

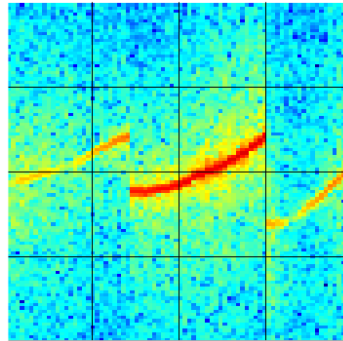


Institut für Physik und Astronomie der Universität Potsdam  
Professur für Statistische Physik und Chaostheorie

---

# Nichtlineare Kopplungsmechanismen akustischer Oszillatoren am Beispiel der Synchronisation von Orgelpfeifen

---



## Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

„doctor rerum naturalium“

(Dr. rer. nat.)

in der Wissenschaftsdisziplin „Theoretische Physik“

eingereicht an der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität Potsdam

von

**Jost Leonhardt Fischer**

am

23. April 2014

betreut durch

**Priv. Doz. Dr. Markus Abel**



Dieses Werk ist unter einem Creative Commons Lizenzvertrag lizenziert:

Namensnennung 4.0 International

Um die Bedingungen der Lizenz einzusehen, folgen Sie bitte dem Hyperlink:

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Betreuer und Erstgutachter:	Priv. Doz. Markus Abel, Universität Potsdam
Zweitgutachter:	Prof. Dr. Michael Rosenblum, Universität Potsdam
Externer Gutachter:	Prof. Dr. Rolf Bader, Universität Hamburg

Online veröffentlicht auf dem

Publikationsserver der Universität Potsdam:

URL <http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2014/7197/>

URN [urn:nbn:de:kobv:517-opus-71975](http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:kobv:517-opus-71975)

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-71975>



Jost Leonhardt Fischer  
Hans-Sachs-Str. 13  
14471 Potsdam

Hiermit versichere ich, dass ich die von mir vorgelegte Arbeit selbstständig verfasst habe, dass ich die verwendeten Quellen, Internet-Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben habe und dass ich die Stellen der Arbeit einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen, die anderen Werken oder dem Internet im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

Potsdam, den 23. April 2014

---

Jost Leonhardt Fischer



*meinen Töchtern Helena und Marika*





# Kurzfassung

## deutsch

In dieser Arbeit werden nichtlineare Kopplungsmechanismen von akustischen Oszillatoren untersucht, die zu Synchronisation führen können. Aufbauend auf die Fragestellungen vorangegangener Arbeiten werden mit Hilfe theoretischer und experimenteller Studien sowie mit Hilfe numerischer Simulationen die Elemente der Tonentstehung in der Orgelpfeife und die Mechanismen der gegenseitigen Wechselwirkung von Orgelpfeifen identifiziert. Daraus wird erstmalig ein vollständig auf den aeroakustischen und fluiddynamischen Grundprinzipien basierendes nichtlinear gekoppeltes Modell selbst-erregter Oszillatoren für die Beschreibung des Verhaltens zweier wechselwirkender Orgelpfeifen entwickelt. Die durchgeführten Modellrechnungen werden mit den experimentellen Befunden verglichen. Es zeigt sich, dass die Tonentstehung und die Kopplungsmechanismen von Orgelpfeifen durch das entwickelte Oszillatormodell in weiten Teilen richtig beschrieben werden. Insbesondere kann damit die Ursache für den nichtlinearen Zusammenhang von Kopplungsstärke und Synchronisation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems, welcher sich in einem nichtlinearen Verlauf der Arnoldzunge darstellt, geklärt werden. Mit den gewonnenen Erkenntnissen wird der Einfluss des Raumes auf die Tonentstehung bei Orgelpfeifen betrachtet. Dafür werden numerische Simulationen der Wechselwirkung einer Orgelpfeife mit verschiedenen Raumgeometrien, wie z. B. ebene, konvexe, konkave, und gezahnte Geometrien, exemplarisch untersucht. Auch der Einfluss von Schwellkästen auf die Tonentstehung und die Klangbildung der Orgelpfeife wird studiert. In weiteren, neuartigen Synchronisationsexperimenten mit identisch gestimmten Orgelpfeifen, sowie mit Mixturen wird die Synchronisation für verschiedene, horizontale und vertikale Pfeifenabstände in der Ebene der Schallabstrahlung, untersucht. Die dabei erstmalig beobachteten räumlich isotropen Unstetigkeiten im Schwingungsverhalten der gekoppelten Pfeifensysteme, deuten auf abstandsabhängige Wechsel zwischen gegen- und gleichphasigen Synchronisationsregimen hin. Abschließend wird die Möglichkeit dokumentiert, das Phänomen der Synchronisation zweier Orgelpfeifen durch numerische Simulationen, also der Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen mit entsprechenden Rand- und Anfangsbedingungen, realitätsnah abzubilden. Auch dies stellt ein Novum dar.

## english

In this work non-linear coupling mechanisms in acoustic oscillator systems are examined which can lead to synchronisation phenomena. These mechanisms are investigated in particular on organ pipes. Building up on the questions of preceding works the elements of the sound generation are identified using detailed experimental and theoretical studies, as well as numerical simulations. Furthermore the organ pipes interaction mechanisms of the mutual coupling are developed. This leads to a non-linear coupled oscillator model which is developed on the aeroacoustical and fluidynamical first principles. The carried out model calculations are compared to the experimental results from preceding works. It appears that the sound generation and the coupling mechanisms are properly described by the developed nonlinear coupled model of self-sustained oscillators. In particular the cause can be cleared with it for the non-linear edges of the Arnold tongue of the coupled two-pipe system. With the new knowledge the influence of various space geometries on the sound generation of organ pipes is investigated. With numerical simulations the interaction of an organ pipe and different space geometries, like plane, convex, concave, and ridged geometry is studied. Also the influence of so called swell boxes on the sound generation and the sound pattern of the organ pipe is studied. In further new synchronisation experiments with precisely equally tuned pairs of organ pipes, as well as with mixtures the synchronisation is examined for various grids of horizontal and vertical pipe distances in the 2D-plane of sound radiation. The spatial discontinuities observed in the oscillation behaviour of the coupled pipe systems, point to changes between anti-phase and in-phase regimes of synchronisation depending on pipes distances. Finally the possibility is documented to describe the phenomenon of the synchronisation of two organ pipes realistically by solving the compressible Navier-Stokes equations numerically.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>xiii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>xv</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Synchronisation . . . . .	1
1.2. Musik, Aeroakustik, Fluidodynamik . . . . .	4
1.3. Gliederung der Arbeit . . . . .	6
<b>2. Ausgewählte Arbeiten zur Synchronisation von Orgelpfeifen</b>	<b>9</b>
2.1. Synchronisation des Systems Orgelpfeife-Lautsprecher . . . . .	9
2.2. Synchronisation zweier verstimmter Orgelpfeifen . . . . .	12
2.3. Zusammenfassung . . . . .	18
<b>3. Numerik</b>	<b>19</b>
3.1. Motivation . . . . .	19
3.2. Die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen . . . . .	19
3.3. Numerische Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen .	22
3.3.1. Allgemeines zur Methodik . . . . .	22
3.4. Physikalische Vorbetrachtungen . . . . .	24
3.4.1. Die Grundgleichungen . . . . .	24
3.4.2. Fluidodynamische Kennzahlen . . . . .	25
3.4.3. Kolmogorov-Skalen, Gitterweiten . . . . .	27
3.4.4. Hardware . . . . .	28
3.4.5. Software . . . . .	28
3.5. Pre-Processing . . . . .	29
3.5.1. Die Rechengitter . . . . .	29
3.5.2. Thermophysikalische Eigenschaften . . . . .	30
3.5.3. Physikalische Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	31
3.5.4. Diskretisierung . . . . .	32
3.5.5. Turbulenzmodell . . . . .	33
3.5.6. Solver . . . . .	35
3.5.7. Solver für Matrizenoperationen . . . . .	35
3.5.8. Ein- und Ausgabeparameter, Simulationszeit . . . . .	36
3.5.9. Probenpunkte und Samples . . . . .	37
3.6. Processing . . . . .	37
3.6.1. Parallelisierung, Start . . . . .	37

3.6.2.	Stabilitätskriterien der numerischen Simulation . . . . .	37
3.6.3.	Kontrolle zur Laufzeit . . . . .	38
3.6.4.	Berechnungen zusätzlicher physikalischer Größen . . . . .	38
3.7.	Post-Processing . . . . .	38
3.7.1.	Visualisierung . . . . .	38
3.7.2.	Analysen . . . . .	39
3.8.	Zusammenfassung . . . . .	39
<b>4.</b>	<b>Oszillatormodell zweier nichtlinear gekoppelter Orgelpfeifen</b>	<b>41</b>
4.1.	Physikalische Mechanismen der gegenseitigen Wechselwirkung . . . . .	41
4.2.	Modellierung des oszillierenden Jets . . . . .	42
4.3.	Modellierung der Propagation des Schallsignals zwischen den Orgelpfeifen	52
4.4.	Resultate und Diskussion . . . . .	58
4.5.	Zusammenfassung . . . . .	60
<b>5.</b>	<b>Rückwirkung des Raumes auf die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife</b>	<b>63</b>
5.1.	Einfluss komplexer Geometrien . . . . .	64
5.1.1.	Der Anblasprozess . . . . .	65
5.1.2.	Schalldruckpegelspektren . . . . .	70
5.1.3.	Phasenportraits . . . . .	73
5.2.	Einfluss von Schwellkästen . . . . .	77
5.2.1.	Darstellung der Simulationsrechnungen . . . . .	78
5.2.2.	Analyse . . . . .	86
5.2.3.	Schalldruckpegelspektren im Resonator . . . . .	86
5.2.4.	Höhere Harmonische . . . . .	88
5.2.5.	Räumlich gemittelte Schalldruckpegelspektren durch den Auf- schnitt der Orgelpfeife . . . . .	88
5.2.6.	Auto-Synchronisierung der Orgelpfeife durch die Rückwirkung der Wände des Schwellkastens . . . . .	90
5.3.	Zusammenfassung . . . . .	91
<b>6.</b>	<b>Synchronisation in der Ebene</b>	<b>95</b>
6.1.	Synchronisation gestimmter Orgelpfeifen . . . . .	95
6.1.1.	Messaufbau . . . . .	95
6.1.2.	Notation und Nomenklatur . . . . .	96
6.1.3.	Stimmung . . . . .	97
6.1.4.	Parameter der Messung . . . . .	97
6.1.5.	Methoden der Auswertung der Schallsignale . . . . .	98
6.1.6.	Analyse ausgewählter horizontaler und vertikaler Messlinien im Bereich des Grundtons und der 2. Harmonischen . . . . .	99
6.1.7.	Karten der Frequenz im Bereich des Grundtons und der 2. Har- monischen . . . . .	107
6.1.8.	Die Karte des gemittelten Schalldruckpegelspektrums . . . . .	108
6.1.9.	Diskussion . . . . .	110

6.2.	Synchronisation von Mixturen . . . . .	116
6.2.1.	Die Mixturen $c^0/c^1$ , $c^1/c^2$ und $c^2/c^3$ . . . . .	116
6.2.2.	Stimmung, Notation und Nomenklatur . . . . .	117
6.2.3.	Entwicklung der Frequenzen und Pegel der Mixturen bei horizontaler Änderung des Pfeifenabstands . . . . .	117
6.2.4.	Entwicklung der Frequenzen und Pegel der Mixturen bei vertikaler Änderung des Pfeifenabstands . . . . .	120
6.2.5.	Karten der Frequenz . . . . .	124
6.2.6.	Karten des Schalldruckpegels . . . . .	124
6.2.7.	Karten des gemittelten Schalldruckpegels . . . . .	124
6.3.	Zusammenfassung . . . . .	126
<b>7.</b>	<b>Numerische Simulation der Synchronisation zweier Orgelpfeifen</b>	<b>131</b>
7.1.	Implementierung . . . . .	131
7.2.	Numerische Simulation des autonomen Systems . . . . .	133
7.3.	Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems . . . . .	134
7.4.	Zusammenfassung . . . . .	141
<b>8.</b>	<b>Zusammenfassung und Schlussfolgerungen</b>	<b>143</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>149</b>
	<b>Literatur</b>	<b>151</b>
<b>A.</b>	<b>Quelltextauszüge</b>	<b>157</b>
A.1.	Verzeichnisstruktur OpenFoam 2.1. . . . .	157
A.2.	Quellcodes . . . . .	158
A.2.1.	Quellcodes blockMeshDict . . . . .	158
A.2.2.	Protokoll checkMesh Szenario: <i>free</i> . . . . .	209
A.2.3.	Quellcode thermophysicalProperties . . . . .	210
A.2.4.	Quellcode Anfangs- und Randbedingungen . . . . .	210
A.2.5.	Quellcode controlDict . . . . .	215
A.2.6.	Quellcode fvSchemes . . . . .	217
A.2.7.	Quellcode fvSolution . . . . .	218
A.2.8.	Quellcode sampleDict . . . . .	218
A.2.9.	Quellcode Solver rhoPimpleFoam . . . . .	221
A.2.10.	Quellcode LES Model . . . . .	224



# Abbildungsverzeichnis

1.1.	Aufbau einer labialen Orgelpfeife aus Holz. (1) Pfeifenkorpus aus Holz, (2) Kern, (3) Oberlabium (oft nur Labium), (4) Aufschnitt (auch Mund), (5) Kernspalt, (6) Vorschlag (entspricht dem Unterlabium einer Metallpfeife), (7) Pfeifenfuß, (8) Fußloch. Grafik modifiziert, Quelle: [6] . . .	5
2.1.	Schematische Darstellung des Synchronisationsexperiments des Systems Orgelpfeife-Lautsprecher. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1]. . . . .	9
2.2.	Dargestellt sind die Synchronisationsplateaus (blau) und die Schalldruckpegel (rot) für das Szenario a) gekoppeltes System gleicher Ausgangspegel, b) gekoppeltes System, bei dem der Lautsprecher den um 10 dB höheren Pegel gegenüber der Orgelpfeife besitzt. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1]. . . . .	10
2.3.	Ermittelte Arnoldzungen a) aus dem Experiment, b) des aus der Rekonstruktion gewonnenen Oszillatormodells. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1]. . . . .	11
2.4.	a) Gemessenes (blau) und rekonstruiertes (rot) SPL-Spektrum im Vergleich. b) Vergleich der Phasenportraits der Oszillationen von Experiment und rekonstruiertem System. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1]. . . . .	11
2.5.	Experimenteller Aufbau. a) Frontansicht: Die Orgelpfeife P1 und die verstimmbare Pfeife P2. Beide Pfeifen sind über Druckschläuche an ein Windgeneratorsystem angeschlossen. Dieses befindet sich außerhalb der schallreflexionsarmen Messbox. Während der Messkampagne für einen definierten Pfeifenabstand wurde die Frequenz von P2 mittels eines Motors (M) in Schritten von 0.5 Hz in einem Bereich von $700 \text{ Hz} < f_2 < 740 \text{ Hz}$ erhöht. b) Sicht von oben: Das Fernfeldmikrofon wurde in einem Abstand von $d_{mic} = 1 \text{ m}$ genau zwischen den Pfeifen positioniert. . . . .	12
2.6.	Vom Schallsignal zur Karte der Entwicklung der Frequenz und des Pegels in Abhängigkeit von der Verstimmung am Beispiel der 25. Einzelmessung für den Abstand 1 mm. Links oben: Das aufgezeichnete Schallsignal. Links unten: Das Schalldruckpegelspektrum des Signals. Links Mitte: Fokussierung auf den Frequenzbereich der 1. Harmonischen. Farbkodierung der Pegel führt auf einen schmalen Farbstreifen, der Teil der Karte (rechts) der Entwicklung der Frequenz und des Pegels des gekoppelten Systems ist. . . . .	13

