Gesellschaft, Mathematik und Unterricht

Ein Beitrag zum soziologisch-kritischen Verständnis der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts

David Kollosche

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grads doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.) in der Wissenschaftsdisziplin Didaktik der Mathematik an der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Potsdam

Gutachter: Prof. Dr. Thomas Jahnke, Universität Potsdam
Prof. Dr. Gregor Nickel, Universität Siegen
Prof. Dr. Uwe Gellert, Freie Universität Berlin

Online veröffentlicht auf dem
Publikationsserver der Universität Potsdam:
URL http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2014/7072/
URN urn:nbn:de:kobv:517-opus-70726
http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-70726

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Der Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen ist ein öffentliches Unternehmen, welches gewaltige Ressourcen verschlingt: Arbeitskraft, öffentliche Gelder und vor allem die Zeit und Aufmerksamkeit, welche den Schülern notfalls auch gewaltsam (durch Durchsetzung der Schulpflicht) abgerungen werden. Vor dem Hintergrund des Aufwands, mit dem mathematische Bildung betrieben wird, wirkt es unerklärlich, dass bisher kein umfassender Versuch unternommen wurde, die gesellschaftliche Funktion des Mathematikunterrichts zu bestimmen. Die Didaktik der Mathematik, die sich selbst zuallererst als Wissenschaft vom Lernen und Lehren von Mathematik versteht, hat zur Frage, wozu Mathematikunterricht gut sei, bisher fast ausschließlich *normative* Antworten hervorgebracht. Diese beantworten weniger die Frage, worin der gesellschaftliche Beitrag von gegenwärtigem Mathematikunterricht – mit all seinen didaktisch unerwünschten Variationen und vermeintlichen Unzulänglichkeiten – besteht, sondern vielmehr, worin der Beitrag eines irgendwie ›idealen‹ Mathematikunterrichts bestehen *solle*. Die normativen Theorien der Mathematikdidaktik stehen damit in der Tradition der philosophisch-pädagogischen Bildungstheorie. Ihnen ist zuallererst deshalb zu misstrauen, da sie den Wunsch über die Wirklichkeit stellen und damit die Gefahr in sich tragen, den Blick auf die Wirklichkeit zu vernebeln; ferner aber auch deshalb, weil die Mathematikdidaktik sich ihre eigene gesellschaftliche Berechtigung schafft, indem sie immerfort verkündet, in welches Himmelreich ein wissenschaftlich perfektionierter Mathematikunterricht führen könne.

Eine Untersuchung zur Frage, worin der gesellschaftliche Beitrag von gegenwärtigem Mathematikunterricht besteht, darf deshalb nicht nur nicht auf Anregung-en aus der mathematikdidaktischen Bildungstheorie hoffen, sondern muss sie stattdessen – mitsamt ihren Wünschen und Hoffnungen für den Mathematikunterricht – hinter sich lassen. Allein die Wünsche und Hoffnung der mathematikdidaktischen Bildungstheorie zu hinterfragen und gegebenenfalls zurückzuweisen, wäre jedoch ein destruktives Unterfangen, da hier lediglich alte Erklärungsansätze zerstört, jedoch keine neuen gewonnen werden könnten. Diese Untersuchung muss daher versuchen, eine unvoreingenommene und distanzierte Sicht auf Mathematikunterricht als gesellschaftliches Phänomen zu gewinnen; und diese Perspektive ist gerade eine soziologische. Sie versteht Mathematikunterricht als gesellschaftliches Phänomen und damit nicht losgelöst vom, sondern untrennbar verbunden mit dem Denken, Fühlen und Tun, kurz der Kultur, unserer gegenwärtigen Gesellschaft. Gegenstand einer soziologischen Untersuchung ist dann nicht nur die Praxis des Mathematikunterrichts, sondern auch das Narrativ – samt wissenschaftlicher Theorien, aber auch unhinterfragter Werte –, welches um ihn herum zu seiner Erklärung, Handhabung und gegebenenfalls auch Verbesserung aufgebaut wird. Die Tatsache, dass der Mathematikunterricht bisher nie umfassend nach seinen gesellschaftlichen Funktionen befragt wurde, deutet bereits darauf hin, dass ihm dogmatische Werte (im Sinne von Werten, die man nicht hinterfragt, da man an sie glauben möchte) zugrundeliegen, wodurch eine Untersuchung von außen umso drängender erscheint.

Da diese Untersuchung nicht nur die Funktionen von Mathematikunterricht, sondern auch die ihm zugrundeliegenden Theorien und Werte hinterfragt, ist sie notwendig eine kritische. Eine kritische Soziologie des Mathematikunterrichts existiert derzeit höchstens in Ansätzen, und es wäre überheblich anzunehmen, dass diese Untersuchung eine solche in zufriedenstellendem Umfang hervorbring-en könne. Dennoch verbinde ich mit dieser Untersuchung die Hoffnung, für eine kritische Soziologie des Mathematikunterrichts zum einen das Fundament legen, und zum anderen denkbare Richtungen der Analyse aufzeigen zu können.

Das methodologische Vorgehen wird im ersten Kapitel näher beschrieben. Im zweiten Kapitel werden Begriffe wie Moderne, Pädagogik, Schule, Mathematik und Mathematikunterricht aus unterschiedlichen Blickwinkeln beleuchtet, um vorab den groben Rahmen eines Diskurses über gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts abzustecken. Das dritte Kapitel widmet sich einer Diskussion derjenigen Forschung, die zu einer kritischen Soziologie im Allgemeinen und zu dieser Untersuchung im Besonderen Beiträge leisten kann. Am Ende dieses Kapitels soll die Forschungsfrage unter Berücksichtigung der methodologischen Ausrichtung, der begrifflichen Diskussionen und der vorliegenden Forschung neu ausgestaltet und präzisiert werden. Die in den ersten drei Kapiteln angebrachten Betrachtungen sollen als Vorbereitung für den folgenden Hauptteil der Untersuchung dienen.

Im vierten Kapitel wird zunächst eine Gesellschaftstheorie, die der Soziologie und Philosophie von Michel Foucault folgt, vorgestellt und für eine Untersuchung des Mathematikunterrichts aufbereitet. Im fünften und sechsten Kapitel folgen Genealogien der Logik und des Rechnens, an Hand derer gesellschaftliche Funktionen von Mathematik und Mathematikunterricht herausgearbeitet werden. Das siebte Kapitel diskutiert die Mathematikaufgabe als Technik für das gesellschaftliche Funktionieren des Mathematikunterrichts, bevor im achten Kapitel versucht wird, auf die ursprüngliche Forschungsfrage nach gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts eine umfängliche Antwort zu geben. Abschließend bietet das neunte Kapitel einen Rück- und einen Ausblick.

Kapitel 1 – Wege zum Verstehen

1.1 Perspektiven statt Wahrheit

Zunächst stellt sich die Frage, auf welche Weise überhaupt ein Verständnis von gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts erlangt werden kann. Diese Untersuchung folgt nicht dem Glauben, dass eine strenge Analyse eine *Wahrheit* des gesellschaftlichen Wirkens von Mathematikunterricht nachweisen kann, sondern soll eine neue Sichtweise auf den Mathematikunterricht *vorschlagen.* Der Glaube, dass es im gesellschaftlichen Wirken von Mathematikunterricht eine Wahrheit zu entdecken gebe und dass die Untersuchung folglich entlang hinreichend strenger Methoden unternommen werden müsse, um sicherzustellen, dass die Ergebnisse in der Tat wahr seien, setzt bereits die Idee eines wahren Wissens voraus, welche zwar zweifellos mit Wissenschaft im Allgemeinen und mit Mathematik im Besonderen in Beziehung steht, für diese Untersuchung aber gerade schädlich wäre. Gegen die Vorstellung einer wahren Erkenntnis sprechen im hiesigen Falle drei Argumente: Zum ersten wird im Zuge des fünften Kapitels die Idee der Wahrheit als unerschütterliches Wissen selbst hinterfragt. Will man zum Untersuchungsgegenstand eine möglichst unvoreingenommene Distanz wahren, so ist es unangebracht, die untersuchte Methode selbst zur Methode ihrer Untersuchung heranzuziehen. Zum zweiten wird die Untersuchung der Logik im fünften Kapitel aufzeigen, dass die Suche nach Wahrheiten den Kreis des Verstehbaren ideologisch einschränkt. Von einer solchen ideologischen Einschränkung soll jedoch Abstand genommen werden, da diese Untersuchung ein möglichst umfassendes und unvoreingenommenes Verständnis der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts anstrebt. Zum dritten wirft das fünfte Kapitel auch die Frage auf, inwiefern von der Existenz einer Wahrheit überhaupt ausgegangen werden kann. Es zeigt sich, dass diese Annahme selbst keine Wahrheit, sondern nur ein Glaube sein kann. Und wenngleich Wissenschaft zuweilen auf diesen Glauben bauen mag, kann sie auch ohne ihn zu neuem Verständnis gelangen, wie es andere wissenschaftliche Beiträge bereits vormachen und auch mit dieser Untersuchung demonstriert werden soll.

Wenn diese Untersuchung nun eine neue Sichtweise auf den Mathematikunterricht *vorschlägt,* so wird sie nicht daran zu messen sein, inwiefern ihre Aussagen ›wahr‹ sind, inwiefern sie also derart geschickt schlussfolgert, dass andere Erklärungen gar nicht mehr denkbar sind. Sie wird sich stattdessen daran messen lassen, inwiefern sie die gesellschaftlichen und individuellen Phänomene, welche die Verankerung des Mathematikunterrichts in der Gesellschaft hervorbringen, erklären und zueinander in Beziehung setzen kann. Seine wissenschaftliche Redlichkeit verdient sich ein solches Unterfangen, indem es seine Perspektivität nicht verbirgt, sondern anerkennt, vorstellt und selbstbewusst verteidigt. Genau in diesem Sinne sind die folgenden *Vorbetrachtungen* zu lesen: als Präsentation und Legitimation der dieser Untersuchung zugrundeliegenden Sichtweisen.

1.2 Kritik der Werte

Kritik bedeutet, sich freizumachen vom untersuchten Gegenstand und ihn möglichst unvoreingenommen zu hinterfragen. Sie trägt stets die Möglichkeit in sich, unbequem zu sein, da sie unsere Praktiken und Überzeugungen in Frage stellt. Diese Untersuchung ist als eine kritische zu verstehen, da sie den normativ gesetzten Bildungszielen des Mathematikunterrichts misstraut und danach fragt, ob der Mathematikunterricht gesellschaftliche Funktionen jenseits der ausgesproch-enen Bildungsziele innehat, ja ob die ihm zugeschrieben Bildungsziele durch die unterrichtliche Praxis gar konterkariert werden.

Nach dem zweiten Weltkrieg wird in der Soziologie und Philosophie die *Kritische Theorie* der Frankfurter Schule um Max Horkheimer und Theodor Adorno rezipiert, wodurch kritischen Betrachtungen eine erhöhte Aufmerksamkeit zuteilkommt. Die Frankfurter Schule wendet sich gegen die Ideologie der Moderne, etwa indem sie der Aufklärung keinen rein positiven Wert zuweist, sondern einen dialektischen, und diskutiert auch die Rolle von Logik und Mathematik für diese Ideologie der Moderne. Sie kommt durch ihren Anschluss an die Ideologiekritik Karl Marx' jedoch nicht umhin, Ideologie als *falsches Bewusstsein* aufzufassen und hinter ihr eine Wahrheit der Verhältnisse zu vermuten. So hatte Karl Marx bezüglich seiner Nutzung der Geschichte für die Kritik erklärt, diese beruhe darauf,

> den wirklichen [!] Produktionsprozeß, und zwar von der materiellen Produktion des unmittelbaren Lebens ausgehend, zu entwickeln und die mit dieser Produktionsweise zusammenhängende und von ihr erzeugte Verkehrsform, also die bürgerliche Gesellschaft in ihren verschiedenen Stufen, als Grundlage der ganzen Geschichte aufzufassen und sie sowohl in ihrer Aktion als Staat darzustellen, wie die sämtlichen verschiedenen theoretischen Erzeugnisse und Formen des Bewußtseins, Religion, Philosophie, Moral etc. etc., aus ihr zu erklären und ihren Entstehungsprozeß aus ihnen zu verfolgen, wo dann natürlich auch die Sache in ihrer Totalität (und darum auch die Wechselwirkung dieser verschiednen Seiten aufeinander) dargestellt werden kann. Sie hat in jeder Periode nicht, wie die idealistische Geschichtsanschauung, nach einer Kategorie zu suchen, sondern bleibt fortwährend auf dem wirklichen [!] Geschichtsboden stehen [...].[1]

Infolgedessen geht es der Kritik in der Tradition von Marx und der Frankfurter Schule stets darum, das Falsche unserer Weltsicht zu entlarven, indem man es dem Wirklichen gegenüberstellt. Dieses Verständnis von Kritik beschneidet sich jedoch selbst, zum einen, indem es Kritik nur dann als gerechtfertigt erscheinen lässt, wenn die Wahrheit einer alternativen Sicht nachgewiesen werden kann, zum anderen, indem es dabei selbst eine neue Weltsicht (nämlich die der Ideologie gegenübergestellten ›Wirklichkeit‹) vorschlägt, an deren Wahrheit nun geglaubt werden soll.

Wer Kritik nicht auf die Entlarvung einer falschen Weltsicht beschränken will, ja womöglich gar eine Kritik der Idee des Wahren und Falschen ermöglichen will, wird ihr eine andere Form geben müssen. Friedrich Nietzsche leistete Pionierarbeit auf dem Gebiet der Kritik der unserer Gesellschaft in Allgemeinen und der Wissenschaft im Besonderen zugrundeliegenden Werte.[2] In seiner *Genealogie der Moral* (1887) wird die Moral daraufhin befragt, wie sie geworden ist, was sie ist. Schon der Titel seines vorangegangenen Werkes *Jenseits von Gut und Böse* (1886) zeigt an, dass sich Nietzsche selbst von den Grundbegriffen einer jeden Moral kritisch distanzieren möchte. ›Die Wahrheit‹ hatte Nietzsche indes schon 1872 verstanden als ein menschengemachtes Konzept, deren Wert durchaus hinterfragt werden kann. Dabei geht Nietzsche nicht davon aus, eine irgendwie unabänderliche Wahrheit erkennen zu können, sondern versteht seinen Beitrag als eine andere Sichtweise. Analog dazu werden die Theorien und Vorstellungen, gegen die Nietzsche argumentiert, nicht dargestellt als ein irgendwie falsches Denken, sondern als eine ebenso andere Sichtweise. Die wissenschaftlich-philosophische Diskussion wird damit das, was sie für Nietzsche insgeheim schon immer war: nicht ein Streit um die irgendwie richtige Sichtweise, sondern ein Streit um die erwünschte, gewollte Sichtweise und gegen die unerwünschte und ungewollte.[3]

---

[1] Marx & Engels 1969, S. 37f.

[2] Das unterschiedliche Verständnis von Kritik in der Frankfurter Schule und seitens Nietzsche und Foucault diskutiert Owen 2002.

[3] Nietzsche 1988b

Nietzsches Kritik der Werte bezieht sich nicht ausschließlich auf moralische Werte, sein breiter Wertbegriff umfasst ebenso metaphysische Werte (wie den der Wahrheit) und epistemologische Werte (wie den des logischen Denkens).[1] Erst dadurch wird diese Form der Kritik für diese Untersuchung fruchtbar, erlaubt sie doch, die Vielfalt der Werte, die dem Mathematikunterricht zugrundeliegen und auf seine gesellschaftlichen Funktionen deuten, kritisch zu betrachten: *Inwiefern ist Mathematik gut oder schlecht, moralisch oder unmoralisch? Inwiefern ist Mathematik ein Glaube; wozu und wem dient er? Inwiefern ist Mathematik eine besondere Sicht auf die Welt; was offenbart und was verschleiert sie?* Schließlich: *Warum ist uns Mathematik selbst wert-voll?*[2]

In der Tradition Nietzsches steht der französische Philosoph und Soziologe Michel Foucault. Dessen Arbeiten zu Wahnsinn, Krankheit, Erkenntnisformen, Kriminalität und Sexualität tragen stets die Frage in sich, wodurch diese Konzepte für uns wertvoll sind, welchen gesellschaftlichen Wert sie also haben. Ebenso wie Nietzsche versucht sich Foucault freizumachen von der Perspektive, die Werten wie der Vernunft, der Gesundheit oder der Rechtschaffenheit zugrundeliegen, um diese gesellschaftlichen Phänomene aus möglichst unbefangener Sicht verstehen zu können. In den Begriffen des Vernünftigen, Gesunden und Richtigen ist nämlich bereits eine Wertung inbegriffen, welche zum Ausschluss und zum Nicht-Beachten der Unvernünftigen, Kranken und Falschen führen, wenngleich diese letzteren Aspekte dem Verständnis einer Sache durchaus zuträglich sein können. Diese Grundhaltung fasst Gottfried Gabriel treffend zusammen:

> In jeder Unterscheidung ist eine Eingrenzung mit einer Ausgrenzung verbunden. Daher tut man gut daran, das Ausgegrenzte zum Eingegrenzten hinzuzudenken, nicht nur, damit die „Begrenztheit“ der Unterscheidung im Bewußtsein bleibt, sondern auch deshalb, um sich davor zu schützen, daß das Ausgegrenzte als unbewältigter „Rest“ über das Eingegrenzte hereinbricht.[3]

Kritik ist für Foucault die Kunst, sein Denken, Fühlen und Tun freizumachen, nicht leiten und einengen zu lassen von den Werten, Praktiken und Wissensformen, die an den Einzelnen herangetragen werden.[4] Insofern gebietet die kritische Perspektive auch im Falle dieser Untersuchung, die der Mathematik und dem Mathematikunterricht zugrundeliegenden Werte, etwa das Gute des Wahren, Berechenbaren und Logischen, gerade nicht *a priori* vorauszusetzen, sondern von Anfang an in Frage zu stellen. Im Laufe dieser Untersuchung wird sich zeigen, dass erst dieses Freimachen, dieses Sich-Nicht-Leiten-Lassen von den Werten eine tiefgründigere Analyse der gesellschaftlichen Rolle von Mathematik und Mathematikunterricht ermöglicht.

In diesem Sinne steht diese Arbeit auch normativer, also wertgebender Mathematikdidaktik gegenüber. Sie behauptet zwar weder, sich selbst aller Werte entledigt zu haben, noch behauptet sie, vorhandene Werte rein objektiv-sachlich beschreiben zu können. Die kritische Ausrichtung lässt sich jedoch verstehen als ein *Bestreben*, nämlich als das Bestreben danach, sich möglichst weit von den betrachteten Werten freizumachen, um möglichst viel über sie zu erfahren. Nur in diesem Sinne ist diese Untersuchung als eine wertfreie zu verstehen.

Welche Perspektive lässt sich einnehmen, wenn man die wertgeleitete Perspektive hinter sich lassen will? Kritik entsteht vornehmlich dort, wo man dem, was ist, gegenüberstellt, wie es anders sein könnte. Doch woher sind die Alternativen zu nehmen, die einer solchen Gegen-

---

[1] Vgl. Lightbody 2010, S. ix.

[2] Wenn die ursprüngliche Frage nach gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts hier derart pointiert wird, zeichnet sich bereits eine Zuspitzung der Forschungsfrage ab, die im Folgenden zu begründen sein wird, dass nämlich eine zentrale gesellschaftliche Funktion des Mathematikunterrichts darin besteht, in den Schülern eine gewisse Werthaltung gegenüber der Mathematik zu entwickeln.

[3] Gabriel 1997, S. 42

[4] Foucault 1990, S. 12

überstellung dienlich sein sollen? Am einfachsten findet man sie, indem man dem, was ist, gegenüberstellt, wie es an anderen Orten in Raum und Zeit ist oder war. Aus diesem und anderen Gründen, die im folgenden zu diskutieren sein werden, wählt wie Nietzsche auch Foucault einen Weg der Analyse, der sich der Historie bedient, jedoch nicht der Geschichtsschreibung zuliebe, sondern zuliebe einer Analyse gegenwärtiger Verhältnisse – eine Methode, für die Foucault den Begriff der *Genealogie* wählt.

1.3 Genealogie

Die Genealogie ist eine besondere Form der historischen Betrachtung von Werten, Ideen, Diskursen und Institutionen mit dem Ziel, ihre heutige Bedeutung zu erschließen.[1] Dabei stellt sich die Genealogie der traditionellen Geschichtsschreibung explizit entgegen und lehnt zum einen deren Hoffnung, die faktische Wahrheit der Vergangenheit zurückholen zu können, als auch die Motive der traditionellen Geschichtsschreibung ab. Foucault kritisiert die traditionelle Geschichtsschreibung für ihren Glauben, »am Anfang seien die Dinge vollkommen gewesen; sie seien strahlend aus den Händen des Schöpfers hervorgekommen und in das helle Licht des ersten Tages getreten«;[2] und die Geschichtsschreibung könnte sie nun durch eine Suche in der Vergangenheit wiederfinden und für unser heutiges Auge ausstellen. Die Genealogen werfen der traditionellen Geschichtsschreibung vor, dass ihrer Arbeit das latente Motiv zugrundeliege, unsere heutige Welt in der Vergangenheit zu erkennen, unsere heutige Kultur als eine Evolution durch die Zeitalter zu begreifen und uns selbst als Geschöpfe mit der Dignität altehrwürdiger Abstammung einzusetzen. In seiner Diskussion von Nietzsches Methode der Genealogie weist Foucault diese Vorstellung zurück:

> Warum lehnt der Genealoge Nietzsche es zumindest bei bestimmten Gelegenheiten ab, nach dem *Ursprung* [statt nach der *Herkunft*] zu suchen? Weil es bei solch einer Suche in erster Linie darum geht, das Wesen der Sache zu erfassen, ihre reinste Möglichkeit, ihre in sich gekehrte Identität, ihre unveränderliche, allem Äußerlichen, Zufälligen, Späteren vorausgehende Form. Wer solch einen Ursprung sucht, der will finden, »was bereits war«, das »Eigentliche« eines mit sich selbst übereinstimmenden Bildes; er hält alle Wechselfälle, Listen und Verkleidungen für bloße Zufälle und will alle Masken lüften, um die eigentliche Identität zu enthüllen. Aber was erfährt der Genealoge, wenn er aufmerksam auf die Geschichte hört statt der Metaphysik zu glauben? Dass es hinter den Dingen »etwas ganz anderes« gibt: nicht deren geheimes, zeitloses Wesen, sondern das Geheimnis, dass sie gar kein Wesen haben oder dass ihr Wesen Stück für Stück aus Figuren konstruiert wurde, die ihnen fremd waren.[3]

Die Genealogie lehnt also eine Geschichtsschreibung ab, die so tut, als ob sich die Vergangenheit rein objektiv, vom einzelnen Betrachter losgelöst verstehen ließe. Stattdessen verweist sie darauf, dass in der Vergangenheit gar keine erkennbaren Wahrheiten liegen, sondern nur fragmentierte Ereignisse, die der Geschichtsschreiber retrospektiv zu einer Erzählung zusammensetzt. Die Entscheidung des individuellen Geschichtsschreibers, welche Ereignisse wie in Beziehung zu setzen sind, bedürfen dabei notwendig hintergründiger Werte und Konzepte. Von daher ist Geschichtsschreibung nie objektiv, sondern immer das Projekt eines Einzelnen, wenngleich er seinem Denken in der Gesellschaft anderer Historiker zu weitläufiger Anerkennung verhelfen mag.

[1] Für umfangreiche Untersuchungen zur genealogischen Methode siehe Saar 2007 und Lightbody 2010.
[2] Foucault 2002a, § 2
[3] Foucault 2002a, § 2

Die Genealogie verfolgt darüber hinaus völlig andere Ziele als die Geschichtsschreibung: Sie blickt nicht in die Vergangenheit, um in ihr die Vorzeichen und Ahnen unserer heutigen Kultur zum ersten Mal aufleuchten zu sehen, sondern um unsere heutige Kultur ins grelle Licht ihrer chaotischen Herkunft zu stellen. Dabei schafft die Erforschung der Herkunft »keine sichere Grundlage; sie erschüttert, was man für unerschütterlich hielt; sie zerbricht, was man als eins empfand; sie erweist als heterogen, was mit sich übereinzustimmen schien«.[1] Historische Prozesse werden gerade nicht als geradlinige, aber immer vorwärtslaufende Umwandlungen verstanden, die höchstens noch vorläufig gestört oder zurückgeworfen werden können – nein, diesem Verständnis der Geschichte wird vielmehr misstraut, denn es droht die Geschichte zu missbrauchen zur Legitimation unserer scheinbar althergebrachten und in ihrer Historizität heiligen Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen. Letztere sind stattdessen dahingehend zu untersuchen, gegen welche Alternativen, in wessen Interesse und auf Grundlage welchen Denkens sie in den Kampf um Geltung gezogen sind und dort obsiegt haben. Die Frage nach den Alternativen, Interessen und Denkweisen ist nun aber gerade eine, die von der traditionellen Geschichtsschreibung kaum beantwortet werden kann und daher selbst an Hand grundlegender uns übermittelter Erfahrungen aufgedeckt werden muss:

> Als hätten die Worte ihren Sinn, die Begierden ihre Richtung, die Ideen ihre Logik stets unverändert bewahrt; als hätte es in dieser Welt aus Gesagtem und Gewolltem keine Invasionen, Kämpfe, Raubzüge, Verstellungen und Listen gegeben. Angesichts dieser Situation kann die Genealogie sich nur in Bescheidenheit üben; sie muss die Ereignisse in ihrer Einzigartigkeit und jenseits aller gleich bleibenden Finalität erfassen, sie dort aufsuchen, wo man sie am wenigsten erwartet, und in solchen Bereichen, die keinerlei Geschichte zu besitzen scheinen: Gefühle, Liebe, Gewissen, Triebe.[2]

Seine genealogischen Untersuchungen sieht Foucault nicht nur durch Nietzsche inspiriert. In einem frühen Aufsatz über den Schriftsteller Jean-Pierre Brisset zeigt Foucault bereits seine Zuneigung zu Brissets Schreibkunst:

> Um ein beliebiges, farbloses Wort seiner Sprache, wie man es im Wörterbuch findet, versammelt er durch grelle Alliterationen andere Wörter, die an alte, aus unvordenklichen Zeiten stammende Szenen des Begehrens, des Krieges, der Barbarei und der Zerstörung denken lassen [...]. Er gibt die Wörter jenem Lärm zurück, aus dem sie hervorgegangen sind, und setzt nochmals die Gesten, Angriffe, Gewalttaten in Szene, deren heute stilles Wappen sie gleichsam bilden.[3]

In der Tat ist es der erste Schritt der Genealogie, die Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen zurückzuwerfen ins Umfeld ihres Entstehens, als sie eben noch nicht selbstverständlich, sondern umkämpft waren. Durch dieses Vorgehen eignet sich die genealogische Methode,

- um Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen nicht *a priori* voraussetzen zu müssen, sondern sie uns durch die Kontrastierung mit historischen Alternativen zu entfremden und sichtbar zu machen,
- um aufzuzeigen, unter welchen gesellschaftlichen Umständen und gegen welche Widrigkeiten gegenwärtig selbstverständliche Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen kultiviert wurden,
- um unsere ›Komplizenschaft‹ mit diesen Werte, Ideen, Diskursen und Institutionen aufzulösen und sie dadurch einer Kritik zuzuführen, und
- um so schließlich das Aufeinander-Einwirken von Wissen, Macht und Mensch offenzulegen.

Dieser Untersuchung liegen all diese Interessen zu Grunde: Was das Mathematische und mathematische Bildung für unsere Gesellschaft so wertvoll macht, soll aufgedeckt werden, indem uns Mathematik und mathematische Bildung zunächst entfremdet und in einem Raum von

[1] Foucault 2002a, § 3
[2] Foucault 2002a, § 1
[3] Foucault 2002c, S. 27

Möglichkeiten positioniert werden, in welchen dann deutlich werden kann, dank welcher Eigenheiten sich Mathematik und mathematische Bildung gegen andere gesellschaftliche Möglichkeiten durchsetzten und wie jeder einzelne, der in unserer Kultur herangewachsen ist, mit dieser Rolle von Mathematik und Mathematikunterricht verwoben ist. Im Rahmen einer genealogischen Untersuchung wird dann zu fragen sein: *Wann, wo, in welcher Form, unter welchen Umständen, in wessen Interesse, wodurch ermöglicht, wodurch genötigt und gegen welche Alternativen haben sich Mathematik und Mathematikunterricht gesellschaftlich etablieren können; und was sagen uns diese Genealogien von Mathematik und Mathematikunterricht über ihre gesellschaftlichen Funktionen?*

Genealogien für Mathematik und Mathematikunterricht hervorzubringen, wäre jedoch ein Unterfangen, welches zahlreiche Bücher füllen könnte und von dieser Arbeit nicht erwartet werden kann. Diese Untersuchung kann daher nur insoweit genealogisch sein, wie sie sich auf exemplarische Ansätze genealogischer Untersuchungen einlässt. Dadurch mag die Erklärungsmacht der genealogischen Methode zwar nicht in vollem Umfang zur Anwendung kommen, doch immerhin wird so die genealogische Methode für diese Untersuchung gerettet. Und wie sich zeigen wird, reichen bereits diese exemplarischen Ansätze genealogischer Untersuchungen, um bezüglich der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts zu fruchtbaren Erklärungen zu gelangen. Die exemplarische Einengung konzentriert sich aus zwei Gründen weniger auf den Mathematikunterricht und mehr auf die Mathematik an sich. Zum einen wird die Mathematik als inhaltliche Grundlage des Mathematikunterrichts angesehen, so dass eine Genealogie der Mathematik auch Wesentliches zum Mathematikunterricht zu Tage fördert; zum anderen lassen sich zur Entstehungsgeschichte des Mathematikunterrichts bereits einige Untersuchungen aufführen, welche zwar nicht genealogisch, aber dennoch kritisch vorgehen und zumindest eine Diskussion der pädagogischen (wenn auch nicht inhaltlichen) Funktionen des Mathematikunterrichts zulassen.[1] Die Genealogie der Mathematik wird dann an Hand zweier philosophischer Stränge vorgenommen, welche mir für das Wesen der Mathematik charakteristisch zu sein scheinen: einerseits der Strang der Logik und andererseits der Strang des Rechnens, wobei beide nie ganz zu trennen sind.

Doch mit welcher Berechtigung und welcher Sicherheit kann dieses genealogische Verfahren zu Aussagen gelangen? Wenn die Genealogie eine kritische Geschichtsschreibung vorlegt, dann freilich nicht, um – wie die traditionelle Geschichtsschreibung vor ihr – wiederum eine andere Sicht auf unsere Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen zu legitimieren oder gar als ›wahrer‹ oder ›tatsächlicher‹ herauszustellen. Gleichwohl ist die Genealogie an der Geschichte interessiert, jedoch nicht an Geschichte in Form einer auf Wahrheit geprüften Erzählung, sondern im Form einer Wiedererweckung der Kämpfe, in denen sich unsere Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen ihren Platz in der Kultur erstritten. Sie dient letztlich nur als Werkzeug, um uns weitere, bisher fremde Sichtweisen auf gesellschaftliche Phänomene zu eröffnen. Inwiefern eine solche Geschichtsschreibung ›faktisch‹ ist, ist dann kaum noch die Frage, sondern eher, inwiefern sie neue Perspektiven inspiriert. Nicht an ihrer ›Richtigkeit‹ oder ›Wahrheit‹ ist die Genealogie also zu messen, sondern an den Früchten des Verstehens, welche sie mit sich bringt. Sie hilft bei der Erstellung neuer Theorien und kann sich daher nur in ihrer Anwendung bewähren.

Eines lässt sich über die Erkenntnis, zu der die Genealogie führt, dennoch sagen: Da sie sich kritisch von Wertungen distanziert, ja möglichst ›jenseits von gut und böse‹ stehen will, wird ihre Erkenntnis keine sein, die sich mit den üblichen Begriffen der Moral gegen ein bestimmtes Denken und Tun richtet, die sich etwa gegen die Ungerechtigkeit, die Willkür, das Lügen

[1] Vgl. Kapitel 3.

oder das Verschleiern stellt. Stattdessen unterwirft sie die untersuchten Werte, Ideen, Diskurse und Institu-tionen nur einer Wertung, nämlich der Frage nach ihrem Wert für das Verständnis unserer Welt, wobei alle Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen, die unser Verständnis zu vernebeln oder einzuengen drohen, der Genealogie verdächtig erscheinen müssen. Insofern ist die Genealogie in ihrem Willen zum Wissen radikal: Für die Erkenntnis opfert sie selbst die heiligsten Errungenschaften unseres Glaubens.

Inwieweit jeder Einzelne bereit ist, die Reichhaltigkeit der aufgezeigten historischen Alternativen zur Abgrenzung und Analyse unserer heutigen gesellschaftlichen Phänomene zu nutzen, ist dann keine Frage des Könnens, sondern eine Frage des Wollens und Einlassens. Saar bemerkt treffend:

> Der Bezug genealogischer Kritik auf das Subjekt ist eine Perspektive, die vom Selbst ausgeht und sich von dort her auf soziale Ordnungen in ihrer subjektprägenden Macht richtet. Damit beginnt sie, was den Verlauf des Vollzugs der Kritik angeht, beim Selbst. Nun ist eine Untersuchung der eigenen »Ursprünge« und »Genesen« in der Tat *eine Sache des Einzelnen* in dem Maße, in dem sich jeder Einzelne, der sie liest, der Konfrontation mit den genealogischen Hypothesen über sich selbst stellen muss, und sei es auch nur, um sie als unzutreffend oder überzogen abzutun, und es gibt nichts am genealogischen Text, was diese Möglichkeit ausschließen kann. Es liegt an den Lesenden, d.h. an den Einzelnen, ob ihnen ihre eigene Gewordenheit, sowie sie ihnen erzählt wird, zum Skandal wird.[1]

1.4 Idealtypen

Wenn sich die folgende Untersuchung den gesellschaftlichen Funktionen von Mathematik und Mathematikunterricht widmet, richtet sie ihren Blick auf Phänomene, die ihren Ausdruck in unserer Wirklichkeit finden und dort in ein Zusammenspiel mit Mensch und Umwelt treten. Insofern wäre es durchaus möglich, den gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts empirisch nachzuspüren. Einer solchen Herangehensweise möchte ich hier jedoch eine Absage erteilen. Auch bei einem empirischen Vorgehen wäre nämlich eine Methode zu finden, welche dazu in der Lage ist, althergebrachte Urteile zu hinterfragen und alternative Interpretationen zuzulassen. Eine solche kritische Empirie der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts bräuchte *a priori* Vorstell-ungen darüber, worin gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts bestehen und wie diese beobachtet und beschrieben werden können; sie bräuchte eine grundlegende Theorie, welche doch aber mit dieser Untersuchung erst vorgelegt werden soll. Insofern ist die Entscheidung gegen die Empirie und für die folgenden philosophischen Betrachtungen eine Entscheidung gegen eine aufwendige und unreflektierte Beobachtung der Welt und für ein überlegtes Sortieren, In-Beziehung-Setzen und Weiterdenken des bereits Gedachten.

Inwiefern kann man sich dem Mathematikunterricht aber überhaupt wissenschaftlich nähern, wenn auf Empirie weitgehend verzichtet werden soll? In dieser Frage spiegelt sich ein Problem, welches die Soziologie seit ihrer Geburtsstunde verfolgt. Max Weber, einer der Geburtshelfer der Soziologie, hatte das Problem früh erkannt und sein Umgang damit wurde für die Sozialwissenschaften wegweisend. Weber Ansatz besteht darin, den untersuchten Phänomenen theoretische Modelle, sogenannte *Idealtypen* nachzubilden:

> Dieses Gedankenbild vereinigt bestimmte Beziehungen und Vorgänge des historischen Lebens zu einem in sich widerspruchslosen Kosmos *gedachter* Zusammenhänge. Inhaltlich trägt diese Kon-

[1] Saar 2007, S. 335

> struktion den Charakter einer *Utopie* an sich, die durch *gedankliche* Steigerung bestimmter Elemente der Wirklichkeit gewonnen ist. Ihr Verhältnis zu den empirisch gegebenen Tatsachen des Lebens besteht lediglich darin, daß da, wo Zusammenhänge der in jener Konstruktion abstrakt dargestellten Art [...] in der Wirklichkeit als in irgend einem Grade wirksam *festgestellt* sind oder *vermutet* werden, wir uns die *Eigenart* dieses Zusammenhangs an einem *Idealtypus* pragmatisch *veranschaulichen* und verständlich machen können.[1]

Durch Idealtypen steht der Untersuchung ein explizit umrissener Gegenstand zur Verfügung. Inwiefern dieser Gegenstand dann noch irgendwelche Ähnlichkeit mit einem wirklichen Phänomen hat, bleibt eine empirische Frage. Diese behindert nun aber nicht mehr die theoretische Arbeit am Phänomen. Darüber hinaus kann sie der geneigte Leser – wenn auch keiner wissenschaftlichen Antwort – so doch einer subjektiven Antwort zuführen, indem er dem im Idealtyp gezeichneten Bild des Phänomens zustimmt, es ablehnt oder gezielt korrigiert.

Ein Idealtyp unterscheidet sich grundlegend von einer Definition. Während eine Definition nämlich Bedingungen festlegt, die ein Phänomen notwendig erfüllen muss, um einen gewissen Namen zu tragen, sind die Charakteristika eines Idealtyps für die Benennung nicht notwendig, sondern nur typisch. Ein Phänomen muss nicht dem Idealtypen gleichen, sondern kann in einigen Punkten von diesem abweichen, ohne sein Recht auf den gewissen Namen zu verlieren. Ein Idealtyp zeichnet sich aus

> durch einseitige *Steigerung eines* oder *einiger* Gesichtspunkte und durch Zusammenschluß einer Fülle von diffus und diskret, hier mehr, dort weniger, stellenweise gar nicht, vorhandenen *Einzel*erscheinungen, die sich jenen einseitig herausgehobenen Gesichtspunkten fügen, zu einem in sich einheitlichen *Gedanken*bilde.[2]

Der Nachteil dieser Begriffsbildung liegt freilich darin, dass der Begriff nicht derart trennscharf wird, dass für jedes Phänomen zweifelsfrei entschieden werden kann, ob es unter ihn fällt oder nicht, und inwieweit allgemeine Aussagen über den Begriff auch auf das jeweilige Phänomen zutreffen. Andererseits erlaubt diese Art von Begriffsbildung, eine Vielzahl unterschiedlicher und sich doch ähnlicher Phänomene auf einen Begriff zu bringen und einer Untersuchung zugänglich zu machen. Dies zahlt sich vor allem dann aus, wenn so schwer fassbare Konzepte wie Mathematik und Mathematikunterricht, ferner aber auch Moderne, Logik oder Rechnen untersucht werden sollen. Aus diesem Grund wird diese Untersuchung bei zentralen Begriffen immer wieder auf die Idee der Idealtypen zurückgreifen.

1.5 Bedingungen von Möglichkeiten

Eine gewisse Form, den Zusammenhang gesellschaftlicher Phänomene zu verstehen, wird in dieser Untersuchung immer wieder auftauchen und verdient daher eine vorausgehende Betrachtung. Oft ist es nicht fruchtbar, zwischen zusammenhängenden Phänomenen kausale Verhältnisse zu vermuten, dass also aus dem einen zwingend das andere folgt. Stattdessen erweist es sich als fruchtbar, Zusammenhänge so zu beschreiben, dass ein Phänomen ein Feld von Möglichkeiten für andere Phänomene eröffnet. So führt die Atomphysik nicht notwendig zur Entwicklung oder gar zum Einsatz von Nuklearwaffen und die Industrialisierung führt nicht notwendig zum industrialisierten Genozid wie im Holocaust; sowohl der Einsatz von Nuklearwaffen als auch der Holocaust sind jedoch nicht möglich ohne die vorangehende Entwicklung der Atomphysik und der Industrialisierung. Daher lassen sich die Atomphysik und

[1] Weber 1988a, S. 190
[2] Weber 1988a, S. 191

die Industrialisierung jeweils verstehen als eine *Bedingung der Möglichkeit* von Nuklearwaffen und Holocaust. Das eine Phänomen lässt sich dann als Bedingung der Möglichkeit eines anderen Phänomens verstehen, wenn das eine Formen des Tuns, Denkens und Fühlens bereitstellt, ohne die das andere nicht möglich wäre. Damit ist freilich nicht gesagt, dass das eine notwendig zum anderen führt, vielmehr bereitet das eine Phänomen Wege vor, ermöglicht, dirigiert, bietet sich an und macht das andere Phänomen möglich, attraktiv und wahrscheinlich.

Ein solches Verständnis der Zusammenhänge gesellschaftlicher Phänomene entfernt sich deutlich vom Konzept der Kausalität, insbesondere von der Sicherheit, welcher dem kausalen Verständnis der Zusammenhänge zugesprochen wird. Führt das eine notwendig zum anderen, so ist schnell ausgemacht, aus welchem Grund das andere ›ist‹ oder wer daran ›schuld‹ ist. Ist das eine jedoch nur eine Bedingung der Möglichkeit des anderen, so ist es schwer, Verantwortung auszumachen. Diese andere Natur der Bedingung von Möglichkeiten führt folglich auch zu moralischen Dilemmata: Inwiefern sind die Pioniere der Atomphysik verantwortlich für die Toten in Hiroshima und Nagasaki; inwieweit trägt die (deutsche) Industrie ›Schuld‹ am Holocaust?

Andererseits ist das Denken von Zusammenhängen als Bedingungen von Möglichkeiten für die vorliegende Untersuchung unumgänglich. Wo sich die Kom-plexität der gesellschaftlichen Beziehungen nicht auf Kausalzusammenhänge reduzieren lässt, weist dieses alternative Denken einen Ausweg. Und wenngleich die Zusammenhänge zwischen dem einen und dem anderen Phänomen nicht zwingend sind, verweist ihr Zusammenhang auf Charakteristika von beiden. Zusammenhänge als Bedingungen von Möglichkeiten zu verstehen, hat also durchaus Erkenntniswert.

Durch das genealogische Vorgehen kann in dieser Untersuchung besonders fruchtbar mit Bedingungen von Möglichkeiten umgegangen werden. Es stellt die Möglichkeiten nämlich nicht in einen rein hypothetischen, sondern in einen historischen Raum. Die Genealogie hilft also nicht nur dabei, Bedingungen von Möglichkeiten aufzudecken; sie verleiht diesen Zusammenhängen zugleich Legitimität, indem sie auf Ereignisse verweist, in denen die beschriebenen Möglichkeiten historisch realisiert wurden.

Kapitel 2 – Zentrale Topoi der Untersuchung

2.1 Moderne

Wenngleich ihre Wurzeln in der Geschichte der Menschheit weit zurückreichen mögen, sind Mathematik, Schule und Pädagogik – wie wir sie heute kennen – vornehmlich *moderne* Phänomene. Die *Neuzeit* bzw. *Moderne*[1] bezeichnet ein Zeitalter, welches schwer abzugrenzen und durch eine ganze Reihe von gesellschaftlichen Umwälzungen geprägt ist. In dieser Untersuchung sollen keine Theorien zum Wesen der Moderne diskutiert werden. Gleichwohl hilft es dem Verständnis der folgenden Abhandlung, wenn zumindest einige allgemein anerkannte Aspekte des Umbruchs zur Moderne erwähnt werden. Dazu gehören unter anderem

- die Ablösung einer religiös geprägten Weltanschauung durch eine wissenschaftliche, welche mit der Wiederentdeckung der antiken Philosophen in der *Renaissance* ab dem 15. Jahrhundert beginnt und sich mit der *Aufklärung* im 18. Jahrhundert fortsetzt;
- der stetige Umbruch von familiär organisierter Subsistenzwirtschaft zu einer arbeitsteiligen Erwerbswirtschaft, in dessen Folge der Tauschhandel durch Geldwirtschaft abgelöst wird und das Bürgertum als gesellschaftliche Schicht hervortritt;
- die Technologisierung der Arbeit, welche durch Verwissenschaftlichung und Arbeitsteilung begünstigt wird und ab dem 18. Jahrhundert in der Industrialisierung gipfelt;
- das politische Erstarken des Bürgertums, welche im Liberalismus, im Untergang der mittelalterlichen Monarchien und in der Gründung von Republiken ihren Ausdruck findet und
- die Entstehung des modernen Staatswesens, in dessen Zuge vormals nur privat oder höchstens lokal geregelte Aspekte des gesellschaftlichen Lebens wie Gesundheit, Bildung, Kriminalität und Produktion zentral und professionalisiert geregelt werden.

Diese Umbrüche verändern das Denken und Zusammenleben der Menschen nachhaltig. Der US-amerikanische Schriftsteller und Soziologe Alvin Toffler beschreibt 1980 sechs gesellschaftliche Metatrends, die für die Entwicklung in der Moderne typisch sind:[2]

- *Standardisierung* bezeichnet das Verlorengehen von Vielfalt und das Aufkommen von Gleichartigkeit. Dies betrifft zum einen die Gegenstände unserer Kultur, die durch Massenproduktion anstatt von Handarbeit und durch Regulierung immer gleichartiger werden, zum anderen aber auch die Menschen, die aus der kulturellen Eigenart ihres Dorfes oder ihrer Großfamilie heraustreten müssen, um jene aufkommenden Verhaltensstandards (z. B. Disziplin) zu erfüllen, welche dem öffentlichen Leben in der Stadt (etwa in der Fabrik oder im Heer) zugrundeliegen.
- Die zunehmende Arbeitsteilung und das Abgeben spezieller Aufgaben an dafür ausgewiesene Experten führen zu einer *Spezialisierung* der Arbeit. Hatte der vormoderne Mensch – prototypisch sei hier auf den selbstversorgenden Bauern verwiesen – noch weitgehend alle Aufgaben seines Lebens selbst bewältigt, wird es für den modernen Menschen zur Norma-

[1] Der Begriff der Moderne wird in der Geistesgeschichte verwendet, um einen geistigen Umbruch zu bezeichnet, der mit der Renaissance im 15. Jahrhundert einsetzt. Dementgegen kommt der Begriff jedoch auch politischen und ökonomischen Umwälzungen (liberale Revolutionen, Nationalismus, Industrialisierung) zu, welche erst ab dem 18. Jahrhundert einsetzen, weshalb in einigen Diskursen Moderne (ab dem 18. Jahrhundert) und Neuzeit (ab dem 15. Jahrhundert) unterschieden werden. In dieser Untersuchung soll diese Unterscheidung nicht bemüht werden; Moderne und Neuzeit werden stattdessen synonym verwendet.

[2] Toffler 1980, S. 58-73

lität, sogenannte Berufe zu ergreifen, sich für sie und in ihnen zu spezialisieren und zugleich viele Aufgaben seines Lebens an entsprechende Spezialisten zu übergeben.

- Die verstärkte Zusammenarbeit von Menschen sowie die effiziente Nutzung von Produktionsmitteln verlangt alsbald eine *Synchronisierung* des Lebens. Ein neuer Begriff der Zeit fordert beispielsweise allerorts die Pünktlichkeit des Menschen, ob nun beim Antritt der Arbeit oder bei der Nutzung eines öffentlichen Verkehrsmittels.
- Die modernen Formen der Zusammenarbeit führen zu einer *Konzentration* von Menschen und Gütern in Fabriken, Kasernen, Schulen, Mietsquartieren und Städten.
- Die Umstellung von Subsistenz- auf Erwerbswirtschaft führt die *Maximierung* als Leitbild erfolgreichen Wirtschaftens ein. Das Wissen, die Produktionsmenge und der Gewinn sollen auf ein Höchstmaß gesteigert werden.
- Da Staaten zum einen als wirtschaftliche Akteure auftreten und selbst eine Maximierung der volkswirtschaftlichen Leistung anstreben, zugleich aber mit den sozialen Herausforderungen der Konzentration, Synchronisierung, Spezialisierung und Standardisierung zu kämpfen haben, übt der moderne Staat immer mehr Gestaltungsmacht aus, welche ins tägliche Leben seiner Untertanen eingreift. Infolgedessen kommt es zu einer *Zentralisierung* vormals privater oder lokaler Angelegenheiten in der Institution des Staates.

All diese gesellschaftlichen Umwälzungen zeigen Auswirkungen auf zahlreiche Teile der Gesellschaft. Sie verändern jedoch nicht nur das Antlitz der bestehenden Gesellschaft, sondern tragen dazu bei, die Gesellschaft substantiell zu verändern, indem sie etwa mit der Entstehung neuer Institutionen (wie der Schule, des Heers oder des Krankenhauses) und neuer Wertvorstellungen (etwa zu Arbeit und Sexualität) einhergehen. Der Umbruch zur Moderne ist somit untrennbar verbunden mit der Entstehung von Schule, Mathematikunterricht und moderner Mathematik. So lässt sich etwa die Schule verstehen als staatlich zentralisierte und professionell spezialisierte Institution zur konzentrierten, synchronisierten und maximierungsbestrebten Standardisierung menschlichen Denkens und Tuns.

2.2 Pädagogik und Schule

Im Zuge des Umbruchs zur Moderne entwickelt sich die Schule als Lehranstalt für Heranwachsende und die Pädagogik als Philosophie des Erziehens und Unterrichtens. Diese Entwicklung tritt nicht sofort ein: In der Zeit der frühen Industrialisierung sind Kinderarbeit üblich und Schulen noch rar. Allmählich ergeben sich aber drei gesellschaftliche Nöte, für die Schule und Erziehung einen Ausweg zu weisen scheinen:

- Als im Zuge der Technisierung der Arbeit Kinder körperlich wie geistig nicht mehr als Arbeitskräfte geeignet waren, musste zumindest für die Kinder der wachsenden Arbeiterschicht eine Beschäftigung und Beaufsichtigung organisiert werden.
- Alsbald schienen aber auch die geistigen Voraussetzungen der erwachsenen Arbeiter der Technisierung und Konzentrierung der Arbeit nicht mehr gewachsen, so dass die Hoffnung aufkam, dass man zumindest die nachwachsende Generation auf die neuen Formen der Arbeit vorbereiten könne: »If young people could be prefitted to the industrial system, it would vastly ease the problems of industrial discipline later on«.[1]

[1] Toffler 1990, S. 29

- Allmählich begann man zu hoffen, dass die organisierte Erziehung eine Vielzahl der Probleme, die durch den Umbruch zur Moderne aufgekommen waren, lösen könne. So schreibt der Bildungshistoriker Heinz-Elmar Tenorth:

  > Philosophen wie Politiker, Pädagogen wie politisch interessierte Bürger sind von der Überzeugung durchdrungen, daß vor allem Erziehung und Ausbildung, die Veränderung der Institutionen – von der Familie bis zu den Universitäten – und die pädagogische Konstruktion von Mentalitäten, Wertvorstellungen und Lebensperspektiven geeignet sein könnten, die als große Krise wahrgenommene gesellschaftliche Umwälzung [...] zu bewältigen.[1]

Mit der Unterstützung der Philosophen der Aufklärung konnte sich gerade der letzte der drei Umstände aufbauen zu einer Begründungsideologie, die die Existenz von Schule und Pädagogik rechtfertigt. Wenngleich der Bedeutungshorizont von *Bildung* im stetigen Wandel begriffen ist, wird Bildung doch das Schlagwort eines Bündnisses von Aufklärung und weiten Teilen der Pädagogik mit dem Ziel, die Krise der Kultur zu bewältigen, indem sie den Heranwachsenden als idealen Menschen der Moderne erziehen. Weniger die Beschäftigung der Kinder oder ihre Disziplinierung nahm sich die Pädagogik zum großen Ziel, sondern »daß den Übeln der Gesellschaft durch Erziehung abzuhelfen sei, das werden die Pädagogen immer neu sagen«.[2] Siegfried Bernfeld, Psychoanalytiker und Marxist mit prägendem Einfluss auf die Kritische Pädagogik der 60er Jahre, bemerkte:

> Die großen Pädagogiker dieses Typs [...] empfinden gegenüber dem Kind: Rührung, Liebe, Mitleid, Hoffnung, Abscheu, Entsetzen. Und dies ihr Gefühl, ihre persönliche Reaktion auf das Sein, ist ihnen das Problem, ist ihnen Angelpunkt ihrer Lehre, ist ihr Beobachtungsinstrument. Sie sehen nicht das Kind, wie es ist, sondern im Grund nur das Kind *und* sich selbst, eins aufs andere bezogen. Und wenn sie selbst von sich ab-strahieren könnten, es interessierte sie gar nicht, wie das Kind an und für sich ist, sondern einzig, wie man aus ihm etwas anderes bilden könnte. Das Kind ist Mittel zum theologischen, ethischen, sozialutopischen Zweck.[3]

Katharina Rutschky, die durch eine Zusammenstellung und Kritik historischer pädagogischer Texte Bekanntheit erlangte, weist darauf hin, dass die Pädagogik dazu tendiert, zum Zwecke der Höherbildung einen totalen Zugriff auf die Heranwachsenden zu beanspruchen:

> So heißt Verwissenschaftlichung der Erziehung auch Einlösung eines Totalitätsanspruchs, den bereits Rousseau in seinem Erziehungsroman ›Emile‹ angemeldet hatte. Dort ist das Kind schon völlig Artefakt eines Erziehers – in dessen Position Rousseau sich selber phantasiert –, der unter Laboratoriumsbedingungen arbeitet. Das Kind hat keine Eltern, keine Geschwister, ist überhaupt keinen Einflüssen ausgesetzt, die nicht kalkuliert sind oder vom Erzieher kontrolliert werden können.[4]

In dieser Ideologie hing der »Fortschritt« und die »Höherbildung« der Menschheit – wie Immanuel Kant es ausdrückte –[5] vornehmlich von den Heranwachsenden und Pädagogen ab. Zur Rechtfertigung ihres gesellschaftlichen Status folgen Pädagogen seither immer wieder der Erzählung, dass mit der Bildung der Heranwachsenden sowohl dem Einzelnen als auch der Gesellschaft gedient sei. Pädagogische Motive, die diesem aufklärerischen Narrativ zuwiderlaufen, wie etwa die Disziplinierung oder bloße Beschäftigung der Heranwachsenden, verschwinden hingegen allmählich aus dem bildungstheoretischen Diskurs, wie die Zusammenstellung historischer pädagogischer Texte von Rutschky eindrucksvoll belegt.[6] Durch diese Hintergrundideologie hat die Pädagogik schon früh eine Dimension ihrer Selbstkritik unmög-

[1] Tenorth 1988, S. 85
[2] Tenorth 1988, S. 214; zur Erziehung zum ›Neuen Menschen‹ in der reformpädagogisch dominierten Pädagogik des ausgehenden 19. und frühen 20. Jahrhunderts vgl. Oelkers 2003, S. 7-17.
[3] Bernfeld 1925, S. 36f.
[4] Rutschky 1997, S. XXIX
[5] zit. in Tenorth 1988, S. 25
[6] Vgl. auch Oelkers 2003, S. 21-24.

lich gemacht, so dass wissenschaftliche Kritik an den Grundsätzen der Pädagogik seit jeher vornehmlich aus der Psychologie, Soziologie und Philosophie geäußert wird. So muss es dann wohl auch das psychoanalytisch und marxistisch geprägte *enfant terrible* der Pädagogik Bernfeld sein, welcher der Kritik an der Inbesitznahme des Kindes einen weiteren Einwand voranstellt, nämlich die Realisierbarkeit des pädagogischen Projekts selbst hinterfragt:

> Nicht das ist also der Vorwurf, daß die Pädagogiker große und edle Ziele haben, sondern daß sie die Erziehung – ungeprüft – zur Vollstreckerin dieser Ziele machen. Daß sie nicht fragen: Ist dies ewige Menschideal erreichbar? Uns erreichbar? Durch Erzieh-ung erreichbar?[1]

Diese Frage verweist bereits auf die von Bernfeld diskutierten *Grenzen der Erziehung* (1925), die zu überwinden einer ›Sisyphusarbeit‹ gleiche. Aller verschwiegenen Nebenfunktionen von Schule und aller Grenzen des Möglichen zum Trotz soll der Lehrer die Heranwachsenden zu jenen Menschen höherbilden, welche die Lehrer und Eltern nicht sein können oder wollen. Dass Pädagogen angesichts dieser schier aussichtslosen Aufgabe dazu neigen, ihre eigene Arbeit zu verklären und ihre ganz eigene Sicht auf den pädagogischen Prozess zu entwickeln, scheint ein zentraler Wesenszug der Pädagogik zu sein:

> Angesichts der faktischen Unmöglichkeit, mehr zu tun, als zu unterrichten – und dies scheint ihm zu wenig, wir sprechen ja von den Hochmütigen –, hat er [der Lehrer] die Wege frei: sich zu täuschen (wie leicht ist das! weiß der Lehrer doch nicht, was die Kinder außer seinen Stunden denken) und zu glauben, er verwandle ihre Charaktere im Sinne seines erhabenen Erziehungszieles; oder sich zu sorgen, sich zu verachten, herabzusetzen, zu verärgern und zu verbittern im Laufe der Jahre; oder auf die höheren Aufgaben zu verzichten und sich zu bescheiden, ein Unterrichter zu sein.[2]

Der sozialutopische Idealismus, mit dem die Pädagogik ihre gesellschaftliche Berechtigung erkauft, gebiert daher die Gefahr des Scheiterns der eigenen Ansprüche und der Mythologisierung der eigenen Arbeit.

Die Pädagogisierung der Gesellschaft führt jedoch nicht nur zur Herausbildung des Berufsstands der Pädagogen mit ihrer ganz eigenen Berufsideologie, sondern veränderte das Heranwachsen in der modernen Gesellschaft nachhaltig. Waren die Heranwachsenden in der vormodernen Gesellschaft noch voll in das Schaffen der Älteren eingebunden, indem sie etwa so früh wie möglich auf dem Feld oder in der Werkstatt aushalfen, so eröffnete die Gesellschaft ihnen nun einen völlig neuen Raum, die sogenannte *Kindheit*.[3] Es wäre jedoch romantisch verklärt anzunehmen, dass dieser Raum eingerichtet wurde, damit die Heranwachsenden ›ihre Kindheit genießen‹ können. Stattdessen ging die Idee der Kindheit seit jeher einher mit der Entmündigung der Kinder und ihrer Zuführung zur Bildung. Die Hierarchie der Gebildeten wertete Kinder ab zu Menschen zweiter Klasse, welche noch keinen Beitrag zur Gesellschaft leisten können, noch zu lernen haben, und dies am besten in der Schule können. Als Beispiel nehme man den Hinweis des vielgeschätzten Schweizer Pädagogen Johann Heinrich Pestalozzi: »um die Kinder zur Vernunft und auf die Bahn einer selbständigen Denkkraft zu bringen, muß man so viel wie möglich verhüten, daß sie ihr Maul nicht in den Tag hinein brauchen, und sich nicht angewöhnen, sich über Dinge zu prononcieren, die sie nur oberflächlich kennen«.[4] Die Entmündigung der Heranwachsenden wirkt vor dem Hintergrund einer aufklärerischen Erziehung zunächst paradox, ergibt vor dem Hintergrund der von der Pädagogik angestrebten Höherbildung des Menschen aber durchaus Sinn: Der Heranwachsende ist zunächst weder disziplinierter noch gebildeter als sein erwachsener Zeitgenosse; er scheint aber noch am ehesten ›prägbar‹ im Sinne einer Höherbildung zum Wohle der Gesellschaft. Mögen die

[1] Bernfeld 1925, S. 39f.
[2] Bernfeld 1925, S. 22
[3] Zur ›Erfindung der Kindheit‹ siehe Weber-Kellermann 1979.
[4] Pestalozzi 1801, S. 206

Pädagogen darüber zerstritten sein, worin die Höherbildung des Menschen bestehe,[1] so sind sie sich doch in einem Punkte einig: dass nämlich das neuentdeckte Kind das ideale und legitime Objekt jeder pädagogisch-visionären Intervention sei.

Neben den Folgen für Schüler und Lehrer hat die vorherrschende Geisteshaltung der Pädagogik auch politische Auswirkungen. Durch die Demokratisierung des bürgerlichen Bildungsbegriffs gelingt es dem aufstrebenden Bürgertum, seinen Gründungsmythos zu vergesellschaften. Das Bürgertum beansprucht nämlich für sich, dass der soziale Status nicht wie in der Adelsgesellschaft des Mittelalters und der frühen Moderne von der Abstammung abhängen solle, sondern von der Leistung des Einzelnen. Benotung, Schulempfehlungen und Zeugnisse zeugen davon, wie die Höherbildung der Heranwachsenden letztlich in der Einschätzung ihrer Leistung mündet.[2] Schule wird damit zu einer Schlüsselinstitution bei der Verteilung von sozialem Status und liegt – in Gestalt der Lehrer – fest in der Hand des Bildungsbürgertums. Damit kann das Bürgertum nicht nur die Idee der Leistung als Voraussetzung für sozialen Status installieren, sondern zugleich kontrollieren, was als Leistung zählt und was nicht. Diese Kontrolle über das Bildungssystem ermöglicht dem Bürgertum nicht nur die Zuteilung von Lebenschancen nach Leistung, sondern ebenso die Vergesellschaftung bürgerlicher Ideale – ein Prozess, den Bernfeld wie folgt pointiert:

> die Kinder müssen die bürgerliche Klasse lieben lernen. Und dieser Unterricht muß so nachdrücklich, so sicheren Erfolgs sein, daß ein ganzes Leben, in Not und Sklaverei verbracht, nicht hinreicht, diese Liebe zu verlöschen. Was in Wahrheit gewaltsam erzwungene Ausbeutung ist, wir wissen es, soll ihnen als freiwillig dargebrachtes Opfer der Liebe erscheinen. Sie sollen Mehrwert leisten, aber sie sollen es gern tun, aus innerem Liebeszwang, so wie der Liebhaber seiner Geliebten, der Gläubige seinem Gott opfert.[3]

In ebendieser Parteilichkeit des Bildungssystems liegt eine Kritik begründet, welche spätestens in den 60er Jahren ausbricht. Nach dem zweiten Weltkrieg etablieren sich soziologische und erziehungswissenschaftliche Sichtweisen, die dem modernen Projekt von Aufklärung, Bildung und Schule zunehmend skeptisch gegenüberstehen. Richtungsweisend ist der Aufsatz *Schule als soziale Dirigierungsstelle* (1956) des Soziologen Helmut Schelsky.[4] Darin kommt vertrat Schelsky zum Schluss, dass die Schule entgegen ihres Anspruchs, »soziale Stellung nach Leistung« zuzuweisen, durch die Mechanismen ihres gesellschaftlichen Wirkens die Bildungsansprüche des Bürgertums stärker bediene als jene der Arbeiterschicht, die gesellschaftlichen Machtverhältnisse also im Sinne des Bürgertums reproduziere.[5] Schelskys These ist ein frühes Beispiel für eine soziologische Kritik der Schule – eine Kritik, die bereit ist, die Ansprüche der Schule zu hinterfragen und Mechanismen des tatsächlichen Wirkens von Schule zu untersuchen. Dass die Schule dabei sogar bei einem konservativen Theoretiker wie Schelsky als Institution zur Reproduktion des gesellschaftlichen Prestiges des Bürgertums in die Kritik gerät, ist wohl ein Ausdruck der marxistisch motivierten Auseinandersetzungen seiner Zeit.

Auch die französischen Soziologen Jean-Claude Passeron und Pierre Bourdieu kritisieren die *Illusion der Chancengleichheit* (1964) des modernen Bildungswesens. Der auf dem aufklärerischen Bildungsmythos aufbauende Machtanspruch des Bürgertums steht im Zentrum der Untersuchung. Dabei richten Passeron & Bourdieu ihr Augenmerk auch auf Schüler aus sozial

---

[1] Vgl. Oelkers 2003, S. 14-17.

[2] Zum Zusammenhang von Bürgertum und Bildung siehe Tenorth 1988, S. 238.

[3] Bernfeld 1925, S. 97f.

[4] Siehe auch Schelsky 1959.

[5] Schelsky 1956, S. 284. Auch heute legen Studien nahe, dass der soziale Hintergrund der Eltern eines Schülers trotz gleicher Leistung entscheidenden Einfluss auf seine Bewertung in der Schule hat (vgl. Maaz et al. 2011).

benachteiligten Elternhäusern, etwa auf Arbeiter- und Migrantenkinder. Schnell wird deutlich, dass Bildung, wie sie die Pädagogik und die Lehrer verstehen, auf Grund ihrer sozialen Vorprägung vornehmlich den Kindern des Bürgertums zugänglich ist, während die Denk- und Handlungsweisen von Arbeiterkindern, welche im Alltag dieser Bevölkerungsschicht durchaus erfolgreich sein mögen, in der Schule systematisch zurückgewiesen und entwertet werden. Bildung steht daher im wohlbegründeten Verdacht, nicht nur ein sehr einseitiges, nämlich bürgerliches Verständnis menschlicher Höherbildung zu sein, sondern eben doch nicht nur individuell durch Leistung erworben, sondern von den (bürgerlichen) Eltern an ihre Kinder ›vererbt‹ zu werden.

Dass dieses Paradigma das Fundament für eine ganze Forschungsrichtung legen konnte, zeigte die anschließende erziehungswissenschaftliche Debatte um das *hidden curriculum.* Jürgen Zinnecker brachte die anglophon dominierte Diskuss-ion in den 70er Jahren nach Deutschland. Sein Sammelwerk *Der heimliche Lehrplan* (1975) vereint Aufsätze zur »Einübung in die bürokratische Gesellschaft«, zum »Lernziel Entfremdung« und zur Schulwirklichkeit vor allem US-amerikanischer Mittelschulen. In seinem Nachwort fordert Zinnecker Forschungsansätze, die den Geheimnissen des *hidden curriculum* auf die Schliche kommen sollen, unter anderem die »List statistischer Vernunft«, welche »Aufklärung durch den empirischen Vergleich von Unterrichtsvariablen« bringen soll und die Untersuchung der Schule als »totale Institution«.[1] Doch wenngleich damit sozialkritisch relevante Problemfelder angesprochen werden, bleibt die Diskussion um das *hidden curriculum* dem marxistischen Denken verfangen. Immer wieder scheint die Arbeiterschicht gegen das Bürgertum ausgespielt zu werden. So führe die Untersuchung des *hidden curriculum* die »zynische Anthropologie der bürgerlichen Gesellschaft« weiter und sei angefacht durch »die sozialistische Kampfstellung gegen die bürgerliche Gesellschaft«.[2]

Sozialkritische Untersuchungen zum Prestige des Bürgertums sind zwar wichtig; doch die marxistische Brille verkleinert den Horizont dessen, was gefragt werden kann. Schließlich ist die marxistische Theorie keine postmoderne, sondern eine typisch moderne, also den Glaubensgrundsätzen der Moderne noch verfangen. Bedenkt man, dass allgemeinbildende Schulen auch in den vorgeblich sozialistischen Staaten existierten, also keine Institutionen der westlichen Bourgeoisie, sondern Institutionen der Neuzeit allgemein sind, dann ist nicht nur fraglich, welche Staatsideologie durch die Schule vertreten wird, sondern auch inwiefern sie den Geist der modernen Welt atmet. In diesem Sinne entwickelt sich in den 70er Jahren eine soziologische Schultheorie um Helmut Fend, welche die Schule als Sozialisierungsinstitution versteht, eine »funktionale Analyse des Bildungssystems« anstrebt und den gesellschaftlichen Nutzen der Schule darin sieht, dass sie die »Reproduktion der Gesellschaft« und den »Aufbau der Persönlichkeit« aufeinander abstimmt – ganz gleich welcher politischen Ideologie der jeweilige Staat verpflichtet sein mag.[3] Als *Qualifikationsfunktion* der Schule identifiziert Fend die Funktion, Lernende zur Bewältigung benennbarer Herausforderungen zu befähigen.[4] Daneben steht nun die *Integrations- und Legitimationsfunktion* der Schule, welche darauf abzielt, den Heranwachsenden für die moderne Gesellschaft gemeinschaftsfähig zu erziehen.[5] Fend bezieht sich unter anderem auf den US-amerikanischen Soziologen Robert Dreeben:

> Ich vertrete die Auffassung, daß die schulische Ausbildung einen außerhalb der Familie stattfindenden Entwicklungsprozeß darstellt, in welchem große Menschenmassen gewisse psychische Fähig-

[1] Zinnecker 1975, S. 178, 180
[2] Zinnecker 1975, S. 185, 192
[3] Fend 1974, S. 196, 11
[4] Fend 1974, S. 68ff.
[5] Fend 1974, S. 173ff.

> keiten erwerben, die sie befähigen, an den wichtigen institutionellen Bereichen der Gesellschaft zu partizipieren, die konstituierenden sozialen Positionen dieser Bereiche einzunehmen, die Anforderungen zu erfüllen und die Möglichkeiten zu nutzen, die diese Positionen typischerweise bieten.[1]

Dass die Schule schließlich durch verschiedene Mechanismen Schüler nach Befähigung differenziert sowie Chancen und gesellschaftliche Positionen zuweist, nennt Fend *Selektions- und Allokationsfunktion* der Schule.[2] Die soziologische Schultheorie befragt die Schule also nicht mehr nur danach, wer welche Qualifikation erwirbt, sondern auch danach, wer zu welcher Form der Existenz erzogen wird und nach welchen Kriterien und mit welchen Mechanismen Schüler schließlich bewertet und in der Gesellschaft positioniert werden. Sie ist für eine sozialkritische Mathematikdidaktik interessant, da sie sich aus dem Dunstkreis des Marxismus löst und allgemeinere Fragen stellen kann. Damit legen Soziologie und Erziehungswissenschaft den Grundstein für Untersuchungen, die sich mit dem gesellschaftlichen Wirken der Schule jenseits ihrer Qualifikationsanforderungen befassen. Davon kann eine sozialkritische Mathematikdidaktik nicht unberührt bleiben.

Eine Einteilung der Funktionen von Schule, wie sie die Soziologie hier vorlegt, macht deutlich, dass der Zweck von Schule nicht allein auf Qualifikation, also darauf, dass der Schüler etwas benennbar Brauchbares lernt, zurückgeführt werden kann. Stattdessen stellen sich für eine Soziologie der Schule nun zentrale Fragen, die zur Qualifikationsfunktion kritisch stehen: *Welchen Raum nimmt Qualifikation in der Schule überhaupt ein, insbesondere im Vergleich zu Integration, Legitimation, Selektion und Allokation? Inwieweit vermittelt Schule tatsächlich im späteren Leben brauchbare und wichtige Kenntnisse und Fähigkeiten und inwieweit dient sie eher dazu, den Menschen für seine angedachte Rolle in der Gesellschaft fügsam zu machen und ihn dieser zuzuweisen?* Gerade die letzte Teilfrage deutet darauf hin, dass eine Soziologie der Schule dem pädagogischen Ideal der aufklärenden und mündigmachenden Bildung grundsätzlich misstraut und Schule stattdessen als gesellschaftlichen Apparat versteht. Dreeben meint, dass eine

> Antwort auf die Frage: ›Was wird in der Schule gelernt?‹ viele Dinge aufzählen muß, darunter die traditionell anerkannten Kenntnisse und Fähigkeiten, daneben aber auch Normen oder Verhaltensprinzipien. Es ist wahr, daß auch andere soziale Agenturen ein Klima bieten können, das zur Aneignung von Normen geeignet ist, aber keine andere Agentur mit Rechtsgewalt über Kinder zwischen 6 bis 18 Jahren produziert dieselben Normen wie die Schule und scheint dafür auch so gut geeignet wie diese […].[3]

Für die folgende Untersuchung der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts wird also von zentraler Bedeutung sein,

- dass Pädagogik und Schule ursprünglich die Beschäftigung, Disziplinierung und sozialutopische Höherbildung Heranwachsender bezwecken;
- dass Letzteres nicht nach seiner Möglichkeit befragt wird und dennoch zur Legitimation von Pädagogik und Schule herangezogen wird;
- dass die Soziologie ähnliche Funktionen von Schule aufzählt, nämlich die Qualifikation, Integration, Auswahl und Zuweisung von Schülern sowie die Legitimation der bestehenden gesellschaftlichen Verhältnisse;
- dass Pädagogik seit jeher zur Entmündigung des Schülers und zu seiner Umerziehung hin zu einem utopischen Ideal neigt und
- dass dieses Ideal ein bürgerliches ist: dass Kinder aus dem Bürgertum durch ihre familiäre Sozialisation bevorteilt werden, dass sich sozialer Status innerhalb des Bürgertums durch

[1] Dreeben 1968, S. 89
[2] Fend 1974, S. 101ff.
[3] Dreeben 1968, S. 57

Schule tendenziell vererbt, und dass bürgerliche Wertvorstellungen in der Schule ›vergesellschaftet‹ werden.

2.3 Mathematikunterricht und -didaktik

Die vorliegende Untersuchung will den Mathematikunterricht als gesellschaftliches Phänomen wahrnehmen und nicht als Produkt mathematikdidaktischer Theoriebildung, als Zielscheibe pädagogischer Ideologiebildung oder gar als vorgeblichen Nutznießer dieser Untersuchung. Sie versucht sich also möglichst weit zu distanzieren vom dem, was Mathematikdidaktiker im Mathematikunterricht sehen oder sehen wollen, und von der Absicht, Mathematikunterricht zu ›verbessern‹. Zu ihrem Untersuchungsgegenstand gehören nicht nur der gegenwärtige Mathematikunterricht, sondern auch die Theorien und Ideale, die der Wahrnehmung, Bewertung und Beeinflussung von Mathematikunterricht zugrundeliegen. In gerade diesem Sinne werden in diesem Unterkapitel mathematikdidaktische Beiträge zum Mathematikunterricht rezipiert: nicht, um ein möglichst umfassendes Bild der aktuellen Forschungslandschaft zu malen, sondern um exemplarisch darzustellen, wie die Mathematikdidaktik in der Regel auf den Mathematikunterricht blickt.

Im Fokus dieser Untersuchung steht vornehmlich der Mathematikunterricht an deutschen Sekundarschulen. Wenn im Folgenden vom ›Mathematikunterricht‹ die Rede ist, ist diese Einschränkung also mitzudenken, wenngleich viele der hier diskutierten Aspekte von Mathematikunterricht auch in anderen Schulstufen und Ländern eine nicht weniger wichtige Rolle spielen mögen.

Mathematikunterricht begrifflich zu fassen wird dadurch erschwert, dass der Mathematikunterricht einem ständigen Wandel unterliegt, der sich zum einen durch den gesellschaftlichen Wandel selbst erklären lässt, zum anderen aber auch durch verstärkte mathematikdidaktische Interventionen. So wäre es abwegig zu behaupten, dass die durch die neuen Lehrpläne verlangte Kompetenzorientierung, die durch Vergleichsuntersuchungen induzierte Testorientierung oder die verstärkte Einbeziehung von offenen Aufgaben und Modellierungsaufgaben keine Veränderungen in der Praxis des Mathematikunterrichts hervorrufen würden, wenngleich einige Schulen und Lehrer mehr mit dem Zeitgeist schwimmen mögen als andere.

Mathematikunterricht scheint jedoch einen beharrlichen Kern zu haben, welcher sich mathematikdidaktisch oder bildungspolitisch verantworteten Veränderungen hartnäckig widersetzt. Von ›positiven‹ Veränderungen des Mathematikunterrichts wäre zu erwarten, dass sie von den involvierten Lehrern dankbar angenommen, zügig umgesetzt und weiterverbreitet werden. Tatsächlich lässt sich aber weder aktuell, noch historisch, eine grundlegende mathematikdidaktische Intervention ausmachen, welche eine solche Eigendynamik entwickelt hätte. Dabei gab es dafür (aus der Sicht der Didaktiker) durchaus Kandidaten, etwa

- die Hinwendung zum *funktionalen Denken* im Zuge der Meraner Reform in den 20er Jahren des 20. Jahrhunderts,[1]
- die *Strukturorientierung* zu Zeiten der *Neuen Mathematik* der späten 60er und frühen 70er Jahre,[2]
- die anschließende Rückkehr zur *Anwendungsorientierung*,[3]

[1] Siehe Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte 1905; zum Scheitern der Reform siehe Krüger 2000b.
[2] Siehe Griesel & Epping 1978 oder Lenné 1969, S. 77-108.
[3] Siehe Kaiser 1995.

- die Pädagogik der *Genetischen Methode* der 70er Jahre[1] oder
- die Orientierung auf den Schüler im *Entdeckenden Lernen* der 80er Jahre.[2]

In allen Fällen wurden die Programme nicht flächendeckend angenommen oder nur in dem Maße, in dem sie im Sinne des traditionellen Mathematikunterrichts angepasst werden konnten. Dies geschah beispielsweise mit der Idee des funktionalen Denkens, welche im Zuge der schulischen Umsetzung auf ein Rechnen mit Funktionen reduziert wurde und von der Differenzialrechnung kaum mehr als die Kurvendiskussion übrigließ;[3] aber auch mit der Rückkehr zur Anwendungsorientierung, welche mit der weitreichenden Forderung nach einer praktischen Nützlichkeit der Schulmathematik begann,[4] heute aber selbst offensichtlich realitätsferne Einkleidungen sowie Aufgaben mit vorweggenommener Mathematisierung als Modellierungsaufgabe ansieht und Lösungswege durch »Lösungspläne« technisiert.[5]

Wie an beiden Beispielen bereits deutlich wird, ist die ›Algorithmisierung‹ des Denkens, d. h. die Einübung und wiederholte Anwendung möglichst kleinschrittiger, bereits bekannter Verfahren zur Lösung von Aufgaben, ein beharrliches Charakteristikum des Mathematikunterrichts. Die Reduktion der intellektuellen Reichhaltigkeit der Mathematik auf intellektuell kaum fordernde Rechenaufgaben und Standardverfahren wird von der Mathematikdidaktik seit langem als Problem betrachtet.[6] Insbesondere bezüglich der Klassenarbeiten, also eines der zentralen Instrumente zur Leistungsbewertung im Mathematikunterricht, wird über die Dominanz von Aufgaben geklagt, »die durch einfaches kalkülhaftes algorithmisches Abarbeiten zu lösen sind«.[7] Die oft behauptete Überrepräsentation technischer Aufgaben konnte auch empirisch belegt werden. So bemerkt Johanna Neubrand in ihrer Analyse deutscher Unterrichtsstunden, dass zur Lösung von 220 bzw. 82 % der 269 erhobenen Aufgaben aus dem täglichen Mathematikunterricht lediglich ›algorithmisches Wissen‹ nötig sei.[8] Christina Drüke-Noe kommt in ihrer Analyse von Mathematik-Klassenarbeiten in den Klassen 9 und 10 zum Schluss, dass »jenseits des Technischen Arbeitens kaum weitere mathematische Tätigkeiten

[1] Im Zentrum dieser Pädagogik steht das Lebenswerk von Martin Wagenschein, insbesondere Wagenschein 1968. Zur Historie und Stellung der Genetischen Methode siehe Schubring 1978.

[2] Siehe Winter 1989.

[3] Dieser Vorgang wurde historisch aufgearbeitet in Krüger 2000a. Lutz Führer schrieb dazu (1988, S. 95): »Das Schlagwort von der ‚Erziehung zum funktionalen Denken' diente als Konzentrationsprinzip zur Entrümpelung und Sequenzierung der Stoffauswahl. Gemeint war die Idee der funktionalen Kopplung zwischen zwei oder mehreren sich verändernden Größen nach dem Vorbild der Newtonschen Dynamik und der vielfältigen Funktionszusammenhänge in Industrie und Wirtschaft. Die mathematischen Darstellungsversuche sollten sich eigentlich daran orientieren und mit der Analytischen Geometrie und Analysis ihren schulischen Abschluß bekommen. Analog zur Geometrie erlag man jedoch dem Fehler, die grundlegenden Begriffe und Rechenverfahren als ‚Stoff' in den Vordergrund zu rücken und die schwierigere, aber sinngebende Wechselwirkung zwischen beschriebenem Wirklichkeitsbereich und Beschreibungsmittel auszuklammern.«

[4] Vgl. Kaiser 1995, S. 66.

[5] Zur Kritik genannter Anwendungsaufgaben siehe Keitel 1979 (diskutiert in Kap. 3.1) und Meyerhöfer 2005; zu den Lösungsplänen siehe Blum et al. 2011.

[6] Bromme, Seeger & Steinbring merken an, dass die »Konzentration auf das Üben oder gar Einpauken bestimmter Algorithmen« in der Mathematikdidaktik vielfach kritisiert werde (1990, S. 24). Bruder & Weigand bemerken, dass in der Mathematikdidaktik »wiederholt ein Abgehen von kleinschrittig konstruierten Aufgabenplantagen« gefordert wurde (2001, S. 7). Henn & Kaiser führen »die Dominanz von Regeln und Kalkülen und die einseitige Orientierung an einer deduktiv aufgebauten Fachsystematik« als »Probleme und Defizite des Mathematikunterrichts« auf (2001, S. 359).

[7] Bruder & Weigand 2001, S. 6

[8] Neubrand 2002, S. 244. Neubrands Untersuchung lagen die Unterrichtsvideographien aus der TIMSS-Videostudie zu Grunde. Freilich ließe sich hier noch genauer hinterfragen, was Neubrand unter ›algorithmisches Wissen‹ versteht und gegen welche anderen Formen des Wissen sie dieses abgrenzt.

zur Aufgabenbearbeitung erforderlich sind«.[1] Von fast 4000 im Rahmen der Studie TIMSS/III repräsentativ ausgewählten Abiturienten gab 1999 jeweils eine Mehrheit an, »in den meisten Stunden« oder »in jeder Stunde« »Gleichungen aufschreiben« und »lösen« sowie »Rechenfertigkeiten üben« zu müssen. Demgegenüber gab ebenfalls jeweils eine Mehrheit an, »fast nie« oder nur »in einigen Stunden« Gedankengänge erklären, Zusammenhänge analysieren, Modelle anwenden oder Mathematik auf Alltagsprobleme anwenden zu müssen.[2]

Die Aufregung bezüglich der Dominanz technischer Aufgaben liegt begründet in der Diskrepanz zwischen der realen Praxis des Mathematikunterrichts und den mathematikdidaktischen Intentionen. Was sich die Mathematikdidaktik vom Mathematikunterricht erhofft und wie sie im Gegensatz dazu die Praxis des Mathematikunterrichts wahrnimmt, lässt sich gut ablesen an den bildungstheoretischen Debatten der 90er Jahre. Hans-Werner Heymanns *Allgemeinbildung und Mathematik* (1996a) war von großem Einfluss, wenn auch nicht unumstritten.[3] Heymann sieht die Aufgabe von Unterricht in der Ermöglichung von Allgemeinbildung. *Allgemeinbildend* sind für Heymann Inhalte, die dem Schüler Zugänge eröffnen »zu allem Besonderen, auf das er sich einlassen, für das er sich einsetzen sollte, um ganz Mensch zu sein«, die »lediglich einem humanitären Minimalkonsens verpflichtet« sind, die zur »sozialen Universalisierung« notwendig sind und Allgemeinbildung zu einer »Aufgabe der Gesellschaft« machen. Im Gegensatz dazu versteht Heymann *Bildung* als Formung des Menschen nach einem Ideal, als »anthropologisches und philosophisches Problem« und individuelle Aufgabe.[4] Allgemeinbildend ist Mathematikunterricht im Sinne Heymanns in dem Maße, in dem er

- mathematische Qualifikation vermittelt, die zur Bewältigung konkret benennbarer, eingrenzbarer Alltagssituationen notwendig sind *(Lebensvorbereitung* im engeren Sinne);
- für die heutige Gesellschaft, aber auch für das Verständnis des kulturellen Erbes mathematische Beiträge zu einer kulturellen Identität leistet *(Stiftung kultureller Kohärenz)*;[5]
- Orientierung in der Welt durch Mathematik ermöglicht *(Weltorientierung)*;
- zum *kritischen Vernunftgebrauch* anleitet; und ferner
- *Verantwortungsbereitschaft* entfaltet, in *Verständigung und Kooperation* einübt und das *Schüler-Ich* stärkt.

