

Projekt: Auswertung von multispektralen Lidarmeßdaten der Troposphäre (Stratosphäre) mit modernen mathematischen Standardverfahren für lineare zweidimensionale (eindimensionale) schlecht gestellte inverse Probleme zur Bestimmung von nicht gealterten Aerosolgrößenverteilungen

Projektleiter:

Dr. Christine Böckmann
(AG LIDAR-Inversionen)

Mitarbeiter:

Silva Fischer

Projektbeschreibung

Ziel des Projektes

Klimaveränderungen haben sehr unterschiedliche Ursachen. Unter anderen gehören dazu der Abbau der Ozonschicht in der Stratosphäre, die Zunahme der Ozonkonzentration in Erdbodennähe und die Luftverschmutzung über Städten bzw. Industrieanlagen. Zur Untersuchung dieser Ursachen sind detaillierte Kenntnisse der Aerosolphysik im troposphärischen und stratosphärischen Bereich notwendig. Das LIDAR bietet als aktives Fernmeßverfahren hier wesentliche Vorteile.

Bei einem LIDAR-System werden gepulste Laserstrahlen ausgesandt, und die Intensität des rückgestreuten Lichtes wird in Abhängigkeit von der Zeit gemessen. Neben Schadstoffkonzentrationsmessungen sind Fernmessungen von Profilen der Aerosolgrößenverteilung mit einem multispektralen Lidarsystem möglich. Neue mathematisch fundierte und effektive Methoden zur Datenauswertung sind sowohl im stratosphärischen als auch im troposphärischen Bereich dringend erforderlich. Dabei müssen im troposphärischen Bereich neue Ideen zur Modellierung erstens der Kernfunktion für inhomogene und/oder nichtsphärische Streuer und zweitens unterschiedliche Streuer innerhalb eines Partikelkollektives in die Problembehandlung unabdingbar eingebracht werden. Mathematisch wird dieser Meßvorgang durch ein System nichtlinearer Integralgleichungen 1. Art modelliert. Bisher wurde eine Beziehung zwischen den aufgenommenen Rückstreudaten und den Streuvorgängen (und damit den Eigenschaften der streuenden Partikel) durch den Fit theoretischer Rückstreuprofile an die Daten vorgenommen. Dies ist prinzipiell immer mit einer erheblichen Ungenauigkeit verbunden, nicht zuletzt, da nicht alle Parameter frei variiert werden können.

In diesem Projekt werden nun die in den letzten Jahren entwickelten Lidar-Methoden (simultane Mehrwellenlängen-Messung und Raman-Lidar) mit neuen numerischen Methoden der Inversion von Integralgleichungen zusammengebracht, um eine vollständige Lösung der Lidargleichungen zu erreichen, ohne a-priori Annahmen und ohne zweifelhafte Parameter-Fits. Genauer, es werden neue numerische Verfahren entwickelt, um die linearen Integralgleichungen als Ganzes zu invertieren. Insbesondere werden spezielle Regularisierungsverfahren zur Lösung dieses schlecht gestellten inversen Problems entwickelt und analysiert. Die Verfahren werden mit realen stratosphärischen Meßdaten aus Feldexperimenten von Spitzbergen (79 N, 12 O) (Alfred-Wegener-Institut, Außenstelle Potsdam), mit troposphärischen Meßdaten (Institut für Troposphärenforschung Leipzig, Elight Laser Systems GmbH Teltow) und mit Meßdaten aus dem Schließungsexperiment der LACE 98 - Gruppe im Sommer 1998 in Lindenberg verifiziert. Als ein typisches Inversionsproblem werden die drei Gleichungen bearbeitet, die den Meßvorgang bei einem Rückstreu-LIDAR modellieren, d.h. den Zusammenhang zwischen gemessenen Rückstreuintensität und den Eigenschaften der transmittierten und streuenden Bestandteile der Atmosphäre (LIDAR = Light Detection and Ranging, auch Licht-Radar). Bei einem Lidar-Gerät werden Laserpulse über eine Aussendeoptik vertikal in die Atmosphäre emittiert. Die Moleküle der Luft und die in der Atmosphäre suspendierten Partikel streuen und absorbieren das Laserlicht. Dadurch erfährt das Signal auf seinem Weg durch die Atmosphäre eine Abschwächung. Das in Rückwärtsrichtung gestreute Licht wird von einem Teleskop aufgefangen und auf ein Detektorsystem fokussiert. Aus der Zeitdifferenz t zwischen Emission und Detektion läßt sich die Höhe z berechnen, in der der Streuprozess stattgefunden hat. Die Höhenauflösung wird theoretisch durch die Pulslänge des emittierten Laserpulses begrenzt und in der Anwendung durch die zeitliche Auflösung der Detektionselektronik bestimmt. Das mathematische Modell zur Bestimmung der Aerosol-Größenverteilung besteht aus 3 Gleichungen. Das sind die Lidargleichung