2.7.	Karten der Entwicklung der Frequenz und des Pegels des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems für die Pfeifenabstände a) 1 mm, b) 10 mm, c) 30 mm, d) 50 mm, e) 75 mm, f) 100 mm, g) 200 mm, h) 300 mm, i) 400 mm. Auf der y-Achse ist die beobachtete Frequenz aufgetragen. Auf der x-Achse ist die Verstimmung des autonomen Systems aufgetragen. Die Pegel sind farbkodiert. . . . .	15
2.8.	Die Synchronisationsplateaus für die Pfeifenabstände a) 1 mm, b) 10 mm, c) 30 mm, d) 50 mm, e) 75 mm, f) 100 mm, g) 200 mm, h) 300 mm, i) 400 mm. Auf der y-Achse ist die beobachtete Frequenzdifferenz der Pfeifen P1 und P2 dargestellt. Auf der x-Achse ist die Verstimmung des autonomen Systems aufgetragen. . . . .	16
2.9.	Die Arnoldzunge des Synchronisationsexperiments mit zwei gekoppelten Orgelpfeifen. . . . .	17
4.1.	Visualisierung einer Sequenz, in der die Orgelpfeife eine Schallwelle abstrahlt. Es ist der Druck (links) und die turbulente kinetische Energie (rechts) farbkodiert dargestellt. (a) Druckmaximum (rot) am oberen, geschlossenen Ende der Resonators. Primärvortex (blau) am unteren, offenen Ende des Resonators. Der Jet wird in den Resonatorraum gezogen. (b) Das Druckmaximum wandert durch den Resonator nach unten. Das Druckminimum des Primärvortex wird kurzzeitig durch das Druckmaximum der Schallwelle überlagert. Der Jet wird durch die angreifende Querkraft, die dem Schalldruck mal Einheitsfläche entspricht, gestört und ändert seine Bewegungsrichtung in Richtung Außenraum. Die Schallwelle durchwandert den Jet und wird anschließend in den Außenraum abgestrahlt. (c) Das Druckmaximum befindet sich bereits wieder auf dem Weg zum oberen Resonatorende. Der Primärvortex wird nicht mehr vom Druckmaximum der Schallwelle überlagert. Die Auslenkung des Jets in den Außenraum erreicht erst jetzt ihr Maximum. Der Jet reagiert auf die erlittene Störung mit einer gewissen Zeitverzögerung. Er besitzt also Steifigkeits- und Relaxationseigenschaften, welche durch das konstituierende Windfeld bestimmt werden. . . . .	43
4.2.	(a) Der über das Simulationsintervall $\Delta t = 1 : 100$ ms gemittelte Druck $pMean$ . Farbkodiert ist die Druckamplitude. Im zeitlichen Mittel ist ein lokal sehr stabiles Druckminimum (blau) unmittelbar neben dem Jet zu erkennen. Das ist der Wirbelkern des Primärvortex. (b) Die über das Simulationsintervall $\Delta t = 1 : 100$ ms gemittelte Geschwindigkeitsamplitude $UMean$ . Der Primärwirbel und der Jet sind deutlich sichtbar. Besonders gut ist die Spreizung des Jets mit zunehmender freier Propagationslänge erkennbar. Ebenso ist die Region der sich vom Jet ablösenden Wirbel zu sehen, die entlang der Außenseite des Labiums in den Außenraum propagieren. . . . .	45



4.3.	Räumlich über den Aufschnitt der Orgelpfeife (Querschnitt $cs0$ ) gemittelte Geschwindigkeitskomponenten $v_x$ und $v_y$ aus der numerischen Simulation der Abstrahlung von Schall einer Orgelpfeife in den freien Raum ( $v_{jet} = 18 \text{ m/s}$ ). Die Geschwindigkeitskomponente $v_x$ (blau) ist die Komponente orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets und Träger des Schallsignals in Form von Schallschnelle. Die Geschwindigkeitskomponente $v_y$ (grün) ist die Komponente in Hauptströmungsrichtung des Jets. Sie trägt im Wesentlichen die zum Teil turbulenten Strömunganteile des Windfeldes. . . . .	46
4.4.	Die Generatorregion (pink) der Orgelpfeife enthält den oszillierenden Jet (A) mit seinen Scherschichten, der Innen- und der Außenfläche, den Primärvortex (B) die Resonatorscherschicht (C) (gestricheltes Rechteck) und den Aufschnitt (D). Schematisch ist die Auslenkung $x_{jet}$ eingezeichnet. Sie beschreibt die mittlere Auslenkung der den Jet konstituierenden Gasteilchen aus ihrer relativen Ruhelage (gestrichelte Linie), hervorgerufen ausschließlich durch akustische Effekte. Für das Modell wird eine Auslenkung des Jets ausschließlich orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets angenommen. . . . .	49
4.5.	Zeitliche Entwicklung der Wirbelstärke (farbkodiert) in den Scherschichten des Jets der Orgelpfeife in drei Schnitten durch den Jet, die orthogonal zur Hauptströmungsrichtung verlaufen. Die Schnitte liegen bei den Propagationslängen des Jets von a) $h = 0.75 \text{ mm}$ , b) $h = 1.75 \text{ mm}$ und c) $h = 2.75 \text{ mm}$ , gemessen vom Kernspalt der Orgelpfeife. Die mit rot farbkodierte Scherschicht ist die äußere, die blau farbkodierte die resonatorseitige Scherschicht des Jets. . . . .	50
4.6.	Die Arnoldzunge des gerechneten, nichtlinear gekoppelten Modells selbst-erregter Oszillatoren 4.46, 4.47 (graue x) im Vergleich mit der des Experiments (gelbe Kreise). Für Pfeifenabstände ab etwa $d > 50 \text{ mm}$ , d. h. für kleine Kopplungsstärken, stimmen die Resultate sehr gut überein. Als Orientierung ist der Fernfeld-Anteil der äußeren Kopplung $C \sim 1/r$ eingezeichnet (blaue Linie). Im Nahfeld sind hingegen Abweichungen erkennbar, die für sehr große Kopplungsstärken signifikant werden. . . . .	59
5.1.	Bild 1: Untersuchte Geometrien. Die Wände sind mit rot gekennzeichnet: a) ebene, schallharte Wand ( <i>wall</i> ) im Abstand von 140 mm, b) ebene, schallharte Wand im Abstand von $\lambda/4 = 125 \text{ mm}$ zum Aufschnitt ( <i>wall_lambda</i> ), c) konvexe schallharte Wand ( <i>convex</i> ), d) konkave schallharte Wand ( <i>concave</i> ), e) gezahnte, schallharte Wand ( <i>diffuse</i> ), f) freier Raum ( <i>free</i> ) als Referenzszenario. Die Analysen der Szenarien beziehen sich hauptsächlich auf den Probenpunkt C, welcher exemplarisch in das Rechengitter des Szenarios <i>wall</i> eingezeichnet ist. . . . .	64
5.2.	Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Referenzszenarios <i>free</i> . . . . .	66

5.3. Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios <i>wall</i> . . . . .	67
5.4. Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios <i>wall_lambda</i> . . . . .	67
5.5. Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios <i>convex</i> . . . . .	68
5.6. Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios <i>concave</i> . . . . .	68
5.7. Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios <i>diffuse</i> . . . . .	68
5.8. Der Anblasprozess. Dargestellt sind die Drucksignale der Szenarien am Probenpunkt C. . . . .	69
5.9. Die Drucksignale der Szenarien am Probenpunkt C. . . . .	70
5.10. SPL am Probenpunkt C. Dargestellt ist der Frequenzbereich 0–10000 Hz der Schalldruckpegelspektren der Szenarien <i>free</i> , <i>wall</i> , <i>wall_lambda</i> , <i>convex</i> , <i>concave</i> und <i>diffuse</i> . Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Spektren durch einen Offset von 50 dB voneinander getrennt. Die SPL-Skala gehört zum Referenzspektrum des Szenarios <i>free</i> . Es sind die prominente Fundamentalschwingung, die 3. und die 5. Harmonische zu erkennen. Außerdem zeigen alle Szenarien eine 2. Harmonische. . . . .	72
5.11. (a) Der harmonische Oszillator als Beispiel für ein konservatives System. (b) Der gedämpfte harmonische Oszillator, ein dissipatives System. (c) Der harmonische Oszillator mit negativer Dämpfung, ein erregbares System. (d) Der van der Pol Oszillator als Beispiel für einen selbst-erregten Oszillator. . . . .	74
5.12. Phasenportraits der Szenarien a) <i>free</i> , b) <i>wall</i> , c) <i>wall_lambda</i> , d) <i>convex</i> , e) <i>concave</i> und f) <i>diffuse</i> . Die darstellte Zeitspanne beträgt $t = 10 \text{ ms} - 80 \text{ ms}$ der Simulationszeit von insgesamt 100 ms. . . . .	75
5.13. Normalisierte Phasenportraits der Szenarien a) <i>free</i> , b) <i>wall</i> , c) <i>wall_lambda</i> , d) <i>convex</i> , e) <i>concave</i> und f) <i>diffuse</i> . Die darstellte Zeitspanne beträgt $t = 10 \text{ ms} - 80 \text{ ms}$ der Simulationszeit von insgesamt 100 ms. . . . .	76
5.14. (a) Orgelpfeife aus Holz mit quadratischem Querschnitt, gefertigt und zur Verfügung gestellt durch die Firma Schuke Orgelbau Potsdam GmbH. (b) Implementation der Orgelgeometrie und des nahen Raumes in ein 2D-Rechengitter. Das Detail gibt einen Eindruck von der Feinheit der Rechengitters im Bereich des Aufschnitts. . . . .	77
5.15. Schematische Darstellung der Randbedingungen der Simulationsläufe, a) der Referenzszenarios <i>free</i> , b) der Konfigurationen des Schwellkastens <i>swell_140mm</i> und <i>swell_125mm</i> . . . . .	78

5.16. Die Bildsequenz $t = 0 - 0.35$ ms der Simulation <i>swell_125mm</i> zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife und die Abstrahlung einer Schallwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck $p$ . . . . .	80
5.17. Die Bildsequenz $t = 0.4 - 0.75$ ms der Simulation <i>swell_125mm</i> zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife. Zu sehen ist der weitere Verlauf der Abstrahlung der inertialen Druckwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck $p$ . . . . .	81
5.18. Die Bildsequenz $t = 0.8 - 1.15$ ms der Simulation <i>swell_125mm</i> zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife. Zu sehen ist der weitere Verlauf der Abstrahlung der inertialen Druckwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck $p$ . . . . .	82
5.19. Die Bildsequenz $t = 25.2 - 25.55$ ms der Simulation <i>free</i> zeigt exemplarisch die Abstrahlung einer Schallwelle in den freien Raum. Dargestellt ist der Druck $p$ . Die Schallwelle hat eine geringere Amplitude als die inertielle Druckwelle. Um die Schallwelle aufzulösen, wird hier deshalb ein kleinerer Druckbereich farbkodiert. . . . .	83
5.20. Die Bildsequenz $t = 75.2 - 77.4$ ms der Simulation <i>free</i> zeigt exemplarisch die Pendelbewegung des Jets, die Wirbelstraße entlang der Außenseite des Labiums mit Wirbelablösungen sowie die Formation von Primär- und Sekundärwirbeln im unteren Resonatorteil. Dargestellt ist die turbulente kinetische Energie $k$ . . . . .	84
5.21. Die Bildsequenz $t = 22.4 - 24.6$ ms der Simulation <i>free</i> zeigt exemplarisch die Pendelbewegung des Jets sowie die Rotation der Primär- und Sekundärwirbel im unteren Teil des Resonators. Dargestellt ist der Geschwindigkeitsbetrag $ U $ . . . . .	85
5.22. Lage des Querschnittes cs0 und Position des Probenpunktes C im Rechengitter. . . . .	86
5.23. Schalldruckpegelspektren des Probenpunktes C im Resonator. (a) Gesamtes SPL-Spektrum (b) SPL-Spektrum im Bereich der Fundamentalschwingungen (c) SPL-Spektrum im Bereich der 3. Harmonischen, (d) SPL-Spektrum im Bereich der 5. Harmonischen . . . . .	87
5.24. Gemittelte Schalldruckpegelspektren über den Querschnitt cs0, den Aufschnitt der Orgelpfeife. (a) <i>free</i> (b) <i>swell_140mm</i> (c) <i>swell_125mm</i> . . . . .	89
5.25. Räumlich gemittelte Geschwindigkeitskomponenten $v_x$ und $v_y$ durch den Querschnitt cs0 für a) das Referenzszenario <i>free</i> , b) den Simulationslauf <i>swell_140mm</i> und c) für den Simulationslauf <i>swell_125mm</i> . Gut zu erkennen ist dass die Geschwindigkeitskomponente $v_x$ der Träger des Schallsignals ist. Diese Komponente ist orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets. Die jeweiligen Komponenten $v_y$ zeigen hingegen das die irreguläre Geschwindigkeit des turbulenten Windfeldes. . . . .	92

