

Gestaltungsprinzipien für fachwissenschaftliche Einführungsveranstaltungen in den Lehramtsstudiengängen Mathematik

Karen Reitz-Koncebovski, Ulrich Kortenkamp und Johanna Goral

ZUSAMMENFASSUNG Zwei fachwissenschaftliche Mathematik-Lehrveranstaltungen der Lehramtsstudiengänge für die Primarstufe wurden im Rahmen des Schwerpunkts 1 des PSI-Projekts weiterentwickelt, indem der Fokus auf das berufsfeldbezogene Fachwissen gelegt wurde. Vier Strukturelemente kennzeichnen die Konzeption: (1) fundamentale Ideen verfolgen: vertikal durch das Curriculum vom Elementarbereich bis zur Hochschule und horizontal durch verschiedene Gebiete der Mathematik, (2) Wissen über Konzepte und Zusammenhänge explizit machen, (3) Studierende in die Lernsituation von Schüler_innen bringen und sie anregen, ihre Erfahrungen in Hinblick auf die zukünftige Tätigkeit als Lehrkräfte zu reflektieren, (4) das Prozesshafte an der Mathematik verdeutlichen. Diese Strukturelemente vermitteln unterschiedliche Facetten des erweiterten Fachwissens im schulischen Kontext und machen den Studierenden die Sinnhaftigkeit des fachwissenschaftlichen Studiums für den zukünftigen Beruf einsichtig.

ABSTRACT Two academic mathematics courses for the initial teacher education have been further developed within field 1 of the PSI project by focusing on school-related content knowledge. The conception is characterized by the following four structural elements: (1) pursue fundamental ideas: vertically through the curriculum from elementary up to higher education, and horizontally through different fields of mathematics, (2) explicitly teach knowledge about concepts and cross-connections, (3) bring pre-service teachers into the learning situation of school students and encourage them to reflect on their experiences with respect to their future teaching work, (4) exemplify the procedural nature of mathematics. These structural elements convey different facets of school-related content knowledge and reveal the relevance of the academic content knowledge in mathematics to students for their future profession.

1 AUSGANGSLAGE AN DER UNIVERSITÄT POTSDAM

Exemplarisch werden die Konzepte der Lehrveranstaltungen „Elemente der Arithmetik“ (nach derzeitiger Studienordnung im 1. Semester Bachelor Lehramt Primarstufe Mathematik bzw. Schwerpunkt Inklusion) und „Kapitel der Elementarmathematik“ (derzeit im 3. Semester Master Lehramt Primarstufe Mathematik) in den Blick genommen. Beide wurden im Rahmen des Schwerpunkts „Professionalisierung“ des PSI-Projekts weiterentwickelt und als Modell für die künftigen Lehrveranstaltungen „Arithmetik und ihre Didaktik“ I und II im Modul „Leitidee Zahlen und Operationen und ihre Didaktik“ genutzt. Die Veranstaltungen sind vorgesehen für die ersten zwei Semester der Lehramts-Bachelorstudiengänge an der Universität Potsdam sowohl für die Primar- als auch die Sekundarstufe. Sie bilden zu Beginn des Studiums in allen Lehramtsstudiengängen Mathematik die (fachliche) Basis, welche die Relevanz des Fachwissens für die Schule verdeutlicht, Bezüge zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik transparent macht und einen Schwerpunkt auf das erweiterte Fachwissen für den schulischen Kontext (Woehlecke et al., 2017) legt.

Umgesetzt wird diese Konzeption bereits in der neuen, im Wintersemester 2018/19 in Kraft tretenden Studienordnung für das Lehramt Primarstufe. Für die Lehramter der Sekundarstufe ist eine entsprechende Änderung derzeit in Planung.

2 RELEVANZ FÜR DIE LEHRERBILDUNG MATHEMATIK

Ausgangssituation für die hier vorgestellte Konzeption bildet die vielfach diskutierte doppelte Diskontinuität in der Lehrerbildung (Klein, 1908, Ableitinger, Kramer & Prediger, 2013): Lehramtsstudierende vermissen in fachmathematischen Lehrveranstaltungen häufig den Bezug zu ihrem (schul-)mathematischen Vorwissen und erleben diese als wenig relevant in Hinblick auf das angestrebte Berufsziel. Letzteres gilt verstärkt für Studierende des Lehramts Primarstufe, die die Grundschulmathematik selbst bereits beherrschen, zumindest auf Kalkül-Ebene (Kortenkamp & Goral, 2018). Zugleich haben Forschungsergebnisse zum Professionswissen von Lehrkräften – im Allgemeinen und speziell für das Fach Mathematik – gezeigt, dass ein solides Fachwissen Voraussetzung für die Herausbildung des fachdidaktischen Wissens von Lehrkräften ist und dass beides zusammen eine unverzichtbare Grundlage für guten Unterricht, insbesondere Mathematikunterricht bildet (Baumert & Kunter, 2011).

