Einsatz von Theorembeweisern in der Lehre

Alexander Steen, Max Wisniewski, Christoph Benzmüller

Fachbereich Mathematik und Informatik, Freie Universität Berlin
14195 Berlin
Email: {a.steen|m.wisniewski|c.benzmueller}@fu-berlin.de

Zusammenfassung: Dieser Beitrag diskutiert den Einsatz von interaktiven und automatischen Theorembeweisern in der universitären Lehre. Moderne Theorembeweiser scheinen geeignet zur Implementierung des dialogischen Lernens und als E-Assessment-Werkzeug in der Logikausbilding. Exemplarisch skizzieren wir ein innovaties Lehrprojekt zum Thema „Komputationale Metaphysik“, in dem die zuvor genannten Werkzeuge eingesetzt werden.

1 Einleitung

Die Formale Logik ist heutzutage gleichermaßen in der Philosophie, der Mathematik und der Informatik beheimatet. Mit leicht unterschiedlicher Ausprägung ist sie in all diesen Disziplinen sowohl auf Bachelor- als auch auf Master-Niveau in Lehrveranstaltungen der jeweiligen Studiengänge vertreten. Hierbei kommt der Logik in der wissenschaftlichen Praxis dieser drei Fächer eine Doppelrolle zu.

Dem Humboldt’schen Ideal der Einheit von Forschung und Lehre folgend, formt sie ein implizites Fundament für wissenschaftliches Arbeiten, Forschung und Lehre. Logisches Denken ist dabei „*eines der grundlegenden Instrumente des kritischen Denkens und eine Basis des Argumentierens*“ [Kru10, S. 52]. Demnach sei nach Kruse die Auseinandersetzung mit dem Argumentbegriff und mit dem Ziehen von Schlüssen zwingender Kernbestandteil der Lehre kritischen Denkens. Das formale Studium genau jener Begriffe ist spätestens seit Aristoteles der Hauptinhalt der Logik als wissenschaftliche Disziplin. In der wissenschaftlichen Ausbildung ist die Fähigkeit zur kritischen Auseinandersetzung und Reflexion basierend auf logischer und strukturierter Argumentation immerzu intrinsisches Qualifikationsziel.

Die zweite, besondere Rolle der Logik in den oben genannten Disziplinen bezieht sich auf ihre explizite Erscheinung in der Lehre. Insbesondere in der universitären Informatikausbildung nimmt die Formale Logik als Grundlage und Werkzeug zur Formalisierung, Abstraktion und Analyse von Problemen und Lösungsansätzen eine zentrale Schlüsselposition mit vielen verschiedenen Ausprägungen ein. So sind formale Beweise und Argumentationen über abstrakte, prinzipielle Eigenschaften von Sprachen (z. B. unter den Aspekten der Berechenbarkeit, Entscheidbarkeit oder Komplexität) eines der Hauptaugenmerke in der Lehre der theoretischen Informatik. In der praktischen Informatik gehören Logik-Kalküle, wie der Hoare-Kalkül oder Petri-Netze, sowie formale Methoden zur Grundausbildung. Auch bei praktischen Aspekten, wie dem Programmieren als solches, liegen zahlreiche formale Systeme zu Grunde, die als Teil einer forschungsvorbereitenden Ausbildung elementarer Bestandteil der universitären Lehre sind.

Unserer Beobachtung nach sind es oftmals gerade diese formalen und theoretischen Teilaspekte der Informatik, die die Studierenden beim Studienprozess behindern, da Module mit diesen Themen in der Regel auch zum Pflichtanteil eines Studiums gehören. Die Probleme liegen nicht zuletzt an dem abstrakten Charakter, der diesen Themen anhaftet. Allerdings scheint es auch signifikant an einer sinnvollen didaktisch-methodischen Umsetzung dieser Grundlagenlehre zu mangeln, insbesondere an Übungs- bzw. Anwendungsphasen, die nicht lediglich aus theoretischen Aufgabenstellungen bestehen, welche mit Stift und Papier zu lösen sind.

