

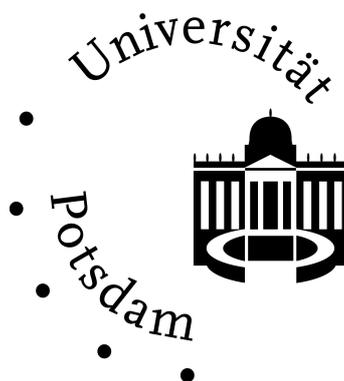
UNIVERSITÄT POTSDAM

WIRTSCHAFTS- UND SOZIALWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

VOLKSWIRTSCHAFTLICHE DISKUSSIONSBEITRÄGE

**Wolfgang Wagner**

VERGLEICH VON RINGFÖRMIGER UND SEKTORALER  
STADTSTRUKTUR BEI  
NACHBARSCHAFTSEXTERNALITÄTEN IM  
MONOZENTRISCHEN SYSTEM



Diskussionsbeitrag Nr. 32

Potsdam 1999

# Vergleich von ringförmiger und sektoraler Stadtstruktur bei Nachbarschaftsexternalitäten im monozentrischen System

von  
Wolfgang Wagner  
Universität Potsdam

Diskussionsbeitrag Nr. 32/1999

## Inhalt

<b>1 Problemstellung</b>	<b>1</b>
<b>2 Modelldarstellung</b>	<b>1</b>
2.1 Wohnnachfrage	4
2.2 Radius der Stadtgrenze	6
2.3 Lösung I: Grenzlänge der Siedlungsgebiete	7
2.4 Lösung II: Anzahl der Haushalte an der Grenze	10
2.5 Ergebnisdiskussion	12
<b>3 Fazit</b>	<b>14</b>

Adresse des Autors: Universität Potsdam, Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät,  
Postfach 900327, 14439 Potsdam

## 1 Problemstellung

In seiner empirisch gestützten Analyse amerikanischer Städte weist Homer Hoyt [1936] die Segregation von schwarzen und weißen Haushalten in einer sektoralen Stadtstruktur nach. Muth [1969, 1975] beschreibt den Mechanismus, der zur Segregation der Haushaltsgruppen aufgrund externer Effekte bei sonst gleichen Bedingungen der Haushalte führt. Auf dieser Grundlage stellt Rose-Ackerman ([1973], S. 89f.) fest, dass Segregation bei gleichen Einkommen der Haushalte sowohl zur Form der sektoralen als auch der ringförmigen Stadtstruktur führen kann. Sie postuliert im weiteren, dass die Ringstruktur die Folge der Minimierung der Grenzlänge zwischen schwarzen und weißen Haushalten sei. Von dieser Annahme ausgehend entwickelt sie ein Modell, in dem die Entfernungen zur Grenze mit positivem Vorzeichen in die Nutzenfunktion eingehen, und analysiert die Auswirkungen auf die Renten- und Dichtegradien. Die meisten Autoren der New-Urban-Economics-Schule folgen in der theoretischen Diskussion des Segregationsphänomens Rose-Ackermans Annahme der ringförmigen Stadtstruktur, sofern die Betrachtung nicht auf benachbarte Gebiete reduziert und die räumliche Ausformung der Stadtstruktur vernachlässigt wird<sup>1</sup>.

In diesem Diskussionsbeitrag soll Rose-Ackermans Aussage, dass die Ringstruktur grenzlängenminimal ist, widerlegt werden (Lösung I). Anschließend wird der Frage nachgegangen, welche Stadtstruktur vorteilhaft ist, wenn Muth und Rose-Ackerman darin gefolgt wird, dass gemäß der Theorie der externen Effekte Nähe zur jeweils anderen Haushaltsgruppe negativ in die Nutzenfunktion eingeht (Lösung II).

## 2 Modelldarstellung

In folgendem Modell sollen zwei Haushaltsgruppen betrachtet werden, die unabhängig von ihrer Gruppenzugehörigkeit über die gleiche Nutzenfunktion verfügen. Die Haushalte konsumieren entsprechend eines simplen monozentrischen Stadtmodells der Alonso-Mills-Muth-Tradition (Fujita [1996]) zum einen disperse Güter und zum anderen zentrale Güter, also Wohnen und zentral angebotene übrige Konsumgüter, die gleichermaßen in die Nutzenfunktion eingehen. Die Einkommen werden für alle Haushalte als gleich und exogen angenommen, so dass sich die Haushalte ökonomisch nicht unterscheiden. Das Angebot des Gutes Wohnen erfolgt ohne Kosten, wird aber durch die vorhandene Bodenmenge beschränkt.

---

<sup>1</sup>Kanemoto, Y. [1996], S. 201ff. gibt einen aktuellen Überblick über den Stand der Segregationsliteratur.

Von alternativen Bodennutzungsmöglichkeiten wird abgesehen, so dass keine Opportunitätskosten zu berücksichtigen sind. Folglich ist das Angebot vollkommen preisunelastisch und die erzielten Einnahmen sind vollständig Gewinn und somit wohlfahrtswirksam.

Die Gruppenbildung der Haushalte erfolgt über ein nichtökonomisches, möglicherweise demographisches Merkmal, also Alter, Bildungsstand (sofern keine Einkommensunterschiede damit verbunden sind), Nationalität oder Hautfarbe. Das Gruppenmerkmal der jeweils anderen Gruppe stellt für die Haushalte einen negativen externen Effekt dar und geht folglich als Element mit negativer partieller Ableitung in die Nutzenfunktion ein. Da der mit zunehmender Entfernung abnehmende Nachbarschaftseffekt eine stadtstruktur bildende Wirkung entfaltet, ist die Berücksichtigung der räumlichen Dimension als Gewicht des externen Effektes erforderlich. In der einfachsten Form kann das Gewicht bei einer Entfernung von null gleich eins und bei Entfernungen größer null gleich null gesetzt werden. In diesem Fall wird davon ausgegangen, dass sich die negativen externen Effekte nur auf die direkten Nachbarn auswirken<sup>2</sup>, die quasi Wand an Wand mit den verursachenden Haushalten wohnen.