Die letzten drei Ziele hebt Heymann ab, da sie im Mathematikunterricht keine »inhaltliche[n] Kompetenten« aufwiesen und die Themen des Mathematikunterrichts mit den »genannten sozialethischen, auf die Person des Schülers bezogenen Aufgaben der Schule inhaltlich zunächst nichts zu schaffen« hätten.[6]

An dieser Stelle sollen nicht Heymanns Ziele eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts in Einzelnen, sondern nur Heymanns Gesamtkonzept diskutiert werden. Aus sozialkritischer Sicht fällt zunächst auf, dass Heymann die Aufgaben von Schule sehr einseitig auf Allgemeinbildung reduziert – »als habe er von Erziehung nie gehört«, wie Jürgen Diederich in einer

---

[1] Drüke-Noe 2012, S. 215, hier ohne die Hervorhebungen des Originals

[2] Baumert et al. 2000, S. 275

[3] Vgl. die vier Rezensionen im *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Jg. 29, 1997, Heft 2, S. 38-61. Lediglich hingewiesen sei auf einen häufig zitierten Gegenentwurf von Heinrich Winter, der in einem Aufsatz (1995) drei »Grunderfahrungen« als Ziel eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts beschreibt.

[4] Heymann 1996a, S. 46

[5] In diese Zusammenhang empfiehlt Heymann eine »Orientierung an zentralen Ideen« und stellt einen Katalog, bestehend aus der »Idee der Zahl«, der »Idee des Messens«, der »Idee des räumlichen Strukturierens«, der »Idee des funktionalen Zusammenhangs«, der »Idee des Algorithmus« und der »Idee des mathematischen Modellierens«, zur Diskussion. Vgl. Heymann 1996a, S. 158-182.

[6] Heymann 1996a, S. 249

Rezension kritisiert.[1] Dass Heymann die Funktionen von Schule und Mathematikunterricht fast ausschließlich auf Inhalte zurückführt, Sozialisation und Erziehung weitestgehend außer Acht lässt, ja in diese Richtung weisende eigene Gedanken wie in den letzten drei Zielen seines Allgemeinbildungskonzepts sogleich kastriert, dokumentiert die Eingeschränktheit pädagogischer Theoriebildung und verhindert ein breites Verständnis mathematischer Bildung. Dass Heymann es in einer pluralistischen Gesellschaft nicht mehr für angemessen hält, alle Schüler nach einem Bildungsideal zu erziehen,[2] klingt tolerant und fortschrittlich, verkennt aber auf der einen Seite, dass Bildung immer auch eine Notwendigkeit moderner Gesellschaften ist, und auf der anderen Seite, dass Schule und Mathematikunterricht gar nicht anders können als zu bilden. Doch inwiefern Mathematikunterricht – ob nun gegenwärtiger oder idealer nach Heymann – sozialisiert und erzieht, liegt bei Heymann außerhalb des Blickfelds.

Die Eingeschränktheit dieser Betrachtung ist vor allem deshalb problematisch, weil Forschung zur Nutzung von Mathematik im Privaten und im Beruf aufzeigt, dass außerhalb der Schule genutzte mathematische Konzepte sehr selten im Mathematikunterricht erlernt werden und sich vielmehr in der privaten und beruflichen Praxis ausbilden. *Cognition in Practice* (1988) lautet der sprechende Titel einer Untersuchung der US-amerikanischen Anthropologin Jean Lave, die das ›situierte Lernen‹ einerseits am Beispiel der Alltagsmathematik von US-Amerikanern und andererseits am Beispiel liberianischer Schneider und Händler untersucht. Die Inhalte des Mathematikunterrichts ab der achten Klasse sind ferner – das hält auch Heymann fest – für die Bewältigung des privaten und beruflichen Alltags in nicht mathematikintensiven Berufen kaum notwendig.[3] Spätestens in der Sekundarstufe II ist mathematische Bildung also nur für eine Minderheit eine Vorbereitung auf mathematikintensive Berufe und für die Mehrheit stattdessen Sozialisation.

Heymanns sehr zurückhaltende Diskussion sozialkritischer Fragen ist indes exemplarisch für den Mainstream der Mathematikdidaktik. Diese ist in den Jahren nach dem Zweiten Weltkrieg durch einen Schulterschluss von Mathematikern, Pädagogen und Psychologen als wissenschaftliche Institution entstanden.[4] Konsequenterweise betrachten mathematikdidaktische Studien den Mathematikunterricht in der Regel aus einer fachlichen, pädagogischen und psychologischen Sicht (wobei die fachliche Sicht auf dem Rückzug sein mag)[5]. Die zentralen Fragen an den Mathematikunterricht sind daher, wie dieser gestaltet sein müsse, um auf der pädagogischen Seite zur Erziehung aufgeklärter Bürger und auf der psychologischen Seite zu bestmöglichen Lernzuwächsen zu führen. In jedem Fall ist diese Perspektive eine individualistische, die gesellschaftliche Belange außer Acht lassen muss. Abgesehen von einigen marxistisch inspirierten Beiträgen führt erst der »social turn« ab den 80er Jahren des 20. Jahrhunderts soziologische und kritische Perspektiven in den mathematikdidaktischen Diskurs ein,[6] etwa die Erkenntnisse der Studie von Lave. Aus dieser Richtung werden nun vereinzelt auch Fragen gestellt, die dem pädagogisch-psychologischen Paradigma entgegenlaufen. Gleichwohl ist diese Forschung randständig, wie ein Blick in Publikationslisten renommierter mathematikdidaktischer Zeitschriften leicht zeigt. Der Mainstream mathematikdidaktischer Forschung orientiert sich nach wie vor an pädagogisch und psychologisch gesetzten Forschungsschwerpunkten.

[1] Diederich 1997, S. 38
[2] Heymann 1996a, S. 45
[3] Heymann 1996a, S. 153
[4] Lerman 2000
[5] Jahnke 2010
[6] Lerman 2000

Kritik an der Praxis des Mathematikunterrichts und an der zeitgenössischen Mathematikdidaktik äußert Heymann sehr zurückhaltend und »streift Schmerzgrenzen der pädagogischen Zunft nur mit skeptischen Rückfragen«.[1] Aus sozialkritischer Sicht ist das bedauerlich. Gleichwohl lässt sich Heymanns Bildungstheorie an einer Stelle radikal lesen: Heymann stellt fest, dass der Mathematikunterricht nach 7 bis 8 Schuljahren kaum noch Beiträge zur Lebensvorbereitung im engeren Sinne leisten könne und schlägt für Schüler, welche nicht in besonderem Maße an Mathematik interessiert sind, einen Unterricht vor, der neue Inhalte nur insoweit in den Unterricht trägt, wie an ihnen die sonstigen Ziele eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts verfolgt werden können.[2] Damit provoziert Heymann Schlagzeilen wie »Professor: Zuviel Mathe ist Quatsch« sowie wissenschaftliche Kontroversen[3] und erfährt, in welche Bedrängnis man von einigen Teilen der Gesellschaft gebracht wird, wenn man den Fortbestand des traditionellen Mathematikunterrichts zu gefährden droht. Solche hitzigen Diskussionen erklären dann aber auch, warum Heymann seine Vorschläge zu einer strukturellen Umgestaltung des mathematischen Bildungsganges nicht weiter verfolgte und dieser Teil seiner Arbeit heute kaum noch rezipiert wird.

Als weiteres Beispiel für die wissenschaftliche Sicht auf und den Anspruch an Mathematikunterricht sei kurz verwiesen auf den Aufsatz »Mathematik – ein polarisierendes Schulfach« (2001) von Hans-Wolfgang Henn und Gabriele Kaiser.[4] Henn & Kaiser schildern »Probleme und Defizite des Mathematikunterrichts« (unter anderem die »Einseitige Orientierung an einer deduktiv aufgebauten Fachsystematik«, die »Dominanz des Regellernens und Kalkülorientierung«, »Routinen und Interaktionsmuster im fragend-entwickelnden Unterricht« sowie »Zu wenig Realitätsbezüge und Vernetzungen«) und stellen diesen »Konsequenzen und Maßnahmen« gegenüber, die sich an die mathematikdidaktische Tradi-tion anlehnen und auch zum Forderungskatalog Heymanns gehören, nämlich die »Orientierung an fundamentalen Ideen«,[5] die »Förderung von innerfachlichen Vernetzungen« mit Verweis auf das *Entdeckende Lernen*, die »Förderung von Realitätsbezügen und Modellierung« und die »Berücksichtigung neuer Technologien«.

Solche Beiträge entlarven die in der Mathematikdidaktik vorherrschende pädagogische Geisteshaltung nicht nur, indem sie »Probleme und Defizite des Mathematikunterrichts« lediglich aufzählen, aber nicht aus einer anderen, etwa psychologischen oder soziologischen Perspektive untersuchen wollen. Sie entlarven die Geisteshaltung auch, indem sie die »Probleme und Defizite« rein fachdidaktisch lösen zu können glauben und sogar annehmen, die nötigen Therapien zum Kurieren des Mathematikunterrichts bereits zur Hand zu haben. Der (wie die Geschichte der Mathematikdidaktik zeigt) unbegründete Glaube in die Heilskräfte mathematikdidaktischer Innovationen macht ein tiefgründiges Verständnis der »Probleme und Defizite« scheinbar überflüssig. Insoweit, wie sich die Praxis des Mathematikunterrichts von den Idealen der Mathematikdidaktik unterscheidet und mathematikdidaktische Innovationen an der Praxis des Mathematikunterrichts wirkungsarm vorbeigehen, führt die ideologische Selbstbe-

[1] Diederich 1997, S. 38
[2] Heymann 1996a, S. 137, 151-154
[3] Professor: Zu viel Mathe ist Quatsch 1995. Zur Kritik siehe beispielsweise Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld 17.10.1995 und Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld 15.06.1996. Heymann nimmt zur Diskussion Stellung in Heymann 1996b. Vgl. auch Unterkapitel 8.6.
[4] Wenngleich die Diversität mathematikdidaktischer Ansätze nicht auf einen Nenner zu bringen ist, scheint mir dieser Aufsatz paradigmatisch zu sein. Er erschien in der *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* als mathematikdidaktischer Beitrag zu allgemeindidaktischen Betrachtungen und wurde von renommierten Lehrstuhlinhabern für die Didaktik der Mathematik verfasst.
[5] bei Heymann »zentrale Ideen«

schränkung mathematikdidaktischer Forschung jedoch unweigerlich zur mangelnden Fruchtbarkeit mathematikdidaktischer Innovationen.

Ungewöhnlich ist der Beitrag von Henn & Kaiser dennoch, verweist er doch – wenn auch nur kurz – darauf, wie Mathematik und Mathematikunterricht vom Schüler wahrgenommen werden. So stellen Henn & Kaiser die Mathematik dar als »ein polarisierendes Fach«, »das entweder geliebt oder abgelehnt wird«. Diese Polarisierung scheint ihnen gesellschaftlich sogar geduldet, wenn nicht gar erwünscht zu sein:

> ›Mathematik habe ich immer gehasst!‹ [...] Feststellungen dieser Art sind in einschlägigen Situationen keine Seltenheit. Aber nur mit dem mathematischen Unvermögen konnte und kann man, ohne als gebildet zu gelten, in dieser Weite kokettieren oder seine unverhohlene Abneigung äußern. Gleichzeitig ist Mathematik in der gymnasialen Oberstufe nach Englisch das am zweithäufigsten gewählte Leistungskursfach mit hohen Werten im Bereich Interesse und Wahrnehmen der eigenen Kompetenz.[1]

Das Bild des polarisierenden Faches wird bestätigt durch eine Umfrage des Meinungsforschungsinstituts Emnid unter Erwachsenen aus dem Jahr 1995:[2] Damals nannten mit 24 % die meisten Befragten gerade die Mathematik als dasjenige Fach, das sie »am meisten gehaßt« haben;[3] doch zugleich wurde die Mathematik am häufigsten als ein Lieblingsfach genannt, nämlich von 46 % aller Befragten.[4] Die Freude der einen gehört also ebenso zum Bild des Schulfachs Mathematik wie das Scheitern der anderen, deren Erlebnisse durchaus sehr bedrückend sein können. So stimmen in einer im Jahr 2009 erhobenen Studie des Datenforschungsinstituts forsa im Auftrag der Stiftung Rechnen 15 % der repräsentativ ausgewählten Schüler ab Klasse 5 der Aussage zu, dass sie »öfter Angst vor Unterrichtsstunden in Mathematik« haben.[5] Roland Fischer importiert für dieses Phänomen den US-amerikanischen Ausdruck der *Mathophobie* und merkt kritisch an:

> Die Fülle des mathematischen Wissens ist sicher nur eine der Ursachen [der Mathophobie], die Struktur dieses Wissens eine wahrscheinlich viel wesentlichere. Das Wissen ist zunehmend *abstrakter* geworden, die Zusammenhänge mit den unmittelbar erlebbaren Problemen sind unklar, manchmal auch gar nicht vorhanden. Ein langdauernder, aufwendiger Kommunikationsprozeß von Wissenschaftlern ist in den mathematischen Begriffen und Theorien verborgen und kaum rekonstruierbar. Wenn jemand nicht bereit ist, sich den Endprodukten einfach zu überlassen, sie hinzunehmen, also wenn er kritisch ist, kann er große Schwierigkeiten mit der Mathematik haben.[6]

Fischer bezieht sich in seinen Ausführungen auf den US-amerikanischen Mathematikdidaktiker Seymour Papert, welcher anmerkt:

> Es ist nicht ungewöhnlich, daß intelligente Erwachsene zu passiven Beobachtern ihrer eigenen Inkompetenz werden, wo es um mehr als die elementarste Mathematik geht. Der einzelne kann die direkten Folgen dieser intellektuellen Lähmung in der Begrenzung seiner Arbeitsmöglichkeiten sehen. Aber die indirekten, sekundären Folgen sind sogar noch ernster. Was die meisten Leute im Mathematikunterricht lernen, ist, daß sie strengen Beschränkungen unterworfen sind.[7]

Leider gibt es nur wenige Texte, in denen persönliche Erfahrungen von Mathematiklernenden dokumentiert sind. In einem Interview teilte eine 24-jährige Studentin mit, dass sie als Schüle-

---

[1] Henn & Kaiser 2001, S. 359f.
[2] Vgl. Am liebsten Mathe 1995.
[3] Gefolgt von Chemie und Physik mit jeweils 14 % und Deutsch mit 13 %.
[4] Gefolgt von Deutsch mit 38 % und Erdkunde mit 22 %. Die beste Naturwissenschaft ist die Biologie mit 14 %. Unter den Befragten mit Abitur nennen übrigens nur 38 % die Mathematik als ein Lieblingsfach, jedoch auch nur 19 % als ein Hassfach – die Erstplatzierungen hält die Mathematik dennoch in beiden Kategorien.
[5] Vgl. Stiftung Rechnen 2009, S. 15
[6] Fischer 1984, S. 55
[7] Papert 1980, S. 66

rin in der Folge ständiger Misserfolge zu dem Schluss gekommen sei: »Es gibt Leute, die können Mathe und es gibt Leute, die können Mathe nicht«.[1] Die Pfarrerin Renate Voswinkel schildert ihre Erfahrungen mit der Mathematik: wie sie zum Rechnen ›erzogen‹ wurde, ihre Fragen zum Rechnen aber unverstanden blieben, wie sie »bei den Textaufgaben immer mehr wahrnahm, als gefragt wurde«, wie ihr Selbstbewusstsein im Mathematikunterricht zerstört wurde: »Ich verbot mir das Nachdenken, weil es mich verwirrte, obwohl ich in allen anderen Fächern innerlich meine eigenen Verbindungen herstellte, Ideen hatte, sehr viel Phantasie entwickelte«.[2] Eine andere Schülerin einer elften Klasse hat vor der Mathematik bereits kapituliert:

> Ich glaube ich kann Mathe nicht ausstehen, weil ich nicht das nötige Einsichtsvermögen habe. Das ist so ein Fach, das für mich überhaupt nicht anschaulich ist. Da jagen ein paar Schüler irgendwelchen Problemstellungen hinterher, die sowieso irgendwo schon eine Lösung haben, die ja auch als Ideallösung gehandelt wird. Ich empfinde Mathe als wenig kreativ, denn es lässt so wenig Freiraum für eigene Gedanken. Mathe ist so eine tote Materie. Man hantiert mit Zahlen, von denen man nicht weiß, was sie überhaupt sind. Zahlen machen mir Angst, weil sie irgendwie so undurchsichtig und doch so eindeutig definiert und belegt sind.[3]

In diesen Zitaten deutet sich bereits an, dass Probleme mit dem Schulfach Mathematik auch auf das Wesen der Mathematik zurückzuführen sein könnten. Bedauerlicherweise scheint es jedoch keine weiterführenden allgemeinen Studien zu ›Mathophobie‹ und ihren Ursachen zu geben.[4] Womöglich geblendet durch ihre Zuneigung zur Mathematik fragt sich die Mathematikdidaktik mit Martin Wagenschein:

> Wie kommt es nun, daß ein Fach, das für alle zugänglich, disziplinierend und beglückend sein könnte, so vielen in der falschen Sicht einer schwierigen und gefürchteten Geheimwissenschaft erscheint?[5]

Dabei mag diese Schwierigkeit, Furcht und Unverständlichkeit entgegen der Hoffnungen der Mathematikdidaktik genauso zur gesellschaftlichen Funktion des Mathematikunterrichts gehören, wie die durch ihn angestrebte Emanzipation, Disziplinierung und Beglückung.

Aufbauend auf den bisherigen Ausführungen und aus einer sozialkritischen Sicht wird Mathematikunterricht in der folgenden Untersuchung verstanden als eine gesellschaftliche Institution, welche Heranwachsende zu einer Auseinandersetzung mit Mathematik (durch Schulpflicht) zwingt, wobei die Einübung von Verfahren eine herausragende Rolle spielt, die Lehre an der Fachsystematik orientiert ist, auffällig viele Schüler Spaß am Mathematikunterricht haben, aber auch erschreckend viele vom ihm verängstigt werden. Die Mathematikdidaktik fällt in dieser Hinsicht als eine Wissenschaft auf,

- welche sich für die Freude an und die Angst vor Mathematik nicht wesentlich zu interessieren scheint, in dieser Richtung zumindest wenige Erklärungen liefert und kaum forscht,
- welche die gesellschaftliche Tragweite des realen Mathematikunterrichts nicht zu erklären imstande ist, dazu neigt, soziologische und kritische Beiträge (wie zur Erziehung durch Mathematikunterricht oder zur Notwendigkeit von Mathematikunterricht) zu tabuisieren, dem realen Mathematikunterricht aber allzu gerne visionäre Idealvorstellungen gegenüberstellt,
- welche die Dominanz von Lösungsverfahren und die Orientierung an der Fachsystematik der Mathematik als zentrale Probleme des Mathematikunterrichts wahrnimmt und diese durch innovative Formen der Darbietung und des Lernens von Mathematik (Genetische Methode, Entdeckendes Lernen, Anwendungsorientierung usw.) überwinden zu können glaubt,

---

[1] Meyerhöfer 2004, S. 58
[2] Voswinkel 1998, S. 18
[3] zit. in Jahnke 2004, S. 5
[4] Einige spezielle Beiträge aus der Forschung zu ›Rechenschwäche‹ bilden hier eine Ausnahme, fokussieren aber nur ausgewählte Inhalte des Mathematikunterrichts.
[5] Wagenschein 1965, S. 421

- welche sich aber das weitgehende Scheitern dieser Innovationen nicht erklären kann.

2.4 Mathematik

Die Frage, was Mathematik sei, ist sehr kontrovers diskutiert worden, und es hat an dieser Stelle keinen Zweck, diese Diskussion in aller Vollständigkeit nachzuzeichnen. Lediglich einige zentrale Aspekte einer Philosophie und Soziologie der Mathematik sollen im Folgenden herausgestellt werden, da sie im Laufe der weiteren Untersuchung wieder aufgegriffen werden.[1]

Befragt man diejenigen, die sich die Repräsentationshoheit gegenüber der Mathematik erkämpft haben, also akademische Mathematiker, so erfährt man schnell, dass gerade Gegenstand und Arbeitsweise *ihrer* Forschung Mathematik sei. Welche Wissensgebiete die Mathematik einschließt, wie sie ihr Wissen dokumentiert und kommuniziert und wie sie es absichert, insbesondere wie ›streng‹ sie ist, machen Akademiker dann unter sich aus. Bezeichnenderweise enthält die seinerzeit populäre Einführung *What is Mathematics?* von Richard Courant und Herbert Robbins (1941) nicht mehr als eine Beschreibung der Grundlagen der verschiedenen mathematischer Forschungsfelder.

Dagegen lassen sich Positionen ausmachen, welche die Repräsentationshoheit der Hochschulmathematiker in Frage stellen. Immerhin haben die meisten Menschen ihr Verständnis von Mathematik in der Schule und im Beruf ausgebildet und eben nicht in der Hochschule oder gar in der Forschung. Was Mathematik sei, ließe sich also genauso gut aus Sicht des Schülers oder des Mathematik nutzenden Angestellten, Ingenieurs oder Wissenschaftlers beantworten, schließlich auch aus der Sicht von Philosophen und Wissenschaftskritikern; und womöglich fänden Antworten aus solchen Blickwinkeln eine breitere gesellschaftliche Akzeptanz. Das Buch *What is Mathematics, Really?* des Mathematikers und Mathematikphilosophen Reuben Hersh (1997) geht diesen Weg und plädiert für ein breiteres Verständnis von Mathematik als Kulturphänomen. Als solches ist die Mathematik aus ihrer Geschichte und aus ihrer Bedeutung für die Gesellschaft heraus zu verstehen.

Bereits die frühsten Hochkulturen, von denen uns Zeugnisse überliefert sind, die Babylonier und die Ägypter, hatten im zweiten Jahrtausend v. Chr. ein ausgeprägtes mathematisches Wissen. Ihre anwendungsbezogene Rechenkunst zeugt davon, dass mathematische Verfahren bereits sehr früh zur Verwaltung komplexer Gesellschaften genutzt wurde, ja für die Ausbildung komplexer Gesellschaften über die Grenzen von Sippen und Stämmen hinaus vermutlich gar unentbehrlich ist – immerhin ermöglicht erst das Rechnen systematisches Zählen, Messen, Dokumentieren, Aufteilen und Zuweisen von Besitz. Festgehalten und überliefert wurde die Rechenkunst durch Aufgabenbeispiele mit Musterlösungen. Allgemeingültige Erklärungen, Begründungen oder gar mathematische Theorien sind nicht überliefert. Die Babylonier und Ägypter verfügten also über mathematische *Techniken*, die sich offenbar in ihrer Anwendung bewährt hatten, aber nicht hinterfragt oder untersucht wurden. Wenn der Evolutionspsychologe Friedhart Klix schreibt, »daß eine charakteristische Eigenschaft des ägyptischen Denkens im Umgang mit Zahlen weniger darin bestand, daß man rechnen als vielmehr: daß man etwas ausrechnen konnte«,[2] dann unterstreicht er, worauf das altorientalische Rechnen ausgerichtet war: auf den praktischen Zweck und nicht auf eine von Zwecken losgelöste Disziplin des Denkens.

Doch wenngleich die Rechenkunst des antiken Orients als mathematische Technik anerkannt wird, bleibt der griechischstämmige Begriff der *Mathematik* meist einem kulturellen Phäno-

---

[1] Für eine Auseinandersetzung mit der Frage und prominenten Antwortversuchen empfehle ich Davis & Hersh 1981 sowie Bedürftig & Murawski 2010.

[2] Klix 1980, S. 307

men vorbehalten, welches sich erst im antiken Griechenland entwickelt und neue Charakteristika zeigt:[1]

- Die altgriechische Mathematik tritt auf als ein Teil der *Philosophie*, also einer Beschäftigung, die nicht mehr ausgerichtet ist auf praktische Zwecke wie die Verwaltung von Besitz, sondern ihre Triebkraft wortwörtlich aus einer ›Liebe zum Wissen‹ zieht.
- Die altgriechische Mathematik untersucht *ideale Gegenstände*, also Gegenstände, deren Eigenheiten sich nicht mit der Zeit, dem Ort oder dem Betrachter verändern, sondern gleichbleiben sollen. *Definitionen* legen die Eigenheiten von Begriffen nach diesen Prinzipien fest.
- Die altgriechische Mathematik untersucht *esoterische Gegenstände*, also Gegenstände, die von der subjektiv je anders wahrgenommenen Erfahrungswelt losgelöst sind und rein innermathematisch beschrieben werden können.
- Die altgriechische Mathematik macht sich die grundlegenden Annahmen über ihre Gegenstände bewusst und dokumentiert sie als sogenannte *Axiome*, welche untereinander unter anderem *widerspruchsfrei* sein sollen.
- Die altgriechische Mathematik zeigt die Gültigkeit ihrer Aussagen über ihre Gegenstände durch *Beweise*, d. h. durch möglichst unwiderlegbare Argumentation. Bei bewiesenen Aussagen spricht die Mathematik auch von der *Wahrheit* der Aussagen.

Trotz des Niedergangs der altgriechischen Kultur im Übergang zum Mittelalter werden das mathematische Wissen und die mathematische Geisteshaltung unter anderem durch die Araber überliefert und in der Renaissance im Zuge der Widerentdeckung altgriechischer Kultur aufgegriffen. In der Neuzeit kommt es zu einer Modernisierung der Mathematik, welche sich dadurch auszeichnet, dass die oben beschriebenen Charakteristika altgriechischer Mathematik zwar nicht grundsätzlich abgelehnt, aber doch ausdifferenziert und überarbeitet werden.

Zunächst lösen Philosophie und Mathematik ihre Bande. Die Verfechter der in der Neuzeit aufkommenden Naturwissenschaft misstrauen der Wahrheitsliebe der antiken und mittelalterlichen Philosophen, denen Francis Bacon vorwirft, unfruchtbares Wissen hervorgebracht zu haben. Er postuliert in seinem *Novum Organum*,[2] dass sich Wissenschaft fortan messen lassen müsse an den Früchten, die sie fürs alltägliche Leben bringe. Die aufkommenden Naturwissenschaften nutzen die Mathematik als Beschreibungs- und Arbeitsmittel, so dass viele mathematische Neuerungen in einem engen Zusammenhang mit naturwissenschaftlichen Entwicklungen stehen. Die Mathematik bindet sich fortan näher an die Natur- als an die Geisteswissenschaften. Anwendungsfreie Mathematik zu betreiben, bleibt wenigen Privilegierten vorbehalten. Erst die Einführung der Mathematik als Hauptfach an Gymnasien im 19. Jahrhundert führt zur Einführung mathematischer Studiengänge und zum Entstehen des akademischen Berufsmathematikers,[3] der sich nun auch wieder verstärkt innermathematischen Problemen zuwenden kann.

Neben der Entwicklung der Anwendungsfelder der Mathematik gibt es Streit um ihre epistemologische Stellung. Die Mathematik spielt eine Rolle in fast jeder philosophischen Antwort auf die Frage: *Was können wir wissen und wie können wir wissen?* Der Hintergrund dieser herausragenden Stellung der Mathematik ist die Unerbittlichkeit, mit der der Mathematiker die Wahrheit vom Unwahren trennt. Den Klassikern um Sokrates, Platon und Aristoteles zählt

[1] Zur Entwicklung der Mathematik in der griechischen Antike siehe Becker 1954; Hersh 1997; Klein 1936; Kline 1972; Smith 1923 und Szabó 1969.
[2] Bacon (1620) wählte diesen Titel sicherlich in Anlehnung, aber auch in Abgrenzung zum *Organum* des Aristoteles.
[3] Schubring 1983, S. 166f.

nur als Wissen, worüber man unzweifelhafte Gewissheit, eben Wahrheit, erlangen kann; allem anderen misstrauen sie als trügerische Meinungen, die sich jederzeit als Unwahres entpuppen könnten.[1] Durch ihr Selbstverständnis kommt die Mathematik jenem Anspruch nach unzweifelhafter Gewissheit traditionell am nächsten: Ihre Beweise zeigen, wie die Aussagen über ihre Gegenstände ›gültig sein müssen‹ und ›gar nicht anders sein können‹; ihre Gegenstände werden so ideal wie möglich und nötig definiert, damit sie sich über Zeit, Ort und Perspektive nicht ändern, und so esoterisch, dass ihnen auch Außermathematisches, ›Weltliches‹ nichts hinzufügen kann, dass sie von der vermeintlich trügerischen weltlichen Erfahrung losgelöst sind. Der Idealismus und die Esoterik der mathematischen Gegenstände drückt sich aus im *Platonismus*, der unter anderem auf Platon zurückgehenden Auffassung, dass unserer Welt ideale, zeitlose, unveränderliche und vom Menschen unabhängige Dinge innewohnen, deren Wahrheit erkannt werden kann wie im Falle der Mathematik.[2] Dieser Glaubensgrundsatz des mathematischen Selbstverständnisses hat sich bis heute erhalten. Die Soziologin Bettina Heintz beschreibt die Mathematik in ihrer Untersuchung zur *Innenwelt der Mathematik* (2000) als »grossangelegtes Säuberungsunternehmen, in dessen Verlauf alles Weiche und Veränderliche getilgt wird, bis am Ende nur noch das Eisfeld der mathematischen Formeln da steht«.[3] Lediglich ihre Axiome, die willkürlich gesetzten Grundannahmen über ihre Gegenstände, können die Gewissheiten der Mathematik gefährden, weshalb diese widerspruchsfrei und so einsichtig wie möglich gewählt werden. Damit glaubt sich die Mathematik lange sicher zu sein, die Wahrheit ihrer Gegenstände aussprechen zu können. Und damit wird die Mathematik zum Vorbild für Wahrheit in der Wissenschaft: »die Zahl spielt eine überragende Rolle für Platon; sie ist geradezu das, was Inbegriff des Nicht-Veränderlichen ist«, schreibt der Religionsphilosoph Klaus Heinrich, der zur kulturhistorischen Bedeutung der aristotelischen Logik forscht.[4] Und Albert Einstein erklärt zur Bedeutung der Mathematik:

> Die Mathematik genießt vor allen anderen Wissenschaften aus *einem* Grunde ein besonderes Ansehen: ihre Sätze sind absolut sicher und unbestreitbar, während die aller andern Wissenschaften bis zu einem gewissen Grad umstritten und stets in Gefahr sind, durch neu entdeckte Tatsachen umgestoßen zu werden. [...] Aber jenes große Ansehen der Mathematik ruht andererseits darauf, daß die Mathematik es auch ist, die den exakten Naturwissenschaften ein gewisses Maß von Sicherheit gibt, das sie ohne Mathematik nicht erreichen könnten.[5]

Diese Selbstsicherheit der Mathematik wurde in der Neuzeit jedoch durch einige Entdeckungen erschüttert. Zunächst geriet das Vertrauen in die axiomatische Methode ins Wanken. Hatte man gehofft, durch eine widerspruchsfreie und einsichtige Wahl der Axiome die Wahrheit der aus ihnen gefolgerten Sätze sichern zu können, so zeigte sich nun gerade am prominentesten Beispiel einer Axiomatik, nämlich an Euklids Grundlegung der Geometrie, dass die Einsichtigkeit der Axiome durchaus trügerisch sein kann. In seinem *opus magnum* mit dem Titel *Elemente*, welches vermutlich im 3. Jahrhundert v. Chr. entstanden ist, einen Großteil des mathematischen Wissens der griechischen Antike zusammenträgt und bis in die Neuzeit als das herausragende Standardwerk der Mathematik gilt, führt Euklid zur Grundlegung der Geomet-

---

[1] So heißt es etwa bei Platon: »Zuerst nun haben wir meiner Meinung nach folgendes zu unterscheiden: Was ist das stets Seiende und kein Entstehen Habende und was das stets Werdende, aber nimmerdar Seiende; das eine ist durch verstandesmäßiges Denken zu erfassen, ist stets sich selbst gleich, das andere dagegen ist durch bloßes mit vernunftloser Sinneswahrnehmung verbundenes Meinen zu vermuten, ist werdend und vergehend, nie aber wirklich seiend« (Platon *Timaios*, 27d-28a).

[2] Platon ist überzeugt, dass die »Geometer« und »Arithmetiker [...] ihre Figuren und Zahlenreihen nicht machen, sondern sie finden nur die gegebenen auf« (Platon *Euthydemos*, 290 C).

[3] Heintz 2000, S. 12

[4] Heinrich 1981, S. 55

[5] Einstein 1921, S. 123

rie neben anderen Axiomen das *Parallelenaxiom* ein, aus welchem unter anderem folgt, dass es zu jeder Geraden und jedem Punkt höchstens eine Parallele zu dieser Gerade und durch diesen Punkt gibt.[1] Dieses Axiom führte auf Grund seiner im Vergleich zu anderen Axiomen komplizierten Formulierung zwei Jahrtausende lang zu Argwohn und zum Bestreben, es aus anderen Axiomen zu beweisen und damit überflüssig zu machen, was sich schließlich als unmöglich erwies. Eine Folge der Aufmerksamkeit, die dem Parallelenaxiom zuteilwurde, war jedoch die Entwicklung sogenannter nicht-euklidischer Geometrien, welche ohne das Parallelenaxiom auskommen. 1829 erschien die erste Veröffentlichung zu nicht-euklidischen Geometrien vom russischen Mathematiker Nikolai Iwanowitsch Lobatschewski.[2] Unabhängig zu Lobatschweski forschte auch Carl Friedrich Gauß zu nicht euklidischen Geome-trien und schrieb schon 1817 in einem Brief: »Ich komme immer mehr zu der Überzeugung, dass die Nothwendigkeit unserer Geometrie nicht bewiesen werden kann«.[3] An der Möglichkeit nicht-euklidischer Geometrien zeigt sich der Mathematik in der Folgezeit, dass das Parallelenaxiom, auf den Gültigkeit man zwei Jahrtausende lang vertraut hatte, durchaus fallengelassen werden kann und dass sich dadurch keine unsinnigen, sondern für gewisse Zwecke durchaus berechtigte und in sich widerspruchsfreie Geometrien ergeben. Diese Erkenntnis führte nicht nur zu einem Misstrauen gegenüber der Sicherheit der euklidischen Axiomatik, sondern markiert auch den Beginn eines Umdenkens, in dem der Glaube an die unveränderliche Wahrheit dem Zulassen unterschiedlicher Perspektiven weicht. Gerade das Beispiel der Geometrien hatte nämlich gezeigt, dass die zwei Jahrtausende lang als wahr befundene Geometrie des Euklids gar nicht unabdingbar ist, sondern nur eine mögliche Perspektive unter vielen. Mit allen anderen Wahrheiten könnte es sich genauso verhalten. Es war also plötzlich ungewiss, inwieweit die Grundbausteine allen mathematischen Wissens überhaupt noch sicher seien und ob sie sich nicht jederzeit als ebenso trügerisch wie das Parallelenaxiom erweisen und damit große Teile der sicher geglaubten Mathematik in die Ungewissheit stürzen könnten.

Die anschließende Aufarbeitung der klassischen Geometrie fand ihren bedeutendsten Niederschlag in David Hilberts *Grundlagen der Geometrie* (1899), einer axiomatischen Neubegründung der Geometrie, die auf einer fundamentalen Kritik der euklidischen Axiomatik beruhte. Der dänische Mathematikdidaktiker Ole Skovsmose bemerkt:

> In 1899, David Hilbert published *Grundlagen der Geometrie* which showed that Euclid had overlooked some fundamental points, and relied more heavily on intuition than normally assumed. Intuition was not only used in the proofs as an essential supplement to pure logical deduction, i.e. empirical statements of a general nature were included in the assumed pure mathematics theory. And most remarkable, the whole mathematical community seemed to have overlooked this fact for more than 2000 years.[4]

Während Hilbert die Geometrie also auf sicherere Grundlagen zu stellen hoffte, zeigte sich zugleich, dass die Annahmen und Beweise, welche den Mathematikern zwei Jahrtausende lang als sicher galten, lückenhaft und fehleranfällig waren. Offensichtlich konnte man sich nicht mehr sicher sein, dass selbst lange Zeit als sicher geltende Argumentationen alle Zeiten überdauern würden. Die Idee der Wahrheit offenbarte sich dabei als für den Menschen kaum mit Sicherheit erreichbar und somit als womöglich gar unsinnige Idee. Damit stand jedoch auch die gesellschaftliche Stellung der Mathematik auf dem Spiel, hatte sie doch seit der griechischen Antike als Vorbild für wahres Wissen und zwingende Argumentation gegolten.

---

[1] Wußing 2008, S. 192
[2] Wußing 2008, S. 154
[3] Gauß zit. in Wußing 2008, S. 148
[4] Skovsmose 2005, S. 53-54

Neben den Streit um die Gültigkeit der Geometrie tritt ein weiteres Feld der mathematischen Verunsicherung. Die *Mengenlehre*, die Georg Cantor am Ende des 19. Jahrhunderts begründet hatte, wurde zunächst nicht als Mathematik anerkannt, fand dann aber zunehmend Beachtung, insbesondere durch die *Logizisten*, einer mathematikphilosophischen Strömung um Mathematiker wie Gottlob Frege, Bertrand Russell und Alfred Whitehead, welche die Hoffnung nährte, der Mathematik durch Logik und Mengenlehre ein neues, sicheres Fundament geben zu können. Die Euphorie wurde jedoch durch Russel (1903) zerstört, der innerhalb der Mengenlehre einen Widerspruch konstruieren konnte und damit die Grundlagen der Mathematik abermals in Wanken brachte. Worauf mathematisches Wissen bauen könne, um als sicher zu gelten, war nun fraglicher denn je.

Zur Rettung des universalen Gültigkeitsanspruchs der Mathematik unternimmt Hilbert einen großangelegten Versuch, der heute als *Hilbertprogramm* bekannt ist und die mathematikphilosophische Strömung des *Formalismus* begründet. Mit einem für ihn typischen religiös-trotzigen Pathos schreib Hilbert 1925: »Aus dem Paradies, das Cantor uns geschaffen, soll uns niemand vertreiben können.«[1] Er postuliert: »in der Mathematik sind Gegenstand unserer Betrachtung die konkreten Zeichen selbst, deren Gestalt unser Einstellung zufolge unmittelbar deutlich und wiedererkennbar ist«.[2] Hilbert stellt das abstrakte Zeichen an den Anfang seiner Philosophie der Mathematik. Damit setzt sich Hilbert klar von den Platonisten ab, die noch eine Verbindung zwischen mathematischen Zeichen und Wirklichkeit angenommen hatten. Wahrheit kommt im Sinne Hilberts dann nicht mehr Aussagen über die Wirklichkeit, sondern nur noch Aussagen innerhalb der mathematischen Zeichenwelt zu. Diese Zeichenwelt kann freilich – nun losgelöst von weltlichen Entsprechungen – etwa durch eine neue Axiomatisierung so weit abgeändert werden, wie es die Erfordernisse der Mathematik, etwa die Widerspruchsfreiheit, nötig machen. So kann etwa Russel eine Weiterentwicklung der Mengenlehre vorlegen, in welcher der von ihm gefundene Widerspruch nicht mehr auftritt.[3] Durch dieses neue Verständnis der Mathematik kann Hilbert sein Programm formulieren, welches darin besteht, die Mathematik auf die Grundlage einer Axiomatik zu stellen, von welcher bewiesen werden kann, dass aus ihr keine Widersprüche folgen, dass auf ihrer Grundlage alle Aussagen entscheidbar sind und dass sie keine Axiome enthält, die aus den anderen Axiomen folgen. Allerdings ist dieses Verständnis der Mathematik insofern beschränkt, als dass es die Anwendbarkeit der Mathematik nicht mehr erklären kann.[4] Wenn die Mathematik in der Tat nicht mehr als ein Zeichenspiel ist und über die Wirklichkeit nichts aussagt, wie erklärt sich dann die Anwendbarkeit der Mathematik?

Letztlich scheitert jedoch auch das Hilbertprogramm. Kurt Gödel beweist 1931, dass jedes Axiomensystem, welches wenigstens eine Theorie der natürlichen Zahlen umfasst, Widersprüche enthält oder Aussagen, über deren Wahrheit nicht befunden werden kann, und dass somit die Widerspruchsfreiheit und Vollständigkeit eines solchen Axiomensystems nicht bewiesen werden kann. Damit wurden dem Wahrheitsanspruch der Mathematik endgültig seine Grenzen aufgezeigt und die Mathematik in ihren Grundlagen auf die Willkür der fehlbaren, menschlichen Wahl der Axiome zurückgeworfen. Die Wahrheit mathematischer Aussagen ist damit nicht länger eine universelle, ewig und überall gültige Eigenschaft mathematischen Wissens, sondern abhängig von den willkürlich gewählten Axiomen und den jeweils akzep-

[1] Hilbert 1925, S. 170
[2] Hilbert 1925, S. 171
[3] Russell 1903
[4] Einstein fasst diese Problem treffend zusammen: »Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit« (Einstein 1921, S. 124).

tierten Beweiswegen. Damit offenbart sich mathematisches Wissen als ganz und gar gesellschaftliches Wissen.

Sind die Mathematiker jedoch nicht nur Entdecker naturgegebener Wahrheiten, sondern aktive Schöpfer der Mathematik, so ist die Mathematik plötzlich vom Mathematiker abhängig und dieser tritt neben der Mathematik in den Fokus der Wissenschaftstheorie. Soziologisch lässt sich dann beispielsweise fragen, welcher Stil des Denkens, welche Wünsche, Absichten und Ängste die Mathematiker vereinen und sie als solche ausweisen. Was macht einen ›guten‹ Mathematiker aus?

Für Bettina Heinz, die eine Soziologie der Mathematik erarbeitete, ist dies vor allem das Streben nach Einigkeit.[1] Nach Heinz lässt sich argumentieren, dass die Natur mathematischen Forschens gerade darauf ausgelegt ist, Uneinigkeit zu vermeiden. Die Mathematik entgeht einem Streit dadurch, dass ihre Gegenstände so abstrakt und präzise wie möglich definiert und als rein hypothetisch behandelt werden. Wann immer unterschiedliche Interpretationen eines mathematischen Gegenstandes zu Meinungsverschiedenheiten führen, wird die Definition des Gegenstandes enger und abstrakter gefasst. Streitigkeiten, die entstehen könnten, wenn sich die Mathematik an Weltlichem reibt, werden ausgeschlossen, indem die Mathematik ihren Gegenständen alles Weltliche versagt. Doch schon die wissenschaftstheoretische Betrachtung legt nahe, dass die Einigkeit nicht per se eine Eigenschaft der Mathematik ist. Vielmehr ist dies ein soziales Phänomen: Unter Mathematikbetreibenden gilt es als Wert, Einigkeit anzustreben. An diesem Wert muss sich messen, was sich Mathematik nennen will. Die Einigkeit entpuppt sich »als ein immer wieder konsequent von Mathematikern angestrebtes Ziel«.[2] Letztlich lässt sich auch ›Wahrheit‹ verstehen als eine begriffliche Manifestation der Sehnsucht nach Einigkeit.

Von dieser Wertvorstellung innerhalb der Mathematik bleiben auch ihre Produkte, also ihre Theorie und die Art ihrer Dokumentation nicht unberührt. Außer Frage steht zwar, dass auch dem Mathematiker das logische, den Widerspruch ausschließende Denken zur seiner Arbeit nicht genügt. Die Definition neuer Objekte, die Auswahl der Untersuchungsgegenstände, das Auffinden von Gemeinsamkeiten und das darauf folgende Verallgemeinern – all dies sind gedankliche Aktivitäten jenseits des zwingenden Schließens. Der Mathematiker Morris Kline verweist darauf, dass die Einführung mathematischer Strenge im 19. Jahrhundert so gut wie keine Sätze widerlegte, sondern Sätze, Definitionen und Axiomensysteme lediglich besser aufeinander abstimmte:

> In fact, all that the new axiomatic structures and rigor did was substantiate what mathematicians knew had to be the case. Indeed the axioms had to yield the existing theorems rather than determine them. All of which means that mathematics rests not on logic but on sound intuitions.[3]

Die axiomatische Methode ist eher form- als inhaltsstiftend. Nichtsdestotrotz scheint es dem Mathematiker wichtig zu sein, gerade in seiner Außendarstellung die Deduktivität seines Denkens hervorzuheben. Im prominenten Dreiklang aus Definition, Satz und Beweis präsentiert der Mathematiker in der Regel eine deduktive Herleitung seiner Aussage, nicht jedoch eine Herleitung oder Erklärung seiner nicht deduktiven Gedankenschritte. So zelebriert die Mathematik ihre deduktiven Charakteristika, während sie alles andere systematisch verheimlicht. Davis & Hersh fassen zusammen:

> Die Darstellung in den Lehrbüchern wird häufig von hinten aufgerollt. Der Prozeß des Entdeckens fehlt in der Beschreibung und wird nicht dokumentiert. Nachdem der Satz und sein Beweis auf ir-

[1] Heintz 2000
[2] Prediger 2001, S. 29
[3] Kline 1972, S. 1026

> gendeinem Weg und mit irgendwelchen Mitteln entwickelt worden sind, wird die ganze verbale und symbolische Darstellungsweise umgestellt, aufpoliert und nach den Regeln der logisch-deduktiven Methode umorganisiert. Das verlangt die Ästhetik des Gewerbes.[1]

Da sich – wie eingangs diskutiert – Mathematik nicht nur auszeichnet durch das, was Mathematiker tun und hervorbringen, sondern auch manifestiert in all jenen Situationen, in denen die Mitglieder unserer Gesellschaft mit Mathematik in Kontakt kommen, stehen Entwicklungen in Mathematik und Gesellschaft in einem Zusammenhang der gegenseitigen Prägung. Zunächst lässt sich feststellen, dass der Mensch von heute in vielfältigen Bereichen mit Mathematik in Berührung kommt.[2] Dies geschieht – abgesehen vom mathematischen Pflichtunterricht – zum einen in Bereichen, die mit mathematischen Mittel gestaltet wurden, wo es beispielsweise um finanzielle Ansprüche und Besitz geht, zum anderen aber auch in Bereichen, die mit Hilfe der Mathematik beschrieben, verstanden und beherrscht werden. In beiden Bereichen ist die verwendete Mathematik nicht naturgegeben, sondern von Menschen gemacht, ausgewählt und eingesetzt. Dies gilt selbst in den Naturwissenschaften. Die Wissenschaftsphilosophen Karen François und Laurent de Sutter weisen darauf hin, dass beispielsweise Galileo in seinen Fallgesetzen störende, eigentlich aber vorhandene Einflüsse wie den Luftwiderstand vernachlässigte, um sie in eine mathematisch ansprechende Form zu bringen.[3] Galileis Auffassung des Fallgesetztes wurde also maßgeblich beeinflusst von der Mathematik, die ihm zu dessen Beschreibung zur Verfügung stand. In der Weise, in der Mathematik zur Gestaltung und zum Verständnis unserer Welt genutzt wird, beeinflusst sie das gesellschaftliche Denken der Moderne. Fischer versteht Mathematik daher nicht nur isoliert als Wissenschaft, sondern als gesellschaftliches System:

> Das System, darunter verstehe ich, dass uns die Mathematik ein System von Denkweisen, von Organisationsformen des Denkens aber auch von sozialen Organisationsformen zur Verfügung stellt, ein System, das unser Verhalten weitgehend bestimmt, das unseren Umgang miteinander regelt, dem wir uns unterwerfen, ohne es zum Teil zu wissen. Ohne zum Teil zu wissen, dass das bestimmte Prinzipien sind, die nicht notwendigerweise gelten müssen.[4]

Skovsmose äußert sich ähnlich und fragt insbesondere, auf welche Weise Mathematik unser Denken verändert, uns bestimmte Arten des Verstehens und Gestaltens nahelegt und andere verbaut:

> Therefore, it makes sense to ask whether mathematics can be seen as a language with a universal descriptive power, or if it creates and expands blind spots. How would the world look for a person whose mother tongue is mathematics? A strong belief in the omnipotence of mathematics is expressed by the Galilean formulation that God has organised the world in accordance with the principles of mathematics. If this is true, mathematics must then possess an unlimited and complete descriptive power. However, if God did not organise the world in accordance with mathematics alone, it would make sense to ask if the language of mathematics provides a fruitful or a restricted world view. Does mathematics keep our imagination on a short leash? Does mathematics make us see reality in a distorted way?[5]

---

[1] Davis & Hersh 1981, S. 294f.

[2] Gemeint sind damit nicht Berührungen mit technischen Schöpfungen wie Fernsehern, Handys und Brücken, zu deren Herstellung Mathematik benötigt wurde, und die einigen Autoren Anlass geben so Veröffentlichungen mit so nichtssagenden Parolen wie ›Alles ist Mathematik‹. Ein Beispiel für eine solche Veröffentlichung ist *Alles Mathematik – Von Pythagoras zum CD-Player* von Martin Aigner und Ehrhard Behrends. Dort erheben die Autoren einen merkwürdigen, wenn auch nicht ungewöhnlichen Totalitätsanspruch für die Mathematik: »Mathematik ist überall, ganz einfach, weil sie in vielen Fällen das (oft einzige) Mittel ist, die Probleme zu analysieren und zu verstehen. Vom CD-Player zur Börse, von der Computertomographie zur Verkehrsplanung – alles (auch) Mathematik« (Aigner & Behrends 2000, S. v).

[3] François & Sutter 2005, S. 127

[4] Fischer 2006a, S. 90

[5] Skovsmose 1994, S. 4

Ebendiese Befürchtung ist nun Teil der Kritik am Denken der Moderne, wie es durch die Frankfurter Schule geäußert wird. Max Horkheimer und Theodor Adorno werfen dem neuzeitlichen Denken vor, dass es die Prinzipien der Mathematik unkritisch zu Prinzipien allen Denkens universalisiert. Das betrifft zum einen das logische Denken und die Hoffnung auf ein der Mathematik gleiches System, in der alle Erkenntnisse in Beziehungen des zwingenden Schließens geordnet werden können: »Als Sein und Geschehen wird von der Aufklärung vorweg nur anerkannt, was durch Einheit sich erfassen läßt; ihr Ideal ist das System, aus dem alles und jedes folgt«.[1] Zum anderen betrifft es die Quantifizierung als universelles Ausdrucksmittel:

> Die mythologisierende Gleichsetzung der Ideen mit den Zahlen in Platons letzten Schriften spricht die Sehnsucht aller Entmythologisierung aus: die Zahl wurde zum Kanon der Aufklärung. Dieselben Gleichungen beherrschen die bürgerliche Gerechtigkeit und den Warenaustauch.[2]

Dass dadurch die Grenzen des Denkbaren verschoben werden, ist Horkheimer & Adorno bewusst und Teil ihrer Kritik. Die »bürgerliche Gesellschaft« der Moderne sei »beherrscht vom Äquivalent«: »Sie macht Ungleichnamiges komparabel, indem sie es auf abstrakte Größen reduziert«. Wo diese Abstraktion, die letztlich in Zähl- und Messbares mündet, nicht gelingt, sieht die Aufklärung die Grenzen des vernünftig Denkbaren: »Der Aufklärung wird zum Schein, was in Zahlen, zuletzt in der Eins, nicht aufgeht; der moderne Positivismus verweist es in die Dichtung«.[3] Sicherlich denken Horkheimer & Adorno an Hilberts Formalismus, wenn sie der auf Mathematik aufbauenden modernen Wissenschaft vorwerfen:

> Wissenschaft, in ihrer neopositivistischen Interpretation, wird zum Ästhetizismus, zum System abgelöster Zeichen, bar jeglicher Intention, die das System transzendierte: zu einem Spiel, als welches die Mathematiker ihre Sache längst schon stolz deklarierten.[4]

Die Universalisierung einer Mathematik, die sich selbst von allen weltlichen Verbindungen lossagt und nur mehr als Zeichenspiel versteht, auf die dessen zum Trotz aber allenthalben die wissenschaftliche Wahrnehmung unserer Welt zurückgeführt wird, ist für Horkheimer & Adorno ein erkenntnistheoretisches Problem:

> Natur ist, vor und nach der Quantentheorie, das mathematisch zu Erfassende; selbst was nicht eingeht, Unauflöslichkeit und Irrationalität, wird von mathematischen Theoremen umstellt. In der vorwegnehmenden Identifikation der zu Ende gedachten mathematisierten Welt mit der Wahrheit scheint Aufklärung vor der Rückkehr des Mythischen sicher zu sein. Sie setzt Denken und Mathematik in eins. Dadurch wird diese gleichsam losgelassen, zur absoluten Instanz gemacht.[5]

Die Frankfurter Schule wirft der modernen Wissenschaft vor, dass sie die Mathematik fortwährend nutzt, um ihre Ergebnisse in platonistischer Tradition als »notwendig und objektiv« darzustellen,[6] so als decke die Mathematik wie von Platon behauptet lediglich ewige und vom Menschen unabhängige Wahrheiten auf und als habe es die Grundlagenkrise, welche die Mathematik auf ihre gesellschaftliche Bedingtheit zurückwarf, nie gegeben. Die Grundlagenkrise der Mathematik, welche verstummt, aber nicht überwunden ist, betrifft somit auch den Geltungsanspruch der modernen Wissenschaften. Erkenntnisse mit Hilfe der Mathematik als Notwendigkeiten und Objektives darzustellen, ist im besten Falle ignorant und im schlimmsten Falle heuchlerisch. Damit offenbart sich die Mathematik als gesellschaftliches Machtmittel,

[1] Horkheimer & Adorno 1944, S. 13
[2] Horkheimer & Adorno 1944, S. 13
[3] Horkheimer & Adorno 1944, S. 13-14
[4] Horkheimer & Adorno 1944, S. 24
[5] Horkheimer & Adorno 1944, S. 31
[6] Horkheimer & Adorno 1944, S. 31-32

welches – der Verunsicherung gegenüber den einen Grundlagen zum Trotz – genutzt wird, um Geltungsansprüche am Denken unserer Zeit zu erkämpfen und zu behaupten.

Die unterschiedlichen Perspektiven auf die Frage, was Mathematik ist, lassen eine ganze Reihe unterschiedlicher und nicht notwendig widersprüchlicher Sichtweisen zu. Im Folgenden soll der Begriff *(akademische) Mathematik* in einem eher engen Sinne verwendet werden zur Beschreibung eines kulturellen Phänomens, welches axiomatisch angeordnetes und deduktiv validiertes Wissen umfasst, im antiken Griechenland erstmals dokumentiert ist und heute vor allem von akademischen Mathematikern getragen wird. Der Begriff *Schulmathematik* beschreibt die Mathematik, die in der Schule verwendet wird, wobei etwaige Unterschiede zur akademischen Mathematik hier nicht diskutieren werden sollen. Wo mathematische Verfahren, etwa in Verwaltung, Wirtschaft und Wissenschaft, auf weltliche Probleme angewendet werden, wird von *Anwendung von Mathematik* gesprochen. Für die philosophischen und soziologischen Diskurse um die Mathematik sind die Begriffe der *Philosophie und Soziologie der Mathematik* gebräuchlich. Schließlich wird in der folgenden Untersuchung auch der Begriff des *Mathematischen* verwendet, der in einem weiten Sinne neben der Mathematik, ihrem Unterricht und ihrer Anwendung alle Kulturphänomene einschließen soll, mit denen die Mathematik eng verbunden ist, etwa die Logik und das Rechnen. Das Mathematische ist damit der Oberbegriff eines facettenreichen Komplexes gesellschaftlicher Phänomene, von denen die akademische Mathematik nur eines ist.

Kapitel 3 – Sozialkritische Beiträge der Mathematikdidaktik

In der Mathematikdidaktik und teilweise in benachbarten Disziplinen wurden bereits Arbeiten hervorgebracht, welche den Mathematikunterricht in einer Weise betrachten und untersuchen, die sozialkritisch genannt werden kann. Diese Arbeiten werden im Folgenden vorgestellt und in einen umfassenden wissenschaftlichen Diskurs über die gesellschaftliche Rolle von Mathematikunterricht eingeordnet. Die Rezeption der Arbeiten ist danach gegliedert, an welche wissenschaftlichen Traditionen sie vorrangig anknüpfen. Nur der *Critical Mathematics Education*, wo dies kaum möglich erscheint, wird ein eigenes Unterkapitel gewidmet.

3.1 Marxistisch inspirierte Beiträge

Am Ende der 60er und am Anfang der 70er Jahre des 20. Jahrhunderts waren weite Teile der westdeutschen Geisteswissenschaften durch das wissenschaftliche Erbe des Marxismus inspiriert. Der Hintergrund dieser Orientierung liegt in der 68er-Bewegung, einer hauptsächlich von Studenten und Intellektuellen getragenen Bewegung, welche sich für ein Ende der US-amerikanischen Kriegsbeteiligung in Vietnam, für eine Aufarbeitung der deutschen NS-Vergangenheit, für die Akzeptanz nicht-traditioneller Lebensentwürfe und für eine Wiederbelebung linksgerichteter Politik einsetzte. Im Zuge der 68er-Bewegung kam es zu einer großflächigen Neurezeption und Diskussion gesellschaftskritischer Werke, insbesondere jener von Karl Marx und Friedrich Engels, wodurch marxistische Erklärungsmodelle auch in Teilen der Forschung dieser Zeit auftauchen. Die marxistische Brille erlaubt dabei einen ersten gesellschaftskritischen Zugriff auf den Mathematikunterricht nach dem Zweiten Weltkrieg, unterliegt jedoch – wie sich zeigen wird – einigen ernstzunehmenden Beschränkungen.

Zunächst tragen die schulsoziologischen Beiträge von Schelsky, Bourdieu und anderen den Klassenkampf ins Klassenzimmer: Die Erkenntnisse, dass die »Schule als soziale Dirigierungsstelle« Kinder aus bürgerlichen Familien bevorteilt und Chancengleichheit als Illusion betrachtet werden kann,[1] heizt die Kampfhaltung linksgerichteter Intellektueller an und motiviert nun auch im Bildungskontext die Forderung nach einer Emanzipation des Arbeitertums. Bestärkt werden diese Bestrebungen durch Erkenntnisse aus der Soziolinguistik, welche auf strukturelle Mechanismen der sprachlichen Benachteiligung von Arbeiterkindern hinweisen.[2] Schließlich geht diese Emanzipationsbewegung ein strategisches Bündnis ein mit der Bildungspolitik nach dem sogenannten Sputnik-Schock. Hatte die Mathematik nach dem Zweiten Weltkrieg durch die Etablierung der angewandten Mathematik und das Aufkommen der elektronischen Datenverarbeitung bereits an Prestige gewonnen, so führte die Installation des ersten künstlichen Satelliten namens Sputnik im Erdorbit durch die Sowjetunion in Jahre 1957 im Westen zu dem Gefühl, dass die Sowjetunion in Wissenschaft und Bildung, insbesondere in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Bildung, einen Entwicklungsvorsprung habe, welcher die Sicherheit des Westens gefährde und aufgeholt werden müsse. Bildungspolitisch attraktiv wirkte vor diesem Hintergrund die Aussicht, dass eine schichtsensitive Pädago-

[1] Schelsky 1956; Bourdieu & Passeron 1964; diskutiert in Unterkapitel 2.2.
[2] Richtungsweisend sind hier die frühen Arbeiten von Basil Bernstein; vgl. Unterkapitel 3.3.

gik eine Effizienzsteigerung des Bildungswesens durch eine Bildungsemanzipation eigentlich bildungsferner Schichten ermöglichen könnte.[1]

In genau diese Richtung argumentiert Wolfgang Münzinger. Er legt 1971 eine Studie vor, die – nach einer Kritik der damaligen gesellschaftlichen Rolle von Mathematik und Mathematikunterricht – untersucht, wie sich die von der Bildungspolitik angeschobene Neue Mathematik, eine Neuorientierung der Unterrichtsinhalte an Mengenlehre und Aussagenlogik, für eine emanzipative Bildung nutzen lässt. Mit der Neuen Mathematik wird seinerzeit die Hoffnung verbunden, durch eine frühe Bildung im Formalen zu einem größeren Verständnis von und Interesse an Mathematik zu gelangen und somit die gestiegene Nachfrage nach mathematisch gebildeten Arbeitskräften zu befriedigen. Für Münzinger besteht die Bedeutung von Bildung jedoch nicht nur in ihrem ökonomischen Nutzen, sondern auch in der Ermöglichung einer Emanzipation von den herrschenden gesellschaftlichen Verhältnissen. Soziolinguistische Studien von Basil Bernstein hatten gezeigt, dass Kindern bildungsferner Elternhäuser formale Denk- und Argumentationsmuster fremd, während sie Kindern bildungsnaher Elternhäuser durch die Sprache ihrer Eltern bereits vertraut sind.[2] Diese Ungleichheit wird als einflussreicher Mechanismus zur Aufrechterhaltung der Ungerechtigkeit der bürgerlich-kapitalistischen Gesellschaft, beispielweise bezüglich der Besitzverhältnisse, angesehen. Münzinger hofft, dass Kinder mit bildungsfernem Hintergrund durch die frühe Beschäftigung mit Neuer Mathematik diesen Bildungsrückstand nicht nur aufarbeiten können, sondern dadurch zugleich die Herrschaft des formal denkenden und argumentierenden Bürgertums durchschauen und überwinden zu lernen.

Münzingers Vorschläge für die fachliche und unterrichtsmethodische Aufarbeitung eines emanzipativen Lehrgangs in Neuer Mathematik sowie seine Überlegungen über eine Reform der Lehrerbildung sollen hier weniger interessieren als seine kritische Bestandsaufnahme der damaligen Mathematikdidaktik. Dem unter den Apologeten der Neuen Mathematik häufig vertretenen Glauben, dass die Mathematik das Denken schule, begegnet Münzinger zumindest skeptisch:

- Mit welchem gesellschaftlichen Anspruch wird eine solche Forderung gestellt?
- Welches Denken schult die Mathematik?
- Wie unterscheidet sich das durch Mathematik ausgebildete Denken von anderem Denken?
- Welche unmittelbaren Wirkungen und Nebenfolgen hat ein mathematisches Denken?
- Wem nützt es?
- Worin liegt das Moment der Emanzipation?
- In welchem Verhältnis stehen Sprache und mathematisches Denken?[3]

Münzingers Fragen zeigen, dass er einer Verabsolutierung mathematischen Denkens als allgemeines Denken nicht zustimmt, sondern mathematisches Denken als eine bestimmte Form des Denkens ansieht, welche durchaus eine politische Dimension haben mag. Wenn er dann nach den Besonderheiten des mathematischen Denkens sucht, bezieht sich Münzinger nicht nur auf den formal-elaborierten Sprachcode, welchen Bernstein dem Bürgertum zuschreibt, sondern auch auf das ästhetische Moment der Mathematik, insbesondere des Logizismus. Mit Blick auf die Umstände der Genese der Mathematik in der Antike argumentiert Münzinger, dass ihre Ästhetik in der Abkehr von den Widersprüchlichkeiten der gesellschaftlichen Wirklichkeit und der Zuwendung zu einer widerspruchsfreien Welt unvergänglicher Wahrheiten liege:

---

[1] Vgl. Neander 1974, S. 57ff.
[2] Münzinger bezieht sich auf Bernstein 1959.
[3] Münzinger 1971, S. 14

> Die Betonung des ästhetischen Moments in der Mathematik erweist sich so als Reflex auf widersprüchliche reale gesellschaftliche Verhältnisse. Die Beschäftigung mit dem Ästhetischen bedeutet Flucht vor dem Häßlichen in dieser Gesellschaft, vor der Armut, der Willkür, dem Unzulänglichen, dem Widersprüchlichen, dem Brutalen.[1]

Gerade weil sich die Mathematik dem Idealen zuwendet, ist ihr Denken kein allgemeines, sondern ein besonderes.[2]

Etwas losgelöst von seiner eigentlichen Argumentationslinie bezüglich der Emanzipation durch Neue Mathematik tritt Münzinger zudem für eine Aufgabenkultur ein, welche die Anwendungen von Mathematik kritisch betrachtet. Sowohl in der griechischen Sklavenhaltergesellschaft der Antike als auch in der technokratischen Gesellschaft der Moderne ist die Mathematik »nicht von den in der Gesellschaft herrschenden Interessen zu isolieren«.[3] Sie ist ein Machtmittel, dessen Verständnis und Nutzung nur einer privilegierten Elite zugänglich ist. Münzinger zeigt sich jedoch auch hier überzeugt davon, dass benachteiligten Schichten durch eine reformierte Bildung ein emanzipativer Zugang zum Machtinstrument Mathematik verschafft werden kann:

> Der moderne Mathematikunterricht als Teil des Schulbetriebs [...] müßte sich der ungeheuer schweren Aufgabe stellen, in seinem Bereich einen Beitrag zu leisten, um dieser Irrationalität [der ungleichen Verteilung und gleichzeitigen Verschwendung von Reichtum] entgegenzuwirken. Konkret gefragt: Müssen nicht völlig neue Aufgaben in den Schulbüchern erscheinen? Müßte nicht auch in Sachaufgaben jene bisher immer verschwiegene Seite der ungleichen Verfügungsmacht einiger Gruppen über wirtschaftliche Güter, Menschen und die gesellschaftliche Entwicklung zur Geltung kommen? Ist es nicht reichlich anachronistisch, den Krämerladen als Requisitenkammer für Sachaufgaben des Rechenunterrichts beizubehalten?[4]

Münzingers Arbeit bezieht sich insgesamt sehr allgemein auf die Gesellschaftskritik von Marx & Engels, indem eine Aufteilung der Gesellschaft in Klassen angenommen, die Benachteiligung der Arbeiterschicht – auch im Mathematikunterricht – aufgezeigt und eine Emanzipation der Arbeiterschicht durch Bildung verfolgt wird. Andere Beiträge greifen zu spezielleren Anleihen aus der marxistischen Gesellschaftstheorie. Ein zentraler Begriff von Marx & Engels ist der der *Ideologie*, als welche sie ein Denken bzw. eine Weltsicht verstehen, welche dem Machtanspruch einer bestimmten gesellschaftlichen Gruppe (meist der herrschenden Schicht) dienen:

> Die Gedanken der herrschenden Klasse sind in jeder Epoche die herrschenden Gedanken, d.h. die Klasse, welche die herrschende *materielle* Macht der Gesellschaft ist, ist zugleich ihre herrschende *geistige* Macht. Die Klasse, die die Mittel zur materiellen Produktion zu ihrer Verfügung hat, disponiert damit zugleich über die Mittel zur gei-stigen Produktion, so daß ihr damit zugleich im Durchschnitt die Gedanken derer, denen die Mittel zur geistigen Produktion abgehen, unterworfen sind. Die herrschenden Gedanken sind weiter Nichts als der ideelle Ausdruck der herrschenden materiellen Verhältnisse, die als Gedanken gefaßten herrschenden materiellen Verhältnisse; also der Verhältnisse, die eben die eine Klasse zur herrschenden machen, also die Gedanken ihrer Herrschaft. Die Individuen, welche die herrschende Klasse ausmachen, haben unter Anderm auch Bewußtsein

---

[1] Münzinger 1971, S. 42

[2] Münzinger stellt dem logischen Denken das dialektische gegenüber, wie es in der Frankfurter Schule um Horkheimers und Adornos *Dialektik der Aufklärung* gepflegt wurde und welches das Widersprüchliche im Denken als authentisches Abbild einer widersprüchlichen Lebenswirklichkeit in Kauf nimmt. Freilich ist er nicht so naiv zu fordern, dass die Mathematik statt auf Logik nun auf Dialektik gründen möge; seiner Gegenüberstellung geht es vielmehr um ein Zurechtrücken des erkenntnistheoretischen Anspruchs der Mathematik, um die Einsicht in die Besonderheit, Vorannahmen und Beschränktheit des mathematischen Denkens.

[3] Münzinger 1971, S. 46

[4] Münzinger 1971, S. 42

> und denken daher; insofern sie also als Klasse herrschen und den ganzen Umfang einer Geschichtsepoche bestimmen, versteht es sich von selbst, daß sie dies in ihrer ganzen Ausdehnung tun, also unter Andern auch als Denkende, als Produzenten von Gedanken herrschen, die Produktion und Distribution der Gedanken ihrer Zeit regeln; daß also ihre Gedanken die herrschenden Gedanken der Epoche sind.[1]

Für Marx & Engels geht es nun darum, diesem Denken die »wirkliche Basis der Geschichte« gegenüberzustellen,[2] welche von der ewigen Unterdrückung der Arbeitenden zeuge und welche von der Ideologie nur verschleiert würde, so dass in gängigen Marx-Rezeptionen Ideologie als ›falsches Bewusstsein‹ aufgefasst wird.[3]

Die 60er und 70er Jahre bringen ideologiekritische Studien in nahezu allen Geisteswissenschaften hervor. In der Mathematikdidaktik weist Peter Damerow die verbreitete Behauptung zurück, »der Mathematikunterricht sei seiner wahren Natur nach frei von Ideologie«, denn diese Behauptung »gehört zu jenem gesellschaftlich vermittelten Bilde und muß selbst daraufhin befragt werden, ob sie nicht zur Ideologie des Mathematikunterrichts gehört«.[4] Damit wird dem Mathematikunterricht nicht nur eine ideologische Verfangenheit unterstellt, sondern zugleich behauptet, dass diese Verfangenheit unter anderem darin bestehe, ihm Ideologiefreiheit zuzuschreiben. Für solche Phänomene können Peter Damerow und Christine Keitel ein bildungspolitisches und ein unterrichtsmethodisches Beispiel anbringen.

Bildungspolitisch bezieht sich Damerow auf die Verwissenschaftlichung des Mathematikunterrichts an deutschen Haupt- und Realschulen im Zuge der Neuen Mathematik. Noch in den Beschlüssen der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder (KMK) von 1958 hieß es zu »Aufgabe und Ziel des Mathematikunterrichts«:

> Er erzieht die Schüler zu folgerichtigem Denken, zu Selbstzucht und Konzentration [...]. Ordnung, Sorgfalt und Genauigkeit in der mathematischen Arbeitsweise sind besonders zu beachten.[5]

Damit sollte der Mathematikunterricht im Allgemeinen nicht nur wissenschaftspropädeutische, sondern vor allem auch disziplinierende Bildungsziele verfolgen: solche, die den Schüler auf ein ökonomisches Funktionieren im Produktionsprozess vorbereiten. Wissenschaftspropädeutischer Mathematikunterricht war überhaupt nur für die Bildungsgänge des Gymnasiums vorgesehen. Die selektive Vorbereitung der Schüler auf verschiedene gesellschaftliche Rollen mit deutlich unterschiedlichem sozialem Prestige weckte freilich den Argwohn der kritischen Zeitgenossen. Als jedoch mit dem Aufkommen der Neuen Mathematik eine wissenschaftsorientierte und vorgeblich für alle Schüler erreichbare mathematische Bildung angestrebt wurde, schien die selektive Funktion des Mathematikunterrichts überwindbar. Damerow merkt jedoch an, dass die Übernahme wissenschaftspropädeutischer Ziele für alle Schulstufen auf der Annahme beruhe, dass dieses bisher nur durch eine privilegierte Minderheit erreichte Bildungsziel prinzipiell allen Schülern zugänglich sei. Wenn dies nicht der Fall ist – man bedenke aus heutiger Sicht das Scheitern der Neuen Mathematik – dann wurde den Haupt- und Realschulen zum Zweck der dann nur scheinbaren Entideologisierung ein unrealistisches Bildungsprogramm angedichtet. Dabei ist freilich nicht davon auszugehen, dass sich die Praxis des Mathematikunterrichts an Haupt- und Realschulen durch die Reformen der Neuen Mathematik grundlegend und nachhaltig geändert hätten. Vielmehr ist anzunehmen, dass sie wenngleich abgeschwächt, so doch weiterhin im Sinne des KMK-Beschlusses von 1958 disziplinierenden Charakter hatte. Damerow stellt fest, dass die Mathematikdidaktik dem ideolo-

---

[1] Marx & Engels 1969, S. 46
[2] Marx & Engels 1969, S. 39
[3] Wenngleich sich dieses Schlagwort bei Marx & Engels offenbar nicht finden lässt.
[4] Damerow 1979, S. 101
[5] Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland 1958, S. 3

gisch wirkenden Mathematikunterricht den Schein der Ideologiefreiheit gibt, wenn diese Funktion des Mathematikunterrichts durch fragwürdige Bildungsziele verdeckt wird. Während sich an den Schulen wenig geändert haben mag, hat die Mathematikdidaktik die Ideologieträchtigkeit ihrer Bildungsgänge aus ihren Lehrplänen verdrängt.[1]

Christine Keitel untersucht die Ideologieträchtigkeit des Sachrechnens. Sie hält fest, dass sich in der Theorie des Sachrechnens der 60er Jahre ein Wandel vollzogen hat: Während Sachaufgaben zuvor größtenteils an realen Kontexten, den ›Sachen‹, interessiert waren und daran die an ihnen praktizierte Mathematik entwickelten, finden sogenannten eingekleidete Aufgaben, also Aufgaben, bei denen um einen vorgegebenen mathematischen Inhalt herum ein realer Kontext konstruiert wird, immer stärkeren Anklang in der Didaktik der Mathematik.[2] Die eingekleideten Aufgaben unterscheiden sich von den früheren Sachaufgaben dadurch, dass ihre Probleme nicht mehr vielschichtig, sondern eindeutig lösbar sind. Mit der eindeutigen Lösbarkeit der eingekleideten Aufgaben wurde offenbar die Hoffnung verbunden, dass die Mathematik hier deutlicher zu Tage trete und leichter zu erlernen sei als an vielsichtigen Sachaufgaben. Keitel weist jedoch zum einen darauf hin, dass mit der Vielschichtigkeit der früheren Sachaufgaben auch deren gesellschaftliche Bedeutung verlorengeht, dass die eingekleideten Aufgaben durch ihre eindeutige Lösbarkeit nur noch ein diszipliniertes und fremdbestimmtes Befolgen der mathematischen Lösungsalgorithmen einfordern.[3] Zum anderen kritisiert Keitel, welch gesellschaftlich weitreichenden Vorstellungen von der »Rolle der Mathematik in der Realität« eine solche Aufgabenkultur vermittelt:

> [Der Schüler] erfährt von früh an, daß sich mit ihrer Hilfe alle Probleme – jedenfalls alle, die er im Sachrechnen kennenlernt – lösen lassen, und zwar eindeutig richtig. Bei Aufgaben, die man nicht lösen kann, versagt nicht die Mathematik, sondern der Schüler; eine falsche Lösung bedeutet nur, daß man sich verrechnet hat. So entsteht die argumentative Stringenz von Berechnungen gleich welcher Art, die Überzeugungskraft von Zahlen, gleichviel, wie sie zustandekommen, die überall dort ihre Wirkung tut, wo jemand, der meist länger Mathematik gelernt hat, diejenigen, die meist weniger Mathematik lernen konnten, von der Logik und Notwendigkeit einer Absicht oder Maßnahme überzeugen will.[4]

In einer Studie zur Nutzung der Mathematik in einem wirtschaftlichen Betrieb konnten Damerow und Keitel das Wirken solcher Mechanismen aufzeigen. Sie analysieren, dass in der Anwendung der Mathematik in Sachproblemen die Wahl der mathematischen Mittel gerade nicht diskutiert wird und die Stringenz der mathematischen Behandlung folglich als unumgänglicher Sachzwang erscheint.[5] Während die Form der Berechnung der Sache also zwingend und objektiv in ihr zu liegen scheint, hat im Verborgenen eine wertgebundene Wahl der mathematischen Mittel stattgefunden, welche entscheidenden Anteil daran haben mag, wie die Sache wahrgenommen und behandelt werden kann. Die Mathematik kann also gerade dazu dienen, Wertentscheidungen den Schein der Wertfreiheit zu verleihen. Indem die Kultur der eingekleideten Aufgaben die wertgebundene Wahl der mathematischen Mittel gerade ausklammert und die Behandlung realistischer Sachverhalte auf die Anwendung feststehender und zu eindeutigen Lösungen führender mathematischer Mittel reduziert, bereitet sie gerade diese Sicht auf die Mathematik vor, also jene Ideologie der Sachzwänge, welche die zugrunde-

---

[1] Dies ist ein mathematikdidaktisches Beispiel für eine für die Pädagogik typische Verdrängung von Zielvorstellungen, die der *political correctness* eines liberalen Bildungskonzepts zuwiderlaufen; vgl. Unterkapitel 2.2.

[2] Keitel 1979, S. 253; ausführlicher Damerow et al. 1974, S. 133-147

[3] Keitel 1979, S. 256

[4] Keitel 1979, S. 257

[5] Damerow et al. 1974, S. 146f.

liegenden Wertentscheidungen im Verborgenen hält. Damerow und Keitel sprechen folglich von einer »Sachzwangideologie«.[1]

Einen weiteren marxistisch inspirierten Beitrag zur Mathematikdidaktik lieferte Joachim Neander im Jahre 1974 mit seiner Untersuchung *zur politischen Ökonomie des Mathematikunterrichts*. In Anlehnung an die Erlanger Schule um Elmar Altvater und Freek Huisken, die mit ihrer Politischen Ökonomie aus marxistischer Sicht die Zusammenhänge zwischen der Organisation von Produktion einerseits und gesellschaftlichen Institutionen andererseits ergründen, fragt Neander, auf welche Weise der deutsche Mathematikunterricht zur »Qualifikation des Arbeitsvermögens für den kapitalistischen Arbeitsprozeß und Erziehung zur ideologischen Identifikation mit dem kapitalistischen System« beitrug und -trägt.[2] Dazu zeichnet Neander die Entwicklung der Produktionsprozesse nach und stellt ihr die Entwicklung der bildungspolitischen Ansprüche an den Mathematikunterricht entgegen. Es zeigt sich schließlich, dass sich die Aufgaben des Mathematikunterrichts in einer bestimmten Epoche durch ihre ökonomischen Gegebenheiten erklären lassen.

Als im 18. und 19. Jhd. in den deutschen Ländern die Industrialisierung einsetzt, verändern sich die Produktionsprozesse grundlegend: Der mittelalterliche Handwerker, der eine Ware, beispielsweise einen Tisch, im Ganzen herstellt, weicht nun dem Fabrikarbeiter, der sich als Glied der arbeitsteiligen Produktion nunmehr auf einen Produktionsschritt, beispielsweise das Anbringen der Tischbeine, spezialisieren und diese monotone Tätigkeit immerfort wiederholen muss. Zu dieser Zeit kommt es vielerorts zur Gründung von Volks- und Fabrikschulen, welche auch den Kindern mittelloser Eltern, vor allem den Kindern der neuen Arbeiterschicht, offenstehen. Rechendidaktiker und Schulpolitiker hoffen seinerzeit, dass der Rechenunterricht zu Konzentrationsfähigkeit, Durchhaltevermögen, Sorgsamkeit und Fleiß erziehen könne. So argumentiert der Rechendidaktiker Biermann 1798, der »Kopfrechner ist gewohnt, nur an das zu denken, worüber er zu denken sich vorgenommen hat«; und die Autoren des kurpfalzbayrischen Lehrplans von 1804 wissen:

> Wenn Leichtsinn und Unaufmerksamkeit auf irgend eine Weise leicht und sicher gefesselt werden, so geschieht es durch das Rechen, besonders durch das Rechnen im Kopfe. Zu diesem Vorteil des Rechnens kommt noch der Einfluß desselben auf die Seelenkräfte, auf häuslichen Wohlstand, auf bürgerliche Treue und Glauben in Geschäften des täglichen Handels und Wandels [...].[3]

Die geforderten Charaktereigenschaften sind solche, die der Produktivität eines Fabrikarbeiters zugutekommen. Darüber hinaus soll der Rechenunterricht auch ideologisch zur Treue gegenüber dem Bürgertum erziehen. Zur gleichen Zeit wie die Volks- und Fabrikschulen entstehen Realschulen und -gymnasien, die fast ausschließlich von bürgerlichen Kindern besucht werden, welche dort für spätere Tätigkeiten als Gewerbetreibende kaufmännisches Rechnen erlernen.[4]

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts verändert sich die Rolle des Arbeiters auf Grund der einsetzenden Mechanisierung. Produziert wird zunehmend durch Maschinen, die jedoch der Wartung und Überwachung durch einen Facharbeiter bedürfen. Da die jeweilige Maschine Teil eines großen Produktionsablaufes ist, ist ihr Ausfall für den gesamten Produktionsprozess kritisch. Die Verlässlichkeit und Selbständigkeit des Facharbeiters wird damit zu einem ökonomischen Faktor. Vor diesem Hintergrund überrascht es wenig, wenn zur Zeit der Mechanisierung auch die Reformpädagogik um Georg Kerschensteiner, Hugo Gaudig oder Johannes

[1] Damerow et al. 1974, S. 146f.
[2] Neander 1974, S. 6
[3] Neander 1974, S. 19 zitiert Sterner 1891, S. 385, 458-459.
[4] Neander 1974, S. 23f.

Kühnel populär wird, welche für ihre Arbeitsschulen gerade keinen Disziplinunterricht, sondern einen Unterricht im eigenverantwortlich-selbständigen Rechnenlernen fordern.[1]

Parallel zum Ruf nach selbständigen Facharbeitern meldet die Industrie einen gestiegenen Bedarf nach mathematisch-naturwissenschaftlich gebildeten Wissenschaftlern und Ingenieuren an, um die Mechanisierung voranzutreiben. Indem der Staat beginnt, mathematische Bildung als volkswirtschaftlichen Faktor aufzufassen, sind die Grundsteine für eine Expansion des Mathematikunterrichts in der Schule gelegt. Im Jahre 1872 kommt es in Preußen zu einer Verstaatlichung des vorher unter kirchlicher Aufsicht stehenden Volksschulwesens und zu einer Expansion mathematisch-naturwissenschaftlicher Inhalte. Zunächst kommen kaufmännisches Rechnen, Raumlehre und Zeichenunterricht hinzu, am Gymnasium mit der von Felix Klein vorangetriebenen Meraner Reform um 1922 auch funktionale Zusammenhänge.[2]

Der Sputnik-Schock und die Neue Mathematik sind lediglich ein weiteres Beispiel für die Parallelentwicklung von Wirtschaft und Mathematikunterricht. Die Arbeit von Münzinger (1971) dokumentiert für dieses Beispiel die Verzahnung politisch und wirtschaftlich motivierter Bildungsansprüche und mathematikdidaktischer Reformbestrebungen.