Für die Neukonzeption von Lehrveranstaltungen für die erste Phase der Lehrerbildung Mathematik ergeben sich daraus einerseits Ziele, andererseits auch

Fragen. Als übergreifendes Ziel wäre anzustreben, der doppelten Diskontinuität entgegenzuwirken. Für eine fachwissenschaftliche Lehrveranstaltung zu Beginn des Studiums lässt sich hinsichtlich der ersten Diskontinuität das Ziel formulieren, dass sie versucht, eine Brücke zwischen Schulwissen und universitärem Fachwissen zu schlagen. Hinsichtlich der zweiten Diskontinuität kann das Ziel sein, exemplarisch die Relevanz des universitären Fachwissens für den Mathematikunterricht und für die Professionalisierung als Lehrkraft zu verdeutlichen. Allerdings stellt sich hier sofort die Frage, welches Fachwissen gemeint ist und wie das universitäre Fachwissen, das angehende Mathematiklehrkräfte brauchen, überhaupt beschaffen sein muss. Im Vergleich zum Mathematikstudium als Ein-Fach-Bachelor an der Universität Potsdam können Studierende im Lehramt Sekundarstufe aufgrund der zusätzlichen Inhalte aus den Bildungswissenschaften und dem zweiten Fach nur ungefähr das fachwissenschaftliche Niveau des dritten Semesters erreichen. Wie kann also eine sinnvolle Auswahl getroffen werden? Wie kann ein mathematisch korrekter und intellektuell ehrlicher Zugang zu „echter“ Mathematik geschaffen werden, den die angehenden Lehrkräfte in der Perspektive wieder auf die Schulmathematik zurückbeziehen können (Kortenkamp & Goral, 2018)?

Im Diskurs über das Professionswissen von Lehrkräften wurde es in den letzten Jahren verstärkt für sinnvoll erachtet, ein spezifisches berufsfeldbezogenes Fachwissen zwischen dem Schulwissen einerseits und dem universitären Fachwissen andererseits zu modellieren. Neuere Studien haben gezeigt, dass ein solches berufsspezifisches Fachwissen auch empirisch unterscheidbar ist (z. B. Heinze, Dreher, Lindmeier & Niemand, 2016). Im Rahmen des PSI-Projekts wurde das Modell des Professionswissens nach Baumert & Kunter (2011) durch ein fachübergreifendes Konstrukt des erweiterten Fachwissens für den schulischen Kontext (Woehlecke et al., 2017) ergänzt. Angelehnt an die drei dort herausgearbeiteten Facetten des erweiterten Fachwissens und zugleich informiert durch Aspekte des im Prinzip kompatiblen, aber mathematikspezifischen Konstrukts des school-related content knowledge (SRCK) nach Heinze et al. (2016) fassen wir für die hier vorgestellte Konzeption die Facetten dieses berufsspezifischen Fachwissens in folgender Weise:

1. Wissen über Konzepte, die sinnstiftend mit Erklärungen und Beispielen vernetzt werden – bzw. explizites Wissen über die curriculare Struktur und deren Begründungen, die sich in der Regel auf fundamentale Ideen der Mathematik beziehen,
2. Wissen über fachliche Arbeitsweisen und Erkenntniswege, verbunden mit dem Wissen über die Genese von Begriffen und Theorien – dazu zählt auch das Wissen darüber, welche akademische Mathematik hinter konkreten Begriffen und Aussagen der Schulmathematik z. B. in Schulbüchern steht, d. h.

- Wissen über Zusammenhänge zwischen schulischer und akademischer Mathematik in bottom-up-Richtung,
3. Wissen, um sinnvoll und vorausschauend zu reduzieren – sodass Mathematik anschlussfähig im Sinne des Spiralprinzips gelehrt werden kann, d. h. Wissen über Zusammenhänge zwischen akademischer und schulischer Mathematik in top-down-Richtung.

Dass SRCK¹ für die Lehrerbildung höchst relevant ist, steht außer Frage. Wie jedoch SRCK gelehrt und gelernt werden kann, ist bislang nicht geklärt und erfordert weitere Forschung. Die hier beschriebene Lehrveranstaltungskonzeption versucht eine praktisch-explorative Antwort zu geben. Wie gut diese ist, soll durch eine begleitende Design-Based-Research-Studie untersucht werden, die für die zweite Phase des PSI-Projekts ab 2019 vorgesehen ist.