6.1.	(a) Die Orgelpfeifen P1 und P2, auf den Kanzellen stehend und durch Halterungen arretiert. (b) Schematischer Aufbau des Experiments. Die Pfeife P2 ist im 1. Quadranten der Ebene der Schallabstrahlung verfahrbar. Für die Messkampagne werden insgesamt $80 \times 80$ Messpunkte angefahren, die sich horizontal und vertikal in positiver Richtung, ausgehend von der Position der feststehenden Pfeife P1 befinden. Es wird also der 1. Quadrant der Ebene vermessen, wenn man sich P1 in der Mitte der Ebene auf der Nullposition denkt. Es wird ein definiertes Positionsraster abgefahren und für jede Position ein Schallsignal im Fernfeld aufgenommen. Bei der Aufzeichnung der einzelnen Schallsignale haben beide Pfeifen jeweils feste Positionen. Das Mikrofonarray besteht aus den vier B&K Mikrofonen M1, M2, M3, M4. Das Array hat einem Abstand in Hauptabstrahlrichtung von 2.360 m zur Orgelpfeife P1. . . . .	96
6.2.	Stimmung der Pfeifen im Abstand von 1400 mm. (a) Detail des mit M1 aufgezeichneten Schallsignals beider Orgelpfeifen im Fernfeld nach erfolgter Stimmung. (b) Schalldruckpegelspektrum der gestimmten Orgelpfeifen nach erfolgter Stimmung im Bereich des Grundtons $f = 2104.5$ Hz.	98
6.3.	(a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrofon M1 (Channel 01) aufgezeichnet.	100
6.4.	(a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrofon M2 (Channel 02) aufgezeichnet.	101
6.5.	(a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrofon M3 (Channel 03) aufgezeichnet.	102
6.6.	(a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrofon M4 (Channel 04) aufgezeichnet.	103
6.7.	Vergleich der Entwicklung der Pegel der Fundamentalschwingung, 2., 3. und 4. Harmonischen für die 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] gemessen mit den verschiedenen Fernfeldmikrofonen M1-M4 des Mikrofonarrays.	104
6.8.	(a) Farbkodierte SPL-Spektren des gekoppelten Pfeifensystems der 1. vertikalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons (1. Harmonische). (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden mit dem Mikrofon M1 aufgezeichnet. . . . .	106
6.9.	Vergleich der Entwicklung der Pegel der Fundamentalschwingung, der 2., 3. und 4. Harmonischen für die 1. vertikale Messlinie [1; 1 : 80] gemessen an den verschiedenen Fernfeldmikrofonen M1-M4 des Mikrofonarrays. .	108

6.10. Karten der Entwicklung der Frequenz des Grundtons des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontalen und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrofon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4. . . . .	109
6.11. Karten der Entwicklung des Pegels des Grundtons des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontalen und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrofon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4. . . . .	110
6.12. Karten der Entwicklung des Pegels der 1. Harmonischen des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontalen und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrofon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4. . . . .	111
6.13. Karte über das gemittelte Pegelspektrum des gekoppelten Pfeifensystems aufgezeichnet mit M1. Die Mittelung erfolgt für jede Einzelmessung über den Frequenzbereich 1 Hz – 10 kHz. . . . .	112
6.14. Schematische Darstellung einer Einzelmessung der Messkampagne. P1 und P2 sind die Orgelpfeifen, M1 das Messmikrofon. Der Pfeifenabstand $d$ und die Vektoren von den Pfeifen zum Mikrofon $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ sind dargestellt. Aus dem Pfeifenabstand $d$ resultiert die Phasendifferenz $\phi_1 - \phi_2$ der synchronisierten Orgelpfeifen. Erfolgt die Messung am Ort M1, so ergeben sich aus den unterschiedlichen Lauflängen der Einzelsignale die orts- und frequenzabhängigen Phasen $\delta_1(\vec{r}_1, \omega)$ und $\delta_2(\vec{r}_2, \omega)$ . . . . .	113
6.15. Spektren der Mixturen a) $c^0/c^1$ , b) $c^1/c^2$ , c) $c^2/c^3$ des Messpunktes MP[1; 1], aufgezeichnet mit dem Messmikrofon M1. . . . .	118
6.16. Frequenzentwicklung der synchronisierten Mixturen in der 1. horizontalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a) $c^0/c^1$ b) $c^1/c^2$ c) $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. Dargestellt ist jeweils die Entwicklung der 1. Harmonischen der niederfrequenten Pfeife, welche mit dem Grundton der höherfrequenten Pfeife zusammenfällt. Die Ortsachsen sind auf die jeweilige Bezugswellenlänge des Grundtons der höherfrequenten Pfeife normiert. Farbkodiert ist der Schalldruckpegel in dB. . . . .	120
6.17. Pegelentwicklung der Grundtons und der ersten 3 Harmonischen der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen in der 1. horizontalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a) $c^0/c^1$ b) $c^1/c^2$ c) $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. . . . .	121

6.18. Frequenzentwicklung der synchronisierten Mixturen in der 1. vertikalen Messlinie MP[1;1 : 80]. a) $c^0/c^1$ b) $c^1/c^2$ c) $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. Dargestellt ist jeweils die Entwicklung der 1. Harmonischen der höherfrequenten Pfeife, welche mit der 2. Harmonischen der niederfrequenten Pfeife zusammenfällt. Diese Paarung wird mit 2H/1H bezeichnet. Die Ortsachsen sind auf die jeweilige Bezugswellenlänge des Grundtons der höherfrequenten Pfeife normiert. Farbkodiert ist der Schalldruckpegel in dB. . . . .	122
6.19. Pegelentwicklung der Grundtons und der ersten 3 Harmonischen der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen in der 1. vertikalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a) $c^0/c^1$ b) $c^1/c^2$ c) $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. . . . .	123
6.20. Karten der Entwicklung der Frequenz im Bereich des Grundtons der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen. Das entspricht der Paarung 2H/1H. a) $c^0/c^1$ , b) $c^1/c^2$ , c) $c^2/c^3$ . . . . .	125
6.21. Karten der Entwicklung des Pegels im Bereich des Grundtons der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen. a) $c^0/c^1$ , b) $c^1/c^2$ , c) $c^2/c^3$ . . . . .	126
6.22. Karten des gemittelten Schalldruckpegelspektrums der vermessenen synchronisierten Mixturen in der Ebene. a) $c^0/c^1$ , b) $c^1/c^2$ , c) $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. Gemittelt wurde über den Frequenzbereich 1 Hz – 10 kHz. . . . .	127
7.1. Erzeugtes Rechengitter für die numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Eingetragen sind die Positionen der Probenpunkte C der Pfeifen P1 und P2. Der Probenpunkt C befindet sich 5mm unterhalb des jeweiligen Resonatorendes der Pfeifen. Der Pfeifenabstand, gemessen von Labiumsspitze zu Labiumsspitze, beträgt $d = 288.4$ mm. . . . .	132
7.2. In einer ersten numerischen Simulation wurde nur die Pfeife P1 angeblasen. Aus den extrahierten Daten am Probenpunkt C der Pfeife P1 wurde das Schalldruckpegelspektrum der autonom schwingenden Pfeife P1 bestimmt (blau, oben). In einem zweiten Simulationslauf wurden beide Pfeifen angeblasen. Für diesen Simulationslauf wurden die Schalldruckpegelspektren von P1 (grün, mitte) und von P2 (rot, unten) an den Probenpunkten C der Orgelpfeifen gebildet. Die dargestellten Spektren sind aus Gründen der Übersichtlichkeit durch einem Offset von $-50$ dB voneinander getrennt. Die y-Achse bezieht sich auf das Spektrum der autonom schwingenden Orgelpfeife P1. . . . .	133
7.3. Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist der Druck $p$ zur Zeit $t = 0.75$ ms, also unmittelbar nach dem initialen Anblasvorgang der Pfeifen. Zu erkennen ist, wie die ersten zwei Schallwellen der Fundamentalschwingung in den Außenraum abgestrahlt werden. . . . .	135

7.4.	Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie $k$ zur Zeit $t = 10$ ms, also unmittelbar nach dem transienten Einschwingvorgang der Pfeifen. . . .	135
7.5.	Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie $k$ zur Zeit $t = 20$ ms. . . . .	136
7.6.	Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie $k$ zur Zeit ca. $t = 30$ ms. . . .	136
7.7.	a) Zeitliche Entwicklung der Drucksignale der Pfeifen P1 und P2 am jeweiligen Probenpunkt C am oberen Ende im Resonator. b) Korrespondierende zeitliche Entwicklung der Phasendifferenz beider Signale. Für die Bestimmung der Phasendifferenz der Signale werden Zeitdifferenzen der Nulldurchgänge der Signale gebildet und diese auf die Periode der autonom schwingenden Pfeife normiert. Anschließend wird daraus die Phase berechnet. . . . .	138
7.8.	Vergleich der Sequenzen aus dem Einschwingvorgang $t = 5 - 10$ ms, der Synchronisation $t = 20 - 25$ ms und der Selbst-Justierung $30 - 35$ ms des Zwei-Pfeifen Systems. a) d) g) Drucksignale von P1 und P2 am Probenpunkt C. b) e) h) Zeitliche Druckänderung $dp/dt$ am Probenpunkt C. c) f) i) Phasenportraits am Probenpunkt C. Die Anfangswerte der Sequenzen sind markiert, P1 (roter Kreis), P2 (rotes Quadrat). . . . .	139
A.1.	Beispiel der Verzeichnisstruktur einer OpenFOAM Simulation . . . . .	157





# Tabellenverzeichnis

3.1. Thermophysikalische Eigenschaften des Mediums Luft bei einer Temperatur von $T = 20^\circ\text{C}$ . . . . .	31
5.1. Eckdaten der generierten Rechengitter . . . . .	65
5.2. Frequenzen der Fundamentalschwingung, sowie der 2., 3. und 5. Harmonischen am Probenpunkt C. . . . .	73
5.3. Schalldruckpegel der Fundamentalschwingung, sowie der 2., 3. und 5. Harmonischen am Probenpunkt C. . . . .	73
6.1. Positionen der Mikrofone des Mikrofonarrays relativ zur Pfeife P1. Die Position $[0; 0; 0]$ definiert die Mitte des Aufschnitts von Pfeife P1. Die Lauflänge und die Laufzeit berechnen sich mit der für das Experiment ermittelten Schallgeschwindigkeit von $c_0 = 345.09\text{ m/s}$ . Die Pfeife P1 steht ca. 500 mm über dem Boden des Messraumes. Der Boden des Messraumes besteht aus einem Metallgitter mit darunterliegender Schallisolierung. Für die Messung wurde der Boden mit schallisolierenden Matten ausgelegt. . . . .	97
6.2. Messparameter für die Messungen der Mixturen. Das Raster wird mit höheren Mixturen halbiert. . . . .	116
6.3. Frequenzen der untersuchten Mixturen. Für die Fundamentalschwingung (= Grundton) wird die Bezeichnung 1H (= 1. Harmonische) verwendet. Entsprechend werden die höheren Harmonischen (= Obertöne) mit 2H, 3H,... etc. bezeichnet. . . . .	117



# 1. Einleitung

*Synchronisation - Das versteht man intuitiv bei einer Milonga, wenn das Bandoneon zu Piazzollas Concierto Para Quinteto anhebt...*

Die vorliegende Arbeit untersucht nichtlineare Kopplungsmechanismen von akustischen Oszillatoren, die zu Synchronisation führen können. Ein prominentes Beispiel für solche gekoppelten dynamischen Systeme sind Orgelpfeifen in einem Orgelwerk. Orgelpfeifen eignen sich besonders gut für derartige Untersuchungen, weil ihre Funktionsweise einerseits komplex genug ist, um Synchronisation zu zeigen und andererseits einfach genug, um sie einer experimentellen Prüfung zu unterziehen. Die Arbeit wird zeigen, dass die Begriffe komplex und einfach in diesem Zusammenhang in ein neues Licht gerückt werden müssen. Obgleich in der Arbeit detaillierte Fallstudien am Beispiel von Orgelpfeifen diskutiert werden, bettet sich die Thematik der Kopplungsmechanismen in akustischen Systemen in den viel allgemeineren Kontext all jener Konstellationen ein, wo selbst-erregte Oszillatoren über einen Wellenleiter gekoppelt sind. Deshalb lassen sich aus der Arbeit auch Schlüsse von allgemeiner Gültigkeit ziehen.

Einführend wird das Phänomen der Synchronisation ins Zentrum der Betrachtungen gestellt. Gleichlautend werden die musikalischen, aeroakustischen und fluiddynamischen Aspekte der Arbeit motiviert, sowie die praxisbezogene Relevanz der Arbeit aufgezeigt. Dabei wird ein erster Überblick über die Arbeit gegeben.

## 1.1. Synchronisation

Synchronisation ist ein universelles Naturphänomen. Es ist wesentlicher Bestandteil unserer Alltagserfahrung, gleichzeitig erstaunlich und nicht selten geheimnisumwoben. Wir werden wach, wenn die Sonne aufgeht und schläfrig, wenn die Sonne hinter dem Horizont verschwindet. Unser Herz- und Atemrhythmus passt sich dem periodischen Wechsel von Tag und Nacht „automatisch“ an. Wir staunen, wenn Glühwürmchen an lauen Sommerabenden ihr zauberhaftes Lichtkonzert anstimmen. Wir rätseln, wenn uns Menschen und Gesten sympathisch sind. Wissenschaftlich lässt sich das Phänomen Synchronisation als **eine Art Regulierung von Rhythmen durch Interaktion** begreifen. Erforscht werden dabei die Art der Regulierung, die Herkunft und die Dynamik der Rhythmen, sowie die Interaktion der Rhythmusgeber. Aus diesem elementaren Dreigespann blättert sich eine ungeheure Vielzahl von Fragestellungen auf, die fast alle Wissens- und Gesellschaftsbereiche seit dem späten 17. Jahrhundert beflügelt.

Der bedeutende niederländische Mathematiker und frühe Naturwissenschaftler Christiaan Huygens war es, der das Phänomen Synchronisation an seinen Pendeluhrer erkannte und 1673 erstmals, wissenschaftlich korrekt, beschrieb [49], [50]. In einem Brief an die Royal Society beschrieb er das Phänomen als „an odd kind of sympathy“ [48]. Damit setzte Huygens schon damals den gedanklichen Radius, in dem das Phänomen verstanden werden darf, hinreichend weit, was sich als zukunftsweisend herausstellen sollte. Seine bahnbrechenden Beobachtungen blieben allerdings für mehr als zwei Jahrhunderte im Wesentlichen unbeantwortet, weil das grundsätzliche physikalische Verständnis der Natur sich gerade erst entwickelte und mit Newton zunächst nicht-dissipative Systeme im Brennpunkt des Interesses standen.