Ausgehend von dem Forschungsgebiet der Formalen Logik und der künstlichen Intelligenz formte sich seit der revolutionären Entwicklung des Resolutionskalküls [Rob65] und verwandter Techniken die Disziplin der Automatischen Deduktion. Die resultierenden Systeme, allem voran sog. automatische und interaktive Theorembeweiser, sind inzwischen nicht mehr nur reines Produkt der akademischen Grundlagenforschung, sondern erleben in den vergangenen Jahren, dank immenser Fortschritte, eine zunehmende Verwendung in der Wissenschaftspraxis der Mathematik und Informatik.[1] Formale Methoden erfreuen sich zudem einer gesteigerten Nachfrage in der Wirtschaft und ebenso einer zunehmenden Aufmerksamkeit in der Gesellschaft.

---

[1] Beginnend mit dem Beweis des Vier-Farben-Satzes [AH89]. Ein weiterer Meilenstein war der computergestützte Beweis der Kepler'schen Vermutung im Flyspeck-Projekt [H+15].

Wir sind der Überzeugung, dass der frühe und intensive Einsatz solcher Werkzeuge nicht nur einen forschenden Charakter der universitären Informatiklehre unterstützen kann, sondern elementar zum Verständnis von theoretischen Inhalten beiträgt. Studierende können mit Hilfe von Beweisassistenzsystemen selbstständig praktische Experimente durchführen und sich damit auch bei theoretischen Inhalten computergestützt aktiv in einer Dialogsituation erproben: Zum einen können eigene Fehler in Lösungswegen durch direkte Interaktion mit dem System in Echtzeit aufgedeckt und rekonstruiert werden. Zum anderen können die dabei entstehenden Aufzeichnungen als formal verifizierte Lerntagebücher genutzt werden.

Im Folgenden stellen wir kurz einige aktuelle Entwicklungen der automatischen Deduktion vor. Anschließend wird argumentiert, wie mit Hilfe von Theorembeweisern dialogisches Lernen für die Lehre von theoretischen Grundinhalten der Informatik implementiert werden kann. Im Anschluss geben wir ein kurzes Fallbeispiel, in dem Theorembeweiser in einer konkreten Lernveranstaltung im Grenzgebiet der Informatik, Mathematik und Philosophie eingesetzt werden.

2 Logik und Theorembeweiser

Zu Beginn des letzten Jahrhunderts versuchten Bertrand Russell und Alfred Whitehead in ihrer Principia Mathematica das gesamte Gebäude der Mathematik auf ein präzises logisches Fundament zurückzuführen. Als Grundlage ihres Bestrebens setzten sie ein typisiertes System der höherstufigen Logik ein. Unter höherstufiger Prädikatenlogik verstehen wir eine Logik, in der universelle und existenzielle Aussagen über beliebige Mengen und Funktionssymbole ausdrückbar sind. Dem gegenüber steht die wesentlich bekanntere Prädikatenlogik erster Stufe, die Allaussagen nur über Individuen erlaubt. Dem Bestreben, der Mathematik eine Grundlage purer Logik zu geben, wurde allerdings durch Kurt Gödels ersten Unvollständigkeitssatz (zunächst) ein Ende gesetzt.

Heutzutage haben sich die konkreten Logik-Systeme der verschiedenen Forschungsgebiete stark voneinander wegentwickelt. In der Mathematik wird als Grundlage zumeist eine Zermelo-Fraenkel Axiomatisierung der Mengenlehre in Logik erster Stufe herangezogen, Informatiker beschränken sich nicht selten auf entscheidbare Logikfragmente, und Philosophen untersuchen neben einer Vielzahl von nicht-klassischen Logiken auch Varianten höherstufiger Logiken. Nicht-klassische Logiken spielen auch im Bereich der künstlichen Intelligenz eine große Rolle.