Zusammenfassend offenbart Neanders politische Ökonomie des Mathematikunterrichts, dass sich dessen Reformen durch die veränderten ökonomischen Bedingungen hervorragend erklären lassen. Der ökonomische Einfluss auf den Mathematikunterricht ist jedoch nicht so zu lesen, als ob die Entscheidungsträger der Wirtschaft dem Mathematikunterricht seine Lehrform und Inhalte diktieren würden. Vielmehr beeinflussen die sich ändernden Produktionsformen das Leben und die Geisteshaltung der Zeitgenossen, beispielsweise ihre Wertschätzung für Werte wie Fleiß, Konzentrationsfähigkeit und Zuverlässigkeit. Der veränderte Zeitgeist schlägt sich schließlich auch in der Pädagogik wieder, die offenbar genau dann wirksam wird, wenn sie mit ihren Reformgedanken auf die Bedürfnisse der Wirtschaft antwortet.

Dieses Resümee stellt der Bedeutung der Pädagogik ein schlechtes Zeugnis aus: Ist die Pädagogik eine an humanistischen und aufklärerischen Idealen orientierte Utopie, der nur dann bedeutungsvoll wird, wenn sie sich als Erfüllungsgehilfe ökonomischer Bedürfnisse erweist? Diese Schlussfolgerung ist so leicht nicht von der Hand zu weisen. Als Johann Pestalozzi noch im 18. Jahrhundert einen zu Selbständigkeit erziehenden, emanzipativen Mathematikunterricht für Bauernkinder fordert, ist er den ökonomischen Verhältnissen um ein Jahrhundert voraus und wird harsch zurückgewiesen.[3] Im 18. Jhd. ist der selbständige Untertan noch nicht der virtuose Herr über die Produktionsmaschine, als welcher er zur Zeit der Mechanisierung entworfen wird, sondern eine Bedrohung für die Herrschaft. Anstatt »in den dunklen Lumpenwinkeln des Dorfs allenthalben das helle Licht des Ein mal Eins«[4] anzünden zu dürfen, bleibt Pestalozzi ein unter Pädagogen bewundertes Vorbild, dem zu folgen ihnen die Obrigkeit untersagt. Zu sehr fürchtet sie sich davor, die Aufmüpfigkeit der Unterdrückten mit zu viel Bildung zu füttern;[5] und das ökonomische Argument für eine Erziehung zur Selbständigkeit entsteht erst ein Jahrhundert später.

[1] Neander 1974, S. 48ff.
[2] Neander 1974, S. 42ff.
[3] Neander 1974, S. 20f, 30f.
[4] Pestalozzi 1869, S. 151, zitiert in Neander 1974, S. 19
[5] Neander 1974, S. 18, 21, 30f.

3.2 Wissenschaftsphilosophisch inspirierte Beiträge

Andere Beiträge zu einer sozialkritischen Mathematikdidaktik sind – wenngleich auch sie von der marxistischen Gesellschaftstheorie nicht unberührt sein mögen – stärker orientiert an der Philosophie von Mathematik und Mathematikdidaktik.

Der österreichische Mathematikdidaktiker Roland Fischer veröffentlicht im Jahre 1984 Ansätze einer Theorie eines fachkritischen Mathematikunterrichts. Unterricht solle ein »Prozeß der Befreiung vom Gegenstand«, also von der Mathematik, sein. Wenngleich Fischer zu verstehen gibt, dass er auf die durch Mathematik ermöglichten Annehmlichkeiten des Lebens weder verzichten wolle, noch könne (und einem vereinnahmenden »wir« schlicht das gleiche unterstellt),[1] ist Fischers Ausgangspunkt durchaus mathematikkritisch:

> Es besteht jedoch die Gefahr, daß Mathematik entweder als monumentale Bedrohung, als Moloch, der alles verschlingt, dem man sich entziehen muß, wenn man Menschen bleiben will, empfunden wird – oder aber als ein sicherer Hort, dem man sich ohne Bedenken überlassen kann, der alle lösbaren Probleme löst, der einem sagt, was richtig und was falsch ist. Beide Haltungen laufen darauf hinaus, daß die Mathematik den Menschen *beherrscht.*[2]

Dementgegen solle mathematische Bildung zur »Beherrschung von Mathematik« durch den Menschen führen, ihm nicht nur Mathematik näherbringen, sondern eine »Distanzierung« und »Befreiung von Mathematik« ermöglichen.[3] Man beachte auch die beiläufige Kritik an Pädagogik und Fachdidaktik, wenn Fischer zugespitzt resümiert:

> Aufgabe des Fachunterrichts im offiziellen Bildungssystem sollte heute nicht nur und nicht in erster Linie das Heranführen an bestimmtes Wissen sein – mit den verschiedenen methodischen Varianten vom Aufzwingen bis zum listigen Schmackhaft-Machen – auch nicht nur das Anstreben sogenannter „allgemeiner, höherer“ pädagogischer Ziele, wozu die Inhalte dann nur als Vehikel dienen, sondern die Entwicklung eines reflektierten, realistischen Verhältnisses zum jeweiligen Wissen.[4]

Neben einer Reihe kleinerer Vorschläge zur Gestaltung eines fachkritischen Mathematikunterrichts wirbt Fischer vor allem für Sinn-Argumentationen im Mathematikunterricht: Sowohl Lehrer, als auch Schüler sollen nicht nur den mathematischen Sinn der Unterrichtsinhalte zum Gegenstand ihrer Reflexion machen, sondern auch ihren Bildungswert, sich also sowohl fragen, was sie da lernen, also auch, ob es der Mühe wert ist.[5]

Allgemein sieht Fischer den kulturellen Wert der Mathematik in der Bereitstellung einer gedanklichen Zwischenwelt, welche den Menschen nicht nur »von der Natur und ihren Zwängen«, sondern auch »von zwischenmenschlichen Herrschaftszwängen« befreie und ihm eine freie, ungezwungene Ordnung seines Denkens nach seinen Wünschen erlaube.[6]

Völlig unvermittelt zu diesen Betrachtungen verweist Fischer bezüglich der Wahrnehmung von Mathematik als Bedrohung auf die Mathophobie, der emotionalen Distanzierung von Mathematik. Von Papert nimmt Fischer die Sorge, dass viele Menschen von der Mathematik ausgeschlossen werden könnten, wenn deren Struktur nur implizit zu erkennen sei und nicht aus einer außenstehenden Perspektive zugänglich gemacht wird. Insofern wäre Fachkritik zu verstehen als Angebot zum Durchschauen der Mathematik, welche sonst nur einer privilegierten Minderheit zugänglich zu sein droht. Bemerkenswert ist, dass Fischer die Mathophobie ›wesentlich‹ begründet sieht in der Struktur der Mathematik, insbesondere in ihrer Abstrakt-

[1] Fischer 1984, S. 51
[2] Fischer 1984, S. 52
[3] Fischer 1984, S. 52, ohne die Hervorhebungen des Originals
[4] Fischer 1984, S. 52, ohne die Hervorhebungen des Originals
[5] Fischer 1984, S. 67-69
[6] Fischer 1984, S. 57

heit.[1] Genauere Ausführungen zur Struktur der Mathematik liefert Fischer jedoch erst später. 1986 publiziert er eine Thesensammlung zum *Verhältnis von Mathematik und Kommunikation*, in der er formuliert, dass eine herausragende gesellschaftliche Funktion der Mathematik darin bestehe, dass sie »gleichzeitig Mittel und System der Kommunikation« sei.[2] Indem die Mathematik das Objektive erfasse, ermögliche sie Kommunikation in der Gesellschaft. Indem der Einzelne dieser Kommunikation ausgesetzt ist und sich mit ihr arrangieren muss, avanciere die Mathematik von Mittel zum System der Kommunikation.[3] Kennzeichen der mathematisch-objektiven Kommunikation seien die »anschauliche Kommunikation über Unanschauliches«, welche die Mathematik durch eine »Vergegenständlichung des Abstrakten« ermögliche, ferner ein strenger Formalismus, dessen Funktionalität nachgewiesen werden kann, sowie eine Mehrdeutigkeit hinsichtlich ihrer Anwendung und Darstellung.[4] Gesellschaftlich attraktiv sei dieser mathematische Zugang auf Grund der Widerspruchsfreiheit der Mathematik, welche gesellschaftliche Einigkeit nach sich ziehe: »Die Mathematik eignet sich als Minimalkonsens, weil sie alles ausschließt, was der Einigkeit entgegentreten könnte«.[5]

Fischer sieht jedoch noch einen allgemeineren Zusammenhang von Logik und Gesellschaft. In Anlehnung an den Philosophen Gerhard Schwarz (1985) weist Fischer eine Analogie zwischen vier Axiomen der klassischen Logik und vier Prinzipien hierarchisch-bürokratischer Organisation aus.[6] Diese Analogie lässt sich so interpretieren, dass die Logik die Mathematik nach dem gleichen Muster regle wie die Hierarchie die bürokratische Verwaltung.[7] Eine weitere wissenschaftstheoretische oder soziologische Fundierung bleibt hier jedoch genauso aus wie ein Bezug zum Mathematikunterricht.

Letztlich bleibt Fischers Werk fragmentarisch. Er legt keine umfassende Untersuchung zur Mathematik vor, welche seine These, dass Mathophobie auf dem Wesen der Mathematik beruhe, erhellen könnte, führt seine Theorie eines fachkritischen Unterrichts nicht weiter und zeigt für diesen auch keine unterrichtlichen Umsetzungsmöglichkeiten auf. Ein wiederkehrendes Merkmal von Fischers Publikationen sind Aneinanderreihungen lose zusammenhängender Thesen, welche weder ein gemeinsames theoretisches Fundament haben, noch zum Aufbau eines solchen führen. Die Rezeption genutzter Theorien ist weder umfassend noch kritisch, so dass Fischer seine fragwürdigen Thesen oft nur im Sinne des *common sense* plausibel macht; beispielsweise, wenn er fordert, der Mathematikunterricht solle auch einer »spielerischen Disziplinierung« dienen, ohne zu sagen, was hier unter Disziplinierung genau verstanden werden soll.[8] Insgesamt bietet Fischers Werk eine Zusammenstellung interessanter Ideen, doch deren Wertschätzung fällt aus wissenschaftlicher Sicht zumindest schwer. Letztlich interessiert sich Fischer zwar weiterhin für Menschen, die »von Mathematik, ihren Anwendung-en, ihrer Ordnungsmacht *passiv* betroffen« sind und versteht sich damit offenbar als eine Art Soziologie,[9] seine vereinzelten Veröffentlichungen zu Gesellschaft und Mathematik erreichen jedoch nie wieder das sozialkritische Niveau seines Aufsatzes von 1984.

Die wissenschaftsphilosophischen Beiträge von Philip Ullmann unterscheiden sich von Fischers Werk schon dadurch, dass sie nicht in Aufsätzen verteilt, sondern in einem Buch ver-

---

[1] Fischer 1984, S. 55
[2] Fischer 2006e, S. 209
[3] Vgl. Unterkapitel 2.4.
[4] Fischer 2006e, S. 210ff.
[5] Fischer 2006c, S. 84
[6] Fischer 2006d, S. 268f.
[7] Mehr dazu in Unterkapitel 5.3.
[8] Fischer 2006a, S. 107
[9] Fischer 2006b, S. 11

eint und aufeinander bezogen vorgetragen werden. Ullmanns *kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik* (2008) nimmt sich ganz gezielt eine Kritik des Selbstverständnisses und gesellschaftlichen Anspruchs von Mathematik und Mathematikunterricht zum Gegenstand. Ullmann trägt hauptsächlich die mathematikkritischen Argumente der Frankfurter Schule und des Historikers Herbert Mehrtens unter dem Schirm einer marxistischen Ideologiekritik zusammen und illustriert diese Sichtweise an vielfältigen Beispielen, unter anderem zur Anwendung von Mathematik und zum Schulunterricht in Mathematik. Ullmann versteht die Mathematik als Ideologie der Moderne, da sie ihre eigene Geschichtlichkeit ignoriere und sich selbst als Mythos installiere – als Mythos, der folgende Geschichte erzähle:

> Mathematik, und das heißt mathematisches Wissen, ist gesichert, wahr, rational, objektiv und universell gültig. Als Trägerin dieses einzigartigen Wissens ist Mathematik als wertfreie und damit freiheitliche Wissenschaft dazu legitimiert, einen universellen Wahrheit-, Gültigkeits- und Zuständigkeitsanspruch zu erheben. Mit diesem Anspruch wird Mathematik zur legitimatorischen Grundlage der Moderne, letztlich mit dem Versprechen, als Produkt der Moderne deren Krise zu bewältigen.[1]

Damit wird die Sinnhaftigkeit des mathematischen Selbstverständnisses nicht nur in Frage gestellt, es wird zugleich auf ihre politische Dimension verwiesen. Es wird deutlich, dass der Mathematikunterricht ein Bild der Mathematik vermittelt, mit welchem Mathematik als weitgehend unhinterfragte und scheinbar unhinterfragbare Rationalität zur Beherrschung von Mensch und Natur instrumentalisiert werden kann. An der militärisch geförderten Luftfahrtmathematik zeigt Ullmann, wie sich Mathematik von der Macht instrumentalisieren lässt; an der Statistik zeigt er, wie Mathematik dazu dient, in der Wissenschaft Wahrheit und in der Politik die Bevölkerung zu vermessen. All dies geschieht unter dem Anspruch, dass die Mathematik hier völlig wertfrei wirke, ja lediglich der Wahrheit und dem Faktischen nachspüre:

> Im Spannungsfeld von sich vergesellschaftender Wissenschaft und verwissenschaftlichender Gesellschaft vermittelt in jedem dieser Fälle die Praxis der Mathematik zwischen (Moderner) Mathematik und Lebenswelt. Stück für Stück eignet sich die Rechenhaftigkeit die Alltagswelt an und transformiert sie, mathematisiert sie. Und mit jedem dieser Schritte wird Mathematik als Werkzeug der Weltaneignung und -beherrschung aufs Neue legitimiert. […] Der Mythos der Zahl mit seinem Ideal der Exaktheit, Präzision, Mitteilbarkeit, Unparteilichkeit und Unpersönlichkeit überformt alle Bereiche der Lebenswelt. Die Luftfahrtmathematik, die die realen Flügelprofile ihren funktionentheoretischen Methoden anpasst; die mathematische Statistik, die ihre Objekte auf das Zählbarsein reduziert; die Statistik, die die Menschen vergleichbar macht, nur um neue Unterschiede zu konstruieren – die Beispiele ließen sich beliebig vermehren.[2]

Den Mythos Mathematik sieht Ullmann durch die Grundlagenkrise der Mathematik nicht geschwächt, sondern eher noch gestärkt. Indem Hilbert die Mathematik zum von der Welt losgelösten Zeichenspiel erklärt, rettet er die Mathematik vorerst vor soziologisch-politisch motivierter Kritik. Die Mathematik kann sich als letzte Bastion des sicheren und objektiven Wissens behaupten und diesen Mythos schließlich auch wieder auf ihre Anwendungen ausbreiten.[3] Ullmann warnt vor der Kehrseite dieser Entwicklung:

> Das Programm der Modernen Mathematik ist, indem es letztlich alles auf die Mathematik zurückführt, extrem reduktionistisch und zugleich von einem ungeahnten Expansionsstreben erfüllt. Mit dem Prometheischen Trotz des »Wir müssen wissen, Wir werden wissen!« wird Hilberts Mathematisierungsprogramm nachgerade imperialistisch; Angemessenheit wird nicht befragt.[4]

---

[1] Ullmann 2008, S. 11
[2] Ullmann 2008, S. 162f.
[3] Ullmann 2008, S. 117
[4] Ullmann 2008, S. 122

Indem Ullmann der Genese einer mathematikdidaktischen Bildungstheorie nachspürt und anschließend die Ideologie des Rechenbuchs diskutiert, zeigt er, dass gerade der Mathematikunterricht den Unfehlbarkeitsmythos der Mathematik in die Gesellschaft trägt. Hier wird dem Heranwachsenden ein Bild von Mathematik eingebrannt, welches philosophisch längst überholt, in der Organisation unserer modernen Gesellschaft aber ungebrochen wirkungsmächtig ist. Der Mathematikunterricht wird damit zum Politikum.

Gleichsam werden damit gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts tabuisiert, welche unter dem Mythos der Mathematik weiterexistieren mögen. So versteht es Ullmann nicht als der Zeit geschuldeten Ausrutscher, sondern als selten tabulose Offenbarung, wenn der Gymnasiallehrer Erwin Geck 1933 vor Kollegen über die Mathematik vorträgt:

> Ihr hauptsächlicher Wert aber liegt auf sittlichem Gebiet. In der Mathematik lernt man für seine Behauptungen einzustehen, nichts zu sagen, was man nicht begründen kann, scharf zu unterscheiden zwischen dem, was man weiß und dem, was man vermutet. Hier lernt man, daß nur unerbittliche, ernste, selbstvergessene und selbstverleugnende Arbeit, willensstarke Ausdauer zum Ziel führt.[1]

Ebenso offen wirkt der Ausspruch von Gecks Zeitgenossen Bruno Kerst aus dem gleichen Jahr:

> Wer herangebildet werden soll zu wissenschaftlicher Arbeit, gleichviel auf welchem Gebiet, für den ist die Schleifmühle des mathematischen Unterrichts unerläßlich, nicht nur zur Schulung des Denkens, sondern ebenso zur Stählung des Willens. Der Zwang, durchzuhalten bei den Schwierigkeiten der unbestechlichen Mathematik, ist für die Entwicklung des Charakters von ganz außerordentlich großem Wert.[2]

Ullmanns Studie führt vor Augen, wie in unserer Gesellschaft und letztlich im Mathematikunterricht um die Mathematik und ihren Unterricht herum Überzeugungen konstruiert werden, die ihren Einsatz rechtfertigen und Machtzusammenhänge – wie etwa disziplinierende Funktionen des Mathematikunterrichts – verdecken.

3.3 Soziologisch inspirierte Beiträge

Ein wichtiger Teil sozialkritischer Beiträge der Mathematikdidaktik ist inspiriert von den Untersuchungen Basil Bernsteins.[3] Der Engländer, der oft zu den Begründern der Soziolinguistik gezählt wird, hatte aufgezeigt, inwiefern die Verwendung und Akzeptanz von Sprache abhängt vom sozialen Hintergrund der Sprecher. Anfänglich an gesamtgesellschaftlichen Fragen interessiert und auf die Soziologie Émile Durkheims aufbauend, wandte sich Bernstein im Laufe seiner Arbeit sozialkritischen Aspekte des Sprachgebrauchs in pädagogischen Handlungsfeldern zu und orientierte sich dabei immer stärker an den Arbeiten von Pierre Bourdieu und Michel Foucault.[4] Bernsteins frühe Studien basierten auf der Erkenntnis, dass sich Arbeiterschicht und Mittelschicht in ihrem Sprachgebrauch nicht nur in Wortwahl und Grammatik unterscheiden, sondern auch in der Form der geäußerten und akzeptierten Inhalte:[5]

- Der *restringiert* genannte Sprachcode der Arbeiterschicht zeichnet sich dadurch aus, dass Äußerungen kontextgebunden sind (etwa auf die gegenwärtige Situation, persönliche Erfahrungen oder Erzählungen verweisen) und nur von in den Kontext Eingeweihten verstanden werden können.

---

[1] zitiert in Ullmann 2008, S. 201

[2] zitiert in Ullmann 2008, S. 185

[3] Einen Überblick über diese Forschungsrichtung bieten Gellert & Jablonka 2007 und Gellert & Sertl 2012.

[4] Sertl & Leufer 2012, S. 17

[5] Sertl & Leufer 2012, S. 21

- Der *elaboriert* genannte Sprachcode der Mittelschicht zeichnet sich dadurch aus, dass Äußerungen kontextunabhängig sind (indem sie etwa universalistische Ordnungsprinzipien nutzen) und auch von nicht Eingeweihten verstanden werden können.

Beide Sprachcodes können verstanden werden als ideale Anpassungen an die sprachlichen Herausforderungen im jeweiligen Lebensumfeld ihrer Sprecher. Der restringierte Sprachcode ist am effektivsten, wo Gesprächspartner gemeinsame Erfahrungen und Erzählungen teilen, etwa in Familien, Kleinbetrieben oder relativ geschlossenen dörflichen Gemeinschaften. Der elaborierte Sprachcode ist hingegen am effektivsten, wo Gesprächspartner unterschiedliche kulturelle Hintergründe haben. Durch die Arbeitsteilung, das Kooperieren und Zusammenleben von Menschen mit unterschiedlichen kulturellen Hintergründen, also durch die für die Moderne typische Spezialisierung und Konzentration von Arbeit und Leben, wird dieser Umstand von Kommunikation zu einem typischen für die Moderne. Schulunterricht zeichnet sich nun dadurch aus, dass er erstens keine subjektiven Erfahrungen, sondern universalistisches Wissen und Können zum Gegenstand hat, dass er zweitens Kommunikation von Sprechern mit eher unterschiedlichen Lebensumfeldern abverlangt und dass er drittens – in Person des Lehrers – von Sprechern der Mittelschicht organisiert wird. Der Sprachcode des Unterrichts ist also in der Regel ein elaborierter, wenngleich nicht alle Schüler einen solchen Sprachcode beherrschen mögen. Aus ebendieser Diskrepanz erwachsen sozialkritische und pädagogische Fragestellungen: *Wird der Sprachcode der Arbeiterschicht im Unterricht unterdrückt und entwertet? Inwiefern behindert der fremdartige Sprachcode den Lernerfolg von Arbeiterkindern? Sind Kinder aus der Arbeiterschicht auf Grund ihres andersartigen Sprachcodes im Bildungssystem strukturell benachteiligt? Inwiefern ist es moralisch vertretbar, restringierte Sprecher zu elaborierten Sprechern umzuerziehen? Gibt es einen Unterricht, der neben elaborierten Äußerungen auch restringierte Äußerungen wertschätzen kann?*

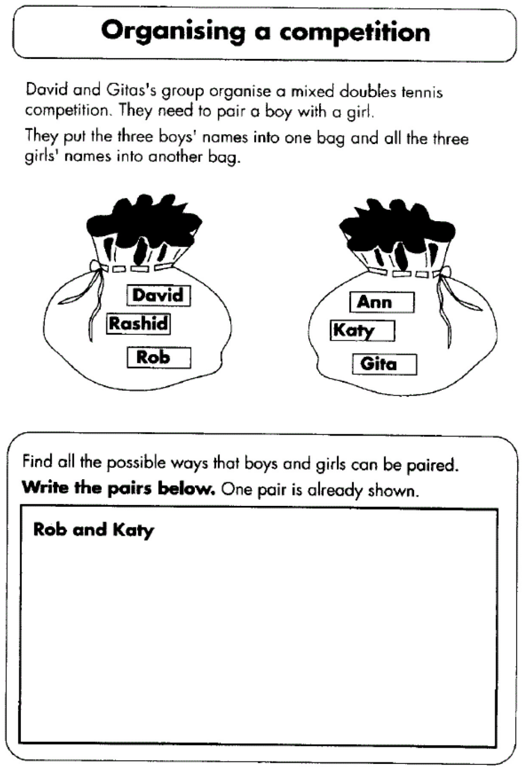
Bernstein nimmt sich vor allem der zweiten Frage an. Er schlägt ein Theoriewerk vor zur Unterscheidung von Interaktion an Hand

- ihrer Abgrenzung zu anderen Diskursen (Sprachcodes, Institutionen, Schulfächern, Teildisziplinen),
- ihrer Auswahl von Inhalten und Kommunikationsformen,
- ihrer Sequenzierung der Inhalte und Kommunikationsformen,
- ihrer zeitlichen Taktung,
- ihrer Kriterien für die Gültigkeit von Äußerungen und
- ihrer Regeln der sozialen Ordnung (etwa Überordnung des Lehrers).[1]

Die Anforderungen in jeder dieser Dimension kann nun vom Unterrichtenden genannt oder verschwiegen werden. An Einzelfällen lässt sich dann zeigen, dass Kinder aus der Mittelschicht die Anforderungen in pädagogischen Interaktionen erahnen und dadurch auch dann erfolgreich sind, wenn diese verschwiegen bleiben oder gar missverständlich dargestellt werden. Kindern aus der Arbeiterschicht gelingt es hingegen oft nicht, die verschwiegenen oder gar maskierten Anforderungen des Unterrichtenden zu erahnen, wodurch sie in Situationen mit geringer Transparenz der Anforderungen deutlich häufiger scheitern als Kinder der Mittelschicht.[2] Bernstein spricht vor diesem Hintergrund vom *Erkennen* und *Realisieren* von Anforderungen.[3] Bernstein spricht schließlich hinsichtlich der Wirkung von Sprache und Strukturen in der Schule vermutlich in Anlehnung an Foucault von einem *pädagogischen Dispositiv*,

[1] Sertl & Leufer 2012, S. 26-31; Bernstein 1996, S. 12ff.
[2] Vgl. Cooper & Dunne 1998, 2000
[3] Bernstein 1996, S. 16ff., 104ff.

welches aus *Distributionsregeln*, *Rekontextualisierungsregeln* und *Evaluationsregeln* gebildet wird.[1]



Cooper & Dunne legten 1998 eine auf Bernsteins Theorie basierende Analyse von Mathematikaufgaben vor. Sie zeigen und diskutieren unter anderem das nebenstehende Beispiel aus einem englischen Vergleichstest für Mathematik.[2] Während die Aufgabensteller eine sehr elaborierte Antwort erwarten, welche auch von einigen Schülern realisiert wird, nämlich eine Aufstellung aller Elemente des kartestischen Produkts beider Schüler-mengen, äußern die Aufgabenstel-ler diese Anforderung zweideutig und maskieren ihre Aufgabe mit einer restringiert codierten Erzählung. Infolgedessen orientieren sich viele Arbeiterkinder an der Erzählung und führen diese fort, indem sie drei Schülerpärchen bilden; und das, obwohl sie – wie spätere Interviews zeigen – zur intendierten Lösung fähig waren. Sie hatten die intendierte Bedeutung der Aufgabe nur nicht erkennen können, so dass sie keine Notwendigkeit für die erforderliche Abgrenzung von lebensnahem und mathematischem Diskurs sahen. Die Analysen von Cooper & Dunne lassen sich auf viele andere Aufgaben übertragen und ihre Erkenntnisse wurden häufig reproduziert.[3] Sie belegen damit für den Mathematikunterricht, dass er strukturell so aufgebaut ist, dass Schüler abhängig von ihrem soziokulturellen Hintergrund auch bei gleichem mathematischem Leistungsvermögen unterschiedliche Resultate erzielen.

Paul Dowling, englischer Erziehungssoziologe und Schüler von Basil Bernstein, legt 1998 eine *Soziologie mathematischer Bildung* vor. An Hand von Schulbuchanalysen untersucht er, welche Mythen über die Bedeutung und Verwendung von Mathematik in der Gesellschaft im Mathematikunterricht konstruiert werden. Unter Mythen versteht Dowling Vorstellungen zur Mathematik und zum Lernen der Mathematik, welche sich sachlich nicht untermauern oder gar widerlegen lassen.[4] Seine soziologischen Analysen führen Dowling allgemein zu dem Schluss, dass sich Schulbücher je nachdem, für welche Leistungsstufe sie konzipiert wurden, in ihrer Darstellung von Mathematik deutlich unterscheiden. Diese Schlussfolgerung zeigt, wie das schichtspezifisch unterschiedliche Verständnis von Mathematikaufgaben seinen Niederschlag in Schulbüchern findet und die Unterschiede dort verfestigt. Die folgenden Mythen über Mathematik und ihren Unterricht stellen Dowlings soziologischen Zugriff auf den Mathematikunterricht dar und erlauben eine Unterscheidung der durch das Mathematikschulbuch transportierten Vorstellungen von Mathematik.

[1] Bernstein 1990, S. 187, 1996b, S. 31, 114f.
[2] Cooper & Dunne 1998, S. 130-139
[3] Vgl. Ensor & Galant 2005; Gellert & Jablonka 2007; Hoadley 2007; Gellert & Jablonka 2009 und Gellert & Sertl 2012.
[4] Dowling 1998, S. 32

Der *Referenzmythos* besagt, dass Mathematik etwas über die Wirklichkeit aussage und nicht nur ein selbstbezogenes Spiel sei. Aus einem verbreiteten englischen Schulbuch zitiert Dowling die folgende Aufgabe:[1]

> Britannia best British flour cost £0.71 for 12.5 kg.
>
> Uncle Sam's best American flour cost \$1.30 for 3.5 lb.
>
> If 1 kg = 2.2 lb and £1 = \$1.85, which brand of flour was cheaper, and by how much per kilogram?

Dowling kritisiert, dass ein solcher Vergleich unwahrscheinlich sei, da günstigeres Mehl kaum eine Reise über den Atlantik rechtfertige. Wenngleich der Sachverhalt also realitätsfern ist, suggeriert die Aufgabe, dass hier etwas real Bedeutsames geschehe und die Mathematik darüber Aussagen treffen könne. Dowling meint, dass der Referenzmythos den meisten Anwendungsaufgaben des Mathematikunterrichts zugrundeliege, jedoch auch in der Mathematik zu finden sei.

Der *Partizipationsmythos* besagt, dass die Mathematik in großem Umfang an unserem Alltag teilhabe, ja für diesen unerlässlich sei. Diesen Mythos stellt Dowling zumindest in seiner Allgemeingültigkeit in Frage. Dowling verweist auf eine Schulbuchanekdote, in der der Protagonist ein Band um die Oberkante eines zylindrisch geformten Lampenschirms wickeln möchte:[2]

> Jim is making a lampshade. Its diameter is 30 cm. Jim works out he needs roughly 3 × 30 cm, or 90 cm. Jim buys 90 cm of tape. But 90 cm is not enough. The tape is a little too short. The rule circumference = 3 × diameter gives a rough answer for the circumference, but it is always too short. To be on the safe side, you can add 10% to the rough answer.

Auf der Schulbuchseite folgen Aufgaben, in denen die Schüler in Anwendungskontexten (ein Band für einen anderen Lampenschirm, Backpapier für eine zylindrische Backform) Umfänge mit der 10-Prozent-Regel berechnen sollen. Damit wird suggeriert, dass das beschriebene mathematische Verfahren zur Bewältigung des Alltags zuträglich, womöglich gar notwendig sei. In den beschriebenen Fällen wäre ein Ausprobieren jedoch leicht möglich und deutlich ökonomischer als eine Rechnung und Messung; die Notwendigkeit, ja sogar die Nützlichkeit der Mathematik sind nur aufgesetzt.

Dowling kann nun zeigen, dass Mathematikschulbücher für leistungsstarke Kurse eher dem Referenzmythos und Schulbücher für leistungsschwache Kurse eher dem Partizipationsmythos verpflichtet sind. Zwar stellen beide Mythen die Bedeutung der dem pragmatischen Zugang überlegenen Anwendung der Mathematik heraus. Dowling rezitiert zu diesem Phänomen eine Anekdote, bei der vier eigens dafür eingestellte Mathematiker trotz zweijähriger Arbeit daran scheiterten, eine Methode zur Zeichnung eines Flugzeugbauteils zu entwickeln. Als dies einem Blechschlosser und einem Zeichner desselben Unternehmens gelingt, kommentiert einer der Mathematiker: »They may have succeeded in making it but they didn't understand how they did it.«[3] Der Mathematiker degradiert die Leistung der Handwerker, indem er darauf verweist, dass eine mathematische Lösung zu einem höheren Verständnis der Sache geführt hätte. Trotz seines Scheiterns hält er eine mathematische Lösung des Problems also nicht nur für möglich, sondern für überlegen, und ordnet ihr eine praktisch-pragmatische Handhabung von Problemen unter. Der Referenzmythos und der Partizipationsmythos transportieren die Vorstellung, dass die Mathematik zur Bewältigung weltlicher oder gar privater Probleme nützlich, überlegen und gar notwendig sei.

Die Texte für leistungsstarke Kurse fokussieren jedoch den Blick auf eine ab-strakte Mathematik mit breiten Anwendungsmöglichkeiten: Hier soll der Schüler über die Mathematik ver-

[1] Dowling 1998, S. 6
[2] Zit. in Dowling 1998, S. 8, hier mit Auslassungen und ohne Abbildungen
[3] Zit. in Dowling 1998, S. 4

fügen, um Macht über zahlreiche Anwendungskontexte zu gewinnen. Die Texte für leistungsschwache Kurse binden Mathematik hingegen an spezifische Anwendungen des Alltags und abstrahieren darüber hinaus kaum: Hier soll der Schüler lediglich die Notwendigkeit und Überlegenheit des Einsatzes von Mathematik einsehen.[1]

Über den Referenz- und den Partizipationsmythos hinaus arbeitet Dowling weitere Mythen heraus, die vor allem in didaktischen Entwürfen von Mathematikunterricht in Erscheinung treten, im Mathematikunterricht aber durchaus auch vertreten sein können. Als *Emanzipationsmythos* bezeichnet Dowling die Annahme, dass Mathematik in jeder Kultur anzutreffen sei, den Menschen sozusagen von seinem unzivilisierten Urzustand emanzipiere.[2] Seine Kritik an dieser Annahme richtet sich vor allem gegen die Ethnomathematik, wie sie von Ubiratàn D'Ambrósio oder Alan Bishop vertreten wird.[3] Diese behauptet, dass jede Kultur über universelle mathematische Kulturtechniken wie das Messen verfüge. Dowling hält dem entgegen, dass die Ethnomathematik erst durch die Brille der abendländischen Mathematik blicken müsse, um die Mathematik in anderen Kulturen zu finden. Wenn die Ethnomathematik behauptet, dass beim Körbeflechten oder beim Messen Mathematik betrieben werde, obwohl die untersuchte Kultur gar keinen Begriff von Mathematik hat, so sagt das weniger über die untersuchte Kultur als über den abendländischen Begriff der Mathematik aus. Indem die Ethnomathematik behauptet, dass jede Kultur Mathematik betreibe, negiert sie die kulturelle Eigenheit fremder Kulturen, zeichnet die Mathematik als Indikator für Kultiviertheit aus und setzt die abendländische Mathematik in eine erhabene Stellung.

Als *Konstruktionsmythos* bezeichnet Dowling die Auffassung, dass sich ein Schüler Mathematik hauptsächlich durch eigenständige Auseinandersetzungen mit weltlichen Situationen erschießen könne.[4] Dowling versteht die Mathematik als ein Produkt des Geistes, dessen Stärke gerade nicht seine Spezifität, sondern seine universelle Anwendbarkeit ist. Die universelle Anwendbarkeit der Mathematik zeigt an, dass sie nicht für bestimmte Probleme entwickelt wurde, sondern einen gesellschaftlichen Konsens darstellt darüber, wie die Phänomene unserer Welt verstanden und gehandhabt werden können. Wenn die Phänomene unserer Welt aber nur insofern mathematisch sind, als dass sie dem gesellschaftlich vereinbarten Blick der Mathematik zugänglich sind, dann kann von einem Lerner nicht erwartet werden, die Mathematik in den Phänomenen zu erblicken. Mathematiklernen ist dann zu einem großen Teil das Erlernen von Konventionen, von denen der Lerner nur durch Mitteilung erfahren kann. Wenn hingegen in einschlägigen Publikationen zum Mathematikunterricht so getan wird, als ergebe sich die Mathematik durch die Auseinandersetzung mit den Phänomenen von selbst, so wird entweder suggeriert, dass die Welt mathematisch und als solche erkennbar ist, oder dass der menschliche Geist mathematisch ist und als solcher die Welt folglich mathematisch erkennt.

Dowling gelingt es also, auf der Grundlage der Soziologie von Basil Bernstein Mythen über die Mathematik und das Lernen von Mathematik zu beschreiben und an Hand von Aufgaben darzulegen, wie diese Mythen im Mathematikunterricht gepflegt werden.

Ein anderer wertvoller Beitrag zu einer sozialkritischen Mathematikdidaktik stammt vom Schweden Sverker Lundin. Seine Arbeit *Die Mathematik der Schule: Eine kritische Analyse der Vorgeschichte, Entstehung und Entwicklung der schwedischen Schulmathematik* (2008) ist wohl die einzige wissenschaftssoziologische Studie zur Mathematikdidaktik.[5] Sie ist trotz ihres

[1] Dowling 1998, S. 214f.
[2] Dowling 1998, S. 11-17
[3] Vgl. D'Ambrósio 1985 und Bishop 1991.
[4] Dowling 1998, S. 24-44
[5] Lundin hängt seiner schwedischen Dissertation eine englischsprachige Zusammenfassung an, auf welche ich im Folgenden verweise.

schwedischen Bezugs hier interessant: zum einen, da die schwedische Mathematikdidaktik dank der sprachlichen Nähe lange von der deutschen Pädagogik beeinflusst war; zum anderen, da sich in der schwedischen Mathematikdidaktik Annahmen, Entwicklungen und Konzepte zeigen, die für die Didaktik der Mathematik überhaupt und insbesondere in Deutschland typisch zu sein scheinen.

Lundin führt den Begriff der *Mathematik der Schule (skolans matematik)* ein, der ihm mehr bedeutet als *Schulmathematik (skolmatematik)*, als welche man gewöhnlich das Unterrichtsfach Mathematik (in Abgrenzung zu anderen Fächern) oder die in der Schule vorkommenden mathematischen Inhalte (in Abgrenzung zu schulfremden Inhalten) bezeichnet.[1] Die Mathematik der Schule ist für Lundin nicht nur Fach oder Teilgebiet der Mathematik, sondern bezeichnet eine Institution mit eigenen Wissensformen, eigenen Praktiken und eigener Ideologie. Durch seine soziologische Untersuchung dieser Aspekte der Mathematik der Schule gelangt Lundin schließlich zu dem Schluss, dass die vorrangige Funktion des gegenwärtigen Mathematikunterrichts weniger in der Vermittlung von Qualifikation liegt als vielmehr in der Kultivierung eines gewissen Verständnisses von und Verhaltens gegenüber Mathematik. Während das *Innere* der Mathematik der Schule – so bezeichnet Lundin die Prozesse des Verstehens und Sinngebens – nach der Schule wenig Spuren hinterlasse, habe sich das *Äußere*, die durch Mathematikunterricht tradierten, dogmatischen und philosophisch oft sogar überholten Vorstellungen über Mathematik, wie ein »Trauma« in die Seele eingebrannt und erlaube der Mathematik erst ihre politische Effektivität.[2]

In einer historischen Analyse zeigt Lundin, wie im 18. Jahrhundert die Entwicklung der leistungsabhängigen Amtszuweisung in Verwaltung und Regierung den Prüfungsdruck in der Schule erhöhte und zu einer Veränderung in der pädagogischen Literatur dieser Zeit führte. Diese forderte für den Mathematikunterricht nun zunehmend Prüfungen und das Üben von prüfungsgeeigneten Routineaufgaben. Diese Tendenz wurde verstärkt durch eine Entwicklung, die Lundin schließlich auf die Industrialisierung zurückführt: Die größte Herausforderung der Arbeiterschulen des 19. Jahrhunderts bestand darin, viele Kinder mit möglichst wenigen Lehrern zu beschäftigen. Aufgabensammlungen, die den Kindern altbekannte Rechenverfahren abfordern und beliebig erweitert werden können, bewiesen sich als hervorragendes Instrument, um viele Kinder möglichst unbeaufsichtigt beliebig lange zu beschäftigen.[3]

Darüber hinaus kann Lundin zeigen, wie auch in Schweden der für die Pädagogik typische Prozess der Verklärung eintritt, im Zuge derer ruhigstellende und disziplinierende Funktionen des Mathematikunterrichts nicht weiter öffentlich diskutiert werden und der Mathematikunterricht stattdessen dargestellt wird als eine Institution im Dienste einer aufklärerischen Höherbildung. In diesem Sinne versteht Lundin die Mathematik der Schule auch als ideologisches Bindeglied, welches das Bild von Mathematik mit den Zielen einer aufklärerischen Pädagogik zusammenführt und diese Synthese als Legitimation eines Pflichtunterrichts in Mathematik ausweist. Ab dem 18. Jahrhundert heißt es immer wieder, die Mathematik lehre die Trennung von Wahrheit und Trug, das Verständnis der Natur, technische Effizienz, richtiges Denken, vernünftiges Urteilen, Demokratie und Kreativität.[4]

> On this level of understanding I show how the discourse about mathematics does not have very much to do either with the state of the mathematical sciences, nor the actual use of mathematical techniques in society or the practices of mathematics instruction. Instead, mathematics is always connected to those things which at any given moment are regarded as general goods, thus through

[1] Lundin 2008, S. 375
[2] Lundin 2008, S. 380
[3] Lundin 2008, S. 376
[4] Lundin 2008, S. 377, 380

> mathematics creating a connection between these goods and the practices of elementary mathematics education.[1]

Den Opportunismus mathematikdidaktischer Meinungsbildung illustriert Lundin an einem Beispiel:

> The most fascinating part of the history of Swedish mathematics education is perhaps the relation between ideas regarding the *number concept*, and the development of practices consisting of having children work with never ending series of small written mathematical problems. The evolution of these practices are easily seen to be largely caused by practical necessities, such as the need to keep children busy without supervision. At the same time this evolution was constantly perceived as *meaningful* by reference to the necessity of problem solving for the formation of number concepts. The complicating fact is, though, that everyone seems to have known nonetheless that this meaning was *ad hoc* and the real cause of the problem solving practices was circumstances not related to mathematics at all.[2]

Lundin argumentiert nun, dass diese Art der Meinungsbildung zu einem wohletablierten System der Verklärung führe. Vielen sei längst klar, dass die Lösung der im Mathematikunterricht gestellten Aufgaben nicht zuallererst der Bewältigung sozialer, technischer oder alltäglicher Probleme diene. Diese Erkenntnis bedrohe die Legitimität des Mathematikunterrichts jedoch genau deshalb nicht, da die Mathematikdidaktik als Wissenschaft hervorgetreten sei, welche die weitgehende Zusammenhangslosigkeit von Schulmathematik und Lebenswelt als zu bewältigendes Problem der Praxis zuweise. Die Praxis des Mathematikunterrichts sei noch defizitär, male noch ein falsches Bild von der Mathematik und es bedürfte der Fachdidaktik, ihm zur vollen Kraft seiner Möglichkeiten zu verhelfen.[3] So gelingt der Mathematikdidaktik gleich zweierlei: Sie kann Fragen zur Legitimität des Mathematikunterrichts abwehren und zugleich sich selbst legitimieren.

Für den Wissenschaftssoziologen Lundin ist es zunächst ein großes Rätsel, in welchem Zusammenhang Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik stehen. Auf der einen Seite stellt er unabhängig von Neander fest, dass sich die Entwicklung des Mathematikunterrichts an Hand der allgemeinen Entwicklung von Gesellschaft und Ökonomie hinreichend erklären lässt. Vor diesem Hintergrund scheint die Mathematikdidaktik nicht mehr zu sein als eine Tarnung, die der Praxis des Mathematikunterrichts übergeworfen wird. Auf der anderen Seite lässt sich jedoch auch nachweisen, dass beispielsweise Lehrer von mathematikdidaktischen Beiträgen inspiriert ihren Unterricht veränderten, dass mathematikdidaktische Entwicklungen also sehr wohl unterrichtliche Effekte zur Folge haben können.[4] Lundin löst dieses Paradoxon auf mit Hilfe der Theorie der *forced free choice* des slowenischen Philosophen und Psychoanalytikers Slavoj Žižek: Die Mathematikdidaktiker hätten zwar die freie Wahl, welche Gestaltung von Mathematikunterricht sie anstreben, sie seien sich aber mehr oder weniger bewusst darüber, dass einige Gestaltungsansätze den Notwendigkeiten ihrer Zeit entgegenkommen oder zuwiderlaufen, und verteidigten daher nicht die aussichtslosen, sondern die aussichtsreichsten Ansätze, also eben jene, die den gesellschaftlichen und wirtschaftlichen Zwängen ihrer Zeit am ehesten Rechnung tragen.[5]

[1] Lundin 2008, S. 378
[2] Lundin 2008, S. 379
[3] Lundin 2008, S. 375
[4] Lundin 2008, S. 378
[5] Lundin 2008, S. 379

3.4 Critical Mathematics Education

Seit den 80er Jahren entwickelt der dänische Mathematikdidaktiker Ole Skovsmose eine *Critical Mathematics Education*, welche vor allem im skandinavischen und anglophonen Raum großen Einfluss ausübt.[1] 1985 hatte sich Skovsmose in den Dienst der kritischen Erziehungswissenschaft gestellt. Diese Bewegung um Herwig Blankertz, Wolfgang Klafki und Klaus Mollenhauer lehnt sich an die kritische Theorie der Frankfurter Schule an und fordert mit Adorno eine *Erziehung zur Mündigkeit* (1971), d. h. eine Erziehung zur selbstbestimmten und selbstverantwortlichen Lebensführung. Zu einer selbstbestimmten Lebensführung gehöre insbesondere, seine Interessen in einer repräsentativen Demokratie vertreten zu können. Dazu bedürfe es nicht nur einer demokratischen Attitüde, sondern auch der Fähigkeit, gesellschaftliche Phänomene aus einer kritischen Distanz nachvollziehen und begegnen zu können. Der Schüler soll in die Lage versetzt werden, selbstbestimmte und fundierte Entscheidungen treffen zu können. Eine solche Erziehung soll schließlich in der Lage sein, die gesellschaftlichen Verhältnisse zu verbessern, statt sie zu reproduzieren.[2]

Die Mathematik versteht Skovsmose als eine gestaltende Macht in der Gesellschaft.[3] Mathematik erlaubt es uns, Technologien bereitzustellen, mit denen wir unserer Welt begegnen und sie gestalten können. Dadurch beeinflusst Mathematik jedoch auch, wie wir unsere Welt wahrnehmen, denn mathematische Theorien und technische Umsetzungen machen abstrakte Phänomene sichtbar und handhabbar: »some thinking abstractions change their ontological status and they materialise«.[4] Spätestens, wenn der Mensch die Welt derart wahrnimmt, dass er in ihr Mathematisches zu erkennen glaubt, hat Mathematik unsere Wahrnehmung entscheidend beeinflusst.[5] Als Beispiel für den Einfluss der Mathematik auf die Wahrnehmung und Handhabung unserer Welt führt Skovsmose die Formalisierung an. Eine formale Schriftsprache zeichnet sich aus durch einen Satz wohldefinierter Schriftzeichen, Regeln für ihre Kombination zu Formeln und Regeln für die Umwandlung von Formeln.[6] Solche Kalküle können wie im Taylorismus, der nach Frederick W. Taylor benannten formalen Steuerung von Arbeitsabläufen, auch zur Formalisierung und Effizienzsteigerung menschlichen Tuns dienen. Die Mathematik regt derart an, wie Handlungsabläufe zu verstehen und handzuhaben sind.[7]

Skovsmose kritisiert, dass der Mensch den gesellschaftlichen Wirkungen von Mathematik meist unreflektiert ausgesetzt ist und es ihm somit schwer möglich ist, auf den betroffenen Gebieten fundierte Entscheidungen selbständig zu treffen. Eine emanzipative mathematische Bildung müsse daher auch die gesellschaftliche Wirkung von Mathematik reflektieren. Skovsmose hält dem traditionellen Mathematikunterricht jedoch vor, auf das Gegenteil hinzuarbeiten. Als Beispiel führt Skovsmose traditionelle Anwendungsaufgaben an, die sich in einer »virtuellen Realität« der eindeutigen Lösbarkeit bewegen. Virtuell ist die in solchen Anwendungsaufgaben repräsentierte Wirklichkeit, da authentische Probleme meist keine eindeutige mathematische Lösung zulassen. Mithilfe seiner virtuellen Realität eindeutiger Lösungen verleiht der traditionelle Unterricht der Mathematik eine »Ideologie der Gewissheit«. Es wird der

---

[1] Zur Übersicht vgl. Ernest et al. 2009 sowie Alrø et al. 2010.
[2] Vgl. dazu neben Skovsmose 1985 auch Skovsmose 1990. 1994 geht Skovsmose auf die Begriffe »Kritik«, »Emanzipation« und »Demokratie« noch tiefgründiger ein.
[3] Skovsmose 1994, S. 42ff.
[4] Skovsmose 1994, S. 20
[5] Gerade hier setzt die Frankfurter Schule an, wenn sie die Mathematik als Erfüllungsgehilfen eines technologischen Positivismus verdammt.
[6] Vgl. Krämer 1998, S. 29.
[7] Skovsmose 1994, S. 53ff.

Glaube kultiviert, dass Mathematik und ihre Anwendungen zu eindeutigen Aussagen führen.[1] Skovsmose zeichnet die Grundlagenkrise der Mathematik nach, um zu begründen, dass die Ideologie der Gewissheit zwar ein traditioneller Bestandteil mathematischen Selbstverständnisses war, seit einem Jahrhundert aber als philosophisch nicht mehr haltbar gilt.[2] Der traditionelle Mathematikunterricht weist aber gerade nicht auf die Mehrdeutigkeit und Fehlbarkeit der Mathematik hin, wie es ein kritischer Mathematikunterricht im Sinne Skovsmoses tun sollte.

Vor dem Hintergrund dieser Verwobenheit von Mathematik und Gesellschaft fordert Skovsmoses *Critical Mathematics Education* eine kritische mathematische Bildung als Grundlage für eine selbstbestimmte Lebensführung und Teilhabe an der demokratischen Gesellschaft. Zur unterrichtlichen Gestaltung seines Bildungsanspruchs greift Skovsmose drei Prinzipien der kritischen Erziehungswissenschaft auf:[3]

- Die Schule soll den Schülern ein Lebensraum sein, in dem sie *kritische Kompetenz* erproben können. Wenn die Schule zu einer demokratischen und selbstbestimmten Existenz erziehen wolle, müsse sie sich selbst diesen Prinzipien unterwerfen. Das heißt für Skovsmose auch, dass die Rollenunterschiede zwischen Lehrern und Schülern möglichst verschwinden und Schüler weitgehend selbst über ihre Lerninhalte und -wege bestimmen. Skovsmose wirbt für einen projektorientierten Unterricht, in dem an offenen und für den Schüler relevanten Problemfeldern Mathematik entwickelt wird.[4]
- Dass die Forderung nach einer selbstbestimmten Bildung an subjektiv bedeutsamen Inhalten der Vorstellung von Bildung im Sinne einer gesellschaftlich auferlegten Verpflichtung widerspricht und die Institution Schule *ad absurdum* zu führen droht, scheint Skovsmose zumindest bewusst zu sein.[5] Es wirkt wie ein Kompromiss, wenn Skovsmose daraufhin eine im Unterricht verankerte *Fachkritik* fordert. Die Unterrichtsinhalte des Mathematikunterrichts seien wenigstens kritisch zu hinterfragen hinsichtlich ihrer Möglichkeiten und Grenzen, Chancen und Gefahren, hinsichtlich ihrer Nebenerscheinungen und der hinter ihnen stehenden Interessen:

  > Who use it? [sic!] Where is it used? [...] Which knowledge-constituting interests are connected with the subject? [...] Which questions and which problems have generated the concepts and the results in mathematics? Which contexts have promoted and controlled the development? [...] Which possible social functions could the subject have? [...] In which areas and in relation to which questions is the subject without any importance?[6]

- Schließlich solle Mathematikunterricht ein *kritisches Engagement* zu gesellschaftlichen Belangen zeigen. Gesellschaftliche und vom Schüler subjektiv als relevant wahrgenommene Probleme sollen im Mathematikunterricht mit mathematischen Mitteln diskutiert werden.

Überraschend ist, dass Skovsmose weder die Machbarkeit, noch die Notwendigkeit einer kritischen Erziehung theoretisch begründen möchte.[7] Stattdessen baut er auf die Überzeugungskraft ausgewählter Unterrichtsbeispiele.[8] Anhand dieser soll zumindest die Machbarkeit einer *Critical Mathematics Education* demonstriert werden. Dabei birgt Skovsmoses Bildungsbegriff durchaus Konfliktpotential: Zum einen ist ein Begriff von Bildung als Erziehung zur Mündigkeit zu einseitig, da er ausschließlich individuelle Interessen an Bildung, nicht aber gesell-

---

[1] Skovsmose 2005, S. 48-50
[2] Skovsmose 2005, S. 50ff.
[3] Die Begriffe »critical competence«, »critical distance« in Form einer »Fachkritik« und »critical engagement« sind erläutert in Skovsmose 1985, S. 339ff.; vgl. auch Skovsmose 1990, S. 110.
[4] Vgl. Skovsmose 1990, S. 118; ausführlicher Skovsmose 2011, S. 31-48.
[5] Skovsmose 1990, S. 119f.
[6] Skovsmose 1985, S. 340f.
[7] Skovsmose 1990, S. 22
[8] Eine frühe Zusammenstellung bietet Skovsmose 1994.

schaftliche, wie die Disziplinierung zu Gesellschafts- und Arbeitsfähigkeit, fokussiert.[1] Zum anderen kann eine Erziehung zur Mündigkeit kaum sicherstellen, dass sie alle Schüler emanzipiert und nicht wiederum eine privilegierte Elite der Mündigen hervorzubringen droht.[2]

Aus der Sicht einer sozialkritischen Mathematikdidaktik ist Skovsmoses Werk nur mit Vorbehalten zu würdigen. Skovsmose ist zwar anzurechnen, dass er sich dem Mathematikunterricht kritisch nähert, seine Ansätze sind jedoch in vielerlei Hinsicht problematisch. Zunächst fällt auf, dass Skovsmose unter seiner *Critical Mathematics Education* vornehmlich die Didaktik eines kritischen Mathematikunterrichts und keine kritische Mathematikdidaktik versteht. Immerhin zweifelt er nicht am Sinn von Schule und Mathematikunterricht an sich,[3] sondern fordert lediglich eine kritischere und emanzipierendere inhaltliche Ausrichtung. Dass er sich dabei, etwa mit der problematischen Forderung, die Schule solle ein vom Schüler selbstbestimmter Lebensraum sein, in Widersprüche verstrickt, ist Ausdruck seiner theoretischen Unentschlossenheit. Skovsmose legt sich nicht fest auf eine philosophische oder soziologische Schule, um seinen Ausführungen konzeptuellen Zusammenhang zu verleihen, sondern nimmt sich von verschiedenen Theoretikern jeweils nur das, was ihm gerade argumentativ weiterhilft. Dass sich zuweilen Gedanken der Frankfurter Schule, des Postmodernismus von Foucault und der Soziologie Bourdieus ohne Abgrenzung zueinander zusammenfinden,[4] zeigt, wie wenig die einzelnen Theorien als Ganzes ernst genommen werden. Dabei arbeiten gerade die französischen Theoretiker heraus, wozu sich Skovsmose bildungstheoretisch nicht positioniert, nämlich, dass schulische Bildung nicht nur Emanzipation, sondern auch Disziplinierung umfasst.

Die Willkür dieses theoretischen Flickenteppichs hat aber durchaus System, falls es Skovsmose nicht um eine soziologisch oder irgendwie sonst fundierte Erfassung und Kritik des gegenwärtigen Mathematikunterrichts geht, sondern um das Bewerben seiner innovativen *Critical Mathematics Education.* Die vielfältigen theoretischen Anleihen könnten letztlich dazu dienen, sich über bestimmte Phänomene des traditionellen Mathematikunterrichts zu empören, um die Innovation in einem helleren Licht erstrahlen zu lassen. Kritik wird ihrem Gegenstand jedoch nicht gerecht, wenn sie nicht auch bereit ist, in ihm das Positive zu suchen und anzuerkennen.

Ein Beispiel dafür ist Skovsmoses vielversprechende, aber kurzgreifende Interpretation der gesellschaftlichen Funktion von Rechenaufgaben.[5] Skovsmose stellt fest, dass der Schüler im Laufe seiner Schulkarriere tausenden Rechenaufgaben begegnet, die sich ihm befehlend gegenüberstellen und in einem sich wiederholenden Ablauf nach bekannten Algorithmus gelöst werden sollen. Analog dazu sieht Skovsmose Routinearbeiten in Industrie und Verwaltung, denn auch hier werden dem Arbeiter Aufgaben angetragen, die er in einem sich wiederholenden Ablauf nach bekannten Regeln abarbeiten muss. Im Mathematikunterricht kann der Schüler die Erfahrung machen, dass er die Routineaufgaben beherrscht. Ebenso gut kann er jedoch auch die Erfahrung machen, dass er die Routineaufgaben trotz intensiver Übung nicht beherrscht, und folglich zu dem Schluss gelangen, dass es besser wäre, diese Aufgaben anderen anzuvertrauen, die dadurch zu schwer hinterfragbaren Experten werden. Doch anstatt dieser

[1] Es reicht auch nicht anzunehmen, dass sich der gesellschaftliche Anspruch an Bildung in einem Wunsch nach Demokratisierung erschöpfe, denn diese Annahme schließt bereits alle wirtschaftlichen Ansprüche an Bildung aus.

[2] Ob und ggf. wie sich diese Gefahr ausschließen ließe, scheint mir innerhalb des Denkens der Aufklärung kaum aufzulösen zu sein.

[3] Vgl. bspw. Skovsmose 1994, S. 6.

[4] Und das auf einer einzigen Seite: Skovsmose 2011, S. 61.

[5] Vgl. Skovsmose 1985, S. 348; Skovsmose 1990, S. 114f. und Skovsmose 2005, S. 8-12.

Spur weiter nachzugehen, belässt es Skovsmose beim Skandalösen dieses Vergleichs: Wenn der traditionelle Rechenunterricht die Mehrheit der Schüler tatsächlich für monotone Routinetätigkeiten und für ein unkritisches Vertrauen in Experten sozialisiert, kann von Aufklärung und Emanzipation schwer die Rede sein. Wenn der erschrockene Pädagoge nun nach einer emanzipativeren Gestaltung von Mathematikunterricht ruft, steht Skovsmoses *Critical Mathematics Education* schon bereit. Dabei wäre das Phänomen vermutlich weit weniger skandalös, wenn es tiefgründiger verstanden würde. Soziologisch wäre etwa zu fragen, was die angesprochenen Routinetätigkeiten ausmacht und worin die angezeigte Analogie besteht. Wissenschaftstheoretisch wäre zu fragen, warum gerade die Mathematik ein hervorragendes Medium für die Sozialisation von Routinetätigkeit sein sollte.

An Skovsmoses Vorgehen verdeutlichen sich exemplarisch die *Grenzen des normativ orientierten Forschens.* Weil sich Skovsmose schon auf seine *Critical Mathematics Education* festgelegt hat, kann er die Phänomene des Mathematikunterrichts kaum noch in ihrer Eigenart wertschätzen und untersuchen, sie erscheinen ihm stattdessen als potentiell verdächtige Abweichungen von seinem Bildungsideal. Damit steht Skovsmoses Forschung einer analytischen Beschreibung der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts konzeptionell entgegen. Der fehlende Wille zur tiefgründigen Analyse zeigt sich nicht nur in der Kürze der Ausführungen zur Beziehung von Rechnen und Regelbefolgen, sondern auch daran, dass Skovsmoses Ausflüge in die Geistesgeschichte der Mathematik nur so weit reichen, bis er die Ideologie der Gewissheit zurückweisen kann, oder schließlich daran, dass er mathematische Bildung als »unbestimmt« und »ohne ‚Wesen'« versteht:[1]

> I see mathematics education as being undetermined. It is without 'essence'. It can be acted out in many different ways and come to serve a grand variety of social, political, and economic functions and interests.

Offenbar nimmt Skovsmose das Mathematische an mathematischer Bildung nicht als wesentlich wahr. Folglich verwundert es nicht, wenn er sich für das Wesen der Mathematik nicht weiter interessiert, sondern in seinen Projektbeispielen lediglich hinterfragt, *wie* und *wo* Mathematik angewendet wird. Dabei wäre doch gerade eine Untersuchung der Eigenheiten, der Möglichkeiten und Grenzen mathematischen Tuns aufschlussreich, um kritisch untersuchen zu können, wo sich Mathematik, mathematische Bildung und Gesellschaft beeinflussen.

3.5 Diskussion und Zuspitzung der Forschungsfrage

Die Rezeption sozialkritischer Beiträge zur Mathematikdidaktik malt bereits ein sehr umfangreiches, wenn womöglich auch noch unübersichtliches Bild gesellschaftlicher Funktionen des Mathematikunterrichts. Neander (1974) und Lundin (2008) hatten unabhängig voneinander bereits für den deutschen und schwedischen Mathematikunterricht aufgezeigt, dass sich seine Entwicklung an Hand gesamtgesellschaftlicher und ökonomischer Entwicklungen befriedigend erklären lasse. Die Pädagogik des Mathematikunterrichts erscheint vor diesem Hintergrund nicht als souveräner Taktgeber unterrichtlicher Praxis, sondern höchstens als Vermittler zwischen ökonomischen Bedürfnissen und unterrichtlichen Umsetzungsmöglichkeiten; denn wenngleich eine breite Vielfalt pädagogischer Möglichkeiten vorgeschlagen werden mag, zeigt sich doch, dass jeweils nur diejenigen Verbreitung finden und Weiterentwicklung erfahren, die den ökonomischen Bedürfnissen ihrer Zeit Rechnung tragen.

[1] Skovsmose 2011, S. 2

Bemerkenswert ist vor dem Hintergrund dieser Erkenntnis jedoch, dass die Pädagogen des Mathematikunterrichts vorgeben, andere Ziele zu verfolgen. Die Pädagogik des Mathematikunterrichts folgt damit einem Weg der Verklärung, dem auch die allgemeine Pädagogik gefolgt ist. Zunächst spricht man – wie Lundin (2008) herausarbeitet – noch recht offen darüber, dass Mathematikunterricht die Schüler ruhigstelle, discipliniere und eine einfache Selektion ermögliche. Doch diese Funktionen von Mathematikunterricht, welche einen staatlichen Zugriff auf das Individuum durch Mathematikunterricht bedeuten, widersprechen dem aufklärerischen Ideal einer Bildung als Mündigwerden und werden vor dem Hintergrund des Siegeszugs des Bildungsideals der Aufklärung tabuisiert. Dass die KMK im Jahre 1958 letztmals die Erziehung zu Selbstzucht, Konzentration, Ordnung, Sorgfalt und Genauigkeit als Aufgaben des Mathematikunterrichts an deutschen Haupt- und Realschulen benennt und solche Erziehungsziele in den Folgejahren kaum noch erwähnt, ist Ausdruck dieser zunehmenden Tabuisierung. Und wenn es 1933 – wie Ullmann (2008) darlegt – heißt, dass der Mathematikunterricht Unerbittlichkeit, Ernsthaftigkeit, Selbstverleugnung, Willensstärke und Durchhaltevermögen lehre, dann spricht daraus nicht nur die ideologische Vereinnahmung eines eigentlich unpolitischen Mathematikunterrichts, dann treten hier zugleich Ansichten zur sozialen Funktion von Mathematikunterricht zum Vorschein, welche durch die Aufklärung ruhiggestellt waren und erst durch die Romantisierung der Charakterbildung im Zuge der NS-Ideologie wieder hoffähig werden.

Durch die Befangenheit der Mathematikdidaktik und der daraus folgenden Tabuisierung weitreichender Aspekte einer Sozialkritik des Mathematikunterrichts wird sozialkritische Mathematikdidaktik erst notwendig. Sie beschäftigt sich notwendig auch mit dem Verdrängten der Mathematikdidaktik. Dabei stellt sich freilich die Methodenfrage: *Wie sind soziale Funktionen des Mathematikunterrichts aufzuzeigen, wenn sie in der Mathematikdidaktik gewöhnlich kaum reflektiert werden?* Offenbar genügt es nicht, wie Münzinger (1971) althergebrachte Bildungsziele des Mathematikunterrichts zu hinterfragen oder wie Keitel (1979), Fischer (2006c) und Skovsmose (2005) weitere gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts vorzuschlagen, wenn diesen Fragen und Vorschlägen nicht weiter nachgegangen wird. Ergiebiger sind stattdessen zum einen die Studien des Bernstein-Schülers Dowling (1998), der in Form der von ihm diskutierten Mythen beschreiben kann, wie Mathematikunterricht die Vorstellung von und das Verhältnis zu Mathematik formiert; ferner aber auch die Untersuchung von Lundin (2008), welche unter anderem zu dem Schluss gelangt, dass sich Mathematikunterricht an den jeweils auszubuchstabierenden ökonomischen Interessen seiner Zeit orientiert und die Mathematikdidaktik eine Erzählung über die Mathematik und ihren Unterricht verbreitet, in welcher sich beide im Lichte der Aufklärung legitimieren können.

Damit ist zugleich ein weiterer Bereich der Tabuisierung und Befangenheit angesprochen, nämlich die Mathematik selbst. Wie die Pädagogik und die Mathematikdidaktik stellt sich auch die Mathematik in den Dienst der Aufklärung und tabuisiert Aspekte ihrer selbst, die dieser Außendarstellung zuwiderlaufen. So berichten Dowling (1998), Skovsmose (2005), Ullmann (2008) und Lundin (2008) übereinstimmend von der Kultivierung eines Glaubens an die Unfehlbarkeit der Mathematik im Mathematikunterricht, obwohl die Grundlagenkrise bereits vor einem Jahrhundert lehre, dass mathematisches Wissen in keinem Sinne – nicht metaphysisch und nicht einmal innerhalb eines formalen Zeichenspiels – sicher und unfehlbar sein kann. Wenn sich die Mathematik, wie von Heintz (2000) aus soziologischer Sicht aufgezeigt, durch ihren Willen zur Einigkeit auszeichnet, mag sie zwar in der Tat – wie von Fischer (2006c) vorgeschlagen – im stärkeren Maße als andere Disziplinen zur gesellschaftlichen Konsensfindung beitragen. Wenn dieser Beitrag, der die Mathematik und ihre Nutznießer in eine privilegierte Stellung innerhalb der Gesellschaft hebt, jedoch wider besseren Wissens auf dem

Verschweigen der Unsicherheiten bezüglich der eigenen Grundlagen beruht und sich Mathematik stattdessen fortwährend als unfehlbares Mittel präsentiert, wird das öffentliche Bild von Mathematik zum Politikum. Wenn dieses Bild dann noch vornehmlich durch den Unterricht transportiert wird, offenbart sich dieser als vornehmliche Institution zur gesellschaftlichen Legitimierung der Mathematik und damit als ein ganz und gar politisches und interessengeleitetes Unternehmen.

Dies gilt insbesondere, insofern im Mathematikunterricht Exklusion hervorgebracht wird, und das nicht nur auf einer strukturellen Ebene, indem je nach Leistung – was auch immer das im Einzelnen heißen mag – weitere Bildungs- und Berufswege zugelassen oder versperrt werden, sondern auch subtiler: Die von Fischer (1984) beschriebene und im Mathematikunterricht entwickelte Angst vor Mathematik und der von Skovsmose (2005) befürchtete geistige Rückzug der im Mathematikunterricht Gescheiterten zeigen, wie sich Exklusion im Ausgeschlossenen selbst hervorbringen kann. Der Verängstigte oder Gescheiterte wählt den Ausschluss womöglich selbst und unterwirft sich damit dem mathematischen Argument. Die Distanzierung und Hinnahme von Mathematik führt im mathophobischen Fall zur Ausbildung einer gesellschaftlichen Gruppe, die durch Mittel der Mathematik beherrschbar ist. Dass solche Mechanismen letztlich den Interessen des Bürgertums dienen, kann Neander (1974) theoretisch und die auf Basil Bernstein aufbauende Forschung, etwa von Cooper & Dunne (1998) oder Dowling (1998), empirisch begründen.

Zur Frage, auf welche Weise und mit welchen Mitteln der Mathematikunterricht seine Vorstellungen über und Einstellungen zu Mathematik kultiviert, wurde am wenigsten geschrieben. Die Analysen von Münzinger (1971), Keitel (1979), Cooper & Dunne (1998) und Dowling (1998) sehen die Anwendungsaufgabe als die herausragende oder gar einzige Aufgabenform, mit der Vorstellungen über Mathematik transportiert werden. Lundin und Dowling argumentieren, dass im Mathematikunterricht das Lösen von Anwendungsaufgaben mit der Bewältigung alltäglicher, physischer, technischer und sozialer Probleme identifiziert wird. In der Schulmathematik zu scheitern bedeutet damit auch, zur Teilnahme am Alltag und am gesellschaftlichen Leben nicht fähig und auf die Expertise mathematisch Gebildeter angewiesen zu sein. Diese mathematische Ohnmacht wird als noch stärker empfunden, wenn die Schulmathematik, wie Dowling beschreibt, vorgibt, zum einen alles in unserer Welt zu betreffen und zum anderen von jedem Menschen nacherfunden werden zu können.

Diese Einschränkung des Forschungsinteresses auf Anwendungsaufgaben liegt zunächst nahe, ist die Anwendung doch der herausragende Berührungspunkt von Mathematik und Gesellschaft, also diejenige Unterrichtstechnik, in der sich Vorstellungen über die gesellschaftliche Rolle der Mathematik zuallererst manifestieren können. Anzunehmen, dass innermathematische Aufgaben wegen des fehlenden Anwendungsbezugs keine Vorstellungen über die gesellschaftliche Rolle der Mathematik transportieren, würde jedoch bedeuten, dem Mythos der Unparteilichkeit der Mathematik aufzusitzen. Skovsmose (2005) hatte selbst für die anwendungsfernste Rechenaufgabe ihre Nähe zur Bürokratie angedeutet und Fischer (2001) hatte auf die Nähe von Logik und Hierarchie hingewiesen. Die gesellschaftliche Dimension innermathematischer Tätigkeiten ist also durchaus noch auszuloten.

Doch so sehr eine Rezeption sozialkritischer Beiträge auch Perspektiven für eine Untersuchung gesellschaftlicher Funktionen des Mathematikunterrichts öffnen mag, so sehr zeigt sie auch die theoretischen Schwierigkeiten auf, der sich eine solche Untersuchung stellen muss. Die an Marx & Engels orientierte Ideologiekritik, wie sie den Arbeiten von Neander, Damerow, Keitel, Ullmann und Skovsmose zugrundeliegt, hat die Grenzen ihrer Erklärungskraft längst erreicht. Der ihr immanente Antagonismus von Ideologie als Produkt materieller Macht einerseits und wahrer Geschichte andererseits ist nicht nur erkenntnistheoretisch problematisch, weil hier die Idee einer ›wahren Geschichte‹, die jeder für sich und gegen den anderen erzählen will, nicht überwunden wird und Kritik damit nicht weniger dogmatisch ist als das kritisierte Dogma. Der englische Mathematikdidaktiker Paul Ernest weist auf die Probleme hin, die die *Critical Mathematics Education* von der Ideologiekritik und der Frankfurter Schule erbt:

> The Frankfurt School chose the term 'critical' as the central descriptor of its philosophical approach because they wanted to critique society on an ethical basis, and use the new insights granted by Freud's theories. Criticality used in this way implies the facility of being able to discriminate between good and bad in society, being able to identify what Marx termed 'false consciousness'. The use of this formulation immediately places the critic in a superior position as a person with the ability to tell truth from falsehood, right from wrong, what is beneficial from what is detrimental. In other words this posture presupposes that the speaker has an epistemologically or ethically privileged standpoint and judgement.[1]

Dieser Antagonismus ist auch deshalb problematisch, weil seine Unerbittlichkeit eine Kampflinie markiert, an der entlang sich die weitere Forschung zu hangeln droht: Die ›belogene‹ Arbeiterschicht wird gegen das ›lügende‹ Bürgertum ausgespielt und in seinem Bündnis mit den Betrogenen bleibt dem Forscher gar nichts anderes übrig als immer neue Mechanismen der bürgerlichen Herrschaft freizulegen, um der Arbeiterschicht die gerechte Emanzipation zu ermöglichen. Ob diese Emanzipation von den Betroffenen gewollt und ihnen erreichbar ist und worin sie letztlich besteht, ist dabei noch gar nicht ausgemacht. Wenn sich etwa der Mathophobische von der Mathematik abwendet und dem Mathematiker vertrauensvoll in die Arme wirft, dann wird es der Vielschichtigkeit des Phänomens wohl kaum gerecht, in der Mathophobie lediglich ein vom Bürgertum installiertes ›falsches Bewusstsein‹ zu erahnen, welches zur Befreiung des Mathophobischen kuriert werden müsse.

Wo die Kritik der Pädagogik in der Ansicht mündet, vermeintlich unterprivilegierte Schüler emanzipieren zu müssen, droht ihr der erneute Schulterschluss mit der Pädagogik. In diesem Schulterschluss tritt der theoretische Konflikt zwischen Aufklärung und ihrer Kritik, zwischen ihrem Emanzipationsbestreben und dessen Zurückweisung, wie sie beispielsweise Horkheimer und Adorno formulieren, zu Tage. Am deutlichsten wird dies in den Werken von Münzinger und Skovsmose. Ihnen geht es auf der einen Seite um eine Besserstellung der Benachteiligten, auf der anderen Seite berufen sie sich in ihrer Kritik gerade auf diejenigen Denker, welche die modernen Setzungen des Guten, worauf diese Besserstellung abzielt, in Frage stellen. Wenn Emanzipation der Arbeiterschicht bedeutet, dass diese so denken, argumentieren und Mathematik nutzen lernen wie das Bürgertum, dann besteht ihre Emanzipation gerade darin, dem Bürgertum gleich zu werden, die Eigenart der eigenen Existenz aufzugeben. Diesem Dilemma wird eine Pädagogik, die ihre Mission trotz postmoderner Anleihen noch modern versteht, nicht entgehen können.

Kritik reicht in den Interventionsschriften, wie sie Münzinger und Skovsmose vorlegen, nur soweit, wie sie eine neue Pädagogik legitimieren kann. Dadurch werden potentiell kritische Untersuchungen bedauerlich früh abgebrochen und selten tiefgründig vorangetrieben. Dies kann letztlich auch auf die vorgeblich emanzipative Pädagogik zurückschlagen: nämlich dann, wenn diese noch gar nicht recht verstanden hat, wogegen sie antritt. Den Interventionismus der *Critical Mathematics Education* kann man also durchaus als Schnellschuss des pädagogischen Weltverbessertums verstehen. Dass solche Schnellschüsse nach hinten losgehen können, zeigt uns die Neue Mathematik. Hatte Münzinger noch gehofft, dass die Neue Mathematik durch eine Verwissenschaftlichung des Mathematikunterrichts zu mehr Chancengleichheit

[1] Ernest 2010, S. 69

in der Bildung führe, so musste Damerow desillusioniert feststellen, dass von der Neuen Mathematik kaum mehr geblieben war als der reine Anspruch, fortan überall wissenschaftsorientierten Mathematikunterricht zu betreiben. Statt zur Chancengleichheit beizutragen, hat die Mathematikdidaktik dazu beigetragen, einen ideologischen Schleier über die gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts zu legen. Von daher können auch Innovationen wie die von Skovsmoses *Critical Mathematics Education* Gefahr laufen, ihr angestrebtes Ziel zu verfehlen. Besonnener scheinen dagegen Ansätze zu sein, die zuallererst nicht verändern, sondern verstehen wollen, so beispielsweise die eher soziologischen und wissenschaftstheoretischen Arbeiten von Dowling, Ullmann und Lundin.

Schließlich ist die Vielfalt der zugrundeliegenden Gesellschaftstheorien problematisch. Dass sich Kritiker wie Skovsmose und Ullmann mal hier und mal dort verorten, sich mal ideologiekritisch und mal postmodern verstehen, ohne diese Positionen gegeneinander abzugleichen, führt zu theoretischen Verwerfungen. Darüber hinaus ist es freilich kein Mangel der hier rezensierten Arbeiten, dass sie keiner gemeinsamen Gesellschaftstheorie folgen; für die hier angestrebte Untersuchung drängt sich damit aber die Frage auf, ob es eine gesellschaftstheoretische Grundlage gibt, auf welcher sich die vorliegenden Arbeiten interpretieren und die angestrebten Studien aufbauen lassen.

Während die rezipierten Beiträge zu einer sozialkritischen Mathematikdidaktik bereits einige Hinweise auf gesellschaftliche Funktionen des Mathematikunterrichts liefert konnte, zeigen sich also auch Lücken in der Analyse und theoretischen Grundlegung. Die weiteren Untersuchungen verstehen sich als Versuch, im Hinblick auf eine möglichst umfassende Beschreibung gesellschaftlicher Funktionen des Mathematikunterrichts die folgenden Lücken der rezipierten Forschungslandschaft zu schließen:

- Zur Grundlegung der sozialkritischen Untersuchung wird *Foucaults Gesellschaftstheorie* erschlossen, welche
  - nicht zwangsläufig eine Verbesserung der Verhältnisse, sondern zunächst nur ein Verständnis von Mechanismen anstrebt;
  - Wissen und Macht als untrennbar verbunden ansieht und die der Pädagogik oder Mathematik zugrundeliegenden Vorstellungen damit notwendig kritisch betrachtet;
  - Macht im Wechselspiel von Individuen und Herrschaftstechniken versteht, dadurch die Mathematikaufgabe machtsoziologisch zugänglich macht, Selbstunterwerfung erklären kann und Machtfragen nicht auf Schichtantagonismen zurückwirft;
  - die Zusammenhänge zwischen Herrschaft, Disziplinierung und Pädagogik beschreiben kann und durch all dies letztlich
  - Begriffe und Paradigmen bereitstellt, die sich allgemein zur Untersuchung gesellschaftlicher Funktionen von Mathematikunterricht und zur Diskussion der rezipierten Ansätze eignen.
- Die Mathematik als Unterrichtsinhalt wird dahingehend befragt, in welchem Sinne sie einerseits zum Aufbau eines ›Mythos Mathematik‹ beiträgt und welchen Beitrag sie andererseits zur Disziplinierung und Sozialisierung der Heranwachsenden leistet. Dies geschieht an Hand zweier Aspekte, die mir für die Mathematik wesentlich zu sein scheinen, nämlich
  - an Hand der *aristotelischen Logik* und
  - an Hand des *Zeichenrechnens*.
- Neben der Begründungs- und der Rechenaufgabe wird auch die *Anwendungsaufgabe* hinsichtlich ihrer epistemologischen, soziologischen und psychologischen Dimension hinterfragt.
- In Bezug auf die vorangegangene Untersuchung wird schließlich der Versuch gewagt, ein *umfassendes Bild* gesellschaftlicher Funktionen des Mathematikunterrichts zu zeichnen.

Kapitel 4 – Gesellschaft, Subjekt, Macht und Wissen

Michel Foucault wurde 1926 als Sohn eines Arztes im französischen Poitiers geboren und studierte bis 1952 Philosophie und Psychologie. Nach zahlreichen Auslandsaufenthalten und der Promotion wurde Foucault 1970 als ordentlicher Professor an das Collège de France berufen. Sein Lebenswerk umfasst einschlägige Veröffentlichungen, unter anderem zum Wahnsinn, zu den Humanwissenschaften, der Epistemologie, dem Gefängnis und der Sexualität. 1984 starb Foucault in Paris an den Folgen einer AIDS-Erkrankung.[1]

Über alle Untersuchungsgebiete hinweg interessierte sich Foucault stets für Macht, Wissen und das Subjektwerden. Sein Theorierepertoire entwickelte er speziell für seine immer neuen Untersuchungsgebiete, so dass es von Foucault keine allgemeine Theorie mit universellem Geltungsanspruch gibt. Er schlug vor, »die Rationalisierung der Gesellschaft oder der Kultur nicht global zu betrachten, sondern den Vorgang in verschiedenen Bereichen zu analysieren, deren jeder auf eine grundlegende Erfahrung verweist: Wahnsinn, Krankheit, Tod, Verbrechen, Sexualität usw.«[2] Aus zwei Gründen eignet sich die Gesellschaftstheorie Foucaults wie keine andere für eine Analyse der gesellschaftlichen Wirkung von Mathematikunterricht: Zum einen ist die Theorie Foucaults *postmodern*, d. h. sie versucht Abstand zu gewinnen von den Selbstverständlichkeiten der Moderne und das Projekt der Moderne selbst in Frage zu stellen. Dies ermöglicht eine größere Distanz zum Untersuchungsgegenstand Mathematikunterricht, sind doch sowohl Schule als auch Mathematik erst in der Moderne zu herausragenden Bestandteilen unserer Kultur geworden und mit ihren Idealen eng verwoben. Zum anderen ist die Theorie Foucaults, anders als die postmoderne Gesellschaftskritik der Frankfurter Schule oder ihre Weiterführung durch Jürgen Habermas, eher *technisch* als *ethisch*, sie versucht die Phänomene gesellschaftlicher Organisation in ihren Mechanismen eher zu beschreiben als sie zu beurteilen: *Wie wird Macht ausgeübt? Wie erlangt oder verliert Wissen seine Gültigkeit? Wie werden wir zu dem, was wir sind?*[3] sind die zentralen Fragen des Schaffens Foucaults. Diese zurückhaltende Perspektive kommt einer Analyse zugute, die sich, wie im vorangegangenen Kapitel herausgearbeitet, von einer wertorientierten Interventionspädagogik emanzipieren will.[4]

4.1 Macht als Führung

Im Laufe seines Lebenswerks gerät immer wieder die *Macht* in den Blick Foucaults. Er distanziert sich von einer *juridisch-diskursiven* Vorstellung von Macht, welche Foucault auf die antike und mittelalterliche Vorstellung von Macht durch Recht und Gesetz zurückführt und noch bei Marx wirksam sieht.[5] Diese Vorstellung ist nicht nur darin eingeschränkt, dass sie Macht versteht als ein Gut, welches eine Person, Profession, Klasse oder Institution *besitzen* könne; sondern auch darin, dass sie ihr Wirken auffasst als eine »negative Beziehung«, die als »Instanz der Regel« nichts vollbringt als die Etablierung eines »Zyklus der Untersagung« und

---

[1] Zur Biographie Foucaults siehe Downing 2008; McNay 1994 und Sarasin 2005.
[2] Foucault 1994a, S. 245
[3] Foucault 1994a; Foucault 1994b
[4] Eine solche wertorientierte Interventionspädagogik hatte Skovsmose betrieben. Prägnant ist, dass er sich dabei auf die Frankfurter Schule um Adorno und Horkheimer berief, welche zwar postmodern genannt werden kann, aber gerade nicht technisch, sondern wertend ist.
[5] Foucault 1978c, S. 77f.; Foucault 1976, S. 107-111

einer »Logik der Zensur«. Die juridisch-diskursive Macht »ist wesenhaft das, was [der Sache] sein Gesetz diktiert«; ihre Techniken sind »Verwerfung, Ausschließung, Verweigerung, Versperrung«; ihre Wirkung liegt »auf der allgemeinen Linie der Schranke und des Mangels«; sie vermag nichts »außer nein [...] zu sagen« und nichts hervorzubringen außer »Abwesenheiten und Lücken«.[1] Das Vorbild dieser Vorstellung von Macht ist das Recht, welches in unzähligen Gesetzestexten Verbote ausspricht und Handlungsweisen erzwingt, jedoch nichts Schöpferisches im Menschen hervorbringen kann. Die Vorherrschaft der juridischen Auffassung von Macht führt Foucault auf ihre psychologische Funktion zurück: Die Verortung von Macht bei den Mächtigen erlaubt es uns, die auferlegten Beschränkungen zu bekämpfen und die Mächtigen anzugreifen, kurzum die Macht zurückzuweisen, ohne anerkennen zu müssen, dass Macht in uns positiv wirkt, indem es uns Möglichkeiten eröffnet, unser Handeln bedingt und unsere individuelle Existenz prägt. Wer die Macht in den Gesetzen der Mächtigen verortet, kann sich seiner Komplizenschaft entledigen.[2]

Doch Foucaults Untersuchungen zum Strafsystem der Neuzeit und zur Sexualität malen ein ganz anderes Bild der Macht. Dort wird sie auch wirksam als positive Kraft, die nicht nur hemmt, sondern sich anbietet, verlockt, verführt, belohnt, bittet und überredet; sie »stachelt an, gibt ein, lenkt ab, erleichtert oder erschwert, erweitert oder begrenzt, macht mehr oder weniger wahrscheinlich«, sie macht den Einzelnen zu ihrem Komplizen und nur »im Grenzfall nötigt oder verhindert« sie.[3] Diese Techniken lassen sich im Vokabular des Gesetzes nicht mehr artikulieren; ihre Analyse bedarf eines anderen Verständnisses von Macht. Foucault gelangt infolgedessen zur Auffassung, dass sich Macht erst im *Verhältnis* von Menschen zueinander manifestiert.[4] Er fragt nach den Mechanismen, welche diese Verhältnisse herbeiführen, aufrechterhalten und erschüttern können. Macht stellt sich dann dar als das Verfügen über Techniken, um das Denken, Fühlen und Tun von Menschen zu beeinflussen – Techniken, »die erfunden und verbessert und ständig weiterentwickelt werden«[5] und von denen das Verbot nur eine ist. Foucault ist schließlich in genau diesem Sinne an Macht interessiert, nämlich an einer Untersuchung der *Machttechniken*, die eine Beeinflussung von Menschen ermöglichen.