$$P(\lambda, z) = C(\lambda) P_e(\lambda) \beta(\lambda, z) \frac{1}{z^2} \exp(-2 \int_0^z \alpha(\lambda, z') dz') , \quad (1)$$

wobei

λ	die Wellenlänge,
z	die Höhe,
C	die spezifische Größe der Meßapparatur,
P_e	die Intensität des emittierten Signals,
P	die Intensität des detektierten Signals,
β, α	den Rückstreu- bzw. Extinktionskoeffizienten,
r	den Partikelradius,
n	die Aerosolgrößenverteilung,
K_{Π}, K_{ext}	die Rückstreu- bzw. Extinktionseffizienz

bezeichnen und die Integralgleichungen für den Rückstreukoeffizienten β^{Aer}

$$\beta^{Aer}(\lambda, z) = \int_{r_a}^{r_b} K_{\Pi}(\lambda, r; m) n(r, z) dr \quad (2)$$

sowie für den Extinktionskoeffizienten α^{Aer}

$$\alpha^{Aer}(\lambda, z) = \int_{r_a}^{r_b} K_{ext}(\lambda, r; m) n(r, z) dr \quad (3)$$

mit $\beta = \beta^{Aer} + \beta^{Ray}$ und $\alpha = \alpha^{Aer} + \alpha^{Ray}$, wobei β^{Ray} und α^{Ray} als bekannt vorausgesetzt werden. Gemessen wird die Intensität des detektierten Signals P in Abhängigkeit von der Höhe z und der Wellenlänge λ . Gesucht ist die Aerosolgrößenverteilung n in Abhängigkeit von der Höhe z und dem Radius r . Ein wesentliches Problem bei der Invertierung stellt die Kopplung des Rückstreukoeffizienten β^{Aer} und des Extinktionskoeffizienten α^{Aer} in der Lidargleichung (1) dar. [Klett 81/85] führte deshalb eine empirische Beziehung der Form $\beta^{Aer} = L(r) [\alpha^{Aer}]^k$ zwischen beiden Größen ein, um die Lidargleichung in eine Riccatische Differentialgleichung überführen zu können, deren Lösung bekannt ist. Diese Annahme setzt jedoch eine Wahl der Form der Größengleichung a priori voraus. Diese aber ändert sich in der Atmosphäre in hohem Maße.

Methoden

Das Projekt teilt sich in fünf Teilbereiche auf:

1. Die mathematische Inversion des schlecht gestellten inversen Problems (2) und (3).
2. Die theoretische Untersuchung der Kernfunktionen K_{Π} und K_{ext} .
3. Ein neues zweidimensionales mathematisches Modell für die Gegebenheiten bzw. Verhältnisse in der Troposphäre.
4. Die Klassifizierung der stratosphärischen bzw. troposphärischen Aerosole bezüglich der zu verwendenden Kernfunktionen.
5. Die Zuordnung der Erkenntnisse aus 1. und 2. zu den Klassen aus 4. und Implementierung.

Die mathematische Inversion des inversen Problems zerfällt in zwei Arbeitsschritte:

1. Inversion der linearen schlecht gestellten Fredholmschen Integralgleichungen 1. Art (2) und (3)
2. Auswahl sowie spezielle Konstruktion eines geeigneten Regularisierungsverfahrens zur Inversion des inversen Problems sowie Stabilitäts- und Konvergenzanalysen.

Wir gehen in diesem Projekt davon aus, daß eine bekannte Beziehung i.a. auch nichtlinearer Art zwischen β^{Aer} und α^{Aer} besteht, so läßt sich der Rückstreukoeffizient $\beta^{Aer}(\lambda, z)$ berechnen. Zusätzlich stehen

Meßwerte $\alpha^{Aer}(\lambda, z)$ von einem Raman-Lidar zur Verfügung. Dann bleibt als erste interessante mathematische Aufgabe ein lineares schlecht gestelltes inverses Problem in Form zweier linearer Fredholmscher Integralgleichungen 1. Art (2) und (3) zu lösen. Untersuchungen zur mathematisch fundierten Inversion ohne Fit sind dazu leider genauso unbekannt wie zum nichtlinearen Lidarproblem. Für gewisse Zeit- bzw. Raumfenster ist die Größenverteilung $n(r, z)$ gesucht.