Unter dieser Annahme erfahren nur die Haushalte negative externe Effekte, die direkt an der Grenze zum Siedlungsgebiet der anderen Haushaltsgruppe wohnen. Die Nachfrage der Haushalte nach Wohnen je Wohnlage wird nun durch zwei Aspekte, die Entfernung zum Stadtzentrum und die Grenz- bzw. Nichtgrenzlage, bestimmt. An der Grenze gehen die Externalitäten in die Nutzenfunktion negativ ein, es ergeben sich niedrigere Gebotspreise und die Dichteverteilung der Haushalte verändert sich. Wird als Gleichgewichtsbedingung berücksichtigt, dass es solange zu Umzügen kommt, bis sich der Nutzen aller Haushalte im Stadtgebiet ausgleicht, dann ergibt sich, dass die Dichte an der Grenze sinkt und in den Siedlungsgebieten steigt.

Die Haushalte können im Fall von Externalitäten insgesamt nicht das Nutzenniveau erreichen, das im Fall ohne diese erreichbar wäre, da an der Grenze das Niveau gesenkt wird und die resultierende Abwanderung in die Siedlungsgebiete dort zu erhöhter Dichte und damit niedrigerem Nutzenniveau führt. Aus Sicht der Haushalte besteht somit ein Anreiz, die Nachbarschaftseffekte zu minimieren, wobei es von der Spezifikation der Externalitäten

abhängt, ob die Grenzlänge oder die Anzahl der Haushalte an der Grenze die zu minimierende Größe ist.

Die gesenkten Gebotspreise der Haushalte haben für die Anbieter des Wohnraumes zwei Wirkungen: an der Gruppengrenze sinken die Einnahmen, da dort niedrigere Gebotspreise erzielt werden. In den Siedlungsgebieten hingegen steigen die Einnahmen aufgrund der mit der höheren Dichte verbundenen höheren Gebotspreise. Der Nettoeffekt ist zunächst unklar. Ist er negativ, dann besteht für die Anbieter ein Anreiz, die Grenzlänge zwischen den Siedlungsgebieten zu minimieren. Ist er positiv, besteht ein Anreiz zur Minimierung der Grenzlänge nur so lange, wie die Nutzegewinne der Haushalte die verminderten Gewinne der Anbieter kompensieren können. Ist der positive Nettoeffekt noch größer, besteht für die Anbieter ein Anreiz, die Grenzlänge zu erhöhen. Dies wird jedoch nicht unbeschränkt die Gewinne erhöhen, denn bei zunehmender Grenzlänge werden die segregierten Siedlungsgebiete, in denen die zusätzlichen Gewinne erzielt werden, anteilig kleiner und streben im Fall maximaler Grenzlänge, also vollständiger Integration der Gruppe gegen null.

Die strukturellen Wirkungen von positiven externen Effekten zwischen Haushalten der gleichen Gruppe ohne negative Externalitäten durch Haushalte der anderen Gruppe sind analog zu analysieren. Die positiven Nachbarschaftseffekte gehen bei unelastischem Angebot in die Gebotspreise der Haushalte ein. Demnach sind die Gebotspreise an der Grenze ebenfalls niedriger als innerhalb der Siedlungsgebiete, da weniger Nachbarn der eigenen Gruppe angehören. Liegen zwischen den Haushaltsgruppen gleichzeitig positive und negative Externalitäten vor, streben die Haushalte zu Segregation, sofern die negativen Externalitäten stärker wiegen und zu stärkeren Gebotspreisminderungen führen, als die positiven Externalitäten in der Gegenrichtung wirken. Es besteht dann ebenfalls Anreiz zur Minimierung der Gebietsgrenzen, wenn auch in geringerem Maß. Gleiches gilt, wenn eine Haushaltsgruppe negative Externalitäten durch die andere erfährt, während diese keine Externalitäten verspürt. Wenn hingegen die positiven Externalitäten einer Gruppe die negativen der anderen Gruppe überwiegen, besteht ein Anreiz dazu, die Gruppengrenze möglichst lang werden zu lassen, um die gebotspreiserhöhende Wirkung der positiven Externalitäten abzuschöpfen. Die Konsequenz wäre vollständige Integration der beiden Haushaltsgruppen und ist hiernichtweiter Gegenstand der Betrachtung.

---

<sup>2</sup>Muth [1975], S. 89 und S. 93f., verwendet die gleiche Annahme und verweist auf deren empirische Relevanz.

Im folgenden Modell soll die Anzahl der an der Grenze siedelnden Haushalte jeweils für eine Ring- und eine Sektorstruktur ermittelt und miteinander verglichen werden. Dabei stellt das monozentrische Stadtmodell der Alonso-Mills-Muth-Tradition die Grundlage dar, aus dem der Radius der Stadtgrenze  $r_2$  ermittelt wird (vgl. Abb. 1). Die Grenze zwischen den Siedlungsgebieten der Haushaltsgruppen  $r_1$  ergibt sich dann für die Ringstruktur aus dem Verhältnis der Gruppengrößen unter Berücksichtigung der Dichtestruktur an der Grenze.