In seinem Spätwerk entwickelt Foucault sein Konzept der *Gouvernementalität*, welches in den 90er Jahren des 20. Jahrhunderts die Grundlage der weiterführenden Gouvernementalitätsstudien liefert.[6] Foucaults Verständnis von Macht als Fähigkeit, Menschen zu beeinflussen, wird deutlich in seinem Begriff vom *Regieren*. Foucault weist darauf hin, dass sich vom 16. bis 18. Jahrhundert in Reaktion auf Machiavellis *Il Principe* eine Diskussion ums Regieren entzündet, welche einen heute ungewohnt weiten Regierungsbegriff hervorbringt. Dieser bezieht das Regieren nicht nur auf den Staat, sondern auch auf die Führung der Familie und des eigenen Lebens. Angefacht wurde dieses vielschichtige Interesse am Regieren wohl durch die Neuordnung althergebrachter Regierungsformen im Sozialen wie im Privaten: Die Herausbildung von Nationalstaaten und die religiösen Unruhen rund um die Reformation und Gegenreformation provozierten ein Umdenken hinsichtlich der Frage, wie ein Staat, eine Familie oder das eigene Leben zu führen seien.[7]

Diesen erweiterten Begriff vom Regieren macht sich Foucault zu Eigen, indem er die Techniken der Machtausübung als Techniken des Regierens zu verstehen versucht. Indem er zwi-

[1] Foucault 1976, S. 103f.
[2] Foucault 1976, S. 107
[3] Foucault 1994b, S. 254f.
[4] Foucault 1994b, S. 253f.
[5] Foucault 2005, S. 230
[6] Einen guten deutschsprachigen Überblick über die Gouvernementalitätsstudien liefert Lemke 2000.
[7] Foucault 2000, S. 42ff.

schen der *Regierung der anderen* und der *Regierung des Selbst* differenziert,[1] gelingt es Foucault, die sozialen und individuellen Komponenten von Macht samt ihrer Wechselwirkungen in einem einzigen analytischen Begriff zu fassen. In seinem späten Aufsatz *Wie wird Macht ausgeübt?* tauscht Foucault den Begriff der Regierung schließlich gegen jenen der *Führung* ein, um wiederum »zugleich die Tätigkeit des ›Anführens‹ anderer […] und die Weise des Sich-Verhaltens«[2] zu erfassen. Dieser Begriff scheint auch mir geeigneter zu sein, ist er doch unverfänglicher als der Begriff der Regierung, mit dem wir heute einen sehr engen Bedeutungshorizont umschreiben. Folglich sind die *Führung der anderen* und die *Führung des Selbst* zu unterscheiden.

Bedeutsam wird sein, dass sich eine spezifische Art der Machtausübung, welche in der Moderne zunehmend an Bedeutung gewinnt, verstehen lässt als Führung anderer mittels ihrer Selbstführungstechniken. Diese Führungstechniken wirken auf den Einzelnen mit der Absicht, dass sich dieser verändern möge hin zu einem gewünschten Zustand des Seins, dass er etwa vernünftiger werden möge, besonnener, pünktlicher, fleißiger, strebsamer oder interessierter. Durch diese Techniken gelingt es der Macht, sich nicht beständig von außen aufdrängen zu müssen, sondern sich im Sein des Einzelnen zu verankern. Foucault versteht diese Ausübung von Macht als Führung der Selbstführung anderer, kurz als *Führen der Führungen.*[3]

Ein Arbeiter, von dem verlangt wird, konzentriert zu arbeiten, unterliegt beispielsweise der Führung durch andere. Doch die Aufforderung *Arbeite konzentriert!* unterscheidet sich von Aufforderungen wie *Schraube die Beine an die Tischplatte!* oder *Geh dich waschen und umziehen!*, indem sie keine Tätigkeit abverlangt, sondern eine andere Form der Existenz. Während die Handlung imitiert werden kann, hat die Konzentration des Arbeiters kein sinnliches Vorbild, sondern erfordert eine *Askese*: das Hervorbringen von Techniken zur Führung des Selbst. Die Möglichkeiten, die der Arbeiter hat, um ein konzentriertes Arbeiten zu bewerkstelligen, können vielfältig sein: mehr Schlaf, mehr Kaffee, eine Vermeidung von Ablenkungen oder ein mentales Training sind nur einige naive Ideen. Die Askese verändert dann nicht nur das Verhalten in der ursprünglichen Situation, also die Konzentration am Arbeitsplatz, sondern führt zu einer neuen Existenz, zu einer anderen Form des Seins, in der der Arbeiter früher schlafen geht, kaffeeabhängig oder jenseits der Arbeit teilnahmslos wird, in der er womöglich sogar von anderen einfordert, die Anstrengungen seiner Askese auf sich zu nehmen und ebenfalls konzentrierter zu arbeiten.

Macht geht dann nicht länger nur – wie im marxistischen Denken – vom Souverän aus, sondern besteht im Sinne des Führens in einem Netz von Denken, Fühlen und Tun, in dem jeder Einzelne verfangen ist. Die Perspektive des Führens kann zeigen, wie Herrschaft zugleich bis zum Einzelnen hinab und vom Einzelnen hinauf wirkt. Sie präsentiert diese Herrschaft nicht mehr nur als Zwang, welchen der Mächtige dem Beherrschten auferlegt, sondern als allumfassende Geisteshaltung, mit der eine ganze Gesellschaft sich selbst begegnet. Machtstrukturen manifestieren sich nicht nur *zwischen*, sondern insbesondere auch *in* den Menschen durch Techniken zur Selbstführung:

> Die Macht kommt von unten, d. h. sie beruht nicht auf der allgemeinen Matrix einer globalen Zweiteilung, die Beherrscher und Beherrschte einander entgegensetzt und von oben nach unten auf immer beschränktere Gruppen […] ausstrahlt. Man muß eher davon ausgehen, daß die vielfäl-

[1] Foucault in Lemke 1997, S. 149
[2] Foucault 1994b, S. 255
[3] Foucault 1994b, S. 255

> tigen Kraftverhältnisse […] als Basis für weitreichende und den gesamten Gesellschaftskörper durchlaufende Spaltungen dienen.[1]

Diese Geisteshaltung *(mentalité)* hinter dem Führen bzw. dem Regieren *(gouvernement)* nennt Foucault schließlich *Gouvernementalität.*

Kritik an Foucaults Machtbegriff kommt vor allem aus zwei Richtungen.[2] Zum einen wird Foucault vorgeworfen, dass sein Begriff der Macht noch zu speziell sei, dass er einer weiteren Elaboration bedürfe, um universell anwendbar zu sein. Dieser Mangel mag darin begründet sein, dass Foucault sich nie einer Theorie der Macht an sich verpflichtet sah, sondern seine Gedanken zur Macht entwickelte an einer Reihe von Themen, die immer nur Teile eines möglicherweise umfassenderen Begriffs der Macht auszuleuchten halfen. Insofern ist den Kritikern zuzustimmen, Foucault aber nicht anzulasten, dass er nicht vollbrachte, was gar nicht sein Anspruch war: nämlich eine Theorie der Macht zu entwickeln, die alle denkbaren Facetten von Macht einzuschließen und zu ordnen vermag. Der Fokus dieser Arbeit liegt jedoch nicht auf Macht an sich und ihr Anliegen kann sie trotz oder gerade wegen der Offenheit von Foucaults Machtbegriff gut verfolgen.

Zum anderen wird, vor allem von marxistisch geprägten Denkern, bemängelt, dass Foucaults analytischer Ansatz eine ethische Stellungnahme verweigert, dass seine Beschreibung des Seienden ebendieses festschreibe, statt reformieren zu wollen. Diese Kritik ist jedoch weniger als inhaltliche denn als Stilkritik zu deuten, stehen sich hier doch die womöglich unvereinbaren Vorstellungen einer gesellschaftlich intervenierenden und einer analytisch-distanzierten Wissenschaft gegenüber. Insbesondere vom ebenfalls kritischen Projekt der Frankfurter Schule, welche in der distanziert-technischen Wissenschaft das moralisch keineswegs neutrale Streben nach der Beherrschung der Welt identifiziert,[3] scheint sich Foucaults Analyse von Machttechniken unversöhnlich zu unterscheiden. Doch diese Unvereinbarkeit ist nur eine oberflächliche, sind die Techniken doch gerade nicht Produkt oder Ziel von Foucaults Forschung, sondern dessen Gegenstand. Vielmehr rücken die Werke von Foucault und der Frankfurter Schule eng zusammen, versuchen doch beide, dem Unausgesprochenen der modernen Existenz einen Namen zu geben und sie damit vom Hinnehmbaren in einen Raum des Verhandelbaren zu überführen. Dass die Frankfurter Schule dabei eher auf die Genese modernen Denkens und Foucault eher auf die Genese neuzeitlicher Machttechniken blickt, zeigt einen Unterschied, der zur Synthese aufruft.

4.2 Macht durch Disziplin

Besonders interessiert war Foucault an jenen Machttechniken, deren Verbreitung einen folgenschweren Bruch markiert zwischen dem Mittelalter und der Moderne. In *Überwachen und Strafen* (Foucault 1975) dringt Foucault zum ersten Mal zur Disziplinarmacht vor, welche er später als Führung der Führungen verstehen wird. Mit *Disziplinartechniken* bezeichnet Foucault Techniken zum Führen der Führungen, also diejenigen Techniken zur Führung anderer, welche den anderen Techniken zur Führung des Selbst abverlangen. Die Anforderung an den Arbeiter, konzentriert zu arbeiten, war ein Beispiel, in dem Disziplinartechniken sichtbar werden. In *Überwachen und Strafen* entwickelt Foucault seine Gedanken zu Disziplinartechniken an Hand der Geschichte des Strafsystems im modern werdenden Frankreich. Im Mittelalter

---

[1] Foucault 1976, S. 115
[2] Vgl. dazu McNay 1994, S. 104-106
[3] Horkheimer & Adorno 1944, S. 10

wurde noch am Körper gestraft: punktuell und repressiv. Es war beispielsweise nicht unüblich, einem Dieb zur Strafe die Hand abzuschlagen und ihn dann gehen zu lassen.[1] An die Stelle der mittelalterlichen Körperstrafe tritt in der Moderne ein komplexes Strafsystem, in dessen Mittelpunkt die Inhaftierung steht. Während der Körper des Verbrechers Milde erfährt, rückt seine Existenz in den Fokus der Bestrafung. Die Disziplinartechniken des Gefängnisses zielen ab auf eine »Umcodierung der Existenz«[2]: seine Insassen werden zu einer neuen Art der Selbstführung erzogen. Gehorsam gegenüber den Autoritäten, gutes Benehmen gegenüber anderen Gefangenen, Körperpflege, Pünktlichkeit sowie Sorgsamkeit und Fleiß bei der Arbeit werden zu Zeichen einer ›guten Führung‹. Am Prinzip der ›guten Führung‹ wird die Positivität der Disziplinarmacht deutlich; denn sie wirkt nicht repressiv, sondern verführerisch, indem sie dem Insassen persönliche Vorteile in Aussicht stellt, falls er Wege findet, um sein Dasein in die gewünschten Bahnen zu lenken. Disziplinartechniken zeichnen sich gerade dadurch aus, dass sie nicht repressiv-zerstörerisch, sondern produktiv wirken, indem sie den Geführten dazu anregen, ein anderer zu werden.

Ähnliche Erziehungsziele und Führungstechniken entwickeln sich in weiteren Institutionen, die sich zu Beginn der Moderne bilden: in den Manufakturen und Fabriken, in den Schulen, den Kasernen, den Irren- und den Krankenhäusern. Zwar beschränkt sich die Einführung der neuen Führungstechniken nicht auf diese Institutionen, dort treten sie aber am deutlichsten zu Tage. Jene *totalen Institutionen*, welche Erving Goffman schon 1961 in *Asyle* beschrieben hatte, zeichnen sich aus durch ihre räumliche Isolation und durch die Organisation der Askese ihrer Insassen. Typische Disziplinartechniken, die dabei zu Einsatz kommen, sind

- die *hierarchische Überwachung*, welche sicherstellt, dass jedem Einzelnen eine überwachende Instanz übergeordnet ist;
- die *normierende Sanktion*, die in einem System von Belohnungen und Strafen auf eine Erziehung zur Norm zielt;
- die *Prüfung*, die dem Einzelnen den Beweis abverlangt, dass er den gegebenen Normen entsprechen kann und
- das *Panoptikum*, eine räumlich-technische Anordnung, mit der ein Einzelner alle ihm unterstellten Subjekte zugleich überwachen kann.[3]

Die disziplinäre Durchdringung der Gesellschaft wurde wesentlich dadurch begünstigt, dass die Disziplinartechniken Lösungen boten für zentrale Probleme der modernen Gesellschaft. Zum ersten bedurfte die neue Produktionsweise in Werkstätten und Fabriken eines Arbeitertyps, der in der Lage war, den Widrigkeiten der intensiven, monotonen und entfremdeten Arbeit zu trotzen. Die Erziehung zu Arbeitsdisziplin fand daher generell den Zuspruch derer, die an wirtschaftlichem Erfolg interessiert waren; und das waren nicht nur die Fabrikbesitzer selbst, sondern alle Zeitgenossen, die sich von der Industrialisierung einen gesellschaftlichen Fortschritt erhofften. Hierin spiegelt sich der neuzeitliche Wert der Maximierung des Wohlstandes. Zum zweiten veränderte sich die ökonomische Rolle des Staates vom mittelalterlichen Staat der Abschöpfung zum modernen Staat der Wertschöpfung. Der moderne Staat begnügt sich nicht damit, vom Produzierten Steuern einzutreiben, sondern versteht sich selbst als wirtschaftlichen Akteur. Daher gewinnt er ein Interesse an der Effizienz der Arbeit, insbesondere an der Disziplin der Arbeiter, aber auch an ihrer Bildung und Gesundheit. Zum dritten führen die mit der Industrialisierung einsetzende Bevölkerungsexplosion und die neuen Formen der Produktion dazu, dass in den städtischen Ballungszentren großen, unproduktiven Gruppen

[1] Lemke 1997, S. 73f.
[2] Foucault 1975, S. 302
[3] Foucault 1975, S. 173-329

begegnet werden muss, insbesondere Kranken, Kriminellen, Kindern und Soldaten des neu geschaffenen stehenden Heeres. Im Sinne einer ökonomischen Führung ist die Gesellschaft daran interessiert, diese Gruppen möglichst fügsam und nützlich zu integrieren. Das Aufkommen der Disziplinargesellschaft lässt sich daher verstehen als umfassende Antwort auf eine Reihe von Problemen. Ihr gelingt es, weite Teile der Bevölkerung berechenbar und nützlich zu machen für die sich durchsetzende ökonomische Organisation der Gesellschaft. Die Formierung der Disziplinargesellschaft ist damit eine wesentliche Voraussetzung für die Entwicklung des westlichen Kapitalismus.[1]

4.3 Macht und Wissen

Die Gefängnisstrafe arbeitet sich nicht nur an Gefangenen ab; sie wird auch als Abschreckung verstanden für jene, die nicht straffällig sind. Jenes Verständnis des Gefängnisses gibt Kritikern Anlass dazu, von seinem Scheitern zu sprechen, hat das Gefängnis – durch die dort erfahrene Sozialisation unter Verurteilten – gerade nicht die Kriminalität reduziert, sondern beigetragen zum »Fortbestand der Delinquenz«, zu »Rückfälligkeit«, zur »Umwandlung des Gelegenheitstäters in einen Gewohnheitsdelinquenten« und zur »Organisation eines geschlossenen Delinquentenmilieus«. Foucault bemüht sich, hierhin keinen Widerspruch, sondern einen Teil der gesellschaftlichen Funktion des Gefängnisses zu sehen; er fragt sich, »wozu der Mißerfolg des Gefängnisses gut ist«[2]. Indem das Gefängnis die Delinquenten zusammenführt, erzeugt es eine Gruppe von der Gesellschaft Ausgestoßener: eine Gruppe, deren Identität auf der Kriminalität seiner Mitglieder beruht. Kommt es in diesem Milieu zu Rückfälligkeit und zu Überwachung (z. B. durch das Vorstrafenregister), so zeichnet sich das Bild einer Unheilbarkeit der Delinquenz ab. So bedingt das Gefängnis die Existenz einer gesellschaftlichen Randgruppe von Delinquenten, deren Mitglieder den Eindruck erwecken, gar nicht anders zu können als gesellschaftsschädigend aufzutreten. Der Nutzen dieser Stigmatisierung liegt jedoch nicht vordergründig in der Kontrolle der Delinquenten, sondern in der Kontrolle über den Rest der Gesellschaft: Die Vorstellung einer unheilbaren Delinquenz verkörpert das selbstzerstörerische Potential der Gesellschaft und wird zur Negativfolie der Anständigen. Allein die Angst, durch kritisches Verhalten unumkehrbar in den Stand der Delinquenten abzurutschen, macht den Einzelnen kontrollierbar:

> Anstatt von einem Versagen des Gefängnisses bei der Eindämmung der Kriminalität sollte man vielleicht davon sprechen, daß es dem Gefängnis sehr gut gelungen ist, die Delinquenz als einen spezifischen, politisch und wirtschaftlich weniger gefährlichen und sogar nützlichen Typ von Gesetzwidrigkeit zu produzieren; es ist ihm gelungen, die Delinquenz als ein anscheinend an den Rand gedrängtes, tatsächlich aber zentral kontrolliertes Milieu zu produzieren; es ist ihm gelungen, den Delinquenten als pathologisiertes Subjekt zu produzieren. Es ist die großartige Leistung des Gefängnisses, in den Kämpfen um Gesetz und Gesetzwidrigkeit eine ›Delinquenz‹ auszubilden.[3]

Am Beispiel des Gefängnisses wird deutlich, wie Wissen und Machttechniken verbunden sind, sich gegenseitig voraussetzen und stabilisieren: Die Theorie der Delinquenz rechtfertigt die Existenz des Gefängnisses und der dazugehörigen Führungstechniken, während das Gefängnis wiederum das Phänomen der Delinquenz erzeugt. So verbinden sich *Diskurse*, d. h. institutionalisierte Praktiken des Sprechens und Sinngebens, mit der Ausübung von Macht in symbiotischen *Macht-Wissen-Komplexen*, welche Foucault als Grundlage allen Wissens ansieht:

[1] Foucault 1975, S. 279-284.
[2] Foucault 1975, S. 350
[3] Foucault 1975, S. 357

> Man muß wohl […] einer Denktradition entsagen, die von der Vorstellung geleitet ist, daß es Wissen nur dort geben kann, wo die Machtverhältnisse suspendiert sind, daß das Wissen sich nur außerhalb der Befehle, Anforderungen, Interessen der Macht entfalten kann. Vielleicht muß man dem Glauben entsagen, daß die Macht wahnsinnig macht und daß man nur unter Verzicht auf die Macht ein Wissender werden kann. Eher ist wohl anzunehmen, daß die Macht Wissen hervorbringt; daß Macht und Wissen einander unmittelbar einschließen; daß es keine Machtbeziehung gibt, ohne daß sich ein entsprechendes Wissensfeld konstituiert, und kein Wissen, das nicht gleichzeitig Machtbeziehungen voraussetzt und konstituiert.[1]

Wissen kann also nicht nur zu Macht führen, sondern Macht kann sogleich dazu beitragen, Wissen hervorzubringen, zu gestalten oder zu unterdrücken, ihm zur Geltung zu verhelfen, ihm Räume zur Erkundung zu bieten oder es zum Schweigen zu bringen. So schrieb Foucault schon in seiner *Ordnung des Diskurses* (1971), dass

> in jeder Gesellschaft die Produktion des Diskurses zugleich kontrolliert, selektiert, organisiert und kanalisiert wird – und zwar durch gewisse Prozeduren, deren Aufgabe es ist, die Kräfte und die Gefahren des Diskurses zu bändigen, sein unberechenbar Ereignishaftes zu bannen […].[2]

Mit anderen Worten hat

> jede Gesellschaft ihre eigene Ordnung der Wahrheit, ihr [sic!] ›allgemeine Politik‹ der Wahrheit: d. h. sie akzeptiert bestimmte Diskurse, die sie als wahre Diskurse funktionieren lässt; es gibt Mechanismen und Instanzen, die eine Unterscheidung von wahren und falschen Aussagen ermöglichen und den Modus festlegen, in dem die einen oder anderen sanktioniert werden; es gibt bevorzugte Techniken und Verfahren der Wahrheitsfindung; es gibt einen Status für jene, die darüber zu befinden haben, was wahr ist und was nicht.[3]

Dabei ist die Delinquenz nur eine Trennungslinie, entlang derer der Ausschluss von Praktiken und Diskursen erfolgt. Foucault diskutiert drei Dichotomien als Techniken der Diskursregulierung, also als Konzepte, mit deren Hilfe sich Wissen und Praktiken rechtfertigen oder zurückweisen lassen: das Wahre gegenüber dem Falschen, das Erlaubte gegenüber dem Verbotenen und schließlich das Vernünftige gegenüber dem Wahnsinnigen.[4] All diese Begriffspaare trennen das, was wir denken, sagen und tun dürfen, von dem, was wir nicht denken, sagen oder tun dürfen, wenn wir uns nicht unwissend, kriminell oder unvernünftig aufführen wollen. Die Diskreditierung einer Aussage als etwas Falsches, Verbotenes oder Wahnsinniges ist eine schlagkräftige Waffe bei der Meinungsbildung. In diesen Dichotomien tritt die Verschmelzung von Macht und Wissen besonders deutlich zu Tage: Einerseits dienen sie als Führungstechnik zur Steuerung von Wissen, indem man mit ihrer Hilfe ein bestimmtes Wissen rechtfertigt oder zurückweist. Andererseits werden sie zur Durchsetzung bestimmter Machtbeziehungen als legitimierendes Wissen genutzt, nämlich jener der Vernünftigen gegenüber den Verwirrten, der Rechtschaffenden gegenüber den Delinquenten oder der Gesunden gegenüber den Wahnsinnigen.

Mit der Geschichte des Wahnsinns hatte sich Foucault schon in seiner *Geburt der Klinik* (1963) auseinandergesetzt. Durch einen Blick auf die Praktiken, mit denen dem Wahnsinn seit dem Mittelalter begegnet wurde, wird schnell klar, dass der Wahnsinn keine ewig-unveränderliche biologische Eigenschaft eines Einzelnen, sondern eng mit dem Denken einer bestimmten Epoche verwoben ist. Im Mittelalter leben jene, die später als Wahnsinnige ausgestoßen werden, noch im Schoße ihrer Familien; sie sind ins kulturelle Leben der Gemeinschaft einbezogen. Erst die Moderne meint im Wahnsinn eine Krankheit auf den Begriff zu bringen, welche die

---

[1] Foucault 1975, S. 39
[2] Foucault 1971, S. 10f.
[3] Foucault 1978a, S. 51
[4] Foucault 1971, S. 9-17; ferner Foucault 1969, S. 48-60

Gemeinschaft der Vernunftbegabten gefährdet. Während die Vernunft in der Antike noch eine Tugend war, erhebt sie die Moderne zum Wesen des Menschen an sich, so dass die Unvernunft, der Wahnsinn, in unseren Reihen zur Bedrohung unseres Menschseins wird. Die Psychiatrie entwickelt sich als Wissenschaft zur Behandlung der neuen Krankheit; die Wahnsinnigen werden räumlich isoliert, aus der Gesellschaft ausgestoßen und in Irrenhäuser eingesperrt, wo es ihnen fortan nicht mehr gestattet ist, zu tun, was sie wollen. Mit dem Wahnsinn hatte sich in der Moderne ein Begriff entwickelt, der die Notwendigkeit von Psychologie, Institutionen und Unterdrückungsmechanismen erst rechtfertigt und der wiederum als Negativfolie dient für jene, die vernünftig sein wollen und sollen.

Die Gesamtheit der bezüglich eines bestimmten Aspekts des gesellschaftlichen Lebens interagierenden Diskurse, Machttechniken, Wissensformen und Formen gesellschaftlicher Organisation nennt Foucault einen *Dispositiv.*[1] Das Zusammenwirken und Ineinandergreifen des plötzlich einsetzenden Sprechens über den Wahnsinn, der Inhaftierung der Wahnsinnigen, der Psychologie als Wissenschaft des Wahnsinns und der Institutionen der Psychiatrie kann verstanden werden als *Dispositiv der Geisteskrankheit.* Am bekanntesten sind jedoch Foucaults Ausführungen zum »Dispositiv der Sexualität«, welche er in *Der Wille zum Wissen* entwickelt. Ebenso lassen sich jedoch auch die aufgezeigten Zusammenhänge rund um die Delinquenz verstehen als entsprechendes Dispositiv.

Die Dispositive umfassen insbesondere die wissenschaftliche Unterfütterung ihres Wissens. So entstehen in der Neuzeit *Humanwissenschaften*, deren vordergründige Aufgabe es ist, Wissen für die unterschiedlichen Disziplinardispositive bereitzustellen. Die Pädagogik und die Psychologie sind die herausragendsten Vertreter dieser neuen Gattung von Wissenschaft; sie befassen sich im Kern mit den Disziplinierungsprozessen in Schule und Psychiatrie, strahlen aber auf die gesamte Gesellschaft aus.[2] Anders als Marx glaubt Foucault dabei nicht, dass die Wissenschaften die Mythen der Gesellschaft ihrer Ideologie, d. h. ihrer falschen Auffassung des irgendwie Wirklichen, überführen können, sondern, dass die Wissenschaften immer schon Teil eines Dispositivs sind. Selbst die Unterscheidung zwischen Wahrheit und Mythos offenbart sich dann als eine von der Wissenschaft eingesetzte Machttechnik, die den Ausschluss von Diskursen bezweckt.[3]

4.4 Subjekt und Askese

Die Produktivität der Disziplinartechniken ist eben jene, die im Zusammenspiel von Zwang und Freiheit bei der Führung der Führungen zu Tage tritt: Während die Führung dem Einzelnen einen *Zwang* auferlegt, indem sie gewisse Normen einfordert, lässt sie ihm die *Freiheit*, den Weg zur Verwirklichung dieser Normen selbst zu bestimmen.[4] Durch seine Askese, also sein Hervorbringen von passenden Selbstführungstechniken, wird der Einzelne zum *Subjekt*[5]. Nun unterwirft er sich jedoch nicht mehr einem Herrscher, sondern den Normen, indem er zu deren Verwirklichung seine Existenz verändert. Die Selbstführungstechniken sind

> diejenigen, die den Individuen gestatten, selbst eine Reihe von Operationen mit ihrem Körper, ihrer Seele, ihren Gedanken, ihrem Verhalten vorzunehmen, sie auf diese Weise zu verwandeln oder

[1] Foucault 1978b, S. 119f.
[2] Kritiker wie Giesecke 1985 sprechen von der »Pädagogisierung« oder der »Psychologisierung« der Gesellschaft.
[3] McNay 1994, S. 107-110
[4] Foucault 1994b, S. 255f.
[5] von Lat. *subicere* (unterwerfen)

> zu verändern und einen bestimmten Zustand der Vollkommenheit, des Glücks, der Reinheit oder der übernatürlichen Macht zu erreichen.[1]

Die Produktivität der Disziplinartechniken liegt nun gerade darin, dass der Einzelne die auferlegten Zwänge nicht mehr störrisch verfolgt, sondern sich zu eigen macht und sich dabei selbst hervorbringt. Die Disziplinartechniken führen den Einzelnen nicht nur zu einem bestimmten Sein, sondern halten ihnen den Weg dahin frei; sie eröffnen ihm ein zwar aufgezwungenes, aber doch freies »Feld von möglichen Antworten, Reaktionen, Wirkungen, Erfindungen«[2]. *Subjektwerdung* nennt Foucault die Hervorbringung eines von anderen unterscheidbaren Selbst durch individualisierte Formen der Askese; und er versteht die Subjektwerdung als einen zentralen Teil dessen, was die Moderne das *Individuum* nennt. Erst in der Moderne entsteht durch eine Inflation gesellschaftlicher Führungstechniken das Subjekt, das sich ständig um sich selbst sorgen muss.[3] Zur *Identität* eines Subjekts gehört dann der Teil seiner Existenz, die es bei aller Askese zu bewahren imstande ist.

Die mit der Disziplinargesellschaft aufkommende liberale Regierungskunst reagiert auf das Spannungsfeld, ideologisch die produktiv-ökonomische Freiheit des Einzelnen einzufordern und zugleich regierungspraktisch ein Mindestmaß von Fügsamkeit erzwingen zu müssen.[4] Foucaults Vorstellung des Subjekts als ein Wesen, welches sich in der Unterwerfung hervorbringen muss, unterscheidet sich grundsätzlich von der liberalen Vorstellung des Individuums als ein Wesen, welches von Grund auf frei und dank seines Verstandes und Willens in der Lage ist, seine Welt nach seinen Wünschen zu gestalten.[5] Foucaults Subjektbegriff ist damit eine Absage an die Überhöhung des Individuums und eine Rehabilitation der Gemeinschaft. Das aufklärerische Moment der Mündigkeit, sich um sich selbst sorgen zu können, lässt sich dann lesen als liberaler Regierungsimperativ, der vom Einzelnen eine ökonomisch-disziplinierte Lebensführung verlangt, welche jene des Mittelalters hinter sich lässt.

Modern ist dabei nicht die Disziplin an sich, sondern erst ihre gesamtgesellschaftliche Durchsetzung mit dem Ziel der Steigerung der Produktivität. Die Geschichte der Disziplin reicht zurück bis in die Antike; wir finden sie beim philosophisch Gebildeten im Sinne der *sōphrosynē*, jener asketischen Gelassenheit, mit der der antike Mensch versucht, Herr seiner Impulsivität zu werden, genauso aber in den Anfängen des Militärs, insbesondere bei der Phalanx, einer Kampfformation, deren überlegene Schlagkraft darin bestand, dass die streng disziplinierten Fußsoldaten entgegen aller Widrigkeiten ihre Position in der Formation hielten und so die Standhaftigkeit der Phalanx sicherstellten. An der Phalanx wird sichtbar, wie aus dem Krieger ein Soldat wird: er muss seine Impulsivität im Zaum halten und unter das Wohl des Größeren stellen, darf nicht nur nicht fliehen, nicht verzagen, sondern auch nicht vorstürmen, sich nicht im wilden Kampf verlieren, kurzum die Formation nicht verlassen. Der Drill des antiken Soldaten bestand in einer »kaltblütigen Kontrolle über jene Instinktreaktionen, die die allgemeine Ordnung der Formation erschüttern könnten«.[6] Schließlich gibt es eine Form der Askese im christlichen Mönchstum, dessen Disziplin wiederum darauf zielt, die Impulsivität im Zaum zu halten, hier jedoch mit dem Ziel der Frömmigkeit. Der Grad der Entsagung gegenüber allem Weltlich-Verführerischen wird hier als Maß genommen für die spirituelle Reinheit, die Nähe zu Gott.[7] Diese Formen der Disziplin unterscheiden sich von den

[1] Foucault 2002b, S. 210
[2] Foucault 1994b, S. 254f.
[3] Entsprechend betitelt Foucault eines seiner Werke als *Die Sorge um sich* (1984).
[4] Foucault 2004, S. 479ff.
[5] Vgl. McNay 1994, S. 131f..
[6] Vernant 1962, S. 59
[7] Foucault 1975, S. 176

modernen Formen dadurch, dass sich der Askese freiwillig unterworfen wird, dass sie unter verschiedenen Formen der Lebensführung nur eine ist.

Das Leben als Disziplinmensch der Moderne ist jedoch nicht zu verstehen als Lebensstil, den der Einzelne verfolgen kann oder nicht; denn wenngleich der Einzelne mehr oder weniger von der Disziplin ergriffen sein kann, so ist sie doch ein Prinzip, welches die gesamte moderne Gesellschaft durchdringt und welchem zu entfliehen unmöglich ist. Der Disziplinmensch gehorcht nicht nur den an ihn gestellten Anforderungen, sondern hat sich selbst in der Bewältigung dieser Anforderungen hervorgebracht und will nun in dieser neugeordneten Welt leben. Undisziplinierte Teile der Gesellschaft werden wegen ihrer fehlenden Produktivität zur Belastung, die Verlockung ihres Müßiggangs zur Bedrohung; schließlich werden sie isoliert und der Askese verpflichtet. Den Unproduktiven in der Gesellschaft, also den Heranwachsenden, Kranken, Delinquenten und Soldaten in Wehrbereitschaft werden ganze Disziplinierungsinstitutionen gewidmet, in welchen sie asketisch produktiv werden sollen. Produktiv*werden* ist in der Diziplinargesellschaft die einzige geduldete Alternative zum Produktiv*sein*. Der Bildungshistoriker Heinz-Elmar Tenorth beschreibt die gesellschaftlichen Veränderungen im Rahmen seiner *Geschichte der Erziehung*:

> Arbeit gilt [in der Neuzeit anders als zuvor] als Berufung des Menschen, sie wird hoch geachtet und trägt zur Entstehung eines spezifischen Berufsethos bei. Entsprechend gelten Randgruppen, Zeichen von Armut und Müßiggang, mit denen die mittelalterliche Gesellschaft noch wie selbstverständlich als quasi notwendigen Elementen der gesellschaftlichen Ordnung lebte, jetzt als amoralisch und werden als Fehler des Einzelnen bewertet. In der Konsequenz dieser Betrachtungsweise liegen Erziehungsanstrengungen und Besserungsmaßnahmen. Sie fordern die Kontrolle nicht nur des familiären, sondern auch des alltäglichen Lebens. „Disciplina“ ist als Anspruch und Begriff schon gegenwärtig, bevor er in der Aufklärung im umfassenden moralpolitischen Sinne der Gestaltung der ganzen Gesellschaft neu aufgenommen wird.[1]

In der Moderne wird dem Einzelnen überall Disziplin abgefordert. Der Zugriff der Disziplinargesellschaft auf den Einzelnen ist *total* insofern, als dass ihre Wirkung auf die gesamte Existenz zielt: Prüfungen versuchen nicht nur die Fähigkeit zum Tun zu erfassen, sondern das ganze Sein zu vermessen. Die zunehmende Überwachung lässt dem Einzelnen keinen Raum mehr etwas vorzuspielen; bald ist die Anpassung der einzige Ausweg. Die Verschiebung des Fokus der Machttechniken vom Tun zum Sein verfolgt Foucault an der Geschichte vom *Geständnis*.[2] Dieses wurde im Mittelalter eingeführt, um das Seelenheil des Gläubigen zu überprüfen und wiederherzustellen. Den Drang dazu, sein geheimstes Denken und Fühlen und Tun preiszugeben, beschränkt das mittelalterliche Geständnis noch aufs Religiöse. Der Disziplinarmacht wird das Geständnis jedoch zur allgemeinen Form, in der das Subjekt seine Existenz preisgeben soll. Während die allgegenwärtige Offenbarung des Privaten normal wird, wird die Geheimhaltung verdächtig, gar unnatürlich:

> Die Verpflichtung vom Geständnis wird uns mittlerweile von derart vielen verschiedenen Punkten nahegelegt, sie ist uns so tief in Fleisch und Blut übergegangen, daß sie uns gar nicht mehr als Wirkung einer Macht erscheint, die Zwang auf uns ausübt; im Gegenteil scheint es uns, als ob die Wahrheit im Geheimsten unserer selbst keinen anderen ›Anspruch‹ hegte, als den, an den Tag zu treten; daß es, wenn ihr das nicht gelingt, nur dran liegen kann, daß ein Zwang sie fesselt oder die Gewalt einer Macht auf ihr lastet, woraus folgt, daß sie sich letzten Endes nur um den Preis einer Art Befreiung wird äußern können.[3]

---

[1] Tenorth 1988, S. 68
[2] Foucault 1976, S. 75ff.
[3] Foucault 1976, S. 77f.

In seinem Spätwerk erweitert Foucault die Sphäre seines Subjektbegriffs und die Dimension der *Erfahrung*, die der Einzelne in verschiedenen Erkenntnisbereichen sammelt. Unter Erfahrung in einem bestimmten Erkenntnisbereich versteht Foucault das Zusammenwirken dreier Komponenten, nämlich des dazugehörigen *Wissens*, welches ermöglicht, lenkt und auch beschränkt, der *Normen*, die als Führungen anderer erfahren wurden, und schließlich der persönlichen Formen der *Subjektwerdung*, mit denen der Einzelne auf das Wissen und die Normen reagiert.[1] Der Begriff der Erfahrung ermöglicht es, Wissen, Machtausübung und Subjektwerdung in einer individuellen Dimension zu vereinen.

Schließlich gelingt es Foucault mit seinem Theorieangebot auch, den Begriff der *Moral* in vier Dimensionen differenziert zu erfassen. Er betrachtet *Moralcodes*, d. h. gesellschaftliche Regeln und Werte, die über die Führung anderer auf das moralisch relevante Denken, Fühlen und Tun, kurz auf die *ethische Substanz* des Einzelnen, einwirken. Er fragt, welche Rationalität den Moralcode rechtfertigt, welches Sein angestrebt wird, ob es beispielsweise um die Reinheit, Unsterblichkeit, Freiheit, Selbstbeherrschung oder Emanzipation des Einzelnen gehe, und bezeichnet diese Rationalität als *Teleologie*. Schließlich interessiert sich Foucault für die Selbstführungstechniken, mit denen der Einzelne im Felde der ethischen Substanz auf die Moralcodes und die dahinterstehende Rationalität reagiert, und deren Herausbildung und Anwendung er Askese nennt.[2] Die Frage nach der Moral kann somit auf vielfältige Weise beantwortet werden. Fraglich ist, welche Normen und Werte sich auf welches Denken, Fühlen und Tun richten, mit welcher Rechtfertigung bzw. mit welchem Ziel sie wirkt und wie der Einzelne an sich arbeitet, um ein ›guter‹ Mensch zu sein.

4.5 Gouvernementalität der Schule

Foucaults Arbeiten sind von entscheidender Bedeutung für wissenschaftliche Ansätze, welche die Ideologie von Moderne und Aufklärung kritisieren und sich in ihrer Perspektive von ihr befreien wollen. Aus ihrer Sicht scheint das Projekt der Aufklärung noch nicht umgesetzt oder schon gescheitert zu sein. Diese *postmoderne* Wende macht freilich auch vor der Pädagogik nicht halt.[3] Hinterfragt werden nicht länger nur die Methoden, sondern auch die Ziele, ja sogar die Geisteshaltung von Bildung und Aufklärung. Pädagogisches Treiben ist plötzlich nichts unhinterfragt Gutes mehr, sondern immer fragwürdig. Unklar ist, ob und wie sich sowohl Bildungspraxis als auch Bildungsabsichten rechtfertigen lassen. Zahlreiche Publikationen am Ende des 20. Jahrhunderts zeugen von der neuen Orientierungslosigkeit der Pädagogik. Plötzlich verkündet sie den *Abschied von der Aufklärung* (1990) und befürchtet das *Verschwinden der Kindheit* (1982), das *Ende der Erziehung* (1985), das Abgleiten in *Schwarze Pädagogik* (1997), *Scheißerziehung* (Mannoni 1973) und in die *pädagogische Maschine* (1982), welche im industriellen Fabrikationsprozess gesellschaftskonforme Individuen produziert. Besonders ist anglophonen Raum werden die Theorien Foucaults seitdem auch in den Erziehungswissenschaften rezipiert.[4]

---

[1] Foucault 1984, S. 10; vgl. Lemke 1997, S. 268.
[2] Foucault 1984, S. 38ff.; Foucault 1994c, S. 275ff.; vgl. auch Lemke 1997, S. 270, 277.
[3] Foucault hatte seinen Ansichten zu Pädagogik und Schule nie ein eigenes Werk gewidmet; man kann allenfalls wie Coelen 1996 versuchen, sie zu rekonstruieren. Zu Disziplinartechniken aus der Entstehungszeit der Schule siehe, beispielsweise die Ökonomisierung der Zeitnutzung, die Vermeidung des Müßiggangs, die Einteilung der Schüler nach militärgleichen Rängen (Klassen) mit entsprechenden Aufstiegsregelungen siehe Foucault 1975, S. 205, 213f, 188.
[4] Vgl. etwa Baker & Heyning 2004; Walshaw 2007.

Für Foucault ist organisierte Erziehung ein Disziplinierungsprozess, Schule die entsprechende Disziplinierungsinstitution und die Pädagogik neben der Psychologie *die* Wissenschaft der Disziplinargesellschaft. Die Pädagogik bezog ihre Teleologie, also die ideologischen Konzepte, welche die Regeln und Werte der Pädagogik rechtfertigen, aus dem Protestantismus und der Aufklärung: sie sorgt sich um das *Seelenheil*[1] und um die *Mündigkeit* des Einzelnen. Als ihre Normen und Werte bilden sich in der Neuzeit unter anderem das Pflichtbewusstsein, die Sittlichkeit, die Strebsamkeit und die Vernunft heraus. Die Frage der Pädagogik ist folglich: *Welche Techniken ermöglichen es, einen Menschen zu einem pflichtbewussten, sittlichen, strebsamen und vernünftig denkenden Wesen zu erziehen?*

Bei der Erziehung blickt die Pädagogik weniger auf das Verhalten als auf die Seele des Menschen. Ihr reicht es nicht, dass ein Einzelner pflichtbewusst oder vernünftig handelt; sie will stattdessen sehen, dass dieser durch und durch vom Pflichtgefühl und von der Vernunft erfüllt ist, dass er schließlich gar nicht anders *kann* als pflichtbewusst und vernünftig handeln. Ihr Wirkungsbereich ist daher die Seele, die innere Natur des Menschen: sein Denken, Fühlen und Streben. Erziehung ist disziplinierend, da sie eine Veränderung in der individuellen Existenz bewirken will. Sie tritt auf als Führung der Führungen. Die Techniken, mit denen die Pädagogik den Kindern gegenübertritt, sind dann die für die Disziplinargesellschaft typischen. Mit ihrer Abgeschlossenheit und Eigenweltlichkeit offenbart sich die Schule als totale Institution. Sie ist räumlich, zeitlich und rituell so angelegt, dass eine ständige panoptische Überwachung aller Schüler (einer Klasse, eines Pausenhofs) durch einen (hierarchisch überlegenen) Lehrer, normierende Sanktionen (z. B. durch Nachsitzen, Strafarbeiten oder schlechte Noten) und Prüfungen möglich sind. Dank panoptischer Überwachung und regelmäßiger Prüfungen steht nicht nur das Tun in einer bestimmten Situation, sondern die gesamte Existenz des Schülers unter ständiger Überwachung. Der Zugriff der Pädagogik auf den Einzelnen ist ein totaler.

Dass die pädagogischen Werte und Normen keine universell-gesellschaftlichen sind, die Pädagogik von den Schüler also immer ein besseres Verhalten verlangt als es die Elterngeneration vorzuleben in der Lage ist, wird zur ständigen Zerreißprobe für alle Akteure an der Schule, für Lehrer wie für Schüler. Für Foucault macht die Tatsache, dass die Gesellschaft »in ihrer Pädagogik ihr Goldenes Zeitalter träumt« den Konflikt »zwischen den Formen der Kindererziehung, in der sie ihre Wunschträume verbirgt, und den Lebensbedingungen für die Erwachsenen, an denen sich im Gegensatz dazu ihre reale Gegenwart und ihr Elend ablesen lassen« zum ständigen Begleiter pädagogischer Praxis:

> Als das 18. Jahrhundert mit Rousseau und Pestalozzi sich bemühte, dem Kind durch pädagogische Regeln, die seiner Entwicklung angepaßt sind, eine Welt nach seinem Maß zu erreichten, hat es damit zugelassen, daß ein irreales, abstraktes, archaisches Milieu ohne Beziehung zur Welt der Erwachsenen um die Kinder aufgebaut wurde. Die ganze Entwicklung der zeitgenössischen Pädagogik, mit dem untadeligen Ziel, das Kind vor den Konflikten der Erwachsenen zu bewahren, läßt im Erwachsenen den Abstand zwischen seinem Leben als Kind und seinem Leben als fertiger Mensch nur desto stärker hervortreten. Das heißt, sie setzt das Kind, um ihm Konflikte zu ersparen, einem besonders schweren Konflikt aus, dem Widerspruch nämlich zwischen seiner Kindheit und seinem wirklichen Leben.[2]

[1] Die neuzeitlichen Denker, deren Werke zur Bildung im 18. Jhd. einflussreich wurden, beispielsweise Rousseau, Kant, Pestalozzi und Goethe, waren allesamt Protestanten. Die Beichte, bei der dem Katholiken seine Sünden durch den Priester vergeben werden können, kennt der Protestantismus nicht. Da der Protestant erst vor Gott gerichtet wird und keine Möglichkeit hat, seine Sünden noch auf Erden zu sühnen, bedarf sein Seelenheil einer frommen Lebensführung und Geisteshaltung. Diese beim Gläubigen sicherzustellen wird nun zur vornehmlichen Aufgabe des reformierten Pfarrers. Die Rolle der Geistlichkeit hat sich damit verschoben: Der strafende und vergebende Priester ist einem zur Frömmigkeit erziehenden Pfarrer gewichen.

[2] Foucault 1954, S. 122ff.

All den Disziplinierungsinstitutionen der Moderne ist gemein, dass ihre Kritiker ihnen seit ihrem Bestehen ihr Scheitern vorwerfen: Allzu oft entlasse die Psychia-trie ihre Patienten nicht als vernünftig Denkende, das Gefängnis seine Insassen nicht als rechtschaffende Disziplinmenschen, die Schule ihre Kinder nicht als gesittete und mündige Bürger. Am Beispiel des Scheiterns des Gefängnisses fragt Foucault, »wozu der Mißerfolg des Gefängnisses gut ist. Wem nützen die verschiedenen Erscheinungen, die von der Kritik regelmäßig denunziert werden« (Foucault 1975, S. 350), beispielsweise die Stigmatisierung als Vorbestrafter selbst nach der Haft, welche doch nichts anderes andeuten kann, als dass der ehemalige Häftling von seiner Delinquenz noch nicht geheilt sei? Wenngleich der Misserfolg des Gefängnisses nicht beabsichtigt sein mag, entfaltet er doch eine gesellschaftliche Wirkung, denn der Fehlschlag des Disziplinarvollzugs versorgt die Gesellschaft mit der Negativfolie des ewig-unheilbar Kriminellen, analog dazu mit jener des ewig-unheilbar Wahnsinnigen oder des ewig-unheilbar Ungebildeten – Negativfolien, vor denen sich nun Diskurse beurteilen und abwerten lassen: Denjenigen, denen ihre Delinquenz, ihr Wahnsinn oder ihre fehlende Bildung nachgesagt wird, braucht niemand mehr zuzuhören. Insofern besteht auch eine gesellschaftliche Funktion der Schule darin zu scheiden zwischen denen, denen zuzuhören sich lohnt, und jenen, denen zuzuhören sich nicht lohnt.

4.6 Gouvernementalität des Mathematikunterrichts

Blickt man mit Foucault auf den Mathematikunterricht, so liegt es nahe, in letzterem den Dispositiven nachzuspüren, welchen Foucault seine Arbeit gewidmet hatte. Die vordergründige Frage ist dann, inwiefern der Mathematikunterricht verfangen ist in den Dispositiven der Moderne, worin der Beitrag des Mathematikunterrichts zur Moderne besteht: inwiefern er diszipliniert, wie er Wissen und Überzeugungen konstituiert, welche Askese er abverlangt, welche Erfahrungen er ermöglicht.

Jedoch hatte sich Foucault selbst nicht zur gesellschaftlichen Rolle des Mathematikunterrichts geäußert. Gleichwohl lassen die grundlegenden Begriffe und Paradigmen der Gesellschaftstheorie Foucaults bereits eine differenziertere Beschreibung und Analyse der im vorangegangenen Kapitel diskutierten Literatur zu. Die von Neander (1974) und Lundin (2008) aufgezeigten Analogien in der Entwicklung von Produktionsverhältnissen einerseits und Mathematikunterricht andererseits sowie die in diesem Zusammenhang zitierten Versuche, Mathematikunterricht als Charakterbildung zu legitimieren, zeigen deutlich, dass der Mathematikunterricht seit seiner Etablierung zur Disziplinierung institutionalisiert wurde. Die Kultivierung von Willensstärke, Wahrheitsliebe, mathematischem Naturverständnis und logischem Denken zielt nicht auf das Tun, sondern auf die Existenz des Heranwachsenden. Die im Mathematikunterricht erfahrene Führung zielt letztlich darauf ab, dass die Schüler Formen der Selbstführung hervorbringen, welche die erwünschte Charakterbildung umsetzen.

Getragen wird die Praxis des Mathematikunterrichts durch ein Wissen, welches die Pädagogik und Mathematikdidaktik (in diesen Kreis seien die Lehrer eingeschlossen) hervorbringen. In der ›aufgeklärten‹, libertären, westlich orientierten Welt wären Versuche zerstörerisch, Mathematikunterricht als Disziplinierungsinstitution zu legitimieren: zu sehr widerspricht die gesellschaftsdienliche Zurichtung des Heranwachsenden dem aufklärerischen Ideal des souveränen, freien und eigenverantwortlichen Bürgers. Je exklusiver sich die Pädagogik an dem Bildungsideal der Aufklärung orientiert, desto ungeheuerlicher und unaussprechbarer wird der Verweis auf Disziplinierung. Vor dem Hintergrund des in der Aufklärung kultivierten

Denkens über Bildung kann eine Legitimation des Mathematikunterrichts nur dann Geltungsmacht erlangen, wenn sie den Mathematikunterricht in den Dienst der Aufklärung stellt und disziplinierende Funktionen vergessen macht. Diesen Weg geht sowohl die von der *Critical Mathematics Education* kritisierte traditionelle Mathematikdidaktik als auch die *Critical Mathematics Edcuation* selbst.

Die für die Pädagogik typische Verklärung der eigenen Ziele ist daher auch für eine Legitimierung des Mathematikunterrichts notwendig. Lundin (2008) gelingt es, einen Macht-Wissen-Komplex zu beschreiben, mit welcher es der Mathematikdidaktik gelingt, Mathematikunterricht zu rechtfertigen. Das Umdenken besteht letztlich darin, dass der ideale Mathematikunterricht gerade im Gegensatz zum real existierenden Mathematikunterricht entworfen wird. Während der real existierende Mathematikunterricht zu disziplinierend auftrete, indem er zu viele Routineaufgaben stelle, und das Potential der Mathematik in ihrer Anwendung und ihren Denkweisen gerade nicht ausschöpfe – man bedenke hier die vorgestellte Kritik an Routineaufgaben und die Forderung nach mehr Modellierung und Begründen –, arbeitet die Mathematikdidaktik unermüdlich an einer Verbesserung des Mathematikunterrichts, welche seine angemahnten Defizite beseitigen und ihn endlich in den Dienst der Aufklärung stellen soll. Das Denken der Aufklärung ermöglicht erst die Geltungsmacht von Mathematikdidaktik und -un-terricht, erfährt durch letztere aber zugleich die Vergewisserung, dass ihr Projekt möglich und sinnvoll sei.

Die *Critical Mathematics Education* ist schließlich noch pädagogisch genug, um der Verklärung aufzusitzen, die zurückzuweisen ihr Programm sein sollte. Sie ist das vortreffliche Beispiel dafür, wie weit sich das pädagogische Denken in den Erziehungswissenschaftler einbrennt, wie sehr er sich ihr Denken zu eigenen macht und schließlich sogar im kritischen Vorhaben reproduziert. Die *Critical Mathematics Education* scheitert dabei gleich zwei Mal. Zuerst, indem sie immer noch hofft, den Menschen durch Mathematikunterricht emanzipieren und das Herrschaftsmoment damit aus dem Unterricht vertreiben zu können; dann, indem sie voraussetzt, dass die Mathematik dazu das geeignete Medium sei, da sie selbst »unbestimmt« und »ohne ‚Wesen‘« sei und daher auch einem kritischen Mathematikunterricht offenstünde. Die Mathematik ist aber gerade danach zu befragen, welche Führung sie erlaubt, durch welche Führung sie ermöglicht wird und in welche Macht-Wissen-Komplexe sie eingebunden ist. Fischer, Skovsmose, Ullmann und andere hatten es sich gerade zur Aufgabe gemacht, aufzuzeigen, dass die Mathematik spätestens in ihrer Anwendung und in der Schule keineswegs losgelöst ist von gesellschaftlichen Belangen. Ein Blick auf die Grundlagenkrise der Mathematik macht dies aber auch für die ›reine‹ Mathematik deutlich. Die Verwobenheit von Mathematik und Gesellschaft, wie sie Fischer (2006c) und Skovsmose (2005) aufgezeigt haben, ist daher ein lohnenswerter Gegenstand der weiteren Untersuchung.

Während die Mathematikdidaktik einen Macht-Wissen-Komplex um den Mathematikunterricht aufbaut, indem sie ihn ins Licht der Aufklärung rückt, seine disziplinierende Dimension tabuisiert und ihn damit erst legitimiert, ist der Mathematikunterricht selbst verwoben in einen Macht-Wissen-Komplex, der sich um die Mathematik dreht. Den »Mythos Mathematik«, den Ullmann (2008) beschreibt, das Denken also, dass Mathematik sicher, objektiv, universell, wertfrei und damit das allererste Mittel zur Bewältigung der Probleme des modernen Lebens sei, hatten schon andere, etwa Skovsmose (2005), angedeutet. Es handelt sich hierbei um ein Denken, welches jenen, die mit der Mathematik umzugehen wissen, gesellschaftliche Macht zuspielt. Diesen Einfluss vermag die Mathematik sogleich zurückzugeben, denn die Mathematik kann angesichts ihrer großen gesellschaftlichen Bedeutung nun umso leichter ein Denken etablieren, in welchem mathematische Bildung als gesellschaftsdienliche Notwendigkeit auftritt.

Als Technik dieser Disziplinierung wurde bisher nur die Anwendungsaufgabe diskutiert, Logik und Zeichenrechnen allenfalls identifiziert. Keitel (1979) spricht zuerst an, was Dowling (1998) dann ausdifferenziert: wie die Anwendungsaufgabe Mythen über die Mathematik, ihrer gesellschaftlichen Bedeutung und ihrem Bezug zum Einzelnen kultiviert. Die Verinnerlichung dieser Mythen durch den Einzelnen kann durchaus als Askese verstanden werden, mit der der Schüler der Führungstechnik der Anwendungsaufgabe begegnet. Der Aufbau eines Denkens, in dem die Mathematik verortet wird »als ein sicherer Hort, dem man sich ohne Bedenken überlassen kann, der alle lösbaren Probleme löst, der einem sagt, was richtig und was falsch ist«,[1] ist jedoch – wie Fischer bemerkt – nur eine mögliche Form der Askese, die Mathophobie eine andere. Wer von der Mathematik verängstigt wird, mag durchaus Strategien entwickeln, sich ihr entziehen zu können; sogar eine geistige Blockade könnte man als solche verstehen. Schließlich zeigt sich noch in der Fähigkeit, im Einzelnen diesen geistigen Rückzug zu bewirken, die Macht der Anwendungsaufgabe. Die Beschreibung der Disziplinarmacht der Anwendungsaufgaben wird noch auszudifferenzieren sein.

Vor dem Hintergrund der Gesellschaftstheorie Foucaults lässt sich der Mathematikunterricht also als Disziplinierungsinstitution verstehen, der in verschiedene Macht-Wissen-Komplexe eingebettet ist. Zwar klingt dieses Verständnis des Mathematikunterrichts zunächst reduktionistisch, nämlich so als habe es nur Sozialisierungsfunktionen von Unterricht im Blick; durch Foucaults weites Verständnis von Disziplinierung und die Einbettung in Macht-Wissen-Komplexe rücken jedoch auch Qualifikations- und Selektionsfunktionen von Unterricht ins soziologische Blickfeld. Die weitere Untersuchung wird daher folgenden Fragen im Rahmen des neuen Paradigmas nachgehen:

- In welches Macht-Wissen sind *Logik* und *Zeichenrechnen* eingebunden? Welche Führungstechniken setzen sie voraus, stellen sie dar und ermöglichen sie? Inwiefern ist insbesondere die Begründungs- und die Rechenaufgabe als Disziplinartechnik zu verstehen?
- Wie lassen sich die *Anwendungsaufgabe* und die Schüleraufgabe im Mathematikunterricht überhaupt als Führungstechnik identifizieren und wie fügt sich die durch sie angestoßene Askese in den mathematischen Macht-Wissen-Komplex?
- Wie lassen sich schließlich die *Dispositive* beschreiben, in die mathematische Bildung eingewoben ist, wie sind diese gesellschaftlich verwoben und wie spielen die einzelnen Charakteristika des Mathematikunterrichts samt ihrer Bezugswissenschaft Mathematikdidaktik diesen Dispositiven zu?

[1] Fischer 1984, S. 52; diskutiert in Unterkapitel 3.2

Kapitel 5 – Logik und Gesellschaft

5.1 Vier Grundannahmen der aristotelischen Logik

Die Mathematik ist mit der Logik eng verbunden. Die Logik stellt der Mathematik die Grundlagen bereit für den Aufbau ihrer Gegenstände und für die Validierung ihrer Aussagen. Wenn es heißt, dass die Mathematik als kulturelles Phänomen erst mit den Griechen aufkommt, wenngleich zuvor bereits im antiken Orient virtuos gerechnet wurde, dann ist diese Begriffsbildung festgemacht an der Strenge des Denkens, mit der die Griechen der Mathematik begegnen und die sich in der sich entwickelnden Logik des antiken Griechenlands niederschlägt. In diesem Verständnis ist die Logik ein unverzichtbarer Teil dessen, was Mathematik ausmacht. Damit rückt die Logik jedoch auch in den Fokus der Frage, welche gesellschaftlichen Dimensionen die unterrichtliche Beschäftigung mit Mathematik hat. Zugeschnitten auf die Logik ist dann zu fragen, wie ebendiese mit der Gesellschaft verwoben ist. Die Gesellschaftstheorie Foucaults erlaubt uns, differenzierter zu fragen: *In welche Macht-Wissen-Komplexe ist die Logik eingebunden? Spielt darin auch die Mathematik eine Rolle? Welche Führungstechniken setzt sie voraus, stellt sie dar oder ermöglicht sie? Auf welche Teleologie baut sie auf, d. h. durch welche höheren Ziele rechtfertigt sie sich?*

Die Methode zur Beantwortung dieser Fragen schlägt einen genealogischen Weg ein. Diese wirft die hinterfragten Werte, Ideen, Diskurse und Institutionen zurück ins Umfeld ihres Entstehens und eröffnet damit die Möglichkeit, das Hinterfragte nicht nur als selbstverständlich Gegebenes, sondern als Umkämpftes und Kämpfendes wahrzunehmen, unser eigenes Band mit dem Hinterfragten zu durchtrennen und sein Zusammenwirken mit Wissen, Macht und Mensch offenzulegen. Die allererste Frage zur Logik ist also, wo, wann, unter welchen Umständen und Zwängen und entlang welcher Interessen die Logik entstanden ist.

Der Begriff der Logik ist jedoch in seiner Vielseitigkeit kaum zu fassen, möchte man ihm nicht gleich eine eigene, umfassende Untersuchung widmen: Die Logik des Aristoteles ist nur *eine* Logik, der Gegenentwürfe seiner Zeitgenossen und moderne Weiterentwicklungen gegenüberstehen, in der Neuzeit insbesondere formalisierte und kalkülisierte Logiken, welche unter anderem von Gottfried Wilhelm Leibniz, George Boole und Gottlob Frege vorangetrieben werden. Das Werk des Aristoteles ist jedoch unter seinen Zeitgenossen und darüber hinaus ohne Zweifel das wirkungsmächtigste: Es prägte Euklids Sammelwerk zur Mathematik, liegt der mittelalterlichen Scholastik zugrunde und seine Grundgedanken wurden – bis auf wenige randständige Ausnahmen wie mehrwertige Logiken oder die intuitionistische Logik von Luitzen Brouwer – bis in die modernen Logiken fortgeführt. Von Aristoteles aus gelesen ist die Geschichte der Logik daher eine Evolution ohne Revolution.

Soll nun im Rahmen dieser Arbeit die gesellschaftliche Bedeutung der Logik hinterfragt werden, so scheint mir dies nicht in der Breite dessen, was unter Logik verstanden wird, sondern nur an einem exemplarisch gewählten und stellvertretenden Beispiel der Logik möglich zu sein. Als solches Beispiel drängt sich die Zusammenstellung von vier Grundannahmen der Logik auf, wie sie die Scholastik im Werk des Aristoteles identifizierte. Von diesen Grundannahmen lässt sich erstens zeigen, dass sie selbst der heutigen Logik noch zugrundliegen, ferner auch der Schulmathematik; zweitens wird im Krisenhaften ihres Werdens ihre kulturelle Bedeutung besonders sichtbar, und drittens liegt mit dem Werk des Religionsphilosophen Klaus Heinrich (1981) eine Untersuchung ihrer kulturhistorischen Bedeutung vor.

Der griechische Philosoph Aristoteles gilt vielen als Begründer der Logik, seitdem er im 4. Jhd. v. Chr. Regeln des Sprechens und Denkens zusammentrug, formalisierte und analysierte. Sein Werk ist ein Meilenstein der Philosophie, doch es sollte nicht verkannt werden, dass Aristoteles zum einen auf Vordenker wie Anaximander, Parmenides, Sokrates und Platon aufbaute, und zum anderen weniger Erfinder der Logik als Entwickler ihrer Beschreibung ist. Die Logik des Aristoteles bezieht Stellung zu dem, was die griechische Antike bis zu seiner Zeit an Veränderungen des Sprechens und Denkens hervorgebracht hatte; sie ist der in Worte gefasste Niederschlag eines veränderten Denkens. Die Untersuchung der folgenden Grundsätze des Argumentierens und Denken, wie sie die Scholastik aus dem Werk des Aristoteles zusammenträgt,[1] wird ihre gesellschaftliche Bedeutung daher in ihrer kulturhistorischen Hervorbringung suchen: Was hatte diese Veränderung des Denkens bewirkt; welche Funktionen erfüllte das veränderte Denken in der Gesellschaft?

1. Satz der Identität. *Ein jedes bleibt sich gleich, nichts verändert sich.* Der Satz der Identität klingt tautologisch, wird er deskriptiv und nicht normativ gelesen. Liest man ihn als Vorschrift, so zu sprechen und zu denken, dass ein jedes sich selbst gleich bleibt, so erhält das Sprechen und Denken Begriffe, deren Identität festgehalten wird, die insofern verlässlich sind, als dass sie ihre Natur nicht mit dem Sprecher, dem Ort oder der Zeit ändern. Zu Beginn des 6. Jhd. v. Chr. hatte schon Anaximander, ein Schüler des Thales von Milet, die Ansicht vertreten, dass es etwas Unbegrenztes geben müsse, welches »nicht entstanden«, »unsterblich« und »unzerstörbar«, »unvergänglich« und »ewig« sei, welches »alles zu umfassen und zu steuern« scheine und Ursprung von allem sei.[2] Parmenides griff die Idee ein halbes Jahrhundert später wieder auf, umschrieb sie mit nahezu zu den gleichen Adjektiven, nannte sie jedoch, anders als Anaximander, bereits *Wahrheit.*[3] Bei Aristoteles schließlich kann »das Seiende selbst weder entstehen noch untergehen«.[4]
2. Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch. *Ein jedes kann nicht zugleich sein und nicht sein.* Der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch schließt die Mischung und die Unentschiedenheit, die Zustände zwischen dem Sein und dem Nichtsein, das Werden und das Vergehen aus: »Es ist nämlich unmöglich, daß jemand annehme, dasselbe sei und sei nicht«.[5]
3. Satz vom ausgeschlossenen Dritten. *Ein jedes ist oder ist nicht.* Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten trennt die Aussagen unseren Sprechens und Denkens in zwei Kategorien, etwa *das Wahre* und *das Falsche*, und lässt keine weitere Möglichkeit zu. Gleichwohl wäre hier noch möglich, dass etwas zugleich ist und nicht ist. Erst mit dem Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch fordert der Satz vom ausgeschlossenen Dritten eine Entscheidung zwischen den zwei Kategorien. So heißt es dann, unmöglich »kann es zwischen den beiden Gliedern des Widerspruchs etwas geben, sondern man muß notwendig jeweils Eines von Einem entweder bejahen oder verneinen«.[6] Die Aussagen des Sprechens und Denkens werden in den unvereinbaren Antagonismus von Sein und Nichtsein, von Wahrem und Falschem gepresst. Dieses Entweder-Oder lässt keinen Raum für einen Zustand zwischen oder jenseits der Extreme.
4. Satz vom Grund. *Ein jedes bis auf eines hat einen Grund und wird von diesem bestimmt.* In Abgrenzung zum mythologischen Denken postulierte Anaximander, dass alles außer eines

[1] etwa in Schopenhauer 1813; Schwarz 1985, S. 211ff. oder Heinrich 1981
[2] Anaximander *Fragmente*, S. 34-37
[3] ἀληθεία, Parmenides *Fragmente*, S. 14-23
[4] Aristoteles *Metaphysik*, 1051b
[5] Aristoteles *Metaphysik*, 1005b
[6] Aristoteles *Metaphysik*, 1011b

einen Grund habe,[1] weshalb er zuweilen als Begründer des wissenschaftlichen Denkens gilt. Als eines ohne Grund sah Anaximander das Unbegrenzte an, welches seinerseits Grund von allem sei. Aristoteles formulierte analog: »Zu *wissen* meinen wir einen jeden Tatbestand […], wenn wir, erstens, die *Ursache* zu kennen meinen, deretwegen dieser Sachverhalt besteht – daß es eben dessen Ursache ist –, und, zweitens, daß sich dies gar nicht anders verhalten kann«.[2] Der Satz vom Grund dient einerseits als Methode, um über wahr und falsch zu entscheiden, andererseits bietet er eine Ordnung, in der sich die Wahrheiten aufeinander bezogen verorten lassen.

Freilich ist zunächst fraglich, welche Bedeutung diese aristotelischen Grundsätze für das Werk des Aristoteles, die Philosophie des antiken Griechenlands, die Mathematik und schließlich den gegenwärtigen Mathematikunterricht haben. Das logische Werk des Aristoteles widmet sich mit den Syllogismen der Frage, welche Formen des Schließens sicher sind, also aus einem Grund zwingend die Wahrheit des Begründeten folgern können. Da die vorgestellten Grundsätze eine Voraussetzung für die Untersuchung der Syllogismen sind, können sie neben den Syllogismen als zentraler und unverzichtbarer Kern der aristotelischen Logik angesehen werden. Die Lehre des Aristoteles wiederum ist zu seiner Zeit zwar nicht unumstritten – sie konkurriert mit dem überlieferten mythologischen Weltbild sowie mit alternativen philosophischen Schulen wie der der Sophisten um Protagoras –, doch es ist nicht zu bestreiten, dass sie in der philosophischen Tradition die größte Beachtung findet.

Insbesondere Euklids *Elemente*, die erste systematische Zusammenstellung von mathematischen Begriffen, Aussagen und Beweisen, stehen stark unter dem Einfluss der aristotelischen Logik und dienen den Mathematikern zwei Jahrtausende lang als Referenzwerk.[3] Der Einfluss der aristotelischen Logik bezieht sich dabei jedoch nicht nur auf das Beweisen als Methode der Validierung mathematischer Aussagen, sondern auf den Aufbau der Mathematik überhaupt. Die euklidische Mathematik unterwirft sich den aristotelischen Grundsätzen der Logik: Sie setzt ihre Begriffe so streng wie möglich, um Variationen ihrer Bedeutung auszuschließen und ihnen eine unveränderliche Identität zu verleihen; so scharf wie möglich, um für jedes Phänomen eindeutig entscheiden zu können, ob es unter den Begriff entweder fällt oder nicht; und so vernetzt wie nur nötig, um die Wahrheiten des Begriffs noch ›begründen‹ zu können. Da ein großer Teil der Schulmathematik in der Tradition Euklids steht, sind die vier Grundsätze der aristotelischen Logik für die Schulmathematik ohnehin zentral, doch ebendiesem Aufbau folgt, bis auf randständige Ausnahmen, selbst die heutige Mathematik.

- Satz der Identität: Die Begriffe der gegenwärtigen Schulmathematik und ihre Eigenschaften bleiben stets gleich. Sie werden in der Regel als Universalien dargestellt, welche keiner kulturellen oder historischen Variation unterliegen, keine individuelle Deutung zulassen und über den gesamten Lehrgang keinerlei Evolution erfahren: Die geraden und ungeraden Zahlen, die Kreise und so fort sind die Unveränderlichen der Schulmathematik.[4]
- Sätze vom ausgeschlossenen Widerspruch und ausgeschlossenen Dritten: Die Begriffe der Schulmathematik sind so aufgebaut, dass sie ein Phänomen entweder beschreiben oder nicht; die innermathematische Erkenntnis ordnet sich in den unvereinbaren Antagonismus von Sein oder Nichtsein: Eine natürliche Zahl ist entweder gerade oder ungerade; sie

[1] Anaximander *Fragmente*, S. 35
[2] Aristoteles *Analytik*, 71b
[3] Wußing 2008, S. 191
[4] Das Unbehagen an ebendieser Starre der mathematischen Gegenstände mag den Mathematikdidaktikern Anlass gewesen sein, Unterrichtsphilosophien zu verfolgen, welche das Werden des Gegenstandes (historisch oder psychologisch) in den Mittelpunkt stellen, etwa das Konzept des genetischen Unterrichts von Wagenschein (1968).

kann weder beides noch etwas anderes sein. In der Tat baut jede Klassifizierung auf dieses Prinzip auf: Entweder teilt sich eine Gerade Punkte mit einem Kreis oder nicht; und falls sie sich mit dem Kreis Punkte teilt, dann entweder genau einen oder genau zwei.

- Satz vom Grund: Die Konzepte der Schulmathematik verweisen auf ihren Ursprung, durch welchen sie bestimmt werden. Jede begriffliche Über- und Unterordnung, wie bspw. von den Vielecken hinab zum rechtwinkligen Dreieck, jede Implikation, jede Umformung von Termen und Gleichungen baut auf die Überzeugung, dass die Wahrheit des Untergeordneten, Gefolgerten und Umgeformten schon im Ursprünglichen begründet liegt.

Letztlich nutzen Beweise und Herleitungen die vier Grundsätze der aristotelischen Logik, um mathematische Aussagen (auch in der Schule) zu validieren. Es ist an dieser Stelle nicht zielführend, das Vorkommen des Logischen in der Schulmathematik im Detail zu untersuchen, zu katalogisieren oder gar zu vermessen. Es soll auch nicht behauptet werden, dass die Inhalte und die Kommunikation des Mathematikunterrichts einzig durch die Logik bestimmt wären. Stattdessen reicht es an dieser Stelle anzuerkennen, dass die Schulmathematik in großen Teilen und stärker als andere Schulfächer in ihren Argumentationen und in ihrem Aufbau den Grundsätzen der aristotelischen Logik folgt. Wir erkennen jene wieder in allen Formen des verlässlichen Wissens über die sich nicht wandelnden, universellen Gegenstände der Mathematik, in allen Klassifikationen und unvereinbaren Unterscheidungen und in allen Beziehungen des Begründetseins und Folgerns, insbesondere des Abstammens des Speziellen vom Allgemeinen.

5.2 Vom Mythos zur Logik

Der folgende Blick in die Entstehung des logischen Denkens folgt der Absicht, in der Entstehung erblicken zu können, woran die Logik anknüpft, wie und warum sie wirkt und wem sie sich entgegenstellt. Dieser Blick soll dort beginnen, wo das logische Denken noch keinen Platz hatte: im Mythos des antiken Griechenlands.

Es war und ist eine vorrangige Aufgabe der Religion, dem bedrohlichen Vergehen, etwa in Form von Gebrechlichkeit oder Naturkatastrophen, einen Sinn zu geben und es für die menschliche Vorstellung greifbar zu machen. Hesiods *Theogonie* und Homers Epen gestatten uns einen Einblick in die griechische Götterwelt des 8. Jhd. v. Chr. und sind der Ausdruck eines Denkens, aus dessen Wiege die aristotelische Logik entstanden ist. Die Griechen erklärten sich die natürlichen und gesellschaftlichen Gewalten, denen sie ausgesetzt waren, indem sie hinter ihnen menschenähnliche Götter sahen, so beispielsweise Chaos für die Luft, Gaia für die Erde, Aphrodite für die Schönheit, Dionysos für den Weinbau, Hermes für den Handel und Dike für die Gerechtigkeit. Die Götter waren den Menschen in ihrem Denken, Fühlen und Tun ähnlich; sie kannten Feindschaft wie Freundschaft, Intrigen, Ehebruch und Mord. Durch diese Vermenschlichung der Gewalten gewinnt der polytheistische Mythos seine Erklärungskraft. Die Gewalten können verstanden und behandelt werden wie Menschen: sie können erzürnt und besänftigt werden, untereinander Krieg führen, lieben und hassen.

Am stärksten sind die Götter geprägt durch ihre Abstammung. Sie vererben Wesenszüge, ihre Stärken und Schwächen, Segnungen und Flüche. In der Götterwelt der alten Griechen ist das Erbe ein Schicksal, dem man nicht entrinnen kann. Klaus Heinrich führt zur Illustration den Tantalidenfluch an:[1] Der mythische Gottkönig Tantalos, ein Sohn des Zeus, hatte den Göttern

[1] Heinrich 1981, S. 99. Die Sage stammt aus dem 11. Gesang von Homers *Odyssee.*

seinen zerstückelten Sohn Pelops zum Mahl angeboten, um ihre Allwissenheit zu testen. Diese setzten Pelops wieder zusammen, belebten ihn und verfluchten das Geschlecht des Tantalos. Alle Nachkommen des Tantalos – Pelops, sein Sohn Atreus und dessen Sohn Agamemnon – waren danach in Sippenmorde, Hass und Verschwörungen verwickelt. Kein Nachfahre des Tantalos konnte sich dem entziehen. Der Fluch wird vererbt; das Erbe ist unausweichlich – so unausweichlich, dass die Götter nicht einmal den gerade noch zerstückelten und nur von den Göttern wiederbelebten Pelops vom Erbfluch ausnehmen konnten.

Ebenso unausweichlich sind die Gewalten, welche die Götter repräsentieren. Der Sturm liegt Chaos, das Erdbeben Gaia, die Ungerechtigkeit Dike in der Natur, denn sie sind die Bedrohungen, zu deren Abwehr die Götter angerufen werden. Insofern sind die Götter mit den Kräften der Natur und der Gesellschaft ebenso untrennbar verbunden, wie untereinander durch Beziehungen und Abstammung. Jene Verbindungen sind die unerschütterlichen Unveränderlichen des Mythos, welche der Erkenntnis durch den Mythos Sicherheit verleihen. Durch den Göttermythos konnten die frühen Griechen die Phänomene der Welt ordnen, verstehen und erklären. So ermöglicht Hesiods *Theogonie* eine umfassende Orientierung in der Welt; sie ist eine erste Naturphilosophie.[1]

Gesellschaftliche Veränderungen in hellenischen Raum erschütterten jedoch den althergebrachten Götterglauben. Urbanisierung führte zur Herausbildung von Stadtstaaten, sogenannter *póleis*, in welchen die Machtausübung in dem Sinne ›demokratisiert‹ wurde, als dass die Macht vom Kriegeradel zum Bürgertum überging.[2] Zum *dēmos* gehörten für gewöhnlich diejenigen Bürger, die physisch und materiell zur Verteidigung ihrer *pólis* in der Lage waren. Dies waren zunächst nur wenige gut bewaffnete und berittene Männer; mit der Einführung der Phalanx im 7. Jhd. v. Chr., einer streng disziplinierten Kampfformation aus gut ausgerüsteten Fußsoldaten, wird jedoch ein breiter Ausschnitt des Bürgertums wehrfähig und somit politisch einflussreich. Politische Entscheidungen konnten folglich nicht mehr durch das Recht des Stärkeren herbeigeführt werden, sondern bedurften großer öffentlicher Debatten, die auf dem Marktplatz, der *agorá*, abgehalten wurden. Dort wurde alsbald nicht nur über Politik, sondern auch über Philosophie, Ethik und Religion debattiert, sodass alte Gewissheiten ins Wanken gerieten.[3] Infolgedessen büßte der Mythos an Erklärungskraft ein und es kam zu einer tiefgreifenden Verunsicherung gegenüber der eigenen Weltanschauung, zu deren Aufarbeitung die Philosophie antrat. So lässt Platon den Sokrates im Dialog *Theaitetos* klagen: »das ist das Leiden des Philosophen, [...] verwirrt zu sein und es gibt in der Tat keinen anderen Ursprung der Philosophie«.[4]

Schon früh in der griechischen Antike begann die Philosophie damit, dem Mythos eine Kosmologie, eine Welterklärung, gegenüberzustellen, welche ohne den erschütterten Götterglauben auskam. Richtungsweisend war Anaximander von Milet, vermutlich ein Schüler des Thales, der in der ersten Hälfte des 6. Jhd. v. Chr. wirkte. Sein Werk umfasst die älteste überlieferte Kosmologie, die ohne Götter auskommt; ihr ist alles Natur, *phýsis*. Seine Ausführungen über die Natur sind die ersten, die konsequent auf dem Satz vom Grund bauen, für alles also eine Ursache annehmen.[5] Daher gilt er heute vielen als der Gründer der Wissenschaft schlechthin.[6]

[1] Vgl. Heinrich 1981, S. 100.
[2] Zur Geschichte der *pólis* und den weiteren Ausführungen siehe Vernant 1962, S. 41-65.
[3] Vernant 1962, S. 46
[4] Platon *Theaitetos*, 155d; Übersetzung nach Heinrich 1981, S. 31
[5] Lloyd 1979, S. 68
[6] bspw. Mansfeld 1983, S. 64f.

Anaximander führt den Begriff der *archē* in die philosophische Diskussion ein. Die Bedeutungsvielfalt des Begriffs ist kaum ins Deutsche zu übersetzen: *archē* bedeutet zugleich Anfang, Ursprung, Herrschaft und Herrscher; die *monarchía* ist beispielsweise die Herrschaft des Einen, die *hierarchía* ist die heilige Herrschaft. Mit ihrer Bedeutungsvielfalt zeigt die *archē* auf ein geistiges Erbe, dem Herrschaft und Herkunft noch eins sind. Zuweilen wird sie als *Prinzip* übersetzt.

Anaximander sagt nun: »Alles ist entweder *archē* oder aus einer *archē*«;[1] ein jedes sei entweder Ursprung oder entstamme einem Ursprung. Hier offenbart Anaximander, wie er sich die Welt begreiflich machen will, nämlich, indem er den Dingen ›auf den Grund‹ geht: Ein jedes habe einen Grund oder sei selbst ein Grund, auf den anderes zurückgehe. Erklärungsmächtig wird dieses Denken dadurch, dass ein Jedes im Banne seines Ursprungs steht, von diesem bestimmt wird. Der Grund ist zugleich Schicksal der Dinge, denn die Herkunft ist unabänderlich. Die Welt sei in Abhängigkeiten zu verstehen, wobei das Eine die Herkunft des Anderen sei.

Doch wenngleich Anaximanders Kosmologie ohne übernatürliche Wesen auskommt, löst sie sich nicht vollständig vom Göttermythos:[2] Anaximanders Glaube an den Grund spiegelt nur die Erklärungen wider, welche die Mythologie liefert, denn Anaximander ordnet die Welt noch immer durch schicksalhafte Abstammung und Vererbung; seine Entmythologisierung betrifft nur das Vokabular:

> Das Prinzip der schicksalhaften Notwendigkeit, an der die Helden des Mythos zugrunde gehen, und die sich als logische Konsequenz aus dem Orakelspruch herausspinnt, herrscht nicht bloß, zur Stringenz formaler Logik geläutert, in jedem rationalistischen System der abendländischen Philosophie, sondern waltet selbst über der Folge der Systeme, die mit der Götterhierarchie beginnt […].[3]

In der Folge werden Gründe und Ursachen zum Ordnungsprinzip einer neuen, wissenschaftlich-philosophischen Weltanschauung, wovon schon Aristoteles Zeugnis ablegt, wenn er aufträgt, dass »wir nun offenbar eine Wissenschaft von den anfänglichen Ursachen uns erwerben müssen (denn ein Wissen von jedem zu haben beanspruchen wir dann, wenn wir die erste Ursache zu kennen glauben)«.[4]

Darüber hinaus bereitet Anaximander auch den Satz der Identität vor. Er interessiert sich für *die* archē schlechthin, für den einen Grund, auf den alles zurückgehe, welcher Ursprung und Herrscher des Kosmos sei. Hier bringt Anaximander das Unbegrenzte, *apeiron*, ins Spiel. Jenes müsse Ursprung sein, da es selbst keinen Ursprung haben könne, sonst wäre es nicht unbegrenzt. Dieses Unbegrenzte sei nun »nicht entstanden«, »unsterblich« und »unzerstörbar«, also »unvergänglich«, »nicht alternd«, also »ewig«, schließlich »göttlich« zu nennen; es scheine »alles zu umfassen und zu steuern«; es sei Ursprung von allem.[5] In Anaximanders *apeiron* manifestiert sich eine Instanz, die in ihrer Unveränderlichkeit und Schicksalshaftigkeit sogar die mythischen Götter übertrifft, indem sie sie in einem abstrakten Begriff totalisiert.