Der nächste Meilenstein wurde 1877 durch den englischen Physiker und ab 1904 Nobelpreisträger Sir William Strutt, bekannt als Lord Rayleigh, gesetzt. In seinem berühmten Buch „The Theory of Sound“ beschrieb er im Kapitel §68a „Maintenance of Vibrations“ [72] die Möglichkeit eines vibrierenden Systems, anhaltende Schwingungen gleicher Amplitude auszuführen, wenn Anregung und Dissipation im System sich gerade ausbalancieren. Wir nennen dies heute selbst-erregte Schwingungen. Er gab für die mathematische Beschreibung seines Systems eine nichtlineare Differentialgleichung an, den sogenannten Rayleigh-Oszillator. In Originalnotation lautet die Gleichung

$$\ddot{u} + \kappa\dot{u} + \kappa'\dot{u}^3 + n^2u = 0 \quad (1.1)$$

Darin ist  $u$  die Auslenkung des Systems,  $n^2$  die Frequenz der Vibration und  $\kappa$  und  $\kappa'$  gewisse Parameter, die je nach Vorzeichen zu einer echten Dämpfung oder einer negativen Dämpfung, also einer Anregung der Schwingungen, führen. Als Beispiel für ein derart vibrierendes System gab er im zweiten Teil seines Buches im Kapitel §322k „Maintenance of Sound in Reed Instruments“ eine halboffene, zylindrische Pfeife (möglicherweise eine Orgelpfeife) an, wobei er sich auf die Arbeiten von Helmholtz [87] bezog. An anderer Stelle beschrieb er ein interessantes Phänomen der gegenseitigen Wechselwirkung zweier gleich gestimmter Orgelpfeifen, bei dem es zur gegenseitigen Auslöschung der Pegel kommt, sodass die Pfeifen verstummen. Dieses Synchronisationsphänomen wird heute als Oszillatortod (engl.: quenching) bezeichnet.

Mit der technischen Entwicklung der Elektronen-Röhre kam es Anfang des 20. Jahrhunderts zur Renaissance von Huygens' Entdeckungen über die Synchronisation. Der englische Physiker Appleton (Nobelpreis für Physik 1947) und der niederländische Elektroingenieur und Physiker van der Pol entwickelten Modelle, mit denen die nichtlinearen Schwingungen an Triodengittern einer mathematischen Beschreibung zugänglich wurden. Die Renaissance zeigt sich besonders eindrucksvoll in der nach van der Pol benannten nichtlinearen Differentialgleichung, dem van der Pol Oszillator, in Originalnotation

$$\ddot{x} - (\alpha - 3\gamma x^2)\dot{x} + \omega x = 0 \quad (1.2)$$

bei dem die Dämpfung (der Term in der Klammer) eine Funktion der Auslenkung  $x$  selbst ist. Das System enthält einen dissipativen und einen anregenden Dämpfungsterm

und ist mathematisch äquivalent zum Rayleigh-Oszillator. Das allgemeine mathematische Fundament zur Beschreibung derartiger dynamischer Systeme wurde von Mathematikern wie Poincaré und Birkhoff gelegt. Die Theorie nichtlinearer Schwingungen wurde maßgeblich von sowjetischen Wissenschaftlern wie Mandelstam, Andronov, Witt und Chaikin [8] entwickelt.

Heute ist die Theorie der Synchronisation fester Bestandteil der Nichtlinearen Dynamik [68], der gesamten modernen Physik und darüber hinaus, mit zahllosen Anwendungen [66], [17], [61], [43]. Die Weiterentwicklung der Theorie der Synchronisation findet unter anderem am Institut für Physik an der Universität Potsdam statt und wird derzeit vor allem durch die Arbeitsgruppe um Prof. Arkady Pikovsky und Prof. Michael Rosenblum vorangetrieben [85], [57], [55], [56]. Die vorliegende Arbeit nutzt all diese Erkenntnisse und fokussiert sie auf die Untersuchung der Kopplungsmechanismen von akustischen Oszillatoren am Beispiel von Orgelpfeifen. Zur Synchronisation von Schallquellen sind in den letzten Jahren wichtige Arbeiten publiziert worden. Dazu zählen die Arbeiten von Bader [12], in denen die nichtlinearen Aspekte der Synchronisation von Musikinstrumenten thematisiert und mit Hilfe von numerischen Simulationen erforscht werden. Er entwickelte die „Impuls Pattern Theorie“ um das Kopplungsverhalten von Musikinstrumenten zu beschreiben. Die Arbeiten von Angster [9], [10] und Paál [65] nähern sich den Fragestellungen der Synchronisation von Orgelpfeifen auf experimenteller Ebene. In den Arbeiten von Abel et al. [3], [2], [1] [15] in Potsdam werden sowohl experimentelle, numerische als auch analytische Wege beschritten, das Synchronisationsverhalten der Orgelpfeifen besser zu verstehen.

Abel et al. [1] untersuchten experimentell die Synchronisation einer Orgelpfeife mit fester Frequenz, die durch ein Lautsprechersignal in einem geeigneten Frequenzintervall getrieben wird. Die Ergebnisse konnten durch ein Rekonstruktionsverfahren auf das extern getriebene, nichtlineare Oszillatormodell eines van der Pol Oszillators zurückgeführt werden. Damit wurde es möglich, die aus dem Experiment gewonnene Arnoldzunge des synchronisierten Systems Orgelpfeife-Lautsprecher zu modellieren. Die Arnoldzunge ist eine Struktur im Parameterraum der Verstimmung und der Kopplungsstärke, die Aufschluss über die Synchronisation des gekoppelten Systems gibt, insbesondere über die Eigenschaften der Kopplung. In der Arbeit von Bergweiler [15] wurde unter anderem ein weiteres Synchronisationsexperiment, mit zwei gedackten Orgelpfeifen, durchgeführt. Dabei wurden zwei, für die Synchronisation wichtige Parameter, die gegenseitige Verstimmung und der Pfeifenabstand, verändert. Die letztgenannte Arbeit stellte den Ausgangspunkt für die Diplomarbeit des Autors dar [29]. In dieser wurde das Synchronisationsexperiment aus [15] analysiert und dabei eine Arnoldzunge mit nichtlinearem Verlauf ermittelt. Das warf grundsätzliche Fragen über die aeroakustischen und fluiddynamischen Ursachen der Tonentstehung in der Orgelpfeife und des Kopplungsmechanismus des synchronisierten Zwei-Pfeifen Systems auf. Mit Hilfe sehr komplexer numerischer Werkzeuge wurde die Tonentstehung in der Orgelpfeife nachvollzogen. Dabei zeigte sich, dass es eine Wechselwirkung fluiddynamischer und akustischer Feldgrößen geben muss, die die Tonentstehung bewirkt und zu selbst-erregten Schwingungen in der Orgelpfeife führt.

Erst mit dem tieferen Verständnis dieser zum Teil hochgradig komplexen nichtlinearen Zusammenhänge kann Licht ins Dunkel der Natur der Kopplungsmechanismen der Orgelpfeifen gebracht werden, welche letztlich zur Synchronisation des Systems führen. Damit sind zwei wichtige Fragestellungen der vorliegenden Dissertation formuliert:

1. Welche aeroakustischen und fluiddynamischen Mechanismen begründen die Tonentstehung in der Orgelpfeife?
2. Welche Kopplungsmechanismen führen zur Synchronisation des Zwei-Pfeifen Systems?

Weil die genannten bisherigen Arbeiten von Abel, Ahnert, Bergweiler und dem Autor zur Synchronisation bei Orgelpfeifen so wichtige Beiträge für die Einordnung der vorliegenden Arbeit darstellen, wird ihrer Rekapitulation mit dem Kapitel 2 ein eigener Raum gegeben.

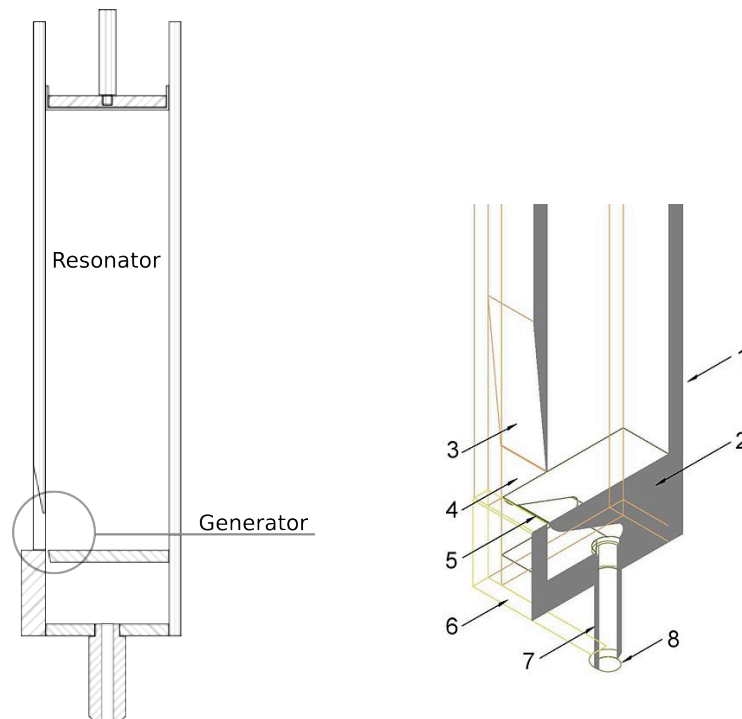
## 1.2. Musik, Aeroakustik, Fluidodynamik

Orgelpfeifen sind Teil des wohl reizvollsten und ästhetisch erhabensten Musikinstruments, das wir kennen. Orgelpfeifen sind wind-getriebene Einzelinstrumente, die in einem Orgelwerk zu einem Gesamtkunstwerk verschmelzen, nicht nur klanglich, sondern auch bautechnisch. Die klanglichen Aspekte einer Orgel werden maßgeblich durch die Tonentstehung in den Orgelpfeifen bestimmt. Kommt es zur Wechselwirkung mit anderen Orgelpfeifen, Klangkörpern oder umliegenden Geometrien, so verändert sich die Tonentstehung in der Orgelpfeife mitunter dramatisch.

Die Thematik der Tonentstehung in Orgelpfeifen und deren Wechselwirkung wird bereits seit den Anfängen des Orgelbaus erforscht. Mit der Entwicklung der modernen Naturwissenschaften wurden die Erkenntnisse aus jahrhundertelanger Orgelbaukunst auf ein wissenschaftliches Fundament gestellt. Frühe und wegweisende Arbeiten wurden schon im 19. Jahrhundert erbracht, zum Beispiel durch die bereits erwähnten Forscher, den Potsdamer Hermann von Helmholtz mit dem nach ihm benannten Helmholtz-Resonator [87] und Sir William Strutt (Lord Rayleigh) mit dem Rayleigh-Oszillator und dem Phänomen des Oszillatortods [72]. Demzufolge kann die Orgelpfeife als ein System aus Generator und Resonator aufgefasst werden. Der Generator ist ein schwingendes Luftblatt, auch Jet genannt, das sich beim Anblasen der Orgelpfeife im Aufschnitt, also zwischen Kernspalt und Labium ausbildet (vgl. Abbildung 1.1). Während die Verhältnisse im Resonator sich gut mit der linearen Wellentheorie beschreiben ließen, blieb das Verständnis der Verhältnisse am Jet lange Zeit skizzenhaft.

Modelle des laminaren Jets und seiner Auslenkbewegungen wurden zum Beispiel von Rayleigh [72] 1894, von Bickley [16] 1937 und von Cremer und Ising [22] 1967/68 erarbeitet. Mit der Entwicklung der Elektrotechnik und den damit verbundenen numerischen Möglichkeiten konnte man sich ein immer detaillierteres Bild von der Funktionsweise der Orgelpfeife machen und diese mit Modellannahmen vergleichen. An dieser

Stelle soll kurz auf die vielfältige Literatur zum Thema Tonentstehung und Schallabstrahlung bei Orgelpfeifen eingegangen werden.



**Abbildung 1.1.:** Aufbau einer labialen Orgelpfeife aus Holz. (1) Pfeifenkorpus aus Holz, (2) Kern, (3) Oberlabium (oft nur Labium), (4) Aufschnitt (auch Mund), (5) Kernspalt, (6) Vorschlag (entspricht dem Unterlabium einer Metallpfeife), (7) Pfeifenfuß, (8) Fußloch. Grafik modifiziert, Quelle: [6]

Wichtige Arbeiten sind die von Elder [24], [25], der die akustische Äquivalenz zu elektrischen Schwingkreisen als Modellgrundlage benutzte, die Arbeiten von Powell [70] oder Coltmann [19], [20], [21], die beide die Theorie der Entstehung des Schneidentons am Labium voranbrachten. Fletcher [35], [36], [39] und Thwaites [82], [81] verweisen auf die nichtlinearen Wechselwirkungen in der Orgelpfeife, ebenso wie Bader [11]. Insbesondere hat Fletcher in vielen Arbeiten die Problematik des Jets als Anregungselement für die Schallentstehung in Orgelpfeifen thematisiert [31], [34], [32], [38], [37], [33]. Auch Yoshikawa formuliert einen Feedback-Mechanismus von Jet und Resonator für die Tonentstehung in der Orgelpfeife [91], [90]. In den Arbeiten von Adachi und Angster [4], [5] werden Transferfunktionen für Resonatormodelle, sowie Modelle für die kontrollierte Bewegung des Jets untersucht. Wichtige Arbeiten über die Dynamik von turbulenten Jets und deren akustischen Eigenschaften sind die von Lighthill [58], Curle [23], Ffowcs-Williams [88] mit den berühmten jeweiligen akustischen Analogien, die von Savic [78] und später Howe [46], [45], [44] mit der Theorie der Akustik von Wirbeln und Lärmentwicklung, sowie die Arbeiten zu Jets in Musikinstrumenten von Verge, Fabre, Hirschberg [84], [42], [27], [26].

Mit Hilfe der heutigen Rechentechnik ist man in der Lage, auch anspruchsvolle, aeroakustische Probleme numerisch zu behandeln, wie zum Beispiel gezeigt bei Bader [13],

bei Miyamoto [62] oder bei dem Autor [29]. Dabei kommen verschiedene numerische Methoden und Simulationstechniken zum Einsatz, wie FEM (engl.: Finite Element Method) oder FVM (engl.: Finite Volume Method), LES- (Large Eddy Simulation) oder RANS- (Reynolds-Averaged-Navier-Stokes) Modelle.

Die Entwicklung der letzten Dekaden zeigt, dass große Fortschritte auf dem Gebiet der Erforschung der Tonentstehung und der Schallabstrahlung von Orgelpfeifen gemacht wurden. Gleichzeitig gibt es jedoch noch immer prinzipiellen Diskussionsbedarf über die Mechanismen der Tonentstehung und das tiefe Verständnis der gegenseitigen Wechselwirkung. Deshalb ist die Thematik nach wie vor wichtiger Teil aktueller Forschung.

