscheinung findet sich sehr ähnlich in den Spektren der Impulsanregung. Die auffällige C4-Mode im Spektrum von Geige I (Abb. 13.9) an exakt dieser Stelle (wie oben beschrieben) führt möglicherweise dazu, dass dieser Effekt dort nicht auftritt. Eine ähnliche, starke Asymmetrie findet sich bei Geige I aber bei 730 Hz, die entsprechenden Spitzen bei Impulsanregung sind im Vergleich dazu allerdings leicht zu höheren Frequenzen hin verschoben.

Generell sind die Amplituden- und Phasendifferenzen der Stegfüße ein Maß für die jeweilige Asymmetrie der Stegsvhwingung, die vor allem durch die Geometrie der Geigendecke, aber auch von den darunter befindlichen Elementen, dem Bassbalken und dem Stimmstock bestimmt wird. Im hier betrachteten Frequenzbereich gibt es aber auch eine gewisse Korrelation zwischen beiden ermittelten Größen ΔA und $\Delta\Phi$. Zwischen etwa 300

²Es handelt sich um die Grundfrequenz der E-Saite und wahrscheinlich die C4-Mode (nach Rossings Nomenklatur [122]).

und 800 Hz (je nach untersuchtem Instrument) gilt weitestgehend Folgendes. Bei einer Phasendifferenz nahe Null dominiert die Schwingung am Bassfuß; bei erhöhter Phasendifferenz ist die Schwingung am Diskantfuß stärker:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi \rightarrow 0 &\iff \Delta A > 0 && \text{(bassseitige Dominanz),} \\ \Delta\Phi \rightarrow \pi &\iff \Delta A < 0 && \text{(diskantseitige Dominanz).}\end{aligned}$$

Diese Beobachtung wurde oben schon bei der Diskussion der Impulsanregung in Bezug auf die vermutlichen Antiresonanzen beschrieben. Ein möglicher Grund für dieses Phänomen ist die Wirkung des Stimmstocks, welcher die Geigendecke und den -boden verbindet. Insbesondere bei der Antiresonanz zwischen B1– und B1+ schwingen Decke und Boden gegenphasig, was der Grund für die beobachteten Schwingungen des Diskantfußes sein kann.

Die Impulsmessungen haben außerdem bereits gezeigt, dass je nach Anregungsort (bass-/ diskantseitige Stegseite) leicht unterschiedliche Spektren resultieren. Dies gilt natürlich auch für die gestrichene Anregung, wobei in diesem Fall jeder Saitenwechsel auch eine Änderung des Anregungsortes, nämlich des Ansatzpunktes der Saitenkraft an der Stegoberkante bedeutet. Hier wurden nur in der ersten Lage gespielte Töne ausgewertet. Daher gehen jeweils nur sieben Töne derselben Saite in die Spektren ein; die Bereiche der Saiten sind in den Abbildungen 13.9, 13.10 und 13.11 durch senkrechte Linien angegeben und die zugehörigen Saiten benannt.

13.2.3 Gestrichene Saiten im Vergleich mit der Impulsanregung

Aus der Besonderheit des Saitenwechsels und aus der Tatsache, dass sich während des Streichens auch der Winkel des Bogenstabs in Bezug auf die Geigendecke und damit die Richtung der Anregung ändern kann, mögen sich einerseits leichte Diskrepanzen zwischen gestrichener und impulsartiger Anregung erklären. Andererseits unterscheiden sich – wie mehrfach erwähnt – die *Anregungsspektren* bei einzelnen gestrichenen Tönen (quasi-diskrete Anregung von Harmonischen) gegenüber der Impulsanregung (breitbandige Anregung) wesentlich. Diese systematischen Unterschiede erklären jedenfalls die beobachteten und diskutierten Abweichungen zwischen den Ergebnissen beider Anregungsmethoden, die davon abgesehen prinzipiell gut übereinstimmen.

Diese Übereinstimmung ist aus zwei Gründen für die durchgeführten Auswertungen eine wünschenswerte Bestätigung. Erstens ist es nicht üblich, den Imaginärteil der FFT-Koeffizienten für die Ermittlung eines Phasenspektrums aus einer *Impulsantwort* zu verwenden³. Die Auswertung der *gestrichenen* Töne in Bezug auf die mittels Hilbert-Transformation berechnete Phasendifferenz $\Delta\Phi$ konnte dagegen leicht als zuverlässig überprüft werden und zeigt – wie beschrieben – mit den Phasendifferenzen $\Delta\Phi$ aus der Impulsantwort weitestgehend übereinstimmende Ergebnisse, so dass letztere Methode auch als zuverlässig eingeschätzt werden kann. Zweitens rechtfertigt die gute Übereinstimmung der Amplitudenspektren $A(f_0)$ die Verwendung der FFT-Amplitude der Grundschwingung für

³Persönliche Diskussion mit Udo Schwarz.

die Analyse bei gestrichenen Saiten – angesichts der in diesem Zusammenhang zuverlässigeren Impulsantwort.

Die gestrichene Saite hat immer einen großen Obertongehalt, und da die Obertöne verschiedene Korpusresonanzen anregen können, wäre die Angabe einer Gesamtamplitude im Gegensatz zur Amplitude $A(f_0)$ bei der Grundswhvingung irreführend. Um aber mit der hier vorgestellten Messmethode etwas genauer zu betrachten, wie der Geigenklang durch Wechselwirkung von Saite und Instrument entsteht, sind im Anhang G einige Spektren von einzelnen Tönen gestrichener Saiten diskutiert.

13.3 Zusammenfassung und Ausblick

Drei Geigen wurden mit Hilfe von piezoelektrischen Filmsensoren aus PVDF unter dem Steg bei Impulsanregung und mit gestrichenen Tönen untersucht. Dabei wurde im Rahmen der systematischen Unterschiede zwischen den beiden Anregungsmethoden eine gute Übereinstimmung zwischen den jeweiligen Ergebnissen gefunden. Die für den Klang entscheidenden Signaturmoden wurden identifiziert und verglichen. Außerdem kann aus dem Vergleich der Sensorsignale von den beiden Stegfüßen, insbesondere aus den ermittelten Amplituden- und Phasendifferenzen, bis zu einem gewissen Grad die von den Anregungsfrequenzen abhängige Bewegung des Stegs abgeleitet werden. Diese Deduktion ist insofern beschränkt, als die piezoelektrischen Filme einerseits keine absoluten Auslenkungen (sondern Kräfte) messen, und der Steg andererseits als starr angenommen werden muss. Letzteres ist aber für tiefe Frequenzen unterhalb der Stegresonanzen eine gute Näherung. Für die geplante Messung der Beispielbarkeit in Abhängigkeit von der Stegbewegung sind die Filmsensoren mit diesen Einschränkungen aber gut geeignet, insbesondere da die Stegsvhvingungen mit diesen Wandlern während des natürlichen Spielvorgangs gemessen werden können.

Davon abgesehen konnten einige mit anderen Messmethoden schwierig zu erfassende Details der Stegbewegung beobachtet werden. In der ermittelten Phasendifferenz zwischen den Schwhvingungen der beiden Stegfüße trat vor allem ein Merkmal konsistent hervor: Jeweils zwischen verschiedenen Signaturmoden CBR, A1, B1– und B1+ sind bei allen Geigen deutliche Maxima der Phasendifferenz zu finden. Dies wurde als eine Auswirkung der unter anderem durch Modenkopplung entstehenden Antiresonanzen interpretiert. Dabei wurde an diesen Stellen immer auch eine gegenüber dem Bassfuß starke Diskantfuschwhvingung beobachtet, was eventuell auf die Wirkung des Stimmstocks zur Kopplung der Decke und des Bodens zurückzuführen ist. Weiterhin wurden bei gestrichenen Saiten im Vergleich der Stegsvhvingung mit dem dabei abgestrahlten Schall einige Mechanismen der Klangentstehung deutlich. In Kurzform kann ein wesentliches Merkmal dieser Wandlung zusammengefasst werden: Starke Stegsvhvingungen sind nicht unbedingt mit starker Schallabstrahlung verbunden und umgekehrt.

Die Impulsanregung des Stegs wurde manuell durchgeführt und zeigte daher in den Wiederholungen deutliche Variationen in den resultierenden Spektren. Gerade diese Abweichungen machen allerdings deutlich, dass eine Standardisierung dieser Messmethode schwierig und vielleicht auch nicht wünschenswert ist, da schon leichte Abweichungen

des Anregungsortes und eventuell auch der -stärke das Ergebnis beeinflussen. Stattdessen scheint eine Kombination verschiedener Anregungsorte und vielleicht auch -methoden sinnvoll – ähnlich wie hier durchgeführt.

Dennoch ist für eine Fortsetzung der vorgestellten Messungen einerseits eine Kalibrierung und andererseits eine Automatisierung der Impuls- und vielleicht auch der gestrichenen Anregung wünschenswert. Mit der Kalibrierung wäre eine Impedanzmessung mit Angabe der Absolutwerte möglich, auch wenn die qualitativen Aussagen davon unbeeinflusst blieben. Die Automatisierung würde darüber hinaus die Zuverlässigkeit der Messung erhöhen – unter Berücksichtigung der oben genannten systematischen Einschränkungen bezüglich des Anregungsortes. Mit einer automatisierten Impulsanregung könnte unter anderem die Abhängigkeit der Systemantwort von der Anregungsamplitude untersucht werden. Bei kontrollierter sinusförmiger Anregung mit einem Schwingerreger wäre eine Überprüfung der Ergebnisse der Phasendifferenz möglich. Darüber hinaus ist auch die Kombination der Filmsensormessungen mit anderen, insbesondere optischen (interferometrischen) Messmethoden zur Erfassung der Korpussschwingungen eine sinnvolle Ergänzung. So könnte die Zuordnung der Moden erleichtert und damit die Auswertung der Messungen mit Filmsensoren im separaten Einsatz auf eine noch zuverlässigere Basis gestellt werden.

Das wichtigste Ergebnis bleibt hier dennoch die Möglichkeit der Erfassung der Steg-schwingung beim natürlichen Spielvorgang, was in Kombination mit Sensoren am Geigenbogen, die im folgenden Kapitel beschrieben werden, letztlich zur Untersuchung der Beispielbarkeit genutzt werden soll.

Kapitel 14

Polymerfilmsensoren am Bogen zur Messung von Anregungsparametern

Zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens von, auf natürliche Weise gespielten, Geigen wurden – zusätzlich zu den Sensoren unter dem Steg – piezoelektrische Filmsensoren an einem Geigenbogen installiert. Damit soll vor allem der von den Spielenden kontrollierte Anregungsparameter Bogendruck F_B ermittelt werden. In diesem Zusammenhang sind außerdem der Abstand zwischen Saite und Frosch, hier „Saitenposition“ $\xi = \xi(t)$ genannt (siehe dazu Abbildung 14.1), und die Bogengeschwindigkeit $v_B = \dot{\xi}(t)$ relevant. Das mit der vorliegenden Arbeit verfolgte Ziel ist es, diese Parameter im Zusammenhang mit der gemessenen Stegbewegung (siehe Kapitel 13) und dem jeweils auf der Saite hergestellten dynamischen Regime zu untersuchen (siehe Kapitel 11, Abschnitt 11.1). Im Folgenden werden die grundlegenden Kalibrierungsmessungen beschrieben, die es später erlauben sollen, aus den beim Spielen gemessenen Sensorsignalen den Bogendruck zu ermitteln. Zu diesem Zweck wurde eine Materialprüfmaschine eingesetzt. Damit konnten zusätzlich auch elastische Eigenschaften des Bogens erfasst werden. Beim Einsatz des Bogens an verschiedenen Geigen wurden zunächst Muster in den Bogensensorsignalen beobachtet, die als longitudinale Resonanzen des Bezugs, also der Bogenhaare, identifiziert wurden. Schließlich werden an einigen Beispielmessungen die Möglichkeiten und Schwachstellen der Bogensensoren, auch in Kombination mit den Stegsensoren, diskutiert.



Abbildung 14.1: Saitenposition ξ : Position der Saite (\bullet) am Bezug, dessen Gesamtlänge L ist. Über die periodische Saitenschwingung wird dabei gemittelt.

14.1 Bisherige Messungen der Kontrollparameter

Wie in Abschnitt 11.1 *en passant* erwähnt, wurden bereits in einigen anderen Arbeiten die Anregungs- oder Kontrollparameter beim Streichinstrumentenspiel erfasst. Die dabei verwendeten Messmethoden sollen hier kurz zusammengefasst werden, um die in dieser Arbeit verwendete Methode besser beurteilen und einordnen zu können. Dabei kann unterschieden werden zwischen Messeinrichtungen, die eine Erfassung während des natürlichen Spielens erlauben, und solchen, bei denen eine automatische Anstreichvorrichtung die Saiten anregt, was eine systematische Untersuchung erleichtert, wenn die Kontrollparameter dabei auch gezielt variiert werden können.

Für die ersten experimentellen Untersuchungen der Zusammenhänge von Bogengeschwindigkeit und Mindestbogendruck verwendete Raman eine mechanische Vorrichtung, in der eine Geige über einen fixierten Bogen bewegt wurde. Auch ein Laufband aus kolophoniertem Bogenhaar wurde bereits zum automatischen Anstreichen verwendet, wobei eine Kontrolle des Bogendrucks über eine Hebelvorrichtung möglich war (von Müller, zitiert nach [25], §.3.4). Cronhjort nutzte einen Typenraddrucker zum Bau einer Anstreichvorrichtung. Dieser trieb computergesteuert einen Geigenbogen an; der Bogendruck wurde über den Walzenantrieb des Druckers eingestellt, der, am Frosch befestigt, ein Drehmoment auf den Bogen ausübte [26]. Schoonderwaldt nutzte denselben Aufbau für Messungen der „Bogendruckgrenzen im Schellengdiagramm“ [131]. Mores konstruierte ein Bogenpendel zur Anregung eines Cellos und konnte mit einer Waage unter dem Instrument eine Bogendruckmessung durchführen [95, 96].

Schon 1931 gelang Dolder an einem Violoncello die Aufzeichnung des Bogendrucks „während des natürlichen Spiels“, indem er die durch den Bogen bewirkte „Durchdrückung der Saite“ optisch registrierte [32]. Bissinger und Ye verwendeten zur Untersuchung der dynamischen Eigenschaften des Bogens während des Spielens einen piezoelektrischen Beschleunigungssensor an der Bogenspitze und einen ebenfalls piezoelektrischen Kraftaufnehmer am Frosch [19]. Askenfelt konnte mit Hilfe von Dehnungsmessstreifen, die an Frosch und Köpfchen befestigt und durch die Bewegung der Bogenhaare deformiert wurden, den Bogendruck messen. Außerdem ermittelte er die Bogenposition und die Saitenposition, indem er zwischen den Bogenhaaren einen leitfähigen Draht verlegte, der die gestrichene Saite kontaktierte: Der elektrische Widerstand dieses Systems änderte sich in Abhängigkeit vom Anstreichort [7]. Mit Hilfe dieses Aufbaus konnten später auch die dynamischen Regime und die Bogendruckgrenzen untersucht werden [8]. Das System wurde in der Folge von Demoucron weiterentwickelt und im Hinblick auf die Zusammenwirkung mit dem Bogen charakterisiert [29]; zusammen mit Schoonderwaldt vervollständigte Demoucron die Messungen am realen Ensemble aus Instrument und der Spielerin oder dem Spieler unter anderem durch den Einsatz von optischen Bewegungserfassungsverfahren für die Ausrichtung und Position des Bogens [129, 130]. Wie im oben zitierten Experiment [131] diente diese Kombination von Messungen unter anderem dazu, Schellengdiagramme anhand von experimentellen Daten zu erstellen.

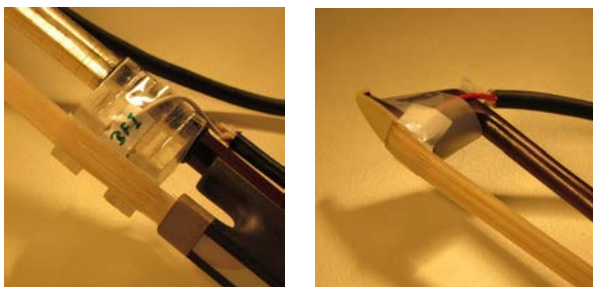


Abbildung 14.2: Polymerfilmsensoren am Bogen: Sensor in der Nähe des Frosches, mit einem zusätzlich eingebrachten Block fixiert (*links*); Sensor am Köpfchen des Bogens, zwischen den Bogenhaaren und dem Plättchen festgeklemmt (*rechts*).

14.2 Installation und Kalibrierung

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte System zur Messung der Kontrollparameter beim Geigenspielen beruht auf zwei am Bogen installierten Polymerfilmsensoren aus zellulärem Polypropylen (siehe Abschnitt 12.2). Ein Sensor wurde am Köpfchen des Bogens – zwischen den Bogenhaaren und dem Plättchen – und ein Sensor in der Nähe des Frosches montiert, siehe Abbildung 14.2. Zur Fixierung des Sensors in der Nähe des Frosches wurde ein Block aus Polyacryl entwickelt, durch welchen der Sensorfilm gegen die Bogenhaare gedrückt und so gehalten wird. Das aufwändige Lösen der Bogenhaare vom Frosch muss dank dieser Konstruktion nicht vorgenommen werden, was einen flexiblen Einsatz an verschiedenen Bögen erlaubt. Die freie Länge des Bezugs, die vorher $L = 64,0$ cm beträgt, wird durch den Sensorblock auf $L = 61,0$ cm reduziert. Für den am Frosch installierten Sensor wurde ein piezoelektrischer Koeffizient $d_{33} = 129$ pC/N gemessen, für den Sensor am Köpfchen $d_{33} = 166$ pC/N, was jeweils über die in [38] beschriebene dynamische Methode ermittelt wurde.

Das Konzept der Sensoren am Bogen ähnelt dem von Askenfelt [7, 8] und später von Demoucron [29] entwickelten System, bei dem zwei Dehnungsmessstreifen zur Kraftmessung ebenfalls an den beiden Enden des Bezugs installiert wurden. Im Gegensatz zu den Dehnungsmessstreifen ist mit piezoelektrischen Sensoren die direkte Messung von statischen Kräften schwierig, da nur Änderungen der normalen Komponente der mechanischen Last eine Polarisationsänderung des piezoelektrischen Materials bewirken und damit ein messbares Signal generieren¹ (siehe Gleichung (12.6)). So führt zwar theoretisch eine einmalige Belastung eines piezoelektrischen Sensors, beispielsweise durch ein Gewicht, zum Aufbau einer konstanten Spannung zwischen den Elektrodenflächen. Doch vor allem durch die Messung selbst werden die Ladungen, welche die Spannung hervorrufen, abtransportiert. Dabei hängt es von der Messschaltung (Spannungs- oder Ladungsmessung) und überhaupt von den Parametern des Aufbaus – insbesondere von allen Widerständen und Kapazitäten – ab, wie schnell die Entladung vor sich geht.

Liegt der Bogen nun unbeweglich auf der Saite, üben die Bogenhaare jeweils nur eine

¹Es geht hier ausschließlich um die Nutzung des piezoelektrischen Effekts zur Kraftmessung. Abgesehen davon kann auch über eine Messung der mit der statischen Last veränderlichen Kapazität von Polymerfilmsensoren die Wirkung von Kräften erfasst werden [114].