Parmenides greift das *apeiron* des Anaximander wieder auf und setzt es in Beziehung zu einer umfassenderen Abhandlung, welche die älteste überlieferte Logik enthält. Als Schüler des Xenophanes wirkte Parmenides am Ende des 6. Jhd. in Elea, einer griechischen Stadt im heutigen Süditalien. Von ihm überliefert sind nur Teile seines Lehrgedichts *Über die Natur*. Es enthält erstmals eine ununterbrochene logische Schlussfolge, interessiert hier jedoch nur inhaltlich. Es ist dreigeteilt: Im »Proömium« berichtet der Erzähler, womöglich Parmenides selbst,

---

[1] Anaximander *Fragmente*, S. 34-35: Ἅπαντα γὰρ ἢ ἀρχὴ ἢ ἐξ ἀρχῆς. Die folgende Interpretation folgt Mansfeld 1983; Gemelli Marciano 2007; Nietzsche 1988a und Heinrich 1981.

[2] Zur Religiosität der Wissenschaft des Anaximander siehe Cornford 1912.

[3] Horkheimer & Adorno 1944, S. 17f.

[4] Aristoteles *Metaphysik*, 983a

[5] Anaximander *Fragmente*, S. 34-37

wie er auf einer fantastischen Reise zu einer Göttin gelangt, deren Offenbarung über die »Wahrheit« und die »Meinungen« die anderen beiden Teile bilden.

Die Göttin offenbart Parmenides zunächst, dass es nur zwei »Wege des Suchens«[1] gebe:

> Der eine, dass es ist und das Nichtsein nicht ist, ist der Weg der Überzeugung (denn diese folgt der Wahrheit). Der andere, dass Sein nicht ist und dass notwendig Nichtsein ist; dieser, sage ich dir, ist ein Pfad, aus dem keine Nachricht kommt.[2]

Von welchem »Sein«, von welchem »dass es ist« hier die Rede ist, verdeutlicht die Göttin im weiteren Verlauf der Offenbarung. Das Sein sei nämlich »ungeboren«, »unzerstörbar«, »unbewegt«, »in sich ruhend«, »eines« und »zusammenhängend«, weder sei es jemals gewesen, noch werde es jemals sein.[3] Doch wenngleich diese Attribute ans *apeiron* erinnern, bricht Parmenides mit Anaximander, indem er nicht mehr nach der Ordnung der Natur, der *phýsis*, sondern nach dem Wesen des Seins an sich fragt. Wenn Anaximander der Gründer der Physik ist, dann ist Parmenides der Gründer der Logik. Schließlich wird die Idee des unvergänglichen Seins im parmenideischen Lehrgedicht auf einen uns heutige noch geläufigen Begriff gebracht: Parmenides nennt es *aleteía*, die Wahrheit.[4] Im Lehrgedicht des Parmenides findet sich damit die erste Formulierung des Satzes der Identität, der Unveränderlichkeit des Seins. Dieser Satz wird zum Glaubensgrundsatz einer essentialistischen Philosophie, die sich eine Welt der unvergänglichen Wahrheiten denkt und einen großen Teil der antiken Philosophie dominiert.[5] Versteht man dies als Gegensatz zu einer konstruktivistischen Epistemologie, wie sie später Protagoras ausdrückt, wenn er sagt, dass der Mensch »das Maß aller Dinge« sei, das Seiende also erst durch die Perspektive des jeweiligen Menschen sein Wesen erhält,[6] dann sehen wir, dass die Dinge bei Parmenides entmenschlicht wurden, perspektivlos sind: sie existieren *an sich*, sie haben eine *wahre* Gestalt. So können wir nun die zwei Wege des Suchens wie folgt lesen: ›Der eine, dass das Wahre ist und das Falsche nicht ist; der andere, dass das Wahre nicht ist und dass notwendig das Falsche ist‹. Die Empfehlung des einen Weges und die Verunglimpfung des anderen kann dann verstanden werden als Offenbarung eines wissenschaftlichen Programms: an die Wahrheit zu glauben, sie zu suchen, und zu wissen, dass alles andere falsch ist.

Aufschlussreich ist nun, warum Parmenides die Göttin diesen Weg entwerfen und empfehlen lässt. Aggressiv und gebieterisch legt die Göttin dem Leser auf sich fernzuhalten vom dem Weg, »den sich die Menschen, die nichts wissen, bilden«. Diese seien »doppelköpfig«, »hilflos«, »umherirrend«, »dahintreibend«, »taub« und »blind«, »in verwirrtes Staunen versetzt« und »entscheidungsunfähig«. Ihr Weg sei einer, »der sich umkehrt«, dem »das Sein und Nichtsein als dasselbe und wieder nicht als dasselbe gilt«,[7] sie glaubten an das »Entstehen und

---

[1] In Gemelli Marciano 2009, S. 15, hingegen modern interpretiert als »Wege der Forschung«.

[2] Parmenides *Fragmente*, S. 14f.: ἡ μὲν ὅπως ἔστιν τε καὶ ὡς οὐκ ἔστι μὴ εἶναι / Πειθοῦς ἐστιν κέλευθος (Ἀληθείῃ γὰρ ὀπηδεῖ) / ἡ δ' ὡς οὐκ ἔστιν τε καὶ ὡς χρεών ἐστι μὴ εἶναι, / τὴν δή τοι φράζω παναπενθέα ἔμμεν ἀταρπόν. Die Übersetzung ist angelehnt an Gemelli Marciano und an Heinrich 1981, S. 42.

[3] Parmenides *Fragmente*, S. 18-21

[4] Parmenides *Fragmente*, S. 12-15; bzgl. des Verhältnisses von Wahrheit und Sein in der aristotelischen Philosophie siehe auch Aristoteles *Metaphysik*, 1051b.

[5] Vernant 1962, S. 133f.

[6] Zit. in Platon *Theaitetos*, 152a:Φησὶ γάρ που πάντων χρημάτων μέτρον ἄνθ ρωπον εἶναι, τῶν μὲν ὄντων ὡς ἔστι, τῶν δὲ μὴ ὄντων ὡς οὐκ ἔστιν. Zur Interpretation im hiesigen Zusammenhang siehe Heinrich 1981, S. 32ff, 42.

[7] Parmenides *Fragmente*, S. 16f.: πρώτης γάρ σ`ἀφ` ὁδοῦ ταύτης διζήσιος ‹εἴργω›, / αὐτὰρ ἔπειτ` ἀπὸ τῆς, ἣν δὴ βροτοὶ εἰδότες οὐδέν / πλάττονται δίκρανοι· ἀμεχανίη γὰρ ἐν αὐτῶν / στήθεσιν ἰθύνει πλαγκτὸν νόον· ιὁ δὲ φοροῦνται / κωφοὶ ὁμῶς τυφλοί τε τεθηπότες ἄκριτα φῶλα, / οἷς τὸ πέλειν τε καὶ οὐκ εἶναι ταὐτὸν νενόμισται / κοὐ ταὐτόν· πάυτων δὲ παλίντροπός ἐστι κέλευθος.

Vergehen«.[1] In der Abwehr dieses Weges, der offenbar ein dritter ist und von der Göttin eingangs verschwiegen wurde, erkennen wir die Sätze vom ausgeschlossenen Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten; denn ausgeschlossen werden gerade die Zustände zwischen und jenseits des Seins und Nichtseins. Dieser Weg der Mischungen, der Verwirrung und Entscheidungsunfähigkeit ist es, dem Parmenides seine Logik entgegensetzt.[2]

Diese kann letztlich als formale Logik aufgefasst werden, da sie nicht inhaltlich gefüllt ist. Aus heutiger Sicht lässt sich die Logik des Parmenides dann wie folgt interpretieren: Gegenüber treten sich ein Sein und ein Nichtsein, A und $\neg A$. Gezeichnet werden nun zwei Wege, nämlich dass entweder A wahr und $\neg A$ falsch ist, oder dass $\neg A$ wahr und A falsch ist. Sind beide Wege unvereinbar, so hat es Sinn, nur einen anzunehmen und den anderen abzulehnen. Da das Sein unvergänglich und unveränderlich ist, bleibt es sich selbst stets gleich, also gilt die Identität $A = A$. Ausgeschlossen werden ferner die Konzepte der Verwirrten, in denen A und $\neg A$ zugleich wahr sein können oder in denen statt A oder $\neg A$ auch ein Drittes wahr sein kann. Schon hier kann man die Sätze der Identität, des Widerspruchs und des ausgeschlossenen Dritten in einer formalen Form erkennen.[3]

5.3 Logik und Religion

Nachdem der Mythos seine Erklärungskraft eingebüßt hatte, entwickelte sich die Philosophie in dem Bestreben, der entstandenen Verwirrung zu begegnen mit einer neuen Lehre über die Ordnung der Welt. Anaximanders Kosmologie steht im Licht dieses Bestrebens und zeichnet sich dadurch aus, dass sie ohne Götter auskommt. Dennoch bleibt seine Philosophie, welche auch als Ursprung aller Wissenschaft angesehen wird, dem Mythos verbunden: Sein Prinzip der *archē*, welches allem eine Ursache unterstellt, stellt die Phänomene des Kosmos in den gleichen schicksalhaften Bann wie das Erbe aus der Herkunft der mythischen Götter. Der Satz des Grundes erfährt dabei keine Begründung, ja er ist selbst nicht weniger zauberhaft als das schicksalhafte Erben der Götter. Ihren Zauber entfalten beide Ordnungsprinzipien offenbar als geistiger Niederschlag des Patriarchats:[4] Die Bewusstwerdung der Vaterschaft war eine Voraussetzung für die Entstehung von Vererbung, privatem Besitz und privater Erziehung. Familien prägten ihren Nachwuchs damit sowohl materiell wie kulturell und waren, zumindest für männliche Erben, nicht austauschbar. Die Schicksalhaftigkeit dieser Abstammung ist kulturgeschichtlich ein mächtiger Einschnitt und das nächstliegende Vorbild für die Ordnungen der Götterwelt und der Logik, ferner auch für die der Befehlshierarchie des Militärs, wie der Wiener Philosoph Gerhard Schwarz herausstellt. In der Tat lassen sich, wie von Schwarz für die Befehlshierarchie versucht und von Fischer aufgegriffen,[5] die aristotelischen Grundsätze der Logik mit Strukturmerkmalen der patriarchalen Familie und der Befehlshierarchie identifizieren: Die Stellung in der Familie oder im Militär, insbesondere das Verhältnis zu Vater und

[1] Parmenides *Fragmente*, S. 23

[2] Nietzsche (1988a, § 10) interpretiert das Lehrgedicht des Parmenides als eine Zurückweisung der Philosophie Heraklits, welcher die Existenz eines unveränderlichen Seins ablehnte und alles als Mischungen auffasste.

[3] Heinrich 1981, S. 42-43

[4] Als einleitende Literatur zu Geschichte und Wesen des Patriarchats empfehlen sich Friedrich Engels (1884): *Der Ursprung der Familie, des Privateigentums und des Staates*, Ernest Borneman (1975): *Das Patriarchat. Ursprung und Zukunft unseres Gesellschaftssystems*, James DeMeo (1998): *Saharasia* und Maturana 2005. Der Konflikt zwischen patriarchalen und vorpatriarchalen Denkweisen ist bspw. bei Homer noch thematisiert; siehe hierzu bspw. Horkheimer & Adorno 1944.

[5] Schwarz 1985, S. 211ff.; Fischer 2001

Vorgesetztem, ist ebenso unerschütterlich und unabänderlich wie die Schicksalhaftigkeit der Identität.[1] Die Zuordnung zu Vater und Vorgesetztem gehorcht dem Entweder-Oder von ausgeschlossenem Widerspruch und ausgeschlossenem Dritten, denn für einen jeden ist ein anderer entweder Vater oder nicht, entweder Vorgesetzter oder nicht; in dieser Ordnung gibt es keine Mischungen und keine dritte Möglichkeit. Der Satz vom Grund äußert sich schließlich darin, dass jeder einen Vater bzw. innerhalb der Befehlshierarchie einen Vorgesetzten hat und von diesem in seiner Existenz bestimmt wird. Horkheimer & Adorno formulieren knapp: »Die Allgemeinheit der Gedanken, wie die diskursive Logik sie entwickelt, die Herrschaft in der Sphäre des Begriffs, erhebt sich auf dem Fundament der Herrschaft in der Wirklichkeit«.[2]

Die neue Ordnung der Gründe hätte jedoch nicht jene Sicherheit und Verlässlichkeit der mythischen Götter, würde sie für sich nicht in Anspruch nehmen, sich auf eine unveränderliche und damit ewig verlässliche Wahrheit zu beziehen. Anaximanders *apeiron* und Parmenides‘ »dass es ist« sind damit Ausdruck einer Suche nach unerschütterlicher Verlässlichkeit, welche schließlich im abstrakten Ausdruck der Wahrheit auf den Begriff gebracht wird. Wahrheit bedeutet schließlich nichts anderes als das Unabänderliche, welches als Verlässliches dienen soll. Wenn Parmenides der Offenbarung zur Wahrheit jene zu den »Meinungen der Sterblichen, in denen kein wahrer Beweis ist«, entgegenstellt,[3] klingt es fast so, als sei die Wahrheit das Wissen der *Un*sterblichen, als könne der Philosoph durch die Erkenntnis dieser Wahrheit zum Verbündeten des Unvergänglichen werden.[4]

Das Lehrgedicht des Parmenides zeigt, dass die Bedeutungshaftigkeit der Logik nur als attraktive Alternative zur Unzuverlässigkeit des alten Denkens angepriesen werden kann; der Ungläubige muss zum Glauben an die Wahrheit überredet werden. Zu dieser Bekehrung nutzt Parmenides nicht nur die bereits beschriebene, polemische Diffamierung Andersdenker als »doppelköpfig« und einem Weg folgend, dem »das Sein und Nichtsein als dasselbe und wieder nicht als dasselbe gilt«, also als Gefahr für die Identität. Er baut auch auf den Zauber des Göttlichen, wenn er gerade eine Göttin befehlen lässt, was der Leser denken und beforschen solle: sich von den Andersdenkenden fernzuhalten und der Logik zu folgen. Schließlich findet Heinrich in der parmenideischen Formel selbst noch ein Zeichen der Beschwörung, das zum zuvor genannten Vergehen zurückführt, welche in Form von Tod, Hunger, Stürmen, Fluten, Erdbeben, Dürren und Epidemien über die noch weitgehend hilflosen Griechen hereinbrach und dessen Bedrohung sich eine Weltanschauung stellen musste. Das Nichtsein μ(ὴ εἶναι) benutzt nämlich im altgriechischen Wortlaut des Parmenides die Verneinung *mē*, welche sich üblicherweise zu Ausdrücken des Begehrens, Befehlens, Forderns und Drohens gesellt, statt des sachlichen und weitgehend affektlosen *ouk*. Das Nichtsein des Parmenides ist damit mehr als nur das formal-logische Gegenteil des Seins; es ist seine Bedrohung, das Vergehen, im Sinne dessen, was nicht sein darf. Heinrich sieht im Wahrheitsbegriff der parmenideischen Offenbarung, in jenem »dass es ist«, folglich ein religiöses Heilsversprechen: »›Fürchtet euch nicht‹, denn es gibt ein Sein, das nicht berührt wird von Schicksal und Tod«.[5] Dieses Heilsversprechen bildet schließlich den Glaubensgrundsatz einer essentialistischen Philosophie, die sich eine Welt der unvergänglichen Wahrheiten denkt und Philosophie wie Wissenschaft

[1] Das antike Kriegertum kannte keine Aufstiegs- und Beförderungsmöglichkeiten im Sinne heutiger Karrieren, sondern vergab Stellungen meist nach Geburtsrecht.

[2] Horkheimer & Adorno 1944, S. 20

[3] Parmenides *Fragmente*, S. 12f.: βροτῶν δόξας, ταῖς οὐκ ἔνι πίστις ἀληθής

[4] So schreibt Nietzsche über das *Pathos der Wahrheit* (1988b, S. 755): »wie jener Moment der Erleuchtung der Auszug und der Inbegriff seines eigensten Wesens ist, so glaubt er als der Mensch dieses Momentes unsterblich zu sein, während er alles Andere als Schlacke, Fäulniß, Eitelkeit, Thierheit, oder als Pleonasmus von sich wirft und der Vergänglichkeit preisgiebt.«

[5] Heinrich 1981, S. 45f.

nachhaltig prägt.[1] So fürchtet auch Gottlob Frege, der Formalisierer der Logik: »Wenn in dem beständigen Flusse aller Dinge nichts Festes, Ewiges beharrte, würde die Erkennbarkeit der Welt aufhören und Alles in Verwirrung stürzen«.[2]

Der Satz der Identität trägt den Glauben an eine unvergängliche Wahrheit, welche denjenigen beruhigen mag, der sich vor Veränderungen, insbesondere vor dem Vergehen, fürchtet. Man beachte, mit welchem Pathos Anaximander sein Unbegrenztes und Parmenides seine Wahrheit gegen jede Veränderung abschirmt. Dieser scheint auch dem neuzeitlichen Philosophen nahezuliegen: »I wanted certainty in the kind of way in which people want religious faith«, gestand Bertrand Russell, ein Wegbereiter moderner Logik.[3] Dass der Determinismus der unveränderlichen Wahrheit jedoch nicht nur beruhigend, sondern auch bedrohlich sein kann, stellt nicht zuletzt die Frankfurter Schule heraus. Die Logik wählt ihre Gegenstände so, dass ihnen Zeit und Perspektive des Betrachters nichts anhaben können. Die Welt des Logischen ist dadurch jedoch so statisch wie Anaximanders *apeiron* selbst: eine unveränderliche Größe, der der Mensch bald ohnmächtig gegenübersteht:

> Die trockene Weisheit, die nichts Neues unter der Sonne gelten läßt, weil die Steine des sinnlosen Spiels ausgespielt, die großen Gedanken alle schon gedacht, die möglichen Entdeckungen vorweg konstruierbar, die Menschen auf Selbsterhaltung durch Anpassung festgelegt seien – diese trockene Weisheit reproduziert bloß die phantastische, die sie verwirft; die Sanktion des Schicksals, das durch Vergeltung unablässig wieder herstellt, was je schon war.[4]

Wer die Welt als zeitlos und unveränderlich ansehen will, muss sie so hinnehmen, ›wie sie ist‹. Nicht der Mensch ist im Sinne des Protagoras dann das Maß aller Dinge, das Wesen des Seienden also durch die Perspektive des Menschen bestimmt, sondern die Dinge sind ›an sich‹, jenseits menschlichen Einflusses.[5] Alles Subjektive wird weggestoßen und muss der Logik verdächtig erscheinen. Der toten Wahrheit ist dann nur noch durch ehrfürchtiges Staunen und durch die Suche nach ihren Geheimnissen näherzutreten. Treffend ist der Ausspruch des sterbenden Sokrates im Dialog *Phaidon*, dass »diejenigen, die sich auf rechte Art mit der Philosophie befassen [...] nach gar nichts anderem streben als nur, zu sterben und tot zu sein«, denn der Tod trenne die unvergängliche Seele vom vergänglichen Körper, sei also eine Befreiung des philosophischen Geistes, der nach Ewigkeit strebe.[6] Es ist eine Paradoxie des Essentialismus, dass die Abwehr des Vergehens in einem Bündnis mit dem Tod gesucht wird. Dem entgegen steht eine Perspektive, die die Welt als sozial hervorgebrachte versteht und Möglichkeiten der verantwortlichen Einflussnahme eröffnet. Dass gerade das Logische, welches uns aus der Verwirrung helfen soll, einen Determinismus postuliert, dem das Sein nur zu ergründen, aber unveränderbar ist, ist ein politisches Problem.

Die vier Grundsätze der Logik dokumentieren schließlich keine Abkehr vom Mythos, sondern die Säkularisierung seiner Prinzipien. Sie verabsolutieren die patriarchale Ordnung, auf welche schon der Mythos gebaut hatte und stellen dem bedrohlichen Vergehen die Idee einer unvergänglichen Wahrheit gegenüber. Dieser Wahrheit und ihren Trägern droht der Einzelne ohnmächtig gegenüberzustehen. Da die Logik ihr Heilsversprechen jedoch nicht garantieren kann, muss sie für den Glauben daran werben, wozu sie selbst auf den Zauber des Mythos zurückgreift. Wissenschaft ist nicht Überwindung des Mythos, sondern seine Verdrängung

[1] Vernant 1962, S. 133f.
[2] Frege 1884, S. VII
[3] Russel fügte hinzu: »I thought that certainty is more likely to be found in mathematics than elsewhere« (Russell 1956, S. 54).
[4] Horkheimer & Adorno 1944, S. 18
[5] Heinrich 1981, S. 32ff, 42
[6] Platon *Phaidon*, 64a

aus dem Religiösen. Die Suche nach Unveränderlichkeit ist die Teleologie, der ersehnte Endzweck der aufkommenden Philosophie und Wissenschaft. Diese Teleologie ist die Grundlage des Denkens eines ganzen Zeitalters – eines Denkens, in dem sich die Sehnsucht nach Beständigkeit, Verlässlichkeit und Unverwundbarkeit ausdrückt. Ihr zuliebe wird in der Logik das Wahre vom Falschen und in der Erkenntnis die Wahrheit vom Trug und den Meinungen getrennt; entlang dieser Dichotomien entbrennt ein Kampf um Geltung, den die Wissenschaften bis in die Moderne fortführen werden. Dieser Teleologie wird zunächst der Glaube untergeordnet: sie vereinnahmt den Mythos, den sie nur auf einer ab-strakteren Ebene ersetzt, und wendet sich gegen das andersartige Denken, welches auf der Veränderlichkeit aufbaut, dem alles im Fluss ist. Es offenbart sich ein Komplex von Macht und Wissen, in dessen Zentrum die Logik steht: Durch das Versprechen des Unvergänglichen erlangen die frühen Logiker ihre Geltungsmacht; diese nutzen sie zugleich, um ihr Wissen gegen die Mystiker und gegen die Philosophen des Vergänglichen zu wenden. Die vier Grundannahmen der aristotelischen Logik sind schließlich Techniken des Denkens, die der Askese des Logikers entspringen: Der Forderung, die Wahrheit zu suchen, kommt ein Denken nach, welches an das unvergängliche Wahre glaubt (Satz der Identität), das Wahre strikt vom Falschen trennt (Satz des ausgeschlossenen Widerspruchs), zwischen Wahren und Falschem entscheidet (Satz des ausgeschlossenen Dritten) und Wissen auf Wahrheit zurückführt (Satz vom Grund). Das logische Denken ist also eine Form der Selbstführung, mit welcher dem äußeren Anspruch, sich ›wahrhaftig‹ aufzuführen, entsprochen werden kann. Wer sich diesem Denken jedoch nicht unterwirft, nicht an das Unvergängliche glaubt, Wahres und Falsches vereint sieht oder für überwindbar hält und Wissen nicht nach Abstammung ordnet, der gefährdet notwendig die Teleologie der Wahrheit und muss ihr verdächtig werden. Die Andersdenkenden führen immerfort die Versuchung vor Augen, von den Gesetzen des logischen Denkens abzuweichen, und gefährden damit die Askese, welcher sich die Logiker unterworfen haben. Aus dieser Sicht sind sie tatsächlich gefährlich, jedoch nicht zuallererst für die Allgemeinheit, sondern zuallererst für die Logiker selbst, die um ihre Lehre der Wahrheit fürchten müssen.

5.4 Logik und Erkenntnis

Inwiefern die frühe Logik tatsächlich die Wissenschaft an Stelle des Mythos installieren kann, ist jedoch auch eine Frage nach ihrem Beitrag zur Erkenntnis unserer Welt. Die Grundsätze der Logik bieten ein Paradigma, mit welchem die Phänomene unserer Welt geordnet und erklärt werden können. Ihre Ordnung ist die des Patriarchats, damit einfach und vertraut; sie bietet eine entlastende und sozial akzeptierte ›Mechanik des Denkens‹ und erlauben dem Denken so, sich auf vereinbarten Wegen komplexeren Gebieten zuzuwenden. Ein derart potentes Denken ist die Antwort auf die Orientierungslosigkeit, welche die Erschütterung des Glaubens an die Götter und den Staat zurückgelassen hatten; beides zusammen ist eine Triebkraft der Philosophie.

Der universelle Geltungsanspruch der Logik, welcher dazu neigt, das logische als das einzig richtige oder gar einzig mögliche Denken aufzufassen, ist indes ein gänzlich modernes Phänomen. Die Klassiker und noch Descartes behaupten nicht, dass es mit Hilfe des logischen Denkens möglich sei, die Wahrheit allen Weltlichens zu erkennen. Als Wahrheit verstehen die Klassiker stattdessen nur das Wissen, welches über das unvergängliche Sein erlangt werden kann. Davon grenzt Parmenides »die Meinungen der Sterblichen, in denen kein wahrer Beweis ist«, explizit ab.[1] Wissen im klassischen Sinne ist ein Wissen *a priori*, also ein Wissen, dessen Wahrheit noch ohne jede Erfahrung erkannt, nämlich bewiesen werden kann. Die Botschaft der parmenideischen Wegweisung besteht in der Formulierung des wissenschaftlichen Programms, sich als Wissenschaftler nur den Wahrheiten und dem unvergänglichen Sein zuzuwenden, nicht aber den »Meinungen der Sterblichen«, also dem, wozu Gewissheit zu erlangen man außerstande ist. Wissenschaft definiert sich – bis auf postmoderne Ausnahmen – schließlich gerade im Gegensatz zum Subjektiven und in der Suche nach Wahrheit. Die Wissenschaft wird bei Aristoteles explizit in den Dienst der Teleologie der Wahrheit gestellt. So schreibt Aristoteles:

> Was nun ‚Wissenschaft' sei, ergibt sich, wenn wir die Worte genau nehmen und uns nicht durch bloße Ähnlichkeiten leiten lassen, klar aus folgendem: Wir alle nehmen an, daß das, wovon es Wissenschaft gibt, nicht anders sein kann. Was dagegen anders sein kann, dessen Sein und Nichtsein ist uns entzogen, sobald es sich unserer unmittelbaren Beobachtung entgeht. Daher kommt dem Gegenstand der Wissenschaft ein ‚mit Notwendigkeit' Sein zu. Also ist er ewig. Denn das schlechthin Notwendige ist ewig, das Ewige aber ist ungeworden und unvergänglich.[2]

Im Mittelalter überlebt die Logik vor allem in der theologischen Scholastik, wo sie zur Beweisführung in religiösen Fragen genutzt wird. Sie entwickelt sich seit dem 11. Jahrhundert, in dem Anselm von Canterbury den ersten ›Gottesbeweis‹ vorlegt, und findet im Werk von Thomas von Aquin seinen prominentesten Niederschlag. Roger Bacon, ein herausragender Theoretiker der experimentellen Methodik und Vordenker der aufkommenden Naturwissenschaften,[3] verstand die Mathematik auf Grund ihrer Logik als notwendiges Fundament einer jeden Wissenschaft:

> In der Mathematik können wir zur vollen, irrtumslosen Wahrheit gelangen, zu einer Gewissheit ohne Zweifel [...] Aber in anderen Wissenschaften sind ohne Mathematik so viele Zweifel, so viele Meinungen, so viele Fehler von Seiten des Menschen [...]. Nur durch die Mathematik [...] bleiben uns schließlich Gewissheit und Verifizierung.[4]

Im neuzeitlichen Rationalismus wird der Geltungsanspruch der Logik schließlich totalisiert und zum wissenschaftlichen Programm erhoben. René Descartes, Begründer des Rationalismus, beschränkt sich 1629 noch darauf, den Begriff der Wahrheit dem logisch Erschließbaren vorzubehalten; er sei überzeugt, dass »allein Arithmetik und Geometrie jedes Fehlers der Falschheit oder Ungewißheit bar« seien und »daß die, welche den rechten Weg zur Wahrheit suchen, sich mit keinem Gegenstand beschäftigen dürfen, von dem sie nicht eine den arithmetischen und geometrischen Beweisen gleichwertige Gewißheit zu erlangen imstande sind«.[5] Jedoch wird sein geistiges Erbe von den ihm nachfolgenden Editoren und Übersetzern bereits totalisierend umgedeutet, so als ob Descartes bereits »alle dem Menschen erreichbaren Dinge« dem logischen Denken unterworfen hätte. So heißt es etwa in der Übersetzung von Descartes' *Discours de la méthode* durch Julius H. Kirchmann:

---

[1] Parmenides *Fragmente*, S. 13, so auch Platon *Timaios*, 27d-28a: »Zuerst nun haben wir meiner Meinung nach folgendes zu unterscheiden: Was ist das stets Seiende und kein Entstehen Habende und was das stets Werdende, aber nimmerdar Seiende; das eine ist durch verstandesmäßiges Denken zu erfassen, ist stets sich selbst gleich, das andere dagegen ist durch *bloßes* mit vernunftloser [!] Sinneswahrnehmung verbundenes Meinen zu vermuten, ist werdend und vergehend, nie aber wirklich seiend.«

[2] Aristoteles *Nikomachische Ethik VI*, 1139b

[3] Roger Bacon ist nicht zu verwechseln mit dem gute drei Jahrhunderte nach ihm in ähnliche Richtung argumentierenden, ebenfalls aus England stammenden Gelehrten Francis Bacon.

[4] Meine Übersetzung von Bacon 1267, S. 62f.: »Sed in mathematica possumus devenire ad plenam veritatem fine errore, et ad omnium certitudinem sine dubitatione [...]. Sed in aliis scientiis excluso mathematicae beneficio, tot sunt dubitationes, tot opiniones, tot errores a parte hominis [...]. Sed sola mathematica, ut prius habitum est, manet nobis certa et verificata in fine certitudinis et verificationis.«

[5] Descartes 1628, S. 8f.

> Die lange Kette einfacher und leichter Sätze, deren die Geometer sich bedienen, um ihre schwierigsten Beweise zu Stande zu bringen, liess mich erwarten, dass alle dem Menschen erreichbaren Dinge sich ebenso folgen. Wenn man also sich nur vorsieht und nichts für wahr nimmt, was es nicht ist, und wenn man die zur Ableitung des Einen aus dem Anderen nöthige Ordnung beobachtet, so kann man selbst den entferntesten Gegenstand endlich erreichen und den verborgensten entdecken.[1]

Doch Descartes hält gerade nicht »alle dem Menschen erreichbaren Dinge« einer wahren Erkenntnis zugänglich, sondern lediglich »toutes les choses qui peuvent tomber sous la connoissance des hommes«,[2] also nur »all die Dinge, die unter die Erkenntnis der Menschen fallen können«[3]. Die Umdeutung Descartes ist das Symptom einer Entwicklung, welche die klassische Trennung von dem, worüber wir wissen können, und dem, wovon wir nur eine Meinung haben können, hinter sich lässt und den Geltungsanspruch des logischen Denkens auf überhaupt alle Gegenstände des Denkens ausweitet. Gottfried Wilhelm Leibniz treibt Descartes‘ Idee einer *mathesis universalis,* einer Berechnung aller Wahrheiten, auf die Spitze, indem er mit seiner *characteristica universalis* eine formal-logische Wissenschaftssprache entwickeln will, mit deren Hilfe alle Wahrheiten berechenbar sein sollen. Die Überzeugung, es gäbe »nichts, das der Zahl nicht unterworfen wäre«, führte Leibniz zur Absicht, »eine Sprache oder Charakteristik in Angriff« zu nehmen, »die zugleich die Technik der Entdeckung neuer Sätze und ihrer Beurteilung umfaßte, deren Zeichen oder Charaktere somit dasselbe leisten, wie die arithmetischen Zeichen für die Zahlen, und die algebraischen für die Größen überhaupt«. Mit einer solchen *characteristica universalis* müsste sich »durch die Verknüpfung der Buchstaben und die Analysis der Worte, die sich aus ihnen zusammensetzen, alles andere entdecken und beurteilen lassen«.[4]

In Banne dieses Denkens entsteht die neuzeitliche Wissenschaft in dem Bestreben, letztlich die ganze Welt menschlichen Erkennens mit der Logik einzufangen, so etwa Spinoza mit seiner logischen Ethik,[5] oder der junge Wittgenstein, der die Philosophie in seinem *Tractatus* auf eine Logik der Sprache zurückzuführen versucht. Georg Picht, der Philosoph, der 1964 den Begriff der *Bildungskatastrophe* prägte, resümiert:

> Für die Philosophie der Neuzeit sind die Gesetze der Logik nicht erkannte Seinsstrukturen, sondern die notwendigen Gesetze des Denkens. Auf Grund des anti-aristotelischen Aberglaubens, daß alles Denken überhaupt den Gesetzen der Logik folgen müsse, war es der neuzeitlichen Philosophie nicht mehr möglich, die aristotelische Einschränkung der Logik auf die Sphäre dessen, was unveränderlich ist, zu akzeptieren. Nun mußte also alles, was überhaupt ist, in logischen Formen gedacht und dargestellt werden.[6]

Die Begrenztheit dieser Versuche liegt darin begründet, dass die Logik für die Erweiterung der Schärfe des Denkens den Preis der Einschränkung des Denkbaren zahlen muss: Das logische Denken verliert aus dem Blick, was sich nicht in den unvereinbaren Antagonismus von Sein und Nichtsein fügt und was sich nicht im Sinne von Abstammungen ordnen lässt. So kommt selbst Wittgenstein in seinem Spätwerk zur Einsicht:

---

[1] Descartes 1870, S. 33
[2] Descartes 1637, S. 142
[3] meine Übersetzung
[4] Leibniz 1996, S. 16-18
[5] Nietzsche verspottete jenen »Hokuspokus von mathematischer Form, mit der Spinoza seine Philosophie [...] wie in Erz panzerte und maskierte, um damit von vornherein den Mut des Angreifenden einzuschüchtern, der auf diese unüberwindliche Jungfrau und Pallas Athene den Blick zu werfen wagen würde« und fragte rhetorisch: »wieviel eigne Schüchternheit und Angreifbarkeit verrät diese Maskerade eines einsiedlerischen Kranken!« (Nietzsche 1886, § 5)
[6] Picht 1989, S. 115

> Die ›mathematische Logik‹ hat das Denken von Mathematikern und Philosophen gänzlich verbildet, indem sie eine oberflächliche Deutung der Formen unserer Umgangssprache zur Analyse der Strukturen der Tatsachen erklärte. Sie hat hierin freilich nur auf der Aristotelischen Logik weiter gebaut.[1]

Ihre deutlichste Kritik erfährt die Universalisierung der Logik wohl in der Frankfurter Schule, wenngleich sie sich hier untrennbar mit einer Kritik der berechnenden Methode mischt. Das Ideal der Aufklärung sei »das System, aus dem alles und jedes folgt« und

> selbst was nicht eingeht, Unauflöslichkeit und Irrationalität, wird von mathematischen Theoremen umstellt. In der vorwegnehmenden Identifikation der zu Ende gedachten mathematisierten Welt mit der Wahrheit scheint Aufklärung vor der Rückkehr des Mythischen sicher zu sein. Sie setzt Denken und Mathematik in eins. Dadurch wird diese gleichsam losgelassen, zur absoluten Instanz gemacht.[2]

Die Logik kann jedoch kein Wissen hervorbringen, welches nicht ihren Grundsätzen gehorcht. Das Veränderliche, Gemischte, Unentscheidbare kennt keine Wahrheit; ein logisches Wissen davon ist unmöglich. Folglich kann die logische Wissenschaft jede Frage nur insoweit ernst nehmen als sie sich in den Konzepten der Identität, der Klassifikation und des Grundes stellen lässt. Damit wird den Phänomenen unserer Welt Gewalt angetan in dem Sinne, dass die Phänomene unserer Welt gefiltert, selektiv gedeutet, reduziert und zu einer wissenschaftlichen Form entfremdet werden.

Dass das logische Denken im Sinne der aristotelischen Grundsätze nicht die einzige fruchtbare Form des Denkens ist, zeigt sich vor allem in den historischen und kulturellen Alternativen. Homers Schriften gelten als frühste Überlieferung altgriechischer Texte und stiften Sinn nicht durch logische Ordnung, sondern durch Analogien, die in farbigen Bildern die Phänomene unserer Welt in Beziehung setzen und Gemeinsamkeiten betonen. Selbst zur Blütezeit der frühen Logik gibt es kritische Strömungen in der Philosophie, etwa Heraklit, der dem Glauben an das Unveränderliche und Wahre die Vorstellung entgegenstellte, dass alles in Bewegung und nichts bestehen bleibe, dass es etwa nicht möglich sei, »zweimal in denselben Fluss hineinzusteigen«.[3] Dieses Weltbild der Veränderung und Verbundenheit offenbart sich dabei als typisch für die Weltanschauung vorpatriarchaler Kultur, »in der nichts, das, was es war, aus sich selbst oder in sich selbst war, sondern in der alles war, was es war, nur in seiner Verbundenheit mit allem anderen«.[4] Indigene Kulturen verstehen und behandeln die Welt oft auch heute nach einem Weltbild, welches statt auf die Statik des Unveränderlichen und die Trennung des Gegensätzlichen auf der Idee des Flusses und der Mischung beruht.[5]

Schließlich erstreitet sich auf der Schwelle zur Neuzeit auch die Induktion, also die Verallgemeinerung des Phänomenologischen, welche die methodische Grundlage der experimentellen Wissenschaften bildet, wissenschaftlichen Status. Ihr hatte schon Aristoteles zugesprochen, eigentlich »verständlicher und deutlicher« als das zwingende Schließen zu sein, jedoch nicht »zwingender und durchgreifender dem Gegner gegenüber«.[6] Aus diesem Grund nutzt die Naturwissenschaft die Induktion zur Formulierung ihrer Theorien, versucht diese aber anschließend deduktiv abzusichern:

---

[1] Wittgenstein 1956, S. 300
[2] Horkheimer & Adorno 1944, S. 13, 31
[3] Heraklit *Fragmente*, S. 321
[4] Maturana 2005, S. 33. Humberto Maturana war selbst ein Opfer wissenschaftlichen Dogmas. Seine Untersuchungen der sich von der menschlichen unterscheidenden Farbwahrnehmung von Tauben (Maturana & Varela 1984) brachten ihm lange den Spott der Kollegen ein, da Farben für Dinge *an sich* gehalten wurden, deren Wahrheit sich nicht im Auge des Betrachters ändern könne.
[5] vgl. Little Bear 2002
[6] Aristoteles *Topik*, S. 15, vgl. auch Heinrich 1981, S. 83f.

> Da das Veränderliche […] sich den logischen Operationen nicht fügt, mußte die Wissenschaft Methoden erfinden, nach denen sich die logischen Formen auch auf das Zeitliche und Veränderliche applizieren lassen. Der Oberbegriff für diese Formen heißt „Objektivation“. Das Verfahren, das dabei befolgt wird, ist der operative Eingriff des Experimentes. Jeder Versuch wird so eingerichtet, daß das Phänomen, das beobachtet werden soll, gezwungen wird, sich in einer Form zu präsentieren, die es erlaubt, es eindeutig zu bestimmen. Alles, was sich dieser Regel widersetzt, wird als Störfaktor künstlich ausgeschaltet. Durch dieses Verfahren werden auch in der Sphäre des Veränderlichen jene Bedingungen herausgestellt, die nach Aristoteles nur bei dem Unveränderlichen gegeben sind.[1]

Mit der Totalisierung des Wahrheitsanspruchs auf alle Erkenntnis erfährt der Macht-Wissen-Komplex um die Logik einen letzten Bedeutungszuwachs. Das Denken, welches die Anwendbarkeit der Logik auf alles und jedes postuliert, verhilft der Teleologie der Wahrheit zu immer größerer Geltungsmacht. Im Gegenzug dient sie den Wissenschaftlern als höchstes Ziel, vor dem sich die Notwendigkeit ihrer Forschung und die unumstrittene Gültigkeit ihrer Ergebnisse rechtfertigen lassen. Auf subjektiver Ebene verschwinden damit auch die letzten Gebiete des Denkens, in denen das Logische noch keinen Raum hatte; jede Versuchung anders zu denken wird nun ersetzt durch die logische Durchdringung jener Gebiete. Die Askese des Logikers, logisch zu denken, wird nun kaum noch aufgehalten und erfährt eine stetige Bestätigung. Diese Selbstführung des Denkens und Glaubens ist letztlich der Preis für die Geltungsmacht des eigenen Denkens und für das Gefühl, der weltlichen Vergänglichkeit entfliehen zu können.

Dass trotz dieses Preises das logische Denken nicht hält, was es verspricht, da es seinen eigenen Ansprüchen nicht gerecht werden kann, ist die bittere Lektion, welche die Philosophie in der Grundlagenkrise der Mathematik lernen muss: Dass die für ewig geglaubten Wahrheiten der Geometrie verlorengehen, da ihre Voraussetzungen nicht so zwingend sind wie angenommen, erschüttert den Glauben an die Verlässlichkeit der Wahrheit. Dass selbst in der Mathematik Theorien auftauchen, deren Wahrheit nicht bewiesen oder nicht einmal entschieden werden kann, stellt schließlich die Sicherheit der logischen Ordnung selbst in Frage. Letztlich kann für das logische Denken nicht mehr ausgeschlossen werden, in der Krise ebenso »entscheidungsunfähig« zu sein wie die parmenideischen »Doppelköpfigen«. Dass diese Erschütterung der Unfehlbarkeit ihrer erkenntnistheoretischen Grundlagen die Wissenschaft nicht in die Krise stürzt und zur Arbeit an einer neuen Epistemologie treibt (wie sie beispielsweise die konstruktivistische Erkenntnistheorie vorlegt, welche aber eine nur mäßige Beachtung genießt, zumindest keinesfalls die ganze Wissenschaft in ihren Bann zieht) liegt darin begründet, dass die Grundlagenkrise der Mathematik der erkenntnistheoretischen Fundierung der Wissenschaft nicht mehr als eine Tautologie entreißt; denn die Unfehlbarkeit der Logik war nie ›bewiesen‹. Ihre Zurückweisung ficht folglich nicht die Funktionsweise der Logik an, sondern erinnert lediglich daran, was wir schon aus der Antike wissen: dass ihre metaphysischen Glaubensgrundlagen nicht bewiesen werden können, sondern dass an ihr Heilsversprechen lediglich geglaubt zu werden braucht. Schließlich bleibt die Logik trotz aller Krise das geistige Abbild jener patriarchalen Ordnung, welche die gesamte Gesellschaft durchzieht und die Erkenntnis nach den Prinzipien der Unveränderlichkeit, Herkunft und Gegensätze organisiert. Insofern verwundert es auch nicht, dass die konstruktivistische Epistemologie dem Begriff der Wahrheit nicht widersprechen, sondern ihn nur ignorieren kann, ja ignorieren muss.[2] Ihre Wiederentdeckung zeigt letztlich doch eine Veränderung an. Nach der Grundlagenkrise fällt das Logische in die Grenzen zurück, welche Aristoteles und Descartes bereits gezogen hatten;

---

[1] Picht 1989, S. 115
[2] Glaserfeld 1985.

es kann letztlich nicht mehr angepriesen werden als jene universelle Form des Denkens, mit der die ganze Welt zu verstehen sei. Neben das logische Denken gesellen sich nun auch in der Wissenschaft Formen des Denkens, die das Verstehen auf ›unlogische‹ Weise bereichern.

5.5 Logik und Herrschaft

Die Grundsätze der aristotelischen Logik haben schließlich auch eine politische Bedeutung, auf welche schon Xenophanes abhebt, wenn er sie ›Technik des vernünftigen Sprechens‹ (λογική τέχνη) nennt, nämlich jene als Werkzeug der öffentlichen Rede, des Überzeugens und Diskreditierens. Auf der *agorá* mussten die Redner einer *pólis* um Mehrheiten für ihre politischen Initiativen werben. Politisch einflussreich war dabei derjenige, der andere von seinen Ideen überzeugen und seine Opponenten diskreditieren konnte.[1] Aristoteles will mit seinem Werk eine Anleitung zum vernünftigen Sprechen geben, darlegen, »worauf einer, der (eine Behauptung) aufstellen oder (eine) einreißen will, zu sehen hat, und wie man bei einer vorgelegten Aufgabe nach dem oder dem Verfahren auf die Suche zu gehen hat, schließlich noch, über welchen Weg wir die Anfangssetzungen in jedem Fall in die Hand bekommen«.[2] Die Frage nach der Wahrheit und ihren Gründen, die Zurückweisung des Unbestimmt-Veränderlichen, das Aufzeigen von Widersprüchen, das Aufstellen antagonistischer Optionen und das Einfordern von Entscheidungen bilden logische Waffen der Redekunst. Die Vermittlung dieses ›Werkzeugs‹ (*Organon*, wie eine Zusammenfassung aristotelischer Werke später betitelt wird) an die politisch ambitionierten Sprösslinge der Militäraristokratie diente nicht wenigen Philosophen zum Broterwerb und erklärt das Interesse der Philosophen an Regeln des Sprechens und Denkens. Wittgenstein bemerkt:

> Inwiefern ist das logische Argument ein Zwang? – »Du gibst doch *das* zu, – und *das* zu; dann mußt du auch *das* zugeben!« Das ist die Art, jemanden zu zwingen. D. h., man kann so tatsächlich Menschen zwingen, etwas zuzugeben. – Nicht anders, als wie man Einen etwa dazu zwingen kann, dorthin zu gehen, indem man gebietend mit dem Finger dorthin zeigt.[3]

Die Logik ist also nicht nur eine Technik der Selbstführung, die einen speziellen Glauben und ein spezielles Verständnis der Welt erlaubt, sondern auch eine Technik zur Führung anderer. Das logische Argument verleiht dem eigenen Denken Geltungsmacht im Streitgespräch und kann helfen, fremdes Denken zurückzuweisen. Das logische Argument erhebt den Vorwurf, dass der Gegenüber ›falsch‹ denke, und erlaubt es dem Redner aufzuzeigen, inwiefern sein Denken ›richtig‹ sei. Im günstigsten Fall bleibt dem Gegenüber nichts übrig als sein Denken zu verwerfen und das des Gegenübers zu übernehmen. Die logische Gesprächsführung ist damit eine Disziplinartechnik, erlaubt sie doch, den Gegenüber zu einem anderen Denken zu führen. Problematisch ist jedoch, dass sie darauf aufbaut, dass der Gegenüber auch logisch denken muss, um die Zuschreibung von ›falsch‹ und ›richtig‹ überhaupt akzeptieren zu können. Dem Zwang des logischen Arguments muss also eine Askese im logischen Denken vorausgehen. Auch deshalb ist es für die Geltungsmacht des logischen Denkens unerlässlich, sich selbst aufzudrängen und andere Formen des Denkens zu tabuisieren. Wer sich den Grundsätzen der Logik verschrieben hat, ist diesem Zwang bereits unterworfen; wer sich ihnen widersetzt, wird bekehrt oder notfalls ausgegrenzt. Eine solche Ausgrenzung demonstriert Aristoteles, wenn er nach seinem Postulat des Satzes des ausgeschlossenen Wider-

[1] Vernant 1962, S. 41-65
[2] Aristoteles *Analytik*, 52b-53a
[3] Wittgenstein 1956, S. 81

spruchs, dass es also »unmöglich« sei, »daß etwas zugleich sei und nicht sei«, erklärt: »Manche verlangen nun *aus Mangel an Bildung*, man solle auch dies beweisen; denn Mangel an Bildung ist es, wenn man nicht weiß, wofür ein Beweis zu suchen ist und wofür nicht«.[1]

Indem sie Regeln für die öffentliche Meinungsbildung zur Verfügung stellen, bilden die Grundsätze der aristotelischen Logik eine Grundlage für die demokratische Herrschaft. Sie liefern gesellschaftlich anerkannte Regeln für die Argumentation im politischen Diskurs und tragen dazu bei, repressive Herrschaftsformen zu reduzieren. Doch freilich muss auch eine demokratisch legitimierte Verwaltung Wege finden, um die Massen in ihrem Sinne zu kontrollieren. Die Philosophie entpuppt sich dabei als Wissenschaft, die mit der Herrschaft des logischen Arguments auf engste verbunden ist: Sie untersucht, diskutiert und lehrt nicht nur, welches Argument ›zwingend‹ ist und welches nicht, sondern kultiviert erst das Denken, auf dessen Grundlage das logische Argument seine Geltungsmacht gewinnt. Die Mathematik, die der Logik am bedingungslosesten folgt, wird zum Vorbild des Philosophierens: An ihr lässt sich der Erfolg der Logik vorführen und das logische Argument schulen; ihre ›zwingenden‹ Beweise ermöglichen ihre »subversive Despotie«.[2]

Da das Erlernen der Techniken der logischen Argumentation der privilegierten Schicht der Wohlhabenden vorbehalten ist, ist die Logik von Anfang an ein Herrschaftsinstrument des aufstrebenden Bürgertums. Die allgemeine Anerkennung der Grundsätze der aristotelischen Logik unterwirft die Masse einer Führungstechnik, welcher sie – ganz im Sinne des Aristoteles – nichts mehr entgegenzusetzen hat.

5.6 Dispositiv der logischen Vernunft

Die kulturgeschichtliche Untersuchung des Entstehens der aristotelischen Logik identifiziert ein ganzes Feld von Wissensformen, Normen, Techniken und Institutionen, in welchen die Logik eine zentrale Stellung einnimmt. Dieses Feld soll im Folgenden das *Dispositiv der logischen Vernunft* genannt und in seinem Zusammenwirken beschrieben werden.

Logisches Argumentieren lässt sich verstehen als Technik zur Führung der Anderen, denn durch die Logik einer Argumentation soll die Zustimmung der Anderen zum eigenen Denken, Fühlen und Tun erzwungen werden. Zu dieser Technik gehört einerseits, das eigene Denken, Fühlen und Tun auf der Grundlage meist impliziter logischer Regeln als ein zwingendes bzw. notwendiges darzustellen, und andererseits, das Denken der Opponenten zu diskreditieren, indem dort Verstöße gegen logische Regeln aufgezeigt werden. Aristoteles verstand seine Ausführungen zur Logik vornehmlich als eine Anleitung zu diesem logischen Argumentieren. Diese Technik der Redekunst begünstigt nicht zuletzt die Konsensfindung in öffentlichen Debatten und kann deshalb als eine Bedingung demokratischer Regierungspraktiken aufgefasst werden.

Die Technik des logischen Argumentierens setzt jedoch voraus, dass die Anderen das logische Argument tatsächlich als ein zwingendes anerkennen, ansonsten ist es belanglos. Voraussetzung ist also eine allgemeine Askese des logischen Denkens unter dem regierenden Bürgertum. Es ist davon auszugehen, dass die Entstehung dieses neuen Denkens nicht allein von der Philosophie angetrieben wird, sondern eine gesamtgesellschaftliche Entwicklung darstellt, in der die Philosophie höchstens die Rolle eines Katalysators spielt, indem sie diese Veränderungen in Worte fasst und benennbar macht. Gleichwohl ist auch in den Werken der frühen Philosophie eine Forderung nach logischem Denken zu identifizieren. Sie wird zuallererst bei

[1] Aristoteles *Metaphysik*, 1006a; meine Hervorhebung
[2] Nickel 2006

Parmenides erhoben. Das Lehrgedicht des Parmenides liefert das niedergeschriebene Zeugnis einer weiteren Technik zur Führung der Anderen, welche Logik nicht zum Argumentieren benutzt, sondern als Form des Denkens und Argumentierens erst einfordert, welche befiehlt: *Denke logisch!* Schon bei Parmenides, später aber auch bei Aristoteles wird deutlich, wie sich dieses Denken zugleich empfiehlt und aufzwingt. Das Heilversprechen einer unvergänglichen und ewig verlässlichen Wahrheit wird als religiöses Endziel, als Teleologie des Philosophierens ausgerufen; so empfiehlt sich das Logische den von religiösen, wirtschaftlichen und politischen Erschütterungen verunsicherten Denkern und Entscheidungsträgern Griechenlands. Die strukturelle Ähnlichkeit von logischem Denken und patriarchaler Ordnung wird von den Klassikern nicht thematisiert, ist rückblickend jedoch so offensichtlich, dass anzunehmen ist, dass sich die gesellschaftliche Akzeptanz und Schicksalhaftigkeit der patriarchalen Ordnung von Familie, Militär und Mythos auf die abstraktere Ebene des Denkens überträgt. Das Denken holt damit Veränderungen nach, welche die Gesellschaft in den Jahrhunderten zuvor durchlebt hatte. Die Mächte, die zur Demonstration der Gültigkeit der logischen Regeln beschworen werden, sind jene des Mythos, welchen die Logik überwinden wollte. Jene Mächte weiß die Logik vor der Skepsis der *agorá* zu retten, indem sie sie in der Abstraktion ihrer Prinzipien konserviert.

Wer von dieser Anbindung des Denkens an die Herrschaftsverhältnisse nicht überzeugt und vom Heilsversprechen der ewigen Wahrheit nicht verführt ist, wird notfalls durch die hier diskutierte Technik ausgeschlossen: Nichts anderes ist es, wenn Parmenides die Andersdenkenden als verwirrte Doppelköpfige diffamiert oder Aristoteles den Zweiflern die Bildung abspricht. Diese Zurückweisungen zeigen beispielhaft, wie in der Antike eine moralische Dichotomie kultiviert wird, an Hand derer Diskurse legitimiert oder zurückgewiesen werden. Fortan ist es eine Waffe der Gebildeten, sich selbst als Vernünftig und ihre Opponenten als Verrückte darzustellen. Ausgeschlossen werden damit insbesondere jene Diskurse, die statt der Identität den Wandel, statt dem Entweder-Oder die gegenseitige Durchdringung, statt dem Abstammen die systemische Verbundenheit akzentuieren, die der schicksalhaften Welt der statischen, bloß hinzunehmenden und höchstens noch zu entdeckenden Notwendigkeiten eine Welt gegenüberstellt, deren Fluss vom Menschen durchaus beeinflussbar ist.

Gegenüber dieser Führungstechnik eröffnen sich dem Einzelnen zwei Richtungen der Selbstführung: Wenn er sich die Grundsätze der Logik nicht zu eigen machen kann oder will, bleibt ihm einerseits als Ausgeschlossener keine Möglichkeit mehr, am logischen Diskurs teilzuhaben; er wird sich daraus zurückziehen, um der andauernden Zurückweisung zu entgehen, und sein Schicksal begabteren oder willigeren Experten unterwerfen müssen, welche dadurch eine hervorgehobene gesellschaftliche Stellung einnehmen können. Wer sich die Grundsätze der Logik zu eigen macht und sie für seine Argumente nutzt, hat sich andererseits bereits ihres Gültigkeitsanspruchs unterworfen. Die Technik der logischen Meinungsführung ist damit eine typische, wenngleich frühe Disziplinartechnik. Während Sie dem Einzelnen die Freiheit gewährt, sich im Spannungsfeld von Komplizenschaft und Isolation selbst hervorzubringen, zwingt jede dieser Reaktionen den Einzelnen in die Unterwerfung. In jedem Fall behält das Logische die Oberhand.

Damit ist auch gleich der Macht-Wissen-Komplex angesprochen, in dem sich die Geltungsmacht der Philosophen und das logische Denken in gegenseitig belebender Weise zusammenfinden. Die Philosophen haben – nicht zuletzt, indem sie als Lehrer der heranwachsenden Aristokratie dienen – die Kultivierung logischer Führungstechniken einerseits und mit der Logik verbundenen Werten wie der Vernunft andererseits vorangetrieben. Dieses Unternehmen wurde unterstützt von epistemologischen und religiösen Notlagen, in welche das antike Griechenland durch enorme Umwälzungen geriet. Im Gegenzug legitimiert gerade dieses logische Denken den gesellschaftlichen Status der Philosophen: Als Lehrer des logischen Argumentierens und als logische Denker sind sie die erste Instanz, wenn es um das Wahre in Gesellschaft und Natur geht. Die Philosophie und Wissenschaft institutionalisiert diesen Macht-Wissen-Komplex, denn sie stellt den Diskurs dar, in dem das logische Denken erst legitimiert und dann zur Untersuchung der Welt angewendet wird.

Es zeigt sich schließlich, dass Logik in Form der aristotelischen Grundsätze der Zivilisation vielschichtige Möglichkeiten eröffnet. Sie kann als Ablösung der Religion in der Verheißung der Unvergänglichkeit Hoffnung und Seelenheil spenden und eröffnet in der Suche nach der Wahrheit ein neues Ziel menschlichen Strebens. Als Regelwerk des Denkens und Argumentierens bietet sie sich an als eine Ordnung des Wissens und als eine Mechanik des Denkens. Den griechischen Stadtstaaten ermöglicht sie die Herausbildung demokratischer Herrschaftsstrukturen, indem sie Kriterien für die Überzeugungskraft von Argumenten liefert. Der Wahrheitsbegriff, Wissenschaft und Demokratie werden durch die Logik erst ermöglicht. Zugleich zeigt sich in der Logik jedoch auch ein Dispositiv, welches die Phänomene unserer Welt nur einseitig betrachten und ordnen kann, welches einen Determinismus vertritt, dem der Mensch ohnmächtig gegenübersteht, welches dessen ungeachtet die logische Vernunft einfordert, die Unvernünftigen gewaltsam ausschließt und sich in der Moderne zur Reinform des Denkens und Welterkennens erklärt.

Diesem Dispositiv aus Führungstechniken, Askese, Werten, Überzeugungen, Macht-Wissen und Institutionen und der beschriebenen Dialektik der Logik steht schließlich auch die Mathematik nahe. Wenn es heißt, dass die Mathematik im strengen Sinne erst bei den alten Griechen entstanden sei, da mathematische Begriffe und Verfahren erst hier mit der nötigen begrifflichen Strenge definiert und ihre Eigenschaften erst hier logisch validiert werden,[1] wird auf die untrennbare Verbindung von Mathematik und Logik verwiesen. In dieser Lesart ist Mathematik zwar etwas anderes als Logik, ohne Logik aber nicht möglich. Für Roland Fischer ist die Logik so etwas wie das Gerüst oder das Skelett der Mathematik,[2] der nicht verhandelbare Grundkonsens, um den herum die Mathematik wachsen kann.

Letztlich gilt die Mathematik als ein Vorbild von Philosophie und Wissenschaft, da sie logischer sein kann als jede andere: Ihre Gegenstände lassen sich beliebig weit von unserer Welt abziehen und in eine logische Form pressen; die Validierung ihrer Aussagen bedarf keiner Experimente, sondern kann sich einzig auf die logische Argumentation stützen. Diese Bindung der Mathematik an die Logik wird in der Neuzeit nur noch stärker: Modern wird die Mathematik nicht, indem sie sich wie die Naturwissenschaften der Empirie zuwendet, sondern indem sie ihren Sonderstatus manifestiert, indem sie ihn zu ihrem Wesen erhebt. Diese Entwicklung markiert den Bruch zwischen Mathematik und Naturwissenschaften, die bis in die Neuzeit hinein Hand in Hand gingen. Die tiefgreifende Krise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts und die dahinterstehende Kritik an der Idee ewiger Wahrheit wird durch David Hilbert ruhiggestellt, indem er die Mathematik als Wissenschaft der reinen Form installiert: als Wissenschaft, die sich voll und ganz der logischen Ordnung verschreibt.[3] Dass die Frage nach der Möglichkeit der Anwendbarkeit der Mathematik damit nicht mehr zu beantworten ist, stört Hilbert offenbar nicht, obwohl er an Anwendungen der Mathematik durchaus interessiert ist. Selbst heute scheint die Mathematik oft gar nichts anderes sein zu wollen als der ergebenste Vertreter des logischen Denkens, dessen Beschränkungen sie damit erbt.

[1] Vgl. Unterkapitel 2.4.
[2] Fischer 2001
[3] Hilbert 1922

5.7 Das Dispositiv der Logik im Mathematikunterricht

Die Schulmathematik bildet nur einen Ausschnitt dessen, was Mathematik genannt wird – einen Ausschnitt, der jahrzehntelang tradiert und didaktisch zurechtgeschliffen wurde sowie den größten Teil aktueller mathematischer und wissenschaftstheoretischer Entwicklungen ignorieren muss. Die Inhalte und die Logik der Schulmathematik scheinen der klassischen Mathematik dadurch oft näher zu sein als der modernen Mathematik. Insbesondere der Wahrheitsbegriff der Schulmathematik steht in der klassischen Tradition transzendenter Wahrheiten, denn er ist kein mathematisch differenzierter oder wissenschaftstheoretisch reflektierter, er baut nicht auf die moderne Logik auf, nimmt philosophische Einwände nicht zur Kenntnis und spielt Hilberts Versteckspiel nicht mit. Es ist vielsagend, dass der Kanon des Mathematikunterrichts im 20. Jahrhundert nur Inhalte hinzugewonnen hat, welche die Funktionalität der logischen Ordnung bestätigen: neben der linearen Algebra und analytischen Geometrie die Analysis und die Stochastik, welche zur Schau tragen, wie selbst die Unendlichkeit und der Zufall von der Logik bezwungen werden. Solche Inhalte jedoch, die den Glauben an die logische Ordnung hätten erschüttern können und durchaus in der geistigen Reichweite der Schulmathematik liegen, etwa nicht-euklidische Geometrien, Paradoxien der Mengenlehre oder alternative Logiken, wurden von der Schulmathematik bis heute links liegengelassen. Führer schimpft:

> Immer noch lehrt die Schulmathematik gegen besseres Wissen ‚ewige Wahrheiten' mit schneidigen Richtig-oder-falsch-Urteilen, ohne jede Relevanzkritik und ohne Reflexion am Zivilisationsargument. Und immer noch hilft sie wie ein trojanisches Pferd des Neuhumanismus, naive Kritik des gesunden Menschenverstandes zu desavouieren.
>
> Schulmathematik entmündigt weiterhin den einzelnen Menschen, indem sie wie kein anderes Fach den Mythos von der unbestechlichen Objektivität der Fachleute pflegt. Sie betrügt damit die meisten ihrer Schüler, aus Bequemlichkeit, denn sie löst weder ihr Versprechen ein, die fundamentale Bedeutung der Mathematik für die heutige Industriegesellschaft aufzuzeigen, noch lehrt sie kritisches Denken, denn sie verheimlicht die fragwürdige Seinsweise ihrer Gegenstände. Sie suggeriert ungeniert einen elitären Platonismus, der überhaupt nur solange haltbar ist, wie sie die Erkenntnisse der Wissenschaften ignoriert, auf deren Ansehen sie sich dreist beruft. Sie opfert damit nicht nur das kritische Potential der Mathematik, sie verurteilt zugleich fünf Jahrtausende gemeinsamer Bemühungen von Menschen aus allen Kulturländern um Erkenntnis zur Belanglosigkeit.[1]

Doch in welcher Weise kommt Logik im Mathematikunterricht überhaupt vor? Erfahrungsgemäß halten Schüler eine Aufgabe gerade dann nicht mehr für eine Mathematikaufgabe, wenn sie nicht mehr eindeutig lösbar ist. Offenbar ist es ein Merkmal der Schulmathematik, dass ihre Fragen nur eine eindeutige, wahre, richtige Antwort zulassen, nach dem stets Identischen fragen und keine Variation, Mehrdeutigkeit, Skepsis oder individuelle Interpretation dulden.[2] Die Tabuisierung der subjektiven Deutung der Mathematikaufgabe und das Gebot ihrer ›objektiven‹ Bearbeitung, welche der Mathematikaufgabe nur eine Lösung lassen, sowie der Ausschluss kritischer Inhalte reichen aus, um den Glauben zu ermöglichen, dass es im Mathematikunterricht um eindeutige, wahre und richtige Antworten geht und schlimmer noch: dass prinzipiell jede als Mathematikaufgabe formulierbare Frage einer solchen eindeutig wahren und richtigen Beantwortung zugänglich sei. Der Schüler begegnet jedenfalls keinen Unterrichtsinhalten, welche zu gegenteiligen Gedanken Anlass geben.

Es ist naheliegend anzunehmen, dass diese Erwartungshaltung an die Mathematikaufgabe genau dort kultiviert wird, wo sie den Schülern am häufigsten gegenübertritt: im Mathema-

[1] Führer 1988, S. 102f

[2] Dieses Tabu aufzubrechen sind die *offenen Aufgaben* angetreten (Blum & Wiegand 2000), die ihre Offenheit jedoch allzu oft in der Anwendung und gerade nicht in der Mathematik suchen.

tikunterricht. Eine methodische Erfassung des Mathematikunterrichts kann diese Untersuchung jedoch nicht leisten. Stattdessen wird sich die Empirie auf das Exemplarische beschränken müssen, hier anhand zweier stellvertretend ausgewählter Dokumente: eines repräsentativen Mathematikschulbuches für die 7. Klasse am Gymnasium und des Transskripts einer Mathematikstunde zur Einführung periodischer Dezimalzahlen in einer 6. Klasse.[1] Dass im genannten Mathematikschulbuch zuweilen der »Wahrheitsgehalt« von Aussagen zu prüfen ist, Zahlen zu suchen sind, für die Bedingungen »wahr sind« und über »wahr oder falsch« entschieden werden soll,[2] ist nur ein schwacher Hinweis darauf, dass dem Schüler im Mathematikschulbuch fast ausschließlich *geschlossene Aufgaben* gegenübertreten, also Aufgaben, die, wie Skovsmose herausstellt,[3] nur eine Lösung zulassen, oftmals nach einer vorgegebenen Routine zu bearbeiten sind und jede Subjektivität ausschließen. Dass in einer Schulbuchaufgabe eine Regel »falsch angewendet wurde« und nunmehr »die Rechnung richtig« auszuführen ist, übertiteln die Autoren mit »Vorsicht, Fehler! Aufpassen!«[4], einer emphatischen Warnung davor, dass im Mathematikschulbuch ausnahmsweise nicht ›die Wahrheit‹ steht. Als in der als transkribiert vorliegenden Unterrichtsstunde ein Schüler vermutet, dass statt einer abbrechenden Dezimalzahl eine periodische entsteht, »Immer wenn es [vermutlich der Divisor] eine Primzahl ist«, hält die Lehrerin den Schüler zunächst hin, um die Aussage schließlich als ›falsch‹ zu bewerten.[5] Doch wenngleich die Vermutung des Schülers im Allgemeinen logisch widerlegbar ist, ist sein Gedanke nicht völlig abwegig oder irrführend, sein Denken keineswegs schlichtweg ›falsch‹ und die Zurückweisung seiner Idee daher so radikal, wie es nur eine Wissenschaft der Wahrheit sein kann.

Dass die Wahrheit der Schulmathematik eine stets identische ist, welcher von Zeit, Ort und der Perspektive, schließlich der Individualität des Betrachters nicht berührt wird, zeigt sich zudem in der Einführung ihrer Begriffe. Nach nur einem Textabsatz zum Umkehren des Quadrierens präsentiert das Mathematikschulbuch folgende Definition:[6]

> Die Wurzel aus einer nichtnegativen Zahl a ist diejenige nichtnegative Zahl b, die mit sich selbst multipliziert die Zahl a ergibt.
>
> Es gilt: $\sqrt{a} = b$, da $b^2 = a$ mit $a, b \geq 0$

Zunächst erweckt diese Definition nicht den Eindruck, als ob hier etwas vom Menschen benannt (oder besser: eingegrenzt) werde; vielmehr wirkt es so, als sei hier die Rede von etwas jenseits des Menschlichen Existenten. Zwar lässt die Kopula »ist« eine Bedeutung von ›heißen‹ zu, doch würden wir beim Benennen eher das Definierende statt das zu Benennende ins Subjekt setzen: ›Das ist Thomas‹ statt ›Thomas ist das‹, so auch ›Das ist die Wurzel‹ statt ›Die Wurzel ist (heißt) dieses und jenes‹. Setzen wir die Wurzel ins Subjekt, so kann die Kopula kaum noch ein ›heißen‹ bedeuten, sie bezieht sich vielmehr auf etwas bereits bekanntes, etwas, das schon vor seiner Definition seine Grenzen kennt und als Subjekt in Aktion treten kann. Der Satz erweckt den Eindruck, als sei die Wurzel schon vor ihrer Definition dagewesen und als würden nun nur ihre Eigenschaften offenbart; er präsentiert als Altbekanntes, was der Schüler gerade erst kennenlernen soll. Eindringlicher noch zeigt uns dies der Satz »Es gilt: $\sqrt{a} = b$«. Inwiefern könnte dies ›gelten‹, wenn die Notation der Quadratwurzel doch gerade erst eingeführt wird? Doch nur, wenn sie bereits bekannt wäre, feststünde vor der Definition.

---

[1] Brückner 2008; Seibel 2005. Hilfreich bei der Aufbereitung der Beispiele aus dem Mathematikunterricht waren die studentischen Arbeiten Scholz 2012 und Fischer 2012.

[2] Brückner 2008, S. 29, 53, 66, 73

[3] Skovsmose 1985, S. 348; Skovsmose 1990, S. 114f. und Skovsmose 2005, S. 8-12; siehe Unterkapitel 3.4.

[4] Brückner 2008, S. 44

[5] Seibel 2005, S. 8

[6] Brückner 2008, S. 45

So gerät in dieser Definition aus dem Blick, das im Lehrgang etwas *entsteht*, was zuvor nicht war: ein neuer Begriff und eine neue Notation (ganz abgesehen von einer neuen Idee). Die Wurzel und ihre Notation werden stattdessen präsentiert als etwas Unentstandenes, dem der Schüler nur noch unterwürfig gegenüberzutreten braucht. Die Definition selbst beinhaltet indes bereits Einschränkungen, deren Bedeutung dem Schüler noch gar nicht gewahr sein können: Warum wird das Negative, als Objekt wie als Lösung des Wurzelziehens, ausgeschlossen? Wenngleich der mathematisch Geschulte wissen mag, dass erst diese Einschränkungen das Wurzelziehen reeller Zahlen allgemein möglich und eindeutig gestalten, kann der Schüler dies an dieser Stelle kaum wissen. Ihm werden die Tücken und die Evolution des Wurzelbegriffs vorbehalten; der Begriff der Wurzel wird ihm in einer Form vorgesetzt, der keine Veränderung mehr bedarf, der für alle Zukunft so unveränderlich, so identisch wie möglich ist. Die dargebotenen Dokumente des Mathematikunterrichts illustrieren, wie die Darstellung der Schulmathematik bedingt, dass sie wahrgenommen wird als etwas Unhistorisches, Perspektivloses und Eindeutiges, kurzum als etwas stets Identisches und Wahres.

Auch die Sätze vom ausgeschlossenen Dritten und ausgeschlossenen Widerspruch lassen sich in der Schulmathematik wiederfinden. Das Entweder-Oder des Wahren und Richtigen ist dabei nur die auffälligste Stelle, an der diese Sätze in Erscheinung treten. Im Allgemeinen wirken diese Sätze, wann immer ein Begriff eingeführt wird, unter den ein Phänomen nun entweder fallen kann oder nicht. Subtiler ist die Anwendung dieser Sätze auf den Aufbau der Schulmathematik selbst, insbesondere wenn der Dualismus des Entweder-Oder zugunsten einer nach den gleichen Prinzipien aufgebauten Klassifikation aufgebrochen wird. So heißt es in einem Schulbuch zu »Strecken und Geraden am Kreis« ohne vorherige Erläuterung oder Hinführung, jedoch mit einer erläuternden Skizze:

> Geraden und Kreise können verschiedene Lagen zueinander haben.
>
> Sekante: Gerade, die eine Kurve schneidet (g_1)
>
> Tangente: Gerade, die eine Kurve berührt (g_2)
>
> Passante: Gerade, die eine Kurve meidet – die Vorbeigehende (g_3)[1]

Wer die Begriffe der Sekante, Tangente und Passante noch nicht kennt, kann nun mit Recht fragen: *Kann eine Tangente eine Passante sein, geht sie doch als Berührende nicht hindurch, sondern vorbei ohne den Kreis zu beschädigen? Kann eine Sekante eine Tangente, das Schneiden also eine Berührung sein?* Diese Fragen kling-en im mathematisch geschulten Ohr vielleicht abwegig, sind es aber ganz und gar nicht. Würden wir etwa mit blutigem Finger behaupten, dass uns eine Klinge geschnitten hätte, sie uns dabei aber gar nicht berührt habe? Die Unvereinbarkeit der drei Begriffe ist keine notwendige, sondern eine gewollte: Wir *wollen*, dass eine jede Gerade *entweder* Sekante, Tangente *oder* Passante eines Kreises ist. Doch dieses Entweder-Oder ist keine Notwendigkeit; vielmehr zeigen sich in ihm nicht weniger als die Sätze vom ausgeschlossenen Widerspruch und ausgeschlossenen Dritten: Jeder Geraden soll einer der drei Begriffe zukommen, jedoch keiner Geraden etwas anderes oder mehrere bzw. eine Mischung der drei Begriffe.

Interessant ist in dieser Hinsicht auch die Transkription der Unterrichtsstunde ab dem Zeitpunkt, als die Lehrerin beginnt »Fälle« zu betrachten und »Gruppen« von Dezimalzahlen zu »unterscheiden«. Wenngleich die Lehrerin offenbar auf eine Klassifikation der Dezimalbrüche aus ist,[2] führt sie zunächst aus, dass man eine der Gruppen von Dezimalzahlen »gemischt-periodisch« nenne, »weil wir hier eine Mischung [!] haben, auch ein bisschen wie [ein Schüler

---

[1] Brückner 2008, S. 142

[2] Letztlich könnten diese laut der Lehrerin »abbrechend, […] rein-periodisch oder gemischt-periodisch sein«, wie auch die verwendete Schulbuchseite klassifiziert (Seibel 2005, S. 13, 17).

der Klasse] sagte normal und ein bisschen periodisch«. Zur Erklärung, warum $\frac{5}{6}$ (als Dezimalzahl $0{,}8\overline{3}$) gemischt-periodisch sei, stellt die Lehrerin fest:

> Halbe sind abbrechend. Drittel sind rein-periodisch. Und wenn ich eine Mischung aus ein bisschen abbrechend, das wäre die 8, und ein Stück periodisch, deshalb werden die gemischt.[1]

Hier bedient sich die Lehrerin also noch des Zaubers der Mischungen, den die Klassifikation der Dezimalzahlen schließlich austreiben will, indem Sie in einem zweistufigen Entweder-Oder zunächst die rationalen Dezimalzahlen in abbrechende und periodische und dann die periodischen in rein- und gemischt-periodische unterteilt. Wenngleich die letzte Bezeichnung die Mischung noch im Namen tragen mag, kennt diese Klassifikation nun nichts mehr, was gemischt werden kann: Jede rationale Dezimalzahl muss einer der Klassen angehören, jedoch keine mehreren zugleich. Das Transskript dokumentiert eine Szene aus dem Mathematikunterricht, in der dem Denken die Mischungen ausgetrieben und das Entweder-Oder der Klassifikation kultiviert wird.

Schließlich zeigt sich der Satz vom Grund in allen Situationen, in denen im Mathematikunterricht zu begründen und zu beweisen ist. Der Satz vom Grund besagt dabei nicht nur, dass es für jedes Phänomen eine Erklärung gibt, sondern, dass diese Erklärung das Phänomen bereits definiert, in seinem Wesen bestimmt, dessen Schicksal ist. Die Schicksalhaftigkeit (und Überzeugungskraft) seiner Begründung liegt also genau darin, dass das Phänomen gar nicht anders kann als seiner begründeten Bestimmung zu folgen. Hinter jedem »Begründe«, in jedem »Warum ist das so?«[2] der Schulmathematik steckt daher die Frage nach den Gründen, die ein anderes Sein gar nicht mehr zulassen, die Alternative undenkbar machen. Wie diese Begründung zu führen ist, nämlich mit unwiderlegbaren Argumenten, welche sich etwa mit Hilfe der aristotelischen Grundsätze der Logik formulieren lassen, wird freilich nicht diskutiert. Damit bleibt im Verborgenen, dass der Glaube an den schicksalhaften Grund als auch die Methoden der Beweisführung Gesetzen gehorchen, welche aussprechbar, vielleicht erlernbar, in jedem Falle aber kritisierbar und ganz und gar nicht so schicksalhaft alternativlos sind wie das damit Begründete vorgeblich selbst. Die Tabuisierung des Sprechens *über* das Begründen und Beweisen – keine einzige Aufgabe im Schulbuch fordert eine Reflexion dieser Methode – ermöglicht erst, dass die logische Form des Denkens kritiklos als unfehlbares Denken wahrgenommen und die Mathematik als ihr treuster Vertreter unhinterfragt verehrt oder gefürchtet werden kann.

Das Präsentieren von Mathematik und das Auftragen von Mathematikaufgaben sind Techniken zur Führung der anderen, welche dem Schüler abverlangen, sich selbst in diesen Situationen hervorzubringen, indem er Vorstellungen und Techniken entwickelt, um den Anforderungen zu entsprechen. Indem dem Schüler die Schulmathematik logisch geordnet vorgestellt wird, erhält er die Möglichkeit, bestimmte Vorstellungen von Mathematik zu entwickeln: *Mathematisches Wissen ist unvergänglich und ewig verlässlich, durch sein Entweder-Oder immer in der Lage, eindeutige Urteile abzugeben, und diese Urteile schließlich noch zu begründen, also zu zeigen, wie es anders gar nicht sein kann.* Hingegen erhält der Schüler kaum eine Möglichkeit, gegensätzliche Vorstellungen auszubilden, da ihm einerseits gegenläufige mathematische Erfahrungen vorenthalten bleiben und andererseits die Vorstellungen und Bedingungen von Mathematik nicht ausgesprochen werden, also ein Mysterium sind.

Für die Askese des Schülers, also seine Ausbildung von Selbsttechniken für die Bewältigung dieser Situation, gibt es nun zwei essentiell unterschiedliche Richtungen: Auf der einen Seite gibt es Schüler, die sich der Mathematik mit spiritueller Leidenschaft zuwenden, die ihre Ord-

---

[1] Seibel 2005, S. 10-12

[2] Brückner 2008, S. 29f.

nung wenigstens unterbewusst durchschauen und nutzen, die überzeugender ›erklären‹ können als andere; doch auf der anderen Seite gibt es auch Schüler, welche die Mathematik ängstigt, denen sie zu leblos und unnahbar ist, die trotz großer Mühe ihre Prinzipien nicht durchschauen und denen die Erklärungen der Lehrer und fähigen Mitschüler als Wahres schlicht hinnehmen. Im Extremfall entstehen zwei Idealtypen von Schülern: Einerseits ein Schüler, der Freude an der Mathematik und Logik hat und mit ihrer Hilfe sein Wissen organisieren und seine Ideen überzeugend darstellen kann, andererseits einer, der sich verängstigt und verwirrt von der Mathematik distanziert und auf die Führung durch mathematisch Gebildete vertrauen muss. Es offenbart sich ein Mechanismus, der durch die Logik Emanzipierte von durch sie Unterworfenen trennt. Der Mathematikunterricht ist dabei diejenige Institution, die eine Askese anstößt, welche diese Machttechniken – die Führung durch Mathematik und Logik – erst ermöglicht.

Die Sisyphusarbeit des Lehrers, in jedem einzelnen Schüler die Freude an der Mathematik, die Wertschätzung ihrer Ordnung und die Macht des logischen Denkens wecken zu wollen, wirkt gar so, als versuche er vergeblich, diesen Mechanismus außer Kraft zu setzten, und zeigt, wie ihm selbst der Lehrer verfangen ist. Dass das Fehlen einer Diskussion der der Schulmathematik zugrundeliegenden Gesetze der Logik die Schüler davon abhält, ihre Wirkungsweise nachzuvollziehen und sie gegebenenfalls sogar abzulehnen, kurzum eine Mündigkeit gegenüber der Logik zu ermöglichen, scheint mir nicht ausdrücklich beabsichtigt, aber doch Teil des Mechanismus‘ zu sein: Es handelt sich um einen eingespielten, gesellschaftlich wirksamen, in seiner Wirkung und Wirkungsweise aber nicht reflektierten Mechanismus schulischer Wirklichkeit, dessen Art Gegenstand der Forschung zum heimlichen Lehrplan war.[1]

Der auf der Dialektik der Logik aufbauende Mechanismus beeinflusst darüber hinaus die Sozialisation der Schüler hinsichtlich ihres Verhältnisses zur Mathematik. Diese Sozialisation bestimmt, wie die Mathematik wahrgenommen wird und kultiviert das Verhalten ihr gegenüber. In der Folge bedingt der Mathematikunterricht die Möglichkeit, dass die Mathematik genutzt wird als ein Herrschaftsinstrument, auf dessen Sinnhaftigkeit die breite Masse vertraut, dessen Funktionalität sie aber nicht mehr hinterfragen kann. Der Mathematikunterricht entpuppt sich dabei als institutionalisierter, seiner selbst aber kaum bewusster Wegbereiter dieses Herrschaftsinstruments.

Eine solche Wirkungsweise mathematischer Sozialisation im Allgemeinen hatte bereits Ole Skovsmose vermutet:

> Could it be that mathematics education in fact acts as one of the pillars of the technological society by preparing well that minority of students who are to become ‘technicians’, quite independent of the fact that a majority of students are left behind? Could it be that mathematics education operates as an efficient social apparatus for selection, precisely by leaving behind a large group of students as not being ‘suitable’ for any further and expensive technological education? [...] Nonetheless, a large group of students might be left, and they will have learned a substantial lesson: that mathematics is not for them. To silence a group of people in this way might also serve a sociopolitical and economic function.[2]

Zumindest für das Dispositiv der Logik lässt sich eine solche Wirkungsweise mathematischer Bildung nun differenzierter erläutern.

[1] Zinnecker 1975
[2] Skovsmose 2005, S. 11f.

Kapitel 6 – Zeichenrechnen und Gesellschaft

Neben der Logik ist es vor allem das Rechnen, welches einen wesentlichen Teil dessen ausmacht, was unter Mathematik verstanden wird. Im Fokus dieses Kapitels steht insbesondere das Zeichenrechnen, zum einen da dieses in der Mathematik die Fortführung des Rechnens mit Zahlen darstellt, zum anderen da in der Sekundarstufe gerade der Umgang mit Variablen, Termen und Gleichungen erlernt wird. Das Zeichenrechnen wird hier unter den gleichen Gesichtspunkten wie die Logik untersucht. Wiederum wird gefragt, inwiefern das Zeichenrechnen für die Mathematik wesentlich ist, in welche Macht-Wissen-Komplexe es eingebunden ist, welche Führungstechniken sie voraussetzt, darstellt und ermöglicht, und durch welche höheren Ziele es sich rechtfertigt. Und wieder geht die Untersuchung einen Weg, der das Vergangene zum Verständnis der Gegenwart nutzt, also genealogisch vorgeht. Zur Untersuchung der gesellschaftlichen Dimension des Zeichenrechnens soll hier vor allem die Nähe zur Bürokratie untersucht werden. Gegenstand der Untersuchung ist also insbesondere, inwiefern das Rechnen – wie in der didaktischen Literatur oft behauptet –[1] bürokratisch ist.