Die vorliegende Arbeit ist auch durch konkrete Fragestellungen aus dem Orgelbau motiviert. Den Orgelbauer interessieren vor allem die gegenseitige Beeinflussung der Orgelpfeifen, Möglichkeiten der passiven und aktiven Kontrolle der Klangeigenschaften im Orgelwerk, sowie die Rückwirkung komplexer Geometrien auf den Klang der Orgelpfeife. All das erfordert die genaue Kenntnis der Kopplungsmechanismen, ebenso wie ein tiefes Verständnis über die der Tonentstehung zugrunde liegenden physikalischen Prinzipien. Die aeroakustischen und fluiddynamischen Grundgleichungen der Schallentstehung und Schallausbreitung sind die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen. Das sind nichtlineare partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung, die sich seit ihrer Formulierung Anfang des 19. Jahrhunderts einer analytischen Lösung entziehen und bis heute, auch numerisch, ein besonders anspruchsvolles Problem darstellen. Sie sind zu behandeln, will man zu den physikalischen Kerngedanken der Fragestellungen vordringen. Darüber hinaus zeigen die experimentellen Ergebnisse des Synchronisationsexperimentes in [29], dass auch die Kopplung zwischen den Orgelpfeifen nichtlinear ist. Eine Erfolg versprechende Bearbeitung der Fragestellungen muss daher Erkenntnisse, Techniken und Methoden sehr unterschiedlicher Teildisziplinen, der theoretischen und der angewandten Physik, der Physik der Musikinstrumente, der Aeroakustik, der Fluiddynamik, der Nichtlinearen Dynamik und nicht zuletzt der numerischen Physik zusammenbringen und zu einem schlüssigen Gesamtbild vereinen.

### **1.3. Gliederung der Arbeit**

Die vorliegende Dissertation ist auf den erforderlichen hohen Grad an Interdisziplinarität angelegt. Für die Bearbeitung der formulierten Fragestellungen dieser Arbeit wurden verschiedene Synchronisationsexperimente im Akustiklabor der Universität Potsdam mit freundlicher Unterstützung von Prof. Gerhard durchgeführt. Sich den Prinzipien der Tonentstehung in der Orgelpfeife experimentell zu nähern, ist außerordentlich schwierig, da die Generatorregion der Orgelpfeife für entsprechende messtechnische Untersuchungen nur bedingt zugänglich ist. Deshalb wurde in aufwendigen numerischen CFD-Simulationen (CFD, engl.: Computational Fluid Dynamics) die Tonentstehung der Orgelpfeife nachempfunden. Dafür wurden die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen mit geeigneten Anfangs- und Randbedingungen auf verschiedenen Rechengittern gelöst. Dieser Ansatz, der schon in [29] verfolgt wurde, erweist sich als so fruchtbar



und realitätsnah, dass er auch für die Untersuchung der Wechselwirkung der Orgelpfeifen und das Studium der Kopplungsmechanismen eingesetzt wird. Deshalb erfolgt im Anschluss an die Darstellung der bisherigen Arbeiten von Abel et al. [1], Bergweiler [15] und dem Autor [29] zur Synchronisation bei Orgelpfeifen von Kapitel 2 zunächst ein Kapitel 3 Numerik, in dem die verwendeten Methoden der gerechneten numerischen Simulationen vorgestellt werden.

Aus den experimentellen Befunden in [29] und den Analysen der durchgeführten numerischen Simulationen wird im Kapitel 4 mit Hilfe theoretischer Betrachtungen ein auf den grundlegenden aeroakustischen und fluidodynamischen Prinzipien basierendes, nichtlinear gekoppeltes Oszillatormodell des Zwei-Pfeifen Systems entwickelt. Dabei finden Methoden des Coarse graining Anwendung. Die anschließend durchgeführten Modellrechnungen bestätigen die experimentellen Befunde in weiten Teilen. Die identifizierten Prinzipien der Tonentstehung, sowie das entworfene Modell der Kopplungsmechanismen bilden das reale Verhalten von Orgelpfeifen sehr gut ab.

Mit diesen Erkenntnissen wird im Kapitel 5 der Einfluss des Raumes auf die Tonentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife studiert. Dabei wird zunächst exemplarisch der Einfluss prinzipiell verschiedener Geometrien untersucht. Im zweiten Abschnitt wird dann die Wirkung von Schwellkästen auf die Tonentstehung und die Schallabstrahlung dargestellt und diskutiert.

Für den Orgelbauer stellt sich oft die Frage, wo im Orgelwerk bestimmte Pfeifen und Register zu platzieren sind, damit die gegenseitige Wechselwirkung möglichst gering ist. Eine äquivalente wissenschaftliche Fragestellung ist, wie sich das Synchronisationsverhalten von Orgelpfeifen in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung darstellt. Dazu wurden neuartige aufwendige Synchronisationsexperimente mit zwei identisch gestimmten Orgelpfeifen durchgeführt, welche verschiedene horizontale sowie vertikale Pfeifenabstände in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung zu einander einnehmen. Dieselbe Fragestellung wurde auch für sogenannte Mixturen, das sind Zusammenstellungen von Orgelpfeifen, die in Oktav- und Quintlage gleichzeitig klingen, experimentell untersucht. Dieser große experimentelle Aufgabenkomplex wird im Kapitel 6 besprochen. Im Kapitel 7 wird die Darstellbarkeit der Synchronisierung eines nichtlinear gekoppelten akustischen Oszillatorsystems auf der Grundlage der numerischen Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen dokumentiert. Das stellt ein weiteres Novum dar, welches ganz neue Möglichkeiten aufzeigt, Kopplungsmechanismen bei akustischen Oszillatoren im Detail zu untersuchen, insbesondere solche, die zur Synchronisation führen. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit und einem Ausblick auf zukünftige Forschungsfelder. Im Anhang der Arbeit werden Quellcodes sowie umfangreiches Videomaterial zu den durchgeführten numerischen Simulationen und den Synchronisationsexperimenten auf DVD bereitgestellt.



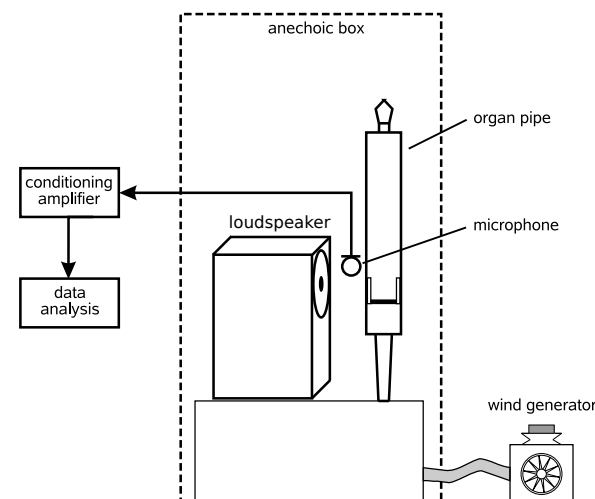
## 2. Ausgewählte Arbeiten zur Synchronisation von Orgelpfeifen

*We dance 'round in a ring and suppose  
But the secret sits in the middle and knows.*

ROBERT FROST, THE SECRET SITS

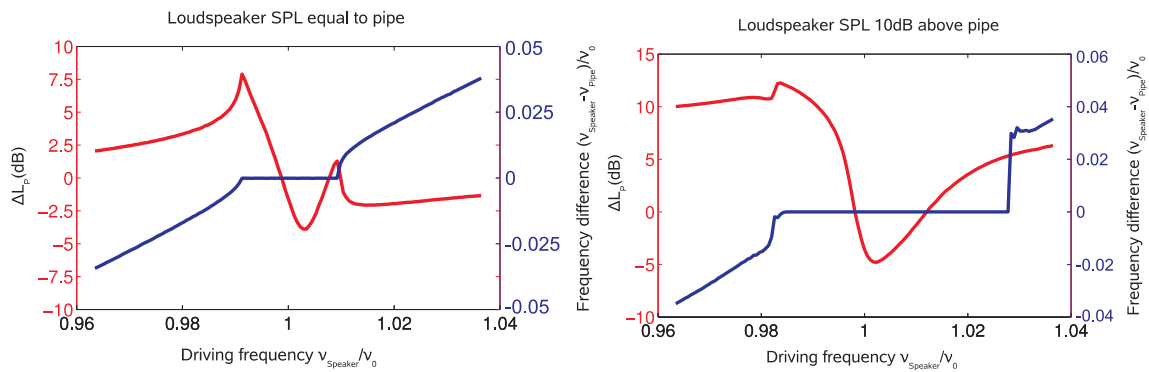
### 2.1. Synchronisation des Systems Orgelpfeife-Lautsprecher

In der Arbeit von Abel, Ahnert und Bergweiler [1] wird die Durchführung eines Synchronisationsexperiments beschrieben, in dem eine Orgelpfeife mit einem Lautsprecher gekoppelt wird. Die dabei benutzte Orgelpfeife ist eine gedackte, labiale Holzpfeife die von der Firma Alexander Schuke Orgelbau Potsdam GmbH [93] gefertigt und zur Verfügung gestellt wurde. Das Experiment wurde 2009 im Akustiklabor an der Universität Potsdam mit freundlicher Unterstützung von Prof. Gerhard durchgeführt. Die Orgelpfeife wurde auf die feste Frequenz von  $\nu_0 = 686$  Hz gestimmt. Der Lautsprecher, dessen Schallsignal die externe, treibende Kraft für die Orgelpfeife ist, wurde direkt neben der Orgelpfeife positioniert (vgl. Abb. 2.1a).



**Abbildung 2.1.:** Schematische Darstellung des Synchronisationsexperiments des Systems Orgelpfeife-Lautsprecher. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1].

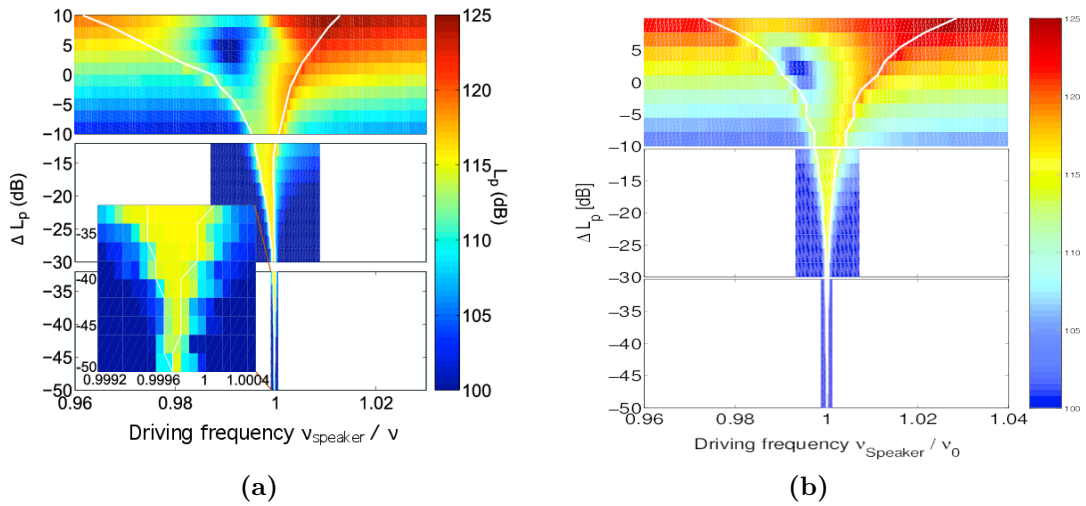
Im Experiment wurde das treibende Schallsignal des Lautsprechers in einem geeigneten Frequenzbereich um den Grundton der Orgelpfeife herum schrittweise durchgestimmt. Die Verstimmung  $\nu$  ist also ein veränderlicher Parameter im Experiment. Darüber hinaus wurden Szenarien zweier unterschiedlicher Kopplungsstärken  $\varepsilon$  untersucht, gleiche Ausgangspegel von Lautsprecher und Orgelpfeife, sowie die Erhöhung des Ausgangspegels des Lautsprechers relativ zu dem der Orgelpfeife um 10 dB. Die Kopplungsstärke  $\varepsilon$  ist der zweite Parameter des Experimentes. Die emittierten Schallsignale wurden mit mehreren Mikrofonen aufgezeichnet. Ein Mikrofon war mittig zwischen Orgelpfeife und dem Lautsprecher positioniert, mit einem jeweiligen Abstand von 16 mm. Mit weiteren Mikrofonen wurde das Schallsignal direkt am Aufschnitt der Orgelpfeife und im Resonator der Pfeife aufgezeichnet.



**Abbildung 2.2.:** Dargestellt sind die Synchronisationsplateaus (blau) und die Schalldruckpegel (rot) für das Szenario a) gekoppeltes System gleicher Ausgangspegel, b) gekoppeltes System, bei dem der Lautsprecher den um 10 dB höheren Pegel gegenüber der Orgelpfeife besitzt. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1].

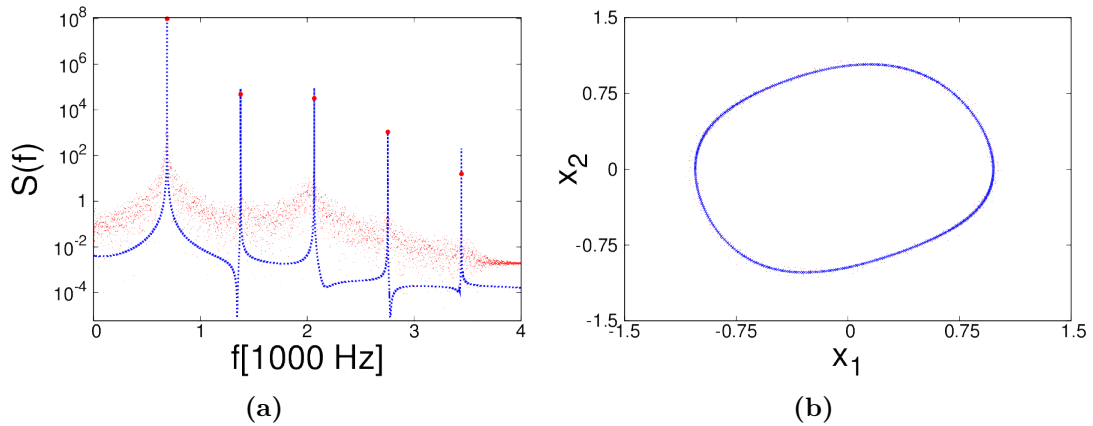
Als Ergebnis der Messungen im Parameterraum  $(\nu, \varepsilon)$  wurden die Entwicklung der Frequenz des gekoppelten Systems in Abhängigkeit von der Verstimmung sowie die dazu gehörige Pegelentwicklung des gekoppelten Systems Orgelpfeife-Lautsprecher gewonnen.