Die Logik, auf die wir uns konzentrieren, ist die einfache Typentheorie [Chu40], eine Form der höherstufigen Prädikatenlogik, die von Alonzo Church entwickelt und von Leon Henkin mit einer praktisch benutzbaren Semantik ausgestattet wurde [Hen50]. Die Wahl dieser Logik hat gegenüber den anderen Alternativen gewisse Vorteile: Erstens kann man im Gegensatz zur Prädikatenlogik erster Stufe auf natürlichere, elegantere Art und Weise (komplexe) Aussagen formulieren und beweisen. Zweitens gibt es, im Gegensatz zu den mathematischen Logiken, speziell zugeschnittene Programme, mit denen Beweise automatisch generiert oder mitverfolgt werden können. Das dritte, vielleicht stärkste Argument ist, dass in den letzten Jahren untersucht wurde, dass viele der Speziallogiken der Philosophie und KI in der einfachen Typentheorie dargestellt werden können (siehe z. B. [Ben11] und darin enthaltene Quellen).

Für Studierende bilden formale Kalküle, wie sie in der Logik und anderen formalen Disziplinen genutzt werden, erfahrungsgemäß ein großes Hindernis. Oft sind Studierende es gewohnt, intuitiv zu argumentieren, viele Schritte in einem (vermeintlichen) Beweis zusammenzufassen oder sogar an Stellen, die einem als trivial erscheinen, Lücken zu lassen. Infolgedessen ist es zumeist schwer, die formale Korrektheit eines solchen „Beweises" zu verifizieren, da insbesondere aufgrund von Ungenauigkeiten nicht alle Einzelschritte als korrekt garantiert werden können. Computergestützte Beweisassistenzsysteme wurden zu genau diesem Zweck intensiv erforscht. Sie sollen, der Idealvorstellung nach, dem Menschen bei der Beweisführung assistieren, indem die eingegebenen Beweisschritte verifiziert oder sogar in einfachen Fällen vom System eigenständig ausgefüllt werden. Generell können Beweisassistenzsysteme in zwei Kategorien eingeordnet werden: Interaktive Theorembeweiser und Automatische Theorembeweiser.

2.1 Beweisinteraktion mit Isabelle

Interaktive Theorembeweiser gehen für die Zeit der Benutzung einen andauernden Dialog mit dem Benutzer ein, in dem dieser beim Führen eines Beweises bzw. von Beweisschritten durch das System unterstützt wird. Der Beweisprozess läuft dabei wie folgt ab: Die grundlegenden Annahmen (Axiome) und das Beweisproblem (Behauptung) werden in einer meist graphischen Oberfläche in einer speziellen Logik-Syntax eingegeben. Im anschließenden Beweisprozess kann der Beweiser dann beispielsweise dabei helfen, das Ziel in kleine Schritte zu unterteilen, offene (Unter-)Ziele aufzuzeigen und ausführbare Schlussregeln aufzulisten. Außerdem gibt es die Möglichkeit, sogenannte Beweistaktiken auf ein Ziel auszuführen, die die Beweisführung auf höherem Abstraktionsniveau vorwärts bringen.

Der größte Vorteil des Einsatzes eines solchen Systems im Vergleich zu einem herkömmlichen Beweis ist, dass jeder einzelne Schritt des Beweises vom System verifiziert werden kann bzw. muss. So kann sich der Benutzer nach Abschluss des Beweises sicher sein, dass dieser wirklich korrekt ist. Im anderen Fall bekommt der Benutzer bereits frühzeitig (beim Führen eines Unterbeweises) die Rückmeldung, dass ein bestimmter Beweisschritt nicht korrekt ist oder nicht als korrekt erkannt werden kann.

Isabelle ist ein solcher interaktiver Theorembeweiser [NPW02], der inzwischen weit entwickelt und dank seiner graphischen Oberfläche auch für ein breites Publikum benutzbar ist. Außerdem erlaubt Isabelle den Aufruf von externen automatischen Theorembeweisern (vgl. § 2.2), um ganze Unterziele automatisch zu lösen.