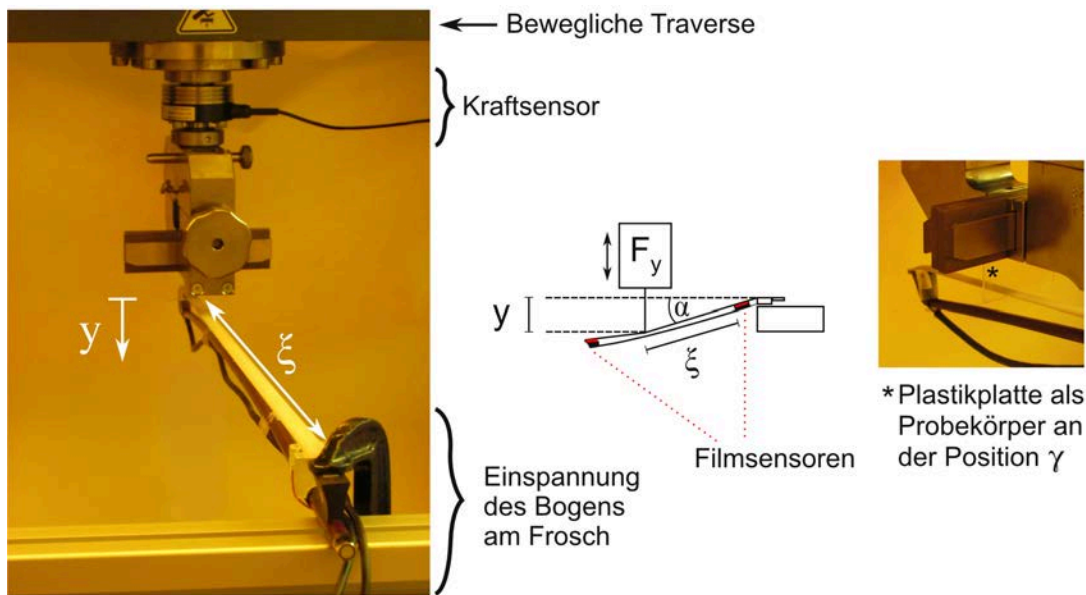


Abbildung 14.3: Aufbau zur Kalibrierung des Sensorsystems am Geigenbogen: Einspannung des Bogens am Frosch; Messung der Durchbiegung y des Bogens mit Probekörper im Abstand ξ vom Sensorblock am Frosch (vgl. Abb. 14.2); gleichzeitige Messung der dazu ausgeübten Kraft F_y , jeweils mit der Materialprüfmaschine.

statische Kraft auf Plättchen und Acrylblock aus. Sobald der Bogen aber über die Saite bewegt wird, ändert sich selbst bei konstant gehaltenem Bogendruck in jedem Moment der Druck der Bogenhaare auf die beiden Auflageflächen. Denn mit der Saitenposition ξ ändert sich während des Streichvorgangs der Winkel, den das Bogenhaarband mit den Auflageflächen bildet, wodurch sich auch bei konstantem Bogendruck die zu diesen Flächen senkrechte Kraftkomponente ändert. Es sollte in diesem Zusammenhang auf eine wichtige Beobachtung von Demoucron *et al.* [29] hingewiesen werden: Obwohl die Kraft, die auf einen Sensor am Frosch ausgeübt wird, *bei starrer Aufhängung* eigentlich mit zunehmender Saitenposition ξ (das heißt zur Bogenspitze hin) geringer werden sollte, ist das Gegenteil der Fall. Denn die mit der Saitenposition zunehmende Biegung des Bogens sorgt für eine Spannungszunahme des Bogenhaars – ein Effekt also, der durch die Elastizität des Bogens zustande kommt. Jedenfalls kann aus der separaten Messung der Kräfte an den jeweiligen Bogenhaaraufgabeflächen allein nicht die Bogenkraft bestimmt werden, da je nach Saitenposition effektiv andere Kräfte wirken.

Wie das mit den Bogensensoren gemessene dynamische Signal von der Position der Saite auf dem Bogen (Saitenposition ξ) abhängt, wurde in einer Messung zur Kalibrierung des Filmsensorsystems am Bogen untersucht, die im Folgenden beschrieben und diskutiert wird. Abbildung 14.3 zeigt Fotos und eine Skizze des Messaufbaus. Der am Frosch einseitig eingespannte Bogen wurde an verschiedenen (Saiten-)Positionen ξ (5 bis 55 Zentimeter in Schritten von fünf Zentimetern) mit Hilfe einer Materialprüfmaschine² gebogen. Um die Wirkung der Saite in diesem Experiment zu simulieren, wurde eine an der Kante rund

²Zwick/Roell Z005 (wie in Kapitel 9 für den uniaxialen Zugversuch an einem Elastomer).

geschliffene Plastikplatte mit einer Dicke von 2 Millimetern in der Prüfmaschine eingespannt. Die Saitenposition ξ wurde hier wie auch im Folgenden vom zusätzlich eingebauten Sensorblock aus gemessen, also auf die freie Länge der Bogenhaare des mit Sensoren ausgerüsteten Bogens bezogen. Wegen der Durchbiegung des Bogens ändert sich während eines Versuchs auch die instantane Position ξ geringfügig, allerdings vernachlässigbar, wie an den im Folgenden dargestellten Messungen klar wird.

Mit Hilfe der Präzisionspositionseinstellung und des Kraftaufnehmers der Materialprüfmaschine konnte eine gleichzeitige Messung der Position y des Prüfkörpers, also der Plastikplatte, und der durch diese auf die Bogenhaare ausgeübten Kraft F_y erfolgen, wie in der Skizze in Abbildung 14.3 veranschaulicht wird. Dabei ist der Bogen am Referenzpunkt $y = 0$ cm nicht deformiert. Der Kraft F_y entspricht beim natürlichen Spielen die vom Bogen senkrecht auf die Saite ausgeübte Kraft F_B , also der Bogendruck.

Darüber hinaus kann am Bogen die Bogenspannung über den Schraubenkopf eingestellt werden, der die Position des Frosches reguliert (siehe Abbildung 11.7). Die Bogenspannung wurde hier über den Abstand des Bogenhaars zur Stange bei der Bogenhaarmitte ($\xi = 31$ cm) gemessen und daher äquivalent in Zentimetern „äq. mm“ angegeben. In den vorliegenden Untersuchungen wurden zwei verschiedene Bogenspannungen verwendet: 8,2 äq. mm und 9,7 äq. mm; beide Spannungen sind für das natürliche Geigenspiel geeignet.

14.2.1 Elastische Eigenschaften des Bogens

An dieser Stelle soll zunächst gezeigt werden, dass mit dem beschriebenen Aufbau auch ohne Nutzung der installierten Filmsensoren eine Messung der elastischen Eigenschaften des Bogens möglich ist. In Abbildung 14.4 links ist die über die Plastikplatte auf den Bezug einwirkende Kraft F_y über der dadurch bewirkten Durchbiegung y des Bogens dargestellt. Es sind für verschiedene Positionen ξ des Testkörpers auf dem Bogenhaar jeweils mehrere Messdurchgänge übereinander dargestellt, bei denen die Durchbiegung y periodisch geändert wurde (die Parameter sind im folgenden Abschnitt genauer geschildert).

Für alle Positionen ξ zeigt sich im dargestellten Kraftbereich, also bis 500 mN, eine lineare Abhängigkeit der Kraft von der Durchbiegung. Es kann demnach eine Federkonstante (oder Steifigkeit) $D = D(\xi) = F_y/y$ des Bogens definiert werden (vergleiche auch [2] und [57]), wobei mit der verwendeten Messapparatur bei einer positiven Durchbiegung y auch eine positive Kraft gemessen wird. In Abbildung 14.4 rechts sind die ermittelten Federkonstanten in Abhängigkeit von der Saitenposition ξ und für die beiden verwendeten Bogenspannungen (8,2 äq. mm und 9,7 äq. mm) dargestellt: Die Federkonstante nimmt von der Spitze bis zum Frosch des Bogens zu, von etwa 100 bis 500 N/m, wobei die höhere Bogenspannung auch zu etwas größeren Federkonstanten führt.

Die außerdem für einige Saitenpositionen in Abbildung 14.4 beobachteten Schwankungen der Kraft, zum Beispiel für geringe Durchbiegungen y bei $\xi = 55$ cm, sind das Ergebnis von *bouncing modes* oder Hüpfmoden (siehe Abschnitt 11.4), die während der Messung sichtbar angeregt wurden. Der Mechanismus beruht wahrscheinlich darauf, dass durch die Durchbiegung des Bogens der Kontaktpunkt zwischen der Plastikplatte und dem Bezug nicht konstant bleibt und durch die Relativbewegung wiederum eine reiberregte

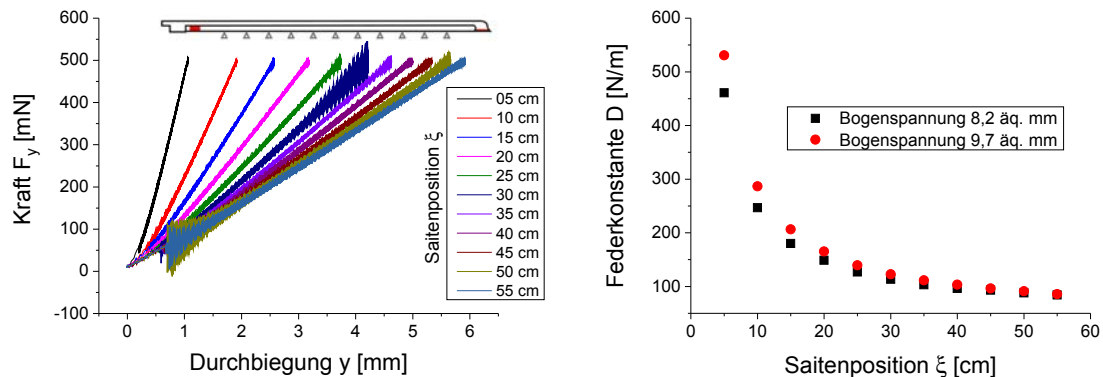


Abbildung 14.4: Messung der elastischen Eigenschaften eines mit Filmsensoren ausgestatteten Bogens bei Kraftereinwirkung an verschiedenen Punkten ξ auf dem Bogenhaar. *Links:* Kraft F_y gegenüber der Durchbiegung y (hier mit der Bogenspannung äq. 9,7 mm). *Rechts:* daraus (und für die Bogenspannung äq. 8,2 mm) ermittelte Federkonstanten des Bogens.

Schwingung (*stick-slip motion*) entsteht.³

14.2.2 Kalibrierung des Sensorsystems am Bogen

Zur Untersuchung der Empfindlichkeit der Sensoren im Zusammenhang mit dem Bogen wurde die durch den Testkörper auf die Bogenhaare ausgeübte Kraft F_y periodisch linear mit der Zeit variiert: Nach Einstellung einer Vorkraft von 50 mN wurde diese Kraft in linearem Verhältnis zur Zeit bis auf 500 mN erhöht und anschließend wieder bis auf 50 mN abgeschwächt. Die Kraftvariation erfolgte mit einer Geschwindigkeit von 100 mN/s, was einer Frequenz der resultierenden Sägezahnsschwingung von $\frac{1}{9}$ Hz entspricht. Dabei wurde jeweils nach Verstärkung mit einem Ladungsverstärker (Brüel & Kjær NEXUS, Typ 2692) die Ladung $Q(t)$ vom Sensor am Frosch und am Köpfchen aufgezeichnet. Exemplarisch ist in Abbildung 14.5 ein Ausschnitt aus den Zeitsignalen der Kraft $F_y(t)$ und der Ladung $Q(t)$ am Köpfchen bei der Saitenposition $\xi = 30$ cm dargestellt, wobei eine Bogenspannung von 9,7 äq. mm eingestellt war.

Diese Messungen wurden an verschiedenen Saitenpositionen ξ durchgeführt, da wie beschrieben die effektive Empfindlichkeit des Bogen-Sensor-Systems von ξ abhängt. Außerdem sind für die zwei verwendeten Bogenspannungen (äq. 8,2 mm und äq. 9,7 mm) jeweils andere effektive Empfindlichkeiten zu erwarten.

Es soll hier noch einmal angemerkt werden, dass die mit der beschriebenen Methode bestimmten Empfindlichkeiten sowohl von der eigentlichen piezoelektrischen Wandlung – *hauptsächlich* vom piezoelektrischen Koeffizienten d_{33} des jeweiligen Sensors⁴ – abhängen

³Dennoch kann an den in Abbildung 14.4 links gezeigten Messungen abgeschätzt werden, dass die oben erwähnte Änderung der Saitenposition ξ mit der Durchbiegung y vernachlässigbar klein ist: Mit $\sin \alpha \approx y/\xi$ ist der Winkel α für alle Saitenpositionen kleiner als 1° , was einer relativen Änderung der Saitenposition von $1 - \cos \alpha < 0,02\%$ entspricht.

⁴Durch die kapazitive Form des Sensors ist zwar klar, dass die Ladung oder Spannung am Sensor in Dickenrichtung gemessen wird. Dagegen ist die Richtung der mechanischen Einwirkung auf die zwischen

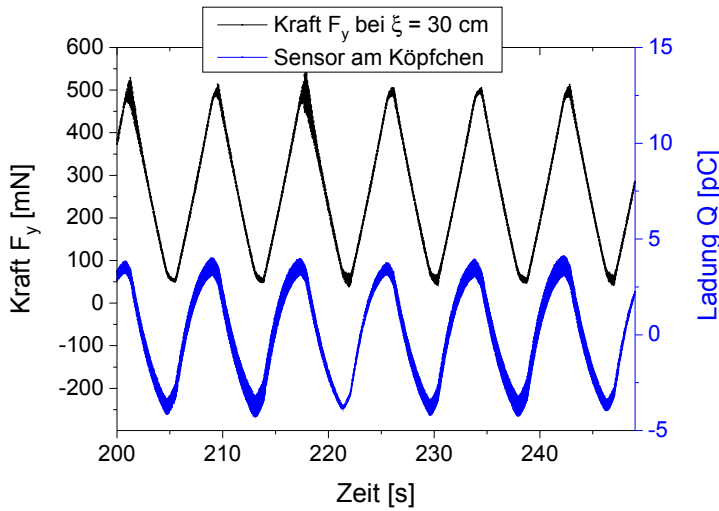


Abbildung 14.5: Messungen zur Kalibrierung der Filmsensoren am Bogen (Aufbau siehe Abb. 14.3): Durch Prüfkörper auf Bogenhaar ausgeübte Kraft (oben) und gleichzeitig am Filmsensor am Köpfchen (siehe Abb. 14.2) gemessene Ladung Q . Saitenposition $\xi = 30$ cm; Bogenspannung 9,7 äq. mm.

als auch von der Kraftübertragung durch den Bogen auf die Sensoren. Daher wird hier ein effektiver Koeffizient

$$d_{eff}(\xi) \approx \tau(\xi) \cdot d_{33} \quad (14.1)$$

eingeführt, wobei der Faktor $\tau = F_{real}/F_B$ die Umwandlung des Bogendruckes F_B in die am jeweiligen Sensor tatsächlich wirkende Kraft F_{real} beinhaltet.

Zur Ermittlung der effektiven Koeffizienten d_{eff} wurde für die verschiedenen Saitenpositionen ξ jeweils eine lineare Anpassung der $Q - F_B$ -Kurve durchgeführt, wie in Abbildung 14.6 für $\xi = 30$ cm. In dieser Kurve ist außerdem eine deutliche Hysterese bezüglich der Krafteinwirkung zu beobachten, die für die spätere Bestimmung des Bogendruckes beim Spielen berücksichtigt werden muss. Dieser Effekt könnte mit dem viskoelastischen Verhalten der verwendeten Polypropylen-Sensoren zusammenhängen, wie es ähnlich schon in [114] beobachtet wurde. Ein anderer Typ von Ferroelektret, nämlich die ebenfalls in [114] untersuchten Fluorethylen-Propylen-Filme mit Tunnel- oder Röhrenstruktur weisen keine deutliche Hysterese gegenüber einer Krafteinwirkung auf und könnten daher in diesem Hinblick Abhilfe schaffen.

Die für verschiedene Saitenpositionen ξ ermittelten Empfindlichkeiten d_{eff} der beiden Filmsensoren für die beiden verwendeten Bogenspannungen sind in Abbildung 14.7 gezeigt. Die darin außerdem eingetragenen Kalibrierkurven $d_{eff}(\xi)$ wurden über eine polynomiale Anpassung zweiten Grades bestimmt:

$$d_{eff}(\xi) = a \cdot \xi^2 + b \cdot \xi + c; \quad (14.2)$$

Bogenhaar und Auflageflächen fixierten Sensoren nicht eindeutig, denn die Bewegung der Bogenhaare kann auf die Sensoren sowohl eine mechanische Spannung in Dickenrichtung als auch – zu einem gewissen Anteil – eine Scherspannung ausüben. Deswegen werden die Empfindlichkeiten des Bogensensorsystems im Folgenden ohne Indizes für die elektromechanische Kopplungsrichtung angegeben.

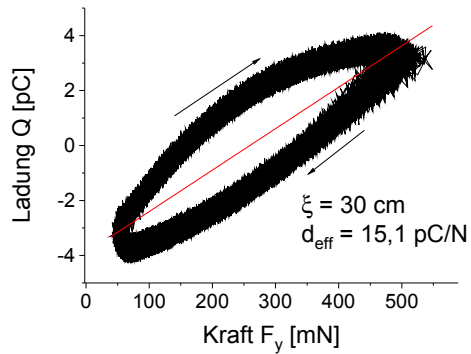


Abbildung 14.6: Ladung am Sensor am Köpfchen in Abhängigkeit von der Kraft F_y bei $\xi = 30 \text{ cm}$. Es liegt dieselbe Messung wie in Abbildung 14.5 zu Grunde. Trotz der Hysterese wurde eine lineare Anpassung an die Messpunkte vorgenommen, aus der sich die effektive Empfindlichkeit d_{eff} ergibt.

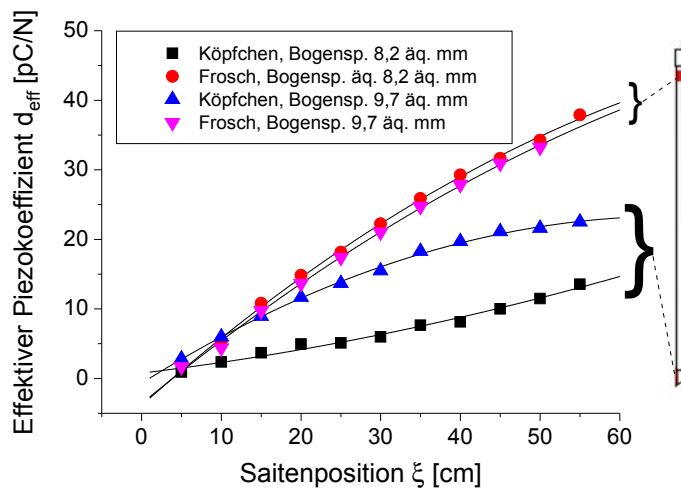


Abbildung 14.7: Kalibrierung der Filmsensoren am Bogen: Für zwei verschiedene Bogenspannungen (8,2 äq. mm und 9,7 äq. mm) effektiver piezoelektrischer Koeffizient d_{eff} in Abhängigkeit von der Saitenposition ξ .

Sensorposition	a [pC/N/cm ²]	b [pC/N/cm]	c [pC/N]	Bogenspannung
Köpfchen	$(16 \pm 7) \cdot 10^{-4}$	$0,14 \pm 0,04$	$0,8 \pm 0,6$	8,2 äq. mm
Frosch	$(-48 \pm 8) \cdot 10^{-4}$	$1,01 \pm 0,05$	$-3,9 \pm 0,8$	
Köpfchen	$(-54 \pm 4) \cdot 10^{-4}$	$0,72 \pm 0,03$	$-0,7 \pm 0,3$	9,7 äq. mm
Frosch	$(-40 \pm 9) \cdot 10^{-4}$	$0,94 \pm 0,05$	$-3,6 \pm 0,6$	

Tabelle 14.1: Ergebnisse der in Abbildung 14.7 eingetragenen Anpassungen $d_{eff}(\xi)$ für die Filmsensoren am Bogen nach Gleichung (14.2). Zu den ermittelten Parametern sind jeweils die Standardfehler der Anpassung angegeben.

die Ergebnisse dieser Anpassung sind in Tabelle 14.1 aufgeführt. Die Interpretation der Kalibrierkurven $d_{eff}(\xi)$ wird durch den Vergleich mit den in Abbildung 14.4 rechts dargestellten Federkonstanten des Bogens $D(\xi)$ erleichtert. Während nämlich die Federkonstante mit zunehmender Entfernung von der Aufhängung (also mit zunehmendem ξ) abnimmt – einem einseitig befestigten Balken vergleichbar – steigen die effektiven Empfindlichkeiten d_{eff} mit der Saitenposition. Dieses quasi reziproke Verhalten kann also aus der bei gleicher Kraft F_y zunehmenden Durchbiegung des Bogens y erklärt werden, durch welche die Kraft auf die jeweiligen Auflageflächen des Bezugs am Köpfchen und am Sensorblock in der Nähe des Frosches erhöht wird.