3 DAS KONZEPT DER LEHRVERANSTALTUNGEN: IDEALTYPISCHER ABLAUF UND EINORDNUNG IN DAS LEHRAMTSSTUDIUM

„Elemente der Arithmetik“ ist die erste fachwissenschaftliche Lehrveranstaltung für angehende Mathematiklehrkräfte in der Primarstufe. Ihr originäres Ziel ist die Einführung in Inhalte und Arbeitsweisen der Hochschulmathematik. Inhaltlich gibt sie neben der Arithmetik Einblicke in die Mengentheorie, Aussagenlogik und Zahlentheorie. Die „Kapitel der Elementarmathematik“ schließen inhaltlich an die „Elemente der Arithmetik“ an und erweitern diese um Streifzüge in weitere Gebiete der Mathematik wie Analysis und Geometrie, sind jedoch laut derzeitiger Studienordnung erst im Masterstudium für das Lehramt Primarstufe verortet. Beide Lehrveranstaltungen wurden im Rahmen des PSI-Projekts als Modelle für zukünftige Fachwissenschaft und Fachdidaktik verbindende Einführungsveranstaltungen im Bachelorstudium für *sämtliche* Lehrämter für das Fach Mathematik weiterentwickelt. Gelegentlich wird die Befürchtung geäußert, dass eine gemeinsame Lehrveranstaltung nicht den Ansprüchen beider Zielgruppen – der Lehramtsstudierenden für die Grundschule und die Sekundarstufe – genügt. Da aber die Eingangsvoraussetzungen identisch sind und die Einführungsveranstaltung auch als Vorbereitung für vertiefende Fachveranstaltungen

¹ Der Begriff SRCK umschließt im Folgenden sowohl die ursprüngliche mathematikspezifische Bedeutung nach Heinze et al., (2016), als auch die fachübergreifenden Elemente nach Woehlecke et al., (2017).

dienen kann, erscheint uns eine darauffolgende schulstufenspezifische Spezialisierung möglich und gut vorbereitet.

Das Gesamtkonzept der beiden aufeinanderfolgenden Lehrveranstaltungen umfasst

- ◆ je eine Vorlesung (2 SWS),
- ◆ Übungen in kleineren Gruppen (ca. 20 bis 30 Studierende, 2 SWS) zur Vertiefung und Vernetzung der Vorlesungsinhalte,
- ◆ wöchentliche Hausaufgaben, die in Arbeitsgruppen zu dritt gelöst werden sollen,
- ◆ Tutorien (2 SWS sowie Sondertermine am Semesterende) zur Hausaufgabenunterstützung und zur Klausurvorbereitung,
- ◆ ein digitales Angebot auf einer Lernplattform, in dem Videomitschnitte, Vorlesungsfolien, Übungsaufgaben, unterstützende Literatur, Links und Querverweise verfügbar gemacht werden und über Foren ein Austausch zwischen Studierenden und Lehrenden sowie der Studierenden untereinander angeregt wird.

Was die inhaltliche und methodische Gestaltung der Lehrveranstaltungen angeht, so werden im Folgenden vier charakteristische Strukturelemente näher betrachtet und in Hinblick auf die Facetten des erweiterten Fachwissens für den schulischen Kontext (SRCK) analysiert.

3.1 Fundamentale Ideen verfolgen – Es ist doch alles eins

Da Lehramtsstudierende aufgrund der Studienstruktur mit zwei Hauptfächern plus Bildungswissenschaften nur einen begrenzten Ausschnitt der universitären Mathematik kennen lernen und damit höchstens Grundlagen für ein vertieftes Fachverständnis erreichen können, streben die hier konzipierten Lehrveranstaltungen zum einen an, sinnstiftende Zusammenhänge zwischen verschiedenen fachmathematischen Inhalten herzustellen, zum anderen „Aussichtstürme“ zu schaffen, die „den Blick hinter den Horizont ermöglichen, ohne die gesamte Ebene davor erkunden zu müssen“ (Kortenkamp & Goral, 2018). Der Zugang dazu soll mathematisch ehrlich, aber realistisch sein. Bei der Behandlung mathematischer Inhalte wird Korrektheit im Sinne der Fachwissenschaft Mathematik angestrebt; zugleich soll auf eine wichtige mathematische Erkenntnis nicht verzichtet werden, nur weil der Beweis zu aufwändig oder mit bekannten Mitteln nicht zu leisten wäre. In einem solchen Fall kann ein anschaulich-inhaltlicher, enaktiv oder ikonisch geführter Beweis, der den mathematischen Kern des Sachverhalts korrekt wiedergibt, genügen. Gemessen am Lernstand der Studierenden kann

gelegentlich auf den Beweis auch ganz verzichtet und dies als (vorläufige) Leerstelle benannt werden.