Isabelle besitzt einen kleinen, übersichtlichen inneren Beweiskern (basierend auf dem Kalkül des natürlichen Schließens), der Grundlage aller Beweisverifikation ist. Darüber hinaus kann man in Isabelle aber auch weitere Beweiskalküle darstellen, indem man dessen Regeln durch den Beweiskern herleitet und als neue Regeln anbietet. Dies ermöglicht auch die Definition komplexerer Beweistaktiken. Neben den oben genannten Funktionen eines interaktiven Beweisers erlaubt Isabelle auch das Generieren von verifizierten PDF-Dokumenten. So ist es möglich, eine Publikation vollständig in Isabelle anzufertigen. Dies birgt den immensen Vorteil, dass damit alle Beweise im Dokument als korrekt nachgewiesen sind. Weitere praktische Stärken von Isabelle als Beweissystem werden in unserem Fallbeispiel in Abschnitt 4 beschrieben.

2.2 Beweisautomatisierung mit Leo

Automatische Theorembeweiser unterstützen den Benutzer nicht unmittelbar bei der Beweissuche, sondern versuchen das Problem selbstständig, d. h. ohne menschliche Interaktion, zu lösen. Es werden also ähnlich wie bei einem interaktiven Theorembeweiser das Eingabeproblem bzw. die Grundannahmen formuliert, dann jedoch übernimmt das System vollständig die Kontrolle über die Beweissuche. Als Ergebnis des Beweisprozesses geben viele der automatischen Theorembeweiser einen vollständigen Beweis zurück, mindestens jedoch eine Meldung über Erfolg oder Fehlschlag der Beweissuche. Diese Beweise sind in der Regel sehr feinkörnig, technisch kompliziert, sehr lang und können insbesondere von Menschen meist nur sehr schwer nachvollzogen werden.

Man kann automatische Theorembeweiser gewinnbringend in eine menschliche Beweissuche integrieren. Dies ist vor allem deshalb sinnvoll, weil automatische Theorembeweiser in der Regel „stärker" sind als vergleichbare Taktiken interaktiver Theorembeweiser (d. h. sie finden mehr Beweise). So kann man einen automatischen Beweiser eigenständig einen Unterbeweis generieren lassen, falls man an einem Punkt angekommen ist, der für einen Menschen trivial erscheint. Auch mit diesem Vorgehen erhält man am Ende des Prozesses einen vollständigen, formal verifizierten Beweis der ursprünglichen Aussage.

Das System LEO-II [B+15] und das neu entstehende System Leo-III [WSB14] sind automatische Theorembeweiser für höherstufige Logik. Die maschinenorientierte Ein- und Ausgabesyntax ist jedoch für Einsteiger sehr unübersichtlich. Komfortabler ist hingegen die Benutzung von Leo aus Isabelle heraus. Aus den gut lesbaren Formeln von Isabelle können im Hintergrund Formeln in der zuvor genannten Syntax erzeugt werden, die dann an Leo übermittelt werden.

Diese Verbindung von automatischen und interaktiven Theorembeweisern bringt viele Vorteile mit sich. Die meisten Beweise, die Informatiker, Mathematiker und Philosophen führen, arbeiten in sehr großen Schritten. Damit sich der Benutzer eines solchen Systems nicht mit kleinschrittigen Beweisen aufhält, kann er das nächste Theorem oder Lemma postulieren und die entstehenden Beweislücken durch einen automatischen Theorembeweiser auffüllen lassen. So entstehen in enger Kooperation einfache, lesbare und trotzdem voll verifizierte Beweise.

3 Einsatz in der Lehre

Wie bereits in der Einleitung angedeutet, können Theorembeweiser beim „*logischen Denken*" (vgl. [Kri10, S. 52]) assistieren, und so einen reflektierten und strukturierten Forschungs- und Lernprozess unterstützen. Im Folgenden beleuchten wir zwei der möglichen Einsatzszenarien von Theorembeweisern in der universitären Lehre: Als Instrument zur Implementierung von dialogischem Lernen, und als Werkzeug zum E-Assessment.

Weitere Anwendungsfälle im Kontext des hybriden Lernens (Blended Learning) oder des E-Learnings sind denkbar.