Darüber hinaus fällt in den Verläufen $d_{eff}(\xi)$ auf, dass nur für den Sensor am Köpfchen die effektive Empfindlichkeit mit der Bogenspannung zunimmt, für den Sensor am Frosch ist nur eine geringe Abhängigkeit von der Bogenspannung zu beobachten. Die Verformung des Bogens mit der Bogenspannung (siehe dazu [2]) muss der Grund für diesen Effekt sein: Für den Sensor am Frosch wird die zunehmende Bogenspannung durch den zunehmenden Abstand der Bogenstange vom Bezug kompensiert, während der Sensor am Köpfchen – trotz der Verformungen – mit der Spannung des Bezugs stärker auf das Plättchen gedrückt wird (was einer größeren Kraft F_{real} entspricht).

Um schließlich mit den Sensoren am Bogen Anregungsparameter, insbesondere den Bogendruck F_B , bestimmen zu können, sind einige zusätzliche Überlegungen nötig. Nach Gleichung (14.1) hängt die tatsächlich auf die Sensoren wirkende Kraft $F_{real}(t)$ sowohl vom Bogendruck $F_B(t)$ als auch von der Saitenposition $\xi = \xi(t)$ ab:

$$F_{real}(t) = F_B(t) \cdot \tau(\xi) = F_B(t) \cdot \frac{d_{eff}(\xi)}{d_{33}}, \quad (14.3)$$

so dass die Ladungsänderung am jeweiligen Sensor über

$$dQ(t) = d_{33} \cdot dF_{real}(t) \quad (14.4)$$

beschrieben werden kann. Unter Berücksichtigung von Gleichung (14.3) für das Differential $dF_{real}(t)$ ergibt sich daraus

$$dQ(t) = F_B(t) \cdot d d_{eff}(\xi) + d_{eff}(\xi) \cdot dF_B(t). \quad (14.5)$$

Mit $\xi = \xi(t)$ hängt auch $d_{eff} = d_{eff}(t)$ von der Zeit ab, so dass der elektrische Strom

$$\frac{dQ(t)}{dt} = F_B(t) \cdot \frac{d d_{eff}(t)}{dt} + d_{eff}(t) \cdot \frac{dF_B(t)}{dt} \quad (14.6)$$

auf den jeweiligen Sensor fließt. Für ein Zeitintervall $\Delta t = t - t_0$ kann damit die Ladungsänderung ΔQ durch Integration berechnet werden:

$$\Delta Q(\Delta t) = \int_{t_0}^t F_B(t) \cdot \frac{dd_{eff}(t)}{dt} dt + \int_{t_0}^t d_{eff}(t) \cdot \frac{dF_B(t)}{dt} dt. \quad (14.7)$$

Im Fall konstanten Bogendruckes $F_B(t) = \text{const.}$ vereinfacht sich Gleichung (14.7) zu

$$\Delta Q(\Delta t) = F_B \cdot \int_{t_0}^t \frac{dd_{eff}(t)}{dt} dt \quad (14.8)$$

$$= F_B \int_{\xi(t_0)}^{\xi(t)} \frac{dd_{eff}(t)}{d\xi} d\xi \quad (14.9)$$

$$= F_B (d_{eff}(\xi(t)) - d_{eff}(\xi(t_0))) = F_B \cdot \Delta d_{eff}(\Delta \xi). \quad (14.10)$$

Jedenfalls ist aber die Kenntnis der Saitenposition $\xi(t)$ für die Bestimmung von $F_B(t)$ notwendig, da damit auch die Funktion $d_{eff}(\xi(t))$ und ihre Ableitung $dd_{eff}(t)/dt$ in Gleichung (14.7) mit Hilfe der Kalibrierung (Gleichung (14.2)) bekannt sind. Die Saitenposition ξ wurde in dieser Arbeit zwar nicht gemessen, aber mit Hilfe der dargestellten Grundlagen für das Filmsensorsystem am Bogen dürfte für Folgeuntersuchungen eine Ermittlung des Bogendruckes möglich sein. Über die Integralgleichung (14.7) in Kombination mit den *zwei* Sensorsignalen (vom Frosch und vom Köpfchen) ist bei gleichzeitiger Messung von $\xi(t)$ wahrscheinlich eine numerische Bestimmung von F_B realisierbar. In Abschnitt 14.4 werden beispielhaft zwei unterschiedliche Messungen mit dem Bogen-Sensor-System geschildert, an denen die Möglichkeit einer Bestimmung des Bogendruckes nochmals diskutiert werden kann. Zuvor wird allerdings im folgenden Abschnitt ausgeführt, inwiefern die Sensoren am Bogen die Wechselwirkungen zwischen schwingender Saite und Bogen und zudem die Eigenschaften des Bogens erfassen.

14.3 Beobachtungen bei der Messung mit den Bogensensoren: Bogenhaarresonanzen

Die im Folgenden beschriebenen Beobachtungen wurden bei einfachem Ab- und Aufstrich mit etwa gleich bleibendem Bogendruck im Hörbereich der Signale der Bogensensoren gemacht. Schon beim Abhören der Aufnahmen wird einerseits klar, dass die Saitenschwingung auch von den Bogensensoren erfasst wird. Andererseits sind in den Signalen Klangmodulationen zu hören, die sich mit der Zeit, beziehungsweise mit der Saitenposition ξ vollziehen. Dass die Saitenposition die ausschlaggebende Größe ist, ergibt sich aus einer Symmetrie des Phänomens bezüglich Ab- und Aufstrich, wie später ersichtlich wird. Die Klangmodulationen lassen sich dem Höreindruck nach als auf- und absteigende Chirps beschreiben. Sie haben jedoch auch eine Ähnlichkeit zu dem Effekt, der bei der Anwendung eines Bandstopfilters oder einer schmalbandigen Präsenzanhebung auf ein breitbandiges Signal hörbar wird, wenn die Mittenfrequenz dieses Filters kontinuierlich erhöht oder abgesenkt wird.

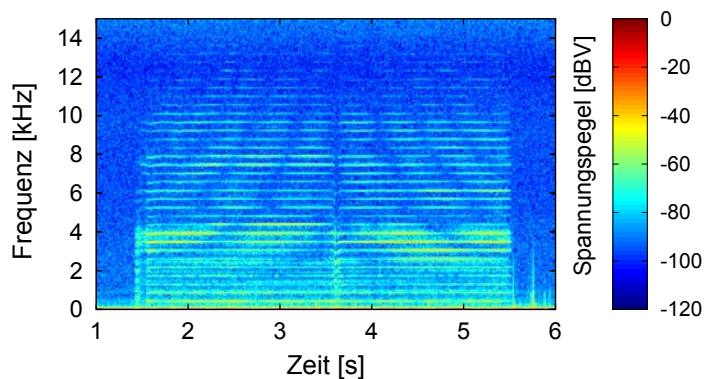


Abbildung 14.8: Spektrogramm einer Messung mit Filmsensor am Frosch: Abstrich (von 1,3 bis 3,6 Sekunden) gefolgt von einem Aufstrich, bei etwa gleichbleibendem Bogendruck; gestrichene A-Saite.

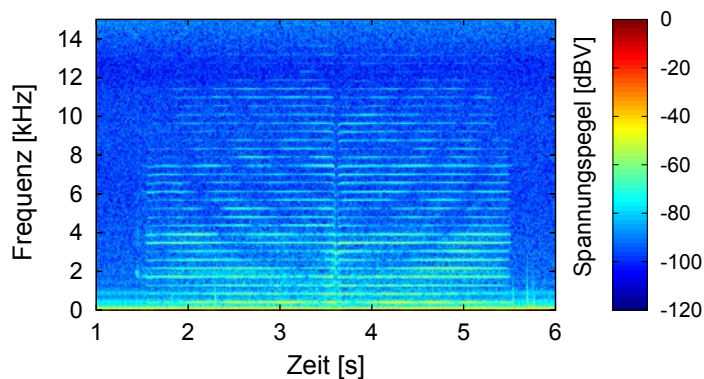


Abbildung 14.9: Spektrogramm einer Messung mit Bogensensor am Köpfchen, sonst gleicher Versuch wie in Abbildung 14.8.

Um diese Beobachtungen besser fassen zu können, wurden aus den Aufzeichnungen der beiden Bogensensoren am Köpfchen und am Frosch jeweils Spektrogramme angefertigt (Abb. 14.8 und 14.9), also Spektren über der Zeit, in denen die Amplituden farbkodiert sind. Es handelt sich um Aufnahmen bei gestrichener A-Saite im Ab- und anschließenden Aufstrich mit Geige I. Beginn und Ende dieses Vorgangs sind bei 1,4 und 5,5 Sekunden klar erkennbar, ebenso der Strichwechsel bei 3,6 Sekunden. Bei den horizontalen Verläufen (gelb/grün) handelt es sich um die Harmonischen der Saitenschwingung, die auf den Bezug übertragen wird. Diese horizontalen Verläufe sind aber durchbrochen von in der Frequenz steigenden beziehungsweise fallenden Verläufen. Die Amplituden der beschriebenen Harmonischen, die von der Saitenschwingung herrühren, sind an diesen Stellen abgeschwächt. Ob der Verlauf jeweils steigend oder fallend ist, hängt von der Strichrichtung und von der Sensorposition ab: Am Frosch werden während des Abstrichs (also mit zunehmender Saitenposition ξ) Verläufe mit zunehmender Frequenz und während des Aufstrichs Verläufe mit abnehmender Frequenz registriert. Am Köpfchen ist es umgekehrt.

Diese Beobachtungen sind in den Abbildungen 14.10 und 14.11 illustriert: Einige Punkte der an- und absteigenden Minima-Verläufe wurden abgelesen, wobei in den Abbildun-

14.3 Beobachtungen bei der Messung mit den Bogensensoren: Bogenhaarresonanzen

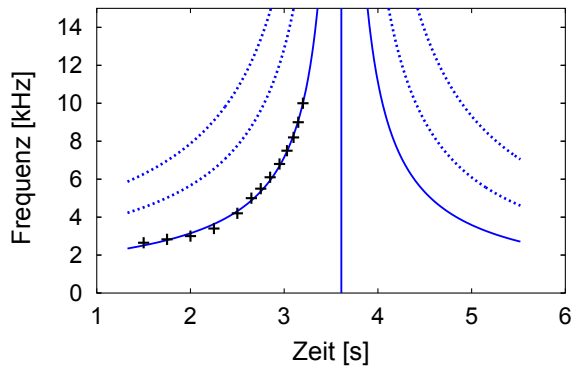


Abbildung 14.10: Aus Abbildung 14.8 (Sensor am Frosch) abgelesene Punkte aus den Verläufen mit minimaler Amplitude; beim Abstrich (linke Hälfte) zu den Punkten ermittelte Regressionskurve nach Gleichung (14.15) in Kombination mit Gleichung (14.16).

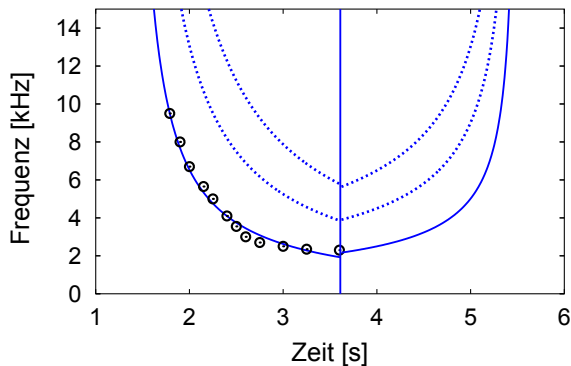


Abbildung 14.11: Aus Abbildung 14.9 (Sensor am Köpfchen) abgelesene Punkte aus den Verläufen mit minimaler Amplitude; Regressionskurve zu diesen Punkten nach Gleichung (14.13) in Kombination mit Gleichung (14.16).

gen nur die beim Abstrich abgelesenen Punkte eingetragen sind. Zu diesen Punkten sind außerdem jeweils Ausgleichskurven ermittelt und eingetragen, die im folgenden Abschnitt 14.3.1 erklärt werden. Außerdem sind in den Spektrogrammen die beschriebenen Verläufe auch noch einmal ähnlich bei höheren Frequenzen zu finden, wobei es sich um höhere Moden beziehungsweise annähernd Harmonische der zu vermutenden Resonanzen handeln dürfte. Zur Illustration wurden die ermittelten Ausgleichskurven mit einem konstanten Faktor multipliziert⁵, so dass ein besserer Vergleich mit dem tieffrequenten Verlauf möglich ist. Diese Faktoren wurden – ebenso wie die eingetragenen Punkte – über das Auge bestimmt. Offensichtlich sind die Verläufe breit und stellenweise undeutlich – über die jeweilige Kurve besteht also eine gewisse Unsicherheit. Dennoch treten die Tendenzen klar hervor, sowohl im Spektrogramm als auch – wie geschildert – beim Abhören. Für die gemessene Abfolge Abstrich-Aufstrich können die resultierenden Strukturen auch bildhaft beschrieben werden: Für den Sensor am Frosch bilden die Verläufe einen Vulkan (Abb. 14.10), für den Sensor an der Spitze des Bogens gleicht die Struktur einer Menora (Abb.

⁵Für die Ausgleichskurve zum Spektrogramm vom Froschsensoren beim Abstrich sind die Faktoren 1,8 und 2,5; am Köpfchensensor: 2 und 3, also tatsächlich harmonisch.

14.11). Wäre die Strichabfolge umgekehrt, so würden die Bilder offensichtlich vertauscht.

Auch für alle anderen Saiten und mit Geige III wurden die Beobachtungen bestätigt, abgesehen von den entsprechend der Saite veränderten Saitenharmonischen.

14.3.1 Analyse und Interpretation

Harmonische der Saitenschwingung Dass sich die Harmonischen der Saitenschwingung in den Signalen der Bogensignale wiederfinden, ist an sich nicht überraschend, wenn auch bisher nicht an anderer Stelle dokumentiert, da das Hauptaugenmerk wohl sonst auf der Messung der Bogenkraft liegt. Der Bezug beiderseits des Bogen-Saite-Kontakts, bzw. die Abschnitte der Länge ξ (vom Frosch bis zur Saite) und $L - \xi$ (Saite bis zum Köpfchen), wird wegen der Stick-Slip-Wechselwirkung elastisch gedehnt und schwingt daher mit der jeweils angeregten Saitenfrequenz. Diese Bogenhaarschwingungen sind in erster Näherung longitudinal, das heißt nach Abbildung 11.8 in y -Richtung. Auch Transversale Bogenhaarschwingungen könnten am Bogen-Saite-Kontakt angeregt werden – ebenfalls wegen des periodischen Wechsels zwischen Haft- und Gleitreibung. Die transversalen Schwingungen dürften wegen der Anordnung der Bogenhaare als Band bevorzugt senkrecht zu der Ebene dieses Bandes vor sich gehen (nach Abb. 11.8 die z -Richtung), also auch senkrecht zu den Polymerfilmsensoren am Bogen, was die Detektion der Transversalwellen begünstigt.

Minima-Verläufe Was die mit der Saitenposition veränderlichen Minima-Verläufe betrifft, kann zuerst konstatiert werden, dass diesem Phänomen bogeneigene Moden zu Grunde liegen müssen, da mit den Stegsensoren nichts derartiges detektiert wird. Da die beobachtete Frequenzvariation aber von der Zeit und damit von der Saitenposition abhängig ist, und weil mit der Saitenposition die Länge der beiden Bogenhaarabschnitte (ξ und $L - \xi$, siehe Abbildung 14.1) variiert, können die Verläufe wohl als Resonanzen dieser Bogenhaarabschnitte interpretiert werden.

Saitenartige Resonanzen des Bezugs wurden bereits von Gough beschrieben (siehe [57] und Abschnitt 11.4). Allerdings würde jede saitenartige Resonanzfrequenz des Abschnitts zwischen Frosch und Saite während des Abstrichs, also mit wachsendem ξ abnehmen: Siehe dazu Abbildung 14.12. Genau das Gegenteil wird aber in den Spektrogrammen beobachtet: Sie zeigen während des Abstrichs fallende Verläufe am Frosch. Es darf dabei aber nicht vergessen werden, dass die Verläufe sich als *Minima* der Amplitude zeigen. Insofern kann angenommen werden, dass die beiden Abschnitte jeweils als Vibrationsabsorber füreinander wirken. Die Anregung ist dabei die auf den Bogen übertragene Saitenschwingung. Stimmt bei einer bestimmten Saitenposition ξ zum Beispiel die Resonanz des Bogenhaarabschnitts zwischen Saite und Frosch (Länge ξ) mit einer Harmonischen der Saitenschwingung überein, dann wird diese saitenartige Resonanz angeregt und deshalb entsprechend weniger Energie an den anderen Bogenhaarabschnitt der Länge $L - \xi$ übertragen. Falls diese Annahme zutrifft, liegt ein ähnliches Absorptionsprinzip zu Grunde wie bei den in Teil I dieser Arbeit behandelten Schwingungsdämpfern für Wolltöne.

Ein Einwand gegen diese Hypothese ist, dass die angeregten saitenartigen Resonanzen, die die Absorption bewirken, auch selbst detektiert werden müssten – als Maxima in den Spektren des Sensors am jeweils absorbierenden Saitenabschnitt. Einerseits mag dies

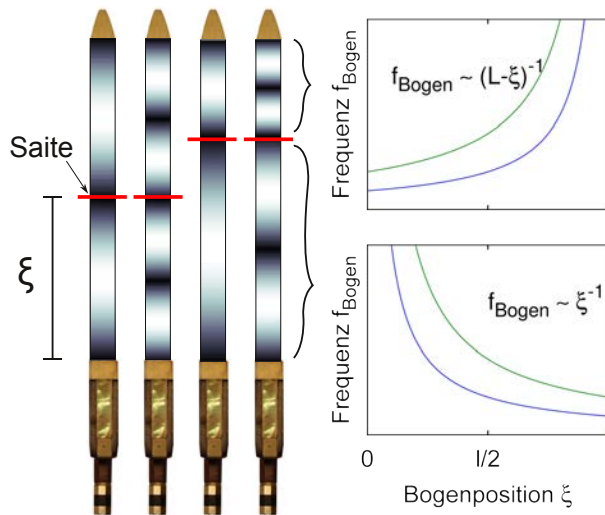


Abbildung 14.12: Illustration der longitudinalen Bogenhaarresonanzen: Stehende Wellen auf dem Bogen in Abhängigkeit von der Saiteposition ξ . Je nach Abschnitt (Köpfchen-Saite oder Saite-Frosch) resultieren unterschiedliche Resonanzfrequenzen, die beim kontinuierlichen Streichen in einer Richtung ab- oder aufsteigen.

sogar der Fall sein, denn die Amplituden der Saitenharmonischen in den Bogensensoraufnahmen zeigen in Abhängigkeit von der Zeit gewisse Variationen. Diese sind aber relativ undeutlich, so dass ein Muster darin schwer erkennbar wäre.