Man erkennt, dass die Kopplung bewirkt, dass das System synchronisiert, wenn die Verstimmung gewisse Werte  $\nu_{\text{Speaker}}/v_0 \neq 0$  unterschreitet. Es kommt zur Modenkopplung. Das System schwingt, trotz Verstimmung mit ein und derselben Frequenz. Während der Synchronisation haben die Oszillatoren eine feste Phasendifferenz  $\Delta\phi = \text{const.}$ . Der Frequenzbereich der Verstimmung, in dem das System synchronisiert, ist in den Abbildungen 2.2a - 2.2b jeweils deutlich als Synchronisationsplateau zu erkennen. Aus den korrespondierenden Pegelentwicklungen wird ersichtlich, dass die Amplituden der Schwingung des gekoppelten Systems etwa im Zentrum des Synchronisationsplateaus ein Minimum annimmt. Das Minimum stellt die Situation dar, bei der das System gerade eine Phasendifferenz von  $\Delta\phi = \pi$  besitzt. Aus den Ergebnissen des Experiments wurde die Arnoldzunge bestimmt. Die Arnoldzunge ist eine Struktur im Parameterraum der Verstimmung und der Kopplungsstärke  $(\nu, \varepsilon)$ , die Aufschluss über die Synchronisation des gekoppelten Systems gibt, insbesondere über die Eigenschaften der Kopplung. Die experimentell bestimmte Arnoldzunge wächst linear mit der Erhöhung der Kopplungs-



**Abbildung 2.3.:** Ermittelte Arnoldzungen a) aus dem Experiment, b) des aus der Rekonstruktion gewonnenen Oszillatormodells. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1].

stärke  $\varepsilon$ , wie aus Abbildung 2.3a hervorgeht. In der Darstellung ist zu beachten, dass der Pegel eine logarithmische Größe ist und daher das lineare Wachstum als Kurve erscheint.



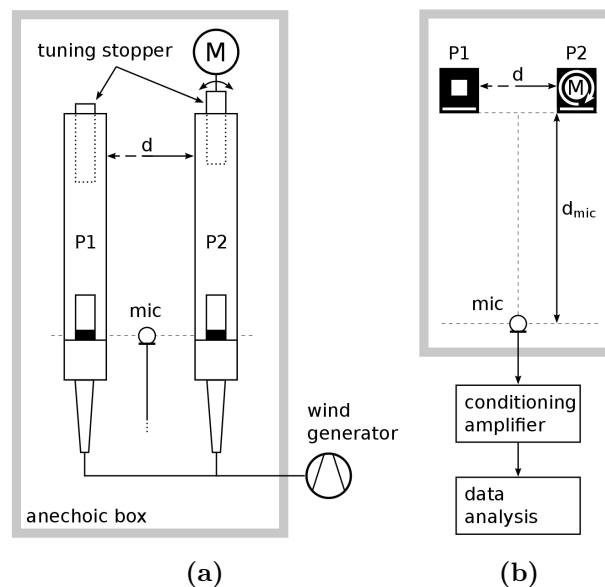
**Abbildung 2.4.:** a) Gemessenes (blau) und rekonstruiertes (rot) SPL-Spektrum im Vergleich. b) Vergleich der Phasenportraits der Oszillationen von Experiment und rekonstruiertem System. Quelle: Mit freundlicher Genehmigung der Autoren von [1].

Im zweiten Teil der Arbeit wurde aus den experimentellen Daten mit Hilfe der mathematischen Theorie der Einbettung ein Oszillatormodell rekonstruiert. Das Ergebnis der Rekonstruktion des dynamischen Systems ist eine Differentialgleichung, die große Ähnlichkeit mit dem van der Pol Oszillator hat. Die Modellrechnung, in der das Oszillatormodell mit einer treibenden externen, sinus-förmigen Kraft gekoppelt wurde, ergab eine zum Experiment ähnliche Arnoldzunge. Dieses Ergebnis ist in Abbildung 2.3b dargestellt. Für den rekonstruierten Oszillator wurde das Pegelspektrum und das Phasenportrait bestimmt und mit dem Experiment verglichen. Das Ergebnis zeigt, dass

das Verhalten des gekoppelten dynamischen Systems Orgelpfeife-Lautsprecher gut mit dem Modell des van der Pol Oszillators beschreibbar ist, welcher extern durch eine sinus-förmige Kraft getrieben wird. In den Abbildungen 2.4a und 2.4b sind die Pegelspektren und die Phasenportraits aus dem Experiment und aus der Rekonstruktion des dynamischen Systems vergleichend dargestellt.

## 2.2. Synchronisation zweier verstimmtter Orgelpfeifen

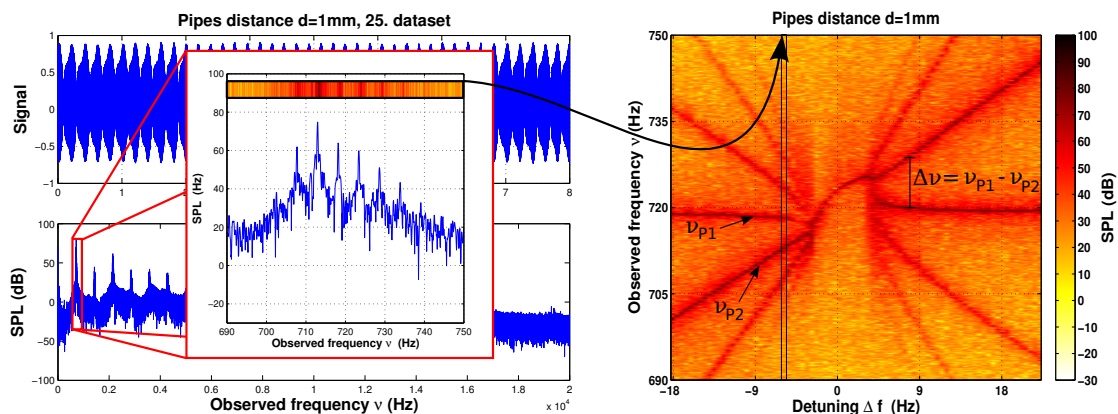
In der Arbeit von Bergweiler [15] wurde unter anderem ein Synchronisationsexperiment mit zwei gegeneinander verstimmtten Orgelpfeifen mit Grundfrequenzen um  $f = 170.1$  Hz vorgestellt. Weitere Messungen mit Orgelpfeifen der Grundfrequenzen um  $f = 720$  Hz wurden durchgeführt aber nicht veröffentlicht. Dabei wurden zwei Parameter der Messung verändert, die Verstimmung der Pfeifen und der Pfeifenabstand. Die Orgelpfeifen, zwei baugleiche, gedackte Labialpfeifen aus Holz, wurden für diese Zwecke von der Firma Alexander Schuke Orgelbau Potsdam GmbH [93] gefertigt und zur Verfügung gestellt. Die Messdaten des Pfeifensatzes der Orgelpfeifen mit den Grundfrequenzen um  $f = 720$  Hz, die von Bergweiler 2005 am Institut für Physik an der Universität Potsdam mit freundlicher Unterstützung durch Prof. Gerhard aufgenommen wurden, waren Ausgangspunkt der Diplomarbeit des Autors [29] von 2012. Es ist daher sinnvoll, an dieser Stelle beide Arbeiten zusammen zu besprechen.



**Abbildung 2.5.:** Experimenteller Aufbau. a) Frontansicht: Die Orgelpfeife P1 und die verstimmte Pfeife P2. Beide Pfeifen sind über Druckschläuche an ein Windgeneratorsystem angeschlossen. Dieses befindet sich außerhalb der schallreflexionsarmen Messbox. Während der Messkampagne für einen definierten Pfeifenabstand wurde die Frequenz von P2 mittels eines Motors (M) in Schritten von 0.5 Hz in einem Bereich von  $700 \text{ Hz} < f_2 < 740 \text{ Hz}$  erhöht. b) Sicht von oben: Das Fernfeldmikrofon wurde in einem Abstand von  $d_{mic} = 1 \text{ m}$  genau zwischen den Pfeifen positioniert.

Eine der Orgelpfeifen, im Folgenden P1 genannt, wurde auf die Grundtonfrequenz von 720 Hz gestimmt. Die Position des Spundes der zweiten Orgelpfeife, im Folgenden P2 genannt, war mit Hilfe eines befestigten Präzisionsschrittmotors verstellbar. So konnte die Orgelpfeife P2 mit einer Schrittweite von 0.5 Hz in einem Frequenzbereich von  $720 \pm 20$  Hz durchgestimmt werden. Beide Orgelpfeifen wurden in einer schallreflexionsarmen Messbox nebeneinander platziert. Die Luftzufuhr erfolgte über separate Druckschläuche, welche an einen Wind-Erzeuger und einen Balg angeschlossen waren, die sich außerhalb der Messbox befanden. Der Winddruck wurde auf 75 mmWs eingestellt, dem typischen Anblasdruck solcher Orgelpfeifen. Für die Messung der akustischen Signale wurden Präzisions-Messmikrofone direkt am Aufschnitt der Orgelpfeifen sowie in einer Entfernung von 1 m symmetrisch in Höhe der Aufschnitte platziert. Abbildung 2.5 zeigt den Messaufbau schematisch.

Mit der beschriebenen Messanordnung ist das folgende Experiment durchgeführt worden: Für definierte horizontale Abstände der Orgelpfeifen zueinander von 1 mm, 10 mm, 30 mm, 50 mm, 75 mm, 100 mm, 200 mm, 300 mm und 400 mm wurde die Orgelpfeife P2 in jeweils 0.5 Hz-Schritten in einem Frequenzbereich von etwa 700 Hz - 740 Hz relativ zur Grundschwingung der Orgelpfeife P1 durchgestimmt. Dabei wurde für jeden Frequenz-Halbschritt ein Signal von 8 s Dauer aufgezeichnet. Daraus folgen pro Abstand 80 Datensätze. Die Frequenzauflösung pro Datensatz beträgt ca. 0.125 Hz. Die Samplingfrequenz der Audio-Signale beträgt 40000 Hz. Für bestimmte Abstände wurden auch Messreihen von nur 40 Datensätzen aufgezeichnet. Für nähere Informationen zum Messaufbau, den Dämpfungsparametern der Messbox, den verwendeten Mikrofonen, dem Vorverstärker und der Soundkarte sei auf die Dissertationsschrift von Bergweiler [15] verwiesen.



**Abbildung 2.6.:** Vom Schallsignal zur Karte der Entwicklung der Frequenz und des Pegels in Abhängigkeit von der Verstimmung am Beispiel der 25. Einzelmessung für den Abstand 1 mm. Links oben: Das aufgezeichnete Schallsignal. Links unten: Das Schalldruckpegelspektrum des Signals. Links Mitte: Fokussierung auf den Frequenzbereich der 1. Harmonischen. Farbkodierung der Pegel führt auf einen schmalen Farbstreifen, der Teil der Karte (rechts) der Entwicklung der Frequenz und des Pegels des gekoppelten Systems ist.

Für die Analyse der Messdaten wurden zunächst aus den aufgezeichneten Schallsigna-

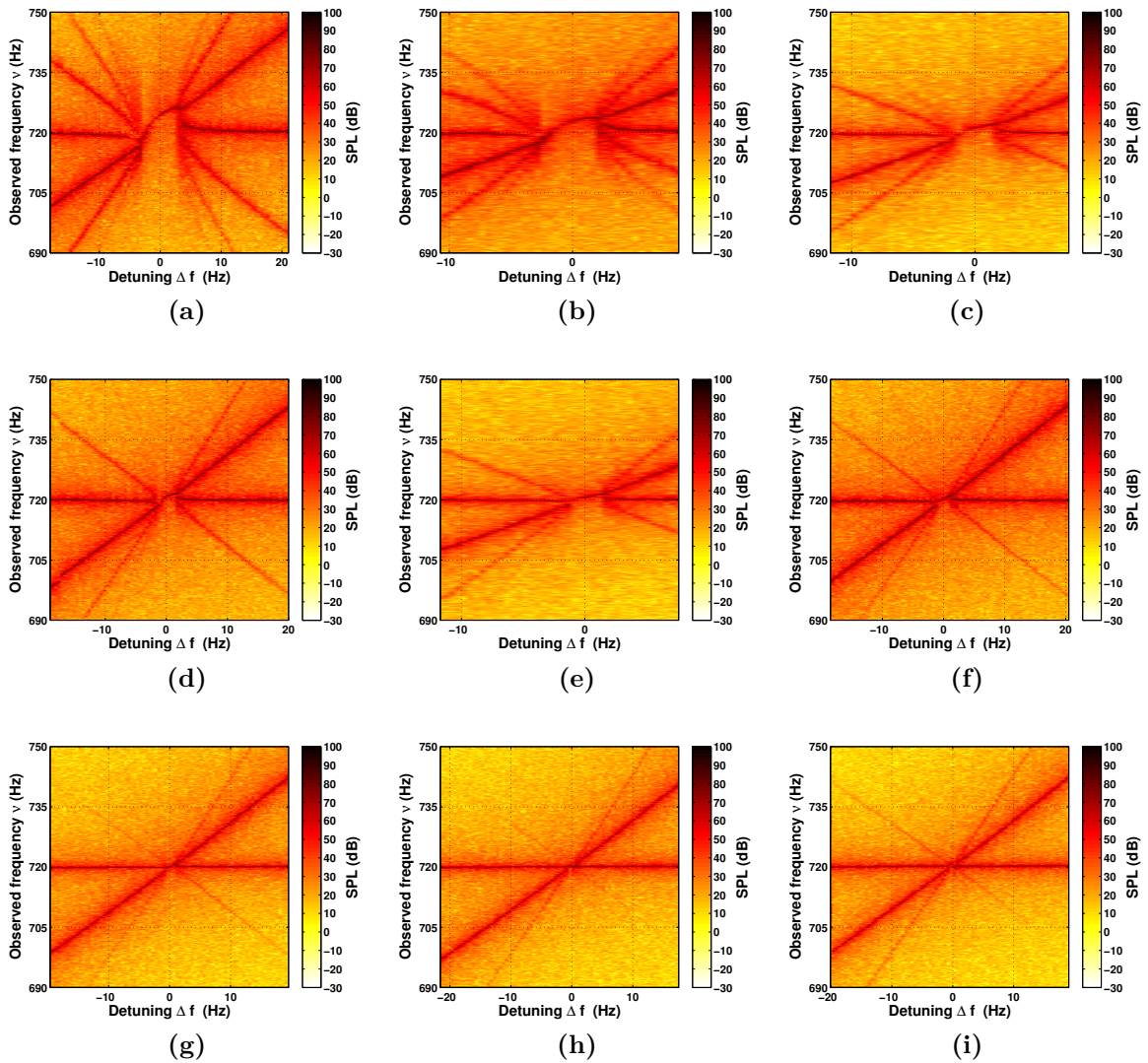
len der Einzelmessungen die Schalldruckpegelspektren gebildet [29]. Aus diesen wurden anschließend die Pegel (dB) im Frequenzbereich von 690 Hz - 750 Hz, also um die Fundamentalschwingung von P1 herum, farbkodiert. Das wird exemplarisch für die 25. Einzelmessung der Messkampagne für den Pfeifenabstand 1 mm in Abbildung 2.6 links dargestellt. Um eine Darstellung der Entwicklung der Frequenz und des Pegels des gekoppelten Systems für die Durchstimmung der Pfeife P2 für einen bestimmten Pfeifenabstand zu erhalten, wurden die farbkodierten Sequenzen der Einzelmessungen zu einer Karte zusammengefasst. Der rechte Teil der Abbildung 2.6 zeigt eine solche Karte am Beispiel der 80 Datensätze für den Abstand 1 mm. Auf der Abzisse ist die Verstimmung, auf der Ordinate die beobachteten Frequenzen der Pfeifen P1 und P2 aufgetragen. Das Rechteck markiert den farbkodierten Frequenzbereich der 1. Harmonischen beider Orgelpfeifen von 690 Hz - 750 Hz für die 25. Einzelmessung der Messkampagne für den Pfeifenabstand 1 mm.