6.1 Die bürokratische Verwaltung

Die *Bürokratie* ist die Herrschaft des Büros, wobei sich der französische Begriff des *bureau* erweitert hat vom Schreibtisch als Möbelstück hin zu den Räumlichkeiten, die zur Arbeit an Schreibtischen eingerichtet wurden, also den Räumlichkeiten der Verwaltung.[2] Es ist jedoch irreführend, Bürokratie als Herrschaft der Verwaltung zu übersetzen, da zwar jeder Staat ein Verwaltungswesen mit ihm übertragenden Herrschaftsbefugnissen hat, der Begriff der Bürokratie jedoch nur einem Teil dieser Ausprägungen von Verwaltung gerecht wird. Der Soziologe Max Weber, der den »Geist des Kapitalismus« auf die protestantische Ethik zurückgeführt hatte, widmete nach dem ersten Weltkrieg sein *opus magnum* der Theorie von *Wirtschaft und Gesellschaft.* Darin legte Weber eine Theorie der Bürokratie vor, welche die bürokratische Verwaltung in Abgrenzung zu früheren Formen der Verwaltung »idealtypisch analysiert«.[3] Die idealtypische Analyse beschreibt dabei weder rein deskriptiv das real Auffindbare, noch rein normativ einen erstrebenswerten Zielzustand, sondern besteht in dem Versuch, die wesentlichen Charakteristika der bürokratischen Verwaltung aufzuzeigen und in Abgrenzung zu anderen Formen der Verwaltung in ihrer Eigenart zuzuspitzen.[4]

Webers Schaffen liegt nun fast ein Jahrhundert zurück und gilt als ein Grundstein der Soziologie. Daher verwundet es nicht, wenn Webers Methoden und Prämissen aus heutiger Sicht oftmals kritisiert werden, in Teilen überholt sind und insbesondere nicht zu postmodernen Ansätzen wie dem von Foucault passen.[5] Schnell wird aber auch deutlich, dass bisher keine überzeugende »Alternative zu Webers Gesamtkonzeption rationaler Bürokratie« vorgelegt wurde und die »moderne Organisationsforschung [...] von jeder theoretischen Geschlossenheit weit entfernt« ist. Der Soziologe Niklas Luhmann, der das Projekt verfolgte, der Gesellschaftstheorie von Weber seine soziologische Systemtheorie gegenüberzustellen, urteilte da-

[1] Siehe Unterkapitel 2.3.
[2] Derlien et al. 2011, S. 15f.
[3] Weber 1922, S. 126, 551ff.
[4] Siehe Unterkapitel 1.4.
[5] Neuenhaus 1993 liefert den Ansatz eines Vergleichs der Konzepte von Weber und Foucault.

her 1964, dass Webers Bürokratiemodell trotz laufender Weiterentwicklung »ein vertrauert und bewährter Erkenntnisbesitz unserer Organisationsforschung« und keineswegs überholt sei.[1] Auch heute noch genießt Webers Modell eine hohe – wenn auch kritische – Wertschätzung. »Vor allem in Deutschland orientieren sich die Organisationssoziologie und die Verwaltungswissenschaft nach wie vor an Webers Analysen«, urteilen Anter et al., und ein Großteil der Kritik an Webers Modell entstehe lediglich durch »erhebliche Missdeutungen und eine generelle Kenntnislosigkeit der Komplexität der Stellung Webers gegenüber der Bürokratie«.[2]

Für Weber ist die bürokratische Verwaltung »die an Präzision, Stetigkeit, Disziplin, Straffheit und Verläßlichkeit, also: Berechenbarkeit für den Herrn wie für die Interessenten« effizienteste Form der Verwaltung. Besonders bedeutungsvoll sei sie dank »universeller Anwendbarkeit auf alle Aufgaben«, weil sie »rein *technisch* zum Höchstmaß der Leistung« vervollkommnet werden könne,[3] und da »prinzipiell hinter jeder Tat echt bürokratischer Verwaltung ein System rational diskutabler „Gründe", d. h. entweder: Subsumtion unter Normen, oder: Abwägung von Zwecken und Mitteln« stehe.[4] So erlaube sie im Wettbewerb mit anderen Verwaltungsformen eine vergleichsweise aufwandsarme Verwaltung auch großer Organisationen, wie sie in der Neuzeit im stehenden Heer, dem damit entstehenden staatlichen Finanzwesen[5] sowie in den großen Fabriken, Krankenhäusern und Schulen aufkommen:

> Der entscheidende Grund für das Vordringen der bürokratischen Organisation war von jeher ihre rein *technische* Ueberlegenheit über jede andere Form. Ein voll entwickelter bürokratischer Mechanismus verhält sich zu diesen [nicht bürokratischen Verwaltungsformen] genau wie eine Maschine zu den nicht mechanischen Arten der Gütererzeugung. Präzision, Schnelligkeit, Eindeutigkeit, Aktenkundigkeit, Kontinuierlichkeit, Diskretion, Einheitlichkeit, straffe Unterordnung, Ersparnisse an Reibungen, sachlichen und persönlichen Kosten sind bei bürokratischer [...] Verwaltung durch geschulte Einzelbeamte gegenüber allen kollegialen oder ehren- und nebenamtlichen Formen auf das Optimum gesteigert.[6]

Genauer sieht Weber die Überlegenheit der bürokratischen gegenüber früheren Formen der Verwaltung begründet in der Vergabe von Ämtern nach *Leistungsvermögen* (anstelle einer Veräußerung etwa),[7] in der *Professionalisierung* der Angestellten und in einem streng überwachten System von *Regeln*, welches willkürliche Vorteilsnahme erschwert. Die Professionalisierung der Büroangestellten erfordert zwar den Aufwand ihrer Lebensabsicherung durch eine hauptberufliche, lebenslängliche Anstellung und eine Altersvorsorge, erlaubt jedoch eine aufwendige Fachschulung, kann zu einer starken Identifikation mit dem jeweiligen Aufgabenbereich führen und ermöglicht den Aufbau eines Verwaltungswissens, welches schließlich Anlass zu einer Verwaltungswissenschaft gibt. Die Möglichkeit des Aufrückens in der Laufbahn ermöglicht dem Angestellten eine gesellschaftliche und wirtschaftliche Besserstellung, welche dieser daher nicht außerhalb der Verwaltung zu suchen braucht. Während die Absicherung von Unterhalt, Altersvorsorge und Karriere den Angestellten die Notwendigkeit einer Vorteilsnahme mildert, vermeidet die Bürokratie auch die Gelegenheit zur Vorteilsnahme, indem sie eine Trennung zwischen Büro und Heim, zwischen Verwaltungsmitteln und persönlichem Besitz, kurzum zwischen Beruflichem und Privatem einführt, welche zwar der Fabrikarbeit ähnelt, den familiengeführten Landwirtschafts- und Handwerksbetrieben des Mittelalters aber

---

[1] Luhmann 1971b, S. 90, 100f. Luhmanns Gesellschaftstheorie soll hier jedoch nicht erörtert werden; zur Sprache kommen lediglich seine Kommentare zu Webers Bürokratiemodell.
[2] Anter et al. 2010, §§ 1f.
[3] Weber 1922, S. 128
[4] Weber 1922, S. 565
[5] Weber 1922, S. 560
[6] Weber 1922, S. 562
[7] Weber 1922, S. 125ff.

noch völlig fremd ist. Schließlich kriminalisiert sie die willkürliche Vorteilsnahme durch verbindliche, erlernbare Regeln, welche dem Angestellten zwar die zur Erledigung seiner Aufgaben nötigen oder wenigstens hilfreichen Mittel und die entsprechende Befehlsgewalt zuweisen, darüber hinaus jedoch seine Zuständigkeit und Mittel beschränken. Die Regeltreue der Angestellten wird dabei überwacht durch eine übergeordnete Instanz der Verwaltungshierarchie, an die von untergeordneter Stellte auch Beschwerden und Berufungen gerichtet werden können. Regelverstöße bleiben jederzeit nachvollziehbar durch die »Aktenmäßigkeit der Verwaltung«, d. h. dadurch, dass alle Anträge und Entscheidungen schriftlich festgehalten und aufbewahrt werden.[1]

Die Regelung der Verwaltungsablaufs kriminalisiert nicht nur die willkürliche Vorteilsnahme, sondern schafft eine neue Rationalität von Verwaltungshandeln, welche es in ihrer Allgemeingültigkeit und Unabdingbarkeit erst ermöglicht, die Verwaltungsarbeit gemäß ihren Zwecken und Werten, unter Berücksichtigung der gewonnenen Erfahrungen, nach gesellschaftlich einheitlichen, verlässlichen, vorhersehbaren und vom Bearbeiter unabhängigen Kriterien zu organisieren. [2] Roland Fischer hat zwar Recht, wenn er auf die Verwandtschaft von logischer Ordnung und Verwaltungshierarchie verweist,[3] die Parallele zwischen Logik und Bürokratie sitzt jedoch noch tiefer. Im Wunsch nach allgemeingültigen Regeln der Verwaltung soll durch die Bürokratie nun auch in der Verwaltung die Doppeldeutigkeit und Unzuverlässigkeit des Subjektiven getilgt werden. An die Stelle des menschlichen Maßes soll auch in der Bürokratie eine Ordnung treten, welche wir schon aus der kulturhistorischen Untersuchung der Anfänge der Logik kennen – eine Ordnung, welche verlässlich, vorhersehbar und möglichst über die Zeit, doch wenigstens durch die Gesellschaft hinweg unveränderlich ist: eine *Wahrheit der Regeln*. Weber bemüht das *sine ira et studio* des römischen Geschichtsschreibers Tacitus, um die ideale Geisteshaltung des Bürokraten zu beschreiben, eine »Herrschaft der formalistischen *Unpersönlichkeit*«: »ohne Haß und Leidenschaft, daher ohne „Liebe“ und „Enthusiasmus“, unter dem Druck schlichter *Pflicht*begriffe« solle der Angestellte arbeiten; er soll sein Tun auf eine gefühls- und anteilslose Mechanik der Regeln reduzieren. Dahinter steht letztlich die Hoffnung, der Angestellte könne durch diese Entsagung »„ohne Ansehen der Person“, formal gleich für „jedermann“, d. h. jeden in gleicher faktischer Lage befindlichen Interessenten«, arbeiten.[4] Die Bürokratie entwickle ihre Eigenart

> um so vollkommener, je mehr sie sich „entmenschlicht“, je vollkommener, heißt das hier, ihr die spezifische Eigenschaft, welche ihr als Tugend nachgerühmt wird: die Ausschaltung von Liebe, Haß und allen rein persönlichen, überhaupt allen irrationalen, dem Kalkül sich entziehenden, Empfindungselementen aus der Erledigung der Amtsgeschäfte, gelingt. Statt des durch persönliche Anteilnahme, Gunst, Gnade, Dankbarkeit, bewegten Herrn der älteren Ordnungen verlangt eben die moderne Kultur [...] den menschlich unbeteiligten, daher streng „sachlichen“ Fachmann. Alles dies aber bietet die bürokratische Struktur in günstiger Verbindung.[5]

Vom Angestellten verlangt die Bürokratie zumindest innerhalb der Verwaltung folglich eine Unterwerfung unter von Menschen aufgestellten, vereinbarten oder aufgezwungenen Regeln bezüglich der ihm aufgetragenen Zuständigkeit, Befehlsgewalt und Handlungsgrenzen. Selbst der Umgang mit Über- und Untergebenen sowie der Umgang mit Sachmitteln soll sich diesen Regeln ergeben: Unterwerfung und Nutzung sollen lediglich dem Befolgen der Regeln dienen und keinesfalls außerbürokratisch angewendet werden. Beispielsweise bezeichnen Amtsmiss-

[1] Weber 1922, S. 126
[2] Weber 1922, S. 125
[3] Fischer 2001
[4] Weber 1922, S. 129
[5] Weber 1922, S. 563

brauch und Veruntreuung Verstöße gegen dieses Regelbefolgen, da hier behördliche und private Interessen vermischt werden.

Das bemerkenswerteste am Regelbefolgen ist seine »Unpersönlichkeit«: In der Absicht, den Einzelnen »ohne Ansehen der Person«, also rein regelfolgend und ohne Rücksicht auf seine Individualität zu behandeln, muss der Angestellte der Bürokratie selbst seine Individualität aufgeben. Luhmann wendet sich der Technik zum Erreichen dieser Unpersönlichkeit im Anschluss an Weber zu und nennt sie *Routine:*

> Die kontinuierliche Verrichtung derselben Tätigkeit läßt die speziellen Fähigkeiten dafür wachsen; sie verringert den Verlust an Zeit und Energie, der durch Umstellung von einer Tätigkeit auf andere eintritt, und sie entlastet die Personalanforderungen des Systems: Es benötigt keine komplizierten Fähigkeitskombinationen mehr, die Anlernzeiten verkürzen sich. Das Ergebnis ist Routinearbeit.[1]

Routinearbeit erfüllt »die Funktion, das System von der Umwelt zu distanzieren und relativ invariant zu setzen«[2], vorhersehbar und berechenbar zu sein durch eine feste, invariante »Verbindung von Signal und Reaktion«, an der »nicht gerüttelt werden« kann.[3] Das routinierte Arbeiten

> wird auf diese Weise umweltabhängig und doch invariant definiert. Es bleibt identisch und wird gleichmäßig gehandhabt, obwohl die informierende Umwelt nicht kontrolliert und beeinflußt werden kann, obwohl sie die auslösenden Informationen unregelmäßig und in unvorhersehbarer Weise streut. Nur die Möglichkeit der Bildung *allgemeiner Erwartungen* in bezug auf die Umwelt ist vorauszusetzen. Im übrigen kann die Umwelt so unstabil sein, wie sie will; das System übersetzt Unregelmäßigkeit in Regelmäßigkeit.[4]

Die kognitive Schwierigkeit der Routinearbeit liegt nicht nur in der Ausführung der immer gleichen Handlung, sondern – in der Verwaltung weit stärker als in der Produktion – in der *Identifikation der Fälle*, also in der Entscheidung, unter welche Regeln eine bestimmte Situation fällt.[5] Voraussetzung von Bürokratie ist daher nicht nur, dass der Angestellte zur Arbeit nach Regeln bereit ist, ihre Handhabung »für den Beamten durch Arbeitsteilung zur Sache der Routine und zum Selbstzweck« wird, sondern auch, dass er fähig und willens ist, den bestimmten Fall einem Regelwerk unterzuordnen und ihn nur dahingehend zu betrachten und zu behandeln, kurzum »seinen Horizont auf seine Routine« einzuengen.[6] Eben hier wird Routinearbeit in den Worten Webers »entmenschlicht« und für Luhmann eine »psychische Last«;[7] denn routiniert zu arbeiten bedeutet dann, sein ganzes Selbst, also nicht nur seine Träume und Begierden, seine Dankbarkeit und seinen Ärger, sondern auch seine Betroffenheit, sein Mitgefühl, sein Engagement, seine Sorgen, seine Zweifel, ja gar seine Skrupel zu missachten oder nur soweit zuzulassen, wie sie sich dem System der Regeln unterordnen.

Diese Entmenschlichung des Handelns ermöglicht eine ›organisierte Skrupellosigkeit‹: Der Sozialethiker Herbert C. Kelman konnte nachweisen, dass Anweisung und Routinisierung von Handlungsabläufen sowie die Entpersonalisierung von Menschen, also gerade zentrale Charakteristika der bürokratischen Verwaltung, moralische Hemmung gegen Gewalt und Gräueltaten abbaut.[8] Besonders eindringlich demonstrieren die Experimente von Stanley Milgram, inwieweit nahezu jeder Mensch zu schockierenden Gräueltaten in der Lage ist, bettet man ihn

[1] Luhmann 1971a, S. 114
[2] Luhmann 1971a, S. 119
[3] Luhmann 1971a, S. 122
[4] Luhmann 1971a, S. 119
[5] Luhmann 1971a, S. 116
[6] Luhmann 1971a, S. 114
[7] Weber 1922, S. 563; Luhmann 1971a, S. 114
[8] Kelman 1973

und sein Handeln nur in bürokratische Strukturen ein.[1] Der Soziologe Zygmunt Baumann versteht den Holocaust folglich nicht als Rückfall ins Barbarische, sondern als Lehrstück der Moderne, denn der Holocaust war kein spontaner Ausbruch, sondern bürokratisch geplant und exerziert.[2] Weber hatte schon zu Ende des ersten Weltkriegs gefragt, wie man die »ungeheure Übermacht« der Bürokratie angesichts ihrer »steigenden Machtstellung« überhaupt noch »in Schranken halten und sie wirksam kontrollieren« könne.[3] Seine Antwort zeigt jedoch ein Dilemma auf, aus welchem sich Webers Theorie nie befreien konnte. Der unpersönlichen Herrschaft der Bürokratie hatte Weber nämlich die »charismatische Herrschaft« gegenübergestellt, welche wie in der Monarchie die Besonderheit des Einzelnen und persönliche Beziehungen betont. Vor diesem Hintergrund legt Weber den Entwurf eines deutschen Nachkriegsstaates vor, welcher neben dem Parlament und dem Verwaltungsapparat einen starken »politischen Führer« vom Schlage Otto Bismarcks vorsieht, welcher kraft seines Charismas die Mechanik der Bürokratie in Schach hält.[4] Die Verwirklichung dieser Vision musste der 1920 verstorbene Weber nicht mehr erleben.

Am Holocaust zeigt sich letztlich in der vielleicht erschreckendsten Form die Macht der bürokratischen Verwaltung. Dennoch soll hier nicht der Untergang der Menschlichkeit heraufbeschworen werden. Stattdessen stellen auch Weber und Luhmann heraus, dass durch die Bürokratie ein für die Moderne konstitutives, neues Maß von Effektivität und Gerechtigkeit in der Verwaltung ermöglicht wird. Insofern ist Bürokratie nicht nur zu verstehen als Versuch der Unterdrückung jeglicher Individualität, sondern auch als Mittel zum Erreichen von gesellschaftlichen Zielen. Weber betont, dass die Regeln nie so vollständig sein können, als dass mit ihnen alles bürokratische Tun vorweg bestimmt sei. Stattdessen pflege die Bürokratie, »die Freiheit und Herrschaft des Individuellen in Anspruch zu nehmen, der gegenüber die generellen Normen überwiegend als Schranken der positiven, niemals zu reglementierenden „schöpferischen" Betätigung des Beamten eine negative Rolle spielten«.[5] Jenseits des Regelzwangs bedarf die Bürokratie also durchaus der positiv wirkenden Freiheit des Angestellten. In der Tat lässt sich die bürokratische Machtausübung damit verstehen als eine disziplinarische Führungstechnik im foucaultschen Sinne. Die Führung, der die Angestellten unterworfen sind, befiehlt: *Nur den Regeln sollst du folgen!* Doch während die Bürokratie, der totalen Institution nacheifernd, die Einhaltung dieser Maxime sicherstellt durch die hierarchische Überwachung und Prüfung ihrer Angestellten, lässt sie ihnen noch im Zwange jene Freiheit, welche für die disziplinarische Führung typisch ist: die Freiheit, sich im Zwange dieser Maxime selbst hervorzubringen. Die Askese, welche das Gebot des strikten Regelbefolgens abverlangt, erfordert dabei die Entmenschlichung des Handelns. Am Ende dieser Askese steht der Anstellte, der nur

[1] Milgram (1963), ein US-amerikanischer Psychologe, konstruierte ein Experiment im Experiment: Die eigentliche Versuchsperson trat als ›Lehrer‹ auf, der eine fiktive Versuchsperson, einen Schauspieler, für Fehler bestrafen sollte. Der ›Lehrer‹ bekam Anweisungen und Rückversicherungen von einem ihm übergeordneten Wissenschaftler und Zugriff auf einen Apparat, mit dem er die fiktive Versuchsperson mit der Routine eines Knopfdrucks per Elektroschock bestrafen konnte. Das überraschende Ergebnis der Studie war, dass – notfalls unter Zuspruch des übergeordneten Wissenschaftlers – fast jede Versuchsperson letztlich lebensgefährliche Stromstöße verabreichte und das auch dann, wenn die fiktive Versuchsperson sich vor (gespieltem) Schmerz krümmte, schrie und um Gnade flehte. Wurde der Abstand zwischen ›Lehrer‹ und fiktiver Versuchsperson größer – durch eine andere räumliche Anordnung, Wand oder räumliche Trennung – stieg die Bereitschaft zu einer lebensgefährdenden Bestrafung noch an.

[2] Bauman 1989, IV

[3] Weber 1988b, S. 333

[4] Weber 1988b

[5] Weber 1922, S. 565

noch der Sachlichkeit dient, der sich den Regeln unterwirft, indem er sie sich zu eigen macht in seinem asketischen »Fachmenschentum«.[1]

Leider ist die soziologische Diskussion bürokratischer Verwaltung, wie sie etwa Derlien, Böhme & Heindl in ihrer auf Weber aufbauenden *Bürokratietheorie* (2011) vorlegen, allzu sehr auf die Betrachtung der Institution verschränkt. Das Individuum taucht nur auf in seinem Verhältnis zur Institution: als disziplinierter Sachbearbeiter, als verwalteter Mensch. Doch auch die Psychologie, etwa die *Praktische Psychologie und Soziologie in der Verwaltung* von Alfred Gößl (1981), die von Schuler & Stehle herausgegebene *Psychologie in Wirtschaft und Verwaltung* (1982) oder die *Psychologie in der Verwaltung* von Althoff & Thielepape (1978), betrachtet die Bürokratie aus einem rein organisationspsychologischen Blickwinkel, also unter der Frage, welche psychologischen Techniken (wie Motivation oder Mitarbeiterführung) die Effizienz einer bürokratischen Verwaltung steigern. Individualpsychologische Voraussetzungen für die Verwaltungsarbeit, die Diskussion der gesellschaftlichen Tragweite dieser Voraussetzungen, ja potentiell kritische Betrachtungen der Bürokratie überhaupt geraten damit in weite Ferne. Die beabsichtigte Gegenüberstellung von bürokratischer und berechnender Geisteshaltung muss sich bezüglich der Bürokratie daher zurückziehen auf das bereits vorgestellte Erbe Max Webers.

6.2 Die Genese des formalen Rechnens

Eine Untersuchung der Geschichte des formalen Rechnens liegt mit dem Werk der Philosophin Sybille Krämer (1988) vor. Darin lässt sich auch die Entwicklung der Geisteshaltung des formalen Rechnens wiederfinden, so dass Krämers Werk die Vorlage liefert für einen Teil der folgenden Ausführungen. Für einen Teil nur, da eine kulturgeschichtliche Interpretation dieser Entwicklung in Krämers Werk fehlt und Krämer diese auch später höchstens ansatzweise nachliefert.[2] Es ist daher schon im Voraus klar, dass die Entwicklung einer Genealogie des Rechnens aus seiner Genese im Folgenden nur angedeutet werden kann.

Die ältesten Zeugnisse des *Zählens*, Knochen mit gleichmäßigen Einkerbungen, reichen bis zu 30000 Jahre zurück. Wenngleich sie auch aus rituellen Praktiken entstanden sein könnten, wird vermutet, dass mit Hilfe der Einkerbungen gezählt wurde. Diese Vermutung wurde dadurch erhärtet, dass Knochen mit Fünferbündelung der Einkerbungen und mit noch komplexeren mathematischen Strukturen gefunden wurden.[3] Es liegt also nahe anzunehmen, dass tatsächlich nicht nur gezählt, sondern das Zählen auch schon dokumentiert wurde. Inwieweit *gerechnet* wurde, ist damit jedoch noch nicht gesagt, ermöglicht doch die Betrachtung zweier Knochen mit Kerben einen Größenvergleich auch ohne Rechnen. Das Rechnen wird vermutlich erst dort notwendig, wo die zu verwaltenden Dinge eine abstrakt große Anzahl erreichen, letztlich in den Stadtstaaten des antiken Orients, den ersten Hochkulturen der Menschheit. In den Stadtstaaten tauchen mit Handel, Reichtum, Bewässerung, Bauwesen, Steuersystem, Erbrecht und Vorratsspeicherung komplexe Größen auf, zu deren Verwaltung nicht nur ein Stand von Rechnern und Schreibern, sondern auch Wissen entsteht, welches aus heutiger Sicht durchaus mathematisch genannt werden kann. Die Ägypter und Babylonier nutzten schon vor 4000 Jahren schriftliche Rechenverfahren, Stammbrüche, eine gute Approximation der Kreis-

[1] Weber 1922, S. 576
[2] indem sie etwa die Entwicklung des Kalküls mit jener der Zentralperspektive in Beziehung setzt (Krämer 1998)
[3] Wußing 2008, S. 10f.

zahl π und den Satz des Pythagoras; sie kannten Rechenverfahren zur Bestimmung von Flächeninhalten und Volumina und zur Lösung von Gleichungen zweiten Grades.[1]

Die Genese des formalen Rechnens ist nun an Hand verschiedener Etappen nachvollziehbar. Schon in der altägyptischen Mathematik tauchen Platzhalter für das Rechnen auf, sie sind jedoch noch Stellvertreter für bestimmte, eindeutige und lediglich noch unbekannte Zahlen und können nicht eine ganze Menge von Zahlen repräsentieren, wie es etwa die Geradengleichung $y = 2x + 1$ vormacht, in der x und y nicht für bestimmte Zahlen stehen, sondern für beliebige Zahlenpaare, die die Gleichung erfüllen. Im antiken Griechenland wird das Rechnen verwissenschaftlicht und damit von den Anwendungskontexten des antiken Orients abstrahiert, indem es in Form einer Algebra an die Geometrie angeschlossen wird. Rechnen löst sich damit von der Ebene des wirtschaftlichen Tuns und wird eine geistige, wenn auch noch geometrisch anschauliche Tätigkeit. Für Unbekannte in der Rechnung bedeutet dies, dass diese zumindest noch geometrisch interpretierbar sein mussten. Mit Vieta entsteht schließlich die Variable, die mehr ist als nur Platzhalter einer noch unbekannten Zahl: Vieta nutzt Variablen stattdessen als Repräsentanten ganzer Mengen von Zahlen zur allgemeinen Formulierung von Gesetzmäßigkeiten und Vorschriften. Indem Descartes Variablen auch für geometrische Gebilde und die Infinitesimalrechnung diese für Funktionen verwendete, werden dem Zeichenrechnen die Grenzen des Zählbaren genommen. Leibniz entwickelte schließlich die allgemeine Theorie des Kalküls, wie wir es heute kennen: als einer künstlichen Schriftsprache mit einem endlichen Satz von Zeichen sowie Regeln ihrer Verknüpfung und Transformation.[2] Die folgenden Ausführungen sollen die Genese des formalen Rechnens in einen kulturhistorischen Zusammenhang einbetten.

6.3 Zeichenrechnen in der Antike

Das altägyptische Rechnen hatte noch keine sprachlichen Möglichkeiten, seine Gesetze allgemeingültig zu formulieren, und dokumentierte die Prinzipien des Rechnens daher in beispielhaften und meist anwendungsbezogenen Aufgaben und Lösungen. Hier war bereits eine Idee zur Selbstverständlichkeit gelangt, welche schon dem Zählen am Knochen innewohnt, nämlich die Idee, dass die Zahl, etwa von Tieren einer Herde, und die entsprechende Zahl der Kerben im Knochen nichts grundverschiedenes, sondern etwas gemeinsames sind, dass die Zahl nichts ist, was dem Gezählten innewohnt, sondern etwas, was sich über das Gezählte erhebt und allem Zählbaren gemeinsam ist, etwas, was dem Wort ›Zahl‹ erst seine Bedeutung verleiht dadurch, dass die Zahl nichts am Gezählten verhaftetes und immer wieder einzigartiges ist, sondern etwas, das erst in seiner stets wiederkehrenden Gesetzmäßigkeit zu einem neuen, vom Gezählten unabhängigen Etwas wird, welches in der ›Zahl‹ auf den Begriff kommt. Insofern setzt bereits das Zählen am Knochen die Eigenweltlichkeit und Eigengesetzlichkeit der Zahl voraus. Diese Rechengesetze lagen als unausgesprochene Idee auch dem altägyptischen Rechnen zugrunde. Im *Haufenrechnen* – der ›Haufen‹ ist die altägyptische Unbekannte – geschieht nun jedoch etwas Neues und Bahnbrechendes: Die Gesetzte der Zahlen werden übertragen auf ein Zeichen, welches keine Zahl ist. Zwar sind Zahlen auch Zeichen, doch sie sind Zeichen, die bereits auf bekannte Größen verweisen, auf ›bestimmte Knochen‹ zeigen, während der Haufen auf keine Größe zeigen kann. Dennoch hat der Haufen seine Grenzen, denn er wird gedacht als bestimmte, eindeutige und bloß noch unbekannte Zahl, sozusagen als noch

[1] Wußing 2008, S. 103-142
[2] Krämer 1998, S. 29

verschleierte oder ausradierte Zahl, keinesfalls aber als beliebige wie in der Geradengleichung. Der Mathematikhistoriker Oskar Becker zitiert eng angelehnt an den originalen Text aus dem Papyrus Rhind, einer überlieferten Papyrusrolle von etwa 1550 v. Chr., die Aufgabe »Haufen, sein $\frac{1}{3}$, sein $\frac{1}{2}$, sein $\frac{1}{7}$, sein Ganzes beträgt 33«,[1] welche wohl verständlicher übersetzt werden könnte als ›Ein Haufen, sein Drittel, sein Halbes und sein Siebtel betragen zusammen 33‹. In unserer heutigen formalen Ausdrucksweise könnten wir die Aufgabe darstellen als Gleichung $h + \frac{1}{3}h + \frac{1}{2}h + \frac{1}{7}h = 33$, für die nun die Zahl h zu finden ist. Diese Aufgabe zeigt exemplarisch die Möglichkeiten und Grenzen des Haufenrechnens. Der Haufen ist nie mehr ist als eine zu findende Zahl, jedoch bereits etwas anderes als eine Zahl: eine Unbekannte als Abstraktum, welches eingeführt wird, um Berechenbarkeit überhaupt erst zu ermöglichen und welches dafür in seiner Bedeutung und Verwendung nur eingegrenzt wird von den Regeln des Zahlenrechnens selbst, welche das Bekannte der Unbekannten sind. Die Rechenregeln haben sich damit von den Zahlen gelöst. Während das Haufenrechnen die Nützlichkeit des regelhaften Operierens bezeugt, indem es zeigt, dass auch mit den größten Abstrakta, dem Unbekannten, fruchtbar gerechnet werden kann, gewinnt das Rechnen durch die regelhörigen Platzhalter neue Möglichkeiten.

Die altgriechische Philosophie greift die Rechenkunst des antiken Orients zunächst auf, entwickelt sie aber weiter. Pythagoras, der in Babylon studiert haben soll, und seine Schüler entwickeln mit Hilfe der Rechensteine, mit denen die alten Griechen auf Rechenbrettern rechneten, eine *Rechensteinarithmetik:* eine erste Wissenschaft des Rechens, welche allgemeingültige Gesetze formuliert. Da die Pythagoreer Zahlen als Figuren von Steinen auslegten, wird auch von ›figurierten Zahlen‹ gesprochen. Durch die derartige Auslegung von Zahlen konnten die Pythagoreer unter anderem die Summenformel der natürlichen Zahlen begründen.[2] Das Rechnen ist nun völlig losgelöst vom Sachbezug, in dessen Bann noch die meisten Aufgaben der orientalischen Antike gestanden hatten. Die Frage nach der Summe der natürlichen Zahlen hat nichts mehr zu tun mit den Anwendungsnöten von Babyloniern und Ägyptern, die das Rechnen zuallererst zur Verwaltung benötigten. Der Umgang der Pythagoreer mit Zahlen ist dennoch nicht ungebunden, sondern gefangen in seiner Repräsentation durch Figuration, in den Darstellungsmöglichkeiten und -grenzen der Rechensteinarithmetik. Die Verschiebung des Interesses wird auch personell sichtbar: Waren im antiken Orient noch die mit Verwaltungsaufgaben betrauten Rechner und Schreiber die Vertreter der damals pragmatischen Mathematik, so ist die theoretische Mathematik, wie sie mit Pythagoras entsteht, die Sache von Philosophen, welche so gut wie nie im direkten Staatsdienst standen. Ausgerechnet werden nun nicht mehr potentiell anwendungsrelevante Größen, sondern – wie im Fall der Summe der natürlichen Zahlen – abstrakte Größen. Die Zahl und das Rechnen werden nicht länger nur gesehen als eine Technik zur Berechnung für die Verwaltung relevanter Größen, sondern als Gegenstand des Wissens an sich.[3] Die pythagoreische Rechenkunst wendet sich der Zahl selbst zu, welche metaphysisch aufgeladen wird: »Und in der Tat hat alles, was erkannt wird, Zahl. Denn es ist unmöglich, irgend etwas zu erfassen oder zu erkennen ohne diese«, sagt Philolaos, ein Pythagoreer.[4] Die Metaphysik der Pythagoreer setzt das Zählen mit dem Erken-

---

[1] Chase 1929; zit. in Becker 1954, S. 8

[2] Vgl. Krämer 1988, S. 28f.

[3] Iamblichos von Chalkis erklärte 800 Jahre nach Pythagoras, dass dieser »als Erster sich als Philosophen bezeichnet hat. Damit führte er nicht nur einen neuen Namen ein, sondern verdeutlichte von vornherein in nützlicher Weise die Sache, um die es ihm ging«: nämlich allein um die *philosóphia*, die Liebe zur Weisheit. (zit. in Gemelli Marciano 2007, S. 105)

[4] zit. in Gemelli Marciano 2007, S. 143

nen, das Messbare mit dem Wirklichen in eins, indem es die Zahl als Prinzip allen Seins setzt. So berichtet Aristoteles kritisch, es

> befassten sich die so genannten Pythagoreer als erste mit der Mathematik und brachten sie voran. Da sie in ihr ausgebildet worden waren, waren sie der Meinung, die Prinzipien der Mathematik seien die Prinzipien aller seienden Dinge. Da nun in den mathematischen Dingen die Zahlen von Natur aus die Ersten sind, die Pythagoreer aber in den Zahlen, mehr als in Feuer, in Erde und in Wasser viele Ähnlichkeiten mit den seienden und entstehenden Dingen zu sehen vermeinten [...] und da sie ferner sahen, dass die Eigenschaften und die Verhältnisse der Harmonien in Zahlen bestehen, da also im Übrigen die ganze Natur den Zahlen zu gleichen schien, die Zahlen aber die Ersten in der ganzen Natur seien, nahmen sie an, die Elemente der Zahlen seien Elemente aller seienden Dinge, und die gesamte Welt sei Harmonie und Zahl; und was sie in den Zahlen und in den Harmonien fanden, das mit den Eigenschaften der Welt und ihrer Teile und mit der ganzen Weltordnung übereinstimmte, dies brachten sie zusammen und passten es einander an.[1]

Die Untersuchung der Zahl an sich – losgelöst von allen Anwendungen des Rechnens – rührt also von ihrer Verehrung als alles erklärendes Prinzip her. Wenn die Zahlen der Ursprung alles Seienden sind, dann gibt es kein ursprünglicheres Wissen zu erlangen als jenes über die Zahlen. Aus dem Glauben an die Berechenbarkeit des Seienden heraus formiert sich eine Theorie der Zahlen, welche bei den Pythagoreern ihren Anfang nimmt. Jedoch hat die Philosophie der Pythagoreer mit der Heroisierung von Pythagoras, der Lehre von der Seelenwanderung und der Mystik der Zahlen etwas durchaus Zauberhaftes, so dass es nicht wunder nimmt, dass sich die strenge Wissenschaft, wie sie Aristoteles begründet, teilweise recht deutlich von den Pythagoreern distanziert. Schließlich ist selbst die pythagoreische Herleitung der Summenformel zu mysteriös, da die Rechensteinarithmetik zu sehr auf die potentiell trügerische Anschauung vertraut. Euklid, dessen *Elemente* der von Aristoteles vorgegebenen logischen Strenge folgen, verbannt alle Herleitungen mit figurierten Zahlen und die damit verbundenen Sätze, insofern sie sich nicht ›streng‹ beweisen lassen, aus seinen Elementen, was besonders deutlich wird in der den Pythagoreern zugeschriebenen Lehre vom Geraden und Ungeraden.[2] In den 200 Jahren von Pythagoras zu Euklid hatte sich im Umgang mit den Zahlen etwas verändert, was für Krämer »als paradigmatisch gelten [kann] für das Verhältnis von altorientalischem Rezeptewissen und griechischem wissenschaftlichen Wissen«. Am Verhältnis von Euklid und den Pythagoreern wird nämlich die »Verdrängung nichtbeweisbarer Erkenntnisse« der Rechenkunst ebenso deutlich wie »diejenige des operativen Beweises gegenüber dem logisch-deduktiven«.[3] Da sich ihr Pragmatismus nicht mit dem altgriechischen Streben nach vor aller Erfahrung wahrem Wissen vereinbaren lässt, wird die Rechenkunst von der griechischen Antike abgewiesen. »In den Büchern VII-IX der ›Elemente‹ Euklids wird zwar die Arithmetik in ihren allgemeinen wissenschaftlichen Grundlagen behandelt – doch keiner dieser Sätze über Zahlen wird auch nur durch ein Zahlenbeispiel erläutert«.[4] Die Mathematik Euklids kann die Algebra und Arithmetik nur insoweit anerkennen, als sie sich geometrisch interpretieren lässt, denn nur für die Geometrie konnte die altgriechische Mathematik durch logisch-deduktive Beweise Wahrheit garantieren. Daher werden in Euklids *Elementen* Zahlen als Strecken und ihre Quadrate als Flächen aufgefasst und die Addition von Zahlen und Quadraten (anders als im antiken Orient) undenkbar. Infolgedessen genießt die Rechenkunst der orientalischen Antike keine Wertschätzung und infolgedessen erst ist die Krise möglich, aus welcher

[1] Aristoteles *Metaphysik*, 985b, in der Übersetzung von Gemelli Marciano 2007, S. 153
[2] Lefèvre 1981
[3] Krämer 1988, S. 31
[4] Krämer 1988, S. 36

sich die altgriechische Mathematik seit der Entdeckung der Inkommensurabilität erst spät und sehr aufwändig befreien kann.[1]

Diophant von Alexandria kann als *enfant terrible* der griechischen Mathematik gelten. Er wirkt nicht nur vermutete fünf Jahrhunderte nach Euklid, sein Werk gilt auch als völlig untypisch für die Mathematik der griechischen Antike und eher noch verwandt mit der Rechenkunst des antiken Orients, welchem er in der Stadt im heutigen Ägypten ja auch räumlich näher war. Diophant interpretiert Zahlen nicht geometrisch, eher noch interpretiert er die Geometrie algebraisch, wenn er unter einem rechtwinkligen Dreieck ein Tripel von Zahlen versteht, wobei das Quadrat der einen die Summe der Quadrate der beiden anderen ist. Er addiert problemlos Flächen und Längen und stellt sich auch sonst arithmetische und algebraische Fragen, welche jenseits geometrischer Deutung liegen. Er führt vielfältige Zeichen für Unbekannte ein, ferner Zeichen für Rechenoperationen und ermöglicht damit die formale Notation von Termen und Gleichungen, zu deren Umformung und Lösung sein Werk vielfältige Anleitungen enthält.[2] Wenngleich das Werk des Diophant zu spät kam, um die absterbende Mathematik der Antike noch entscheidend zu beeinflussen, ist anzuerkennen, dass hier ein erster Schritt getan wird in die Richtung einer Formalisierung der Notation des Rechnens. Das Zeichenrechnen an sich ist damit jedoch noch nicht formalisiert, noch nicht in seiner symbolischen Eigenweltlichkeit angekommen, sondern trotz aller Innovation noch dem Konkreten, der einzelnen Zahl, verpflichtet. Noch immer »steht das Zeichen für die Unbekannte stets für eine wohlbestimmte, wenn auch noch unbekannte Zahl«; die Zeichen des diophantischen Formalismus sind »Abbreviaturen, Abkürzungen für etwas, das im Prinzip auch ohne den Gebrauch dieser Zeichen gegeben ist«.[3] Die fehlende Variabilität der diophantischen Zeichennutzung erklärt schließlich, warum auch er keine allgemeinen Umformungs- und Lösungstechniken formulieren kann, sondern sie wie die Babylonier und Ägypter vor ihm in Lösungsbeispielen demonstrieren muss.

6.4 Vieta und die Modernisierung des Zeichenrechens

Der französische Mathematiker Vieta legte 1591 ein Werk vor, in dem Zeichen auf revolutionäre Weise genutzt wurden, nämlich nicht mehr nur als Platzhalter von unbekannten, aber bestimmten Zahlen, sondern als Rechenausdruck an sich. Vieta stellte »einer *logistica numerosa*, einem Rechnen mit Zahlen, die *logistica speciosa*, das Rechnen mit Figuren bzw. Zeichen« entgegen,[4] unterscheidet also deutlich zwischen dem althergebrachten Zahlenrechnen und seinem Zeichenrechnen. Mit seiner Zeichennutzung kann Vieta allgemeine Lösungsformeln von Gleichungen herleiten oder Rechengesetze in allgemeiner Form darstellen – etwa so, wie wir das Kommutativitätsgesetz der Addition als $a + b = b + a$ ausdrücken. Für Krämer

> bahnt sich in der sich erneuernden algebraischen Bezeichnungsweise eine grundlegende Wende des algebraischen Denkens an: die Algebra bleibt nicht einfach mehr Gleichungslehre, also das Rechnen mit unbekannten Zahlen, sondern wird konzipierbar als ein Rechnen mit Buchstaben, d. h. mit „unbestimmten" Symbolen, die alle möglichen Zahlen repräsentieren können, die in eine vorgegebene Gleichung so einzusetzen sind, daß sich ein richtiger Rechnungsausdruck ergibt. Die

[1] Krämer 1988, S. 33-36
[2] Krämer 1988, S. 36-39
[3] Krämer 1988, S. 38
[4] Krämer 1988, S. 63

> Algebra bleibt nicht länger ein Rechnen mit – wenn auch noch unbekannten – Zahlen, sondern wird zu einem Rechnen mit Symbolen: So kam die mathematische Formel „auf die Welt".[1]

Doch was hatte diese »grundlegende Wende des algebraischen Denkens« in Gang gesetzt? Warum begann sie nicht schon eher, wieso nicht erst später? Für Krämer ist Vietas Werk Teil eines »umfassenden Aufschwunges algebraisch-arithmetischer Verfahren«, welche sich »in der Folge der durch die feste Etablierung des dezimalen Positionssystems eingeleiteten Algorithmisierung mathematischer Verfahren« einstellt.[2] In der Tat ist es naheliegend, dass die rein schriftlichen Rechenverfahren, wie sie in heutiger Effizienz erst durch die indische Zahlenschreibweise ermöglicht werden, zu einer Automatisierung und Abstrahierung des Rechnens führen, für welche das Rechnen mit Zeichen nur noch ein kleiner Schritt ist. Die vorteilhafte Zahlenschreibweise der Inder kann jedoch nicht allein ausschlaggebend für die Entwicklung von Vietas Algebra gewesen, sonst hätten sich bereits die Inder und Araber zu einer solchen Algebra durchgerungen. Deren Zeichenrechnen geht jedoch trotz indischer Zahlenschreibweise nicht über das antik-mittelalterliche Verständnis der Zeichen als Vertreter der bestimmten und nur unbekannten Zahl hinaus, wie Krämer selbst feststellt.[3] Vietas Werk muss also im Zeichen weiterer Veränderungen des Denkens stehen.

Was sich auf der Ebene der Zeichen verändert hatte, war ihr Wesensstatus: Galten sie zuvor noch als Platzhalter für Unbekannte, waren also mit der von ihnen vertretenden Zahl untrennbar verbunden, so braucht die moderne Variable keine Zahl mehr zu vertreten. In $a + b = b + a$ stehen a und b nicht für konkrete und nur unbekannte Zahlen, sondern für alle beliebigen Zahlen; schlimmer noch: $a + b = b + a$ sagt schon gar nichts mehr über Zahlen aus, sondern nur über eine bestimmte Operation auf ihnen. Die Verwendung der Variablen ist lediglich darauf beschränkt, dass die Ausdrücke, die entstehen, wenn für sie Zahlen eingesetzt werden, wohldefiniert sein müssen und den Rechengesetzen der Zahlen nicht widersprechen dürfen. Darüber hinaus ist der Virtuosität im Umgang mit den Zeichen keine Grenzen mehr gesetzt. Die Rechenzeichen haben damit eine Evolution erfahren: Waren sie bis zum Mittelalter nicht mehr als Vertreter echter Zahlen, erheben sie sich nun in einer Eigenweltlichkeit, welche sogar jene der Zahlen hinter sich lässt. Während algebraisches Wissen zuvor nur in Lösungsbeispielen dokumentiert und durch Nachahmung angewandt werden konnte, so erlaubt das Zeichenrechnen seine allgemeingültige Formulierung. Die unterschiedlichen Rechenbeispiele zu einem Wissensbereich können nun wenigen Formeln untergeordnet und aus ihnen geschlussfolgert werden. Damit deutet sich für das Rechnen bereits die Herausbildung einer logischen Ordnung an, für deren Mangel es noch in der klassischen Mathematik verpönt war.

6.5 Die Eigenständigkeit des Zeichenhaften in der Moderne

Vietas Buchstabenrechnen, die »grundlegende Wende des algebraischen Denkens« und die Entwicklung der modernen Algebra überhaupt lassen sich verstehen als Teil eines umfassenderen kulturellen Umbruchs, wie er in der Wende vom 16. zum 17. Jahrhundert stattfand. Foucault hatte in seiner *Ordnung der Dinge* (1966) herausgestellt, dass es keine universelle und ewig richtige Form des Denkens gibt, sondern das Denken ein historisches und kulturelles

[1] Krämer 1988, S. 61
[2] Krämer 1988, S. 61
[3] Krämer 1988, S. 45-53

Phänomen ist.[1] Die zugrundeliegenden Prinzipien dazu, wann ein Zeitalter ein Denken als vernünftig anerkennt oder als unvernünftig abtut, wie es sein Wissen ordnet, schließlich, was es überhaupt zu erfassen in der Lage ist, nennt Foucault die *Episteme* dieses Zeitalters. Foucault geht es in der *Ordnung der Dinge* schließlich darum, die Brüche in der Episteme aufzuzeigen und ihnen geistesgeschichtlich nachzuspüren. Zur Einführung in sein Anliegen zitiert Foucault aus dem Werk des argentinischen Schriftstellers Jorge Luis Borges eine vermutlich fiktive chinesische Enzyklopädie, in der es heiße, dass

> die Tiere sich wie folgt gruppieren: a) Tiere, die dem Kaiser gehören, b) einbalsamierte Tiere, c) gezähmte, d) Milchschweine, e) Sirenen, f) Fabeltiere, g) herrenlose Hunde, h) in diese Gruppierung gehörige, i) die sich wie Tolle gebärden, k) die mit einem ganz feinen Pinsel aus Kamelhaar gezeichnet sind, l) und so weiter, m) die den Wasserkrug zerbrochen haben, n) die von weitem wie Fliegen aussehen.[2]

Foucault geht es hier weniger um den Sachverhalt an sich als um die Wirkung auf ihren westlichen Leser, dessen »Erstaunen« und »die schiere Unmöglichkeit, *das* zu denken«[3]. Foucault kann jedoch zeigen, dass diese Taxonomie trotz ihres für uns wirren Anscheins einen Sinn hat, dass es also nicht prinzipiell unsinnig ist, in dieser Form zu denken. Offenbar erwartet unsere heutige Episteme eine gewisse Ordnung des Denkens. Wir sind verwirrt, verärgert oder belustigt, wenn uns diese verwehrt wird.

Foucault interessiert sich vor allem für den epistemischen Bruch zwischen Mittelalter und Neuzeit. Ein Kapitel seiner *Ordnung der Dinge* widmet er dabei der sich verändernden Rolle der Zeichen für die Erkenntnis.[4] Er legt offen, dass das Denken bis zur Renaissance am Ende des 16. Jhd. geprägt war durch das Prinzip der Ähnlichkeit. Die Suche nach Bedeutung war eine Suche nach Ähnlichkeiten, gesucht waren Dinge, die einander ähnlich waren. So glaubte man im Mittelalter auf Grund der äußerlichen Ähnlichkeit der Eisenhutblüte und des Auges, dass der Eisenhut, eine Pflanzengattung, zur Heilung von Augenleiden geeignet sei.[5]

In der Klassik verändert sich die Episteme grundlegend. Das Denken in Ähnlichkeiten wird abgelöst durch ein Denken in Maßen und Ordnungen.[6] Der 1605 erschienene Roman *Don Quijote* von Miguel de Cervantes, eine Parodie auf die seinerzeit populären Ritterromane, dient Foucault als Dokument dieser Veränderung. Die immer ausschweifender werdenden Ritterromane hatten das mittelalterliche Verlangen nach Ähnlichkeit bereits stark strapaziert und zahlreiche Kritiker der fehlenden Entsprechung von Erzählung und Wirklichkeit auf den Plan gerufen.[7] Die Provokation von Cervantes besteht darin, trotz der literarischen Form des traditionellen Ritterromans seinen Protagonisten zum Antihelden werden zu lassen: zu einem Ritter, dessen Ritterlichkeit stets mehr Traum als Wirklichkeit zu sein scheint. Da sich die Erzählung so deutlich jenseits der Wirklichkeit des Ritterlebens bewegt und dem Leser oft nicht klar wird, was Don Quijote sich erträumt und was er in der Tat vollbringt, geht die Entsprechung von Erzählung und Wirklichkeit verloren. Cervantes‘ *Don Quijote* ist der literarische Ausdruck eines epistemischen Umbruchs weg vom Prinzip der Ähnlichkeit:

> *Don Quichotte* zeichnet das Negativ der Welt der Renaissance. Die Schrift hat aufgehört, die Prosa der Welt zu sein. Die Ähnlichkeiten und die Zeichen haben ihre alte Eintracht aufgelöst. Die Ähnlichkeiten täuschen, kehren sich zur Vision und zum Delirium um. Die Dinge bleiben hartnäckig in

---

1 Foucault 1966, S. 17ff.; auch diskutiert in Downing 2008, S. 39

2 Borges 1966, S. 212

3 Foucault 1966, S. 17

4 Mit ›Zeichen‹ meint Foucault freilich nicht (nur) mathematische Zeichen, sondern Zeichen allgemein, also alle Phänomene des Zeigens auf etwas anderes.

5 Foucault 1966, S. 58

6 Foucault 1966, S. 107ff.

7 Kösling 1961.

> ihrer ironischen Identität: sie sind nicht mehr das, was sie sind; die Wörter irren im Abenteuer umher, inhaltslos, ohne Ähnlichkeit, die sie füllen könnte. Sie bezeichnen die Dinge nicht mehr, sie schlafen zwischen den Blättern der Bücher, inmitten des Staubes. […] Die Sprache zerbricht darin ihre alte Verwandtschaft mit den Dingen, um in jene einsame Souveränität einzutreten, aus der sie in ihrem abrupten Sein erst als zur Literatur gewordene wieder erscheinen wird.[1]

Der Umbruch von der mittelalterlichen zur modernen Episteme kann verstanden werden als eine Verschiebung der Bedeutung des Zeichens im Allgemeinen. Was sich in *Don Quijote* sprachlich die Bahn bricht, erfasst alle Äußerungen des Zeichenhaften: zunächst das Misstrauen ihm gegenüber, die Angst davor, getäuscht zu werden, wie sie der englische Philosoph Francis Bacon 1620 äußert:

> Der menschliche Geist setzt vermöge seiner Natur leicht eine grössere Regelmässigkeit und Gleichheit in den Dingen voraus, als er später findet. Und obgleich in der Natur Vieles nur einmal vorkommt oder voller Ungleichheiten ist, so legt der Geist doch den Dingen viel Gleichlaufendes, Uebereinstimmendes und Beziehungen bei, die es nicht giebt.[2]

Doch Bacons Denken ist noch zum Teil mittelalterlich: er glaubt, dass zwischen den Zeichen und dem, was sie repräsentieren, wahre Verbindungen bestehen; Verbindungen, die ursprünglich, nämlich von Gott erschaffen sind, und für alle Zeit der Entdeckung durch den Menschen offenstehen. Die Welt zu erkennen, bedeutet dann, die Zeichen zu verstehen, die ihr innewohnen:

> Im sechzehnten Jahrhundert war man der Auffassung, daß die Zeichen auf den Dingen niedergelegt seien, damit die Menschen ihre Geheimnisse, ihre Natur oder ihre Kräfte an den Tag bringen könnten. Diese Entdeckung jedoch war nichts anderes als der letzte Zweck der Zeichen, die Rechtfertigung ihrer Präsenz. Es war ihre mögliche Benutzung und wahrscheinlich die beste, aber sie hatten es gar nicht nötig, erkannt zu werden, um zu existieren: falls sie schweigsam blieben und wenn niemals sie jemand bemerkte, verloren sie dennoch nichts von ihrer Konsistenz.[3]

Doch in der *Logik von Port-Royal*[4] von 1662 hat sich die Rolle des Zeichens bereits völlig verändert. Hier entsteht das Zeichen entweder durch eine Definition oder durch die Wahrscheinlichkeit einer empirischen Vermutung. Nichts bleibt von der Ursprünglichkeit und Universalität der Zeichen; stattdessen sind sie nun menschengemacht, fehlbar, verbesserungsbedürftig. Das Zeichen ist nicht mehr das, was vom Bezeichnet heraus zu uns spricht, ihm immanent ist, sondern etwas, was der Mensch den Dingen aufsetzt, um sie zu unterscheiden und ihnen Namen zu geben:

> Im klassischen Zeitalter sich der Zeichen zu bedienen, heißt nicht, wie in den voraufgehenden Jahrhunderten, zu versuchen, unterhalb ihrer den ursprünglichen Text einer gehaltenen und für immer festgehaltenen Rede wiederzufinden. Es heißt vielmehr, den Versuch zu unternehmen, die arbiträre Sprache zu entdecken, die die Entfaltung der Natur in ihrem Raum, die letzten Punkte ihrer Analyse und ihre Kompositionsgesetze gestatten wird. Das Wissen hat nicht mehr das alte Wort an den unbekannten Orten, an denen es vorborgen sein kann, zu entsanden, sondern muß eine Sprache herstellen, die wohlgestaltet ist […].[5]

Folglich ist das Zeichen auch nicht mehr hinzunehmen, wie es ist bzw. geschaffen wurde, sondern es stellt sich nunmehr die Frage, wie die Zeichen sinnvoll zu wählen sind: notwendig wird eine Logik der Zeichen. Sie wird Zeichen auf eine Weise bereitstellen müssen, welche anders als durch die willkürlichen Ähnlichkeiten des Mittelalters in Beziehung zueinander zu setzen sind; sie muss Kriterien für einen Vergleich bereitstellen, die im Sinne des neuzeitlichen

---

[1] Foucault 1966, S. 79-81
[2] Bacon 1620, § 45; zitiert in Foucault 1966, S. 84
[3] Foucault 1966, S. 92f.
[4] Arnauld & Nicole 1662; besprochen in Foucault 1966, S. 92ff.
[5] Foucault 1966, S. 97

Denkens sicher erscheinen. Die Klassiker der antiken Philosophie geben die Vorlage für die Logik der Zeichen: Deren Vergleich wird möglich durch eine *taxinomia* und eine *mathesis*, also zum einen auf der Grundlage einer logischen Ordnung, welche Zeichen und Begriffe nach Identitäten, Unterschieden und ihrer Abstammung organisieren, so wie etwa die Biologie die Lebewesen klassifiziert, zum anderen auf der Grundlage ihrer Vermessung. Ähnlich und sodann vergleichbar sind die Zeichen mit einer gemeinsamen Ordnung oder einem gemeinsamen Maß.[1] Schließlich ließe sich behaupten, dass sich die Ähnlichkeit damit doch in die Moderne gerettet hätte, jedoch gebändigt zu dem, was die Mathematik als wahr anerkennen kann:

> Es ist das klassische Denken, das die Ähnlichkeit als fundamentale Erfahrung und erste Form des Wissens ausschließt und in ihr eine konfuse Mischung denunziert, die man in Termini der Identität und des Unterschieds, des Maßes und der Ordnung analysieren muß. Wenn Descartes die Ähnlichkeit ablehnt, dann nicht, indem er den Akt des Vergleiches aus dem rationalen Denken ausschließt oder indem er ihn zu begrenzen versucht, sondern indem er ihn universalisiert und ihm dadurch seine reinste Form gibt.[2]

Die Erneuerung der Formen der Erkenntnis im Allgemeinen findet seine Auswirkungen in vielen Bereichen gesellschaftlichen Denkens und Tuns. Foucault kann die Veränderungen an drei Beispielen nachvollziehen. So wie die Zeichen wird auch die Welt nicht als zu erkennende und zu bewahrende Äußerung der Schöpfung verstanden, sondern als willkürlich gewachsen und durch den Eingriff des Menschen veränderbar. Darwins Evolutionstheorie begründet eine logische Ordnung der Lebewesen, welche den Menschen als Tier versteht und sein Verhältnis zur Natur in die Krise stürzt. Schließlich tritt der Preis hervor als das Maß, mit dem in der Moderne nahezu alles vergleichbar wird.

6.6 Der Siegeszug des Zeichens

Vietas Algebra lässt sich als relativ früher Ausdruck des Umbruchs zur klassischen Episteme auf der Schwelle zum 17. Jahrhundert verstehen. Zumindest für das Rechnen schlägt er Erneuerungen vor, welche sich auf ähnliche Weise auf das ganze Denken seiner Zeit auswirken: Die Ähnlichkeit der Zeichen mit den Dingen wird zerbrochen; die Zeichen erhalten eine willkürliche Eigenweltlichkeit. Letztere zu hinterfragen, bessere Zeichen zu finden und sie besser zu ordnen, war das wissenschaftliche Paradigma der Klassik. Descartes‘ analytische *Géométrie* (1637a) lässt sich vor diesem Hintergrund verstehen als Versuch, bei der Betrachtung der Geometrie nicht länger nur die *taxinomie*, sondern nun auch die *mathesis* zu nutzen. Dadurch rettet Descartes die Geometrie in die Moderne. Ihre Synthese hat sowohl für die Geometrie als auch für die Algebra bedeutsame Folgen. Krämer stellt fest:

> Es ist nicht der Gedanke wechselseitiger Abbildbarkeit geometrischer und algebraischer Operation, worin die besondere Leistung Descartes‘ besteht; denn zu diesem Gedanken gelangte auch Fermat. Vielmehr ist es der Gebrauch, den Descartes von dieser Einsicht macht und der sich so bestimmen läßt, daß die Algebra nicht nur ein Instrument konkreter geometrischer Problemlösung wird, sondern zugleich ein Instrument, die allgemeine Lösbarkeit von Klassen geometrischer Probleme nachzuweisen. Damit aber bekommt die Technik rechnerischer Verfahren einen Status, der bisher den geometrischen Verfahren vorbehalten blieb: ein begründetes Wissen zu liefern, welches auf Beweisen beruht.[3]

[1] Foucault 1966, S. 107-113
[2] Foucault 1966, S. 85
[3] Krämer 1988, S. 67

Auf der einen Seite erhält die Geometrie selbst neue Methoden, um zu Aussagen zu gelangen. Auf der anderen Seite erhält die Algebra durch die Identifikation mit dem Geometrischen nun endgültig einen ebenbürtigen Status von Gewissheit und wissenschaftlichem Prestige. Die darauffolgende enge Verbindung von Geometrie und Algebra sorgt dafür, dass die Grenzen zwischen Logik und Rechnen immer wieder zu verschwimmen drohen. Die Gleichsetzung von Wahrheit und Berechenbarkeit ist zuweilen explizit beabsichtigt, wie an der Infinitesimalrechnung von Leibniz, welche ein halbes Jahrhundert nach Descartes erscheint, deutlich wird. Krämer urteilt, dass Leibniz sich der Wahrheit seiner Mathematik »nicht am klassischen Ideal des axiomatisch-deduktiven Theorieaufbaus, vielmehr am Ideal der Kalkülisierung« vergewissert;[1] spätestens bei Leibniz wird das Ausrechnen zum Beweis. Dabei ähneln sich die Werke von Descartes und Leibniz zumindest in einem Punkt: Während Descartes die Geometrie der *mathesis* zuführte, vollbringt dies Leibniz für die Mathematik des Unendlichen:

> Leibniz entwickelte einen dem arithmetischen Kalkül formal analogen Infinitesimalkalkül, der es erlaubte, infinitesimale Untersuchungsmethoden als Rechnungen in einer dafür geeigneten Zeichensprache durchzuführen. […] Das Leibnizsche Verfahren ist nicht nur allgemein, sondern hat darüber hinaus die Eigenschaft, eine kalkülisierte Operation zu sein. Leibniz führt also jene Art von Rechenhaftigkeit in die Analysis des Unendlichen ein, für welche Vietas Buchstabenalgebra paradigmatische Geltung hat und die darin besteht, mit Symbolen nach Regeln zu verfahren, die keinen Bezug nehmen auf das, was die Symbole bedeuten.[2]

Besonders deutlich wird dies am Umgang mit den infinitesimalen Größen, welche Leibniz für seine Infinitesimalrechnung nutzt. Während sich die Mathematik seit der Antike unter anderem deshalb gesträubt hatte, mit infinitesimalen Größen zu rechnen, weil keine wirklichen Dinge gefunden werden konnten, denen diese hätten ähnlich sein können, fragt Leibniz gar nicht mehr nach einer Entsprechung des Symbolischen in der Wirklichkeit; die Zeichen haben ihre Eigenweltlichkeit gewonnen.[3] Mit der Infinitesimalrechnung erweitert sich ferner der Bereich dessen, was durch Rechenzeichen repräsentiert werden kann: Waren es zuvor nur Zahlen, werden nun auch Variablen für abhängige Größen, welche wir heute Funktionen nennen würden, eingeführt und mit ihnen rein formal operiert. Schließlich verändert sich grundlegend, auf welche Weise die Zeichennutzung wissenschaftlich betrachtet und forciert wird. Während vor Leibniz bereits einige Mathematiker Lösungen zu substanziellen, aber immer speziellen Fragen der Infinitesimalrechnung vorgelegt hatten, verfolgt Leibniz ganz explizit die Absicht, eine umfassende Theorie vorzulegen, mit deren Hilfe sich alle weiteren Fragen klären lassen. Als solche umfassende Theorie versteht Leibniz ein *Kalkül*, also eine formale Schriftsprache mit begrenztem und definiertem Zeichensatz, mit Regeln zu deren Verknüpfung zu Termen und mit Regeln zur Umformung dieser Terme. Leibniz schreibt:

> Kennt man, wenn ich so sagen soll, den obigen Algorithmus dieses Kalküls, den ich Differentialrechnung nenne, so lassen sich alle anderen Differentialgleichungen durch ein gemeinsames Rechnungsverfahren finden … So kommt es, daß man zu jeder vorgelegten Gleichung ihre Differentialgleichung aufschreiben kann. Dies geschieht, indem man für jedes Glied einfach das Differential des Gliedes einsetzt, für eine andere Größe jedoch (die nicht selbst ein Glied ist, sondern zur Bildung eines Gliedes beiträgt) ihr Differential anwendet, um das Differential des Gliedes selbst zu bilden, und zwar nicht ohne weiteres, sondern nach dem oben vorgeschriebenen Algorithmus.[4]

Damit rückt das Kalkül ganz explizit in den Kreis wissenschaftlicher Betrachtung; Kalkülisierung wird ein wissenschaftliches Anliegen, vor allem für Leibniz. Dieser versucht zunächst,

[1] Krämer 1988, S. 68
[2] Krämer 1988, S. 68f.
[3] Krämer 1998, S. 30
[4] Leibniz 1684; aus dem Lateinischen übersetzt in Krämer 1988, S. 70

»die aristotelische Syllogistik in ein Kalkül umgestalten«,[1] träumt aber bald von einer *characteristica universalis*, einer formalen Schriftsprache, »in der sämtliche Begriffe und Dinge in gehörige Ordnung gebracht werden sollten« und »die zugleich die Technik der Entdeckung neuer Sätze und ihrer Beurteilung umfaßte, deren Zeichen oder Charaktere somit dasselbe leisten, wie die arithmetischen Zeichen für die Zahlen, und die algebraischen für Größen überhaupt«.[2] Die Idee eines logischen Kalküls führt schließlich die Begriffe von Wahrheit und Richtigkeit zusammen. War richtig bisher, was den Regeln eines Kalküls folgend im Sinne von Umformungen hergeleitet werden konnte, fällt dieser Ausdruck im logischen Kalkül mit der Wahrheit zusammen: *Wahr* ist eine Aussage gerade dann, wenn sie durch Umformungen im Kalkül hergeleitet werden kann, also im Sinne des Kalküls *richtig* ist. Wahrheit wird berechenbar.

6.7 Die gemeinsame Geisteshaltung von Rechnen und Bürokratie

Eine Betrachtung der gesellschaftlichen Umstände, unter denen die von Krämer beschriebenen Fortschritte in der Kalkülisierung des Rechnens zustande kamen, zeigt, dass sich die Rechenkunst immer dann verfeinerte und weiter formalisierte, wenn sich das staatliche Verwaltungswesen Webers Ideal der Bürokratie annäherte. Solche Annäherungen sehen wir vor allem in Gesellschaftsformen, die auf einen breiten und professionalisierten Verwaltungsapparat angewiesen sind.[3] Ferner wird durch eine solche Betrachtung ersichtlich, dass die Entwicklung des Rechnens von anderen gesellschaftlichen Entwicklungen nicht losgelöst, sondern untrennbar mit ihnen verbunden ist. Die Art und Weise des Rechnens ist stets Ausdruck seiner Zeit.

Das antike Ägypten, in welchem sich mit dem Haufenrechnen erste Anzeichen einer Algebra entwickelten, war eine Monarchie, die aus zwei Gründen einen besonders effizienten Verwaltungsapparat benötigte: Zum einen war das antike Ägypten urban organisiert, was eine Verwaltung von Vorräten, Steuern, Bauwesen und vielem mehr erforderte. Zum anderen lebte es von der Bewirtschaftung des durch regelmäßige Überschwemmungen fruchtbar gehaltenen Niltals, wodurch das Land alljährlich neu vermessen und aufgeteilt werden musste. Folglich bildete sich im antiken Ägypten ein Verwaltungswesen heraus, welches – vergleichen mit anderen antiken Staaten – noch am ehesten als bürokratisch zu nennen ist. Weber spricht dem »Aegypten in der Zeit des neuen Reichs«, welches zur Zeit des Papyrus Rhind, in welchem die Haufenrechnung überliefert ist, beginnt, als frühstem Reich seiner Betrachtung einen »einigermaßen deutlich entwickelten Bürokratismus« zu:[4]

> In dem ältesten Land bürokratischer Staatsverwaltung, Aegypten, war es die technisch-ökonomische Unvermeidlichkeit gemeinwirtschaftlicher Regulierung der Wasserverhältnisse für das ganze Land von oben her, welche den Schreiber- und Beamtenmechanismus schuf [...].[5]

Die Kaste der Schreiber und Rechner, die sich zur Verwaltung des ägyptischen Staates etablierte, kultivierte jene Mathematik, die uns heute aus dem antiken Ägypten überliefert ist. Dass diese Rechenkünstler mit dem Haufenrechnen eine für ihre Zeit herausragende Abstrak-

[1] Krämer 1988, S. 75
[2] Leibniz 1996, S. 16f.
[3] Und das selbst in der abgelegenen und untergegangenen Kultur der Maya, in deren Zentralstaat unter anderem ein Positionssystem mit Nullen entwickelt wurde (Ifrah 1981, S. 438-475).
[4] Weber 1922, S. 556
[5] Weber 1922, S. 560

tion betreiben, fällt mit dem Umstand der ebenso herausragenden Bürokratisierung der Verwaltung auffällig zusammen.

Darin, wie die Rechenkunst im antiken Griechenland in Ungnade fällt, keine weitere Entwicklung erfährt, ja stattdessen auf ihren geometrisch interpretierbaren Anteil reduziert wird, spiegelt sich wiederum die Natur von Gesellschaft und Wissenschaft der alten Griechen. Zwar hatten sich die Griechen durch Handel und Reisen das Wissen und die Kulturtechniken des antiken Orients, darunter das Schreiben und die Rechenkunst, angeeignet und ihre Macht ebenfalls in Stadtstaaten gebündelt, ihre Verwaltung übertraf die Bürokratisierung des alten Ägyptens jedoch nie. Stattdessen ist die gesamte altgriechische Geschichte geprägt von der Krise des Staates, welche durch den Kampf zwischen dem aufstrebenden Bürgertum und dem Adel begründet liegt.[1] Die Suche der aufkommenden griechischen Wissenschaft nach Wahrheit kann durchaus als Verlangen nach stabilen Verhältnissen interpretiert werden; und nur in diesem Sinne, nicht aber im Sinne der Verwaltungs- oder Rechenkunst, war die griechische Philosophie am Wissen interessiert.[2] Vor diesem Hintergrund können die alten Griechen selbst die pythagoreische Rechensteinarithmetik nicht würdigen, welche der Rechenkunst des antiken Orients letztlich näher zu sein scheint als der Mathematik Euklids. Die Weiterentwicklung der Rechenkunst durch die Rechensteinarithmetik nimmt ihren Anfang im archaischen Griechenland (700-500 v. Chr.), also gerade wieder zu einer Zeit mit für die Entwicklung bürokratischer Verwaltungsstrukturen günstigen Bedingungen. Die Ausweitung des Handels, die Einführung von Münzgeld, die Urbanisierung der Macht und der Übergang von einer adelig organisierten zu einer bürgerlich organisierten Herrschaft führen zu einem Import orientalischer Kulturtechniken, nämlich zur »Verbreitung politischer Institutionen«, der Schriftlichkeit und des Rechenwesens.[3] Die Rechenkunst kann sich jedoch – trotz aller Fortschritte durch die Pythagoreer – nicht gegen die Strenge der Wissenschaft durchsetzen. Zu stark sind der Wunsch nach unumstößlichem Wissen und das Misstrauen gegenüber der möglicherweise trügerischen Anschauung, so dass die anschaulichen Herleitungen durch Rechensteine und ein Großteil der Rechenkunst – wie uns Euklids *Elemente* zeigen – aus dem wissenschaftlichen Diskurs verschwinden (wenngleich sie in der Verwaltung weiterhin eine Rolle gespielt haben mögen).

Diese Degradierung des Rechnens zu unsicherer und womöglich trügerischer Meinung hemmt die Weiterentwicklung der Algebra in Antike und Mittelalter; im Folgenden wendet man sich nur in besonderen Ausnahmefällen dem Rechnen zu. Mit Diophant, der als eine solche Ausnahme gelten kann, erfährt die Rechenkunst erst wieder eine Vertiefung, als die römische Dominanz Griechenlands, welche ab dem 2. Jahrhundert v. Chr. einsetzt, zu einer Straffung der Verwaltung führt. Sprechenderweise ist es nach dem »Aegypten in der Zeit des neuen Reichs« gerade das »spätere römische Prinzipat« zur Zeit des Diophant, dessen Verwaltung Weber als Beispiel einer frühen Bürokratie aufführt.[4] Nach dem Niedergang des römischen Reiches wird die Welt vornehmlich agrarisch-monarchisch beherrscht. Insofern passt es ins Bild, dass die Rechenkunst in Europa keine nennenswerten Fortschritte macht, bis die Renaissance nicht nur eine neue Art der Wissenschaft etabliert, sondern auch ein neues, selbstbewusstes Bürgertum entstehen sieht. Mit dem Anwalt Vieta ist es dann auch ein Bürgerlicher, der die Algebra entscheidend weiterführt.[5] Die weitere Entwicklung des Rechnens geht dann einher mit einer zunehmenden Bürokratisierung, wie sie nach Weber »in immer reinerer Form der moderne

[1] Barceló 2004
[2] Dies wird beispielsweise darin deutlich, welche Fragen des Staates Platon in seiner *Politeia* anspricht.
[3] Barceló 2004, S. 33, 28, 53
[4] Weber 1922, S. 556
[5] Wußing 2008, S. 394

europäische Staat und zunehmend alle öffentlichen Körperschaften, seit der Entwicklung des fürstlichen Absolutismus« erfahren.[1] Für den Übergang zur Neuzeit stellt Wußing fest:

> Mit dem durchgehenden Übergang von der Natural- und Geldwirtschaft und der sprunghaften Erhöhung des Geldumlaufs wurde eine Vielzahl von Problemen aufgeworfen: Buchhaltung, Zahlenschreibweise, Umrechnung verschiedenartigster Währungs-, Gewichts- und Maßeinheiten ineinander, Zins- und Zinseszinsrechnung, Erweiterung des Zahlenbereiches, Ausbildung von zweckmäßigen Rechenverfahren. Es entstand der Beruf des Rechenmeisters; auch innerhalb dieser Zunft bildeten sich Ansätze algebraischen Denkens und algebraischer Symbolik.[2]

Das gemeinsame Fortschreiten von bürokratischer Verwaltung und Rechenkunst begründet die Vermutung eines Zusammenhangs von beidem. Die Geschichte der Kalkülisierung offenbart, dass es Platzhalter als abstrakte Zeichen des Rechnens in etwa so lange gibt wie das Verwaltungsrechnen selbst. Fortschritte in der Verwaltung und im Zeichenrechnen gehen in der Geschichte Hand in Hand, wobei die Verwendung der Rechenzeichen immer freier wird. Doch über jede Weiterentwicklung und Formalisierung in Antike und Mittelalter hinweg bleibt das Zeichen stets der Vertreter einer eindeutig bestimmten und nur noch unbekannten Zahl, welche bereitsteht, seinen Platz einzunehmen, sobald sie bekannt wird. Infolgedessen ist es nicht möglich, Aussagen über eine ganze Menge von Zahlen (wie $a + b = b + a$) allgemeingültig zu formulieren. Da Rechenverfahren nicht allgemein formuliert werden können, werden sie bis zu Vieta in Beispielrechnungen festgehalten. Die Aneignung und Anwendung der Mathematik durch Nachahmung folgt dabei demselben Prinzip wie das Verhältnis zwischen Platzhalter und Zahl, nämlich dem der Ähnlichkeit: So wie der Platzhalter einer bestimmten Zahl in Allem bis auf die Bekanntheit seines Wertes ähnlich ist und gar nicht verschieden sein kann, so lässt sich auch jede Rechenaufgabe nur lösen durch Nachahmung einer ähnlichen Rechnung.

Wie Foucault zeigte, ist die Klassik die Zeit, in der das Prinzip der Ähnlichkeit verworfen wird und die Zeichen ihre Eigenweltlichkeit erhalten. Für das Rechnen bedeutet das, dass schon Vieta Zeichen nutzen kann, welche nicht auf bestimmte Zahlen zeigen, sondern nur noch auf sich selbst. Spätestens im Gedanken des Kalküls, wie ihn Leibniz vorantreibt, gehorchen die Rechenzeichen nur noch den ihnen auferlegten Regeln. Durch die klassische Suche nach einer Ordnung der Zeichen wird die Eigengesetzlichkeit der Zeichenwelt anerkannt und ihre Entsprechung mit der Wirklichkeit belanglos. Damit ist das Regelhafte an sich erst geboren.

Vor dem Hintergrund dieser Entwicklung ist dann auch die Herausbildung der modernen Bürokratie zu verstehen. Zunächst gibt es, wie von Schwarz aufgeworfen und von Fischer in die mathematikdidaktische Debatte eingeführt, tatsächlich eine strukturelle Parallele zwischen Bürokratie und Mathematik,[3] denn die patriarchale Ordnung lässt sich verstehen als Vorbild sowohl für die Logik der Mathematik als auch für die Befehlshierarchie in Militär und Verwaltung.[4] Darüber hinaus ist auch in der Bürokratie die Verselbständigung des Zeichens zentral. Deren Anliegen, jedermann »ohne Ansehen der Person« zu behandeln und als Sachbearbeiter *sine ira et studio*, also »ohne Haß und Leidenschaft«, zu handeln, ist Kern des bürgerlichen Begriffs von Gerechtigkeit. Diese Gerechtigkeit kann jedoch erst durch die Verselbständigung des Zeichens erreicht werden, nämlich indem Mensch und Sachbearbeiter auf der einen Seite, Mensch und Verwaltungssache auf der anderen Seite, kurzum Person und Position auseinandertreten. Die Position einer Person war ehedem noch untrennbar mit der Person selbst verbunden. Die Bürokratie interessiert sich jedoch nicht mehr für die Person, sondern

[1] Weber 1922, S. 556
[2] Wußing 2008, S. 307
[3] Schwarz 1985, S. 211ff.; Fischer 2001
[4] Vgl. Unterkapitel 4.3.

nur noch für ihre Position. Rechte, Pflichten, Aufgaben, Möglichkeiten und Grenzen kommen nun nicht mehr Personen an sich zu, sondern lediglich den Positionen, die diese bekleiden. Verlieren sie ihre Position, so auch die damit verbundenen Rechte und Pflichten. Die Position wird zum bürokratischen Zeichen des Menschen, welches alsbald nicht mehr fragt, auf wen es verweist, sondern in seiner regelhaften Eigenweltlichkeit agiert. Das Umgehen mit den Menschen wird in der Bürokratie reduziert auf den Umgang mit ihren Positionen; und für ebendiesen Umgang arbeitet die bürokratische Verwaltung »formal« und »entmenschlicht«, d. h. nach »Regeln«, »faktischer Lage«, »Kalkül«, wie Weber formuliert.[1] Es ist also die Verselbständigung der Zeichen, das Aufgeben des Anspruchs, dass das Zeichen immer zeigen muss auf etwas ihm in Ähnlichkeit verbundenes, was sowohl hinter der Behandlung nach Position als auch hinter dem Rechnen im Kalkül steht, was also Voraussetzung ist von moderner Algebra und bürokratischer Verwaltung. Der Wissenschaftshistoriker Theodore M. Porter schreibt in seinem Buch *Trust in Numbers* (1996):

> What is special about the language of quantity?
>
> My summary answer to this crucial question is that quantification is a technology of distance. The language of mathematics is highly structured and rule-bound. It exacts a severe discipline from its users, a discipline that is very nearly uniform over most of the globe.[2]

Porter stellt das Rechnen also dar als eine Technik des Distanzierens. Die Rechenkunst erlaubt es, die Phänomene unserer Welt nicht an sich betrachten zu müssen, sondern sie auf quantifizierbare Zeichen zu reduzieren und fortan in der Eigenweltlichkeit dieser Zeichen jenseits der je phänomenologischen Eigenarten zu operieren. In dieser Technik liegt sowohl die Funktionalität des Rechnens, als auch seine Ignoranz gegenüber dem Berechneten begründet.

Hendrik Vollmer gehört zu jenen Soziologen, die das Beforschen des *organisierten Rechnens* nicht allein den Ökonomen wie in der anglophonen Forschung zum *accounting* überlassen, sondern eine *Soziologie des Rechnens* etablieren wollen.[3] Attraktiv für große Organisationen ist das Rechnen auf Grund seiner geistigen Nähe zur Bürokratie. Durch organisiertes Rechnen werden komplexe soziale Situationen bürokratisch handhabbar. Vollmer interessiert vor allem, wie organisiertes Rechnen Kontrolle ermöglicht und welchen Blick auf die Situation es dabei forciert. Er untersucht die »Stiftung von Wirklichkeiten durch die Reproduktion von Zahlen aus Zahlen« und sieht alles weitere Organisieren »nachhaltig in den Bann organisierten Rechnens« gezogen.[4] Die wirklichkeitsstiftende Funktion des Rechnens ist für die moderne Gesellschaft konstitutiv. In der Verwaltung komplexer gesellschaftlicher Strukturen sind es meist mathematische Modellierungen, die eine Steuerung erst ermöglichen. Preise, Kosten, Erträge, Löhne, Überstunden, Bruttosozialprodukte, Blutzuckerspiegel und Schulnoten zeugen davon, dass längt nicht mehr nur Warenwert, sondern auch Arbeit, Gesundheit und Bildung auf messbare Größen reduziert gehandhabt werden. In allen Fällen sind die Berechnungen Entscheidungsgrundlagen; denn ob jemand produktiv, gesund oder gebildet ist, wird nun an seinen Zahlen ablesen. Während diese alltäglichen Beispiele noch auf relativ elementarer Mathematik beruhen, werden die Modellierungen mit der zu steuernden Organisation immer komplexer. Immer mehr gesellschaftlichen Gebieten versucht man mit Berechnungen Herr zu werden.[5] Folgenreich ist, dass die mathematische Struktur dieses organisierten Rechnens sich

[1] Weber 1922, S. 129, 563
[2] Porter 1996, S. ix
[3] Richtungsweisend dazu ist Vollmer 2004.
[4] Vollmer 2004, S. 450
[5] In einem konkreten Beispiel begegnete die Verwaltung einer Universität der Beschwerde eines Lehrstuhls über einen Mangel an Lehrpersonal mit einer Berechnung, in der Posten wie *Lehrveranstaltungsaufwand*, *curricularer Wert*, *Lehrnachfrage* und *Lehrangebot* nicht mehr waren als bloße Zahlen, die

nicht von der Sache her aufdrängt, also nicht der Situation immanent wäre und nur enthüllt würde. Vielmehr unterliegt die Modellierung – wie das Beispiel in der Fußnote zeigt – zu einem großen Teil der Willkür derer, die über sie entscheiden: »Über organisiertes Rechnen wird entschieden«.[1] Diese Entscheidungen prägen dann nachhaltig den Blick auf eine Situation und bestimmen, in welcher Weise »weiter geplant, verspielt oder verknappt werden kann«.[2] Infolgedessen ist eine Anwendung des Rechnens immer politisch zu verstehen und die Verlässlichkeit des Rechnens begrenzt.