Analyse der Verläufe Die Ermittlung der in den Abbildungen 14.10 und 14.11 gezeigten Ausgleichskurven soll hier nun kurz beschrieben werden – exemplarisch nur für den Abstrich, für den die abgelesenen Punkte eingetragen sind: \circ für den Sensor am Köpfchen und $+$ für den Sensor am Frosch. Da für die Entstehung der Verläufe in den Spektrogrammen der Bogensensoren die Resonanzen der beiden Bogenhaarabschnitte zwischen Saite und den Bogenhaarbefestigungen angeführt worden sind, werden als Modell einfache saitenartige Abhängigkeiten angenommen. Es handelt sich beim Abstrich also um Kurven der Form $f_{Bogen}(\xi) = (c/2) \cdot \xi^{-1}$ (für die am Köpfchen registrierte Resonanz) oder $f_{Bogen}(\xi) = (c/2) \cdot (L - \xi)^{-1}$ (am Frosch gemessene Resonanz), wobei L die Bogenhaarlänge (mit dem Sensorblock am Frosch $L = 61$ cm) und c die Wellengeschwindigkeit auf den Bogenhaaren ist, die wiederum mit der Dichte ρ und der Bogenhaarspannung σ über $c = \sqrt{\sigma/\rho}$ zusammenhängt. Die Konstante c kann nun aus einer linearen Regression der abgelesenen Punkte nach Logarithmierung der x - und y -Werte (ξ und f_{Bogen}) bestimmt werden. Für die am Köpfchen registrierten (beim Abstrich fallenden) Verläufe ist die Fre-

quenz $f_{Bogen,\circ}$ der Bogenresonanz dann

$$f_{Bogen,\circ} = \frac{c}{2} \cdot \xi^{-1} \quad (14.11)$$

$$\log \frac{f_{Bogen,\circ}}{f_0} = \log \frac{c}{2c_0} + \log \frac{\xi_0}{\xi} \quad (14.12)$$

$$= \log \frac{c}{2c_0} - \log \frac{\xi}{\xi_0}, \quad (14.13)$$

wobei hier für die Berechnung der Logarithmen die Referenzfrequenz $f_0 = c_0/\xi_0 = 1$ Hz mit $c_0 = 1$ m/s und $\xi_0 = 1$ m eingeführt worden ist. Für die Verläufe am Frosch ergibt sich entsprechend

$$f_{Bogen,+} = \frac{c}{2} (L - \xi)^{-1} \quad (14.14)$$

$$\log \frac{f_{Bogen,+}}{f_0} = \log \frac{c}{2c_0} - \log \frac{L - \xi}{\xi_0}. \quad (14.15)$$

Dabei sind die x -Werte, also die Saitenposition ξ bzw. $L - \xi$, nicht gemessen worden. Obwohl bei manueller Bogenführung Variationen in der Bogengeschwindigkeit zu erwarten sind, nehmen wir aber zunächst an, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Zeit t und der Saitenposition ξ besteht. Für den Abstrich wäre bei Kenntnis der Zeiten t_i zu Beginn des Abstrichs ($\xi \approx 0$) und t_f zum Ende des Abstrichs ($\xi \approx L$)

$$\xi(t) \approx \frac{L}{t_f - t_i} \cdot (t - t_i). \quad (14.16)$$

Dann ergeben sich aus den y -Achsenabschnitten der linearen Regressionen

$$a = \log \frac{c}{2c_0} \quad (14.17)$$

die gesuchten Konstanten oder Wellengeschwindigkeiten als

$$c(a) = 2c_0 10^a. \quad (14.18)$$

Für den am Froschsensor ermittelten Verlauf ergibt sich die Konstante $c = 2,4 \pm 0,2$ km/s; mit dem Köpfsensor wird $c = 2,4 \pm 0,8$ km/s ermittelt. Die zugehörigen linearen Regressionen sind in Abbildung 14.13 dargestellt.

Longitudinale Bogenhaarschwingungen Es sprechen nun zwei Argumente dafür, dass die beobachteten Minima-Verläufe durch stehende Longitudinalwellen verursacht werden. Erstens stimmen die über die lineare Regression ermittelten Geschwindigkeiten c gut mit der Geschwindigkeit c_L der Longitudinalwellen in Bogenhaaren überein, für die sich in der Literatur die Angaben $c_L = 2500$ m/s $\pm 18\%$ [110, 132] und $c_L = 2200 \dots 2400$ m/s [10] finden. Zweitens liegt die Grundfrequenz der stehenden Longitudinalwellen auf Bögen zwischen 1500 und 2000 Hz [10, 25, 132], was ungefähr der unteren Grenzfrequenz der hier beobachteten Verläufe entspricht. Insbesondere in den Abbildungen 14.10 und 14.11

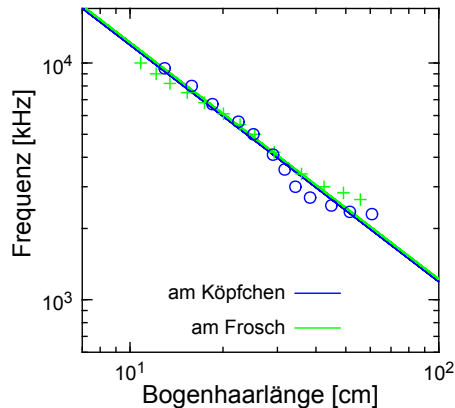


Abbildung 14.13: Ausgleichsgeraden (mit Steigung -1) zu den aus dem Spektrogramm der Bogensensoren abgelesenen Punkte der Resonanzverläufe beim Abstrich (Abb. 14.8 und 14.9): Sensor am Köpfchen (\circ) und am Frosch ($+$). Doppeltlogarithmische Darstellung der Frequenz über der Länge des Bogenhaarabschnitts, der jeweils (gemäß der im Text entwickelten Interpretation) die Resonanz erzeugt, also einerseits $L - \xi$ (am Frosch) und andererseits ξ (am Köpfchen).

ist gut zu erkennen, dass die untere Grenzfrequenz in diesem Fall ein wenig über 2 kHz liegt – dies kann aber an der Verkürzung der schwingenden Bogenhaarlänge durch den eingefügten Sensorblock liegen⁶.

Auch wenn die als Vibrationsabsorption wirkenden Resonanzen also als Longitudinalwellen zu identifizieren sind, kann die Natur der in den Signalen beobachteten Saitenharmonischen nicht abschließend bestimmt werden – sie können sowohl von Transversalwellen als auch von Longitudinalwellen des Bezugs verursacht sein und sind vermutlich eine Mischung aus beiden. Welchen Anteil davon die longitudinalen Resonanzen über den beschriebenen Mechanismus absorbieren, ist anhand der vorliegenden Messungen jedoch nicht nachzuvollziehen, da durch Umwandlungsprozesse an den Auflageflächen wahrscheinlich beide Wellenarten von den Filmsensoren detektiert werden.

14.4 Messung mit Sensoren an Steg und Bogen

Zum Vergleich der Messungen mit den Sensoren unter dem Steg und am Bogen werden in diesem Abschnitt exemplarisch zwei Versuche beschrieben, die beide mit Geige I durchgeführt wurden. Es wurde dabei jeweils beim natürlichen Spiel ein Abstrich und ein direkt darauf folgender Aufstrich gemessen. In der ersten Durchführung versuchte der Spieler ohne weitere Hilfsmittel, die Bogenkraft konstant zu halten – die Ergebnisse sind in Abbildung 14.14 dargestellt. Die in Abbildung 14.15 dargestellten Signale stammen dagegen von einer Messung, bei welcher der Spieler während des Abstrichs die Bogenkraft graduell zu vermindern versuchte und umgekehrt beim Aufstrich eine bis zum Ende des Strichs

⁶Das Längenverhältnis des Bezugs ohne und mit dem Polyacrylblock für den Sensor am Frosch ist 64/61. Wenn die longitudinale Grundfrequenz des ursprünglichen Bezugs also zum Beispiel 1950 Hz beträgt, ergibt sich mit dem Sensorblock eine neue Resonanzfrequenz von $1950 \cdot \frac{64}{61} \text{ Hz} \approx 2046 \text{ Hz}$.

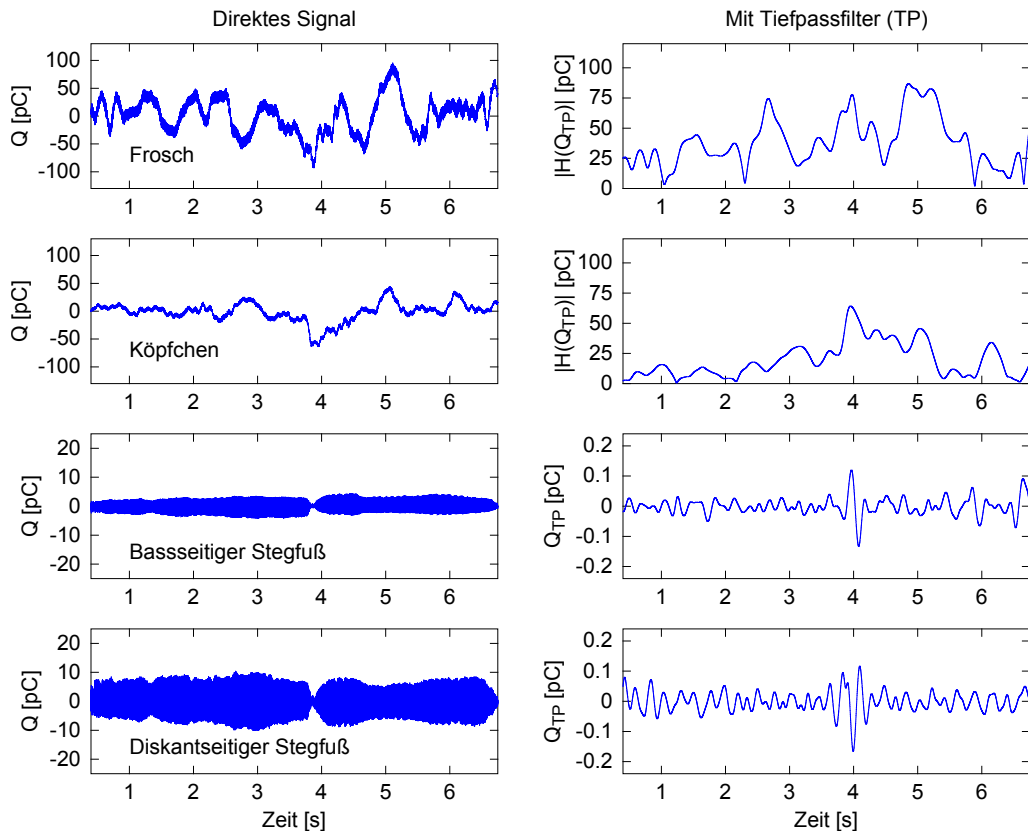


Abbildung 14.14: Links: Ungefilterte Signale (Ladung $Q(t)$) von den Sensoren am Bogen und unter dem Steg beim natürlichen Spiel im Abstrich und Aufstrich (Strichwechsel bei $t \approx 3,8$ s) mit dem Versuch, den Bogendruck konstant zu halten. Rechts: Die Signale von links nach Tiefpassfilter ($Q_{TP}(t)$); von den Signalen der Sensoren am Bogen wurde außerdem mit einer Hilbert-Transformation die Amplitude des gefilterten Signals berechnet ($|H(Q_{TP}(t))|$).

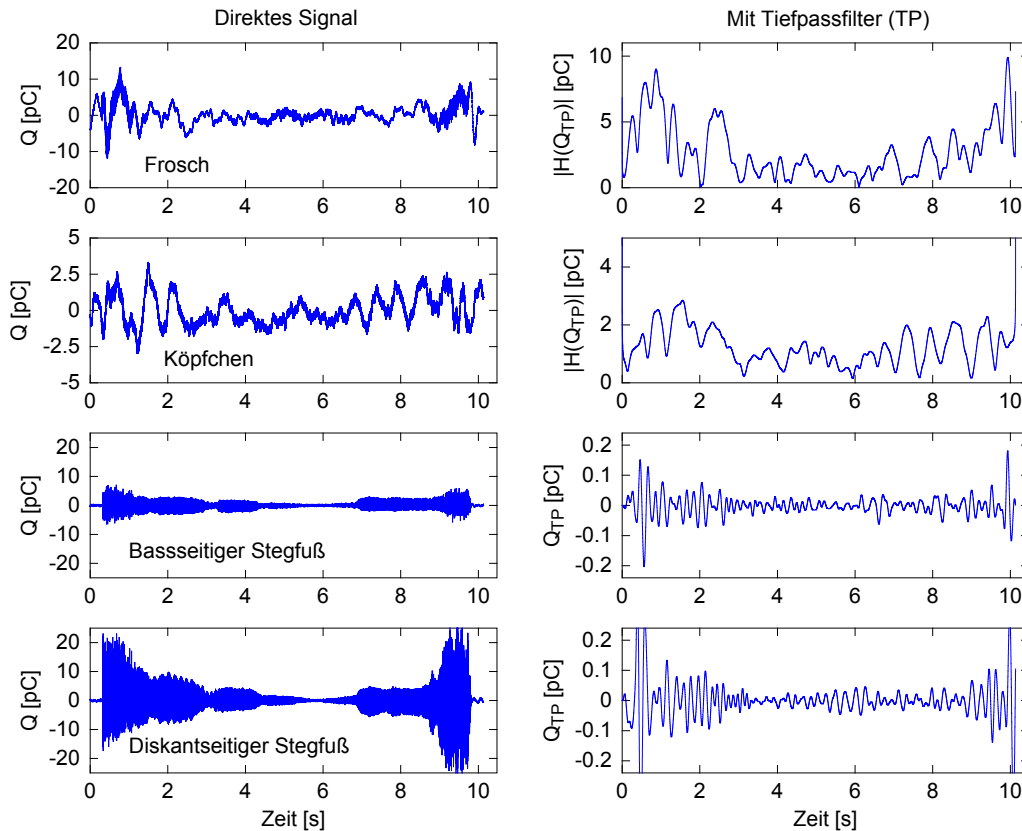


Abbildung 14.15: Wie Abbildung 14.14, aber mit beim Abstrich (bis $t \approx 5,9$ s) abnehmendem und beim darauf folgenden Aufstrich zunehmendem Bogendruck.

zunehmende Bogenkraft ausüben sollte.

In beiden Abbildungen 14.14 und 14.15 sind auf der linken Seite jeweils die vier Ladungs-Signale der Sensoren ohne weitere Bearbeitung gezeigt. Auf der rechten Seite sind dieselben Signale mit einem Tiefpassfilter⁷ gezeigt, wobei von den gefilterten Signalen der Sensoren am Bogen außerdem mittels einer Hilbert-Transformation jeweils die Amplitude berechnet wurde, was für eine spätere Diskussion hilfreich ist.

Zunächst sollen anhand des Versuchs mit konstantem Bogendruck (Abb. 14.14) die direkt auf die Sensoren wirkenden Kräfte über die gemessenen Ladungen grob abgeschätzt werden. Die maximale Ladung an beiden Bogensensoren ist bei dieser Messung in einer Größenordnung von $Q_{max} = 100$ pC, wobei der Filter jeweils keine wesentliche Abschwächung des Signals bewirkt, das heißt, die wesentlichen Beiträge sind im Bereich unter 5 Hz. Mit einem ungefähren mittleren piezoelektrischen Koeffizienten von $\bar{d}_{33} \approx 150$ pC/N (bei $d_{33} = 129$ pC/N am Frosch und $d_{33} = 166$ pC/N am Köpfchen) ergibt sich eine maximale Kraft von $F_{max} = Q_{max}/\bar{d}_{33} \approx \frac{100}{150} \text{ N} = \frac{2}{3} \text{ N}$ mit den PP-Sensoren am Bogen. Die PVDF-Sensoren unter dem Steg weisen ohne Filter eine maximale Ladung von $Q_{max} \approx 10$ pC/N auf, was mit den jeweiligen piezoelektrischen Koeffizienten $\bar{d}_{33} = 16$ pC/N eine maximale

⁷Butterworth-Filter der vierten Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 5 Hz.

Kraft von $F_{max} \approx \frac{10}{16} \text{ N} \approx \frac{2}{3} \text{ N}$ bedeutet. Hier stimmen die an Bogen und Steg gemessenen Kräfte also im Rahmen der angewendeten Näherung sehr gut überein. Nach Anwendung des Tiefpassfilters ist die maximale Ladung der Sensoren am Steg allerdings nur noch ein Hundertstel ($Q_{max} \approx 0,1 \text{ pC/N}$) des vorherigen Wertes, so dass die Maximalkraft im Frequenzbereich unter 5 Hz nur noch $F_{max} \approx \frac{2}{3} \cdot 10^{-2} \text{ N}$ beträgt. Das bedeutet, der größte Teil der vom Bogen auf die Saite ausgeübten Kraft findet sich an den Stegfüßen in die Bewegung umgewandelt, die der Saitenschwingung zuzuordnen ist.

Die Wirkung des Bogens für das Bogen-Filmsensor-System lässt sich in Abbildung 14.14 auch erkennen: Bei konstantem Bogendruck zeigen sich mit der Saitenposition ξ (also während des Abstrichs, siehe auch Gleichung 14.16) zunehmende Amplituden (Betrag des gefilterten Signals nach Hilbert-Transformation, $|\mathcal{H}(Q_{TP}(t))|$); besonders deutlich wird dies in der Amplitude des Sensors am Köpfchen. Dies ist gemäß den Kalibrierkurven, also den effektiven Empfindlichkeiten $d_{eff}(\xi)$ der Sensoren am Bogen (Abbildung 14.7), die ebenfalls mit der Saitenposition ξ zunehmen, zu erwarten – der Grund dafür ist, wie oben diskutiert, die mit der Saitenposition ξ veränderliche Verformung des Bogens. Das über die Kalibrierkurven erfasste Verhalten zeigt sich noch auffälliger beim zweiten Versuch mit während des Abstrichs abnehmendem Bogendruck. Die Sensoren am Steg zeigen zu Beginn des Abstrichs und am Ende des Aufstrichs zwar höhere Amplituden als beim vorherigen Versuch: Eine ungefähre Maximalladung am diskantseitigen Stegfuß von $Q_{max} \approx 20 \text{ pC}$ beim ungefilterten Signal ist mit einer maximalen Kraft $F_{max} \approx 1\frac{1}{3} \text{ N}$ verbunden, was nebenbei bemerkt – genau wie die oben ermittelten Kräfte – innerhalb der für den Bogendruck zu erwartenden Grenzen liegt (siehe zum Beispiel [29]). Am Bogen sind die maximalen Amplituden dagegen wesentlich geringer als beim Versuch mit konstantem Bogendruck: Aus $Q_{max} \approx 10 \text{ pC}$ resultiert $F_{max} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-1} \text{ N}$. Der beim Abstrich ab- und beim Aufstrich zunehmende Bogendruckverlauf ist dennoch in allen Signalen gut zu erkennen.

Eine interessante Eigenheit der Sensoren am Steg bei konstantem Bogendruck (Abb. 14.14) ist das Maximum der Amplitude gerade beim Strichwechsel ($t \approx 3,8 \text{ s}$). Dies ist wohl Ausdruck der Tatsache, dass die piezoelektrischen Sensoren besonders empfindlich auf Änderungen der Kraft reagieren, und die Änderung der Strichrichtung impliziert eine große Kraftänderung in Richtung der Saitenschwingung (nicht senkrecht zur Saite), was damit vor allem den Steg betrifft. Dieser Effekt bleibt wahrscheinlich wegen des geringen Bogendrucks beim Strichwechsel in der zweiten Messung (Abb. 14.15) aus.