Leitend für die Auswahl fachmathematischer Inhalte für die hier betrachteten Lehrveranstaltungen sind „fundamentale Ideen“ der Mathematik. Fundamentale Ideen werden nach Schwill (1995) dadurch fundamental, dass sie

1. im Bildungsverlauf immer wieder und auf verschiedenen Niveaustufen auftauchen – Vertikalkriterium: auf jedem intellektuellen Niveau vermittelbar,
2. in verschiedenen Stoffgebieten verankert sind und diese miteinander verknüpfen – Horizontalkriterium: in verschiedenen Gebieten vielfältig anwendbar oder erkennbar,
3. wichtig für die Mathematik als solches und nicht nur eine Mode sind – Zeitkriterium: über Jahrzehnte hinweg deutlich wahrnehmbar und relevant,
4. sinnstiftend für mathematische Begriffe sind und sie anwendbar machen – Sinnkriterium: einen Bezug zu Sprache und Denken des Alltags und der Lebenswelt besitzen.

Das Wissen um fundamentale Ideen gehört zu der SRCK-Facette „Wissen über Konzepte“. Zugleich impliziert ein vertieftes Verständnis für fundamentale Ideen auch das „Wissen, um sinnvoll und vorausschauend zu reduzieren, sodass Mathematik anschlussfähig im Sinne des Spiralprinzips gelehrt werden kann“, die dritte obengenannte SRCK-Facette, in der die Verknüpfung von universitärer und schulischer Mathematik in top-down-Richtung stattfindet. Das didaktische Spiralprinzip, nach dem im Mathematikunterricht Lerngegenstände auf verschiedenen Entwicklungsstufen in unterschiedlichen Darstellungen und wachsender Komplexität erneut aufgegriffen werden sollen, um ein wachsendes Verständnis zu erzeugen, korrespondiert mit dem Vertikalkriterium fundamentaler Ideen.

Zum Beispiel: Bündeln

Wie eine fundamentale Idee das Curriculum der hier konzipierten Lehrveranstaltungen spiralförmig durchzieht, soll an der Idee des „Bündelns“ exemplarisch verdeutlicht werden. Diese Idee liegt der Stellenwertdarstellung von Zahlen zugrunde: Im Dezimalsystem nutzt man die Ziffern 0 bis 9, um entsprechende Anzahlen zu benennen. Sobald jedoch eine Anzahl von zehn (oder mehr) beschrieben werden soll, wird auf das dezimale Stellenwertsystem zurückgegriffen, bei der die Position einer Ziffer ihren Wert bestimmt. An jeder Stelle werden die Ziffern 0 bis 9 durchlaufen. Nach einer 9 wird der nächsthöhere Wert dargestellt, indem ein „Bündel“ zur nächsten Stelle hinzugefügt wird. So folgt auf eine Menge mit neun Elementen (dargestellt als 9 Einer) eine Menge mit zehn Elementen

(dargestellt als 1 Zehner und 0 Einer). Entsprechend verhält es sich beim Übergang von Zehnern zu Hunderten (99 zu 100), Hundertern zu Tausendern (999 zu 1000) usw. Dadurch entsteht eine Schreibweise wie 245 für eine Anzahl, die bezüglich der Basis 10 gebündelt vorliegt in 5 Einer, 4 Zehner und 2 Hunderter. Auf diese Weise lernt ein Grundschulkind die Zahldarstellung im Dezimalsystem kennen. In den „Elementen der Arithmetik“ üben die Studierenden Anzahlen bezüglich anderer Basen zu bündeln, zum Beispiel im Sechsersystem zu Sechserbündeln, 36er-Bündeln, 216er-Bündeln usw., also die Anzahl in einem Stellenwertsystem darzustellen, in dem Sechserpotenzen statt Zehnerpotenzen die Stufenzahlen sind:

$$(1045)_6 = 1 \cdot 216 + 4 \cdot 6 + 5 = 1 \cdot 6^3 + 4 \cdot 6^1 + 5 \cdot 6^0$$

Die Idee des „Bündelns“ wird im Verlauf der hier betrachteten Lehrveranstaltungen immer wieder aufgegriffen, auf höherem Niveau weiterentwickelt und mit unterschiedlichen Gebieten der Mathematik verknüpft. Zunächst wird die Darstellung von Zahlen bezüglich verschiedener Basen zur Darstellung mathematischer Objekte durch Polynome verallgemeinert. Polynome stellen sozusagen Bündelungen bezüglich einer unbekanntenen Basis dar, die mit x bezeichnet wird. Stufenzahlen sind also Potenzen von x :

$$a_n \cdot x^n + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x^1 + a_0 = \sum_{i=0}^n a_i x^i$$

Gerechnet wird mit Polynomen ähnlich wie mit Zahlen, zum Beispiel bei der Polynomdivision. Polynome wiederum werden zu unendlichen Summen, also zu Taylorreihen, verallgemeinert. Ein Exkurs in die Analysis betrachtet die Taylorreihen der Exponentialfunktion und der trigonometrischen Funktionen und zeigt dabei, dass diese konvergieren. Als einfachstes Beispiel einer Taylorreihe, bei der alle Koeffizienten 1 sind, werden geometrische Reihen betrachtet, die verschiedene wichtige, den Studierenden aus der Schulmathematik bekannte Anwendungen haben, wie z. B. beim Zinseszins und bei Wachstumsprozessen.