3.1 Theorembeweiser als Werkzeug des dialogischen Lernens

Dialogisches Lernen ist ein Unterrichtsmodell, welches den Prozess des Lehrens und des Lernens als Dialog strukturiert, in dem alle Beteiligten von den Beiträgen und Ergebnissen aller profitieren. Diese werden im Sinne des von U. Ruf und P. Gallin entwickelten Konzepts [Ruf08] als neues Angebot für weitere Lernprozesse verstanden und nehmen Einfluss auf den weiteren Lernverlauf. Diese Idee basiert unter anderem auf der Grundannahme, dass hohe Unterrichtsqualität vor allem durch gegenseitiges Zuhören und sinnvolle (An-)Erkennung des Lernangebotes und -ergebnisses resultiert. Dabei wird versucht, das Lernangebot an die Nutzung und die Nutzung an das Lernangebot zurückzukoppeln.

Die folgenden vier Instrumente des dialogischen Lernens stehen in iterativer Verkettung von Produktion und Rezeption [RG99]:

1. **Kernidee.** Die Kernidee skizziert ein dem Lernenden unbekanntes Themenfeld, verzichtet bewusst auf unnötige Detailinformationen, und lenkt dabei insbesondere den Fokus auf „*den Witz der Sache*" [RG99]. Eine Kernidee ist immer ein Einstiegspunkt zum selbstständigen Lernen und fordert den Lernenden auf, sein eigenes Verhältnis zum Inhalt zu klären.
2. **Auftrag.** Ein Auftrag im Kontext des dialogischen Lernens muss für alle erfüllbar sein, um so jedem Begabungsniveau einen persönlich zugeschnittenen Zugang zu gewähren. Dennoch ist der Auftrag so konzipiert, dass er herausfordernd ist und zu relativen Höchstleistungen anspornt. Dies wird ebenfalls durch eine offene Auftragswahl begünstigt, in der die Lernenden ihren eigenen Lösungswegen nachgehen können.
3. **Lernjournal.** In dem Lernjournal wird der chronologische Lernfortschritt des Lernenden qualitativ hochwertig dokumentiert. Das Lernjournal dient auch als Nachweis der intensiven Bearbeitung eines Auftrags.
4. **Rückmeldung.** Die Rückmeldung geht auf den individuellen Lernenden ein und setzt sich intensiv mit erfolgreichen Lernschritten, Fehlschlägen und vielversprechenden Wegen aus dem Lernjournal auseinander. Aus den interessantesten Einträgen bzw. Passagen aus den gesammelten Lernjournalen wird anschließend eine „Autografensammlung" erstellt, die wiederum als Lehrangebot genutzt wird.

Der Einsatz von Theorembeweisern als Werkzeug der Lehrenden und Lernenden während des Lernprozesses von theoretischen Grundbegriffen der Informatik kann hierbei als gewinnbringender Multiplikator eingesetzt werden. Insbesondere interaktive Theorembeweiser unterstützen die Lernenden bei der Auftragserfüllung, der Formalisierung und Verifikation von verschiedensten Herangehensweisen. Dabei können sowohl einfache als auch anspruchsvolle Modelle von den Lernenden durch die interaktive Beweisassistenz umgesetzt werden.

Des Weiteren dient der Vorgang des Formalisierens im System direkt als entsprechender Eintrag im Lernjournal. Das Lernjournal kann also für entsprechende theoretische Aufträge vollständig innerhalb des Isabelle-Systems geführt werden. Ein großer Vorteil dieses Ansatzes ist es, dass die Ergebnisse damit automatisch formal verifiziert sind. Auch fehlgeschlagene Lösungsversuche können mit Hilfe einer speziellen Annotation in dem formal verifizierten Dokument beibehalten werden. Als Endergebnis eines solchen digitalen Lernjournals kann durch den Einsatz von Isabelle also ein verifiziertes PDF-Dokument stehen, welches einfach an die Lehrenden für eine Rückmeldung gegeben werden kann. Für eine aus der Rückmeldung resultierenden Autografensammlung können die obigen verifizierten Formalisierungen an die Lernenden weitergegeben werden, die dann für weitere Aufträge als Lernangebot wahrgenommen werden können.