Neben all diesen grundsätzlich stimmigen Beobachtungen kann die Besonderheit in den Messungen mit den Bogensensoren nicht eindeutig erklärt werden: Die ermittelten Amplituden (Abb. 14.15 und 14.14) beinhalten starke Fluktuationen (stellenweise so groß wie die Signalamplitude) in einem Frequenzbereich von etwa 5–10 Hz. Ein Grund dafür könnten die Hüpfmoden des Bogens sein, die auch in diesem Frequenzbereich auftreten (siehe Abschnitt 11.4.2). Es besteht aber auch die Möglichkeit, dass die Signale durch den Spieler gestört wurden, wenn dieser die von den Sensoren kommenden Kabel berührte. Jedenfalls wird vor allem durch diese Fluktuationen die ursprünglich beabsichtigte Ermittlung der Bogenkraft erschwert. Für weitere Analysen könnte es in diesem Zusammenhang hilfreich sein, dass ähnliche Fluktuationen auch an Stegsensoren gemessen wurden, wie die Abbildungen 14.15 und 14.14 zeigen, auch wenn die dargestellten Amplituden der Bogensen-

soren durch die Hilbert-Transformation noch einen zusätzlichen Filterschritt durchlaufen haben.

Überhaupt wird an den hier diskutierten Messungen überraschender Weise klar, dass die Sensoren am Steg neben der Aufzeichnung der Steg-Korpus-Dynamik auch den viel langsamer variierenden Bogendruck erfassen. Eine entsprechende Methode zur Messung des Bogendrucks mit den Sensoren am Steg könnte wiederum mit Hilfe der Materialprüfmaschine verfeinert werden, mit der eine Kalibrierung durchgeführt werden könnte – ähnlich wie in diesem Kapitel, Abschnitt 14.2, für das Bogen-Sensor-System beschrieben. Auch die bereits genannte Möglichkeit über die Kapazität der Filmsensoren den Bogendruck zu bestimmen, sollte als zukünftige Alternative oder Ergänzung zur piezoelektrischen Nutzung der Sensoren erwogen werden, zumal dafür im Prinzip dasselbe System von Filmsensoren verwendet werden könnte.

Kapitel 15

Zusammenfassung und Ausblick

In diesem dritten Teil wurden piezoelektrische Polymerfilmsensoren unter dem Steg und am Bogen verwendet, um sowohl das Schwingungsverhalten von Geigen als auch die Streichanregung zu messen. Durch gleichzeitige Messung an beiden Systemen, Bogen und Geige, sollten beim natürlichen Spielen die Wechselwirkungsmechanismen erforscht werden, die der Klangentstehung zu Grunde liegen. Bei gleichzeitiger Betrachtung der dynamischen Regime der gestrichenen Saite und insbesondere der Regimegrenzen in Abhängigkeit von der Bogenanregung und den Geigenschwingungen könnte damit in Zukunft eine Messung der Bespielbarkeit realisiert werden. Im Bezug darauf wurden in Kapitel 11 die wichtigsten Arbeiten über die Dynamik der gestrichenen Saite zusammengefasst, vor allem im Hinblick auf den Einfluss des Korpus (über den Steg) und des Bogens auf die Saitenschwingung. Allerdings konnten hier schon durch die separaten Messungen an Geige und Bogen Erkenntnisse über diese beiden schwingungsfähigen Systeme gewonnen werden, die nun als Grundlage für die Interpretation der kombinierten Messungen dienen können.

Für die Verfolgung der Geigendynamik wurden piezoelektrische Filmsensoren unter dem Steg installiert – jeweils ein Sensor unter jedem Stegfuß. Damit wurde die Aufnahme von Frequenzgängen ermöglicht, an denen unter anderem die für den Klang entscheidenden Signaturmoden an drei untersuchten Geigen mit der Kenntnis der jeweiligen Stegbeziehung charakterisiert werden konnten. Insbesondere durch Analyse der Phasendifferenz zwischen den beiden Stegfüßen in Abhängigkeit von der Frequenz wurde die Lage der zwischen den Signaturmoden liegenden Antiresonanzen identifiziert, deren Ausprägung ebenfalls für den Klang eine Rolle spielt. Komplementär zur breitbandigen Impulsanregung als Standardverfahren für die Aufnahme von Geigenfrequenzgängen (Admittanz- oder Impedanzspektren) wurde eine Messung der Stegschwingungen beim natürlichen Spiel mit chromatischen Tonleitern durchgeführt. Denn in der wirklichen Spielsituation ist der Korpus der harmonischen Anregung durch die Schwingung der gestrichenen Saite ausgesetzt, was auch leichte Unterschiede zu den Ergebnissen mit Impulsanregung mit sich bringt.

Zur Messung der Bogendynamik und der Parameter der Bogenanregung, vor allem des Bogendruckes – welcher neben Bogengeschwindigkeit und der Bogenposition (dem Bogen-Steg-Abstand) entscheidend für die Dynamik der gestrichenen Saite ist – wurden zwei piezoelektrische Filmsensoren am Bogen installiert: Ein Sensor in der Nähe des Frosches

und ein Sensor am Köpfchen.

Mit Hilfe einer Materialprüfmaschine konnte eine Kalibrierung dieses Bogen-Sensor-Systems durchgeführt werden. Die effektive Empfindlichkeit d_{eff} beider Sensoren hängt dabei jeweils von der Position der Krafteinwirkung auf die Bogenhaare (den Bezug) ab, was beim Spielen die Position der Saite ist und hier daher Saitenposition ξ genannt wird. Es macht sich dabei der Einfluss des Bogens auf d_{eff} bemerkbar, der je nach Saitenposition ξ ein leicht anderes Verformungsverhalten gegenüber einer auf den Bezug ausgeübten Kraft zeigt – davon abhängig wirken jeweils andere Kräfte auf die Sensoren. Auch die Spannung der Bogenhaare hat einen gewissen Einfluss auf die Bogenverformung und damit auch auf die effektive Empfindlichkeit der Sensoren am Bogen. Durch die Aufzeichnungen an der Materialprüfmaschine wurde außerdem das elastische Verhalten des Bogens in Bezug auf die Durchbiegung an der Stelle ξ erfasst: Es wurde eine von ξ abhängige Federkonstante ermittelt.

Die Auswertung der beim Spielen gemessenen Sensorsignale vom Bogen im Hinblick auf den Bogendruck wird allerdings durch die beschriebene Abhängigkeit $d_{eff} = d_{eff}(\xi)$ erschwert: Zum Beispiel ändern sich auch bei konstantem Bogendruck F_B die auf die Sensoren jeweils wirkenden Kräfte. Die Grundlagen für eine dementsprechende Auswertung wurden hier in Form einer Integralgleichung entwickelt. Zusätzlich wurde in den an den Bogensensoren gemessenen Ladungen eine Hysterese gegenüber dem Bogendruck festgestellt, die wahrscheinlich von der Viskoelastizität der Polypropylen-Sensoren verursacht wird. Durch den Einsatz von piezoelektrischen Filmsensoren aus einem Material mit geeigneteren elastischen Eigenschaften könnte dieses Problem gelöst werden.

In Kombination mit den Sensoren am Steg konnte das Bogen-Sensor-System schließlich beim natürlichen Spielen der Geige genutzt werden. Dabei konnten bereits Eigenschaften der Saiten-Bogen-Wechselwirkung ermittelt werden. Zunächst wurde die Übertragung der Saitenschwingung auf die Bogenhaare in den Spektren der Signale von den Bogensensoren deutlich. Außerdem wurde ein Absorptionsmechanismus gefunden – ähnlich wie bei den in Teil I besprochenen Wölfötter-Nachlänge-Schwingungstilgern – an dem die longitudinalen Bogenhaarresonanzen beteiligt sind, wie sich unter anderem aus der Wellengeschwindigkeit der absorbierenden Resonanzen ergab. Diese longitudinale Wellengeschwindigkeit der Bogenhaare ist für die Wechselwirkung zwischen Bogen und Saite relevant, da sie mit der Impedanz des Bogens in dieser Anregungsrichtung zusammenhängt.

Der Vergleich mit den gleichzeitig gemessenen Signalen der Sensoren am Steg ergab eine grundsätzliche Übereinstimmung: Im tiefen Frequenzbereich zeigt sich auch unter dem Steg die jeweils durchgeführte zeitliche Variation des Bogendrucks, übereinstimmend mit den Signalen von den Bogensensoren. Für letztere muss dazu die Kalibrierung $d_{eff} = d_{eff}(\xi)$ berücksichtigt werden. Allerdings erschweren starke Fluktuationen in beiden Signalen eine eindeutige Bestimmung des Bogendrucks F_B . Diese könnten eventuell mit Bogenschwingungen zusammenhängen, werden vielleicht aber auch durch Störungen der empfindlichen Sensorik durch die Spielenden verursacht.

Aus diesen Überlegungen ergeben sich auch direkt die nächsten Schritte, die für eine weitere Nutzung des Sensorensembles für die oben beschriebenen Beispielbarkeitsmessungen hilfreich wären. Erstens ermöglichen die Sensoren am Bogen nämlich eine separate Messung von Frequenzgängen des Bogens (zum Beispiel mit Hilfe einer Impulsanregung),

bei deren Kenntnis Bogenmoden, die beim Spielen angeregt werden, leichter zugeordnet werden könnten. Zweitens könnte durch eine Vorverstärkung der Sensorsignale nahe bei den Sensoren die Störanfälligkeit verringert werden. Eine drahtlose Übertragung dieser Signale an ein Aufzeichnungssystem würde die Handhabung von Geige und Bogen außerdem wesentlich erleichtern.

Eine zusätzliche Messung der instantanen Saitenposition $\xi(t)$ und des Bogen-Steg-Abstands würde darüber hinaus die Ermittlung der Bogendrucks erleichtern und außerdem sind der Bogen-Steg-Abstand sowie die Bogengeschwindigkeit $v_B(t) = d\xi(t)/dt$ wichtige Parameter für die Dynamik der gestrichenen Saite.

Als Alternative zur piezoelektrischen Messung mit Polymerfilmsensoren wurde bereits oben vorgeschlagen, die auf die Filme wirkenden Kräfte über die Kapazität zu messen: Die Kapazität ist von der Filmdicke abhängig, welche sich wiederum unter Krafteinwirkung ändert [114].

Die geplante Beispielbarkeitsmessung bezieht sich einerseits auf den Einfluss der Korpus- oder Stegsvingungen auf die gestrichene Saite. Denn durch jede Note werden andere Korpus- und Stegsvingungen angeregt und davon abhängig sind Unterschiede in der Beispielbarkeit zu erwarten. Andererseits können natürlich auch die Unterschiede zwischen verschiedenen Instrumenten in Bezug auf diese Eigenschaften untersucht werden. In Verbindung mit einer subjektiven Bewertung der Qualität von verschiedenen Geigen durch die Spielenden könnte damit die Kenntnis über die jeweiligen physikalischen Vorgänge auch genutzt werden, um Anleitungen oder Anstöße für den Instrumentenbau abzuleiten.

Danksagung

Ich möchte zuerst meinen Eltern danken, ohne deren Unterstützung auch heute noch vieles schwierig wäre.

Meinem Doktorvater Reimund Gerhard bin ich dankbar für die vielen ereignisreichen Jahre, die ich in seiner Arbeitsgruppe verbringen durfte, wobei die Basis für unsere gute Zusammenarbeit nicht zuletzt das starke gemeinsame Interesse an Physik und Musik darstellte. Durch sein unerschütterliches Vertrauen wurde mir das Durchhalten während der Promotion sehr erleichtert.

Eine sehr intensive und freundschaftliche Betreuung durfte ich auch von Frank Spahn erfahren: Neben der unentbehrlichen Zerstreung von Unsicherheiten bei mathematisch-physikalischen Problemen möchte ich ihm (in verstärkter Form) auch für die musikalische Zerstreung danken.

Gerlinde Rehberg und Joachim Meyer-Rehberg haben sehr zur Verbesserung der Form dieser Arbeit beigetragen – wenn dennoch Mängel gefunden werden, ist meine Nachlässigkeit die Ursache gewesen.

Weiterhin danke ich:

André Theunis – für den Anstoß zum Teil I (zusammen mit Michael Wübbenhorst) und wichtige Einblicke in den Geigenbau.

Andreas Pucher – vor allem für die unermüdliche Beantwortung von „elektrischen“ Fragen. Werner Wirges – für fachliche Diskussionen und praktische Unterstützung, insbesondere für die Hilfe zu Teil I und II dieser Arbeit. Xunlin Qiu und Dima Rychkov – vor allem für die Beantwortung von Fragen zur Polymerphysik, Unheil verheißend eingeleitet etwa mit „Was ich noch nie verstanden habe...“.

Außerdem danke ich Julia Milster, Harald Haakh, Justus Schwabedal, Arkady Pikovsky, Felix Krafft, Markus Abel, Ruy Alberto Corrêa Altafim, Junzhe Song, Fan He, Manuel Schulz, Katja Geißler, Jingwen Wang, Hülya Ragusch, Justus Schwabedal, Corinna Schemel, Doreen Neumann, Nina-Vanessa Fortong, Udo Schwarz, Lars Holländer, Peter Fröbing, Marcel Kappel, Manuela Pohl, Matthias Kollosche, Tina Urbach, Anja Segebrecht und Christian Classen für ihre Unterstützung.

Am wichtigsten bleibt aber mein Zuhause: Lenhje und Alma.

Anhang A

Wolfstimmer auf Saite: Masse-Feder-Modell

Hier sollen die Bewegungsgleichungen (4.5) des Masse-Feder-Modells für den Wolfstimmer mit Rotation (Abb. 4.9) hergeleitet werden mit den Koordinaten $x = x(t)$ und $\theta = \theta(t)$. Der Abstandsvektor \vec{r} zwischen dem Angriffspunkt der Feder am Wolfstimmer und dem Schwerpunkt ist

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e \cdot \sin \theta \\ e \cdot \cos \theta \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} x - e\theta \\ -e \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

wobei im letzten Schritt die Näherung für kleine Winkel θ eingesetzt ist. Die Bewegungsgleichung für die Translation ist dann

$$m\ddot{\vec{r}} \approx (m\ddot{x} - me\ddot{\theta}) \cdot \vec{e}_x = -kx \cdot \vec{e}_x \quad (\text{A.2})$$

$$\implies m\ddot{x} - me\ddot{\theta} + kx = 0 \quad (\text{A.3})$$

Die Bewegungsgleichung für die Rotation ergibt sich über den Drehimpuls $L = me\dot{x}$ und das Gesamtträgheitsmoment J :

$$J \cdot \ddot{\theta} = \frac{d}{dt} L \quad (\text{A.4})$$

$$(me^2 + J_S) \cdot \ddot{\theta} = \frac{d}{dt} (me\dot{x}) \quad (\text{A.5})$$

$$\iff -me\ddot{x} + (me^2 + J_S) \cdot \ddot{\theta} = 0. \quad (\text{A.6})$$

Die Kombination der Gleichungen (A.3) und (A.6) in Matrix-Schreibweise ist das verwendete Differentialgleichungssystem (4.5).

Anhang B

Trägheitsmoment des Wolfstimmers

Das Trägheitsmoment J_S des Wolfstimmers in seinem Schwerpunkt kann theoretisch hergeleitet werden. Dazu wird nach Abbildung 4.10 zunächst das Trägheitsmoment mit Punkt $(0,0)$ als Rotationsachse bestimmt, indem die Struktur in drei Abschnitte unterteilt wird, und anschließend wird über den Steinerschen Satz die Rotationsachse in den Schwerpunkt verlegt.

Der halbkreisförmige Abschnitt S_1 mit Radius r hat die Masse

$$m_1 = \frac{\pi r}{2H + \pi r} m,$$

wobei m die Gesamtmasse ist. Das Trägheitsmoment dieses Abschnitts zum Rotationszentrum $(0,0)$ ist

$$\begin{aligned} J_1 &= \int_{S_1} r^2 dm && \text{mit } dm = m_1 \frac{d\alpha}{\pi} \\ &= r^2 \frac{m_1}{\pi} \int_0^\pi d\alpha = m_1 r^2. \end{aligned}$$

Die beiden parallelen Abschnitte haben zusammen eine Masse von

$$m_2 = \frac{2H}{2H + \pi r} m.$$

Das gemeinsame Trägheitsmoment der beiden parallelen Abschnitte S_{2a} und S_{2b} mit Rotationsachse durch den Punkt $(0,0)$ berechnet sich dann über

$$J_2 = \int_{S_{1a}} (x^2 + y^2) dm + \int_{S_{1a}} (x^2 + y^2) dm.$$

Die Position der Parallelen ist $x_1 = -r$ und $x_2 = r$. Wegen dieser Symmetrie kann zusam-

mengefasst werden:

$$\begin{aligned}
 J_2 &= \int_{S_2} (r^2 + y^2) dm & dm &= \frac{m_2}{H} dy \\
 &= \frac{m_2}{H} \int_{-H}^0 (r^2 + y^2) dy \\
 &= \frac{m_2}{3} H^2 + m_2 r^2.
 \end{aligned}$$

Die Summe ergibt das gesamte Trägheitsmoment mit Rotationszentrum (0,0):

$$\begin{aligned}
 J_{(0,0)} &= J_1 + J_2 = m_1 r^2 + \frac{m_2}{3} H^2 + m_2 r^2 \\
 &= m r^2 + \frac{m_2}{3} H^2.
 \end{aligned}$$

Das Trägheitsmoment im Schwerpunkt ist dann nach dem Steinerschen Satz

$$\begin{aligned}
 J_S &= J_{(0,0)} - m y_S^2 \\
 &= m r^2 + \frac{m_2}{3} H^2 - m y_S^2. \\
 &= m r^2 + \frac{2m}{3(2H + \pi r)} H^3 - m y_S^2,
 \end{aligned}$$

siehe Gleichung (4.18).

Anhang C

Quadratische Membran mit biaxialer Vorstreckung

Hier soll von der Wellengleichung ausgehend die Auslenkung $\eta = \eta(x_1, x_2, t)$ der Eigenmoden einer quadratischen Membran in 3-Richtung hergeleitet werden. Die Membran liege in der 1-2-Ebene, habe die Seitenlänge a , und sei in 1- und 2-Richtung unterschiedlich vorgestreckt, was mit den Spannungen $T_1 = \rho c_1^2$ und $T_2 = \rho c_2^2$ einhergeht. Die Wellengleichung ist dann (vgl. [123], Gl. (22.89))

$$c_1^2 \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial x_1^2} + c_2^2 \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}. \quad (\text{C.1})$$

Die folgende Herleitung einer Lösung orientiert sich methodisch an [97]. Für stehende Wellen auf der Membran führt der Separationsansatz

$$\eta = X_1 \cdot X_2 \cdot \exp(-i \cdot 2\pi\nu t) \quad (\text{C.2})$$

mit $X_1 = X_1(x_1)$ und $X_2 = X_2(x_2)$ in Gleichung (C.1) eingesetzt nach wenigen Umformungen auf

$$c_1^2 \cdot \frac{1}{X_1} \cdot \frac{\partial^2 X_1}{\partial x_1^2} = \frac{1}{X_2} \cdot \left((i \cdot 2\pi\nu)^2 \cdot X_2 - c_2^2 \cdot \frac{\partial^2 X_2}{\partial x_2^2} \right) \quad (\text{C.3})$$

$$= \zeta = \text{const.}, \quad (\text{C.4})$$

wobei hier die Konstante ζ eingeführt ist. Denn beide Seiten der Gleichung hängen jeweils nur von einer unterschiedlichen Variablen ab und müssen daher konstant sein. Eine allgemeine Lösung ist dann

$$\eta = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi\zeta}{c_1} x_1 - \Omega_1\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi\tau}{c_2} x_2 - \Omega_2\right) \cdot \cos(2\pi\nu t - \Phi) \quad (\text{C.5})$$

mit den Konstanten Ω_1 , Ω_2 und Φ , und der Resonanzfrequenz

$$\nu = \sqrt{\zeta^2 + \tau^2}. \quad (\text{C.6})$$

Die Membran liege mit der linken unteren Ecke im Ursprung, so dass die Seiten entlang der beziehungsweise parallel zur 1- und 2-Achse in positiver Richtung verlaufen, was mit den folgenden Randbedingungen verbunden ist:

$$\eta(x_1 = 0) = 0; \quad (\text{C.7})$$

$$\eta(x_1 = a) = 0; \quad (\text{C.8})$$

$$\eta(x_2 = 0) = 0; \quad (\text{C.9})$$

$$\eta(x_2 = a) = 0. \quad (\text{C.10})$$

Gleichung (C.7) und (C.9) zunächst, dass Ω_1 und Ω_2 jeweils ungeradzahlige Vielfache von $\frac{\pi}{2}$ sind. Damit sind die beiden Ausdrücke

$$m = \frac{2\zeta a}{c_1} = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{C.11})$$

$$n = \frac{2\tau a}{c_2} = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{C.12})$$

wegen (C.8) und (C.10) ganzzahlig. Löst man nach ζ und τ auf und setzt diese in (C.6) ein, ergibt sich für die Resonanzfrequenz

$$\nu_{mn} = \frac{1}{2a} \sqrt{(mc_1)^2 + (nc_2)^2}. \quad (\text{C.13})$$

Anhang D

Kolophonium als Elektret

Die Elektreteigenschaften des Harzes Kolophonium sollen in diesem Abschnitt anhand einiger erster Messungen kurz gezeigt werden. Eine sich an die hier vorgestellten Ergebnisse anschließende Frage ist dann, ob die Elektreteigenschaften des auf das Bogenhaar aufgetragenen Kolophoniums die Reibung zwischen Saite und Bogen beeinflussen.