Für die Ermittlung der Stadtgrenze und der Lage der Gruppengrenze wird angenommen, dass die Dichteverteilung in den Siedlungsgebieten durch die Änderung der Dichte an der Gruppengrenze nicht beeinflusst wird. Bei der Ermittlung der Haushaltsanzahl an der Grenze hingegen wird die von den Externalitäten an der Grenze abhängige Dichte verwendet. Es wird ein kritischer Anteil ermittelt, bei dem die beiden Stadtstrukturen gleich bewertet werden.

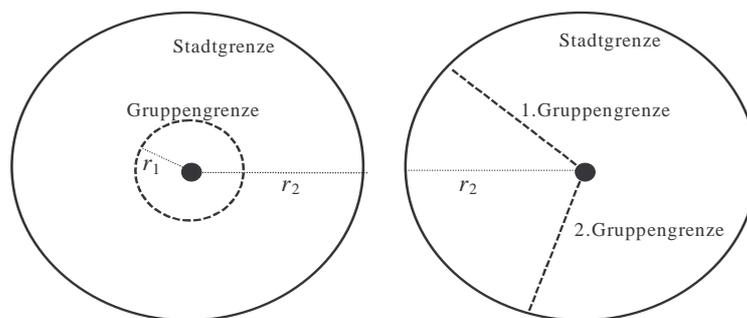


Abb. 1: Ringförmige vs. sektorale Stadtform

Im ersten Schritt wird die Flächennachfrage in Abhängigkeit von der Entfernung zum Zentrum unter Berücksichtigung der Externalitäten ermittelt. Anschließend wird der Radius der Stadtgrenze  $r_2$  in enger Anlehnung an das Standardmodell vom Alonso-Mills-Muth-Typ bestimmt. Danach wird anhand Flächennachfrage die Dichtestruktur ermittelt, aus der sich dann der Radius  $r_1$  der Siedlungsgebietsgrenze bei Ringstruktur errechnen lässt. Darauf lassen sich nun die gesuchten Größen, erstens die Grenzlängen und zweitens die Anzahl der Haushalte an den Grenzen für die beiden Stadtstrukturformen herleiten und kritische Werte für Gruppengrößenverhältnisse bestimmen, bei denen die Vorteilhaftigkeit zwischen den Strukturformen wechselt.

## 2.1 Wohnnachfrage

Alle Haushalte haben eine gleiche Nutzenfunktion vom Cobb-Douglas-Typ mit den

Argumenten übriger zentralbezogener Konsum  $z$  und Wohnkonsum  $s$ , der bei Nachbarschaft zur anderen Haushaltsgruppe um einen Faktor  $n$  variiert wird:

$$U = z^a \cdot (n \cdot s)^{(1-a)} \text{ mit } 0 > a > 1 \quad (1)$$

und  $n = 1$  im Siedlungsgebiet und  $0 < n < 1$  an der Grenze .

Die Budgetrestriktion der Haushalte mit dem verfügbaren Einkommen  $y$  lautet:

$$y = G \cdot s + z + t \cdot r, \quad (2)$$

wobei  $G$  den (Gebots-) Preis für den Wohnkonsum,  $t$  den Transportkostensatz je Entfernungseinheit und  $r$  die Entfernung zum Zentrum darstellt. Der Preis des übrigen Konsumgutes wird als Numeraire betrachtet und daher gleich eins gesetzt.

Gemäß dem Alonso-Mills-Muth-Modell wird durch Einsetzen von:

$$z = \left( \frac{U}{(n \cdot s)^{(1-a)}} \right)^{\left(\frac{1}{a}\right)} \quad (3)$$

in die zum Gebotspreis aufgelöste Budgetrestriktion

$$G = \frac{y - z - t \cdot r}{s} \quad (4)$$

die zu optimierende Zielfunktion

$$G = \frac{y - \left( \frac{U}{(n \cdot s)^{(1-a)}} \right)^{\left(\frac{1}{a}\right)} - t \cdot r}{s} \quad (5)$$

ermittelt. Diese wird nun nach  $s$  abgeleitet und als Bedingung erster Ordnung gleich null gesetzt:

$$\frac{\partial G}{\partial s} = \frac{U^{\left(\frac{1}{a}\right)} \cdot n^{\left(\frac{a-1}{a}\right)} \cdot s^{\left(\frac{a-1}{a}\right)} - a \cdot y + a \cdot t \cdot r}{a \cdot s^2} = 0. \quad (6)$$

Die optimale Wohnnachfrage  $s$  als Funktion der Entfernung zum Zentrum  $r$  lautet nun:

$$s(r) = \left[ \frac{a \cdot y - a \cdot t \cdot r}{U^{\left(\frac{1}{a}\right)} \cdot n^{\left(\frac{a-1}{a}\right)}} \right]^{\left(\frac{a}{a-1}\right)}. \quad (7)$$

Für  $0 > a > 1$  und  $n = 1$ , also für Lagen in den Siedlungsgebieten der Gruppe  $n$  ergibt sich eine Wohnnachfrage gemäß des Alonso-Mills-Muth-Modells, positiv abhängig vom Einkommen und gegebenem Nutzenniveau, negativ abhängig vom Transportkostensatz und mit zunehmender Entfernung vom Zentrum fallend. In den Siedlungsgebieten haben Nachbarschaftsexternalitäten keinen direkten Einfluß auf die Nachfragefunktion. Für  $0 > a > 1$  und  $0 < n < 1$ , also für Lagen an der Gruppengrenze zusätzlich zu den vorstehenden Zusammenhängen auch der Nachbarschaftsexternalität eine nachfragemindernde Einfluß zu.