Für die verschiedenen Pfeifenabstände des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems sind die Karten der Entwicklung der Frequenzen und der Pegel der 1. Harmonischen in den Abbildungen 2.7a - 2.7i dargestellt, wobei die Verstimmung  $\Delta f$  über der beobachteten Frequenz  $f$  aufgetragen ist. Mit Verstimmung ist die Frequenzdifferenz des autonomen, nicht gekoppelten Pfeifensystems gemeint. Die Farbkodierung stellt den Schalldruckpegel dar. Am linken Rand der Abbildung 2.7a ist die Grundfrequenz der Pfeife P1 bei etwa 719 Hz und die Grundfrequenz der Pfeife P2 bei etwa 701 Hz zu sehen. Man erkennt, dass hier die beiden Pfeifen um etwa 18 Hz gegeneinander verstimmt sind. Im weiteren Verlauf der Grafik steigt die Frequenz der Pfeife P2 mit einer Schrittweite von etwa 0.5 Hz relativ zur Pfeife P1 an. Deutlich ist ein Absinken der Frequenz von P1 mit wachsender Frequenz von P2 zu erkennen. Das weist darauf hin, dass die Pfeifen sich in ihrem Schallabstrahlverhalten gegenseitig beeinflussen. Die Frequenzen „ziehen sich an“, wie man im Orgelbau sagt. Huygens beschrieb dieses Phänomen, wie erwähnt, als „eine seltsame Art von Sympathie“. Die Seitenbänder unterhalb und oberhalb der Grundfrequenzen, welche durch die höheren Harmonischen hervorgerufen werden, laufen ebenfalls aufeinander zu.

Mit kleiner werdender Verstimmung wächst die gegenseitige Beeinflussung. Ab einer Verstimmung von ca.  $-3$  Hz wird die Frequenz von P1 auf die von P2 justiert. Nun sind die Frequenzen beider Pfeifen synchronisiert. Auch die Seitenbänder sind auf die gemeinsame Frequenz justiert. Wird P2 weiter verstimmt, bleibt die Synchronisation über einen Verstimmungsbereich von ca. 6 Hz bestehen. Bei einer Verstimmung von etwa  $+3$  Hz bricht die Synchronisation auf.

Im weiteren Verlauf wird die gegenseitige Beeinflussung der beiden Pfeifen schwächer. Man erkennt, dass die Grundfrequenzen sich immer mehr denen des jeweiligen autonomen Systems annähern. Auch die Seitenbänder sind wieder ausgeprägt. Die Abbildung 2.7b zeigt ein ähnliches Bild für den Abstand  $d = 10$  mm. Der Synchronisationsbereich ist allerdings nicht ganz so breit. Er umfasst einen Verstimmungsbereich von etwa 4.5 Hz. In den folgenden Abbildungen 2.7c - 2.7h ist zu sehen, wie der Synchronisationsbereich in Abhängigkeit vom größer werdenden Abstand der Pfeifen zueinander immer kleiner wird. Schließlich ist bei einem Abstand von 400 mm der Synchronisati-

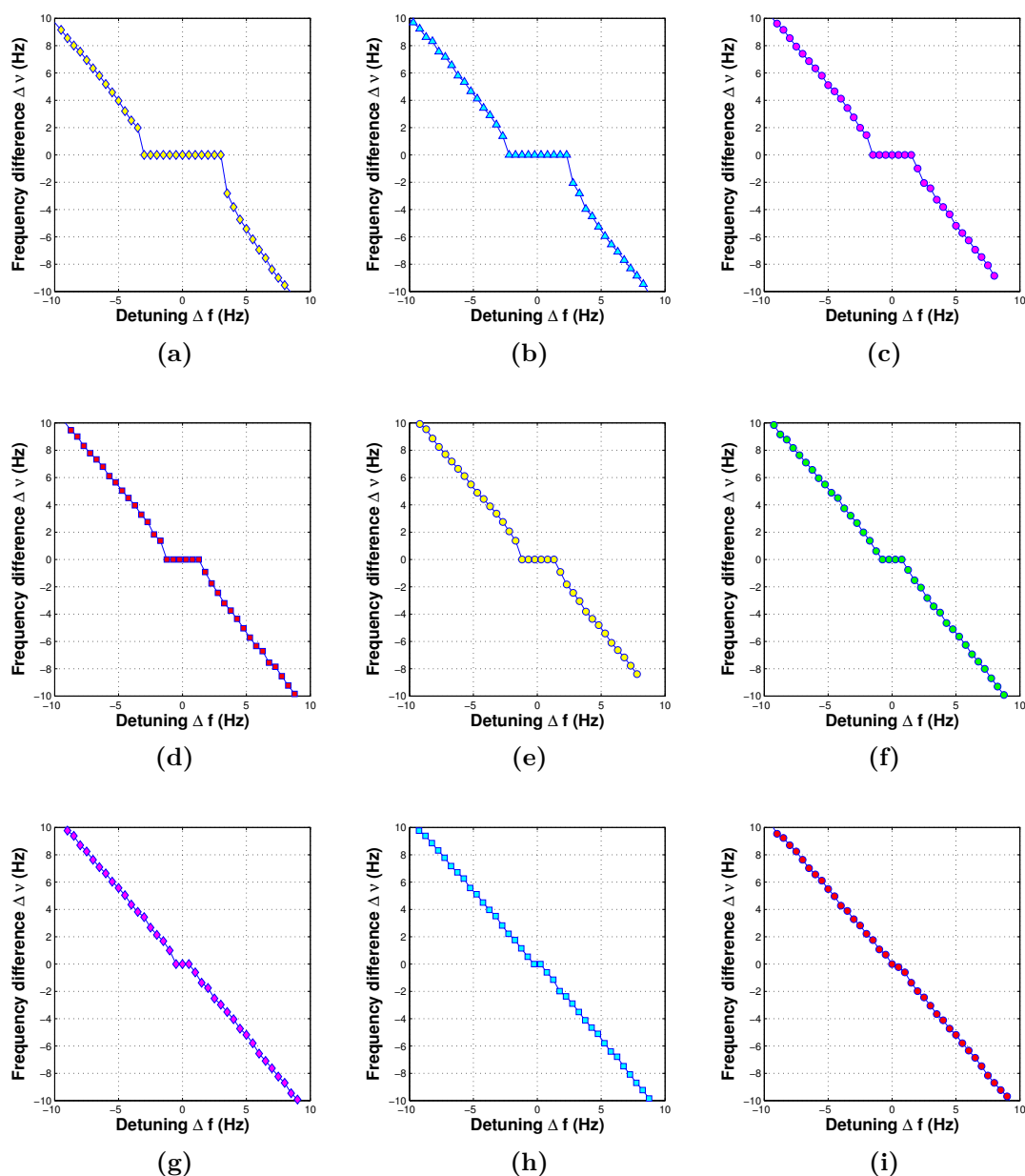




**Abbildung 2.7.:** Karten der Entwicklung der Frequenz und des Pegels des gekoppelten Zweipfeifen Systems für die Pfeifenabstände a) 1 mm, b) 10 mm, c) 30 mm, d) 50 mm, e) 75 mm, f) 100 mm, g) 200 mm, h) 300 mm, i) 400 mm. Auf der y-Achse ist die beobachtete Frequenz aufgetragen. Auf der x-Achse ist die Verstimmung des autonomen Systems aufgetragen. Die Pegel sind farbkodiert.

onsbereich nur noch marginal, wie [Abbildung 2.7i](#) zeigt.

Aus den Karten lassen sich wichtige Erkenntnisse gewinnen. Zum einen ist deutlich eine Frequenzkopplung (Modenkopplung) der 1. Harmonischen bei kleinen und mittleren Abständen zu sehen. Die Frequenzen der Orgelpfeifen synchronisieren in einem gewissen Bereich kleiner Verstimmung. Die Ausdehnung dieses Bereiches ist abhängig vom Abstand der Orgelpfeifen zueinander. Stehen die Pfeifen sehr dicht nebeneinander (Abstand  $d = 1$  mm), erstreckt sich der Bereich der Synchronisation über etwa 6 Hz. Dabei wird die Frequenz der Pfeife P1 um etwa 10 Hz mitgenommen. Bei größeren Abständen nimmt die Breite des Synchronisationsbereiches ab. Bei einem Abstand der Orgelpfeifen



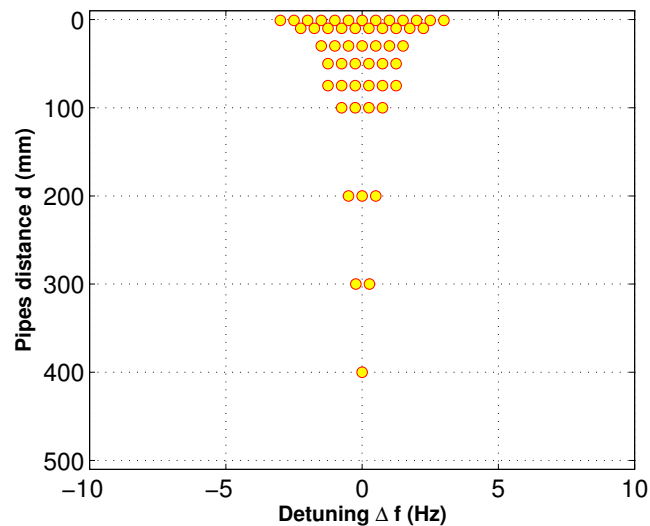
**Abbildung 2.8.:** Die Synchronisationsplateaus für die Pfeifenabstände a) 1 mm, b) 10 mm, c) 30 mm, d) 50 mm, e) 75 mm, f) 100 mm, g) 200 mm, h) 300 mm, i) 400 mm. Auf der y-Achse ist die beobachtete Frequenzdifferenz der Pfeifen P1 und P2 dargestellt. Auf der x-Achse ist die Verstimmung des autonomen Systems aufgetragen.

von 400 mm ist die Synchronisation nur noch marginal. Dieser Abstand liegt im Bereich der Wellenlänge  $\lambda_0 = 476$  mm der autonom betriebenen Orgelpfeife mit der Frequenz von 720 Hz. Aus den gewonnenen Ergebnissen lässt sich schließen, dass es sich bei den Orgelpfeifen um selbst-erregte, akustische Oszillatoren handeln muss. Nur diese Klasse von Oszillatoren zeigt Synchronisationsverhalten (vgl. [68]). Weiterhin ergibt sich aus den Ergebnissen die Fragestellung nach der Kopplungsfunktion der Orgelpfeifen.

Die in den Abbildungen 2.8a - 2.8i dargestellten Synchronisationsplateaus für die verschiedenen Abstände zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit der Theorie der Synchronisation (vgl. [68]). Für kleine Abstände sieht man ausgeprägte Plateaus um die Verstimmung  $\Delta f = 0$  herum. Man erkennt, dass das Hineinlaufen und das Herausgehen aus dem Synchronisationsplateau dem theoretisch vorhergesagten Wurzelgesetz folgt. Interessant ist die Breite der Synchronisationsregion bei kleinen Abständen. Für den Pfeifenabstand 1 mm (Abb. 2.8a) erstreckt sich das Plateau über etwa 6 Hz. Die Pfeife P2 nimmt die Frequenz von P1 über einen hörbar großen Frequenzbereich mit (daher Mitnahme-Effekt), obwohl P1 auf die fixe Frequenz von 720 Hz gestimmt ist. Mit wachsenden Abständen werden die Synchronisationsplateaus schmaler (Abb. 2.8b - 2.8g). Bis zu einem Abstand von 300 mm (Abb. 2.8h) sind sie sehr gut zu erkennen.

Erst bei einem Pfeifenabstand von 400 mm (Abb. 2.8i) ist das Plateau nicht mehr deutlich beobachtbar. Bei diesem Abstand können die Pfeifen demnach nicht mehr messbar synchronisieren. Die gegenseitige Kopplung ist zu schwach. Dieser Abstand liegt etwa im Bereich der Wellenlänge  $\lambda_0 = 476$  mm der 1. Harmonischen von 720 Hz.

Es sei bemerkt, dass es sich bei den gewonnenen Synchronisationsplateaus um 1:1 Synchronisationsplateaus handelt. Synchronisation höherer Ordnung, also 1:2, 3:2, etc., konnten in den experimentellen Daten nicht gesehen werden. Synchronisationsplateaus höherer Ordnung sind, wenn vorhanden, möglicherweise zu schmal, um durch die im Experiment verwendete Schrittweite für die Verstimmung von 0.5 Hz aufgelöst zu werden.



**Abbildung 2.9.:** Die Arnoldzunge des Synchronisationsexperiments mit zwei gekoppelten Orgelpfeifen.

Trägt man die Synchronisationsplateaus gegen den Pfeifenabstand auf, so erhält man die Arnoldzunge des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Der Pfeifenabstand stellt dabei die Kopplungsstärke dar, wobei kleine Distanzen eine große Kopplungsstärke bedeuten. Die Arnoldzunge des Experiments zeigt Abbildung 2.9. Unschwer zu erkennen

ist, der Verlauf der Arnoldzunge nichtlinear ist. Das heißt, die Breite der Synchronisationsplateaus hängt nichtlinear von der Kopplung des Zwei-Pfeifen Systems ab. Um den nichtlinearen Verlauf der Arnoldzunge zu verstehen, bedarf es Untersuchung der Kopplungsmechanismen der Orgelpfeifen. Das erfordert einen tiefen Einblick in die fluiddynamischen und aeroakustischen Ursachen der Tonentstehung.