Um Ladungen für Experimente mit Elektrizität zu speichern, wurden schon in der frühen Neuzeit Mischungen aus verschiedenen Dielektrika verwendet. Bestandteil solcher Mischungen waren vor allem anderem Harze und Wachse, die jeweils aus langkettigen Molekülen bestehen und Oligomere genannt werden [50]. Dass Harze Ladungsspeicher sein können, darf man auch schon über das von fossilem Harz, von Bernstein – griechisch *ηλεκτρον* – abgeleitete Wort Elektrizität vermuten: Durch Reibung kann es gelingen, Bernstein so aufzuladen, dass er auf kleinere Objekte eine sichtbare elektrische Anziehungskraft ausübt.

Um einschätzen zu können, inwiefern durch Elektreteigenschaften von Kolophonium vermittelte Wechselwirkungen auch beim Streichprozess eine Rolle spielen, wurde hier zunächst das Oberflächenpotential über einer in eine runde Form gegossenen Kolophoniumschicht gemessen, siehe Abbildung D.1. Die Probenschicht in der Aluminiumform, welche auch als geerdete Gegenelektrode zur nachfolgenden Messung dient, hat einen Durchmes-



Abbildung D.1: Aus der Schmelze in eine Probenform gegossene Kolophonium-Schicht.

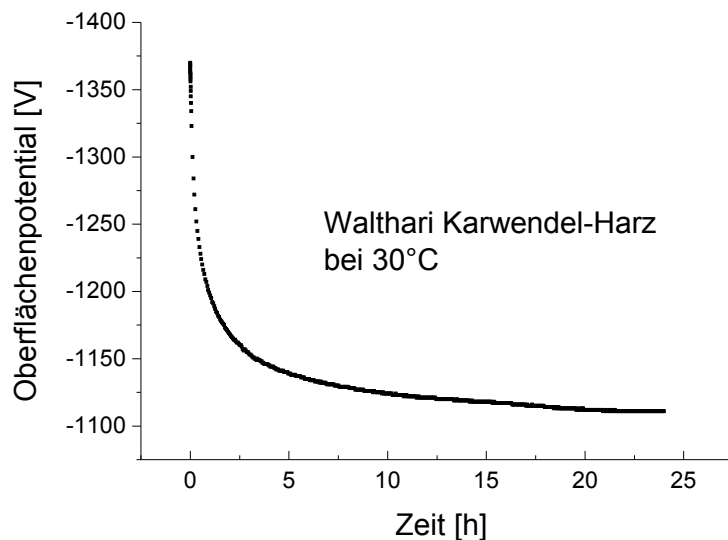


Abbildung D.2: Oberflächenpotential einer Kolophoniumschicht nach Aufladung bei konstanter Temperatur (30°C).

ser von 4,4 cm und eine Dicke von 450 μm . Zur Messung des Oberflächenpotentials wurde die „Kompensationsmethode“ verwendet ([134], Abschnitt „2.3.4 Compensation Methode“), für die der Abstand zwischen Probe und Detektorkopf nicht bekannt sein muss, der hier aber etwa einen Zentimeter betrug.

Das Oberflächenpotential wurde nach Aufladung dieser Kolophonium-Probe über Koronapolung einerseits bei einer konstanten Temperatur von 30°C aufgenommen (Abb. D.2). Andererseits wurde während der Messung des Oberflächenpotentials eine Temperaturrampe durchgeführt, beginnend bei Raumtemperatur und mit einer Rate von 6°C pro Minute (siehe Abbildung D.3). Diese Messung ist auch als „Thermisch stimulierte Entladung“ (*thermally stimulated discharge*) bekannt.

In Bezug auf den Streichvorgang ist die Ladung des Kolophoniums nach diesen Ergebnissen jedenfalls stabil und groß genug, um einen Einfluss auf die Reibungsvorgänge zwischen Saite und Bogen haben zu können, zumal durch den kontinuierlichen Streichvorgang das Kolophonium immer wieder neu aufgeladen wird. Man bedenke dabei unter anderem, dass sich Kolophonium auch auf den gestrichenen Saiten sammelt.

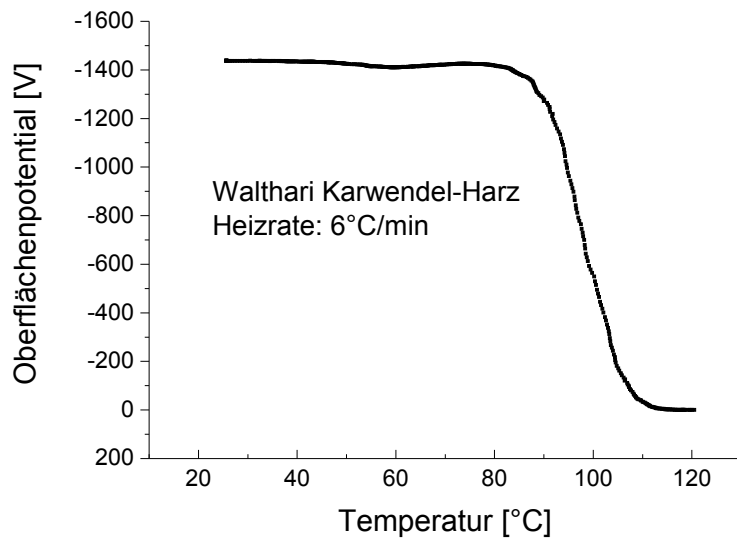


Abbildung D.3: Thermisch stimulierte Entladung: Oberflächenpotential einer Kolophoniumschicht nach Aufladung, bei einer Heizrate von 6°C pro Minute.

Anhang E

Untersuchte Geigen

Die drei Geigen, die in Teil III untersucht worden sind, werden hier kurz vorgestellt und mit römischen Ziffern identifiziert. In Abbildung E.1 sind die drei Geigen in Draufsicht auf die Decke gezeigt und in Abbildung E.2 sind die durch das F-Loch fotografierten Zettel zusammengestellt.

Geige I Die Besonderheit von Geige I besteht in einer auf der Innenseite der Geigendecke aufgeklebten Gaze-Schicht, siehe Abbildung E.3. Diese von dem Geigenbauer Frank-Reiner in den Zwanziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts entwickelte Modifikation der Geigendecke sollte die angeblich durch die Zeit und das Spielen erreichte Verteilung von Harzmolekülen zu einer Schicht auf der nicht lackierten Seite der Decke simulieren [120]. Ob die Gaze-Schicht bei der hier verwendeten Geige von Frank-Reiner selbst oder in Anlehnung an diese Methode aufgebracht worden ist, lässt sich nicht sagen, zumal der Zettel beziehungsweise die Beschriftung an Stelle des Zettels nicht mehr entziffert werden kann. Die Gaze-Schicht selbst ist aber nahe dem F-Loch mit „FRANK-REINER“ beschriftet, wie man zum Beispiel mit Hilfe eines Zahnarzt-Spiegels lesen kann.

Geige II Zettel: Hans Joseph Hauer; Nr.: SV – S2044. Es handelt sich hierbei um ein sehr preiswertes Instrument, das nach Information des Vorbesitzers Ende des zwanzigsten Jahrhunderts gebaut worden sein muss.

Geige III Zettel: Antonius Stradiuarius Cremoniensis faciebat anno 1723. Hierbei handelt es sich um einen Stradivari-Nachbau, dessen genaues Alter nicht bekannt ist, aber von der Besitzerin auf über einhundert Jahre geschätzt wird.



Abbildung E.1: Die drei Geigen, mit denen die Messungen für diese Arbeit durchgeführt worden sind.



Abbildung E.2: Zettel der untersuchten Geigen.

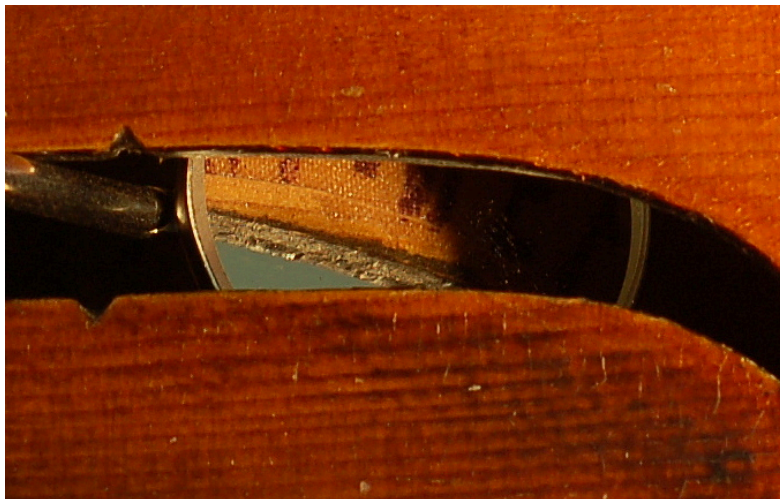


Abbildung E.3: Blick durch ein F-Loch von Geige I mit Hilfe eines Zahnarzt-Spiegels: Auf der Innenseite der Geigendecke ist der Ansatz einer Seidengaze-Schicht erkennbar, die (soweit sichtbar) über die ganze Innenseite der Decke aufgeklebt ist.

Anhang F

Frequenzgänge aus Impulsanregung

Im Folgenden sind die in Abschnitt 13.1.1 diskutierten Frequenzgänge der drei untersuchten Geigen bei Impulsanregung dargestellt. Diesen Spektren liegen dieselben Messungen mit den Filmsensoren unter dem Steg zu Grunde wie den in den Abbildungen 13.2 bis 13.7 dargestellten Frequenzgängen, allerdings ist hier der Frequenzbereich bis 5 kHz erweitert.

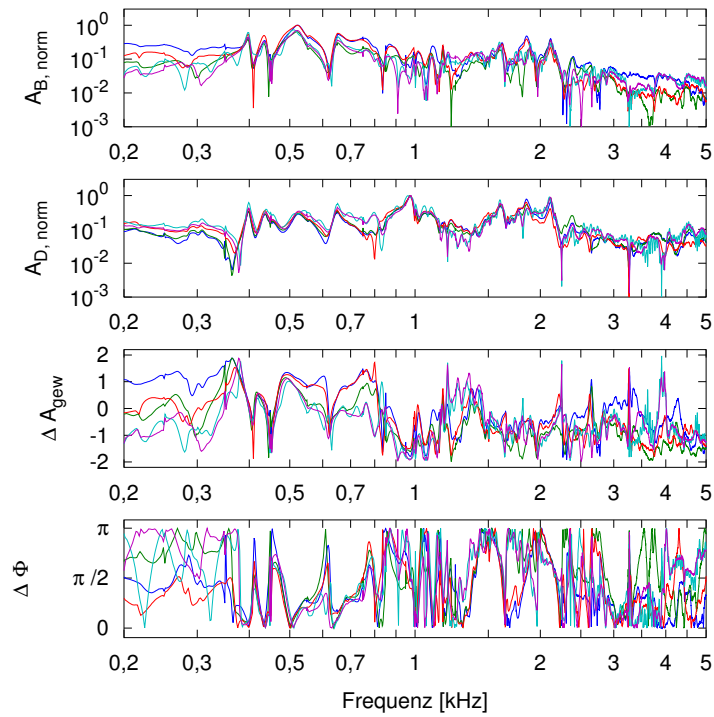


Abbildung F.1: Frequenzgänge bei bassseitiger Impulsanregung (Geige I).

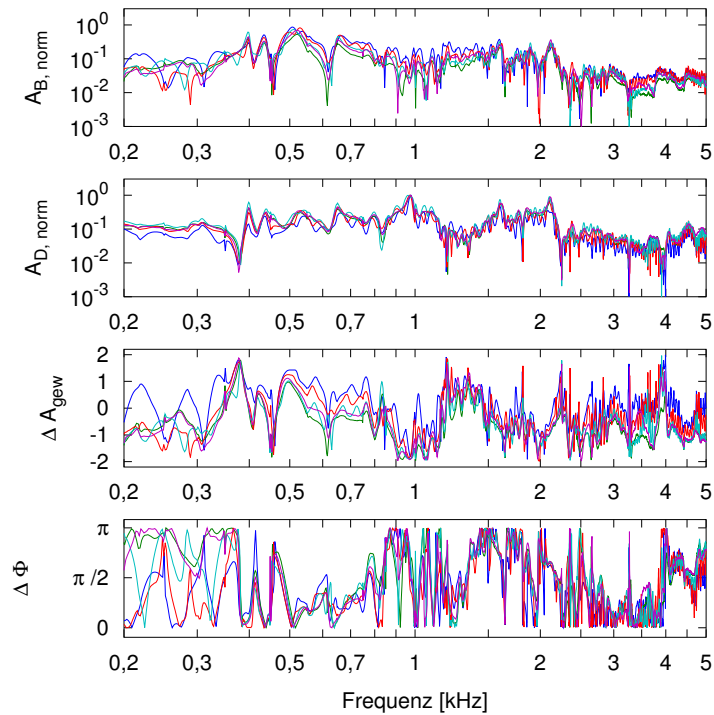


Abbildung F.2: Frequenzgänge bei höhenseitiger Impulsanregung (Geige I).

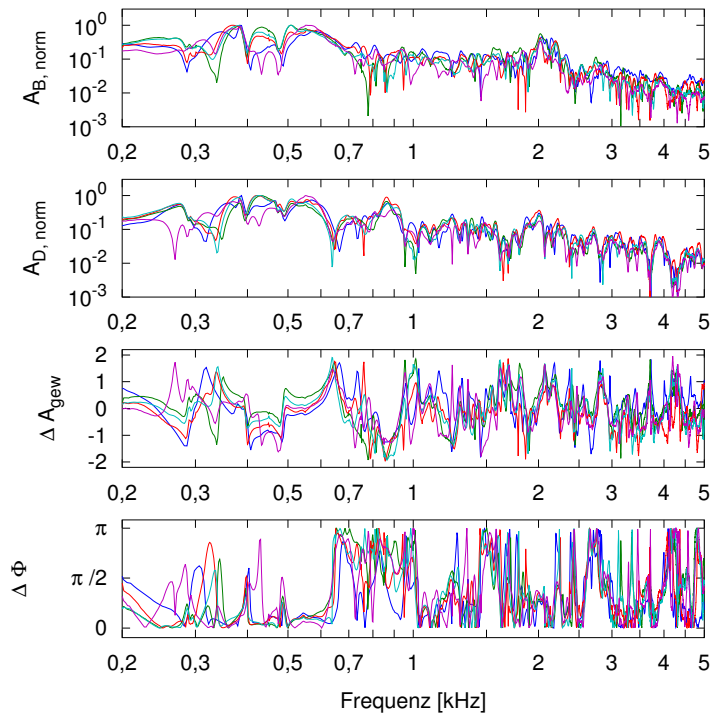


Abbildung F.3: Frequenzgänge bei bassseitiger Impulsanregung (Geige II).

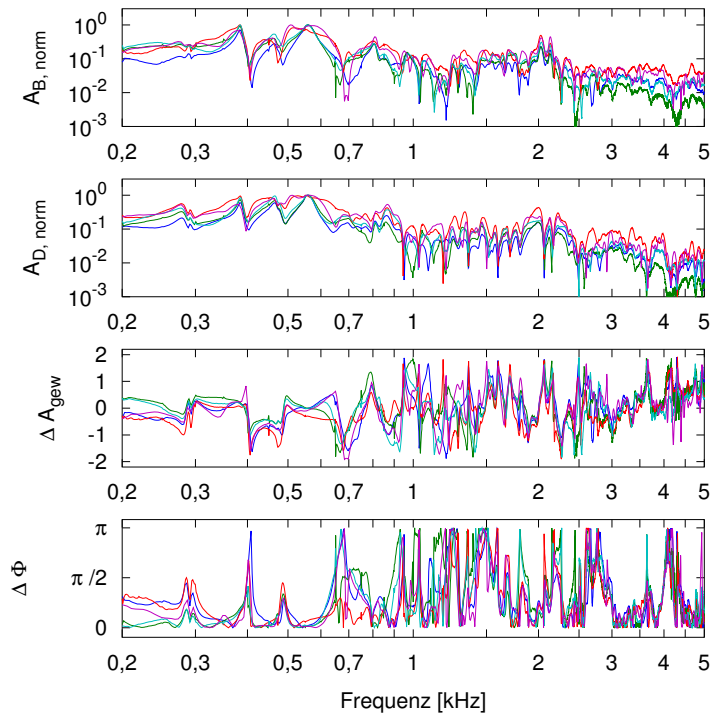


Abbildung F.4: Frequenzgänge bei höhenseitiger Impulsanregung (Geige II).

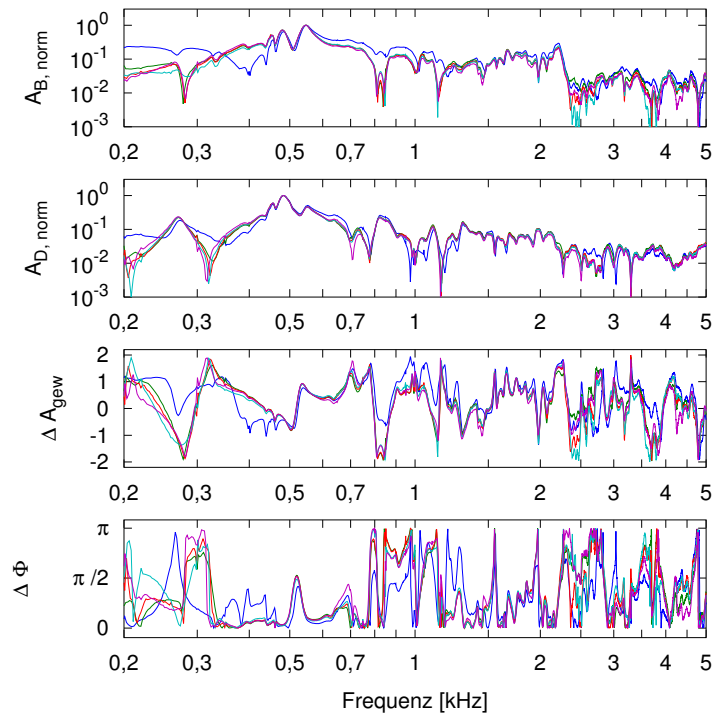


Abbildung F.5: Frequenzgänge bei bassseitiger Impulsanregung (Geige III).