## 2.2 Radius der Stadtgrenze

Um den Radius der Stadtgrenze  $r_2$  zu ermitteln wird die Nachfragefunktion im Fall ohne Nachbarschaft, also mit  $n=1$  in die aufgelöste Budgetrestriktion eingesetzt:

$$G = (y - a \cdot y + a \cdot t \cdot r - t \cdot r) \cdot U^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot (a \cdot y - a \cdot t \cdot r)^{\left(\frac{-a}{a-1}\right)}. \quad (8)$$

An der Stadtgrenze gilt als Bedingung, dass der Gebotspreis gerade genau null wird, sofern keine alternative Bodennutzungsmöglichkeit, also keine Opportunitätskosten angenommen

werden:

$$G|_{r=r_2} = 0 = (y - a \cdot y + a \cdot t \cdot r_2 - t \cdot r_2) \cdot U^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \cdot (a \cdot y - a \cdot t \cdot r_2)^{\left(\frac{-a}{a-1}\right)}. \quad (9)$$

Die Stadtgrenze ergibt sich in der Entfernung vom Zentrum, in der gerade kein Wohnraum mehr nachgefragt wird, als Umkreis mit dem Radius  $r_2$  vom Zentrum:

$$r_2 = \frac{y}{t}. \quad (10)$$

Hierbei fällt auf, dass der Nutzen nicht die Entfernung der Stadtgrenze vom Zentrum beeinflusst. Die Ursache liegt in der Annahme, dass die Opportunitätskosten null betragen. Dadurch kann die Stadt solange ausgedehnt werden, bis das gesamte Einkommen der Haushalte für den Transport aufgewendet wird. Bis dahin kann der Gebotspreis so klein werden, dass sich durch entsprechend große Nachfrage nach Wohnkonsum jedes Nutzenniveau erreichen lässt. Dies verdeutlicht zudem, dass auch im Fall der sektoralen Stadtstruktur die Ermittlung der Stadtgrenze ohne Berücksichtigung der Externalitäten legitim ist, da auch entlang der Gruppengebietsgrenze das Stadtgebiets so weit ausgedehnt wird, bis das Einkommen vollständig für den Transport aufgewendet wird.

### 2.3 Lösung I: Grenzlänge der Siedlungsgebiete

Die Grenzlänge im Sektormodell, ergibt sich als  $2 \cdot r_2$  bzw.  $2 \cdot y/t$ . Im Ringmodell ergibt sie sich als  $2 \cdot \pi \cdot r_1$ , wobei der Radius  $r_1$  vom Anteil  $b$  der Gesamtanzahl der Haushalte  $H$  abhängt, die am Zentrum wohnen. Der Radius  $r_1$  des Umkreises der Siedlungsfläche dieser Gruppe lässt sich für alle  $U$  gleichermaßen ermitteln.

$$b \cdot H = \int_0^{r_1} 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{s(r)} \cdot dr \quad (11)$$

bzw.:

$$b \cdot H = \int_0^{r_1} 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{\left( \frac{U}{(a \cdot y - a \cdot t \cdot r)^a} \right)^{\left( \frac{1}{1-a} \right)}} \cdot dr. \quad (12)$$

AndieserStelle ist es sinnvoll,  $a=0,5$  und  $t=1$  zu setzen, damit die Ergebnisse überschaubar bleiben. Der Verlust an Allgemeingültigkeit ergibt sich vor allem aus der Normierung von  $a$ . Es enthält implizit, dass sich die Präferenzen gleichermaßen auf zentrale und disperse Güter aufteilen. Nacheinigen Rechenschritten folgt nun:

$$b \cdot H = -\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \frac{2 \cdot r_1 - 3 \cdot y}{U^2}. \quad (13)$$

Durch Substituieren von  $H$  folgt:

$$b \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot \frac{y^3}{U^2} = -\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot \frac{2 \cdot r_1 - 3 \cdot y}{U^2} \quad (14)$$

und nacheinigen weiteren Umformungen:

$$r_1^3 - 1,5 \cdot y \cdot r_1^2 = -0,5 \cdot b \cdot y^3. \quad (15)$$

Hieraus lassen sich drei mögliche Werte  $r_{11}$ ,  $r_{12}$  und  $r_{13}$  für  $r_1$  ermitteln:

$$r_{11} = y \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{y}{2}, \quad (16)$$

$$r_{12} = \frac{3}{2} \cdot |y| \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) - \frac{1}{2} \cdot y \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{1}{2} \cdot y \text{ und} \quad (17)$$

$$r_{13} = -\frac{3}{2} \cdot |y| \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) - \frac{1}{2} \cdot y \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{1}{2} \cdot y. \quad (18)$$

$r_1$  muss im Intervall zwischen null und  $y$  liegen, da weder eine Grenze mit negativer Entfernung noch eine mit Lage außerhalb der Stadtgrenze, die bei  $r_2=y$  für  $t=1$  liegt, zulässig ist. Daraus ergibt sich, dass nur die Lösung  $r_{11}$  in dem ökonomisch möglichen Bereich liegt. Es wird also  $r_1 = r_{11}$  gesetzt.

Aus den Radien  $r_1$  und  $r_2$  lassen sich die Grenzlängen für verschiedene Gruppengrößenverhältnisse ermitteln. Die Sektorstruktur ist also im Vergleich zur Ringstruktur grenzlängenminimierend, wenn die Differenz  $j$  zwischen der Grenzlänge bei Ringstruktur, also  $2 \cdot \pi \cdot r_1$ , und der Grenzlänge bei Sektorstruktur, also  $2 \cdot r_2$ :

$$j = 2 \cdot \pi \cdot \left[ y \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{y}{2} \right] - 2 \cdot y \quad (19)$$

einen positiven Wert annimmt.