Für $0 \leq q < 1$ konvergiert die geometrische Reihe:

$$\sum_{i=0}^{\infty} q^i = \frac{1}{1 - q}$$

Dies wird auf enaktive Weise erarbeitet und geometrisch nachgewiesen. Schließlich wird dieses Erkenntnis angewendet, um der Schülerfrage nachzugehen, ob und warum denn nun $0,\bar{9} = 1$ oder $0,\bar{9} \neq 1$ sei. Der periodische Dezimalbruch kann mit Zehnerpotenzen als Stufenzahlen in Gestalt einer geometrischen Reihe dargestellt werden (Kortenkamp & Goral, 2018):

$$\begin{aligned}
 0,\bar{9} &= \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{9}{10000} + \dots \\
 &= 9 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^i = 9 \cdot \left(\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^i - 1\right) \\
 &= 9 \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{10}} - 1\right) = 9 \cdot \left(\frac{1}{\frac{9}{10}} - 1\right) = 9 \cdot \left(\frac{10}{9} - 1\right) = 9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right) = 1
 \end{aligned}$$

Die Schülerfrage wird also unter Zuhilfenahme des Schulwissens, des universitären Fachwissens und des Wissens über deren Zusammenhänge beantwortet. Man stellt fest: Es ist doch alles eins.

Die fundamentale Idee des „Bündelns“ wird in der Lehrveranstaltung vertikal verfolgt – von den ersten Einsichten eines Kindes in das dezimale Zahlssystem bis hin zur Hochschulmathematik. Sie ist horizontal durch verschiedene Gebiete der Mathematik wie Arithmetik, Geometrie und Analysis tragfähig, wobei in vielfältiger Weise an das Vorwissen der Studierenden aus der Schulmathematik angeknüpft und dieses auf einer höheren Ebene mit dem universitären Wissen neu verknüpft wird.

3.2 Wissen explizit machen

Dass in den Lehrveranstaltungen fundamentale Ideen verfolgt werden, sollen die Studierenden nicht nur implizit erfahren, indem sie sich mit den entsprechenden fachlichen Inhalten beschäftigen, sondern auch explizit erkennen. Diese Erkenntnis stellt sich in der Regel nicht von alleine ein, sondern die Studierenden benötigen Unterstützung dafür (Goral et al., 2016), die ihnen auf zwei Wegen angeboten wird. Zum einen werden in den Übungen immer wieder Querverbindungen zwischen unterschiedlichen Vorlesungsinhalten, zwischen Schulmathematik und universitärer Mathematik und auch zwischen Fachwissenschaft und Fachdidaktik thematisiert. Zum anderen werden die Studierenden zwischen größeren Lerneinheiten aufgefordert, Concept Maps oder Advance Organizers bzw. Post Organizers zu erstellen, die ein gutes Instrument sind, das individuelle konzeptuelle Wissen festzuhalten, zu strukturieren, zu vernetzen und als Basis für das zukünftige Lernen zu sichern.

Mit beiden Methoden wird gezielt und explizit die SRCK-Facette „Wissen über Konzepte, die sinnstiftend mit Erklärungen und Beispielen vernetzt werden“ vermittelt.

3.3 Studierende in die Lernsituation von Schüler_innen bringen

Ein weiteres Strukturelement der vorgestellten Konzeption besteht in besonderen Lernumgebungen, die die Studierenden selbst in die Situation von Lernenden bringen. Zum Beispiel lernen die Studierenden auf Japanisch zählen, durchlaufen dabei die verschiedenen Stufen des Erlernens der Zahlwortreihe und werden entsprechend aufmerksam auf Zählprinzipien und auf Besonderheiten der Zahlwortbildung.

Eine andere Lernumgebung fokussiert das Rechnen in nicht-dezimalen Stellenwertsystemen (Goral & Kortenkamp, 2018). Während die Studierenden Rechenaufgaben im Dezimalsystem in der Regel durch automatisiertes Anwenden von Algorithmen ohne viel Nachdenken lösen können, so fehlt ihnen beim Rechnen beispielsweise im 6er-System diese Routine. Die Anwendung von Rechenverfahren, die aus dem Dezimalsystem bekannt sind, erfordert Nachdenken und wirkliches Verstehen der zugrundeliegenden Strukturen und Operationen. In gewisser Weise müssen die automatisierten Algorithmen neu erlernt werden. Die Lernumgebung bietet dazu Gelegenheiten auf verschiedenen Repräsentationsniveaus: Enaktiv wird das „Bündeln“ als fundamentale Idee des Stellenwertsystems durch die Arbeit mit Steckwürfeln erfahren, ikonisch durch Darstellungsweisen mit unterschiedlichem Abstraktionsgrad unter Einbeziehung digitaler Werkzeuge (wie der digitalen Stellenwerttafel, siehe Kortenkamp, 2012) und schließlich symbolisch in der Stellenwertschreibweise.