Ergebnisse und Diskussion

Aus mathematischer Sicht ist es sinnvoll, zunächst theoretische Untersuchungen am kontinuierlichen Problem vorzunehmen. Gegeben sei ein Intervall $[\lambda_a, \lambda_b]$, ein festes z und $P(\lambda, z)$ sei für alle $\lambda \in [\lambda_a, \lambda_b]$ meßbar, d.h. für beliebig viele diskrete Werte λ_i ($i = 1, \dots, m$) verfügbar.

Untersuchung der Fredholmschen Integralgleichungen 1. Art (2) und (3):

Mathematisch gesehen, betrachten wir nun allgemeiner lineare Integraloperatoren mit Kernk:

$$g(\lambda) = Kn(r) = \int k(\lambda, r)n(r)dr;$$

Kleine Änderungen der Daten g , z.B. hervorgerufen durch Meßfehler oder Rechenungenauigkeiten, können beliebig große Abweichungen der Lösung n verursachen, der Lösungsoperator ist unstetig. Das Problem ist schlecht gestellt. Zur numerischen Approximation der Lösung aus fehlerbehafteten Meßdaten wurden spezielle regularisierende Methoden entwickelt, um einen optimalen Ausgleich zwischen Genauigkeit und Fehlerdämpfung zu erzielen. Zur Inversion von (2) bzw. (3) wurde ein geeignetes Verfahren, ein Glättungsverfahren vom Mollifier-Typ, konstruiert. Dieser Typ erlaubt eine lokale und geglättete Rekonstruktion der gesuchten Größenverteilung $n(r)$ d.h. statt der Funktion n versuchen wir, eine geglättete Funktion $n_\gamma(r) = \langle e_\gamma(r, \cdot), n \rangle_{L^2}$ zu bestimmen. Es wird keine künstliche Diskretisierung der Größenverteilung

benötigt. Verfahren vom Mollifier-Typ zerfallen in zwei Teilschritte, wobei der erste Teil die Schlechtgestelltheit des Problems unabhängig von den Meßdaten, d.h. von den Datenfehlern, beinhaltet, so daß der Abschneideparameter zur Regularisierung dieser Normalgleichungen nur von der Genauigkeit der verwendeten Arithmetik und der Genauigkeit der Berechnung des Mollifiers abhängt. Vom Glättungsparameter ist nur die rechte Seite abhängig, so daß bei Wechsel der Operator nicht beeinflußt wird. Ist der approximierten inverse Operator gefunden, so kann die Lösung im zweiten Teil durch einen stabilen Parallel-Prozeß berechnet werden. Der Operator ist auch von r unabhängig. Wir haben einen geeigneten Glättungsoperator E_γ , d.h. eine geeignete Glättungsfunktion e_γ gefunden. Beim Übergang zum diskreten Problem, bei dem nur endlich viele $\beta^{Aer}(\lambda_i, z)$ bzw. $\alpha^{Aer}(\lambda_i, z)$ ($i = 1, \dots, N$) (bei den Lidarmeßdaten nur sehr wenige) zur Verfügung stehen, wollen wir untersuchen, an wieviel Wellenlängen und mit welcher Genauigkeit muß mindestens gemessen werden bzw. wie müssen die Meßpunkte im Intervall $[\lambda_a, \lambda_b]$ verteilt werden, damit man noch eine sinnvolle akzeptable Lösung erhält. Aus der Fredholmschen Integralgleichung 1. Art für den Extinktionskoeffizienten (3) kann die Größenverteilung $n(r)$ bestimmt werden. Zur Lösung des schlecht gestellten inversen Problems wurde ein geeignetes, speziell angepaßtes Mollifier-Verfahren entwickelt, das auch für eine kleine Anzahl von Meßdaten praktikabel ist. Eine Simulationsrechnung mit

$n(r) = \exp(-0,5 \ln^2(r / r_{med}) / \ln^2(\sigma))$ (durchgezogene Linie) und simulierten Meßwerten $\alpha^{Aer}(\alpha_{err}^{Aer} = (9,6,5,4,3,2,2,1,1)^T)$ äquidistant zwischen 300 nm und 900 nm zeigt für die Glättungs-

funktion $e_\gamma(x) = \frac{\gamma}{\pi} \sin c(\gamma x)$ mit $\gamma = 17$ bzw. $\gamma = 19$ (siehe Abbildung (a) bzw. (b) bei geeigneter bzw. ungeeigneter Wahl des Regularisierungsparameters $\gamma = 20$ gestrichelte Linie bzw. $\gamma = 0.9$ Strich-Punkt-Linie folgende Rekonstruktionsergebnisse:

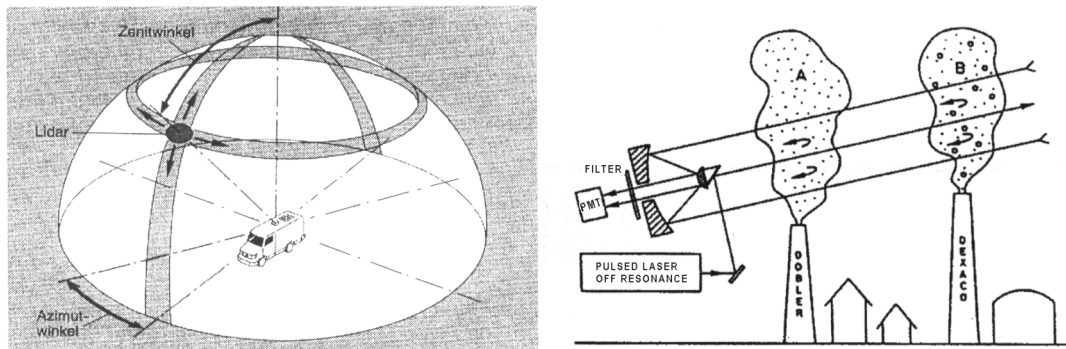


Abb. 1: Lidarmessung in der Stratosphäre (links) und Troposphäre (rechts)

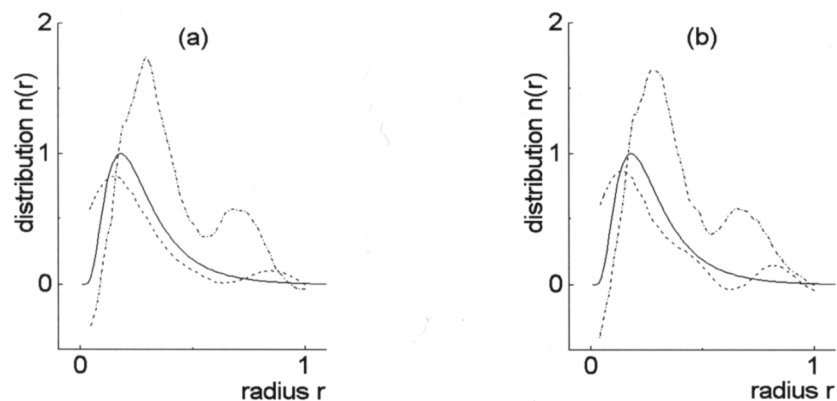


Abb. 2: Numerische Ergebnisse

Kooperationspartner

Dr. R. Neuber, J. Biele (Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung), Potsdam; Dr. A. Ansmann, Dr. U. Wandinger, Dr. D. Müller (Institut für Troposphärenforschung), Leipzig; M. Ulbricht (Elight Laser Systems GmbH), Teltow

Literatur

- [1] Böckmann, C.; Niebsch, J. (1996): Mollifier Methods for Aerosol Size Distribution, In: Advances in Atmospheric Remote Sensing with Lidar, Eds. A. Ansmann, R. Neuber, P. Rairoux, U. Wandinger, Springer-Verlag.
- [2] Böckmann, C. (1997): Projection Method for Lidar Measurements. In: Advanced Mathematical Tools in Metrology III, Eds. P. Ciarlini, M.G. Cox, F. Pavese, D. Richter, World Scientific, Singapore.
- [3] Louis, A. K.; Maaß, P. (1990): A Mollifier Method for Linear Operator Equations of the First Kind, Inverse Problems 6 (1990), 427-440.
- [4] Louis, A.K.; Maaß, P. (1991): Smoothed Projection Methods for the Moment Problem, Numerische Mathematik 59 (1991), 295-310.
- [5] Müller, D. et al (1996): Multiple-Wavelength Aerosol Lidar. In: Advances in Atmospheric Remote Sensing with Lidar, Eds. A. Ansmann et al, Springer-Verlag.
- [6] Neuber, R. et al (1992): Lidar Measurements of Stratospheric Aerosols in the Arctic, Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 96 (1992), 351-353.
- [7] Weidauer, D. et al (1996): Ozone, VOC, NO₂ and Aerosol Monitoring in Urban and Industrial Areas Using a Mobile DIAL System. In: Advances in Atmospheric Remote Sensing with Lidar, Eds. A. Ansmann et al, Springer-Verlag.