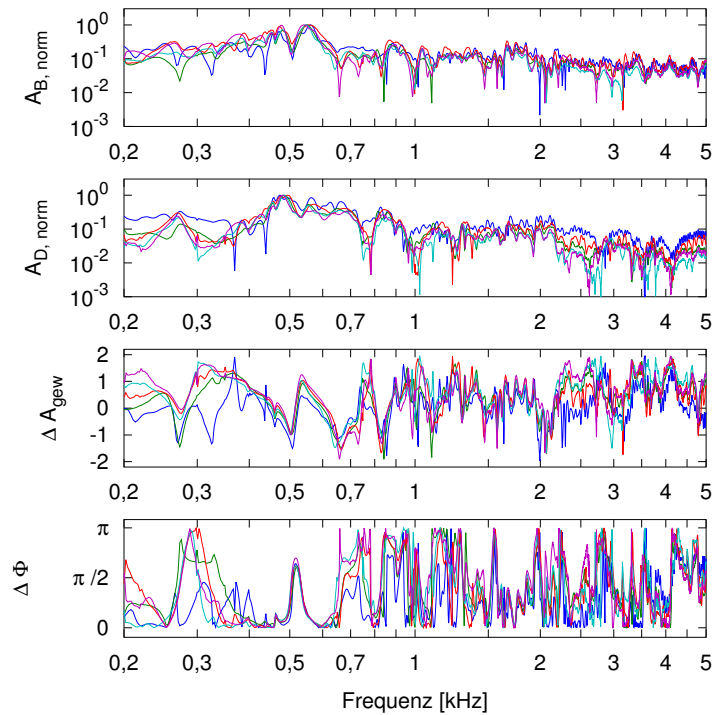


Abbildung F.6: Frequenzgänge bei höhenseitiger Impulsanregung (Geige III).

Anhang G

Einzelne gestrichene Töne und kumulative Spektren

Bereits an den Amplituden der Obertöne eines einzelnen Tones lässt sich die Wirkung der Geige als Resonator erkennen. Die Natur der Kopplungen zwischen Saiten- und Korpus-schwingungen bringt es zwar mit sich, dass der Korpus nicht einfach als linearer Filter betrachtet werden kann, der der Sägezahn-Anregung der gestrichenen Saite nachgeschaltet ist (siehe im Extremfall den Wolfson, Teil I, Kapitel 2). Die auf den gestrichenen Saiten enthaltenen Obertöne regen jedoch auf dem Korpus Vibrationen an, die in erster Näherung als eine Kombination der unterschiedlich stark angeregten Normalmoden der Geige verstanden werden können. In diesem Sinne ist das Stegimpedanzspektrum eines Instruments eine gute Charakterisierung für diese Filterwirkung des Korpus.

Es ist zu berücksichtigen, dass die von der gestrichenen Saite auf den Steg ausgeübte Querkraft bei idealer Helmholtzbewegung ein Teiltenspektrum aufweist, das mit der Ordnung n gemäß $1/n$ abnimmt ([25], §.3.4), sofern nicht auf Grund des Anstreichorts bestimmte Harmonische unterdrückt werden. In den Abbildungen G.1, G.2 und G.3 sind als Beispiel die Spektren bei leerer, gestrichener G-Saite auf allen Geigen gezeigt, die sich aus den Messungen mit den Stegfußsensoren und mit dem Mikrofon ergeben. Einige Eigenschaften dieser Spektren sollen hier diskutiert werden. Die Schwingung bei der Grundfrequenz $f_0 \approx 196$ Hz ist am Steg bei allen drei Geigen stark, wenn auch nie stärker als der erste Oberton, auf Geige I ist die Amplitude bei f_0 am Diskantfuß allerdings verschwindend gering. Damit verbunden ist aber bei jeder Geige eine sehr schwache Abstrahlung. In diesem Bereich haben Geigen jedoch auch keine abstrahlstarken Resonanzen. Die Dominanz der Grundschwingung in der Saitenschwinung drückt sich dennoch in der Stegbewegung aus.

Wie zu erwarten sind dagegen sowohl die Stegschwingungs- als auch die Schallamplituden beim zweiten und dritten Oberton maximal, was wohl auf die Wirkung der dominanten Moden B1+ und B1- zurückzuführen ist. Die Asymmetrie der Stegbewegung, die sich bereits in den aus den Amplituden bei f_0 ermittelten Spektren und insbesondere aus den Amplitudendifferenzen $\Delta A_{gew}(f_0)$ ausdrückt, ist auch jeweils im Vergleich der Teiltöne der G-Saite zu beobachten. Der im Bereich 2-2,5 kHz zu erwartende Geigenformant ist anhand der gestrichenen G-Saite nicht eindeutig zu identifizieren und noch am deutlichsten

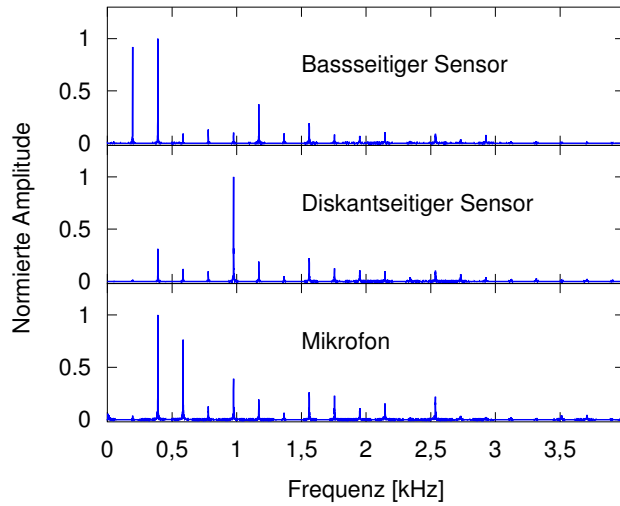


Abbildung G.1: Spektren der an den Stegfüßen aufgenommenen Signale beim Anstreichen der leeren G-Saite (Geige I).

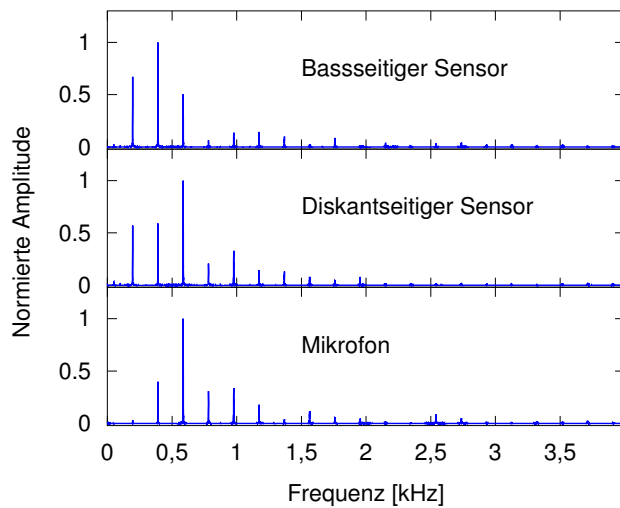


Abbildung G.2: Wie Abbildung G.1, aber für Geige III.

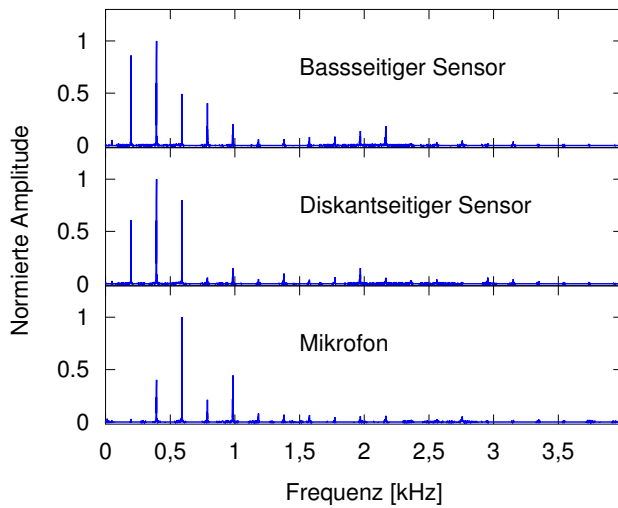


Abbildung G.3: Wie Abbildung G.1, aber für Geige II.

auf Geige II in Abbildung G.3 zu beobachten.

Um eine bessere Vergleichbarkeit mit der Impulsanregung zu erhalten, wurden aus allen gemessenen gestrichenen Tönen kumulative Spektren erstellt, das heißt, es wurden alle aus den einzelnen Tönen ermittelten Spektren übereinander dargestellt, siehe Abbildungen G.4, G.5 und G.6. Darin zeichnen sich einerseits die Signaturmoden unterhalb von 1 kHz ab. Andererseits zeigt jede Geige in diesen kumulativen Spektren auch einen deutlicheren Formanten, jeweils mit einer deutlichen Amplitudenabnahme über 2,5 kHz. Auffällig ist dabei auf Geige I der Beginn dieses breiten Gipfels bereits ab 1,5 kHz, im Gegensatz zu den anderen beiden Geigen, die erst oberhalb von 2 kHz nennenswerte Amplituden zeigen und damit einen klarer abgesetzten Geigenformanten aufweisen.

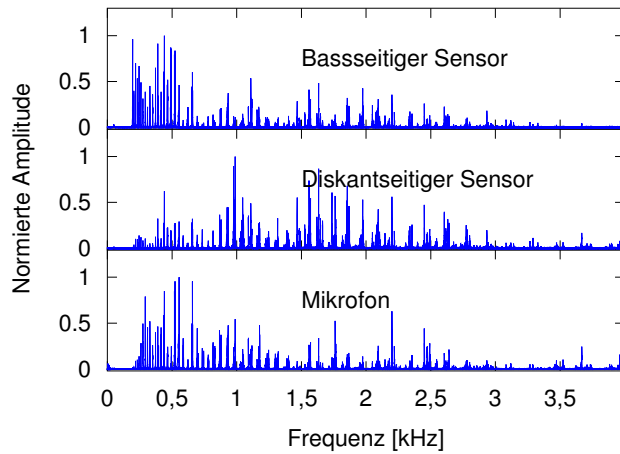


Abbildung G.4: Kumulative Spektren der an den Stegfüßen aufgenommenen Signale beim Spielen einer chromatischen Tonleiter (Geige I).

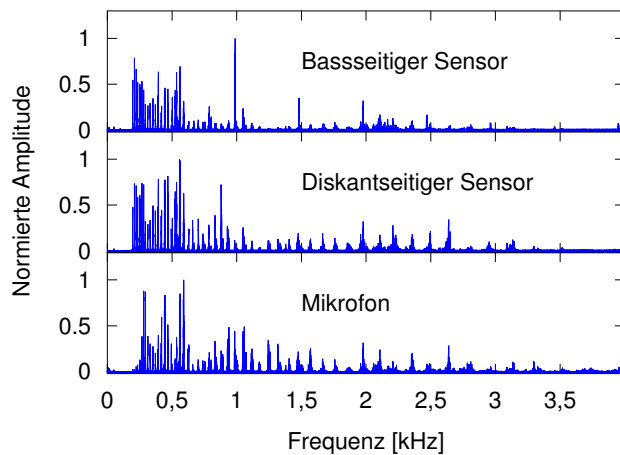


Abbildung G.5: Kumulative Spektren der an den Stegfüßen aufgenommenen Signale beim Spielen einer chromatischen Tonleiter (Geige II).

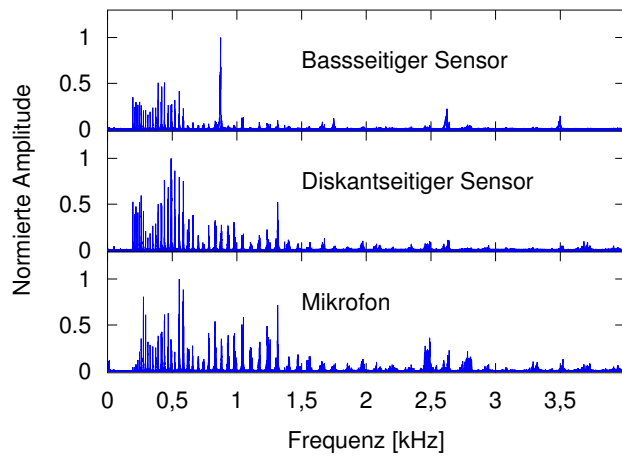


Abbildung G.6: Kumulative Spektren der an den Stegfüßen aufgenommenen Signale beim Spielen einer chromatischen Tonleiter (Geige III).

Literaturverzeichnis

- [1] *IEEE standard on piezoelectricity*. ANSI/IEEE Std 176-1987, 1987.
- [2] Ablitzer, F., Dalmont, J. P. und Dauchez, N.: *Static model of a violin bow: Influence of camber and hair tension on mechanical behavior*. The Journal of the Acoustical Society of America, 131(1):773–782, 2012.
- [3] Ablitzer, F., Dauchez, N. und Dalmont, J. P.: *A predictive model for the adjustment of violin bows*. Acta Acustica united with Acustica, 98(4):640–650, 2012.
- [4] Acar, M. A. und Yilmaz, C.: *Design of an adaptive–passive dynamic vibration absorber composed of a string–mass system equipped with negative stiffness tension adjusting mechanism*. Journal of Sound and Vibration, 332:231–245, 2013.
- [5] Altenbach, H.: *Kontinuumsmechanik: Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen*. Springer Vieweg, 2. Aufl., 2012.
- [6] Aschwanden, M. und Stemmer, A.: *Polymeric, electrically tunable diffraction grating based on artificial muscles*. Optics letters, 31(17):2610–2612, 2006.
- [7] Askenfelt, A.: *Measurement of bow motion and bow force in violin playing*. Journal of the Acoustical Society of America, 80(4):1007–1015, 1986.
- [8] Askenfelt, A.: *Measurement of the bowing parameters in violin playing. II: Bow-bridge distance, dynamic range, and limits of bow force*. Journal of the Acoustical Society of America, 86(2):503–515, 1989.
- [9] Askenfelt, A.: *Observations on the dynamic properties of violin bows*. STL-Quarterly Progress and Status Report, 33(4):043–049, 1992.
- [10] Askenfelt, A.: *Observations on the violin bow and the interaction with the string*. STL-Quarterly Progress and Status Report, 36(2–3):023–042, 1995.
- [11] Bader, R.: *Whole geometry Finite-Difference modeling of the violin*. In: *Proceedings of the Forum Acusticum*, S. 629–634, 2005.
- [12] Bader, R.: *Nonlinearities and synchronization in musical acoustics and music psychology*. Springer Science & Business Media, 2013.

-
- [13] Bargel, H. J. und Schulze, G.: *Werkstoffkunde*. Springer Vieweg, 11., bearbeitete Aufl., 2012.
- [14] Benade, A. H.: *Fundamentals of Musical Acoustics*. Dover Publications, Inc., zweite Aufl., 1976.
- [15] Bissinger, G.: *The violin bridge as filter*. Journal of the Acoustical Society of America, 120(1):482–491, 2006.
- [16] Bissinger, G. und Gregorian, A.: *Relating normal mode properties of violins to overall quality signature modes*. Catgut Acoustical Society Journal, 4(8):37–45, 2003.
- [17] Bissinger, G. und Hutchins, C. M.: *Evidence for the coupling between plate and enclosed air vibrations in violins*. Catgut Acoustical Society Newsletter, 39:7–11, 1983.
- [18] Bissinger, G. und Oliver, D.: *3-D laser vibrometry on legendary old Italian violins*. Sound and Vibration, 41(7):10–15, 2007.
- [19] Bissinger, G. und Ye, K.: *Effect of holding on the normal modes of an instrumented violin bow*. In: *SPIE proceedings*, S. 126–130, 1999.
- [20] Bonnet, M.: *Kunststoffe in der Ingenieur Anwendung*. Springer, 2009.
- [21] Briner, E.: *Reclams Musikinstrumentenführer*. Philipp Reclam jun. Stuttgart, dritte Aufl., 1998 [1988].
- [22] Capleton, B.: *False beats in coupled piano string unisons*. The Journal of the Acoustical Society of America, 115(2):885–892, 2004.
- [23] Carpi, F. (Hrsg.): *Electromechanically Active Polymers*. Springer International Publishing, 2016.
- [24] Carpi, F., De Rossi, D., Kornbluh, R., Pelrine, R. E. und Sommer-Larsen, P.: *Dielectric elastomers as electromechanical transducers: Fundamentals, materials, devices, models and applications of an emerging electroactive polymer technology*. Elsevier, 2008.
- [25] Cremer, L.: *Physik der Geige*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, 1981.
- [26] Cronhjort, A.: *A computer-controlled bowing machine (MUMS)*. STL-QPSR, 33:61–66, 1992.
- [27] Dalmont, J. P., Gilbert, J. und Kergomard, J.: *Reed instruments, from small to large amplitude periodic oscillations and the Helmholtz motion analogy*. Acta Acustica united with Acustica, 86(4):671–684, 2000.

- [28] Debut, V., Inacio, O., Dumas, T. und Antunes, J.: *Modelling and experiments on string/body coupling and the effectiveness of a cello wolf-killing device*. Proceedings of the International Symposium on Music Acoustics, Sydney and Katoomba, Australia, 2010.
- [29] Demoucron, M., Askenfelt, A. und Caussé, R.: *Measuring bow force in bowed string performance: Theory and implementation of a bow force sensor*. Acta Acustica united with Acustica, 95(4):718–732, 2009.
- [30] Demoucron, M. und Weisser, S.: *Bowed strings and sympathy, from violins to indian sarangis*. Proceedings of the Acoustics 2012 Nantes Conference, 2012.
- [31] Diana, G., Cigada, A., Belloli, M. und Vanali, M.: *Stockbridge-type damper effectiveness evaluation. I. Comparison between tests on span and on the shaker*. IEEE transactions on power delivery, 18(4):1462–1469, 2003.
- [32] Dolder, E.: *Physiologische Untersuchung der Bogenführung auf Streichinstrumenten*. Arbeitsphysiologie, 5(1):67–99, 1931.
- [33] Domininghaus, H.: *Die Kunststoffe und ihre Eigenschaften*. Springer, 2005.
- [34] Döring, J., Bovtun, V., Bartusch, J., Erhard, A., Kreutzbruck, M. und Yakymenko, Y.: *Nonlinear electromechanical response of the ferroelectret ultrasonic transducers*. Applied Physics A: Materials Science & Processing, 100(2):479–485, 2010.
- [35] Durup, F. und Jansson, E. V.: *The quest of the violin bridge-hill*. Acta acustica united with acustica, 91(2):206–213, 2005.
- [36] Dünwald, H.: *Deduction of objective parameters on old and new violins*. Catgut Acoustical Society Journal, 1(7), 1991.
- [37] Elspass, W. J. und Flemming, M.: *Aktive Funktionsbauweisen: Eine Einführung in die Strukturonik*. Springer-Verlag, 2013.
- [38] Fang, P., Holländer, L., Wirges, W. und Gerhard, R.: *Piezoelectric d_{33} coefficients in foamed and layered polymer piezoelectrets from dynamic mechano-electrical experiments, electro-mechanical resonance spectroscopy and acoustic-transducer measurements*. Measurement Science and Technology, 23(3):035604, 2012.
- [39] Ferry, J. D.: *Viscoelastic properties of polymers*. John Wiley & Sons, 1980.
- [40] Firth, I. M. und Buchanan, J. M.: *The wolf in the cello*. Journal of the Acoustical Society of America, 53:457–463, 1973.
- [41] Fleischer, H.: *Schwingungen eines Cellos*. Beiträge zur Vibro-und Psychoakustik, 2(09):1–116, 2009.
- [42] Fletcher, N. H. und Rossing, T. D.: *The Physics of Musical Instruments*. Springer, zweite Aufl., 1998.