Durch solche Lernumgebungen wird das vermeintlich vorhandene Schulwissen der Studierenden in Frage gestellt, in gewisser Weise in Einzelbestandteile zerlegt und ein Verstehen auf höherer Ebene induziert. Es wird ein Wissen über Zusammenhänge zwischen schulischer und universitärer Mathematik in bottom-up-Richtung konstruiert – die zweite obengenannte SRCK-Facette. Zugleich können die fachlichen Inhalte der Lernumgebungen selbst einem erweiterten Fachwissen für den schulischen Kontext zugeordnet werden, da sie weder Teil des schulischen Mathematikcurriculums, noch der üblicherweise gelehrtens universitären Mathematik sind, aber für die fachwissenschaftliche Lehrerausbildung nützlich erscheinen.

Für die Professionalisierung künftiger Lehrkräfte ist es wichtig, dass sie die Perspektive von Lernenden in Hinblick auf zentrale Lerninhalte nachempfinden können, um in Zukunft geeigneten Unterricht entwickeln zu können. Auch diese Erfahrung wird in den Übungen explizit thematisiert. Die Studierenden werden angeregt, ihre eigenen Lernprozesse zu reflektieren und die Analogie zu Lernprozessen ihrer künftigen Schülerinnen und Schüler zu ziehen. Durch diese Reflexion auf einer Meta-Ebene wird die Bedeutsamkeit der fachlichen Studieninhalte für den Lehrberuf, für die Begleitung der Lernprozesse von Schüler_innen, erkennbar.

3.4 Das Prozesshafte verdeutlichen

Die bereits beschriebenen Lehrveranstaltungen sind grundsätzlich so gestaltet, dass sie nicht auf die Darbietung kondensierter mathematischer Inhalte fokussieren, als vielmehr versuchen die Erkenntnisprozesse der Studierenden anzuleiten und zu begleiten. Diesen Aspekt der zweiten SRCK-Facette, nämlich das Wissen über fachliche Arbeitsweisen und Erkenntniswege, greift auch das fakultative Seminar „Begegnungen mit Mathematik“ auf, das in Ergänzung zu den beschriebenen Lehrveranstaltungen für das Sommersemester 2018 neu konzipiert wurde. Das Seminar will insbesondere Wissen über den prozessualen Charakter von Mathematik (vgl. Müller, Wittmann & Steinbring, 2003), über Mathematik als Tätigkeit vermitteln: Muster erkennen und untersuchen, Hypothesen bilden, überprüfen und beweisen, Probleme lösen, Lösungsstrategien entwickeln, reelle Situationen mathematisieren usw. – und damit Wesentliches über die Mathematik deutlich machen, was viele der Studierenden in der Schule nicht erfahren haben, wo ihnen die Mathematik eher reduziert auf das Erlernen und Anwenden von Algorithmen und Techniken begegnet ist.

Die Idee zu dem Seminar entstand aus dem Feedback zur Motivation und Emotion der Studierenden und darauffolgenden Interviews in kleinen Gruppen über Lernhürden und deren Ursachen. Offensichtlich stellen eigene frühere negative Lernerfahrungen mit Mathematik eine große Hürde für manche Studierende zu Beginn des Mathematikstudiums dar, insbesondere für solche Studierende, die sich nicht speziell für Mathematik als Fach, sondern für den Beruf als Grundschul- oder Inklusionslehrkraft entschieden haben und dafür Mathematik studieren „müssen“. Das Seminar „Begegnungen mit Mathematik“ nimmt deshalb zunächst die mathematische Lernbiographie in den Fokus und regt dann dazu an, das Bild von Mathematik, das mit den Lernerfahrungen implizit vermittelt wurde, zu reflektieren und zu hinterfragen. Zugleich soll es Gelegenheiten geben, Mathematik „im Prozess“ zu erleben. Ziel ist, die Selbstwirksamkeit im Mathematikstudium zu steigern, Lust zu wecken mit Kindern Mathematik zu betreiben und prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die die Studierenden selbst brauchen, um sie später auch im Unterricht vermitteln zu können.

Auch wenn der Impuls zur Entwicklung dieser Seminaridee durch negative Vorerfahrungen mit Mathematik und deren Folgen entstand, so richtet sich dieses Seminar bewusst an Studierende mit unterschiedlichen Vorerfahrungen und Einstellungen aus verschiedenen Semestern, um einen vielseitigen, fruchtbaren Austausch gerade auch in Hinblick auf wesentliches professionsbezogenes Wissen über Mathematik zu ermöglichen.