Der Verlauf von  $j$  in Abhängigkeit von  $b$  für  $y=1$  ergibt sich ohne Verlust der Allgemeingültigkeit graphisch wie folgt:

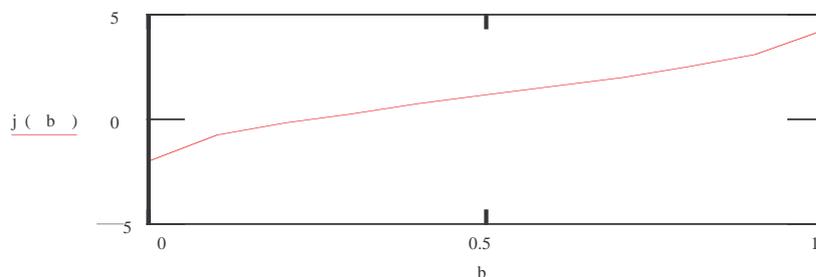


Abb. 2: Verlauf von der Differenz  $j$  zwischen der Grenzlänge bei und der Grenzlänge bei Sektorstruktur in Abhängigkeit vom Anteil  $b$  der Haushalte im Zentrum der Gesamthaushaltsanzahl

Der kritische Wert von  $b^*$  ergibt sich, wenn  $b$  so bestimmt wird, dass die daraus resultierenden Grenzlängen der beiden Stadtstrukturen genau gleich sind. Dieser Wert stellt demnach auch einen möglichen Übergang der Vorteilhaftigkeit von der einen zur anderen Stadtstruktur dar, sofern die Grenzlänge als Kriterium der Vorteilhaftigkeit dient.  $b^*$

ergibt sich durch Nullstellen von  $j$ :

$$j|_{b=b^*} = 2 \cdot \pi \cdot \left[ y \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \text{asin}(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{y}{2} \right] - 2 \cdot y = 0 \quad (20)$$

als:

$$b^* = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left[3 \cdot \text{asin}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi - 2}{\pi}\right)\right] + \frac{1}{2} \approx 0,2394 \quad (21)$$

In diesem Fall ist bei allen Werten für  $b$ , die kleiner als der kritische Wert  $b^* \approx 0,2395$  sind, die Grenzlänge bei Ringstruktur kürzer als bei Sektorstruktur. Gemessen an diesem Kriterium ist die Ringstruktur gegenüber der Sektorstruktur vorteilhaft, wenn der Anteil der am Zentrum siedelnden Haushalte gegenüber den Haushalten in der peripheren Region kleiner als rd. 23,95% ist.

## 2.4 Lösung II: Anzahl der Haushalte an der Grenze

Die Anzahl der Haushalte im Fall des Ringmodells  $H_R$  ergibt sich aus der Anzahl der Haushalte  $H(r_1)$ , die entlang des Ringes mit dem Radius  $r_1$  wohnen. Dazu wird die Dichte entlang der Grenze, also der Kehrwert der Flächenanfrage  $s(r_1)$  mit  $0 < n < 1$  an der Grenze, als Anzahl der Haushalte je Grenzlängeneinheit verwendet und mit der Grenzlänge multipliziert:

$$H_R = H(r_1) = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{s(r_1)} \quad (22)$$

Wird diese in  $H_R$  eingesetzt, folgt:

$$H_R = \pi \cdot \left[ y \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \text{asin}(2 \cdot b - 1)\right) + \frac{1}{2} \cdot y \right] \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot y - \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \text{asin}(2 \cdot b - 1)\right)}{U^2} \cdot n. \quad (23)$$

Die Anzahl der Haushalte im Fall des Sektormodells  $H_S$  ergibt sich hingegen aus der Anzahl der Haushalte eines Radius je Flächeneinheit integriert über alle Radien bis zur Stadtgrenze  $r_2$ ,

multipliziert mit zwei, das zwei axiale Grenzen zwei Gruppen im Sektorenmodell trennen:

$$H_s = 2 \cdot \int_0^y \frac{1}{s(r)} \cdot dr. \quad (24)$$

Wird dieser Ausdruck gekürzt und substituiert, folgt:

$$H_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{y^2}{U^2} \cdot n. \quad (25)$$

Das Sektormodell ist vorteilhaft, wenn die Differenz  $v$  aus der Haushaltsanzahl im Ringmodell und der Haushaltsanzahl im Sektormodell, also:

$$v = H_R - H_s \quad (26)$$

bzw. nach Einsetzen und einigen Umformungen:

$$v = -\frac{1}{4} \cdot y^2 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \arcsin(2 \cdot b - 1)\right)^2 - \pi + 2}{U^2} \quad (27)$$

größer null ist. Wird  $v$  für alle zulässigen Werte von  $b$  ( $0 < b < 1$ ) dargestellt, ergibt sich ohne Verlust der Allgemeingültigkeit für  $y=1$  und  $U=1$  graphisch:

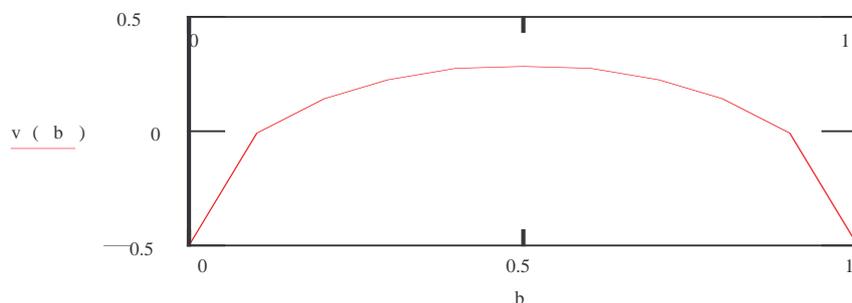


Abb. 3: Verlauf von der Differenz  $v$  zwischen der Grenzlänge bei und der Grenzlänge bei Sektorstruktur in Abhängigkeit vom Anteil  $b$  der Haushalte im Zentrum der Gesamthaushaltsanzahl