Durch die inzwischen weit entwickelte und gut benutzbare Oberfläche von Isabelle gibt es kaum nennenswerte Voraussetzungen für potenzielle Lernende, die mit dem System konfrontiert werden. Ausgehend von kleinen Beispielbeweisen und -formalisierungen können ohne weitere technische Kenntnisse ähnliche und darauf aufbauende Aufträge bearbeitet werden. Gleichzeitig bietet Isabelle eine sehr große Bibliothek an bereits vorhandenen Beweisformalisierungen und entsprechenden fortgeschrittenen Bedienungs- und Beweistechniken an, die sehr ambitionierte Formalisierungsprojekte erlauben, jedoch für die grundlegende Bedienung nicht notwendig sind. Hier können also besonders begabte Lernende schnell in komplexere Projekte einsteigen, ohne dass Lernende mit niedrigerem Begabungsniveau überfordert werden. Am Ende des Einsatzes eines solchen Beweisassistenzsystems in einer Lehrveranstaltung steht immer das Ziel, den Lernenden durch angemessene, vom Beweisassistenzsystem unterstützte Projekte interaktiv an den Lerninhalt heranzuführen und damit die Qualifikationsziele durch praktische Auseinandersetzung zu erreichen.

3.2 Automatische Verifikation als E-Assessment

Automatische Verifikation als Ergebnis des Einsatzes von automatischen und interaktiven Theorembeweisern kann auch losgelöst von dem zuvor beschriebenen Lernarrangement des Lerndialogs sinnvoll und gewinnbringend eingesetzt werden.

Hier reduzieren wir den Einsatz dieser Systeme auf ihre Funktion der Rückmeldung zum Zwecke des E-Assessment. So kann ein System wie Isabelle mittels einer Online-Abgabeplattform als ein Assessment-Werkzeug eingesetzt werden. In unserem Falle benutzen wir eine Kombination aus DOMjudge[2] und Isabelle, um ein entsprechendes Angebot zu erstellen.

DOMjudge ist eine Online-Plattform, ursprünglich entwickelt für Programmierwettbewerbe, die es den Benutzern (hier: den Studierenden) erlaubt, Lösungsversuche zu einer bestimmten Aufgabe hochzuladen. Diese Lösungsversuche sind in unserem Fall formalisierte Beweise in Isabelle-Dokumenten. Nach dem Hochladen durchlaufen diese Beweisabgaben dann automatisiert einen Isabelle-Verifizierungs- und Validierungssprozess (gegen eine vom Lehrenden festgesetzte Ziel-Schnittstelle) und melden alle Probleme zurück an DOMjudge. Sobald die Verifikation beendet ist – typischerweise in weniger als einer Minute – können die Studierenden dann auf der Online-Plattform das Ergebnis der Prüfung nachlesen. War der Verifizierungsschritt erfolgreich, so ist die Abgabe fertig gestellt. Andernfalls bekommen die Studierenden eine Rückmeldung über den Fehlschlag und können weiter ihre Beweisführung verbessern bzw. korrigieren.

Wir sind der Überzeugung, dass die Lernenden auch von dem Einsatz von Theorembeweisern zum Zwecke des E-Assessment stark profitieren können. Im gängigen Stift- und Papier-Abgabeschema von Mathematik- und Informatikübungen im universitären Studium bekommen die Studierenden eine einzige finale Rückmeldung (z. B. von der Tutorin bzw. dem Tutor). In unserem Fall wird in Minutenschnelle eine konstruktive Rückmeldung generiert, die die Lernenden für den weiteren Lern- und Bearbeitungsprozess – auch vor der eigentliche Abgabe – einbeziehen können. Insbesondere in großen Veranstaltungen fehlt oftmals die Zeit, allen Lernenden ein angemessenes und differenziertes Feedback für das jeweilige Lernergebnis

---

[2] DOMjudge ist eine freie open-source Software und kann unter https://www.domjudge.org/ heruntergeladen werden. Hier kann man ebenfalls eine ausführliche Dokumentation finden.

zu geben. Durch den Einsatz eines solchen E-Assessment-Systems können die Lehrenden auch hierbei stark unterstützt bzw. entlastet werden.