Wenn es die bürokratische Geisteshaltung ist, die organisiertes Rechnen, Bürokratie und Kalkulationen erst ermöglichen, so muss eine zentrale Aufgabe moderner Erziehung darin bestehen, diese Geisteshaltung erst zu ermöglichen: zunächst zu akzeptieren, dass sie nur nach ihren Regeln zu behandeln sind, ohne Berücksichtigung dessen, worauf sie zeigen mögen, dann ihre Regeln zu kennen, zu verstehen und nach ihnen handeln zu können. Der professionelle ›Sachbearbeiter‹ muss diese Geisteshaltung stets aufrecht erhalten, selbst unter ungünstigen Bedingungen wie bei Erschöpfung oder Langeweile, wie sie bei gleichförmiger Arbeit einsetzen mag. Dem späten Wittgenstein ist das Rechnen das Paradebeispiel für ein unerbittliches Regelfolgen:

> Wir sagen: »Wenn ihr beim Multiplizieren wirklich der Regel folgt, MUSS das Gleiche herauskommen.« Nun, wenn dies nur die etwas hysterische Ausdrucksweise der Universitätssprache ist, so braucht sie uns nicht sehr zu interessieren. Es ist aber der Ausdruck einer Einstellung zu der Technik des Rechnens, die sich überall in unserm Leben zeigt. Die Emphase des Muß entspricht nur der Unerbittlichkeit dieser Einstellung, sowohl zur Technik des Rechnens, als auch zu unzähligen verwandten Übungen.[3]

Für Weber bedarf die Bürokratie daher der Ausbildung von einem »Fachmenschentum«. Vor diesem Hintergrund verweist er auf den Nutzen von Fachschulung, welche durchaus auch eine »Wirkung auf die Art der *Erziehung* und *Bildung*« habe:

> Universitäten, technische Hochschulen, Handelshochschulen, Gymnasien und andere Mittelschulen, stehen unter dem beherrschenden Einfluß des Bedürfnisses nach jener Art von „Bildung", welche das für den modernen Bürokratismus zunehmend unentbehrliche Fachprüfungswesen züchtet: der Fachschulung. […] Die „Demokratie" steht auch der Fachprüfung, wie allen Erscheinungen der von ihr selbst geförderten Bürokratisierung, in zwiespältiger Stellungnahme gegenüber: einerseits bedeutet sie oder *scheint* sie doch zu bedeuten: „Auslese" der Qualifizierten aus allen sozialen Schichten an Stelle der Honoratiorenherrschaft. Andererseits fürchtet sie von der Prüfung und dem Bildungspatent eine privilegierte „Kaste" und kämpft daher dagegen.[4]

Damit entwickelt sich in der Moderne eine völlig neue Dimension von Bildung, denn in allen vormodernen Gesellschaften, auch in denen mit aufwendiger Verwaltung,

> war Ziel der Erziehung und Grundlage der sozialen Schätzung […] nicht der „Fachmensch", sondern – schlagwörtlich ausgedrückt – der „kultivierte Mensch". Der Ausdruck wird hier gänzlich wertfrei und nur in dem Sinne gebraucht: daß eine Qualität der Lebensführung, die als „kultiviert" *galt*, Ziel der Erziehung war, nicht aber spezialisierte Fachschulung.[5]

Es ist also festzuhalten, dass das Zeichenrechnen und die bürokratische Verwaltung nicht nur zeitgleich entstehen und sich in ihrer Geisteshaltung durchaus ähneln, sondern dass auch

---

geschickt verrechnet dokumentierten, dass gar kein Personalmangel bestehe. Dass der Berechnung völlig realitätsferne Annahmen zu Grunde lagen, wurde auf Nachfrage explizit anerkannt, konnte die Gültigkeit der Berechnung jedoch nicht anfechten, da die falschen Annahmen von Vorgesetzen vorgeschrieben seien. So diente die Berechnung als fragwürdige Legitimation für eine Entscheidung, die der Problemlage nicht gerecht wurde.

[1] Vollmer 2004, S. 451

[2] Vollmer 2004, S. 454

[3] Wittgenstein 1994, S. 130

[4] Weber 1922, S. 576

[5] Weber 1922, S. 578

Bildung im modernen Sinne und damit allgemeinbildender Mathematikunterricht entstehen unter dem Zeichen einer Vorbereitung auf spezialisierte Verwaltungstätigkeiten.

6.8 Das bürokratische Dispositiv

In den gesellschaftstheoretischen Begriffen Foucaults bedürfen das Zeichenrechnen und die bürokratische Verwaltung Techniken zur Selbstführung, die es erlauben, die persönliche Sicht auf das zu Berechnende oder zu Verwaltende zurückzustellen, das zu Berechnende oder zu Verwaltende auf der Grundlage vorgegebener Regeln wahrzunehmen und schließlich gemäß dieser Regeln zu behandeln. Ob es sich dabei um eine gemeinsame Selbstführungstechnik oder um zwei ähnliche Selbstführungstechniken handelt, scheint eine theoretische Frage ohne große Konsequenzen zu sein. Nimmt man diese Unterscheidung vor, so lässt sich dennoch festhalten, dass beiden Gebieten strukturgleiche Normen zugrundeliegen und der Einzelne diesen auf Grund seiner Erfahrung und Selbstführung in einem Gebiet auch im anderen Gebiet analog begegnen kann. Insgesamt offenbaren sich beide Techniken als Teil eines größeren Umbruchs im Umgang mit dem Selbst, denn in der Moderne lernt der Mensch ganz allgemein von jedwedem Bezeichneten losgelöste Zeichen als sinnvolle Objekte des Denkens zu akzeptieren und zu nutzen.

Die Technik zur Führung der Anderen besteht in beiden Gebieten aus einem Zusammenspiel von Regeln und Geisteshaltung: Zum einen wird dem Einzelnen in Form von Regeln vorgegeben, wie er zu rechnen oder zu verwalten habe; zum anderen bedarf es aber der Askese des Einzelnen, um die für den Fall ausschlaggebenden Regeln zu identifizieren und anzuwenden. Rechner und Verwalter werden dadurch zu Komplizen der Macht; sie haben sich als Subjekte hervorgebracht, welche die Anforderung, etwas nach diesen oder jenen Regeln zu berechnen oder zu verwalten, bereitwillig und erwartungsgemäß umsetzen.

So wie die Akzeptanz logischer Argumentations- und Denkformen auf eine Askese im logischen Denken baut, braucht es auch beim Rechnen und in der Verwaltung Sozialisationsanlässe, die eine Askese im bürokratischen Denken anstoßen. Bevor Einzelne als Rechner und Verwalter geführt werden können, müssen sie zu einer Existenz als Rechner und Verwalter geführt werden. Eine solche Askese kann ausgebildet werden innerhalb der Verwaltung selbst, also in Form einer »Fachschulung«; jedoch auch propädeutisch in »Erziehung und Bildung«,[1] indem in geistig nahestehenden Gebieten wie dem des Rechnens eine solche Askese angestoßen wird.

Als Askese lassen sich wie bei der Logik zugespitzt zwei Wege unterscheiden: Im einen Fall bildet der Einzelne Techniken zur Führung des Selbst aus, die es ihm erlauben, Situationen auf Fälle und Rechnungen zu reduzieren und entlang vorgegebener bürokratischer und mathematischer Regeln zu bearbeiten. Damit unterwirft sich der Einzelne zwar dem bürokratisch-berechnenden Denken, bringt sich aber in eine vorteilhafte Position innerhalb der Gesellschaft, indem er erstens seinen eigenen Umgang mit ihm im Privaten auferlegter Verwaltung reflektieren und optimieren kann und zweitens im Beruf für Verwaltungsaufgaben qualifiziert ist. Im anderen Fall bildet der Einzelne jedoch keine entsprechenden Techniken zur Führung des Selbst aus – sei es, weil er es nicht kann oder weil er es nicht möchte. Er mag dann Situationen nicht auf Fälle und Rechnungen reduziert wahrnehmen, den bürokratischen und mathematischen Regeln nicht folgen und seine Persönlichkeit aus der Betrachtung der Situation nicht ausschließen, wodurch er eher im Mathematikunterricht scheitert, im privaten Umgang mit Verwaltungen Schwierigkeiten hat und für bürokratische Aufgaben im Beruf ungeeignet ist. In diesem Denken wäre ein Scheitern im Mathematikunterricht gar ein denkbarer Indika-

[1] Weber 1922, S. 576

tor für die Eignung für Verwaltungstätigkeiten. Wiederum ist es jedoch so, dass sich der Einzelne der Mathematik im Pflichtunterricht ebenso wenig entziehen kann wie der Bürokratie im Erwachsenenleben. Sein Unvermögen oder Unwille, sich den Erfordernissen von Rechenkunst und Bürokratie anzupassen, führt dann in beiden Fällen zu Ausschluss und Benachteiligung: Im Mathematikunterricht wird dem Scheiternden die Anerkennung und Weiterempfehlung versagt, in der Verwaltung kommt er nicht zu seinem Recht und versteht den unpersönlichen Umgang mit ihm als Missachtung. In der Folge mag die Askese wiederum darin bestehen, sich vom Rechnen und von der Bürokratie abzuwenden, die Auseinandersetzung mit diesen Gebieten zu minimieren und schließlich so weit wie möglich Experten zu überlassen. So verhält es sich mit dem Rechnen und der Bürokratie schließlich genauso wie mit der Logik: Die Optionen der Askese bewegen sich zwischen den Polen der Komplizenschaft und Isolation und es ist in der Regel nicht möglich, sich der Herrschaft dieser modernen Führungstechniken zu entziehen.

Institutionell ist das bürokratische Dispositiv vielschichtig verwoben. Jenseits der Sozialistationsanstalten Schule und Mathematikunterricht, welche im Folgenden noch näher betrachtet werden, treten wieder die bei Disziplinartechniken typischen Humanwissenschaften als Institutionen hervor, die mit dem bürokratischen Dispositiv untrennbar verwoben sind. Schließlich lassen sich die Verwaltungswissenschaften, Verwaltungssoziologie und Verwaltungspsychologie, ferner sogar Teile von Pädagogik und Mathematikdidaktik verstehen als wissenschaftliche Suche nach immer besseren Formen der bürokratischen Organisation. Entsprechend wendet sich die wissenschaftliche Literatur zur bürokratischen Verwaltung gerade keinen gesellschaftskritischen oder anthropologischen Fragen zu, sondern diskutiert vornehmlich Techniken zur Erhöhen der Effizient der Verwaltung.

6.9 Rechenunterricht als bürokratisches Propädeutikum

Skovsmose hatte die These formuliert, dass Mathematikunterricht als Propädeutikum und Selektionsinstrument einer verwaltungstechnischen Fachschulung diene, indem er am Beispiel des Rechnens die dazugehörige Geisteshaltung übe. Skovsmose diskutiert den gesellschaftlichen Sinn der tausenden Rechenaufgaben, welche jeder Schüler im Laufe seiner Schulzeit löst, weist unzureichende Erklärungsansätze zurück und fragt schließlich:

> Could it be that ‘normal’ students in fact learn ‘something’, although not strictly speaking mathematics (and certainly not mathematical creativity), and that this ‘something’ serves an important social function? If we look back again at the 10,000 commandments, what do they look like? Certainly, not like any of those tasks with which applied mathematics occupies itself, tasks in which creativity is needed to construct a model of a selected piece of reality. Nor do they look like anything a working mathematician is doing. However, they might have some similarities with those routine tasks, which are found everywhere in production and administration. An accountant has to do sums day after day. A laboratory assistant has to do a series of routine tasks in a careful way. [...] All such jobs do not invite creative ways of using numbers and figures. Instead things have to be handled carefully and correctly in a pre-described way. Could it be that the school mathematics tradition is a well functioning preparation for a majority of students who come to serve in such job-functions?[1]

Skovsmoses These, welcher er nicht weiter nachgeht, ist im Angesicht der vorliegenden Gegenüberstellung von Bürokratie und Rechnen ein naheliegender und fruchtbarer Erklärungsansatz. Wir können nun konkretisieren, worin das »something«, welches am Rechnen gelernt

[1] Skovsmose 2005, S. 11f.

wird, und die vagen »job-functions«, auf die Skovsmose verweist, bestehen: Wir sehen in der Liturgie des institutionalisierten Rechnens die Vorbereitung einer Geisteshaltung, wie sie für die Arbeit in der arbeitsteiligen Verwaltung und Fließbandproduktion notwendig ist.

Zunächst müssen wir jedoch feststellen, dass eine solche Sozialisation durch die Institution des Unterrichts selbst begünstigt wird, zunächst also nichts dem Mathematikunterricht spezifisches ist. So können wir im Lehrer durchaus den weberschen Beamten erkennen: Erst nach Fachschulung, Prüfung und nach den Kriterien des Leistungsvermögens meist hauptamtlich eingestellt, durch eine Wissenschaft des Lehrens unterstützt, von der Schule mit den Mitteln des Lehrens ausgestattet und sonst außerhalb der Schule lebend, innerhalb der Schule dank seiner Position mit Rechten gegenüber seinen Schülern ausgestattet, außerhalb als Person aber machtlos, einem strengen Reglement von Zeit, Pflichten und Curriculum unterworfen, schließlich Techniken beherrschend, mit denen in nahezu jedem Fall von Schüler und Klasse etwas gelehrt werden kann, wird dem Lehrer nur die Karriere weitestgehend verweigert. Doch auch der Schüler erfährt bereits teilweise die bürokratische Geisteshaltung: Er ist nach Leistungsvermögen und Prüfung auf Schultypen und Niveaukurse verteilt, kann dank der Unterhaltspflicht der Eltern im Idealfall ›hauptberuflich‹ Schüler sein, wird durch eine Wissenschaft des Lernens unterstützt, von Schule und Eltern mit den Mitteln zum Lernen ausgestattet, lebt sonst fernab der Schule, unterliegt einem ebenso strengen Reglement von Zeit, Pflichten und Gehorsam, welches außerhalb der Schule jedoch keine Bedeutung mehr hat, und schließlich beherrscht auch er Techniken des Lernens (im Sinne eines Bestehens im Unterricht), welche auf immer neue Fälle von Unterrichtsinhalten angewendet werden. Die Bewältigung der Schule an sich ist damit schon Übung und Prüfung einer bürokratischen Geisteshaltung.

Die Pflichten, die dem Schüler auferlegt werden und ihm Zeit und Gehorsam abverlangen, sind zum größten Teil Aufgaben, also Tätigkeiten, die dem Schüler auferlegt werden. Die Besonderheit der Rechenaufgaben ist nun, dass auf Grund der gemeinsamen Geisteshaltung von Bürokratie und Rechnen nicht nur die Bewältigung von Schule an sich, sondern die Bewältigung jeder einzelnen Aufgabe eine entsprechende Geisteshaltung erfordert, insbesondere nämlich die Einsicht in die Eigengesetzlichkeit der Zeichen, welche für das moderne Denken konstitutiv ist. Die Rechenaufgabe bietet die Möglichkeit zum fremdbestimmten Spiel mit fremdbestimmten Zeichen nach fremdbestimmten Regeln, meist unter Ausschluss der Frage nach dem Individuellen, also nach dem Bezeichneten und dessen Verhältnis zum Schüler. Wie die Arbeit in der Verwaltung erfordert das Lösen der Rechenaufgabe nicht nur die Fähigkeit, sondern auch die Bereitschaft dazu, Aufgaben als Fälle zu betrachten, also gerade nicht als etwas Einzigartiges, sondern lediglich als etwas, welches auf vorgegebene Zeichen zu reduzieren und nach vorgegebenen Regeln zu behandeln ist. Selbst bei realitätsbezogenen Mathematikaufgaben scheint es, als erwachse ihre Schwierigkeit für die Schüler vornehmlich aus der Frage, unter welches (mathematische) Regelwerk die geschilderte Situation fällt, wie sie folglich behandelt werden kann.[1] Eine solche Technisierung, d. h. Anbindung der Aktivitäten an vorgegebene Regeln, wurde schon als Metatrend mathematikdidaktischer Interventionen herausgestellt;[2] wir sehen sie beispielsweise, wenn die Schüler als erstes Beweisverfahren die vollständige Induktion, also das vermutlich technischste aller Beweisverfahren erlernen. Die Bürokratisierung des Denkens, wie sie das Zeichenrechnen auf die Spitze treibt, scheint den Aktivitäten des Mathematikunterrichts im Allgemeinen zu Grunde zu liegen.

Das Gelingen und Misslingen der Bewältigung von Rechenaufgaben eröffnen die Möglichkeit, das individuelle Bild als auch das gesellschaftliche Ansehen von Mathematik nachhaltig zu

[1] Vgl. dazu das folgende Kapitel.
[2] Vgl. Unterkapitel 2.3.

prägen. Hier zeigt sich im Detail, wie die Askese zwischen den Polen der Komplizenschaft und Isolation verläuft. Erfolgreich ist im Mathematikunterricht derjenige Schüler, der die Eigenweltlichkeit des Symbolischen akzeptiert, seine persönlichen Assoziationen und Gefühle zu Rechnungen und Mathematisierungen zurückstellt und lediglich den vorgegebenen Rechenregeln folgt. Der Schüler, der nicht in der Lage oder willens ist, die Eigenweltlichkeit des Symbolischen zu nutzen und Zeichen stattdessen versteht als ein Zeigen auf etwas Wirkliches, welches dem Zeichen in Ähnlichkeit verbunden ist, läuft stattdessen Gefahr, stets Ausschau zu halten nach dem Konkreten, welches dem Rechenzeichen ähnlich ist, und das Rechenzeichen an sich nicht als eigenartiges Objekt verstehen zu können. In genau diese Richtung verweist insbesondere die auf Basil Bernstein aufbauende Forschung zu sozialen Determinanten des Mathematiklernens,[1] wurde doch gerade hier aufgezeigt, wie Schüler an Mathematikaufgaben scheitern, da sie zwischen einem fachlich-formalen (das heißt hier: bürokratischen) und einem lebensweltlichen Diskurs nicht unterscheiden können.

Damit ist gezeigt, dass auch das vorgeblich wertfreie Zeichenrechnen der ›reinen‹ Mathematik untrennbar verwoben ist mit gesellschaftlichen Bedürfnissen, Disziplinierung und Selektion. Der Rechenunterricht stellt sich dar als eine Institution, welche wie keine andere eine Askese im bürokratischen Denken anstoßen und deren Erfolg bewerten kann. Damit ist der technisch dominierte Mathematikunterricht keine unpolitische Veranstaltung, sondern die herausragende Sozialisationsinstitution eines Denkens, welches für unsere moderne Zivilisation konstitutiv ist: des bürokratischen Denkens im Speziellen, welches unserem modernen Verständnis von Effizient und Gerechtigkeit zugrundeliegt, und des Denkens in eigenweltlichen Zeichen im Allgemeinen.

[1] Vgl. Unterkapitel 3.3.

Kapitel 7 – Aufgaben als Führungstechnik des Mathematikunterrichts

Im Sinne Foucaults lässt sich das Aufgabenstellen im Mathematikunterricht als eine Führungstechnik verstehen. Da sich der Mathematikunterricht hauptsächlich um Aufgaben herum aufbaut, kann das Aufgabenstellen sogar als *die* dominante Führungstechnik des Mathematikunterrichts angesehen werden. Es handelt sich dabei um eine Technik, welche Schüler in die Situation versetzt, unter Androhung nachteiliger Konsequenzen eines Scheiterns, beispielsweise in Form schlechter Noten, einen spezifischen Anspruch erfüllen zu müssen. Dabei ist das Aufgabenstellen zu verstehen als Disziplinartechnik, denn kaum eine Aufgabe wird dem Schüler alle Notwendigkeiten zur Lösung in die Hand geben, um dann nur zwischen richtigem und falschem Befolgen eines anbefohlenen Weges zu unterscheiden. Sie wird stattdessen immer so viel Führung zurückhalten, als das ein Scheitern des Schülers ermöglicht wird, denn andernfalls ließe sich nicht prüfen, inwieweit ein Schüler den jeweiligen Aufgabentyp zu bewältigen gelernt hat. Selbst in monotonen Folgen von immer gleichen Aufgaben, wie etwa im duzendfachen Niederschreiben eines Buchstabens beim Schrifterwerb, lässt sich noch die Disziplinierung erkennen, nur dass der Schüler in diesem Fall nicht sein Denken, sondern seine Gesten und seine Affekte zu beherrschen lernen soll. Das Aufgabenstellen ist keine negative Technik wie die des Verbots, welche lediglich einzuschränken und zu unterbinden vermag, sie ist vielmehr positiv, indem sie dem Schüler auferlegt, sich als Löser der Aufgabe hervorzubringen.

Um sich als Aufgabenlöser selbst hervorbringen zu können, muss der Schüler notwendig eine Askese durchlaufen. Die Askese besteht darin, eigene Techniken zum Lösen eines gewissen Aufgabentyps hervorzubringen. Eine solche Technik besteht jedoch nicht nur aus Abfolgen von Gesten und mentalen Operationen, sondern auch aus der Nutzbarmachung von Wissen, der Ausbildung passender Vorstellungen und einer vorteilhaften affektiven Haltung. Durch seine Askese bringt sich der Schüler als Mensch hervor, der die Aufgaben des Mathematikunterrichts in einer gewissen, möglichst vorteilhaften Weise angeht. Dass diese Herangehensweise an die Situation jedoch nicht auf den ursprünglichen Bereich der Askese beschränkt bleibt, sondern sich so tief in die Persönlichkeit des Einzelnen einbrennen kann, dass er auch andere, ihm in gewisser Weise ähnlich erscheinende Situation anwendet, hat Foucault für die Askese bei disziplinärer Führung hervorgehoben und ist auch die Grundlage all jener Hoffnungen, welche die Didaktik in die Idee einer formalen Bildung legt. Im Fall einer formalen Bildung soll nämlich gerade am Exemplarischen eine Form des Denkens entwickelt werden, welche dann auf eine breite Auswahl von Situationen anwendbar ist.[1] Insofern ließe sich nicht nur argumentieren, dass der Schüler am Lösen *einiger* Beispiele quadratischer Gleichungen etwas über das Lösen quadratischer Gleichungen *im Allgemeinen* lerne, sondern genauso gut, dass er am Lösen von Rechenaufgaben ganz unterschiedlicher Typen etwas lernt, was dem Lösen von Rechenaufgaben gemeinsam ist. Das vorangegangene Kapitel dieser Arbeit war angetreten zu untersuchen, worin dieses Gemeinsame besteht.

Es liegt nahe, die Frage nach dem Allgemeinen, welches bestimmte Typen von Aufgaben zu lernen ermöglichen, über Rechenaufgaben hinaus auszuweiten, etwa auf offene, anwendungs-

[1] So weist beispielsweise Wagenschein (1968) den exemplarischen Charakter des Inhalts, an dem man etwas Allgemeines lerne, als einen Kern seiner Unterrichtsphilosophie aus.

orientierte und eingekleidete Aufgaben. Dieser Versuch soll im Folgenden unternommen werden.[1]

7.1 Rechenaufgaben

Versteht man *Rechenaufgaben* als Aufgaben, bei denen eine eindeutige Lösung gesucht ist und der Schüler ein ihm bekanntes, allgemeines Rechenverfahren anwenden kann, so lässt sich feststellen, dass der überwiegende Teil der Aufgaben des Mathematikunterrichts aus ebensolchen Rechenaufgaben besteht.[2] Skovsmose hatte bereits die Frage aufgeworfen, ob die Fülle dieser Aufgaben Anlass bietet zur Ausbildung oder wenigstens Prüfung einer Geisteshaltung, die der immerwährenden Wiederholung fremdbestimmter Aufgaben nach fremdbestimmten Regeln zu Gute kommt.[3] Wir können in der Rechenaufgabe den am stärksten geregelten Aufgabentyp sehen: Zur Lösung sind zum einen die Größen zu identifizieren, welche im Rechenverfahren zur Lösung überführt, also ›verrechnet‹ werden können, zum anderen ist das Rechenverfahren anzuwenden. Das Rechenverfahren selbst ist durch die Stellung der Aufgabe im Lehrgang direkt nach der Erarbeitung eines Verfahrens – anders als bei offenen Aufgaben, welche ich im Folgenden diskutieren werde – nicht auszuwählen, sondern vorgegeben. Der Erfolg in Rechenaufgaben hängt dann auch davon ab, inwieweit man allen möglichen affektiven Widrigkeiten zum Trotz den fremdbestimmten Regeln in der Lösung der monotonen Aufgabenreihen folgen kann und will. Die Beachtung persönlicher Bedürfnisse (nach Erholung, Abwechslung, usw.) und das Infragestellen der Regeln gefährden den Erfolg beim Lösen der Rechenaufgaben. In letzter Konsequenz führt die Askese, welche die Dominanz von Rechenaufgaben dem Schüler abverlangt, daher notwendig zu einer Geisteshaltung der Ignoranz gegenüber persönlichen Bedürfnissen und zu einem unkritischen Regelbefolgen.

Darüber hinaus wurde im vorangegangenen Kapitel herausgestellt, dass das Rechnen, insofern es sich des Zeichenrechnens bedient, die Eigenweltlichkeit der Zeichen voraussetzt, also die Ähnlichkeit von Zeichen und Bezeichnetem negiert und das Zeichen nur innerhalb seines Regelwerks konstituiert sieht. Daher ist die Rechenaufgabe nicht ›irgendein‹ Aufgabentyp, welcher sich höchstens durch seinen engen Schematismus, seine Kürze und seinen hohen Takt von anderen Typen unterscheidet, sie ist vielmehr einzigartig darin, dass sie die Eigenweltlichkeit des Symbolischen auf zwei verschiedenen Ebenen in sich trägt: zum einen nämlich – wie zum Ende des vorangegangen Kapitels dargelegt und nahezu allen Schulaufgaben gemeinsam – in Form jener bürokratischen Unpersönlichkeit, mit der der Schüler in der Schule behandelt wird und auch den Lerninhalten als fremdbestimmtem und abzuarbeitendem Kanon gegenübersteht; zum anderen aber auch in Form des Verfahrens selbst, mit dem jeder einzelnen Aufgabe zu begegnen ist. Keine andere Form von Aufgaben ist bezüglich der Regeln ihrer Bearbeitung strenger, der individuellen Interpretation gegenüber verschlossener oder stärker dem Allgemeinverbindlichen zugewandt; das Rechnen mit Zeichen schafft erst den Raum, in dem derart regelorientierte und unpersönliche Aufgaben gestellt werden können.

[1] Ausgeklammert werden dabei andere Aufgabentypen, unter anderem Aufgaben zum Begründen und Beweisen, über die schon in Kapitel 5 geschrieben wurde, sowie Konstruktionsaufgaben.
[2] Der Versuch, diese Feststellung an Hand eines repräsentativen Schulbuches der 7. Klasse im Gymnasium nachzuvollziehen, zeigt, dass auf zwei exemplarisch ausgewählten Aufgaben-Doppelseiten beim Rückblick zu Beginn des Lehrwerks 7 von 14 und bei der Prozent- und Zinsrechnung 6 von 10 Aufgaben ausschließlich oder fast ausschließlich rechnerisch gelöst werden können (Brückner 2008, S. 20f.; 70f.). Selbst von den 18 Aufgaben zu »Linien am Kreis« lassen sich noch ganze 6 Aufgaben rechnerisch lösen (Brückner 2008, S. 145f.).
[3] Skovsmose 2005, S. 11f.

Das berechnende Denken ist mit dem logischen vereinbar, wenn nicht gar ihm verwandt. Dies zeigt sich zuallererst an der Geschlossenheit, d. h. an der Eindeutigkeit von Lösungsverfahren und Ergebnis einer Aufgabe: Hier ist das Ergebnis einer Aufgabe eine ewige Wahrheit, die sich nicht durch Ort, Zeit und Perspektive ändert; hier gehorcht das Ergebnis dem unvereinbaren Antagonismus von wahr von falsch; hier liegt das Ergebnis einer Aufgabe schon in der Aufgabenstellung begründet. Entsprechend ist der geschlossenen Rechenaufgabe dann auch zu begegnen: Zu suchen ist die einzig legitime Lösung, die irgendwo zwischen mathematischen Verfahren und Konventionen verborgen liegt. Verschiedene Ergebnisse sind kein interessanter Fundus unterschiedlicher Sichtweisen, sondern beinhalten notwendig Fehler, also nicht legitime Anwendungen mathematischer Verfahren und Konventionen. Schließlich ist die geschlossene Rechenaufgabe auf Grundlage der Formulierung der Aufgabe eindeutig lösbar; die eindeutige Lösbarkeit bedarf keiner weiteren Annahmen.

Wie in den letzten beiden Kapiteln dargelegt, sind die logische und bürokratische Struktur mathematischen Wissens und Arbeitens gerade konstitutiv für die Mathematik; sie stehen im Zentrum dessen, was Mathematik ausmacht. Daher verwundert es nicht, wenn sich im Folgenden auch andere Typen von Aufgaben im Mathematikunterricht auf diese Formen des Denkens zurückführen lassen. Insofern muss die Hoffnung gedämpft werden, dass man mit innovativen Aufgabenformaten den zwingenden oder bürokratischen Charakter der typischen Mathematikaufgabe wesentlich entschärfen könne.

7.2 Offene Aufgaben

Offene Aufgaben schaffen es zum Teil, diese Eigenschaften der (geschlossenen) Rechenaufgabe abzuschwächen, können sich letztlich aber nicht aus dem Bann von Regelhaftigkeit und Unpersönlichkeit befreien, wie ich im Folgenden zeigen werde. Die *Offenheit* von Aufgaben bezieht sich für Wilfried Herget »auf die Form und Interpretation der Fragestellung, auf die verschiedenen akzeptablen Antworten, auf die möglichen Lösungswege – aber auch auf mögliche Variationen, Erweiterungen«.[1] Das Öffnen von Aufgaben versteht Herget explizit als Gegenentwurf zum tendenziell geschlossenen Rechenunterricht:

> Rechnen können reicht, „Mathe“ selbst ist nicht so wichtig – diese Einstellung von Schülerinnen und Schülern ist zu verändern: durch das Öffnen von Aufgabenstellungen, durch eine andere Aufgabenkultur.[2]

Andreas Büchter und Timo Leuders klassifizieren Aufgaben danach, ob die Fragestellung, die Methode und das Ergebnis jeweils vollständig gegeben sind oder nicht, und erhalten auf diese Weise acht Aufgabentypen, von denen Büchter & Leuders zwei geschlossen und sechs offen nennen.[3] Bürokratisch interpretiert fragen die verschiedenen Aufgabentypen dann beispielsweise: *Siehe Verfahren und Entscheidung, welcher Fall lag vor? Siehe Fall und Entscheidung, welches Verfahren wurde angewendet?* oder *Siehe diesen Fall, welches Verfahren kann angewendet werden und zu welcher Entscheidung führt es?*

Vielsagend ist nun, dass die Apologeten von offenen Aufgaben und neuer Aufgabenkultur in ihrer Klassifizierung offener Aufgaben diese bezüglich der »Methode« oder des »Lösungsverfahren« befragen; denn damit wird trotz aller Offenheit das regelte Verfahren als Universalie der Mathematikaufgabe hervorgehoben. Die Methode zur Lösung kann zwar gegeben oder

[1] Herget 2000, S. 4
[2] Herget 2000, S. 4
[3] Büchter & Leuders 2005, S. 93

gesucht sein, aber in jedem Fall gibt es sie. Die Aufgabe ohne Lösungs*verfahren* ist im Rahmen dieses Schemas gar nicht denkbar. Die Methoden der Mathematik sind nun aber immer auch jene, die in den beiden vorangegangen Kapiteln diskutiert wurden: Das Eingrenzen und Einordnen von Begriffen, das Beweisen von Behauptungen und das Rechnen.[1] Damit beginnt oder endet auch jede offene Aufgabe notwendig mit einer geregelten und unpersönlichen Definition, Argumentationsführung oder Rechnung.

Nicht darin unterscheiden sich also offene und geschlossene Aufgaben. Der Unterschied ist vielmehr zu finden in der Existenz und Verbindlichkeit der meist technischen Vorgaben, also hinsichtlich der Frage, wie eine Aufgabe zu lösen sei. Hier mag der Schüler durchaus unterschiedliche Wege gehen können. Letztlich fällt er jedoch auf die Frage zurück, welches mathematische Verfahren in der Aufgabe sinnvoll angewendet werden kann. In den Begriffen Basil Bernsteins geht es also um ein Erkennen und Realisieren der Verfahren, die im mathematischen Diskurs als legitime Handhabung der offenen Aufgabe anerkannt werden. Im Fragen nach dem Verfahren unterscheidet sich die offene Aufgabe also von der geschlossenen. Damit löst sich die offene Aufgabe jedoch nicht von der technischen Dominanz geschlossener Aufgaben, sondern wendet sich dem mathematischen Verfahren aus einer anderen Sicht zu. Nun geht es nicht mehr um die kognitive und affektive Beherrschung eines vorgegebenen Verfahrens, sondern um das Auffinden eines Verfahrens selbst. Zur Anforderung, ein Verfahren anzuwenden, tritt also jene, ein Verfahren zuzuordnen, zu bewerten oder gar erst zu entwickeln. Es geht also nicht mehr nur um das Befolgen von Regeln, sondern um das Aufstellen und Verhandeln von Regeln. Von der technischen Regelhaftigkeit der geschlossenen Aufgabe löst sich die offene also nicht, bereichert den Unterricht aber um eine elitäre Dimension. Dass der Mathematiklehrer sich und seine Schüler lieber als Souverän denn als Subjekt der Regelhaftigkeit verstehen mag, liegt schließlich nahe und kann die Popularität offener Aufgaben erklären. Dass mit dem Erkennen und Realisierung legitimer mathematischer Verfahren eine Schwierigkeit verbunden ist, die ein breiter Ausschnitt der Schülerschaft nur schwer bewältigen kann, hat jedoch bereits die auf Basil Bernsteins Soziolinguistik aufbauende Forschung gezeigt.[2] Die offene Aufgabe steht damit zumindest im Verdacht, die schichtspezifische Zugänglichkeit von Mathematik nicht zu ent-, sondern zu verschärfen.

Andererseits bieten offene Aufgaben auch die Chance der Erfahrung, dass die Wahl der mathematischen Verfahren gerade keine notwendige, sondern eine willkürliche ist, für die sich ein Mensch entscheidet. Die Frage, wer entschieden hat, dass ein bestimmtes Problem auf eine bestimmte Art zu lösen sei, rückt damit in den Fokus mathematischer Bildung. Abhängig vom unterrichtlichen Umgang mit offenen Aufgaben hat jedoch auch diese Reflexion ihre Grenzen. Wenn nämlich nur in Frage steht, welches Verfahren angewendet wird, und nicht gefragt wird, ob überhaupt ein mathematisches Verfahren angewendet werden sollte, bleibt der Eindruck, dass prinzipiell jedes Problem einer mathematisch-technischen Handhabung zugänglich ist. Offene Aufgaben bieten also einen elitären Zugang zu mathematischen Verfahren, indem sie sie in einem Feld der gegenseitigen Bewertung ansiedeln, bleiben gegenüber der Geisteshaltung der mathematisch-technischen Bewältigung von Problem aber in der Regel unkritisch.

[1] Was nicht heißen soll, dass es keine weiteren Methoden der Mathematik, wie etwas das Konstruieren, gäbe.
[2] Vgl. Unterkapitel 3.3.

7.3 Anwendungsorientierte und eingekleidete Aufgaben

Realitätsbezogene Mathematikaufgaben scheinen einen Gegenpol zur reinen Rechenaufgabe zu bilden, da sie auf ihrem Weg zur Anwendung genötigt werden, ihre formalistische Eigenweltlichkeit aufzugeben. Es zeigt sich jedoch, dass nicht nur jede realitätsbezogene Aufgabe schließlich zum mathematischen Modell und damit zu jener formalistischen und logischen Strenge finden muss, welche der Rechenaufgaben zu eigen ist, sondern dass die meisten realitätsbezogenen Mathematikaufgaben Einkleidungen sind, welche die Anwendung nicht ernst nehmen und dem Lerner dadurch ein spezifisches Bild von Mathematik und ihrer Anwendbarkeit nahelegen.

Die *Authentizität* von realitätsbezogenen Mathematikaufgaben ist seit jeher ein Streitthema der Mathematikdidaktik.[1] Thomas Jahnke ist wohl zuzustimmen, dass schultaugliche authentische Aufgaben kaum existieren, ja kaum existieren können, wenn man unter ihnen Aufgaben versteht, die »einer wirklichen Situation entnommen« sind und »einer relevanten Fragestellung« nachgehen.[2] Schließlich sind alle Aufgaben, schon indem sie vom Lehrer ausgewählt und in den Unterricht getragen werden, »didaktische Konstrukte«, »von Aufgabenstellern konstruiert« und »Träger deren Intentionen«.[3] Vernünftiger ist es dann, mit Jahnke *anwendungsorientierte* von *eingekleideten* Aufgaben zu unterscheiden und beiden ihre ihnen eigenen Absichten zuzubilligen: Während anwendungsorientierte Aufgaben »die Mathematik dazu nutzen, um Aussagen über die Realität zu gewinnen, also in einer – möglicherweise auch gestellten – mathematikhaltigen Situation eine vernünftige Auskunft zu geben«, liegt der Sinn eingekleideter Aufgaben darin, »die Realität zu nutzen, um mathematische Sachverhalte verständlich zu machen«.[4]

Eine anwendungsorientierte Aufgabe kann dann noch insoweit authentisch genannt werden, wie sie tatsächlich auf die Anwendung orientiert ist und in ihr nicht bloß einen vom Aufgabensteller ausgewählten mathematischen Inhalt transportieren möchte. Eine breite Sammlung solcher Aufgaben bieten die *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*, welche seit 1994 in nunmehr 17 Bänden erschienen sind.[5] Im Schema von Bruder kann man diese Aufgaben verstehen als solche, in welchen weder das Lösungsverfahren, noch die Lösung, zuweilen nicht einmal eine Frage gegeben sind. Die Offenheit dieser Aufgaben und das Einlassen auf die Anwendung lässt es nun aber grundsätzlich zu, ganz unterschiedliche mathematische Modelle und Verfahren anzuwenden, sie umzuformulieren, womöglich ganz ohne Mathematik zu lösen oder an einer Mathematisierung gänzlich zu scheitern. Diese Unberechenbarkeit der Modellierungsaufgaben läuft dem Unterricht nach Lehrplan zuwider: Solange das Curriculum fachlich organisiert und inhaltlich verbindlich ist, lassen sich Modellierungsaufgaben schwer einordnen; stattdessen können sie im Lehrgang vorgreifen, zurückfallen, aus ihm heraustreten, den gerade erst mühsam erlernten Unterrichtsinhalt gar als unpassend herausstellen. Es verwundert daher nicht, dass derart authentische und komplexe Aufgaben im heutigen inhaltlich organisierten Mathematikunterricht ein Randdasein fristen und ihre Umsetzung, von der sich die Mathematikdidaktik explizit gesellschaftswirksame Ziele erhofft,[6] weiter auf sich warten lässt.

---

1 Zu dessen Geschichte s. Kaiser 1995.
2 So bezeichnen Neubrand et al. 2001, S. 56.
3 Jahnke 2011, S. 165
4 Jahnke 2011, S. 162
5 Im zweiten Band wurde der zitierte Aufsatz von Kaiser (1995) veröffentlicht.
6 etwa Mündigkeit durch oder Aufgeschlossenheit gegenüber Mathematik (Kaiser 1995, S. 69f.)

Stattdessen fallen realitätsbezogene Aufgaben, wie sie etwa Schulbücher zur Erarbeitung eines bestimmten Inhalts zur Verfügung stellen, notwendig auf Einkleidungen zurück, müssen sie die Aufgabe doch gerade so anlegen, dass der Schüler den jeweiligen Inhalt in ihnen erkennt. Insofern sind nahezu alle realitätsbezogenen Aufgaben des Mathematikunterrichts letztlich auch eingekleidete Aufgaben. Jahnke warnt nun: »Gerade das Missverständnis, eingekleidete Aufgaben würden Aussagen über die Realität machen, macht sie so lächerlich«.

Dieses »Missverständnis«, welches der Mathematikunterricht seit jeher auszuhalten, ja zu verinnerlichen scheint, ist jedoch nicht nur »lächerlich«, sondern legt dem Schüler ein bestimmtes, gesellschaftlich relevantes Bild von Mathematik und ihren Anwendungen nahe, wie die Untersuchungen von Keitel und Dowling offenbaren.[1] Keitel hatte argumentiert, dass die Erfahrung, dass sich Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht in der Regel eindeutig lösen lassen, ein übermächtiges Bild der Mathematik zeichnet: Probleme beim Lösen von Anwendungsaufgaben liegen dann nicht in der Aufgabe oder der verwendeten Mathematik begründet, sondern im Unvermögen der Schüler. Die Mathematik stellt sich dar als ein omnipotentes Mittel, welches zu jeder Anwendung eine Lösung präsentiert und diese gar als eindeutige ausweisen kann. Ist dieses Wissen erst kultiviert, wird die Mathematisierung zu einer machtvollen Technik zur Führung der Anderen: Wird ein weltliches Problem einer mathematischen Lösung zugeführt, so steht außer Frage, ob dieses Problem überhaupt mathematisch zugänglich und das verwendete Verfahren sinnvoll gewählt ist. Die Mathematisierung wird damit zu einem Wert an sich, zu einer Ideologie der Moderne,[2] das Mathematisierte unangreifbar.

Wenngleich im Folgenden auf Dowling Bezug genommen wird, werde ich meine Ausführungen mit Beispielen aus einem *deutschen* Gymnasialschulbuch der 7. Klasse ergänzen. Was Dowling unter dem *Referenzmythos* versteht,[3] deckt sich mit dem »Missverständnis«, auf welches Jahnke verweist: Die Situation, welche die Aufgabe beschreibt, wird aufgefasst als real und für die Aufgabe bedeutsam. Diese Auffassung mag bei authentischen Aufgaben gewünscht sein, bei eingekleideten Aufgaben kann sie jedoch zu einem sehr speziellen Verständnis von Mathematik führen. Im von Brückner (2008) herausgegebenen Schulbuch finden wir zum »Lösen von Gleichungen mit Brüchen« folgende Aufgabe:

> An einem Wandertag will die Klasse 7 b eine 14 km lange Wanderung durchführen. Berechne, welchen Weg sie vor bzw. nach dem Mittag zurücklegen will, wenn sich der Weg im Verhältnis 5 : 3 aufteilt.[4]

Die Aufgabe ist nicht anwendungsorientiert gedacht, denn eine ernsthafte Beachtung der Situation droht Fragen aufzuwerfen, welche die Aufgabenstellung unterlaufen: *Wird man eine Stelle zur Rast nicht eher spontan oder auf einer Wanderkarte auswählen? Wo sind überhaupt geeignete Rastplätze? Spielt nur die zurückgelegte Entfernung eine Rolle oder auch die Beschaffenheit des Wanderwegs?*[5] *Warum sollte man gerade im Verhältnis 5 : 3 teilen?* Offensichtlich handelt es sich stattdessen um eine eingekleidete Aufgabe, die, als Übung gedacht, notwendig zu einer »Gleichungen mit Brüchen« führen soll. Kritisch ist nun, dass die Aufgabe keine Zeichen enthält, an Hand derer der Schüler erkennen könnte, dass es sich um eine Einkleidung handelt. Schon sprachliche Mittel wie die Nutzung des Konjunktivs oder konditionale Wenn-Dann-Formulierungen könnten hier Abhilfe schaffen, erst recht aber explizite Hinweise in einer alternativen Aufgabenstellung: *Wie lässt sich diese gedachte Situation mathematisch fas-*

[1] Vgl. Unterkapitel 3.1 und 3.3.
[2] Ullmann 2008
[3] Dowling 1998, S. 4-7
[4] 2008, S. 119
[5] Zur Aufgabe gehört ein Bild, das Schüler im Gebirge zeigt.

sen? Der völlige Verzicht auf derartige Hinweise führt dazu, dass es ebenso möglich ist, die Aufgabe als eine eingekleidete zu erkennen als auch sie als authentische zu betrachten, wobei die erste Auffassung für das Bestehen im Mathematikunterricht vorteilhaft und die zweite eher hinderlich ist.[1] So hatten gerade auf die Arbeit von Bernstein aufbauende Untersuchungen gezeigt, dass einige Schüler (mehrheitlich jene aus bürgerlichen Elternhäusern) Aufgaben schnell entkleiden und auf ihren mathematischen Kern zurückführen können, während andere Schüler (mehrheitlich jene aus Arbeiterfamilien) die Einkleidung zu ernst nehmen und an den Unstimmigkeiten der beschriebenen Situation scheitern, obwohl sie die entkleidete Aufgaben fast ebenso gut bewältigen können wie die Schüler aus der ersten Gruppe.[2] Die der Aufgabe immanente Aufforderung »do what I mean«,[3] also gerade das zu tun, was der Aufgabensteller intendiert, wird von den Schülern mit unterschiedlichem Erfolg realisiert. Und wiederum hat das Beherrschen des Entkleidens von Aufgaben eine gesellschaftliche Bedeutung: Während nämlich diejenigen Schüler, die das Entkleiden beherrschen, formale Aufgaben zu erkennen und zu erledigen und von der Situation abzusehen lernen, drängt sich jenen, die die Einkleidung nicht als solche erkennen können, die Vorstellung auf, dass sich in nahezu allen Situationen (sogar beim Wandern) mathematische Fragen auftun und dass diese – wie bei eingekleideten Aufgaben üblich – in jedem Fall auch gelöst werden können. Mathematik ist dann nicht nur *omnipotent*, sondern auch in nahezu jeder Situation *relevant*.

Auch Dowlings *Partizipationsmythos* kann an Hand des obigen Beispiels diskutiert werden, denn die Aufgabe ist so gestellt als betreffe sie unmittelbar den Schüler, der sie bearbeiten soll: Mit dem Wandertag wird ein schülernaher Kontext gewählt. Zudem ist es gerade eine siebte Klasse, für die sowohl der Wandertag geplant werden soll als auch das Schulbuch entworfen ist. Durch diesen vermeintlichen Versuch, eine Aufgabe schülernah zu gestalten, wird suggeriert, dass die Fragestellung den Schüler tatsächlich betreffe. Für den Fall, dass der Schüler die unrealistische Situation und Fragestellung einer solchen Aufgabe als relevant erachtet, also als authentisch versteht, drängt sich nun auch die Vorstellung auf, dass das Beherrschen der Schulmathematik nicht nur gesamtgesellschaftlich, sondern auch für sein persönliches Bestehen im Alltag relevant, wenn nicht gar unerlässlich sei, wenngleich dies durchaus bestritten werden kann.[4] Die Vorstellung, dass die Mathematik in einem derartigen Umfang am Alltag partizipiere, erhöht nach der Vorstellung, dass Mathematik relevant und omnipotent sei, den Druck, Mathematik zu verstehen abermals. Eingekleidete Aufgaben eröffnen damit die Möglichkeit, die Mathematik und ihre Anwendung zu verstehen als omnipotentes Mittel, ohne welches man selbst im Alltag kaum bestehen kann, weshalb sich im Falle des Scheiterns die Unterwerfung unter ›Experten‹ als einziger Ausweg für eine erfolgreiche Lebensführung auftut. Sprechend ist, dass gerade leistungsschwachen Schülern verstärkt Aufgaben gestellt werden, welche die Vorstellung stärken, dass Mathematik an ihrem Leben *teilhabe*.[5]

Für den Mathematikunterricht typische Anwendungsaufgaben zeichnen also ein sehr spezielles Bild des Verhältnisses von Mathematik und Lebenswelt. Aufgaben, in denen die Grenzen des Sinns und der Möglichkeit von Mathematisierung sichtbar werden, sind im Mathematikunterricht sehr selten. Sehr verbreitet sind hingegen Aufgaben, die die Vorstellung festigen,

[1] Bei einem solchen Verzicht ist auch kaum zu behaupten, dass der Schüler die Aufgabe ›missversteht‹, da die Aufgabenstellung so unpräzise ist, dass kein eindeutiges Verständnis nahelegt wird. In der Tat ist sogar die Hoffnung, der Aufgabensteller sei sich des Charakters der Einkleidung bewusst, nicht mehr als eine gutwillige Unterstellung.
[2] Vgl. Unterkapitel 3.3
[3] Jahnke 2011, S. 168
[4] Das stärkste Argument gegen diese Vorstellung liefert Lave (1988); diskutiert in Kapitel 2.
[5] Dowling 1998, S. 214f.

dass die Mathematik in allen weltlichen Situationen relevant und potent sei und dabei zu eindeutigen Lösungen führe. Dadurch kultiviert der Mathematikunterricht ein Macht-Wissen, welches es erlaubt, Entscheidungen gegenüber Anderen mathematisch zu begründen, ohne dass diesen Anderen die Fragen nach Sinn, Möglichkeit und Auswahl der mathematischen Begründung überhaupt gewichtig erscheinen. Dies ist es, was Damerow und Keitel »Sachzwangideologie« nennen und empirisch nachweisen können.[1] Dieses Macht-Wissen ist der Hintergrund einer Technik zur Führung der Anderen, welche das Vertrauen in die Mathematik nutzt, um über die Mathematik hinausreichende Entscheidungen zu rechtfertigen.

[1] Damerow et al. 1974, S. 146f.

Kapitel 8 – Dispositive des Mathematischen

Mathematik – das hat sich nun gezeigt – ist zutiefst mit den Grundfesten unserer Zivilisation verwoben. Mathematik ist eine bestimmte Weltsicht, die ihre Stärken und Schwächen hat, die ermöglicht und verhindert, emanzipiert und unterwirft, einschließt und ausschließt, Macht legitimiert und entzieht. Die bisherigen Ausführungen liefern Antworten auf die Fragen, *wie Mathematik all dies tut* und *warum Mathematik all dies tun kann*. Der Blick auf Logik und Rechnen als wesentliche Elemente mathematischer Praxis half, die Führungstechniken, die Möglichkeiten und die Grenzen von Mathematik zu verstehen. Der Blick auf Mathematikunterricht, insbesondere auf Mathematikaufgaben, lieferte zugleich Einblicke in die Führungstechniken, mit denen Mathematik als wirklichkeitsformierendes und -stiftendes Wissen (re)produziert und ihr gesellschaftlicher Einfluss erst ermöglicht wird. Das Ende dieser Untersuchung soll nun dem Versuch gewidmet werden, die diskutierten Formen des Wissens, Führungstechniken, Formen der Askese und Institutionen darzustellen in zusammenhängenden Geflechten, welche man mit Foucault *Dispositive des Mathematischen* nennen könnte.

Im Mittelpunkt allen Mathematischen steht die Sehnsucht nach *Einigkeit* bzw. nach der *Verlässlichkeit des Wissens*. Einerseits zeigt sie sich im Begriff der *Wahrheit*, mit welchem der Gedanke ewig-verlässlicher Gewissheiten erst seinen sprachlichen Ausdruck erhält, und welcher sich richtet gegen die bloßen »Meinungen«: Formen des Wissens, welche an anderen Orten, zu anderen Zeiten oder aus anderer Perspektive sich verändern, veralten und scheitern können. Andererseits zeigt sie sich im Begriff der *Berechenbarkeit*, jener Idee, das Handeln könne verlässlich werden, indem es durch Regeln so weit gebändigt wird, dass es auch an anderen Orten, zu anderen Zeiten oder aus anderer Perspektive gar kein anderes mehr sein kann. Diese Berechenbarkeit setzt die Mathematik paradigmatisch um, indem sie ihr Handeln an eine Algebra der Zeichen bindet.

Dass sich diese Verlässlichkeit im Weltlichen kaum finden lässt, sondern ein Artefakt des Geistes ist, klingt schon in Platons Lehre der transzendenten Ideen an. Nach den Wirren der Grundlagenkrise der Mathematik gelangen auch Mathematiker zur Erkenntnis, dass die Gewissheit der Verlässlichkeit eine Illusion sei. Hilberts Vorschlag, die Mathematik als für das Weltliche bedeutungsloses Zeichenspiel zu verstehen, war der Versuch, sich von der potentiellen Vergänglichkeit allen Weltlichen reinzuwaschen und als Institution des Wahren und Berechenbaren zu behaupten. Damit wurden zugleich die Grenzen des Mathematischen abgesteckt: Als mathematischer Gegenstand eignet sich nur, was logisch und rechnerisch untersuchbar ist. Hilberts Formalismus hat jedoch den Nachteil, dass er weder die Anwendbarkeit von Mathematik, noch die Impulse, die die Entwicklung der Mathematik zweifelsohne aus ihrer Anwendung bezogen hat, hinreichend erklären kann. In der Tat hat sich die Mathematik seit Hilbert keineswegs aus dem Weltlichen zurückgezogen. Im Gegenteil erlebte die angewandte Mathematik gerade im 20. Jahrhundert einen enormen Aufschwung. Die mathematische Durchdringung unserer gegenwärtigen Kultur zeigt, dass Hilberts Formalismus Mathematik nicht hinreichend erklären kann. Das Selbstbild, mit welchem die Mathematik ihre Verlässlichkeit retten wollte, wird tagtäglich wiederlegt. Wie Heintz (2000) gezeigt hatte, lebt die Verlässlichkeit der Mathematik allein vom *Glauben* an sie.

Die Fruchtbarkeit mathematischer Anwendungen kann nicht logisch oder rechnerisch, sondern nur empirisch belegt werden. Wo Mathematik für unsere Welt bedeutsam wird, nämlich in ihrer Anwendung, ist sie schließlich nicht sicherer als irgendeine andere Wissenschaft. Die Rede von der herausragenden Verlässlichkeit der Mathematik reduziert sich damit zu einem wohlgepflegten Glauben, der eine Bedingung der gesellschaftlichen Vormachtstellung von Mathematik ist. Mit ihm stehen und fallen die Institutionen, die ihre Hoffnung gerade auf die Mathematik stützen, ebenso wie jene, die die Mathematik vertreten – sei es nun im Bildungswesen, in der Wirtschaft oder in der Verwaltung. Aus gesellschaftstragender Sicht versteht sich der Glaube an die Verlässlichkeit der Mathematik daher als ein zentrales Anliegen mathematischer Bildung.

8.1 Das Dispositiv der logischen Vernunft

Seit Parmenides hatte die Philosophie Wahrheit gegen die »Meinungen« abgegrenzt. Indem Wahrheit jede Veränderlichkeit negiert, wird sie zur radikalsten Form des Wissens und muss all das ausschließen, was ihre Reinheit bedrohen könnte. Daher geht mit dem Konzept der Wahrheit notwendig jenes der antagonistischen und unvereinbaren Trennung vom Wahrem und Nicht-Wahrem einher. Die patriarchale Abstammung, die Vorbild ist für den aristotelischen Satz vom Grund, genügt in ihrer Schicksalhaftigkeit und Eindeutigkeit gerade dem Antagonismus von Gewissem und Ungewissem und drängt sich daher auf als Prinzip zum Ordnen der Wahrheiten. Logisch zu denken und zu sprechen lässt sich daher verstehen als eine Führung des Selbst, welche darin besteht, das Veränderliche, das Widersprüchliche, das Vermischte und das Unbegründete aus seinem Denken und Sprechen auszuschließen. Die Besonderheit der griechischen Mathematik gegenüber jener des alten Orients ist nun gerade, dass sie eine beweisende ist, sich also gerade so weit vom Weltlichen distanziert, wie es zur Einhaltung der logischen Reinheit notwendig ist, und sich damit selbst einsetzt als einen idealisierten Raum, in welchem sich die logische Selbstführung immer aufs Neue beweisen kann. Euklids *Elemente* sind ein Zeugnis der strengen Orientierung der Mathematik an aristotelischer Logik und bis heute paradigmatisch dafür, was Mathematik und Schulmathematik ausmacht.

Die aristotelische Logik ist keine Beschreibung eines irgendwie ›natürlichen Denkens‹. Als aufs Denken gerichtete Führung des Selbst ist sie ein Fokus des Denkens: Sie betrachtet nur einen Ausschnitt des Denkbaren, fasst diesen aber schärfer als jede andere Form des Denkens. Logisch zu denken ist eine Entscheidung, welche Einschränkungen in Kauf nimmt, um etwas zu gewinnen: Zu gewinnen sind die Verlässlichkeit des Unvergänglichen, die Macht des Überzeugens und die Vertrautheit der patriarchalen Ordnung in ihrer Anwendung auf das Denken. In Kauf zu nehmen sind die Ohnmacht gegenüber der ewig-unveränderlichen wahren Welt, die Unterwerfung unter das logische Argument und die Beschränktheit des patriarchalen Denkens.

Zunächst scheint es so, als sei die Entscheidung, welchen Stellenwert das Logische im Denken einnehmen soll, eine individuelle, als könne sich der Einzelne von ihr distanzieren, um ihre Einschränkungen nicht in Kauf nehmen zu müssen. Die klassische Logik ist jedoch seit ihrem Beginn bei Parmenides so aufgetreten, dass die Distanzierung von ihr nur eine andere Form der Unterwerfung darstellt. Als Technik zur Beherrschung einer veränderlichen Welt (zu der auch die Gesellschaft der unlogischen Mitmenschen gezählt wird) war das logische Denken seit jeher eine Führung des Selbst, welche eine Technik zur Führung der anderen einschließt. Indem die Logiker die Wahrheit von den Meinungen, die Klassifizierung von den Mischungen, die Gründe von den Ähnlichkeiten abheben, also ein Wissen hervorbringen und kultivieren, welches Wahrheit, Entscheidbarkeit und Begründungen als überlegene Topoi gegenüber jedes andersartige Denken einsetzen, verweisen sie ihre Kritiker in die Unterwerfung. Sie gewinnen ihre Macht, indem es ihnen gelingt, den Glauben an die überlegene Verlässlichkeit ihres Denkens im öffentlichen Moralcode festzusetzen, die Technik dieses Denkens aber exklusiv zu halten. Deshalb muss für jene, welchen die Logik und ihre Exklusivität verteidigen wollen, die ständige Reproduktion dieser Unterwerfung – bewusst oder unbewusst – zu einem zentralen Anliegen einer Sozialisation des Denkens werden.

Es war seit jeher das Bürgertum, welches die Kultivierung des logischen Denkens vorantrieb. In der Tat lassen sich Wahrheit und Gründe verstehen als Säkularisierung der mythisch-monarchischen Konzepte von Göttlichkeit und Abstammung, auch wenn sie diese nur ins Abstrakte fortsetzen. Als das Bürgertum nach dem Mittelalter zu neuer Stärke findet und sich dabei an den Demokratien und Denkweisen der griechischen Antike orientiert, geraten Wissenschaft, Logik und Mathematik erneut in den Mittelpunkt des bürgerlichen Selbstverständnisses. Vor diesem Hintergrund überrascht es nicht, dass sich im Zuge der politischen Emanzipation des Bürgertums auch ein allgemeinbildender Mathematikunterricht entwickelt, der als »Schule des Denkens«[1] (mitunter des *logischen* Denkens) verstanden werden kann. Ein solcher Unterricht zeichnet sich nicht nur dadurch aus, dass in ihm zuweilen logische Argumentationen an Hand der geeignetsten, nämlich mathematischen Gegenständen vorgestellt oder geübt werden, sondern vielmehr dadurch, dass er einen Raum schafft, der angefüllt ist von Gegenständen, die in logischer Ordnung miteinander verbunden, aufeinander bezogen sind. Dieser Aufbau des mathematischen Gegenstands bedeutet – ob dies im Unterricht nun ausgesprochen wird oder nicht –, dass ein verständnisvoller Umgang mit mathematischen Gegenständen gerade logischen Denkens bedarf.

Mathematikunterricht kann daher verstanden werden als eine asketische Institution, also als eine Institution, die Schüler einer gewissen Führung aussetzt, um eine Askese zu bewirken. Die Techniken dieser Führung beruhen stets darauf, die Schüler vor Hürden zu stellen, welche nur mit Hilfe logischen Denkens bewältigt werden können: etwa sich in der Welt der mathematischen Gegenstände zurechtzufinden, Dinge zu bezeichnen, Bezeichnungen zu verstehen, aber auch Sachverhalte zu begründen. Aufgaben zum Begründen und Beweisen sind dabei lediglich die greifbarsten und extremsten Äußerungen dieser Führungstechnik. Die Askese des Schülers kann das logische Denken als Technik des Selbst einsetzen und die Situationen auf diese Weise zu bewältigen helfen. Dass dies, wie Bernstein bemerkt, Kindern aus bürgerlichem Umfeld tendenziell leichter gelingt, diese Kinder im Mathematikunterricht also bevorteilt sind, erscheint vor diesem Hintergrund selbstverständlich. Gelingt es dem Schüler jedoch nicht, sich des logischen Denkens zu bemächtigten, so droht ihm das ständige Scheitern im Mathematikunterricht. Eine Askese der Abwendung von der Mathematik ist dann der einzige Ausweg, um dem Erlebnis des Scheiterns zu entfliehen. Indem der Mathematikunterricht jedoch den Eindruck vermittelt, dass Mathematik zur Lebensbewältigung relevant sei,[2] führt diese Abwendung unweigerlich zur Unterwerfung. Wer sich von der Mathematik abgewendet hat, sie jedoch trotzdem als für seine Lebensbewältigung wichtig ansieht, macht sich abhängig vom Urteil der mathematisch Befähigten. Der Askese des Schülers bleiben idealtypisch nur die entgegengesetzten Wege der Komplizenschaft und der Unterwerfung.

8.2 Das Dispositiv des Rechnens

Analog zum Dispositiv der logischen Vernunft lässt sich auch ein *Dispositiv des Rechnens* beschreiben, in dessen Mittelpunkt der Gegensatz von Berechenbarem und Unberechenbarem

[1] So lautet der Titel eines populären Buches zum mathematischen Problemlösen (Pólya 1949).
[2] Siehe hierzu die folgenden Ausführungen zum *Dispositiv der Mathematisierbarkeit.*

steht. Dadurch, dass die Neuzeit seit Descartes Logik und Rechnen ineinssetzt, sind beide Dispositive untrennbar miteinander verbunden, können aber dennoch unterschieden werden. Berechenbarkeit bedeutet, dass eine Aussage oder Entscheidung gewonnen wird aus der reduktiven Interpretation einer Situation als ein bestimmter Fall und ihrer Bearbeitung nach für den Fall vorgegebenen Regeln. Wahr wird das Berechnete dadurch, dass entweder die Zuordnung des Falls und die Regeln seiner Bearbeitung als universal, unveränderlich und zwingend angesehen werden, oder Wahrheit selbst verstanden wird als etwas, was für Aussagen aus anfänglichen Axiomen berechnet werden kann. Die Grundlagenkrise der Mathematik kann verstanden werden als der Versuch eines Übergangs von der ersten zur zweiten Vorstellung: Wo die Wahrheit des Rechnens in Gefahr geriet, etwa in der nicht länger alternativlosen euklidischen Geometrie, wollte man Mathematik fortan verstehen als etwas, worauf sie Descartes und Leibniz schon vorbereitet hatten: als eine Algebra der Wahrheit.

Die Synthese von Logik und Rechnen ist nur der Höhepunkt einer Entwicklung, an Hand derer die gesellschaftliche Bedeutung des Rechnens, insbesondere des Zeichenrechnens, deutlich wird. Im sechsten Kapitel wurde gezeigt, wie eng das Rechnen mit der bürokratischen Verwaltung verbunden ist: zum einen historisch, indem sich das Rechnen immer dort weiterentwickelt, sich das Rechenzeichen immer dort weiter vom Bezeichneten ablöst und seine Eigenweltlichkeit gewinnt, wo sich auch Formen bürokratischer Verwaltung etablieren; zum anderen psychologisch-kognitiv, indem das Zeichenrechnen ebenso wie der bürokratische Verwaltungsakt auf die Reduktion von Situationen auf Fälle, das Folgen fremdbestimmter Regeln und die Ausschaltung aller persönlichen Einflüsse und Interpretationen bauen. Der letztgenannte Dreiklang lässt sich dann bereits verstehen als eine Führung des Selbst, mit welchem der Einzelne beim Rechnen und Verwalten bestehen kann, denn nur wer selbst in der Lage ist, in den Situationen die Fälle wahrzunehmen, den Regeln zu folgen und seine Persönlichkeit dabei zu missachten, kann den Anforderungen des Zeichenrechnens und der bürokratischen Verwaltung gerecht werden.

Die Vorteile dieses bürokratischen Denkens hatte Weber bereits beschrieben. Dieselben Begriffe von Effizienz und Gerechtigkeit stehen hinter der bürokratischen Verwaltung und dem Rechnen. Erst die gesellschaftliche Kultivierung dieser Führungstechnik ermöglicht eine Organisation der Gesellschaft, wie sie für die Moderne typisch ist: den starken Staat, das Großunternehmen sowie überhaupt alle Institutionen, die Verwaltung nötig haben und dabei im Wettbewerb oder in politischer Beobachtung stehen. Das bürokratische Denken ist aus unserer heutigen Gesellschaft also nicht wegzudenken. Mehr noch: Foucault hatte gezeigt, dass die Eigenweltlichkeit des Zeichenhaften ab dem 17. Jahrhundert zu einem zentralen Charakteristikum neuzeitlichen Denkens wird.[1] Bürokratie und Rechnen sind in diesem Sinne kein anormaler Auswuchs des Denkens, sondern eine konsequente Zuspitzung neuzeitlichen Denkens.

Die reine Möglichkeit der Verlässlichkeit durch Berechnung soll hier indes nicht diskutiert werden. In der Tat wäre erst noch zu zeigen, inwiefern die Techniken des Berechnens und bürokratischen Verwaltens verlässlicher sind als andere Techniken. Doch allein schon die Idee, gerade in der Berechenbarkeit Verlässlichkeit zu sehen, kann kritisch betrachtet werden. Immerhin lässt sich die Reduktion auf einen Fall als Zurückweisung des je Individuellen verstehen; der rein regelhafte Umgang zwischen Menschen und gegenüber den Phänomenen unserer Welt gestaltet unsere Beziehungen auf eine eigentümlich gefühlskalte und unpersönliche Weise; die Behandlung der Fälle nach vorbestimmten Regeln erfordert schließlich strikten Gehorsam gegenüber anonymen Autoritäten. Wozu diese bürokratische Geisteshaltung

[1] Foucault 1966

den Einzelnen treiben kann, zeigen die Milton-Experimente; wozu sie eine ganze Gesellschaft befähigen kann, zeigt der Holocaust.

Vor dem Hintergrund der Kehrseiten der bürokratisch-berechnenden Geisteshaltung ist dann auch verständlich, dass es nicht nur Menschen gibt, die nicht bürokratisch-berechnend handeln können, sondern vielmehr noch solche, die es gar nicht wollen. Dieser Tendenz entgegenzuwirken, Akzeptanz für die bürokratisch-berechnende Geisteshaltung zu erzeugen und Menschen zu gewinnen, die entsprechend in der Gesellschaft und speziell in der Verwaltung tätig werden, muss daher – ausgesprochen oder unausgesprochen – das Anliegen einer jeder Gesellschaft sein, die in weiten Teilen auf Bürokratie und Mathematik setzt.

Der Mathematikunterricht erweist sich wiederum als Institution für eine solche Sozialisation. Er schafft ein Umfeld, in welchem die bürokratische Geisteshaltung an Hand des Rechnens geschult werden kann. Bürokratisches »Fachmenschentum«[1] wird zu einem Ziel von Bildung, speziell mathematischer Bildung, denn Rechenaufgaben sind wie keine andere Form von Aufgaben zur Schulung einer bürokratischen Geisteshaltung geeignet, lassen sich die Rechenaufgaben doch als einzige Aufgaben durch die Anwendung eines geregelten Verfahrens vollständig, sonst aber meist gar nicht, lösen.[2] Im Mathematikunterricht werden die Schüler einer Führung ausgesetzt, welche das bürokratische Regelfolgen einfordert und andere Sichtweisen auf die behandelten Situationen, insbesondere subjektive Sichtweisen, zurückweist. Der Askese des Schüler stehen wie im Falle der logischen Führung idealtypisch wiederum zwei Wege offen: der der Komplizenschaft und der der Unterwerfung. Wer zum Zeichenrechnen, also zur Identifikation der Fälle und zum Befolgen der Regeln fähig und willens ist, kann im Rechenunterricht erfolgreich sein und wird durch sein rechnendes Handeln zum Komplizen der bürokratisch-berechnenden Geisteshaltung. Wer dazu jedoch nicht fähig oder willens ist, scheitert im Mathematikunterricht. Der einzige Ausweg aus diesem Scheitern ist wiederum das Abwenden vom Rechenunterricht. Insofern das Berechnen jedoch als unerlässlich für das gesellschaftliche Leben eines Jeden angesehen wird, führt dieser Weg unausweichlich in die Abhängigkeit von fähigen und willigen Rechnern.

8.3 Das Dispositiv der Mathematisierung

Das Fazit der Soziologin Bettina Heintz, dass die Mathematiker ihr ›Streben nach Einigkeit‹ verbinde, ist der Schlüssel zu einer Abkehr von epistemologischen Fragen (beispielsweise nach der Möglichkeit sicheren Wissens) und einer Zuwendung zu einer soziologischen Interpretation der gesellschaftlichen Rolle von Mathematik und Mathematikunterricht. Einerseits lässt sich die Logik verstehen als der Versuch, verbindliche Regeln eines Denkens zu etablieren, welches Begriffe festschreibt und somit der individuellen Deutung entzieht sowie Aussagen beweist und so versucht, Unentscheidbarkeit und Widerspruch auszuschließen. Andererseits lassen sich die Bürokratie und das Rechnen verstehen als der Versuch, verbindliche Interpretationen von Situationen und verbindliche Regeln des Handelns in entsprechenden Fällen sicherzustellen, das Handeln also der individuellen Willkür zu entziehen. Dass die Mathematiker willens sind, sich zur Sicherung dieser Einigkeit so weit wie nötig von der außermathematischen Wirklichkeit, auf welche Mathematik zu allen Zeiten angewendet wurde, zu entfernen, lässt sich immer wieder sehen, beispielsweise im Ausschluss der zu anschaulichen Rechen-

[1] Weber 1922, S. 576

[2] Freilich mögen viele Aufgaben auch fernab üblicher Algorithmen lösbar sein; dennoch müssen sich auch alternative Lösungen im Rahmen des mathematischen Regelwerks bewegen.

steinarithmetik bei Euklid oder im weltabgewandten Formalismus, in dem Hilbert die Mathematik als bedeutungsloses Zeichenspiel verstehen will. Hilberts Reaktion auf die Grundlagenkrise, in der sich der Glaube an die Erkennbarkeit der einen Wahrheit, also des metaphysischen Grunds aller Einigkeit, als unsinnig herausstellt, spricht Bände: Die Idee der Wahrheit wurde nicht verworfen, sondern in ein formalistisch-jenseitiges Denken gerettet, dank welchem sich der Hilbertianer fortan vormachen konnte, allen Zweifeln entfliehen zu können. Das Streben nach Einigkeit ist also zweifellos ein Aspekt (wenn nicht *der* Aspekt) dessen, was Mathematik ausmacht. So lässt sich das Streben nach Einigkeit in der Terminologie Foucaults verstehen als Teleologie allen mathematischen Tuns – eine Teleologie, auf welcher Moralcodes wie Berechenbarkeit, Entscheidbarkeit und Widerspruchsfreiheit aufbauen.

Durch das ihr charakteristische Streben nach Einigkeit wird die Mathematik im gesellschaftlichen Kontext überall dort attraktiv, wo Dissens, Willkür und Perspektivität unerwünscht sind, unter anderem in der Verwaltung und der Technik, zunehmend aber auch in den Wissenschaften. Die Mathematik ist dann angehalten, mathematische Verfahren zu entwickeln, welche eine konsensstiftende Handhabung bürokratischer, technischer oder wissenschaftlicher Probleme erlauben und deren Sicherheit darin begründet liegt, dass es unter Mathematikern keinen Dissens darüber gibt, dass diese Verfahren in jedem Fall Entscheidungen hervorbringen und Widersprüche ausschließen. Diese gesellschaftliche Funktion der Mathematischen hatten Damerow & Keitel bereits unter dem Schlagwort der »Sachzwangideologie« nachgewiesen.[1] Sie tritt aber auch in der Wissenschaftsgeschichte deutlich zu Tage. Aristoteles, Francis Bacon und Descartes, allesamt große Wissenschaftstheoretiker ihrer Zeit, nahmen sich die Mathematik zum Vorbild für die Absicherung wissenschaftlicher Erkenntnisse. Ihr Schulterschluss mit der Mathematik beruht jedoch vornehmlich auf der Logik; erst mit Leibniz‘ Idee einer *characteristica universalis*, der Hoffnung also, alle Wahrheiten der Welt durch eine geeignete Zeichensprache berechnen zu können, wird auch das mathematische Kalkül zum Vorbild von Wissenschaftlichkeit. Während der Moderne, insbesondere im 20. Jahrhundert, kommt es schließlich zu einer Mathematisierung der Wissenschaften, wovon nicht nur die statistische Durchdringung der Humanwissenschaften zeugt.[2]

Die Mathematisierung des Denkens und Tuns führt zu Sichtweisen und Verfahren, die in ihrer Spezifität zwar alternativlos erscheinen mögen; doch die Mathematisierung ist nie eine Notwendigkeit aus der Sache heraus, sondern immer eine willentliche Entscheidung des Menschen. Abgesehen von den gesellschaftlichen Problemen, die sich durch die Mathematisierung selbst ergeben, lässt sich jedes Problem auch ohne Mathematik betrachten, sonst wäre es bereits ein mathematisches. Zu fragen ist also, aus welchem Grund gesellschaftliche Probleme nun mathematisch betrachtet werden sollten. Die hier herausgearbeitete Erklärung ist die, dass die Attraktivität der Mathematik gerade darin besteht, dass sie Verfahren bereitstellt, deren Sicherheit die Mitglieder einer Disziplin versichern, welche wie keine andere auf das Ziel der Einigkeit eingeschworen ist. Die Mathematisierung von Problemen entzieht diese dem gesellschaftlichen Dissens und ermöglicht Einigkeit in einer pluralistischen Gesellschaft, wie schon Fischer herausgestellt hatte.[3] Die Mathematisierung ist also eine Technik zur Führung der anderen, welche im gesellschaftlichen Rahmen eingesetzt wird, um Einigkeit herbeizuführen, wenn nicht gar zu erzwingen. Die Mathematik zeigt sich hier als ein Macht-Wissen-Komplex: Einerseits wird die Mathematik als Wissen genutzt, um Entscheidungen in der Ge-

[1] Damerow et al. 1974, S. 146f.
[2] Zur Manifestation der Statistik in den Wissenschaften siehe Desrosières 1993; oder aus kritischer Sicht Ullmann 2008, S. 131-151. Zur Mathematisierung der Wissenschaften siehe Hörz 1986 und Hoyningen-Huene 1983.
[3] Fischer 2006c, S. 84

sellschaft zu legitimieren, um Macht auszuüben. Andererseits nutzen gerade jene, die mit Hilfe von Mathematik Macht ausüben, ihre Macht, um die Mathematik als Bestandteil des gesellschaftlichen Wissens zu erhalten.

Die Pointe der Grundlagenkrise ist nun, dass die Mathematik selbst nicht so sicher ist, wie die Verfahren, die sie bereitstellt.[1] Während der Mathematiker jeden Winkelzug eines mathematischen Verfahrens streng logisch begründet und sich von kritischen Kollegen streng prüfen lässt, kann er doch nie ausschließen, dass sich die Grundlagen, auf denen er seine Kunst aufbaut, bald verflüchtigen. Sicher ist die Mathematik also nicht, weil sie sich bis auf ihre Grundlagen hinab ihrer selbst vergewissert, sondern weil sich die Mathematiker sozusagen die größte Mühe geben. Dies verhält sich freilich in jeder Wissenschaft so; doch keine andere Wissenschaft ließ sich zwei Jahrtausende lang als Vorbild für Sicherheit und Gewissheit so feiern wie die Mathematik; und keine andere Wissenschaft verdankt diesem Selbstbild ihr gesellschaftliches Prestige. Es liegt daher im Interesse der Mathematik und jeder mathematischen Herrschaft, dass die Fähigkeiten der Mathematik zum Erzeugen von Einigkeit betont und die epistemologische Krise der Mathematik verschwiegen wird. Daher rühren die fehlende Offenheit im gesellschaftlichen Umgang mit dem Wesen der Mathematik, die fehlende Kritik und die Mystifizierung der Disziplin. Der »Mythos Mathematik«, den Ullmann an vielfältigen Berührungspunkten von Mathematik und Gesellschaft freilegt,[2] ist gerade jener, der die Mathematik ausweist als einigkeitsstiftende Disziplin *sui generis*.

Der Glaube an die Omnipotenz und Unfehlbarkeit der Mathematik ist als Bestandteil des gesellschaftlichen Wissens um die Mathematik die Grundlage der Technik der Führung der anderen durch Mathematik. Die Kultivierung dieses Glaubens und die Diskreditierung ›Ungläubiger‹ sind damit eine notwendige Voraussetzung für die Einsetzung mathematischer Führungstechniken. Mathematischer Herrschaft geht also eine mathematische Disziplinierung voraus, welche zweierlei leisten muss: Sie muss zum einen Mathematikgläubige hervorbringen, die sich mathematisch führen lassen – sonst wäre eine mathematische Legitimation von Denken und Tun unmöglich –, und sie muss dafür sorgen, dass die Ungläubigen keinen Schaden anrichten, die Führung der anderen also nicht stören und nicht aufbegehren gegen die Führung. Idealtypisch ließen sich also auch hier – wie bei der Disziplinierung zu logischem oder bürokratischem Denken – zwei Reinformen der Askese unterscheiden, mit denen das Individuum auf die ihm auferlegte Disziplinierung reagieren kann, nämlich die Komplizenschaft und die Isolation. Mir scheint es jedoch, als ob kaum jemand – gleich welcher mathematischen Leistungsfähigkeit und sozialen Herkunft – an der Omnipotenz und Unfehlbarkeit der Mathematik zweifelt und sich daher aus dem Mythos Mathematik ausschließt. Vielleicht liegt gerade hierin der große Erfolg mathematischer Sozialisation. »Mathematik für alle«[3] hieße dann nicht, dass jeder souverän gegenüber der Mathematik würde, sondern, dass jeder dem Mythos Mathematik aufsitzt.

8.4 Ausschluss aus dem Mathematischen

So wie die Dispositive des Wahnsinns und der Delinquenz Abweichler als Wahnsinnige oder Delinquenten aus der gesellschaftlichen Teilhabe ausschließen, weil sich diese nicht in einer

[1] ›Sicher‹ ist hier gemeint im Sinne einer Einigkeit.
[2] Ullmann 2008
[3] Diesen populären Schlachtruf trägt beispielsweise das Buch von Krohn & al. (2011) im Titel. Valero 2013 wendet sich diesem Schlachtruf kritisch zu.

gewissen Art und Weise aufführen können, schließen auch die Dispositive der logischen Vernunft, des Rechnens und der Mathematisierung aus. Kennzeichen eines solchen Ausschlusses ist die Entmündigung des Ausgeschlossenen: er gilt fortan als zu unvernünftig oder zu gesellschaftsschädigend, als dass er am gesellschaftlichen Miteinander schadlos und produktiv teilhaben könne. Von solchen Prozessen des Ausschlusses zeugen Wörter, die im Umfeld der Dispositive des Mathematischen gebraucht werden: Wer logisch denkt, ist vertrauenswürdig; wer berechenbar ist, ist verlässlich, da regelgeleitet; wer hingegen unlogisch denkt, dem ist ebenso wenig zuzuhören wie der Willkür des Unberechenbaren.

Schon Parmenides nannte jene, die nicht logisch denken wollten, »hilflos«, »umherirrend«, »dahintreibend«, »taub«, »blind« und »entscheidungsunfähig« und empfahl seinen Hörern, ihrem Denken nicht zu folgen, sondern dem logischen.[1] Aristoteles sprach jenen, die nicht logisch denken wollten, die Bildung ab und stellte sie somit im philosophisch gebildeten Bürgertum des antiken Griechenlands ins gesellschaftliche Abseits.[2] In der Neuzeit werden Logik und Denken schließlich ineinsgesetzt; unlogisches Denken ist dann kaum noch anerkannt; unvernünftiges Denken wird unter dem Schlagwort des Wahnsinns aus der Gesellschaft ausgegrenzt.[3] Und wenngleich sich die Philosophie von einer solchen Einengung des Begriffs des Denkens längst wieder befreit haben mag, schwingt das Erbe des Rationalismus im Verhältnis von Logik und Denken heute immer noch mit, letztlich in der Auffassung, dass der Mathematikunterricht auf irgendeine Weise das Denken schule. Inwiefern der Verzicht auf logisches Denken und logisches Argumentieren den Einzelnen auch gesellschaftlich angreifbar macht, kann an dieser Stelle nur vermutet werden – zumindest liegen in dieser Richtung keinerlei Studien vor. Bereits Aristoteles hatte seine Ausführungen zur Logik verstanden als Anleitung zum Überzeugen im öffentlichen Diskurs. Dass der öffentliche Diskurs auch heute – nach der Wiederentdeckung antiken Denkens in der Renaissance, seiner Überhöhung zur Zeit des Rationalismus und der anschließenden Verwissenschaftlichung der Gesellschaft – durch das logische Denken geprägt ist, liegt nahe. Das bedeutet nicht, dass ein Denken und ein Argumentieren jenseits des Logischen *per se* ausgeschlossen sei und jedes anerkannte Denken und Argumentieren der Logik folge, sondern vielmehr, dass es auch heute gesellschaftliche Diskurse gibt, etwa die Wissenschaft, aber auch die Verwaltung und die Politik, in denen es als Mangel gilt, Begriffe mehrdeutig zu verwenden, Widersprüche zuzulassen und Aussagen nicht begründen zu können. Zweifellos kann Logik also auch heute als Technik dienen, um im öffentlichen Diskurs seine Opponenten zurückzuweisen und sein eigenes Denken zu verteidigen. Der Einfluss der Logik ließe sich höchstens relativieren durch andere Formen des Denkens und Argumentierens, die inzwischen als anerkannte Alternative an ihre Seite getreten sein mögen.

Im Fall des Rechnens und der Bürokratie ist der Ausschluss aus der Gesellschaft besser benennbar. Wo der Einzelne mit Verwaltung in Berührung kommt, ob nun passiv als Betroffener oder aktiv als Verwaltender, sind die Fähigkeit und der Wille zum bürokratischen Denken von Vorteil, wenn nicht gar notwendig. Die Ablehnung bürokratischer Verwaltung und die Einforderung persönlicher Rücksichtnahme können dann zu Konflikten führen, die darin enden, dass der Einzelne seine Ansprüche gegenüber einer Verwaltung nicht geltend machen kann. In diesem Sinne ist der Einzelne dann aus der Teilhabe an der Gesellschaft ausgeschlossen.

Die angesprochene Stigmatisierung geht schließlich mit einer Entmündigung einher. Dies zeigt sich schon an den Adjektiven, die Parmenides den nicht logisch Denkenden zuschreibt.

[1] Parmenides *Fragmente*, S. 16f.
[2] Aristoteles *Metaphysik*, 1006a
[3] Vgl. Kap. 4.3 und 5.4.