Die kritischen Werte für  $b^{**}$  ergeben sich durch Nullstellen des Ausdrucks  $v$ :

$$v|_{b=b^{**}} = -\frac{1}{4} \cdot y^2 \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot \text{asin}(2 \cdot b - 1)\right)^2 - \pi + 2}{U^2} = 0. \quad (28)$$

Das Ergebnis besagt, dass die Ringstruktur nur dann die negativen Effekte der Externalitäten minimiert, wenn der Anteil der in Zentrumsnähe siedelnden Haushaltsgruppe kleiner als rd. 10,27% oder größer als 89,73% der gesamten Haushalte ist. In dem übrigen Bereich, also in rd. 79% der möglichen Gruppengrößenverhältnisse, ist eine sektorale Stadtstruktur vorteilhafter.

$$b_1^{**} = \frac{1}{2} \cdot \sin\left[3 \cdot \text{asin}\left(\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\pi^2 - 2 \cdot \pi}\right)\right] + \frac{1}{2} \approx 0,8973 \quad (29)$$

und:

$$b_2^{**} = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left[3 \cdot \text{asin}\left(\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\pi^2 - 2 \cdot \pi}\right)\right] + \frac{1}{2} \approx 0,1027. \quad (30)$$

Das Ergebnis besagt, dass die Ringstruktur nur dann die negativen Effekte der Externalitäten minimiert, wenn der Anteil der in Zentrumsnähe siedelnden Haushaltsgruppe kleiner als rd. 10,27% oder größer als 89,73% der gesamten Haushalte ist. In dem übrigen Bereich, also in rd. 79% der möglichen Gruppengrößenverhältnisse, ist eine sektorale Stadtstruktur vorteilhafter.

## 2.5 Ergebnisdiskussion

Die im Modell ermittelten Ergebnisse sind intuitiv plausibel: Die Anzahl der Haushalte an der Grenze wird durch die zwei Faktoren Länge der Grenze und Haushaltsdichte an der Grenze bestimmt. Es kann demnach entweder keinen, einen oder zwei kritische Werte für die Gruppengrößenverhältnisse geben, was leicht ersichtlich wird, wenn die Extremfälle betrachtet werden, in denen der Anteil einer Haushaltsgruppe an der Gesamtzahl der Haushalte einerseits gegen null und andererseits gegen eins strebt. Strebt  $b$  gegen null, so strebt in der Ringstruktur ebenfalls die Grenzlänge gegen null und damit die Anzahl der Haushalte, die an der Grenze wohnen. Strebt  $b$  hingegen gegen eins, dann strebt bei der aus üblichen Nutzenfunktionen abgeleiteten Dichteverteilung der Haushalte die Anzahl der Haushalte gegen null. Dazwischen ergibt sich ein Bereich, in dem die Anzahl der Haushalte an der Grenze zu- und wieder abnimmt.

Nun ist es durch verschiedene Dichteverteilungen möglich, dass die maximale Anzahl der Haushalte an der Grenze bei variierendem  $b$  bei Ringstruktur niedriger, höher oder genau gleich der jeweils für alle  $b$  konstanten, aber mit der Dichte variierenden Anzahl der Haushalte bei Sektorstruktur ist. Daraus ergeben sich somit entweder kein, ein oder zwei kritische Werte für  $b$ .

Als Grenzfall wird der Fall konstanter Dichteverteilung über die gesamte Stadtfläche betrachtet. Die Anzahl der Haushalte an der Grenze stimmt hier mit der Länge der Grenze überein. Der Radius der ringförmigen Gebietsgrenze kann direkt aus dem Anteil der am Zentrum siedelnden Haushaltsgruppe ermittelt werden. In dem Fall ergibt sich immer genau ein kritischer Wert für  $b$ , da für ein gegen null strebendes  $b$  bei Ringstruktur die Grenzlänge gegen null strebt, also kleiner als bei Sektorstruktur ist, während sie für ein gegen eins strebendes  $b$  das  $p$ -fache der Grenzlänge annimmt. Es lässt sich einfach zeigen, dass die kritische Größe für  $b$  in diesem Fall bei  $d = 10,13\%$  liegt<sup>3</sup>.

Nun ist schon die Betrachtung eines Falles mit konstanter Dichteverteilung in monozentrischen Systemen als Extremfall anzusehen, indem die Stadtgrenze sich nicht mehr endogen bestimmen lässt. Fälle mit zur Stadtgrenze zunehmender Dichte hingegen sind im Rahmen des Standardmodells nicht möglich. Das wäre aber die Voraussetzung für Fälle, in denen es keinen kritischen Wert für  $b$  gibt, was demnach in diesem Modellrahmen ausgeschlossen werden kann.

Es lässt sich also folgender Satz festhalten:

*In der monozentrischen Stadt mit zwei demographisch unterscheidbaren Haushaltsgruppen gibt es bei gleicher Nutzenfunktion, gleichem Einkommen und gleichen Preisen für alle Haushalte bei entsprechender Dichtestruktur einen oder zwei kritische Werte für das Größenverhältnis dieser Haushaltsgruppen, für die gilt, dass in der Ring- und Sektorstruktur*

<sup>3</sup>Der Radius der Grenze wird durch den Anteil der am Zentrum wohnenden Haushaltsgruppe bestimmt, also gilt  $b \cdot H = \pi \cdot r_1^2$ . Außerdem gilt auch hier, dass alle Haushalte bis zur Grenze  $r_2$  untergebracht werden und demnach  $H = \pi \cdot r_2^2$ . Wird nun der kritische Wert für die Grenzlängen bei Ring- und Sektorstruktur gesucht, also:  $2 \cdot \pi \cdot r_1 = 2 \cdot r_2$ , so ergibt sich der kritische Wert  $b$  als:  $b = 1/\pi^2 \approx 0,1013$ .