4 DURCHFÜHRUNGSERFAHRUNGEN IN POTSDAM

Die hier beschriebenen Lehrveranstaltungen wurden im Projektrahmen jeweils zweimal durchgeführt, wobei Erfahrungen aus dem ersten Jahr für Veränderungen im Folgejahr genutzt werden konnten. Als Hürde bei der Durchführung erwies sich der lange zeitliche Abstand zwischen den „Elementen der Arithmetik“ zu Beginn des Bachelor-Studiums und den „Kapiteln der Elementarmathematik“ mitten im Masterstudium, da beide Veranstaltungen inhaltlich zusammengehören. Dieser ungünstige Umstand wird durch die neue Studienordnung behoben, die die Veranstaltungen „Arithmetik und ihre Didaktik“ I und II in aufeinanderfolgenden Semestern zu Beginn des Bachelorstudiums platziert.

Für Evaluation und Feedback wurden in den Lehrveranstaltungen verschiedene Instrumente eingesetzt. Eine Aktivierung und Einbeziehung der Studierenden in die Vorlesung sowie ein unmittelbares Feedback über das erreichte Verständnis ermöglichte der Einsatz von Plickers², ein einfach zu handhabendes Tool zur lernbegleitenden Diagnose (formative assessment), durch das die Antworten vieler Teilnehmender in Echtzeit gesammelt und ausgewertet werden können. In der Mitte des Semesters, nach einer Negativumfrage zu Schwierigkeiten und lern- oder motivationshemmenden Faktoren, trafen sich Studierende und Lehrende zum „Kaffeeklatsch“ für gegenseitiges Feedback in offener Atmosphäre. Der punktuelle Einsatz der Felix-App³ in verschiedenen Vorlesungs- und Übungskontexten zu Anfang, in der Mitte und am Ende des Semesters gab den Studierenden Anlass, die eigene Motivation, Bedürfnisse und Emotionen bezüglich der Lehrveranstaltung zu reflektieren, und gab den Lehrenden ein Feedback hinsichtlich des Arbeitsklimas und der Wirkung einzelner Lehrveranstaltungsphasen oder -inhalte hinsichtlich der kognitiven Aktivierung und Motivation der Studierenden. Bei der an der Universität zum Semesterende eingesetzten PEP-Evaluation⁴ für ein generelles Lehrveranstaltungsfeedback der Studierenden und der Abschlussevaluation der beforschten Lehrveranstaltungen im Schwerpunkt 1 des PSI-Projekts mit jeweils umfangreicheren Fragebögen waren hinsichtlich der Konzeption der Lehrveranstaltung insbesondere die Freitext-Antworten der Studierenden interessant.

Auf die Frage „Wodurch lernten Sie in dieser Veranstaltung am meisten?“ finden sich in den Antworten sämtliche Elemente der Veranstaltungen, unter anderem wird explizit das „Gesamtpaket von VL, Übung und Hausaufgabentutorium“

2 <https://www.plickers.com>

3 <https://www.up-transfer.de/forschung-entwicklung/medien-ikt/felix-app/>

4 <https://pep.uni-potsdam.de>

genannt. Offensichtlich empfanden die Studierenden die Vielfalt und Verzahnung unterschiedlicher Angebote als nützlich. In methodischer Hinsicht nannten viele Studierende die Veranschaulichungen – durch Beispiele, Zeichnungen, Medien, Videos, Steckwürfel, Bausteine usw. – als besonders hilfreich. Auch die Plickers-Umfragen wurden positiv erwähnt.

Hinsichtlich der besonderen Strukturelemente der Lehrveranstaltungen finden sich ebenfalls einige Antworten, die darauf schließen lassen, dass intendierte Ziele erreicht wurden. Zum Beispiel lässt sich die Antwort „Viele Inhalte zogen sich über mehrere Vorlesungen und wurden wieder aufgegriffen“ auf fundamentale Ideen beziehen, die in den Lehrveranstaltungen spiralartig entwickelt wurden. Besonders interessant sind zwei Antworten, die auf die besonderen Lernumgebungen Bezug nehmen, die die Studierenden in eine ähnliche Situation bringen, wie sie Schüler_innen beim Mathematiklernen erleben:

- ◆ „Durch die Übertragung auf die japanischen Zahlen kann ich mich besser in die Situation der Kinder hineinversetzen.“
- ◆ „Durch die Beispiele in anderen Zahlensystemen konnte man nachempfinden, wie schwer das Lernen auch der einfachsten Rechenaufgaben ist. Außerdem war es dadurch möglich herauszufinden, wie die Zahlssysteme, die wir benutzen, zustande kommen und aufgebaut sind.“

Diese Rückmeldungen deuten darauf hin, dass zumindest diese Studierenden die Relevanz der Lehrveranstaltungen für ihre zukünftige Lehrtätigkeit erkannt haben.