Einer Angliederung an evtl. vorhandene Blended-Learning-Prozesse steht in dieser Konfiguration ebenfalls nichts im Wege.

4 Fallbeispiel: Komputationale Metaphysik

Mit dem Ziel, die interdisziplinäre Logikausbildung voranzutreiben, haben wir ein Lehrvorhaben skizziert, dass die oben genannten Ideen aufgreift und exemplarisch im Themenbereich der computergestützen Analyse von Argumenten der Metaphysik einsetzt.[3] Mit dieser Lehrveranstaltung richten wir uns gleichzeitig an Studierende der Philosophie, Mathematik und Informatik. Ziel ist es, eine fachübergreifende Einführung in verschiedene Logikformalismen mit einer praktisch motivierten Einführung in moderne, computerbasierte Beweisassistenzsysteme zu kombinieren und diese auf anspruchsvolle Themen der Metaphysik anzuwenden.

In der Veranstaltung werden die Studierenden nach einer Einführung in die theoretischen Grundlagen dialogisch an die Beweissysteme heran geführt. In kleinen Gruppen sollen die Studierenden sich graduierlich komplexeren Problemen stellen. Dabei sollen sie gemeinsam ihre Ideen diskutieren und können Isabelle jeder Zeit als Prüfstein verwenden. Rückmeldung über den Erfolg und den Fortschritt in einem Problem kommen somit unmittelbar und nicht erst in der nächsten Übungssitzung. Als Kontrollmedium wollen wir den oben genannten DOMjudge als E-Assessment Werkzeug verwenden. In den Übungssitzungen diskutieren die Studierenden ihre Ideen und Lösungen aus den Kleingruppen und können anschließend Variationen aus den Diskussionen in ihrer Isabelle-Formalisierung ergänzen und analysieren.

Die Lehrveranstaltung soll darin münden – als Höhepunkt der Veranstaltung –, die Studierenden zu befähigen, aktuelle Forschungsresultate zur Verifikation des ontologischen Gottesbeweises (Metaphysik) mit einem Computersystem selbst nachzuvollziehen. Wir sind der Meinung, dass selbst bei solch komplexen Argumentationen Isabelle als Assistenzwerkzeug eine hilfreiche und produktive Ergänzung der Argumentationsführung ist. Die syntaktische Aufbereitung der Beweisargumentation innerhalb von Isabelle unterscheidet sich nur an sehr wenigen Stellen von der ursprünglichen Beweisführung aus der theoretischen Philosophie.

---

[3] Vgl. Veranstaltungsseite unter http://inf.fu-berlin.de/~lex/lehre/compmeta/.

In Projektarbeiten sollen die Studierenden versuchen, die erlernten Techniken auf weitere, ähnliche Argumente der Metaphysik zu übertragen und anzuwenden. Dabei sollen die vorher erbrachten formalisierten Lernresultate in die Auswahl der konkreten Themen einbezogen werden. Die angesprochenen Probleme und die Themen der studentischen Projekte adressieren hochaktuelle und interessante Forschungsinhalte.

Das Leitmotiv des ontologischen Gottesbeweis eignet sich besonders als roter Faden des Lehrvorhabens: Es ist einerseits ein philosophisch höchst anspruchsvolles und belebtes Thema und führte zu vielen kontroversen Forschungsarbeiten. Andererseits demonstriert es verständlich wichtige Konzepte der Modallogik (einer Erweiterung der klassischen Aussagen- bzw. Prädikatenlogik mit besonderer Bedeutung in der Philosophie), motiviert den Einsatz von Beweisassistenzsystemen aus der Informatik und zeigt gleichermaßen die Relevanz des formalen Ansatzes der maschinengestützten Argumentation.