*gleichviele Haushalte an der Grenze angesiedelt sind.*

### **3 Fazit**

Durch die vorangegangenen Ausführungen wird die allgemeine Aussage Rose-Ackermans, die Ringstruktur sei grenzlängenminimal, deutlich eingeschränkt. Die den Segregationsmodellen der New-Urban-Economics-Schule zugrunde liegende Annahme der Anordnung der Haushaltsgruppen in Ringen ist weder aus dem angeführten Argument der Grenzlängenminimierung haltbar, noch stellt sie eine allgemeingültige Möglichkeit der Minimierung der direkten Nachbarschaftseffekte dar.

Um diese Annahme dennoch zu begründen, ist ein Gruppenmerkmal notwendig, das über die ökonomischen Größen Einfluss auf die Lageentscheidung der Haushalte nimmt. In dem Modell von Rose-Ackerman erfolgt die Unterscheidung anhand von Einkommensunterschieden, womit die Betrachtung wieder von dem demographischen Merkmal unabhängig wird. In ihrem Modell ist die Unterscheidung zwischen schwarzen und weißen Haushalten also insofern irreführend, als dass durch lediglich Haushalte mit niedrigem und hohem Einkommen voneinander abgegrenzt werden.

Die Tragweite dieser Verknüpfung der demographischen mit ökonomischen Merkmalen zeigt sich in den dargestellten Modellergebnissen: Es ergibt sich eine grundsätzlich andere Stadtstruktur. Die Behandlung der Segregationsfrage nach dieser Vorgehensweise ist zwar aus dem US-amerikanischen Kontext durchaus vertretbar, doch ist die theoretische Reichweite solcher Ansätze beschränkt. Für die Modellierung von Fällen rein demographisch begründeter Segregation ist die Annahme einer Ringstruktur nicht allgemein zulässig. Doch gerade diese Fälle, beispielsweise Gruppen unterschiedlicher Kulturkreise oder Gruppen verschiedenen Alters, sind für die Stadtstrukturanalyse von besonderem Interesse. Insbesondere, wenn sie zusätzlich, also isoliert von ökonomischen Einflüssen, untersucht werden sollen.

## **Literatur:**

- Fujita, M. [1996], Urban Land Use Theory, in: Arnott, R. (Ed.), Regional and Urban Economics, Part I, Amsterdam
- Hoyt, H. [1936], The Structure and Growth of Residential Neighborhoods in American Cities, Washington D.C.
- Kanemoto, Y. [1996], Externalities in Space, in: Arnott, R. (Ed.), Regional and Urban Economics, Part I, Amsterdam
- Muth, R.F. [1969], Cities and Housing, Chicago
- Muth, R.F. [1975], Urban Economic Problems, New York
- Rose-Ackerman, S. [1973], Racism and Urban Structure, in: Journal of Urban Economics, Vol. 2

## **Bisher erschienene Diskussionsbeiträge:**

- Nr. 1           **Eickhof, Norbert/Martin Franke:** Die Autobahngebühr für Lastkraftwagen, 1994.
- Nr. 2           **Christoph, Ingo:** Anforderungen an eine standortgerechte Verkehrspolitik in der Bundesrepublik Deutschland, 1995.
- Nr. 3           **Franke, Martin:** Elektronisches Road Pricing auf den Autobahnen, 1995.
- Nr. 4           **Franke, Martin:** Die Reduktion der CO<sub>2</sub>-Emissionen durch Zertifikate?, 1995.
- Nr. 5           **Eickhof, Norbert:** Marktversagen, Wettbewerbsversagen, staatliche Regulierung und wettbewerbspolitische Bereichsausnahmen, 1995.
- Nr. 6           **Eickhof, Norbert:** Die Industriepolitik der Europäischen Union, 1996.
- Nr. 7           **Schöler, Klaus:** Stadtentwicklung im Transformationsprozeß - Erkenntnisse aus der deutschen Entwicklung, 1996.
- Nr. 8           **Hass, Dirk/Klaus Schöler:** Exportsubventionen im internationalen räumlichen Oligopol, 1996.
- Nr. 9           **Schöler, Klaus:** Tariffs and Welfare in a Spatial Oligopoly, 1996.
- Nr. 10           **Kreikenbaum, Dieter:** Kommunalisierung und Dezentralisierung der leitungsgebundenen Energieversorgung, 1996.
- Nr. 11           **Eickhof, Norbert:** Ordnungspolitische Ausnahmeregelungen - Rechtfertigungen und Erfahrungen -, 1996.
- Nr. 12           **Sanner, Helge/Klaus Schöler:** Competition, Price Discrimination and Two-Dimensional Distribution of Demand, 1997.
- Nr. 13           **Schöler, Klaus:** Über die Notwendigkeit der Regionalökonomik, 1997.
- Nr. 14           **Eickhof, Norbert / Dieter Kreikenbaum:** Reform des Energiewirtschaftsrechts und kommunale Bedenken, 1997.
- Nr. 15           **Eickhof, Norbert:** Konsequenzen einer EU-Osterweiterung für den Gemeinsamen Markt und Anpassungserfordernisse der Gemeinschaft, 1997.
- Nr. 16           **Eickhof, Norbert:** Die Forschungs- und Technologiepolitik der Bundesrepublik und der Europäischen Union - Herausforderungen, Maßnahmen und Beurteilung -, 1997.
- Nr. 17           **Sanner, Helge:** Arbeitslosenversicherung, Lohnniveau und Arbeitslosigkeit, 1997.