5 REFLEXION UND AUSBLICK

Die beschriebenen Erfahrungen bestätigen das Konzept der vorgestellten fachwissenschaftlichen Lehrveranstaltungen für Lehramtsstudierende, den Fokus insbesondere auf das berufsspezifische Fachwissen zu legen. Die vier kennzeichnenden Strukturelemente – fundamentale Ideen verfolgen, Wissen explizit machen, Studierende in die Lernsituation von Schüler_innen bringen, Prozesshaftes verdeutlichen – sind geeignet, den Studierenden unterschiedliche Facetten des berufsspezifischen mathematischen Fachwissens zu vermitteln und die Sinnhaftigkeit des fachlichen Studiums für den zukünftigen Beruf einsichtig zu machen.

Beide Lehrveranstaltungen wurden im Rahmen des PSI-Projekts weiterentwickelt als Modell für zukünftige Einführungsveranstaltungen in das Bachelorstudium Mathematik sowohl für das Lehramt Grundschule als auch für das Lehramt der Sekundarstufen.

Waren die bisherigen Veranstaltungen „Elemente der Arithmetik“ und „Kapitel der Elementarmathematik“ noch als rein fachwissenschaftliche Veranstaltungen konzipiert, wobei durch den Schwerpunkt auf das berufsspezifische Fachwissen eine Perspektive in Richtung Fachdidaktik eröffnet wurde, so bedeutet die Weiterentwicklung zu den Veranstaltungen „Arithmetik und ihre Didaktik“ I und II, die explizit Fachwissenschaft und Fachdidaktik verknüpfen, dass der Weg von der Fachwissenschaft Richtung Fachdidaktik noch ein Stück weiterzugehen ist. A priori sehen wir dabei die Übergänge von universitärem Fachwissen über das berufsspezifische Fachwissen hin zur Fachdidaktik als fließend. Inwiefern Abgrenzungen sinnvoll zu treffen und empirisch belastbar sind, wird die Design-Based-Research-Studie zeigen, mit der in der zweiten Phase des PSI-Projekts die Konzeptionsentwicklung begleitet werden soll.

Literatur

- Ableitinger, C., Kramer, J. & Prediger, S. (Hrsg.) (2013). *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien. <https://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-01360-8>.
- Baumert, J. & Kunter, M. (2011). Das Kompetenzmodell von COACTIV. In Kunter, M., Baumert, J., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster: Waxmann, 29–54.
- Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What Kind of Knowledge do Secondary Mathematics Teachers Need? A Conceptualization Taking into Account Academic and School Mathematics. *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>.
- Goral, J., Kortenkamp, U., Glowinski, I., Hassan-Yavuz, S., Massolt, J., Seider, J., Woehlecke S. (2016, July). *Which mathematical contents make a good primary teacher?* Poster session presented at ICME-13, Hamburg, Germany.
- Goral, J. & Kortenkamp, U. (2018). Prospective Teachers' Strategies to Solve Non-Decimal Addition problems. In Bergqvist, E., Österholm, M., Granberg, C. & Sumpter, L. (Hrsg.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5). Umeå, Sweden: PME, p. 51.
- Heinze, A., Dreher, A., Lindmeier, A. & Niemand, C. (2016). Akademisches versus schulbezogenes Fachwissen – ein differenzierteres Modell des fachspezifischen Professionswissens von angehenden Mathematiklehrkräften der Sekundarstufe. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 19(2), 329–349.
- Klein, F. (1908). *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus: Teil I: Arithmetik, Algebra, Analysis*. Vorlesung gehalten im Wintersemester 1907–08. Leipzig: Teubner.
- Kortenkamp, U. (2012). *Stellenwerttafel*. App für iOS. <http://appsto.re/de/QfN5H.i>

- Kortenkamp, U. & Goral, J. (2018). Aussichtstürme schaffen – den Horizont erweitern, ohne dorthin zu laufen. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*, 1055–1058.
- Müller, G., Wittmann, E. & Steinbring, H. (2003). *Arithmetik als Prozess*. Seelze: Kallmeyer.
- Schwill, A. (1995). Fundamentale Ideen in Mathematik und Informatik. In Hischer, H. & Weiß, M. (Hrsg.), *Fundamentale Ideen – Erörterungen zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik*. Hildesheim: Franzbecker, 18–25.
- Wohlecke, S., Massolt, J., Goral, J., Hassan-Yavuz, S., Seider, J., Borowski, A., Fenn, M., Kortenkamp, U. & Glowinski, I. (2017). Das erweiterte Fachwissen für den schulischen Kontext als fachübergreifendes Konstrukt und die Anwendung im universitären Lehramtsstudium. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 35 (3).