5 Fazit und Ausblick

Wir haben skizziert, wie interaktive und automatische Theorembeweiser sinnvoll in die universitäre Lehre integriert werden können und dabei den Studierenden den Zugang zu herausfordernden Bereichen der Logik (und angrenzender Gebiete) erleichtern. Dabei können die Beweiser in ein Konzept dialogischen Lernens integriert werden und unterstützen dessen erfolgreiche Implementierung. Die Studierenden werden dabei von den Systemen durch Hinweise und sofortige Rückmeldungen unterstützt. Die automatische Überprüfung des Beweisziels erlaubt dabei, alle denkbaren Lösungswege zu unterstützen, da nur die logische Konsequenz als Zielsetzung, nicht aber der Beweisweg geprüft wird. Gleichzeitig haben wir illustriert, wie man diese Konzepte in einem Lehrprojekt im Bereich der theoretischen Philosophie anwenden kann. Dieses Lehrprojekt greift Themen der Metaphysik auf, um Studierende aus der Informatik, Mathematik und Philosophie gleichermaßen in den Bereich der formalen Logik einzuführen. Gleichzeitig profitiert das Projekt aus den Synergien der unterschiedlichen Fachausbildungen der Studierenden im interdisziplinären Dialog.

Nach Beendigung des skizzierten Lehrprojekts wird evaluiert werden, in wie weit sich der Einsatz von Theorembeweisern auf das Verständnis und den Umgang mit formalen Beweisen ausgewirkt hat. Insbesondere sind wir daran interessiert, ob die Studierenden nach Absolvieren des Kurses in der

Lage sind, an Forschungsthemen im Bereich der Komputationalen Metaphysik zu arbeiten und somit also Anschluss an die aktuelle Forschung erlangen konnten. Neben diesem forschungsorientierten Konzept ist es ebenso sinnvoll zu untersuchen, wie sich der Einsatz von Theorembeweisern in Grundlagenmodulen zum Thema Logik und theoretischer Informatik auf den Lernerfolg der Studierenden auswirkt.

Literatur

[AH89] K. Appel, W. Haken: Every Planar Map Is Four Colorable. Amer. Mathematical Society, 1989.

[Ben11] C. Benzmüller: Combining and Automating Classical and Non-Classical Logics in Classical Higher-Order Logic. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 62(1-2):103–128, 2011.

[B+15] C. Benzmüller et al.: The Higher-Order Prover LEO-II. Journal of Automated Reasoning, 55(4):389–404, 2015.

[Chu40] A. Church: A formulation of the simple theory of types. Journal of Symbolic Logic, 5(2), 1940.

[H+15] T. C. Hales et al.: A formal proof of the Kepler conjecture. CoRR, abs/1501.02155, 2015.

[Hen50] L. Henkin: Completeness in the Theory of Types. Journal of Symbolic Logic, 15(2):81–91, 1950.

[Kru10] O. Kruse: Kritisches Denken im Zeichen Bolognas: Rhetorik und Realität. Neue Impulse in der Hochschuldidaktik: Sprach- und Literaturwissenschaften, 1991.

[NPW02] T. Nipkow, L. C. Paulson, M. Wenzel: Isabelle/HOL – A Proof Assistant for Higher-Order Logic. LNCS 2283, Springer, 2002.

[RG99] U. Ruf, P. Gallin: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik ½. Kallmeyer, 1999.

[Rob65] J. A. Robinson: A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle. Journal of the ACM, 12(1):23–41, 1965.

[Ruf08] U. Ruf: Das Dialogische Lernmodell auf dem Hintergrund wissenschaftlicher Theorien und Befunde – Besser lernen im Dialog. Dialogisches Lernen in der Unterrichtspraxis, 2008.

[WSB14] M. Wisniewski, A. Steen, C. Benzmüller: The Leo-III Project. Joint Automated Reasoning Workshop and Deduktionstreffen, 2014.