- Nr. 18 **Schöler, Klaus:** Die räumliche Trennung von Arbeit und Wohnen - Kritik einer populären Kritik -, 1997.
- Nr. 19 **Strecker, Daniel:** Innovationstheorie und Forschungs- und Technologiepolitik, 1997.
- Nr. 20 **Eickhof, Norbert:** Die Neuregelung des Energiewirtschaftsrechts, 1998.
- Nr. 21 **Strecker, Daniel:** Neue Wachstumstheorie und Theorie der strategischen Industrie- und Handelspolitik - Fundierte Argumente für forschungs- und technologiepolitische Maßnahmen? -, 1998.
- Nr. 22 **Schirmag, Toralf/Klaus Schöler:** Ökonomische Wirkungen der Universitätsbeschäftigten auf die Stadt Potsdam und das Umland, 1998.
- Nr. 23 **Ksoll, Markus:** Ansätze zur Beurteilung unterschiedlicher Netzzugangs- und Durchleitungsregeln in der Elektrizitätswirtschaft, 1998.
- Nr. 24 **Eickhof, Norbert/Dieter Kreikenbaum:** Die Liberalisierung der Märkte für leitungsgebundene Energien, 1998.
- Nr. 25 **Eickhof, Norbert:** Die deutsche und europäische Forschungs- und Technologiepolitik aus volkswirtschaftlicher Sicht, 1998.
- Nr. 26 **Sanner, Helge:** Unemployment Insurance in a General Equilibrium Framework with Firms Setting Wages, 1998.
- Nr. 27 **Never, Henning:** Vielfalt, Marktversagen und öffentliche Angebote im Rundfunk, 1998.
- Nr. 28 **Schöler, Klaus:** Internationaler Handel und räumliche Märkte - Handelspolitik aus Sicht der räumlichen Preistheorie -, 1999.
- Nr. 29 **Strecker, Daniel:** Forschungs- und Technologiepolitik im Standortwettbewerb, 1999.
- Nr. 30 **Schöler, Klaus:** Öffentliche Unternehmen aus raumwirtschaftlicher Sicht, 1999.
- Nr. 31 **Schöler, Klaus:** Wohlfahrt und internationaler Handel in einem Modell der räumlichen Preistheorie, 1999.
- Nr. 32 **Wagner, Wolfgang:** Vergleich von ringförmiger und sektoraler Stadtstruktur bei Nachbarschaftsexternalitäten im monozentrischen System, 1999.
- Nr. 33 **Schulze, Andreas:** Die ordnungspolitische Problematik von Netzinfrastrukturen – Eine institutsökonomische Analyse -, 1999.
- Nr. 34 **Schöler, Klaus:** Regional Market Areas at the EU Border, 2000.

- Nr. 35 **Eickhof, Norbert/Henning Never:** Öffentlich-rechtlicher-Rundfunk zwischen Anstaltsschutz und Wettbewerb, 2000.
- Nr. 36 **Eickhof, Norbert:** Öffentliche Unternehmen und das Effizienzproblem – Positive und normative Anmerkungen aus volkswirtschaftlicher Perspektive -, 2000.
- Nr. 37 **Sobania, Katrin:** Von Regulierungen zu Deregulierungen – Eine Analyse aus institutionenökonomischer Sicht -, 2000.
- Nr. 38 **Wagner, Wolfgang:** Migration in Großstädten - Folgen der europäischen Osterweiterung für mitteleuropäische Stadtstrukturen, 2000.
- Nr. 39 **Schöler, Klaus:** Vertikal verbundene Märkte im Raum, 2000.
- Nr. 40 **Ksoll, Markus:** Einheitliche Ortspreise im Stromnetz und Wettbewerb in der Elektrizitätswirtschaft, 2000.
- Nr. 41 **Sanner, Helge:** Regional Unemployment Insurance, 2001.
- Nr. 42 **Schöler, Klaus:** Zweistufige Märkte bei zweidimensionaler räumlicher Verteilung der Nachfrage, 2001.
- Nr. 43 **Isele, Kathrin:** Institutioneller Wettbewerb und neoklassische Modelle, 2001.
- Nr. 44 **Sanner, Helge:** Bargaining Structure and Regional Unemployment Insurance, 2001.
- Nr. 45 **Sanner, Helge:** Endogenous Unemployment Insurance and Regionalisation, 2001.
- Nr. 46 **Ksoll, Markus:** Spatial vs. Non-Spatial Network Pricing in Deregulated Electricity Supply, 2001.
- Nr. 47 **Ksoll, Markus/Klaus Schöler:** Alternative Organisation zweistufiger Strommärkte – Ein räumliches Marktmodell bei zweidimensionaler Verteilung der Nachfrage, 2001.
- Nr. 48 **Kneis Gert/Klaus Schöler:** Zur Begründung der linearen Nachfragefunktion in der Haushaltstheorie, 2002.
- Nr. 49 **Westerhoff, Horst-Dieter:** Die Zukunft der Gemeinsamen Agrarpolitik angesichts der EU-Erweiterung, 2002.
- Nr. 50 **Wagner, Wolfgang:** Subventionsabbau um jeden Preis? Wohlfahrtswirkungen von Subventionen im Transportsektor, 2002.
- Nr. 51 **Isele, Kathrin:** Fusionskontrolle im Standortwettbewerb, 2003.
- Nr. 52 **Eickhof, Norbert:** Globalisierung institutioneller Wettbewerb und nationale Wirtschaftspolitik, 2003