- [43] Fouilhé, E. und Houssay, A.: *String “after-length” and the cello tailpiece: acoustics and perception*. In: *Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference 2013, SMAC 2013, Stockholm, Sweden*, S. 60–65, 2013.
- [44] French, A. P.: *Vibrations and Waves*. W. W. Norton & Company, 1971.
- [45] Fukada, E.: *History and recent progress in piezoelectric polymers*. IEEE Transactions on Ultrasonic ferroelectrics and frequency control, 47(6):1277–1290, 2000.
- [46] Galantini, F., Gallone, G. und Carpi, F.: *Effects of Corona Treatment on Electrical and Mechanical Properties of a Porous Dielectric Elastomer*. Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on, 19(4):1203–1207, 2012.
- [47] Gerhard, R.: *A matter of attraction: Electric charges localised on dielectric polymers enable electromechanical transduction*. In: *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), 2014 IEEE Conference on*, S. 1–10. IEEE, 2014.
- [48] Gerhard, R.: *Piezoelectricity and Electrostriction*. In: Carpi, F. (Hrsg.): *Electromechanically Active Polymers*, Kap. 21, S. 489–507. Springer International Publishing, 2016.
- [49] Gerhard, R., Bauer, S. und Qiu, X.: *Charge-spring model for predicting the piezoelectric response of dielectric materials: Considering tetragonality extends validity to ferroelectric crystals*. In: *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), 2016 IEEE Conference on*, S. 81–84. IEEE, 2016.
- [50] Gerhard(-Mulhaupt), R.: *Electrets*. In: Webster, J. (Hrsg.): *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*. John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- [51] Gidion, G.: *Evasive manoeuvres of bowed-string instruments: The effect of wolf suppressors on wolf tones*. International Symposium on Musical Acoustics: July 7-12, 2014, Le Mans France, S. 337–341, 2014.
- [52] Gonçalves, P. B., Soares, R. M. und Pamplona, D.: *Nonlinear vibrations of a radially stretched circular hyperelastic membrane*. Journal of Sound and Vibration, 327(1):231–248, 2009.
- [53] Gough, C.: *Violin plate modes*. The Journal of the Acoustical Society of America, 137(1):139–153, 2015.
- [54] Gough, C. E.: *The Resonant Response of a Violin G-string and the Excitation of the Wolf-Note*. Acustica, 44:113–123, 1980.
- [55] Gough, C. E.: *The Theory of String Resonances on Musical Instruments*. Acustica, 49:124–141, 1981.
- [56] Gough, C. E.: *The nonlinear free vibration of a damped elastic string*. The Journal of the Acoustical Society of America, 75(6):1770–1776, 1984.

- [57] Gough, C. E.: *Violin bow vibrations*. The Journal of the Acoustical Society of America, 131(5):4152–4163, 2012.
- [58] Guettler, K.: *On the creation of the Helmholtz motion in bowed strings*. Acta Acustica united with Acustica, 88(6):970–985, 2002.
- [59] Güth, W.: *Gesichtspunkte bei der Konstruktion eines Resonanz-Wolfdämpfers fürs Cello (A Viewpoint on the Construction of a Resonance Damper of the Wolf-Tone of a Cello)*. Acustica, 41:177–182, 1978.
- [60] Hartmann, W. M.: *Signals, sound, and sensation*. Springer-Verlag, 1998.
- [61] Heaviside, O.: *Electromagnetic induction and its propagation, Electrization and electrification, Natural electrets*. The Electrician, S. 230–231, August 7, 1885.
- [62] Helmholtz, H. v.: *Vorlesungen über die mathematischen Principien der Akustik*. Verlag von Johann Ambrosius Barth, 1898.
- [63] Helmholtz, H. von: *Die Lehre von den Tonempfindungen: als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Vieweg, Braunschweig, 1913 (1863).
- [64] Heydt, R., Kornbluh, R., Pelrine, R. und Mason, V.: *Design and performance of an electrostrictive-polymer-film acoustic actuator*. Journal of Sound and Vibration, 215(2):297–311, 1998.
- [65] Heydt, R., Pelrine, R., Joseph, J., Eckerle, J. und Kornbluh, R.: *Acoustical performance of an electrostrictive polymer film loudspeaker*. The Journal of the Acoustical Society of America, 107(2):833–839, 2000.
- [66] Heydt, R. P., Kornbluh, R., Eckerle, J. und Pelrine, R.: *Dielectric Elastomer Loudspeakers*, Kap. 30, S. 313–320. In: [24], 2008.
- [67] Hochradel, K., Rupitsch, S., Sutor, A., Lerch, R., Vu, D. und Steinmann, P.: *Dynamic performance of dielectric elastomers utilized as acoustic actuators*. Applied Physics A, 107(3):531–538, 2012.
- [68] Hutchins, C. M.: *Sympathetic vibration and coupling of resonances*. Catgut Acoustical Society Journal, 1:40–41, 1990.
- [69] Hutchins, C. M. und Voskuil, D.: *Mode tuning for the violin maker*. CAS Journal, 2(4):5–9, 1993.
- [70] Inman, D. J.: *Engineering Vibration*. Prentice Hall, 3. Aufl., 2008.
- [71] Jansson, E. V.: *Experiments with the Violin String and Bridge*. Applied Acoustics, 30:133–146, 1990.
- [72] Kao, K. C.: *Dielectric phenomena in solids*. Academic press, 2004.

- [73] Kappel, M., Abel, M. und Gerhard, R.: *Characterisation and Calibration of Piezoelectric Polymer: in-situ measurements of body vibrations*. Review of Scientific Instruments, 82:075110 – 075110–6, 2011.
- [74] Katsouras, I., Asadi, K., Li, M., Van Driel, T. B., Kjaer, K. S., Zhao, D., Lenz, T., Gu, Y., Blom, P. W. M., Damjanovic, D. *et al.*: *The negative piezoelectric effect of the ferroelectric polymer poly (vinylidene fluoride)*. Nature materials, 15:78–84, 2016.
- [75] Kawai, H.: *The Piezoelectricity of Poly(vinylidene Fluoride)*. Japanese Journal of Applied Physics, 8:975–976, 1969.
- [76] Kestelman, V., Pinchuk, L. und Goldade, V.: *Electrets In Engineering: Fundamentals and Applications*. Springer US, 2000.
- [77] Kloczkowski, A.: *Magnetic, Piezoelectric, Pyroelectric, and Ferroelectric Properties of Polymers*. In: Mark, J. E. (Hrsg.): *Physical Properties of Polymers Handbook*, Kap. 37, S. 507 – 513. American Institute of Physics, 1996.
- [78] Kofod, G.: *The static actuation of dielectric elastomer actuators: how does pre-stretch improve actuation?* Journal of Physics D: Applied Physics, 41(21):215405, 2008.
- [79] Kofod, G. und Sommer-Larsen, P.: *Silicone dielectric elastomer actuators: Finite-elasticity model of actuation*. Sensors and Actuators A: Physical, 122(2):273–283, 2005.
- [80] Kollosche, M., Döring, S., Stumpe, J. und Kofod, G.: *Voltage-controlled compression for period tuning of optical surface relief gratings*. Optics letters, 36(8):1389–1391, 2011.
- [81] Kornbluh, R.: *Fundamental configurations for dielectric elastomer actuators*, Kap. 8, S. 79–90. In: [24], 2008.
- [82] Krakovskỳ, I., Romijn, T. und Posthuma de Boer, A.: *A few remarks on the electrostriction of elastomers*. Journal of applied physics, 85(1):628–629, 1999.
- [83] Kretschmann, D. E.: *Mechanical properties of wood*. In: *Wood handbook : wood as an engineering material*, Kap. 5, S. 5.1–5.46. Centennial ed. General technical report FPL ; GTR-190. Madison, WI : U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 2010.
- [84] Landau, L. D. und Lifschitz, E. M.: *Elektrodynamik der Kontinua*. Akademie-Verlag; Berlin, 3. Aufl., 1974.
- [85] Landau, L. D. und Lifshitz, E. M.: *Elastizitätstheorie*. Akademie-Verlag; Berlin, 7., unveränderte Aufl., 1991.

- [86] Lehtonen, H. M., Penttinen, H., Rauhala, J. und Välimäki, V.: *Analysis and modeling of piano sustain-pedal effects*. Journal of the Acoustical Society of America, 122(3):1787–1797, 2007.
- [87] Lerch, R.: *Electroacoustic transducers using piezoelectric polyvinylidene fluoride films*. Journal of the Acoustical Society of America, 66(4):952–954, 1979.
- [88] Marshall, K. D.: *Modal analysis of a violin*. The Journal of the Acoustical Society of America, 77(2):695–709, 1985.
- [89] Meamari, E.: *Experimentelle Untersuchung zur Entstehung des Wolftons*. Acustica, 41:94–101, 1978.
- [90] Mellinger, A.: *Dielectric Resonance Spectroscopy: a Versatile Tool in the Quest for Better Piezoelectric Polymers*. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, 10(5):842–861, 2003.
- [91] Meyer, J.: *Directivity of the bowed stringed instruments and its effect on orchestral sound in concert halls*. The Journal of the Acoustical Society of America, 51(6B):1994–2009, 1972.
- [92] Miller, K.: *Testing Elastomers for Hyperelastic Material Models in Finite Element Analysis*. Axel Products, Inc., 2004. <http://www.axelproducts.com>, zuletzt aufgerufen am 11. März 2017.
- [93] Molberg, M., Letierrier, Y., Plummer, C. J., Walder, C., Löwe, C., Opris, D. M., Nüesch, F. A., Bauer, S. und Månson, J. A. E.: *Frequency dependent dielectric and mechanical behavior of elastomers for actuator applications*. Journal of Applied Physics, 106(5):054112, 2009.
- [94] Moral, J. A. und Jansson, E. V.: *Eigenmodes, input admittance, and the function of the violin*. Acta Acustica united with Acustica, 50(5):329–337, 1982.
- [95] Mores, R.: *Cello bowing pendulum*. In: Mayer, A., Chatziioannou, V. und Goebel, W. (Hrsg.): *Proceedings of the Third Vienna Talk on Music Acoustics*, S. 160–160, Vienna, Austria, 2015. Institut für Musikalische Akustik – Wiener Klangstil.
- [96] Mores, R.: *Maximum bow force revisited for the cello – Instrumentation with a precision pendulum*. Journal of the Acoustical Society of America, 138(3):1888–1888, 2015.
- [97] Morse, P. M. und Uno Ingard, K.: *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1968.
- [98] Möser, M. und Kropp, W.: *Körperschall*. Springer-Verlag, 2010.
- [99] Mueller, G. und Lauterborn, W.: *The bowed string as a nonlinear dynamical system*. Acta Acustica united with Acustica, 82(4):657–664, 1996.

- [100] Münstedt, H. und Schwarzl, F. R.: *Deformation and flow of polymeric materials*. Springer, 2014.
- [101] Möser, M. und Kropp, W.: *Körperschall*. 3., aktualisierte. Springer, 2010.
- [102] Neugschwandtner, G., Schwödianer, R., Vieytes, M., Bauer-Gogonea, S., Bauer, S., Hillenbrand, J., Kressmann, R., Sessler, G., Paajanen, M. und Lekkala, J.: *Large and broadband piezoelectricity in smart polymer-foam space-charge electrets*. Applied Physics Letters, 77(23):3827–3829, 2000.
- [103] Nobach, C. (Hrsg.): *Streichinstrumente*. Bärenreiter Metzler, 2002.
- [104] Öberg, F. und Askenfelt, A.: *Acoustical and perceptual influence of duplex stringing in grand pianos*. Journal of the Acoustical Society of America, 131:856–871, 2010.
- [105] Ogden, R.: *Large deformation isotropic elasticity-on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids*. In: *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Bd. 326, S. 565–584. The Royal Society, 1972.
- [106] Pelrine, R., Kornbluh, R., Pei, Q. und Joseph, J.: *High-speed electrically actuated elastomers with strain greater than 100%*. Science, 287(5454):836–839, 2000.
- [107] Perng, C. Y. J.: *Physical modeling of the harpsichord plectrum-string interaction*. Dissertation, Stanford University, Dept. of Physics, Stanford, USA, 2012. <https://pur1.stanford.edu/wp454hs7976>, zuletzt aufgerufen am 15. November 2016.
- [108] Peter, D., Pichler, R., Bauer, S. und Schwödianer, R.: *Electrostatic converter with an electret-like elastomer membrane for large scale energy harvesting of low density energy sources*. Extreme Mechanics Letters, 4:38–44, 2015.
- [109] Pikovsky, A., Rosenblum, M. und Kurths, J.: *Synchronization*. Cambridge University Press, 2001.
- [110] Pitteroff, R. und Woodhouse, J.: *Mechanics of the contact area between a violin bow and a string. Part I: Reflection and transmission behaviour*. Acta Acustica united with Acustica, 84(3):543–562, 1998.
- [111] Platte, M.: *PVDF ultrasonic transducers*. Ferroelectrics, 75(1):327–337, 1987.
- [112] Puchelt, S.: *Vergleichende Untersuchungen an Wolföttern für Celli*. In: *Musikalische Akustik zwischen Empirie und Theorie*, S. 58–63. Fachausschuss Musikalische Akustik in der DEGA, 2014.
- [113] Qiu, X., Mellinger, A., Wegener, M., Wirges, W. und Gerhard, R.: *Barrier discharges in cellular polypropylene ferroelectrets: How do they influence the electromechanical properties?* Journal of applied physics, 101(10):104112, 2007.

- [114] Qiu, X., Wirges, W., Gerhard, R. und Altafim, R. A. P.: *Heterogeneous polymers as capacitive sensors: Differences between foam cells and closed or open tubular channels*. In: *International Conference on Dielectrics, Montpellier, France, July 3-7, 2016*, ISBN 978–1–5090–2803–0.
- [115] Raith, W.: *Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann ; Schaefer*, Bd. 2. Elektromagnetismus. Walter de Gruyter, neunte Aufl., 2006.
- [116] Raman, C. V.: *On the 'Wolf note' of the violin and cello*. *Nature (London)*, 97:362–63, 1916.
- [117] Raman, C. V.: *On the mechanical theory of the vibrations of bowed strings and of musical instruments of the violin family, with experimental verification of the results*. *Bulletin of the Indian Association For the Cultivation of Science*, 15:1–158, 1918.
- [118] Reinicke, W.: *Übertragungseigenschaften des Streichinstrumentenstegs*. *Catgut Acoustical Society Newsletter*, 19:26–34, 1973.
- [119] Rivlin, R. S. und Thomas, A. G.: *Rupture characteristic of rubber for tearing energy*. *Polymer Science*, 10(3):291–318, 1953.
- [120] Robbi: *Frank-Reiner und die Tonveredlung von Streichinstrumenten*. *Zeitschrift für Instrumentenbau*, 46(7):385–387, 1925.
- [121] Rosset, S., O'Brien, B. M., Gisby, T., Xu, D., Shea, H. R. und Anderson, I. A.: *Self-sensing dielectric elastomer actuators in closed-loop operation*. *Smart Materials and Structures*, 22(10):104018, 2013.
- [122] Rossing, T. D. (Hrsg.): *The Science of String Instruments*. Springer-Verlag, erste Aufl., 2010.
- [123] Rossing, T. D. (Hrsg.): *Springer Handbook of Acoustics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, zweite Aufl., 2014 (2007).
- [124] Rychkov, D., Wirges, W. und Gerhard, R.: *Charge injection into the silicone films from single-walled carbon nanotubes sprayed network electrodes*. In: *EuroEAP 2012*, Potsdam, Mai, 29.-30. 2012.
- [125] Schelleng, J. C.: *The Violin as a Circuit*. *Journal of the Acoustical Society of America*, 35(3):326–338, 1963.
- [126] Schelleng, J. C.: *The bowed string and the player*. *Journal of the Acoustical Society of America*, 53:26–41, 1973.
- [127] Schelleng, J. C.: *Adjusting the wolftone suppressor*. *Catgut Acoustical Society Journal*, 1(5):29, 1990.

- [128] Schmidt, A. und Gaul, L.: *Bestimmung des komplexen Elastizitätsmoduls eines Polymers zur Identifikation eines viskoelastischen Stoffgesetzes mit fraktionalen Zeitableitungen*. Proc. der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung, 75, 2001.
- [129] Schoonderwaldt, E.: *The player and the bowed string: Coordination of bowing parameters in violin and viola performance*. Journal of the Acoustical Society of America, 126:2709 – 2720, 2009.
- [130] Schoonderwaldt, E. und Demoucron, M.: *Extraction of bowing parameters from violin performance combining motion capture and sensors*. Journal of the Acoustical Society of America, 126:2695 – 2708, 2009.
- [131] Schoonderwaldt, E., Guettler, K. und Askenfelt, A.: *An Empirical Investigation of Bow-Force Limits in the Schelleng Diagram*. Acta Acustica united with Acustica, 94:603–622, 2008.
- [132] Schumacher, R. T.: *Some aspects of the bow*. Catgut Acoustical Society Newsletter, 24:5–8, 1975.
- [133] Sessler, G. M.: *Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride*. Journal of the Acoustical Society of America, 70(6):1596–1608, 1981.
- [134] Sessler, G. M. (Hrsg.): *Electrets*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, zweite Aufl., 1987 (1980).
- [135] Sessler, G. M. und Hillenbrand, J.: *Electromechanical response of cellular electret films*. Applied Physics Letters, 75(21):3004–3007, 1999.
- [136] Sheng, J., Chen, H., Qiang, J., Li, B. und Wang, Y.: *Thermal, mechanical, and dielectric properties of a dielectric elastomer for actuator applications*. Journal of Macromolecular Science, Part B, 51(10):2093–2104, 2012.
- [137] Sinha, M. und Buckley, D. J.: *Acoustic properties of polymers*. In: *Physical properties of polymers handbook*, S. 1021–1031. Springer, 2007.
- [138] Sperling, L. H.: *Introduction to physical polymer science*. Wiley, 4. Aufl., 2006.
- [139] Stowell, R. (Hrsg.): *The Cambridge companion to the violin*. Cambridge University Press, 1992.
- [140] Sundberg, J.: *Research on the singing voice in retrospect*. Quarterly Progress and Status Report TMH-QPSR, 45(1):11–22, 2003.
- [141] Timoshenko, S., Timoshenko, S. und Goodier, J.: *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill book Company, 1951.
- [142] Treloar, L.: *The elasticity of a network of long-chain molecules—II*. Transactions of the Faraday Society, 39:241–246, 1943.

- [143] Treloar, L.: *Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation*. Transactions of the Faraday Society, 40:59–70, 1944.
- [144] Trott, W. J.: *The violin and its bridge*. Journal of the Acoustical Society of America, 81(6):1948–1954, 1987.
- [145] Wagner, H., Ramamurti, V., Sastry, R. und Hartmann, K.: *Dynamics of Stockbridge dampers*. Journal of sound and Vibration, 30(2):207IN1–220IN2, 1973.
- [146] Wegener, M., Bergweiler, S., Wirges, W., Pucher, A., Tuncer, E. und Gerhard(-Multhaupt), R.: *Piezoelectric two-layer stacks of cellular polypropylene ferroelectrets: Transducer response at audio and ultrasound frequencies*. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 52(9):1601–1607, 2005.
- [147] Weinreich, G.: *Coupled piano strings*. The Journal of the Acoustical Society of America, 62(6):1474–1484, 1977.
- [148] White, G.: *The origin of the wolf-note in bowed string instruments*. Proc. Cambridge Phil. Soc, 18:85, 1915.
- [149] Woodhouse, J.: *On the Playability of Violins. Part II: Minimum Bow Force and Transients*. Acta Acustica united with Acustica, 78:137–153, April 1993.
- [150] Woodhouse, J.: *On the playability of violins. Part II: Minimum bow force and transients*. Acta Acustica united with Acustica, 78(3):137–153, 1993.
- [151] Woodhouse, J.: *On the “Bridge Hill” of the Violin*. Acta Acustica united with Acustica, 91:155–165, 2005.
- [152] Wrana, C.: *Polymerphysik*. Springer Spektrum, 2014.