Wer »hilflos«, »umherirrend«, »dahintreibend«, »taub«, »blind« und »entscheidungsunfähig« ist, braucht jemanden, der ihm hilft, die Richtung weist, für ihn hört, sieht und entscheidet; er ist von der Hilfe von Experten abhängig. Diese Experten sind dann freilich jene, die logisch, bürokratisch und mathematisch denken können und damit eine gesellschaftlich privilegierte Gruppe bilden. Der Führungsanspruch dieser Gruppe beruht dann nicht nur darauf, dass diese Gruppe etwas kann, was andere nicht können, sondern auch darauf, dass sie etwas will, was andere nicht wollen, und dass allgemein akzeptiert wird, dass das Können dieser Gruppe einen gesellschaftlichen Wert darstellt, dass alternative Zugänge, zu denen auch die Isolierten in der Lage wären, minderwertig sind.

Wie Foucault für den Wahnsinn und die Delinquenz bemerkt, ist der Ausschluss jedoch nicht nur eine Verwahrung oder Strafe zum Schutz der Allgemeinheit, die vorrangig auf den Wahnsinnigen und den Delinquenten selbst abzielt, sondern eine Negativfolie, die dem Angepassten vor Augen gehalten wird, um ihm immerfort aufzuzeigen, wohin Unvernunft und fehlende Gesetzestreue unwiederbringlich führten. Der Ausschluss selbst ist also eine Technik zur Führung der Anderen: während wenige ausgeschlossenen werden, werden viele sozusagen ›eingeschlossen‹ durch die fortwährende Warnung, wozu der Ausbruch aus Vernunft und Gesetzestreue führen. Der Vergleich zur mathematischen Disziplinierung mag schwierig sein – immerhin gibt es keine Anstalten für jene, die im Mathematikunterricht scheitern –; dennoch zeigen sich auch hier deutliche Zeichen von Zugehörigkeit und Ausschluss. Man beachte etwa die Polarisierung, wenn es um das persönliche Verhältnis zum Schulfach Mathematik geht, dass dieses also zugleich den Spitzenplatz unter den Lieblingsfächern wie unter den Hassfächern einnimmt. Offenbar gelingt es dem Mathematikunterricht wie keinem anderen Fachunterricht, sowohl Identifikation wie auch Ausschluss zu erzeugen. Dass man ferner »mit dem mathematischen Unvermögen« öffentlich kokettieren könne, zeigt, dass die Abwendung von Mathematik ein verbindendes Element, eine geteilte Erfahrung weiter Teile unserer Gesellschaft ist. Ob dies möglich sei, »ohne als ungebildet zu gelten«, wie Henn & Kaiser schreiben,[1] sollte jedoch differenzierter beantwortet werden. Fraglich ist doch, mit welcher Absicht ein solches Eingeständnis abgegeben wird. Wenngleich man sich in der Absicht, sich mit der Masse der Abgewandten zu verbrüdern, derart äußern mag, mag man es wohl kaum während des Versuchs, Entscheidungen mathematisch zu begründen. Im ersten Fall identifiziert man sich als von der Mathematik abgewandter, im zweiten Fall muss man jedoch auf das Bild des mathematischen Souveräns setzen – beide Darbietungen haben ihre Domäne und ihr Publikum.

8.5 Der Mathematikunterricht als Disziplinarinstitution

Mit der Mathematisierung und Bürokratisierung unserer Gesellschaft setzt ab dem 19. Jahrhundert auch eine Entwicklung ein, welche die Schule und den Mathematikunterricht als allgemeinverbindliches Pflichtprogramm für Heranwachsende einsetzt. Während die ersten Schulen in der *Beschäftigung* der Kinder, deren Eltern arbeiten sollen, ihre primäre Aufgabe sehen, übernehmen die Schule und der Mathematikunterricht mit der Zeit immer weitreichendere gesellschaftliche Funktionen. Fend hatte diese Funktionen zu klassifizieren versucht.[2] Mathematikunterricht hat demnach eine Selektions- und Allokationsfunktion; er trägt dazu bei, Schüler nach bestimmten Kriterien auszuwählen und ihnen gesellschaftliche Möglichkeiten, etwa die Berechtigung zum Studium, zuzuweisen oder anderen eine Auswahl zu

[1] Henn & Kaiser 2001, S. 359f.
[2] Fend 1974

ermöglichen, etwa durch eine Orientierung an Schulnoten. Die Frage, nach welchen Kriterien im Mathematikunterricht bewertet wird und welche Rolle er bei der Zuweisung gesellschaftlicher Möglichkeiten spielt, ist eine genuin mathematikdidaktische, die aus meiner Sicht bisher kaum untersucht wurde. Auch diese Untersuchung kann zur Beantwortung dieser Frage höchstens indirekt etwas beitragen, indem sie nämlich neue Dimensionen dessen aufzeigt, was im Mathematikunterricht getrieben und bewertet wird.

Mathematikunterricht hat ferner eine Qualifikationsfunktion; er ermöglicht den Erwerb von mathematikhaltigem Wissen und Können. Untersuchungen zur Anwendung von Mathematik in der Praxis lassen jedoch Zweifel aufkommen, inwieweit Schulmathematik tatsächlich im außerschulischen Leben genutzt wird.[1] Die Form, in der realistische Probleme im Mathematikunterricht aufgegriffen werden – nämlich in der Regel nur, um sie auf das Mathematische zu reduzieren und ihre außermathematischen Dimensionen zu ignorieren –,[2] lässt zudem Zweifel aufkommen, inwieweit gegenwärtiger Mathematikunterricht überhaupt Möglichkeiten schafft, um eine Nutzung von Mathematik im außerschulischen Leben zu ermöglichen. Die Bedeutung mathematischer Qualifikation liest sich vor diesem Hintergrund weitaus bescheidener, als es das in der Mathematikdidaktik verbreitete Narrativ, mathematische Qualifikation sei im Leben wichtig und müsse in der Schule erworben werden,[3] vermuten lässt.

Schließlich kommt dem Mathematikunterricht eine Integrations- und Legitimationsfunktion zu; er trägt dazu bei, Heranwachsende in die bestehende Gesellschaft zu integrieren und schafft Akzeptanz für die bestehenden gesellschaftlichen Verhältnisse und Werte. Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, dass diese gesellschaftliche Funktion des Mathematikunterrichts in seiner Tragweite nicht zu unterschätzen ist. Der Mathematikunterricht ist als Disziplinierungsinstitution diejenige Anstalt, die das Verhältnis des Heranwachsenden zur Mathematik frühzeitig und über Jahre hinweg prägt. Wenngleich dadurch nicht ausgeschlossen ist, dass man sich jenseits des Mathematikunterrichts ein anderes Bild der Mathematik macht, ist es doch offensichtlich, dass der Einfluss des Mathematikunterrichts im Vergleich zu anderen Einflüssen auf das Individuum so übermächtig ist, dass vom Mathematikunterricht als *der* mathematischen Sozialisationsinstanz gesprochen werden kann.

Als solche Sozialisationsinstanz ist der Mathematikunterricht mit den Dispositiven der Logik, des Rechnens und der Mathematisierbarkeit verbunden. Es wurde gezeigt, dass all diese Dispositive auf einem Macht-Wissen-Komplex beruhen, also insbesondere ein Denken erfordern, welches ihre Führung erst ermöglicht. Dieses Denken im Einzelnen zu kultivieren, ist eine Notwendigkeit entsprechender Führung und bedarf des Einsatzes von Disziplinartechniken. Der Mathematikunterricht ist der eindringlichste Kontakt des Einzelnen mit Logik, Rechnen und Mathematik, sodass es naheliegt, die Verwirklichung der angesprochenen Disziplinierung dort zu vermuten. In der Tat lassen sich nun zahlreiche Praktiken des Mathematikunterrichts als Disziplinartechniken lesen. Ob nun im Unterrichtsgespräch, beim Schülervortrag, beim Üben oder in der Klassenarbeit – letztlich wird die Güte einer Schülerleistung zu einem großen Teil an den Maßstäben der Logik, des Rechnens, der Mathematik gemessen. So wurde beispielsweise für die Schüleraufgabe im Mathematikunterricht gezeigt, dass sie für gewöhnlich logischen Denkens und Rechnens bedarf, zuwiderlaufende Aspekte jedoch selbst in innovativen Aufgabenformaten letztlich ausschließt.[4]

[1] Lave 1988
[2] Vgl. Kap. 6.3.
[3] Vgl. etwa Heymanns Ziel der Lebensvorbereitung in Heymann 1996a, S. 134-154.
[4] Vgl. Kapitel 7.

Der Mathematikunterricht ist eine Institution, in der Erfolg und Wertschätzung untrennbar mit der Realisierung logischer, rechnerischer und generell mathematischer Ansprüche verbunden ist. Erfolg im Mathematikunterricht setzt daher eine Askese des Schülers voraus, welche darin besteht, dass dieser Techniken der Selbstführung entwickelt, die es ihm erlauben, den Anforderungen des Mathematikunterrichts zu genügen. Wie im Laufe dieser Untersuchung aufgezeigt wurde, umfasst eine für den Erfolg im Mathematikunterricht günstige Selbstführung unter anderem

- den Glauben an eine unveränderliche und unvergängliche Wahrheit und an die Bestimmtheit allen Seins durch seine Gründe sowie eine Haltung der Suche nach Wahrheit und Gründen;
- das Denken in unvereinbar-antagonistischen Begriffen und Klassifizierungen;
- die Fähigkeit und die Bereitschaft einer auf formale Fälle reduzierenden Wahrnehmung weltlicher Probleme,
- die Fähigkeit und die Bereitschaft zur rein formal-regelhaften Bearbeitung weltlicher Probleme sowie
- den Glauben, dass die Anwendung von Mathematik in jedem Fall möglich und sinnvoll sei und zu sicheren und eindeutigen Erkenntnissen führe.

Wem eine Askese in diese Richtung nicht glücken kann oder will, läuft Gefahr, dadurch Möglichkeiten der erfolgreichen Teilhabe am Mathematikunterricht zu verlieren. Bleiben Erfolg und Wertschätzung im Mathematikunterricht lange aus, bleibt dem Schüler jedoch eine andere Möglichkeit der Selbstführung, nämlich den der Isolation. Der Schüler kann dem Mathematikunterricht zwar nicht körperlich entfliehen, wohl aber geistig, indem er etwa den Eindruck gewinnt, dass die Inhalte des Mathematikunterrichts für sein Leben ohne Belang oder ihm mit seinen geistigen Fähigkeiten nicht erreichbar seien. Eine solche Abkehr vom Mathematikunterricht mag zwar aus pädagogischer und ökonomischer Sicht unerwünscht sein; ein Bildungsangebot nicht anzunehmen liegt jedoch durchaus im Recht des Einzelnen.

Folgenschwer ist es vielmehr, wenn die Abkehr vom Mathematikunterricht mit einer Stigmatisierung einhergeht; die Abkehr also nicht als souveräne und womöglich wohlbegründete Entscheidung des Einzelnen respektiert, sondern dem Einzelnen Intelligenz, Fleiß oder gar ein Recht auf Partizipation abgesprochen werden. Keitel und Dowling zeigen, wie wenigstens die im Mathematikunterricht allgegenwärtige Disziplinartechnik der eingekleideten Aufgabe diese Entmündigung noch verstärkt.[1] Bestandteile dieser Technik sind nämlich die Vorstellungen, dass mit Mathematik jedes weltliche Problem eindeutig lösbar sei, dass eine erfüllte Bewältigung des Alltags des Einzelnen zwingend der Mathematik bedarf und dass jeder Schüler Mathematik entdecken oder nacherfinden könne. Dadurch wird die Mathematik als omnipotentes Problemlösemittel eingesetzt, der Einzelne von Mathematik abhängig und zugleich bei Problemen beim Lernen von Mathematik auf sich selbst verwiesen. Ein Scheitern im Mathematikunterricht bedeutet dann, diesem omnipotenten Problemlösemittel machtlos unterworfen zu sein, seinen Alltag kaum oder nur durch die Hilfe mathematischer Experten bewältigen zu können und Probleme beim Lernen von Mathematik lediglich sich selbst, nicht aber der Mathematik oder dem Unterricht zuzuschreiben. Führt die Askese in diese Richtung, so zeigt sich, dass sich der im Mathematikunterricht gescheiterte selbständig als Unterworfener der Mathematik hervorbringt, der der Mathematik vertraut und seinen eigenen Fähigkeiten misstraut. Gerade hier würde jemand, der mit Mathematik Führung ausüben will, seine Subjekte haben wollen. Mit Logik und Rechnen im Mathematikunterricht verhält es sich ebenso. Ist das

[1] Keitel 1979; Dowling 1998; diskutiert in Unterkapitel 3.1 und 3.3

Logische die einzig vernünftige Form des Denkens und das Rechnen die einzig sinnvolle Handhabung einer auf Fälle reduzierten Realität, so bedeutet ein Scheitern an Logik und Rechnen die persönliche Unfähigkeit zur Teilnahme den gesellschaftlich notwendigen Prozessen des vernünftigen Denkens und gerechten Verwaltens.

Bemerkenswert ist, dass das durch diese Disziplinierungstechniken erzeugte Vertrauen in die Mathematik und Misstrauen gegenüber dem Selbst erst dadurch möglich wird, dass jede alternative Sichtweise auf das Mathematische – etwa eine unlogische, subjektiv begründete, oder mathematikkritische Betrachtung – im Mathematikunterricht fehlt. Auf diese Weise wird dem Schüler die Möglichkeit genommen, die Eigenheiten des Mathematischen dialektisch wahrzunehmen, für sich einzuordnen und eine souveräne Haltung gegenüber dem Mathematischen auszubilden. In dieser selbstbestimmt-kritischen Position würde jemand, der mit Mathematik Führung ausüben will, seine Subjekte freilich auch nicht haben wollen.

Der Mathematikunterricht ist also jene Institution, die durch geeignete Disziplinartechniken im Einzelnen eine Selbstführung gegenüber dem Mathematischen installiert. Diese besteht im Falle eines fähigen und willigen Umgangs mit Logik, Rechnen und Mathematisierungen idealtypisch in einer durch Erfolge im Mathematikunterricht positiv empfunden Komplizenschaft, schließlich in der Fähigkeit, in entsprechenden Funktionen in der Gesellschaft gestaltend mitzuwirken. Im Falle eines unfähigen oder unwilligen Umgangs mit Logik, Rechnen und Mathematisierungen besteht diese Selbstführung idealtypisch in einer durch Misserfolg im Mathematikunterricht induzierten Abwendungen vom Mathematischen, schließlich in der unkritischen Unterwerfung unter mathematiknahe Führungstechniken in der Gesellschaft. Die von Henn & Kaiser (2001) angemerkte polarisierte Wertschätzung des Mathematikunterrichts sowie die von Fischer (1984) angesprochene Mathophobie wären demnach keine Betriebsunfälle des Mathematikunterrichts, sondern notwendige Folgen seiner derzeitigen gesellschaftlichen Funktionen.

Wichtig ist die Erkenntnis, dass die Integrations- und Legitimationsfunktion des Mathematikunterrichts nicht nur auf den Umgang mit Mathematik beschränkt ist, sondern wenigstens auch die Logik und die Bürokratie umfasst. Im Unterricht lernt der Schüler eben nicht nur, die Mathematik als omnipotentes Problemlösemittel zu schätzen sowie zu nutzen oder zu erdulden, sondern er lernt mit der Logik eine Form des Denkens und Argumentierens kennen, welche im Mathematikunterricht ebenso eine Voraussetzung für Erfolg ist wie das bürokratisch-unpersönliche Denken in Regeln und Fällen. Damit demokratisiert der Mathematikunterricht zwei Führungstechniken, die wir schon aus der Antike kennen, die aber erst in der Moderne dank des Schulwesens gesamtgesellschaftlich auf die notwendige Selbstführung trifft, dann aber schließlich die gesamte Gesellschaft durchdringt. Der Mathematikunterricht ist damit Bestandteil einer Dialektik von Nutzen und Gefahr. Während der Logik, der Bürokratie und der Mathematisierung schwerwiegende Gefahren innewohnen, zeigt sich ihr Beitrag für unsere heute Kultur aber auch im positiven Sinne. So liefert die Logik eine Technik zur politischen Konsensfindung ohne Gewalt, die Bürokratie ermöglicht eine möglichst effiziente und willkürfreie Verwaltung und Mathematisierungen erlauben eine möglichst unumstrittene und in diesem Sinne zuverlässige Gestaltung gesellschaftlicher Entscheidungsprozesse. Nur schwer lassen sich folglich auf der Grundlage der diskutierten gesellschaftlichen Funktionen wertorientierte Vorschläge zu einer Veränderung des Mathematikunterrichts hervorbringen oder gar durchsetzen.[1]

[1] In Unterkapitel 9.2 soll trotzdem ein Ausblick für den Mathematikunterricht gewagt werden.

8.6 Mathematikdidaktik als Disziplinarwissenschaft

Wie Foucault aufgezeigt hatte, zeichnen sich die Humanwissenschaften, beispielsweise die Psychologie, als Disziplinarwissenschaften aus durch die Arbeit an der Verbesserung entsprechender Disziplinartechniken und die Kultivierung eines Wissens, welches den Einsatz dieser Techniken legitimiert. Analog dazu lässt sich auch die Mathematikdidaktik als Disziplinarwissenschaft verstehen, denn auch sie strebt die Verbesserung der Disziplinartechniken des Mathematikunterrichts an und will diesen legitimieren. Die Legitimation des Mathematikunterrichts bewegt sich fast ausschließlich auf der Grundlage eines aufklärerischen Bildungsbegriffs. Dies zeigt sich beispielsweise am Zielkatalog eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts, wie ihn Heymann (1996a) aufstellt. Lebensvorbereitung, Weltorientierung, Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch, Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft, Einübung in Verständigung und Kooperation sowie die Stärkung des Schüler-Ichs sind allesamt Kategorien, die zuallererst den Schüler emanzipieren und erst ›durch ihn‹ der Gesellschaft nutzen sollen. Höchstens das Ziel der Stiftung kultureller Kohärenz ließe sich hier noch anders, nämlich gesellschaftsdienlich interpretieren. Mathematikdidaktische Bildungstheorie droht die Legitimation des Mathematikunterrichts also einseitig mit den Idealen der Aufklärung zu verknüpfen. Damit gerät aus dem Blick, was sich vor den Idealen der Aufklärung nicht legitimieren lässt, was also nicht der »Höherbildung« der Heranwachsenden dient, allem voran Beschäftigung, Disziplinierung sowie Selektion und Allokation. Wenngleich der Mathematikunterricht viele Schüler beschäftigt, diszipliniert und bewertet, liegen zu diesen Phänomenen des Mathematikunterrichts nur wenige mathematikdidaktische Untersuchungen vor. Stattdessen befassen sich offenbar die meisten mathematikdidaktischen Untersuchungen mit Fragen zur Qualifikation der Schüler, also mit der Frage, wie Mathematik besser zu lehren und zu lernen sei. Konsequenterweise wird die Mathematikdidaktik oft als ›Wissenschaft des Lehrens und Lernens von Mathematik‹ verstanden.[1] Ein solches Selbstverständnis der Mathematikdidaktik liegt wohl in ihrer Entstehung in den Jahren nach dem Zweiten Weltkrieg begründet, bei welcher mathematische, pädagogische und psychologische Sichtweisen zusammenkamen. Sozialkritische Beiträge bleiben trotz vermehrter Forschung in diese Richtung seit den 80er Jahren des 20. Jahrhunderts randständig.[2]

Inwieweit die Mathematikdidaktik durch ihre meist pädagogisch-psychologische Ausrichtung ein treibender Motor einer Erneuerung des Mathematikunterrichts ist, bleibt indes unklar. Zum einen legen Neander und Lundin dar, wie sich umfassende Veränderungen im Mathematikunterricht ökonomisch erklären lassen.[3] Vor dem Hintergrund ihrer Erkenntnisse wirkt die Forschung zum Mathematikunterricht nicht souverän-gestaltend und ihren eigenen Idealen folgend, sondern tritt auf als ein pädagogisch-psychologisches Bindeglied zwischen Unterricht und Wirtschaft, welche ausformuliert, wie die neuen ökonomischen Anforderungen an den Mathematikunterricht pädagogisch zu rechtfertigen und unterrichtlich umzusetzen seien.

Zum anderen hat sich gezeigt, dass in der Mathematikdidaktik prominente Vorschläge zur Erneuerung des Mathematikunterrichts, beispielsweise in Form eines genetischen oder entdeckenden Lernens, im Unterricht keine flächendeckende Umsetzung finden. Die unterrichtliche Wirksamkeit mathematikdidaktischer Innovationen scheint also in der Regel sehr begrenzt zu sein.[4] Das mag daran liegen, dass eine solche Wirksamkeit davon abhängt, ob Lehrer die vor-

[1] So steht es etwa auf der Webseite der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 2013).
[2] Vgl. Unterkapitel 2.3.
[3] Vgl. Unterkapitel 3.1 und 3.3.
[4] Vgl. Unterkapitel 2.3.

gestellten Innovationen überzeugend annehmen und auch ihren Kollegen empfehlen. Überzeugen seine Innovationen nicht, so hat der Didaktiker in der Regel keinen flächendeckenden Zugriff auf Mathematikunterricht. Der Mathematikunterricht verharrt dann in einer Form, in den ihn andere Beteiligte gegossen haben, denn der Mathematikdidaktiker ist nicht der einzige Akteur, der auf Mathematikunterricht prägend einwirkt. Vielmehr sind es Eltern, Schüler, Lehrer, Mathematiker und Zwänge des Systems Schule, die Mathematikunterricht mitgestalten und an denen mathematikdidaktische Innovationen schließlich scheitern können. Selten werden solche Machtprozesse derart sichtbar wie im Falle der Habilitationsschrift von Heymann. Nach einigen Gedanken zur alltäglichen Verwendung von Mathematik fasst Heymann zusammen:

> Erwachsene, die nicht in mathematikintensiven Berufen tätig sind, verwenden in ihrem privaten und beruflichen Alltag nur relativ wenig Mathematik – was über den Stoff hinausgeht, der üblicherweise bis Klasse 7 unterrichtet wird (Prozentrechnung, Zinsrechnung, Schlußrechnung), spielt später kaum noch eine Rolle.[1]

Diese Aussage veranlasste zahlreiche Tageszeitungen zu Meldungen, in denen unter Verweis auf Heymann behauptet wurde, dass sieben Jahre Mathematikunterricht genügten. Bemerkenswert ist nun die Stellungnahme des damaligen Dekans der Fakultät für Mathematik an der Universität Bielefeld, wo Heymann seine Habilitationsschrift eingereicht hatte. Zahlreiche Abgrenzungsbemühungen sollen dem Leser gleich am Anfang der Stellungnahme offenbar signalisieren, dass Heymann mit seinen Thesen unter Mathematikern nicht durchgekommen wäre, sondern dass man versucht hätte, ihn aufzuhalten, hätte man von seiner Ketzerei nur Kenntnis gehabt. So wird betont, dass Heymann sich an der Fakultät für Pädagogik habilitiert habe, die Fakultät für Mathematik sei hingegen »zu keiner Zeit beteiligt«, ja »nicht einmal (weder offiziell noch inoffiziell) informiert«, also machtlos gewesen. »Viele Anfragen von irritierten Mathematikern und Lehrern aus der ganzen Bundesrepublik« seinen an der Fakultät eingegangen – hier zeigt sich der Einfluss der Interessengruppen. Ringel, der Dekan der Fakultät für Mathematik und Autor der Stellungnahme, weist Heymanns Pläne für eine Reduktion des mathematischen Curriculums anschließend zurück. »Nicht eine Reduktion, sondern eine Ausweitung der mathematischen Grundausbildung für alle Schüler steht an«, prophezeit Ringel mit seinem Schlusswort.[2]

Diese Episode zeigt beispielhaft, wie ein Mathematikdidaktiker, der zwar keineswegs als Revolutionär gelten kann, aber durchaus weitreichende Veränderungen des Mathematikunterrichts vorschlägt, von Interessengruppen – in diesem Fall von Mathematikern und Lehrern – unter Druck gesetzt wird. Dabei ist nicht davon auszugehen, dass die angesprochenen Mathematiker, Lehrer oder gar Ringel selbst hier taktisch und kalkuliert in ihrem eigenen Interesse argumentieren. Nein, sie glauben offenbar tatsächlich, dass eine Expansion mathematischer Bildung dem Gemeinwohl zugutekomme.

Hierin kehrt freilich der Schulterschluss zwischen Pädagogik und Mathematik zurück, der auf den Vorstellungen aufbaut, dass ein idealer Mathematikunterricht zur Emanzipation der Gesellschaft beitrage und nur auf Grund von mangelhafter Umsetzung noch nicht Wirklichkeit sei. Auf diese Weise lässt sich, wie Lundin bemerkt,[3] die Existenz von allgemeinverbindlichem Mathematikunterricht sowie von Mathematikdidaktik legitimieren. Es ist also im Interesse aller Beteiligten, dem emanzipatorischen Potential des Mathematikunterrichts, seinem Praxisdefizit und der Gestaltungskraft der Mathematikdidaktik das Wort zu reden. Die Mathematik-

---

[1] Heymann 1996a, S. 153

[2] Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld 17.10.1995; siehe auch Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld 15.06.1996.

[3] Lundin 2008

didaktik produziert einen Macht-Wissen-Komplex, in dem die Existenz von Mathematikunterricht und ihrer selbst erst legitimiert wird. Aus ebendiesem drohen die Vorschläge Heymanns auszubrechen, wohingegen der Aufschrei von Mathematikern und Lehrern die der Mathematikdidaktik zugedachte Rolle darlegen. In diesem Selbstverständnis gefangen, läuft die Mathematikdidaktik schließlich stets Gefahr, sich ihres eigenen Wirkungspotentials zu berauben. Der Beitrag von Henn & Kaiser zeigte beispielhaft, dass die Mathematikdidaktik die großen Probleme des Mathematikunterrichts zuweilen bereits ebenso erkannt zu haben glaubt wie die adäquaten Heilmittel.[1] Indem sie Unterricht pädagogisch-idealistisch betrachtet und zeitgenössischen Unterricht als defizitär wähnt, droht sie andere Forschungsparadigmen und eine fruchtbare Einbeziehung der vermeintlich defizitären Lehrer zu verhindern. Diese Isolation mag schließlich auch erklären, warum mathematikdidaktische Innovationen so selten Einzug im Klassenraum erhalten.

[1] Henn & Kaiser 2001, diskutiert in Unterkapitel 2.3

Kapitel 9 – Rückblick und Ausblick

9.1 Rückblick

Diese Untersuchung war angetreten, um einen Beitrag zu leisten zum Verständnis gesellschaftlicher Funktionen des gegenwärtigen Mathematikunterrichts an deutschen Sekundarschulen. Die Diskussion der vorliegenden soziologisch und kritisch geprägten Literatur im dritten Kapitel ergab zahlreiche Anregungen, zeigte aber auch zentrale Problemfelder bisheriger Forschung auf. Diese ließ sich kaum unter dem Schirm einer verbindenden Gesellschaftstheorie zusammenfassen, unterlag oft noch den Beschränkungen moderner Glaubensgrundsätze und nahm die Mathematik meist als kulturell neutrales Gebilde wahr, welches erst durch Anwendung und Unterricht politisch würde. Der inhaltliche Beitrag dieser Untersuchung liegt darin, die bisher vorliegende Literatur mit sozialkritischem Einschlag kritisch einzuordnen, auf das Fundament einer Gesellschaftstheorie zu stellen, die den Glaubensgrundsätzen der Moderne skeptisch begegnet, die kulturelle Bedeutung von Mathematik in ihren Dimensionen Logik und Rechnen zu erforschen und die Resultate schließlich in einer zusammenhängenden Theorie von Dispositiven des Mathematischen zu formulieren. Der methodische Beitrag dieser Untersuchung liegt darin, aufzuzeigen, wie kritische, genealogische und soziologische Forschungsansätze für eine Untersuchung des Mathematikunterrichts erschlossen werden können.

Entstanden ist eine Theorie der gesellschaftlichen Funktionen des gegenwärtigen Mathematikunterrichts, die zahlreiche Phänomene des Mathematikunterrichts erklären und viele Fragen zum Mathematikunterricht beantworten kann. An dieser Stelle verdeutliche dies eine Auswahl:

- Zur Frage, wie durch Mathematik Macht ausgeübt wird, konnte durch die Beleuchtung der Dispositive der logischen Vernunft und des Rechnens eine erste Antwort geliefert werden. Es zeigt sich, dass das Mathematische genutzt werden kann, um Einigkeit in der Gesellschaft herzustellen oder zu erzwingen. Die Grundlagen für diese Machtausübung bietet eine Sozialisation im Mathematischen, welche im Einzelnen ein unkritisches Vertrauen ins Mathematische verankert und ihn somit zum Komplizen oder wenigstens zum stillen Erdulder des Mathematischen macht.
- Die Frage, welche Integrations- und Legitimationsfunktionen der gegenwärtige Mathematikunterricht hat, kann in Hinblick auf diese Dispositive beantwortet werden. Eine Herausragende Integrations- und Legitimationsfunktion des Mathematikunterrichts besteht demnach darin, im Einzelnen eine Askese anzustoßen, welche eine Führung durch das Mathematische erst ermöglicht. Der Mathematikunterricht legt also die Grundlage für eine Reihe von Führungstechniken, die in weiten Teilen unserer Gesellschaft wichtige Anwendungen finden.
- Die unvergleichlich starke Polarisierung der Zuneigung, die das Schulfach Mathematik erfährt, ist vor diesem Hintergrund nicht länger verwunderlich. Die Askese des Einzelnen im Mathematikunterricht bewegt sich zwischen den Idealtypen der Komplizenschaft und der Isolation. In einem Fall werden die Eigenheiten des Mathematischen und der Mathematikunterricht wertgeschätzt, der Einzelne unterwirft sich dem Mathematischen und nimmt erfolgreich am Mathematikunterricht teil; in anderen Fall werden die Eigenheiten des Mathematischen und der Mathematikunterricht als eine Belastung erfahren, der Einzelne wendet sich vom Mathematischen ab und scheitert am Mathematikunterricht. Idealtypisch zugespitzt entstehen durch diesen Mechanismus zwei Gruppen, nämlich zum einen solche, die dem Mathematischen vertrauen und in der Lage sind, mathematisch geprägte Aufgaben

in der Gesellschaft zu übernehmen; zum anderen solche, die dem Mathematischen misstrauen, es jedoch nicht mehr hinterfragen, weil sie sich verstört von ihm angewendet haben. Bemerkenswert ist, dass sich das Mathematische in beiden Fällen als unhinterfragbare Führungstechnik etabliert wurde.

- Insofern ist die Herausbildung von Mathophobie und intellektueller Lähmung keine funktionswidrigen Phänomene des Mathematikunterrichts, sondern ein zentraler Bestandteil seiner gegenwärtigen gesellschaftlichen Funktionen. Die Vorstellung, es gebe Leute, die Mathematik können, und es gebe Leute, die Mathematik nicht können,[1] liegt im Interesse dieses Mechanismus'.
- Dass die Abneigung gegenüber der Mathematik ihrem Wesen geschuldet ist und nicht allein ein Problem des Unterrichtens sei, hatte bereits Fischer geahnt. Die Analyse der Einschränkungen, die eine Askese im logischen oder bürokratischen Denken mit sich bringt, zeigt mögliche Gründe für eine Ablehnung des Mathematischen. So ist es vor dem Hintergrund der Eigenheiten der Logik nicht länger verwunderlich, wenn eine Schülerin die Mathematik ablehnt, da sie an ihr nicht produktiv teilnehmen kann, da die Mathematik für sie tot sei und ihr die undurchsichtigen, aber eindeutig definierten Zahlen Angst einflößen.[2]
- Auch zu Münzingers Frage zur Schulung des Denkens durch Mathematik können die Erkenntnisse zu den Dispositiven der logischen Vernunft und des Rechnens Antworten liefern.[3] Welches Denken die Mathematik schult, welche Eigenheiten, Wirkungen und Nebenfolgen dieses Denken hat, wem es nützt und wie es emanzipieren kann, wird durch eine Analyse der entsprechenden Führungstechniken deutlich.
- Antworten gibt es nun auch auf die Fragen, warum die Mathematikdidaktik fortwährend die Dominanz von Routineaufgaben im Mathematikunterricht bemängelt, jedoch kaum in ihrem Sinne erfolgreiche Erneuerungen hervorbringt. Die Dominanz von Routineaufgaben wird wahrgenommen als Entfremdung mathematischer Bildung, welche stattdessen aufklärerische Ziele verfolgen solle. Durch diese mathematikdidaktische Stoßrichtung verschließt sich die Mathematikdidaktik soziologischen Zugängen zum Mathematikunterricht, welche hier beispielsweise gezeigt haben, dass Routineaufgaben im Mathematikunterricht unter anderem die Möglichkeit zur Askese im gesellschaftlich wichtigen bürokratischen Denken liefern. Durch diese blinden Flecken in der Mathematikdidaktik ist es ihr kaum möglich, zu diesen gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts – wohlwollend oder kritisch – Stellung zu beziehen und mit ihren Innovationen auf diese zu reagieren. Insofern droht eine einseitig aufklärerisch orientierte Mathematikdidaktik, an den Zwängen der Praxis vorbei ein utopisches Ideal von Mathematikunterricht herbeizuwünschen, welches zum Scheitern verurteilt ist.

Die anfängliche Frage nach den gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts lässt sich zusammengefasst wie folgt beantworten: Der gegenwärtige Mathematikunterricht ist eine für Heranwachsende allgemeinverbindliche Institution, die diese mathematisch qualifiziert, im Interesse der Ermöglichung einer Führung durch Mathematik sozialisiert und ihnen an Hand des Erfolgs von Qualifikation von Sozialisation gesellschaftliche Möglichkeiten zuweist. Der gegenwärtige Mathematikunterricht ist damit auch eine Disziplinarinstitution zur Kultivierung einer den Dispositiven des Mathematischen dienlichen Selbstführung der Heranwachsenden. Als solche hat sie einen entscheidenden Einfluss auf die gesellschaftliche Akzeptanz und Bereitstellung spezieller Techniken zur Sicherstellung von Einigkeit im Denken und im Tun.

---

[1] retrospektives Schülerzitat aus Meyerhöfer 2004, S. 58; diskutiert in Unterkapitel 2.3
[2] Schülerzitat aus Jahnke 2004, S. 5; diskutiert in Unterkapitel 2.3
[3] Münzinger 1971, S. 14, diskutiert in Unterkapitel 3.1

Der gesellschaftskritische Ansatz dieser Arbeit führt dazu, dass hier eine Theorie vorgeschlagen wurde, deren Wahrheit nicht zu beweisen ist. Eine Theorie, wie sie hier entwickelt werden sollte, ist notwendig eine hypothetische.[1] Das Anliegen dieser Arbeit war es jedoch deutlich zu machen, welche Überlegungen zum vorgestellten Denken führen und welche Phänomene mit ihm erklärbar werden. So liegt es schließlich am Leser, sich die zugrundeliegenden Annahmen und vorgestellten alternativen Sichtweisen zu eigen zu machen und für seinen Blick auf Mathematikunterricht zu nutzen. Gleichwohl schließt dies nicht aus, dass die Ergebnisse dieser Untersuchung zukünftig erweitert, differenziert, korrigiert oder auf weiteren Gebieten angewendet werden könnten.

9.2 Ausblick

Welche Folgen haben die vorgesellten Erkenntnisse nun für Gesellschaft, Mathematikunterricht und Mathematikdidaktik? Während der Untersuchung wurde versucht, ethische Fragen vorerst auszublenden, um möglichst unvoreingenommen Kritik und Verständnis zu ermöglichen. Fragt man nun nach Folgen der hier vorgelegten Erkenntnisse, gerät man in einen normativen Bereich von Forschung, für den ethische Urteile unverzichtbar sind. Eine ethische Diskussion der hier vorgestellten Erkenntnisse steht jedoch noch aus und kann hier höchstens angedeutet werden.

Für diese Vorsicht gibt es zwei Gründe. Zum einen hat die kritische Haltung dieser Untersuchung offenbart, dass der Schule, der Mathematik und dem Mathematikunterricht oft begegnet wurde auf der Grundlage von in der Aufklärung geprägten Glaubensgrundsätzen. Dass die Mathematik wertneutral und objektiv sei, Schule aus dem Schüler einen besseren Menschen mache und Mathematiklernen für ein erfülltes Leben wichtig sei, sind solche grundlegenden Überzeugungen, denen bereits Werturteile innewohnen. Dass die Sinnhaftigkeit solcher Glaubensgrundsätze im Zuge postmoderner Kritik nunmehr in Zweifel gezogen wurde, bedeutet für anstehende Werturteile auch, dass die Grenzen zwischen Gut und Schlecht nicht mehr klar und deutlich gezogen, sondern nun differenzierter zu betrachten sind.

Zum anderen zeigen die Untersuchungen zur gesellschaftlichen Bedeutung von Logik und Rechnen, dass diese meist zu verstehen ist in einer Dialektik des Gebens und Nehmens, des Ermöglichens und Verhinderns, des Erweiterns und Einschränkens. Die Dispositive der logischen Vernunft, des Rechnens und der Mathematisierung umfassen zwar selbstbeschränkende Techniken des Denkens und Tuns sowie Techniken zur Führung und zum Ausschluss anderer, zugleich erlauben sie aber eine Konsensfindung, die sich als unverzichtbar erweist in Politik, Verwaltung und Wissenschaft einer pluralistischen und demokratischen Gesellschaft. Wie wäre vor diesem Hintergrund etwa die Dominanz bürokratischen Aufgabenlösens zu bewerten? Als Entmündigung des Individuums, Vermittlung einer eingeschränkten Weltsicht und Erziehung zum Befolgen fremdbestimmter Regeln oder doch als womöglich zentraler Beitrag zur Kultivierung einer Führungstechnik, die Effizient und Gerechtigkeit in unserer modernen Gesellschaft erst ermöglicht? Eine Antwort auf diese Frage kann nur subjektiv sein, denn für eine objektive Antwort fehlt sowohl jedes Maß als auch eine befriedigende Kenntnis des Sujets.

Eine erste Schlussfolgerung für die Mathematikdidaktik wäre dann die, mehr Forschungsinteresse auf wissenschaftstheoretische, soziologische und kritische Aspekte von Mathematik und Mathematikunterricht zu lenken in der Hoffnung, die hier angefangenen Betrachtungen zu

[1] Vgl. Kapitel 1.

vertiefen und eine breitere Grundlage zum Verständnis der gesellschaftlichen Funktionen des Mathematikunterrichts zu schaffen. Solche Forschung wird freilich nur dann fruchtbar sein, wenn sie nicht auf althergebrachte Glaubensgrundsätze zurückfällt, sondern ihre grundlegenden Überzeugungen selbstkritisch in Frage stellt. Erst dann sind in der Mathematikdidaktik Fragestellungen hoffähig, die derzeit höchstens ein Randdasein fristen: inwiefern der Mathematikunterricht und die Mathematikdidaktik politisch sind, wie der Mathematikunterricht Selektion ermöglicht, in welchem Sinne er zu Sozialisation und Disziplinierung beiträgt, welches Bild von Mathematik er prägt und wem dies nützt, welche psychologischen Mechanismen die Vorstellungen von Mathematikern, Mathematiklehrern und Mathematikdidaktikern beeinflussen, schließlich welches mathematische Können im Leben tatsächlich gebraucht wird und inwieweit man dieses im Mathematikunterricht lernt. Anschluss finden könnte eine solche Forschungsausrichtung an das 1984 von Fischer skizzierte Programm einer Fachkritik, welche vom Unterricht einen »Prozeß der Befreiung vom Gegenstand« fordert.[1]

Die Beschreibung dieser Forschungsbaustelle lässt bereits vermuten, dass Empfehlungen für die Praxis des Mathematikunterrichts an dieser Stelle kaum abzuleiten sind. Letztlich führen die obengenannten Forschungsfelder zu nicht weniger als einer Überarbeitung mathematikdidaktischer Bildungstheorie, die sich gegenüber soziologischen und kritischen Gedanken nicht verschließt. Eine solche Bildungstheorie hätte zuallererst zu klären, für welche Gesellschaft sie Mathematikunterricht entwerfen will, und sie sollte dabei nicht in jene idealistischen Traumbilder verfallen, die zu einem Bruch führen zwischen idealisierter Theorie und in weitgehend missachteten gesellschaftlichen Zwängen gefangener Praxis.

Eines sei abschließend noch angemerkt. Wenn, wie sich in dieser Untersuchung nachdrücklich abzeichnet, das, was im Mathematikunterricht gelernt wird, deutlich von jenem unterscheidet, von dem der mathematikdidaktische Diskurs behauptet, das es im Mathematikunterricht gelernt werde, dann wird vor allem den Schülern übel mitgespielt. Aus dieser Sicht ist eine Pflicht gegenüber den Schülern, die gesellschaftlichen Funktionen ihres Mathematikunterrichts zu erforschen und sie darüber aufzuklären. Womöglich führt eine solche Offenheit letztlich auch dazu, dass das Interesse an Mathematik steigt, da Anspruch und Wirklichkeit des Mathematikunterrichts nicht mehr derart drastisch auseinanderlaufen. Dieses Interesse wäre der Mathematik und ihren gesellschaftlichen Dimensionen zu wünschen.

[1] Fischer 1984, S. 51

Literaturverzeichnis

»Am liebsten Mathe« (1995) in *Spiegel special.* Heft 9. S. 139.

»Professor: Zu viel Mathe ist Quatsch« (1995) in *Bild* 1995, 06.10.1995. Heft. S. 1.

Adorno, Theodor W. (1971) *Erziehung zur Mündigkeit. Vorträge und Gespräche mit Hellmut Becker 1959-1969.* Hg. von Gerd Kadelbach. Suhrkamp: Frankfurt.

Aigner, Martin & Ehrhard Behrends (Hg.) 2000. *Alles Mathematik. Von Pythagoras zum CD-Player.* Vieweg: Braunschweig.

Alrø, Helle; Ole Ravn & Paola Valero (Hg.) 2010. *Critical Mathematics Education. Past, Present, and Future.* Festschrift for Ole Skovsmose. Sense Publishers: Rotterdam.

Althoff, Klaus & Michael Thielepape (1978) *Psychologie in der Verwaltung.* Ausgabe von 2000. Maximilian-Verl.: Hamburg.

Anaximander (2007) »Fragmente« in M. Laura Gemelli Marciano (Hg.) *Die Vorsokratiker.* Band 1. Artemis & Winkler: Düsseldorf. S. 32-51.

Anter, Andreas; Hinnerk Bruhns & Patrice Duran (2010) »Max Weber und die Bürokratie. Einleitung« in *Trivium: Revue Franco-Allemande des Sciences Humaines et Sociales.* Heft 7.

Aristoteles (1882) *Organon. Die Topik.* Hg. von Julius Hermann von Kirchmann. Georg Weiss: Heidelberg.

Aristoteles (1989-1991) *Metaphysik.* Hg. von Horst Seidl. Meiner: Hamburg.

Aristoteles (1998) *Nikomachische Ethik. Sechstes Buch.* Hg. von Hans-Georg Gadamer. Klostermann: Frankfurt am Main.

Aristoteles (1998) *Organon. Erste Analytik, Zweite Analytik.* Hg. von Hans Günter Zekl. Meiner: Hamburg.

Arnauld, Antoine & Pierre Nicole (1662) *La logique ou l'art de penser.* Paris.

Bacon, Francis (1620) *Neues Organon. Die wahre Anleitung zur Erklärung der Natur.* Ausgabe von 1870: Berlin.

Bacon, Roger (1267) *Opus majus.* Ausgabe von 1733. Hg. von Samuel Jebb: London.

Baker, Bernadette M. & Katharina E. Heyning (Hg.) 2004. *Dangerous Coagulations? The Uses of Foucault in the Study of Education.* Peter Lang: New York.

Barceló, Pedro (2004) *Kleine griechische Geschichte.* Primus: Darmstadt.

Bauman, Zygmunt (1989) *Modernity and the Holocaust.* Ausgabe von 1992. *Dialektik der Ordnung. Die Moderne und der Holocaust.* EVA: Hamburg.

Baumert, Jürgen; Wilfried Bos & Rainer Lehmann (Hg.) 2000. *TIMSS/III. Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und Naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn.* Band 2. Leske + Budrich: Opladen.

Becker, Oskar (1954) *Grundlagen der Mathematik im geschichtlicher Entwicklung.* Ausgabe von 1975. Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Bedürftig, Thomas & Roman Murawski (2010) *Philosophie der Mathematik.* de Gruyter: Berlin.

Bernfeld, Siegfried (1925) *Sisyphos oder die Grenzen der Erziehung.* Ausgabe von 1979. Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Bernstein, Basil (1959) »Soziokulturelle Determinanten des Lernens« in Peter Heintz (Hg.) *Soziologie der Schule.* Westdeutscher Verlag: Opladen. S. 52-79.

Bernstein, Basil (1996) *Pedagogy, Symbolic Control and Identity.* Ausgabe von 2000. Rowman & Littlefield: Lanham, MD.

Bernstein, Basil B. (1990) *Class, Codes and Control. Volume 4. The Structuring of Pedagogic Discourse.* Routledge: London, New York.

Bernstein, Basil B. (1996b) *Pedagogy, Symbolic Control and Identity. Theory, Research, Critique.* Taylor & Francis: London.

Bishop, Alan J. (1991) *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education.* Ausgabe von 1997. Kluwer Academic Publ.: Dortrecht.

Blum, Werner; Stanislaw Schukajlow & Jana Krämer (2011) »Förderung der Modellierungskompetenz durch selbständiges Arbeiten im Unterricht mit und ohne Lösungsplan« in *Praxis der Mathematik in der Schule.* Heft 38. S. 40-46.

Blum, Werner & Bernd Wiegand (2000) »Offene Aufgaben – wie und wozu?« in *mathematik lehren.* Heft 100. S. 52-55.

Borges, Jorge Luis (1966) *Das Eine und die Vielen. Essays zur Literatur.* Carl Hanser: München.

Bourdieu, Pierre & Jean-Claude Passeron (1964) *Les héritiers. Les étudiants et la culture.* Ausgabe von 1971. *Die Illusion der Chancengleichheit. Untersuchungen zur Soziologie des Bildungswesens am Beispiel Frankreichs.* Klett: Stuttgart.

Bromme, Rainer; Falk Seeger & Heinz Steinbring (1990) »Aufgaben, Fehler und Aufgabensysteme« in Rainer Bromme; Falk Seeger & Heinz Steinbring (Hg.) *Aufgaben als Anforderungen an Lehrer und Schüler.* Aulis-Verl. Deubner: Köln. S. 1-30.

Brückner, Axel (Hg.) 2008. *Mathematik 7.* Gymnasium Brandenburg. Duden Paetec: Berlin.

Bruder, Regina & Hans-Georg Weigand (2001) »Leistungen bewerten – natürlich! Aber wie?« in *mathematik lehren.* Heft 107. S. 4-8.

Büchter, Andreas & Timo Leuders (2005) *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern - Leistung überprüfen.* Cornelsen Scriptor: Berlin.

Chase, Arnold Buffum (Hg.) 1929. *Papyrus Rhind.* Oberlin: Ohio.

Coelen, Thomas (1996) *Pädagogik als "Geständniswissenschaft"? Zum Ort der Erziehung bei Foucault.* Lang: Frankfurt am Main.

Cooper, Barry & Máiréad Dunne (1998) »Anyone for Tennis? Social Class Differences in Children's Responses to National Curriculum Mathematics Testing« in *The Sociological Review* 46. Heft 1. S. 115-148.

Cooper, Barry & Máiréad Dunne (2000) *Assessing Children's Mathematical Knowledge. Social Class, Sex, and Problem-solving.* Open University: Buckingham.

Cornford, Francis Macdonald (1912) *From Religion to Philosophy. A Study in the Origins of Western Speculations.* Arnold: London.

Courant, Richard & Herbert Robbins (1941) *What is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods.* Oxford University Press: London.

D'Ambrósio, Ubiratàn (1985) *Socio-Cultural Bases for Mathematics Educaction.* Unicamp: Campinas.

Damerow, Peter (1979) »Ideologie des Mathematikunterrichts« in Dieter Volk (Hg.) *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht.* Wilhelm Fink Verlag: München. S. 100-113.

Damerow, Peter; Christine Keitel; Ulla Elwitz & Jürgen Zimmer (1974) *Elementarmathematik: Lernen für die Praxis? Ein exemplarischer Versuch zur Bestimmung fachüberschreitender Curriculumziele.* Klett: Stuttgart.

Davis, Philip J. & Reuben Hersh (1981) *Erfahrung Mathematik.* Ausgabe von 1996. Birkhäuser: Basel.

Derlien, Hans-Ulrich; Doris Böhme & Markus Heindl (2011) *Bürokratietheorie. Einführung in eine Theorie der Verwaltung.* Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden.

Descartes, René (1637a) *La Géométrie.* Jean Maire: Layde.

Descartes, René (1637) *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences.* Ausgabe von 1824. Hg. von Victor Cousin. Levrault: Paris.

Descartes, René (1870) *Philosophische Werke.* Hg. von Julius Hermann von Kirchmann. Heimann: Berlin.

Descartes, René (1628) *Regulae ad directionem ingenii.* Ausgabe von 1959. *Regeln zur Leitung des Geistes.* Meiner: Hamburg.

Desrosières, Alain (1993) *La Politique des Grands Nombres.* Ausgabe von 2005. *Die Politik der großen Zahlen. Eine Geschichte der statistischen Denkweise.* Springer: Berlin.

Diederich, Jürgen (1997) »Noch immer Erziehung durch Allgemeinbildung?« in *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 29. Heft 2. S. 38-40.

Dowling, Paul (1998) *The Sociology of Mathematics Education. Mathematical Myths / Pedagogic Texts.* Falmer: London.

Downing, Lisa (2008) *The Cambridge introduction to Michel Foucault.* Cambridge Univ. Press: New York, NY.

Dreeben, Robert (1968) *On what is learned in school.* Ausgabe von 1980. *Was wir in der Schule lernen.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Dreßen, Wolfgang (1982) *Die pädagogische Maschine. Zur Geschichte des industrialisierten Bewußtseins in Preußen/Deutschland.* Ullstein: Frankfurt/M.

Drüke-Noe, Christina (2012) »Wer Kalküle kann, schafft eine Klassenarbeit. Stimmt das?« in Matthias Ludwig & Michael Kleine (Hg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012. Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik.* Bd. 1. WTM: Münster. S. 213-216.

Einstein, Albert (1921) »Geometrie und Erfahrung« in *Sitzungsberichte der preußischen Akademie der Wissenschaften.* Heft. S. 123-130.

Ensor, Paula & Jaamiah Galant (2005) »Knowledge and Pedagogy. Sociological Research in Mathematics Education in South Africa« in Renuka Vithal; Jill Adler & Christine Keitel (Hg.) *Researching Mathematics Education in South Africa. Perspectives, Practices and Possibilities.* HSRC: Cape Town, South Africa, Chicago, IL. S. 281-306.

Ernest, Paul (2010) »The Skope and Limits of Critical Mathematics Education« in Helle Alrø; Ole Ravn & Paola Valero (Hg.) *Critical mathematics education. Past, present, and future.* Festschrift for Ole Skovsmose. Sense Publishers: Rotterdam. S. 65-88.

Ernest, Paul; Brian Greer & Bharath Sriraman (Hg.) 2009. *Critical issues in mathematics education.* Information Age Publ.: Charlotte, NC.

Fend, Helmut (1974) *Gesellschaftliche Bedingungen schulischer Sozialisation.* Beltz: Weinheim.

Fischer, Roland (1984) »Unterricht als Prozeß der Befreiung vom Gegenstand. Visionen eines neuen Mathematikunterrichts« in *Journal für Mathematik-Didaktik* 5. Heft. S. 51-85.

Fischer, Roland (2001) »Mathematik und Bürokratie« in Katja Lengnink; Susanne Prediger & Franziska Siebel (Hg.) *Mathematik und Mensch. Sichtweisen der allgemeinen Mathematik.* Verl. Allg. Wiss.: Mühltal. S. 53-64.

Fischer, Roland (1990) »Längerfristige Perspektiven des Mathematikunterrichts« Erstveröffentlicht in mathematica didactica, 1990. in *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik* (2006) Profil: München. S. 87-109.

Fischer, Roland (2006b) *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik.* Profil: München.

Fischer, Roland (2006c) »Mathematik - ihre Rolle bei gesellschaftlichen Entscheidungen« in *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik.* Profil: München. S. 51-85.

Fischer, Roland (1991) »Mathematik und gesellschaftlicher Wandel« Erstveröffentlichung im Journal für Mathematik-Didaktik, 1991. in *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik* (2006) Profil: München.

Fischer, Roland (1986) »Zum Verhältnis von Mathematik und Kommunikation« Erstveröffentlichung in mathematica didactica, 1986. in *Materialisierung und Organisation. Zur kulturellen Bedeutung der Mathematik* (2006) Profil: München. S. 207-221.

Fischer, Stefan (2012) *Das Logische in der Kommunikation des Mathematikunterrichts.* Bachelorarbeit. Universität Potsdam.

Foucault, Michel (1978a) *Dispositive der Macht. Über Sexualität, Wissen und Wahrheit.* Merve: Berlin.

Foucault, Michel (1978b) »Ein Spiel um die Psychoanalyse« Gespräch mit Angehörigen des Département de Psychanalyse der Universität Paris VIII in Vincennes. in *Dispositive der Macht. Über Sexualität, Wissen und Wahrheit.* Merve: Berlin. S. 118-175.

Foucault, Michel (1978c) »Recht der Souveränität / Mechanismus der Disziplin. Vorlesung vom 14. Januar 1976« in *Dispositive der Macht. Über Sexualität, Wissen und Wahrheit.* Merve: Berlin. S. 75-95.

Foucault, Michel (1969) *L'Archéologie du savoir.* Ausgabe von 1981. *Archäologie des Wissens.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1976) *La volonté de savoir.* Ausgabe von 1992. *Der Wille zum Wissen.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1975) *Surveiller et punir. Naissance de la prison.* Ausgabe von 1992. *Überwachen und Strafen. Die Geburt des Gefängnisses.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1990) *Qu'est-ce que la critique?* Ausgabe von 1992. *Was ist Kritik?* Merve: Berlin.

Foucault, Michel (1984) *L'usage des plaisirs.* Ausgabe von 1993. *Der Gebrauch der Lüste.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1963) *Naissance de la clinique. Une archéologie du regard médical.* Ausgabe von 1993. *Die Geburt der Klinik. Eine Archäologie des ärztlichen Blicks.* Fischer: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1971) *L'Ordre du discours.* Ausgabe von 1993. *Die Ordnung des Diskurses.* Fischer: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1984) *Le souci de soi.* Ausgabe von 1993. *Die Sorge um sich.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (1994a) »Warum ich Macht untersuche: Die Frage des Subjekts« in Hubert L. Dreyfus & Paul Rabinow (Hg.) *Michel Foucault. Jenseits von Strukturalismus und Hermeneutik.* Beltz Athenäum: Weinheim. S. 243-250.

Foucault, Michel (1994b) »Wie wird Macht ausgeübt?« in Hubert L. Dreyfus & Paul Rabinow (Hg.) *Michel Foucault. Jenseits von Strukturalismus und Hermeneutik.* Beltz Athenäum: Weinheim. S. 251-261.

Foucault, Michel (1994c) »Zur Genealogie der Ethik: Ein Überblick über laufende Arbeiten. Gespräch mit Hubert L. Dreyfus und Paul Rabinow« in Hubert L. Dreyfus & Paul Rabinow (Hg.) *Michel Foucault. Jenseits von Strukturalismus und Hermeneutik.* Beltz Athenäum: Weinheim. S. 265-292.

Foucault, Michel (1954) *Maladie mentale et psychologie.* Ausgabe von 1999. *Psychologie und Geisteskrankheit.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Foucault, Michel (2000) »Die »Gouvernementalität«« in Ulrich Bröckling; Susanne Krasmann & Thomas Lemke (Hg.) *Gouvernementalität der Gegenwart. Studien zur Ökonomisierung des Sozialen.* Suhrkamp: Frankfurt am Main. S. 41-67.

Foucault, Michel (1971) »Nietzsche, die Genealogie, die Historie« in *Schriften in vier Bänden. Dits et Ecrits.* Bd. 2 (2002a) Hg. v. Daniel Defert und François Ewald. Suhrkamp: Frankfurt am Main. S. 166-191.

Foucault, Michel (1980) »Sexualität und Einsamkeit« in *Schriften in vier Bänden. Dits et Ecrits.* Bd. 4 (2002b) Hg. v. Daniel Defert und François Ewald. Suhrkamp: Frankfurt am Main. S. 207-219.

Foucault, Michel (1970) »Sieben Thesen über den siebten Engel« in *Schriften in vier Bänden. Dits et Ecrits.* Bd. 2 (2002c) Hg. v. Daniel Defert und François Ewald. Suhrkamp: Frankfurt am Main. S. 17-32.

Foucault, Michel (2004) *Sicherheit, Territorium, Bevölkerung. Vorlesung am Collège de France 1977-1978.* Ausgabe von 2004. Hg. von Michel Sennelart. Suhrkamp: Frankfurt a.M.

Foucault, Michel (1976) »Die Maschen der Macht« in *Analytik der Macht* (2005) Hg. v. Daniel Defert und François Ewald. Suhrkamp: Frankfurt am Main. S. 220-239.

Foucault, Michel (1966) *Les Mots et les Choses. Une archéologie des sciences humaines.* Ausgabe von 2009. *Die Ordnung der Dinge. Eine Archäologie der Humanwissenschaften.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

François, Karen & Laurent de Sutter (2005) »Where Mathematics Becomes Political. Representing (Non-)Humans« in *Philosophica* 74. Heft 2. S. 123-138.

Frege, Gottlob (1884) *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.* Koebner: Beslau.

Führer, Lutz (1988) »Mattematik – Laterna magica der Späth-Renaissance« in Kollegium des Staatlichen Studienseminars Hameln (Hg.) *1978-1988.* Festschrift: Hameln. S. 87-104.

Gabriel, Gottfried (1997) *Logik und Rhetorik der Erkenntnis. Zum Verhältnis von wissenschaftlicher und ästhetischer Weltauffassung.* F. Schöningh: Paderborn.

Gellert, Uwe & Eva Jablonka (Hg.) 2007. *Mathematisation and Demathematisation. Social, Philosophical and Educational Ramifications.* Sense: Rotterdam.

Gellert, Uwe & Eva Jablonka (2009) »Im am not talking about reality. World Problems and the Inticacies of Producing Legitimate Text« in Lieven Verschaffel & Brian Greer (Hg.) *Words and worlds. Modelling verbal descriptions of situations.* Sense: Rotterdam. S. 39-54.

Gellert, Uwe & Michael Sertl (Hg.) 2012. *Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses.* Beltz: Weinheim.

Gemelli Marciano, M. Laura (Hg.) 2007. *Die Vorsokratiker.* Band 1. Artemis & Winkler: Düsseldorf.

Gemelli Marciano, M. Laura (Hg.) 2009. *Die Vorsokratiker.* Band 2. Artemis & Winkler: Düsseldorf.

Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte (1905) »Der Meraner Lehrplan für Mathematik« in Felix Klein & Rudolf Schimmack (Hg.) 1907. *Der mathematische Unterricht an höheren Schulen.* Teubner: Leipzig. S. 208-220.

Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (2013): Über die GDM. Online verfügbar unter http://didaktik-der-mathematik.de/, zuletzt aktualisiert am 16.10.2013, zuletzt geprüft am 27.12.2013.

Giesecke, Hermann (1985) *Das Ende der Erziehung. Neue Chancen für Familie und Schule.* Ausgabe von 1993. Klett-Cotta: Stuttgart.

Glaserfeld, Ernst von (1985) »Konstruktion der Wirklichkeit und des Begriffs der Objektivität« in Heinz Gumin (Hg.) *Einführung in den Konstruktivismus.* Piper: München.

Gödel, Kurt (1931) »Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I« in *Monatshefte für Mathematik und Physik.* Heft 38. S. 173-198.

Goffman, Erving (1973) *Asyle. Über die soziale Situation psychiatrischer Patienten und anderer Insassen.* Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Gößl, Alfred (1981) *Praktische Psychologie und Soziologie in der Verwaltung.* Walhalla & Praetoria: Regensburg.

Griesel, Heinz & Jürgen Epping (Hg.) 1978. *Reform des Mathematikunterrichts. Lehren und Lernen. Arithmetik.* Westermann: Braunschweig.

Heinrich, Klaus (1981) *Tertium datur. Eine religionsphilosophische Einführung in die Logik.* Ausgabe von 1987. Stroemfeld: Basel.

Heintz, Bettina (2000) *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin.* Springer: Wien.

Henn, Hans-Wolfgang & Gabriele Kaiser (2001) »Mathematik – ein polarisierendes Schulfach« in *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 4. Heft 3. S. 359-380.

Heraklit (2007) »Fragmente« in M. Laura Gemelli Marciano (Hg.) *Die Vorsokratiker.* Band 1. Artemis & Winkler: Düsseldorf. S. 284-329.

Herget, Wilfried (2000) »Rechnen können reicht… eben nicht!« in *mathematik lehren.* Heft 100. S. 4-10.

Hersh, Reuben (1997) *What is Mathematics, Really?* Oxford University Press: New York.

Heymann, Hans Werner (1996a) *Allgemeinbildung und Mathematik.* Beltz: Weinheim.

Heymann, Hans Werner (1996b) »Sind sieben Jahre Mathematik genug? Eine Pressemeldung und die Folgen« in *Mathematik in der Schule* 34. Heft. S. 321-331.

Hilbert, David (1899) *Grundlagen der Geometrie.* Teubner: Leipzig.

Hilbert, David (1922) »Neubegründung der Mathematik. Erste Abhandlung« in *Abhandl. aus dem Math. Seminar d. Hamb. Univ.* Heft 1. S. 157-177.

Hilbert, David (1925) »Über das Unendliche« in *Mathematische Annalen* 95. Heft. S. 161-190.

Hoadley, Ursula (2007) »The Reproduction of Social Class Inequalities Through Mathematics Pedagogies in South African Primary Schools« in *Journal of Curriculum Studies* 39. Heft 6. S. 679-706.

Horkheimer, Max & Theodor W. Adorno (1944) *Dialektik der Aufklärung. Philosophische Fragmente.* Ausgabe von 1991. Fischer Taschenbuch Verl.: Frankfurt am Main.

Hörz, Herbert (1986) »Mathematisierung der Wissenschaften als philosophisches Problem« in *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 34. Heft 9. S. 815-823.

Hoyningen-Huene, Paul (Hg.) 1983. *Die Mathematisierung der Wissenschaften.* Artemis: Zürich.

Ifrah, Georges (1981) *Histoire universelle des chiffres.* Ausgabe von 1991. *Universalgeschichte der Zahlen.* Campus: Köln.

Jahnke, Thomas (2004) »Mathematikunterricht aus Schülersicht« in *mathematik lehren.* Heft 127. S. 4-8.

Jahnke, Thomas (2010) »Das mähliche Verschwinden des Faches aus der Mathematikdidaktik« in Anke Lindmeier & Stefan Ufer (Hg.) *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010. Vorträge auf der 44. Tagung für Didaktik der Mathematik.* WTM: Münster. S. 441-444.

Jahnke, Thomas (2011) »Zur Authentizität von Mathematikaufgaben« in Thomas Krohn; Elvira Malitte; Gerd Richter; Karin Richter; Silvia Schöneburg & Rolf Sommer (Hg.) *Mathematik für alle. Wege zum Öffnen von Mathematik. Mathematikdidaktische Ansätze.* Franzbecker: Hildesheim. S. 159-172.

Kaiser, Gabriele (1995) »Realitätsbezüge im Mathematikunterricht. Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion« in Günter Graumann; Thomas Jahnke; Gabriele Kaiser & Jörg Meyer (Hg.) *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Band 2.* Franzbecker: Hildesheim. S. 66-84.

Keitel, Christine (1979) »Sachrechnen« in Dieter Volk (Hg.) *Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht.* Wilhelm Fink Verlag: München. S. 249-264.

Kelman, Herbert C. (1973) »Violence without Moral Restraint. Reflections on the Dehumanization of Victims and Victimizers« in *Journal of Social Issues* 29. Heft 4. S. 25-61.

Klein, Jacob (1936) *Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra.* Ausgabe von 1992. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra.* Dover: New York.

Kline, Morris (1972) *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* Ausgabe von 1990. Oxford University Press: New York.

Klix, Friedhart (1980) *Erwachendes Denken. Geistige Leistungen aus evolutionspsychologischer Sicht.* Ausgabe von 1993. Spektrum: Heidelberg.

Kösling, Kai E. (1961) »Anmerkungen und Nachwort« in *Leben und Taten des scharfsinnigen Edlen Don Quixote.* Hg. v. Wilhelm Catholy. Rütten & Loening: Hamburg.

Krämer, Sybille (1988) *Symbolische Maschinen.* WBG: Darmstadt.

Krämer, Sybille (1998) »Zentralperspektive, Kalkül, Virtuelle Realität. Sieben Thesen über die Weltbildimplikationen symbolischer Formen« in Gianni Vattimo & Wolfgang Welsch (Hg.) *Medien-Welten Wirklichkeiten.* Fink: München. S. 27-37.

Krohn, Thomas; Elvira Malitte; Gerd Richter; Karin Richter; Silvia Schöneburg & Rolf Sommer (Hg.) 2011. *Mathematik für alle. Wege zum Öffnen von Mathematik. Mathematikdidaktische Ansätze.* Franzbecker: Hildesheim.

Krüger, Heinz-Hermann (Hg.) 1990. *Abschied von der Aufklärung? Perspektiven der Erziehungswissenschaft.* Leske + Budrich: Opladen.

Krüger, Katja (2000a) *Erziehung zum funktionalen Denken. Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips.* Logos: Berlin.

Krüger, Katja (2000b) »Kinematisch-funktionales Denken als Ziel des höheren Mathematikunterrichts. Das Scheitern der Meraner Reform« in *Mathematische Semesterberrichte* 47. Heft. S. 221-241.

Lave, Jean (1988) *Cognition in Practice. Mind, Mathematics and Culture in Everyday Life.* Cambridge Univ. Press: Cambridge.

Lefèvre, Wolfgang (1981) »Rechensteine und Sprache« in Peter Damerow & Wolfgang Lefèvre (Hg.) *Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften.* Klett-Cotta: Stuttgart. S. 115-170.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1684) »Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irratonales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus« in *Acta Eruditorum.* Heft 3.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1686) »Zur allgemeinen Charakteristik« in *Philosophische Werke in vier Bänden.* Bd. 1 (1996) Hg. v. Ernst Cassirer und Artur Buchenau. Meiner: Hamburg. S. 16-23.

Lemke, Thomas (1997) *Eine Kritik der politischen Vernunft. Foucaults Analyse der modernen Gouvernementalität.* Argument: Berlin.

Lemke, Thomas (2000) »Neoliberalismus, Staat und Selbsttechnologien. Ein kritischer Überblick über die ›governmentality studies‹« in *Politische Vierteljahresschrift* 41. Heft 1. S. 31-47.

Lenné, Helge (1969) *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland.* Klett: Stuttgart.

Lerman, Stephen (2000) »The Social Turn in Mathematics Education Research« in Jo Boaler (Hg.) *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning.* Ablex: Westport, CT. S. 19-44.

Lightbody, Brian (2010) *Philosophical Genealogy. An Epistemological Resonstruction of Nietzsche and Foucault's Genealogical Method. Volume I.* Peter Lang: New York.

Little Bear, Leroy (2002) »Jagged Worldviews Colliding« in Marie Battiste (Hg.) *Reclaiming indigenous voice and vision.* UBC Press: Vancouver. S. 77-85.

Lloyd, Geoffrey Ernest Richard (1979) *Magic, reason, and experience. Studies in the origins and development of Greek science.* Ausgabe von 1999. Duckworth: London.

Luhmann, Niklas (1964) »Lob der Routine« in *Politische Planung. Aufsätze zur Soziologie von Politik und Verwaltung* (1971a) Westdeutscher Verlag: Opladen. S. 113-142.

Luhmann, Niklas (1964) »Zweck – Herrschaft – System. Grundbegriffe und Prämissen Max Webers« in *Politische Planung. Aufsätze zur Soziologie von Politik und Verwaltung* (1971b) Westdeutscher Verlag: Opladen. S. 90-112.

Lundin, Sverker (2008) *Skolans matematik. En kritisk analys av den svenska skolmatematikens förhistoria, uppkomst och utveckling.* Acta Universitatis Upsaliensis: Uppsala.

Maaz, Kai; Franz Baeriswyl & Ulrich Trautwein (2011) *Herkunft zensiert? Leistungsdiagnostik und soziale Ungleichheiten in der Schule.* Vodafone Stiftung Deutschland.

Mannoni, Maud (1973) *Éducation impossible.* Ausgabe von 1987. *"Scheißerziehung". Von der Antipsychiatrie zur Antipädagogik.* Athenäum: Frankfurt am Main.

Mansfeld, Jaap (1983) *Die Vorsokratiker. Griechisch/Deutsch.* Ausgabe von 1999. Reclam: Stuttgart.

Marx, Karl & Friedrich Engels (1969) »Die deutsche Ideologie« in *Werke.* Bd. 3. Dietz: Berlin. S. 5-530.

Maturana, Humberto R. (2005) »Matristische und patriarchale Konversationen« in Humberto R. Maturana & Gerda Verden-Zöller (Hg.) *Liebe und Spiel. Die vergessenen Grundlagen des Menschseins.* Auer: Heidelberg. S. 18-84.

Maturana, Humberto R. & Francisco J. Varela (1984) *El árbol del conocimiento. Bases biológicas del entendimiento humano.* Ausgabe von 2009. *Der Baum der Erkenntnis. Die biologischen Wurzeln menschlichen Erkennens.* Fischer Taschenbuch Verl.: Frankfurt am Main.

McNay, Lois (1994) *Foucault. A critical introduction.* Continuum: New York.

Meyerhöfer, Wolfram (2004) »Ich bin ein Mathegenie!« in *mathematik lehren.* Heft 127. S. 58-59.

Meyerhöfer, Wolfram (2005) *Tests im Test. Das Beispiel PISA.* Budrich: Opladen.

Milgram, Stanley (1963) »Bahavioral Study of Obedience« in *Journal of Abnormal and Social Psychology* 67. Heft 4. S. 371-378.

Münzinger, Wolfgang (1971) *Moderne Mathematik, Gesellschaft und Unterricht. Zur soziologischen Begründung der modernen Mathematik in der Schule.* Beltz: Weinheim.

Neander, Joachim (1974) *Mathematik und Ideologie. Zur politischen Ökonomie des Mathematikunterrichts.* Raith: Sternberg.

Neubrand, Johanna (2002) *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen. Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie.* Franzbecker: Hildesheim.

Neubrand, Michael; Rolf Biehler; Werner Blum; Elmar Cohors-Fesenborg; Lothar Flade; Norbert Knoche et al. (2001) »Grundlagen der Ergänzung des internationalen PISA-Mathematik-Tests in der deutschen Zusatzerhebung« in *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 33. Heft 33. S. 45-59.

Neuenhaus, Petra (1993) *Max Weber und Michel Foucault. Über Macht und Herrschaft in der Moderne.* Centaurus: Pfaffenweiler.

Nickel, Gregor (2006) »Zwingende Beweise. Zur subversiven Despotie der Mathematik« in Julia Dietrich & Uta Müller-Koch (Hg.) *Ethik und Ästhetik der Gewalt.* Mentis: Paderborn. S. 261-282.

Nietzsche, Friedrich (1887) *Zur Genealogie der Moral. Eine Streitschrift.* C. G. Neumann: Leipzig.

Nietzsche, Friedrich (1873) »Die Philosophie im tragischen Zeitalter der Griechen« in *Die Geburt der Tragödie. Unzeitgemäße Betrachtungen I-IV. Nachgelassene Schriften 1870-1873. Kritische Studienausgabe. Band 1* (1988a) Hg. v. Giorgio Colli und Montinari Mazzino. Dt. Taschenbuch Verlag: München. S. 799-872.

Nietzsche, Friedrich (1872) »Ueber das Pathos der Wahrheit« in *Die Geburt der Tragödie. Unzeitgemäße Betrachtungen I-IV. Nachgelassene Schriften 1870-1873. Kritische Studienausgabe. Band 1* (1988b) Hg. v. Giorgio Colli und Montinari Mazzino. Dt. Taschenbuch Verlag: München. S. 755-760.

Nietzsche, Friedrich (1886) *Jenseits von Gut und Böse. Vorspiel einer Philosophie der Zukunft.* Ausgabe von 1999. Goldmann: München.

Oelkers, Jürgen (2003) »Krise der Moderne und Reformer der Erziehung« in Heinz-Elmar Tenorth (Hg.) *Klassiker der Pädagogik. Band 2.* Von John Dewey bis Paulo Freire. Beck: München. S. 7-31.

Owen, David (2002) »Criticism and Captivity. On Genealogy and Critical Theory« in *European Journal of Philosophy* 10. Heft 2. S. 216-230.

Papert, Seymour (1980) *Mindstorms. Children, Computers, and Powerful Ideas.* Ausgabe von 1982. *Mindstorms. Kinder, Computer und neues Lernen.* Birkhäuser: Basel.

Parmenides (2009) »Fragmente« in M. Laura Gemelli Marciano (Hg.) *Die Vorsokratiker.* Band 2. Artemis & Winkler: Düsseldorf. S. 6-41.

Pestalozzi, Johann Heinrich (1869) »Lienhard und Gertrud fünfter Theil« in *Pestalozzi's sämmtliche Werke.* Bd. 5. Hg. v. Ludwig Wilhelm Seyffarth. Müller: Brandenburg.

Pestalozzi, Johann Heinrich (1801) *Lienhard und Gertrud. 1. und 2. Teil, dritte Fassung.* Ausgabe von 1930. Hg. von Artur Buchenau. de Gruyter: Berlin.

Picht, Georg (1989) *Der Begriff der Natur und seine Geschichte.* Ausgabe von 1990. Klett-Cotta: Stuttgart.

Platon (1856) »Euthydemos« in *Werke. Zweiten Teiles erster Band.* Hg. v. Friedrich Schleiermacher. Realschulbuchhandlung: Berlin.

Platon (1990) »Timaios« in *Werke.* Hg. v. Gunther Eigler. Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt. S. 1-209.

Platon (2001) »Phaidon« in *Werke in acht Bänden.* Bd. 3. Hg. v. Gunther Eigler. WBG: Darmstadt. S. 1-208.

Platon (2001) »Theaitetos« in *Werke in acht Bänden.* Bd. 6. Hg. v. Gunther Eigler. WBG: Darmstadt. S. 1-218.

Pólya, George (1949) *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme.* Francke: Bern.

Porter, Theodore M. (1996) *Trust in Numbers. The Pursuit of Objectivity in Science and Public Life.* Princeton Univ. Press: Princeton, N.J.

Postman, Neil (1982) *The Disappearance of Childhood.* Ausgabe von 1986. *Das Verschwinden der Kindheit.* S. Fischer: Frankfurt am Main.

Prediger, Susanne (2001) »Mathematik als kulturelles Produkt menschlicher Denktätigkeit und ihr Bezug zum Individuum« in Katja Lengnink; Susanne Prediger & Franziska Siebel (Hg.) *Mathematik und Mensch. Sichtweisen der allgemeinen Mathematik.* Verl. Allg. Wiss.: Mühltal.

Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld (17.10.1995): Sind sieben Jahre Mathematik genug? Anmerkungen zur Habilitationsschrift Allgemeinbildung und Mathematik von H. W. Heymann: Bielefeld.

Fakultät für Mathematik der Universität Bielefeld (15.06.1996): Fortsetzung des Schmerzgeschreis eines Mathematikers. Weitere Anmerkungen zur Arbeit Allgemeinbildung und Mathematik von H. W. Heymann: Bielefeld.

Russell, Bertrand (1903) *The Principles of Mathematics*: Cambridge.

Russell, Bertrand (1956) »Reflections on My Eightieth Birthday« in *Portraits From Memory and Other Essays.* Simon & Schuster: New York. S. 54-59.

Rutschky, Katharina (Hg.) 1997. *Schwarze Pädagogik. Quellen zur Naturgeschichte der bürgerlichen Erziehung.* Ullstein: Berlin.

Saar, Martin (2007) *Genealogie als Kritik. Geschichte und Theorie des Subjekts nach Nietzsche und Foucault.* Campus: Frankfurt am Main.

Sarasin, Philipp (2005) *Michel Foucault zur Einführung.* Junius: Hamburg.

Schelsky, Helmut (1959) *Schule und Erziehung in der industriellen Gesellschaft.* Werkbund-Verlag: Würzburg.

Schelsky, Helmut (1956) »Schule als soziale Dirigierungsstelle (1956)« in Klaus Plake (Hg.) 1987. *Klassiker der Erziehungssoziologie.* Schwann: Düsseldorf. S. 276-285.

Scholz, Melanie (2012) *Das Logische in den Gegenständen des Mathematikunterrichts.* Bachelorarbeit. Universität Potsdam.

Schopenhauer, Arthur (1813) *Ueber die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde.* Ausgabe von 1864. Hg. von Julius Frauenstädt. Brockhaus: Leipzig.

Schubring, Gert (1978) *Das genetische Prinzip in der Mathematik-Didaktik.* Klett: Stuttgart.

Schubring, Gert (1983) *Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Studien und Materialien zum Prozess der Professionalisierung in Preussen (1810-1870).* Beltz: Weinheim.

Schuler, Heinz & Willi Stehle (1982) *Psychologie in Wirtschaft und Verwaltung. Praktische Erfahrungen mit organisations-psychologischen Konzepten.* C.E. Poeschel: Stuttgart.

Schwarz, Gerhard (1985) *Die „Heilige Ordnung" der Männer. Hierarchie, Gruppendynamik und die neue Rolle der Frauen.* Ausgabe von 2007. VS Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden.

Seibel, Ina (2005): Unterrichtstranskript einer Mathematikstunde an einer Haupt- und Realschule (6. Klasse). Online verfügbar unter https://archiv.apaek.uni-frankfurt.de/1.

Sertl, Michael & Nikola Leufer (2012) »Bernsteins Theorie der pädagogischen Codes und des pädagogischen Diskurses. Eine Zusammenschau« in Uwe Gellert & Michael Sertl (Hg.) *Zur Soziologie des Unterrichts. Arbeiten mit Basil Bernsteins Theorie des pädagogischen Diskurses.* Beltz: Weinheim. S. 15-62.

Skovsmose, Ole (1985) »Mathematical Education versus Critical Education« in *Educational Studies in Mathematics* 16. Heft. S. 337-354.

Skovsmose, Ole (1990) »Mathematical Education and Democracy« in *Educational Studies in Mathematics.* Heft 21. S. 109-128.

Skovsmose, Ole (1994) *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education.* Kluwer: Dordrecht.

Skovsmose, Ole (2005) *Travelling Through Education. Uncertainty, Mathematics, Responsibility.* Sense Publ.: Rotterdam.

Skovsmose, Ole (2011) *An Invitation to Critical Mathematics Education.* Sense Publ.: Rotterdam.

Smith, David Eugene (1923) *General Survey of the History of Elementary Mathematics.* Ausgabe von 1958. Dover: New York.

Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (1958): Beschluß der Kultusminister-Konferenz vom 25. März 1958 über Richtlinien und Rahmenpläne für den Mathematikunterricht. Heft.

Sterner, Matthäus (1891) *Geschichte der Rechenkunst.* Oldenbourg: München.

Stiftung Rechnen (2009) *Rechnen in Deutschland. Eine Studie der Stiftung Rechnen und bettermarks.* Stiftung Rechnen: Quickborn.

Szabó, Árpád (1969) *Anfänge der griechischen Mathematik.* Oldenbourg: München.

Tenorth, Heinz-Elmar (1988) *Geschichte der Erziehung. Einführung in die Grundzüge ihrer neuzeitlichen Entwicklung.* Ausgabe von 2000. Juventa-Verlag: Weinheim.

Toffler, Alvin (1980) *The Third Wave.* Ausgabe von 1987. *Die dritte Welle. Zukunftschance. Perspektiven für die Gesellschaft des 21. Jahrhunderts.* Goldmann: München.

Toffler, Alvin (1990) *The Third Wave.* Bantam Books: New York.

Ullmann, Philipp (2008) *Mathematik, Moderne, Ideologie. Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik.* UVK: Konstanz.

Valero, Paola (2013) »Mathematics for All and the Promise of a Bright Future« in *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education.* Heft.

Vernant, Jean-Pierre (1962) *Die Entstehung des griechischen Denkens.* Ausgabe von 1982. Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Vieta (1591) *Isagoge in artem analyticam.* Mettayer: Tours.

Vollmer, Hendrik (2004) »Folgen und Funktionen organisierten Rechnens« in *Zeitschrift für Soziologie* 33. Heft 6. S. 450-470.

Voswinkel, Renate (1998) »Erzogen und entfremdet. Meine Erfahrungen mit der Mathematik« in *mathematik lehren.* Heft 86. S. 18-19.

Wagenschein, Martin (1965) *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken.* Klett: Stuttgart.

Wagenschein, Martin (1968) *Verstehen lehren. Genetisch, sokratisch, exemplarisch.* Beltz: Weinheim.

Walshaw, Margaret (2007) *Working with Foucault in Education.* Sense: Rotterdam.

Weber-Kellermann, Ingeborg (1979) *Die Kindheit. Eine Kulturgeschichte.* Insel-Verlag: Frankfurt am Main.

Weber, Max (1922) *Wirtschaft und Gesellschaft. Grundriss der verstehenden Soziologie.* Ausgabe von 1972. Hg. von Johannes Winckelmann. Mohr: Tübingen.

Weber, Max (1904) »Die »Objektivität« sozialwissenschaftlicher und sozialpolitischer Erkenntnis« in *Gesammelte Aufsätze zur Wissenschaftslehre* (1988a) Hg. v. Johannes Winckelmann. Mohr: Tübingen. S. 146-214.

Weber, Max (1918) »Parlament und Regierung im neugeordneten Deutschland« in *Gesammelte politische Schriften* (1988b) Hg. v. Johannes Winckelmann. Mohr: Tübingen. S. 306-443.

Winter, Heinrich (1989) *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik.* Vieweg: Braunschweig, Wiesbaden.

Winter, Heinrich (1995) »Mathematikunterricht und Allgemeinbildung« in *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.* Heft 61. S. 37-46.

Wittgenstein, Ludwig (1956) *Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik.* Ausgabe von 1989. Hg. von Gertrude E. M. Anscombe. Suhrkamp: Frankfurt am Main.

Wittgenstein, Ludwig (1994) *Ein Reader.* Hg. von Anthony Kenny. Reclam: Stuttgart.

Wußing, Hans (2008) *6000 Jahre Mathematik. Band 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton.* Ausgabe von 2009a. Springer: Berlin.

Wußing, Hans (2008) *6000 Jahre Mathematik. Band 2. Von Euler bis zur Gegenwart.* Ausgabe von 2009b. Springer: Berlin.

Zinnecker, Jürgen (Hg.) 1975. *Der heimliche Lehrplan. Untersuchungen zum Schulunterricht.* Beltz: Weinheim.