In weiteren Teilen der Arbeit [29] wurden Anstrengungen unternommen, sich den Prinzipien der Tonentstehung in einer Orgelpfeife zu nähern. Dazu wurden aufwendige numerische Simulationen durchgeführt und diese analysiert. Dabei konnte aufgezeigt werden, dass die Tonentstehung in einer Orgelpfeife ein sehr komplexes Zusammenspiel zwischen Generator, Resonator und dem Außenraum ist. In der Orgelpfeife wurde eine Kopplungsregion ausgemacht in der das Windfeld des Jets an das akustische Feld im Resonator koppeln muss.

## 2.3. Zusammenfassung

Die für die vorliegende Arbeit wesentlichen Befunde der Arbeit von Abel et al. [1] sind:

- Die Arnoldzunge des gekoppelten Systems Orgelpfeife-Lautsprecher hat einen linearen Verlauf. Das bedeutet, die Breite der Synchronisationsplateaus nimmt linear mit wachsender Kopplungsstärke zu.
- Das gekoppelte System Orgelpfeife-Lautsprecher lässt sich gut mit dem Modell eines van der Pol Oszillator beschreiben, welcher durch eine externe, sinus-förmige Kraft getrieben wird.

Die wichtigsten Ergebnisse des zweiten Synchronisationsexperiments, gemessen von Bergweiler [15] und ausgewertet vom Autor [29] lauten:

- Das gekoppelte Zwei-Pfeifen System zeigt Synchronisation. Diese ist abhängig von der Verstimmung und vom Pfeifenabstand.
- Die Arnoldzunge des Zwei-Pfeifen Systems hat einen nichtlinearen Verlauf.
- Die Untersuchung der Kopplungsmechanismen der Wechselwirkung der Orgelpfeifen erfordert einen tieferen Einblick in die fluiddynamischen Ursachen der Tonentstehung.

Die Ergebnisse der vorgestellten Arbeiten von Abel et al. [1], Bergweiler [15] und dem Autor [29] werfen insbesondere zwei Fragestellungen auf, die hier noch einmal zusammenfassend formuliert werden:

1. Welche fluiddynamischen und aeroakustischen Prinzipien sind ursächlich für die Tonentstehung in der Orgelpfeife?
2. Durch welche äußeren Faktoren wird die Tonentstehung in der Orgelpfeife beeinflusst?

# 3. Numerik

*Der Trick sind die Idealisierungen.*

RICHARD FEYNMAN, VORLESUNGEN ÜBER PHYSIK, BAND I, KAP. 12.1

## 3.1. Motivation

Großorgeln zu konzipieren ist eine hochkomplexe Aufgabe. Technische Gegebenheiten müssen den speziellen Bedingungen des jeweiligen Ortes angepasst werden, um sowohl optimale Klangeigenschaften, als auch ein optisch ausdrucksstarkes Instrument zu realisieren. Dabei spielen physikalische Randbedingungen, ebenso wie ästhetische Maßstäbe eine wichtige Rolle. Orgelbau-Spezialisten wissen um die enormen Herausforderungen, die die Besonderheiten des Raumes und seiner Klangumgebung an die Konzeption einer Orgel stellen. Solche Dinge werden bislang vor Ort getestet und ad hoc optimiert. Wir stellen hier Simulationstechniken, Methoden und Werkzeuge vor, um dem Orgelbauer einen Teil der Arbeiten vor Ort schon in der Planungsphase abzunehmen. Durch den Einsatz von numerischen Simulationen lassen sich die enormen Investitionen beim Bau einer Großorgel reduzieren.

Im Gegensatz zu vielen Industrieprojekten sind numerische Simulationen im Orgelbau als Werkzeug zur Konzeption noch im Entwicklungsstadium. Das liegt einerseits an dem fehlendem Know-how bezüglich der numerischen Behandlung von Schallentstehungs- und Schallausbreitungsphänomenen und zum anderen an den damit verbundenen Forschungs- und Entwicklungskosten, die Orgelbauer im Allgemeinen selbst tragen. Für beide Punkte zeigt der Lösungsansatz einen vielversprechenden Ausweg: Bei der Erstellung der numerischen Simulationen werden Teile der unter der GNU General Public Licence stehenden C++ Bibliothek OpenFOAM 2.1 verwendet [52]. OpenFOAM steht für Open Source Field Operation and Manipulation und ist durch den Anwender frei konfigurier- und erweiterbar. Das Framework, welches für die numerische Behandlung einer Vielzahl kontinuumsmechanischer Probleme weltweit verwendet wird, bietet die nötige Flexibilität, um derart komplexe Rechnungen, voll kompressibel durchzuführen.

## 3.2. Die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen

Den Problemstellungen der Schallentstehung und der Schallausbreitung bei Orgelpfeifen, sowie deren Wechselwirkung liegen die **Kontinuitätsgleichung**, die **kompressi-**

**den Navier-Stokes Gleichungen** und die **Energiebilanzgleichung** zugrunde. Die Gleichungen zusammen beschreiben das Strömungsverhalten von newtonschen Flüssigkeiten und Gasen, kurz von Fluiden. In diesem Abschnitt wird ein kurzer Abriss über die Gleichungen gegeben.

In bewegten Fluiden treten Schubspannungen  $\boldsymbol{\sigma}$  auf, die von der zeitlichen Änderung der Scherung  $\dot{\gamma}$  abhängen. Bei newtonschen Fluiden ist dieser Zusammenhang linear

$$\boldsymbol{\sigma} = \eta \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (3.1)$$

mit der dynamischen Viskosität  $\eta$  als Proportionalitätskonstante. Die kinematische Viskosität  $\nu$  ergibt sich, wenn man die dynamische Viskosität durch die Dichte des Mediums  $\rho$  teilt

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (3.2)$$

Das Verhalten von Fluiden muss der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.3)$$

genügen. Dabei ist  $\rho \mathbf{v}$  die Impulsdichte.

Die Navier-Stokes Gleichungen ergeben sich aus der Impulsbilanzgleichung. Die Herleitung wird jetzt kurz skizziert. Dabei werden äußere Volumenkräfte, wie z. B. Gravitations-, Coriolis- oder elektromagnetische Kräfte vernachlässigt. Man schreibt zunächst folgendes Kräftegleichgewicht

$$\frac{D(\rho \mathbf{v})}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3.4)$$

mit der totalen Ableitung (Materialableitung) der Impulsdichte  $\rho \mathbf{v}$ . Dabei wird der Impulsdichtestrom mit der Divergenz des Spannungstensors  $\boldsymbol{\sigma}$  verknüpft. Das ist die Impulsbilanzgleichung. Die Materialableitung der Impulsdichte schreibt sich als

$$\frac{D(\rho \mathbf{v})}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) + \mathbf{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (3.5)$$

Der Spannungstensor lautet

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Er wird auch häufig geschrieben als

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbb{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (3.7)$$

mit dem viskosen Spannungstensor  $\boldsymbol{\tau}$ .

Für newtonsche Fluide gilt die Annahme

$$\boldsymbol{\tau} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbb{I} + 2\eta \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} \quad (3.8)$$

wobei  $p$  der Druck,  $\boldsymbol{\epsilon}$  der infinitesimale Dehnungstensor,  $\mathbb{I}$  die Einheitsdyade (Einheitsmatrix) und  $\frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t}$  der infinitesimale Dehnungsratentensor ist. Die Größe  $\lambda$  heißt erste Lamé-Konstante. Die dynamische Viskosität  $\eta$  ist die zweite Lamé-Konstante (Gabriel Lamé, 1795-1870, französischer Mathematiker).

Der Dehnungsratentensor, auch Deformationstensor genannt, ist definiert durch

$$\frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial t} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) \quad (3.9)$$

Die Ausdrücke 3.7 und 3.8 setzt man in die Impulsbilanzgleichung ein und erhält mit der Anwendung der Vektoridentität  $\nabla \cdot (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \Delta \mathbf{v}$  die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) + \mathbf{v} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla p + (\lambda + \eta) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \eta \Delta \mathbf{v} \quad (3.10)$$

Jetzt wird die Energiebilanzgleichung besprochen. Die Gesamtenergie  $E$  setzt sich zusammen aus der inneren Energie  $e$ , der kinetischen Energie  $\frac{1}{2} \mathbf{v}^2$  und der potentiellen Energie  $\mathbf{g} \mathbf{h}$ . Für die numerischen Simulation von Orgelpfeifen kann die potentielle Energie vernachlässigt werden. Die Gesamtenergie lautet dann

$$E = e + \frac{1}{2} |\mathbf{v}|^2 \quad (3.11)$$

Der Wärmetransport  $\mathbf{q}$  wird durch das Fourier'sche Gesetz

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (3.12)$$

mit der Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  ausgedrückt.

Mit diesen Überlegungen kann die Energiebilanzgleichung geschrieben werden als

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{v}) = \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{q} \quad (3.13)$$

Mit den Ersetzungen (3.7) für  $\boldsymbol{\sigma}$  und (3.8) für  $\boldsymbol{\tau}$  erhält man

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \mathbf{v}) = -\nabla(p\mathbf{v}) + \nabla(\boldsymbol{\tau}\mathbf{v}) - \nabla\mathbf{q} \quad (3.14)$$

Die Kontinuitätsgleichung (3.3) zusammen mit den 3 Komponenten der kompressiblen Navier-Stokes Gleichung (3.10) und der Energiebilanzgleichung (3.14) stellen 5 Gleichungen mit 6 Variablen ( $\rho, \mathbf{v}, p, T$ ) dar. Es wird also noch eine Gleichung benötigt, um das Problem zu schließen. Das geschieht über einen Schließungsansatz. Die Größen  $\rho, p, T$  sind thermodynamische Zustandsvariablen. Zur Schließung des Problems benutzt man Zustandsgleichungen wie zum Beispiel die thermische Zustandsgleichung idealer Gase

$$p(\rho) = \rho R T \quad (3.15)$$

mit der Gaskonstante  $R = C_p - C_V$ , oder die kalorische Zustandsgleichung der Enthalpie  $h$  für perfekte Gase

$$h = e + \frac{p}{\rho} = C_p T, \quad e = C_p T \quad (3.16)$$

Der Zusammenhang von Druck und innerer Energie lautet

$$p = (\gamma - 1)\rho e, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V} \quad (3.17)$$

Mit der Schließung des Problems sind die Voraussetzungen für eine numerischen Behandlung vollständig.

### 3.3. Numerische Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen

#### 3.3.1. Allgemeines zur Methodik

Die Schallentstehung in der Orgelpfeife, die Wechselwirkung zwischen Windfeld und akustischem Feld und die Schallausbreitung werden in originärer Weise durch die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen beschrieben. Reine Schallausbreitung ist zwar durch die lineare Wellentheorie beschreibbar, doch die Schallentstehung und der Wechselwirkung zugrunde liegenden physikalischen Mechanismen sind nichtlinear. Inkompressible Lösungsansätze unterdrücken massiv die Dissipation im System. Bei den sehr populären Methoden des Ray-Tracing werden Phaseninformationen nicht mit simuliert. Die in dieser Arbeit vorgestellten numerischen Simulationen sind deshalb vollständig



kompressibel gerechnet. Das bedeutet, dass die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen mit vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen auf einem entsprechenden Rechengitter gelöst werden. Das Rechengitter bildet den numerischen Raum, auf dem gerechnet wird.

Die numerische Behandlung kompressibler Problemstellungen ist sehr kompliziert. Allgemein lässt sich eine sinnvolle Vorgehensweise in vier Abschnitte gliedern. (O) Physikalische Vorbetrachtungen, (A) Pre-Processing, (B) Processing und (C) Post-Processing. Die Abschnitte beinhalten die folgenden Arbeitsschritte:

- O 1. Was sind die zu lösenden Grundgleichungen?
- O 2. Welche fluiddynamischen Kennzahlen charakterisieren das zu lösende Problem?
- O 3. Welche Skalen überspannt die Problemstellung?
- O 4. Hardware-Entscheidungen
- O 5. Software-Entscheidungen
  
- A 1. Erstellung des Rechengitters (Mesh) entsprechend der Geometrie der Orgelpfeife und des Raumes
- A 2. Konfiguration der thermo-physikalischen Randbedingungen
- A 3. Implementierung der Anfangs- und Randbedingungen von physikalischen Größen wie Druck  $p$ , Geschwindigkeit  $U$ , Temperatur  $T$ , Dichte  $\rho$ , turbulente kinetische Energie  $k$ , etc.
- A 4. Geeignete Diskretisierungsschemata für die einzelnen Operatoren, inklusive Korrektoren
- A 5. Identifikation eines geeigneten Turbulenzmodells
- A 6. Geeigneter Löser für kompressible Probleme, Festlegung numerischer Schemata und Toleranzen
- A 7. Geeignete Löser für Matrizenoperationen
- A 8. Konfiguration numerischer Parameter, wie z.B. der zeitlichen Schrittweite, der Simulationszeit, der Schreibpräzision, etc.
- A 9. Definition von Probenpunkten und geeigneten Schnitten (Samples) durch das Rechengitter für die anschließende Analyse
  
- B 1. Parallelisierung und Start der Simulation
- B 2. Numerische Stabilität
- B 3. Kontrolle während der Laufzeit

B 4. Berechnung zusätzlicher physikalischer Größen aus den Simulationsdaten

C 1. Visualisierung

C 2. Analyse

## 3.4. Physikalische Vorbetrachtungen

### 3.4.1. Die Grundgleichungen

In den numerischen Simulationen werden die 5 Gleichungen (3.3), (3.10), und (3.14) simultan für gegebene Anfangs- und Randbedingungen gelöst. Der Druck  $p$  wird über die Zustandsgleichung idealer Gase bzw. für ein perfektes Gas (3.15), für die  $R = C_p - C_V$  und  $C_p = \text{const}$  gilt, berechnet. Das sind die zu implementierenden Gleichungen. In konservativer Form lassen sich die 5 Gleichungen wie folgt zusammenfassen

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{I}_x + \mathbf{J}_y + \mathbf{K}_z = 0 \quad (3.18)$$

Dabei ist  $\mathbf{U}$  der 5-dimensionale Zustandsvektor des Fluids und  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{K}$  die 5-dimensionalen Flussvektoren in jede Raumrichtung. Die Indizes geben die Größen an, nach denen partiell abgeleitet wird. Die Flussvektoren lassen sich in einen inviskosen und einen viskosen Anteil aufteilen, wobei gilt

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}^{inv} - \mathbf{I}^{vis}, \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}^{inv} - \mathbf{J}^{vis}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}^{inv} - \mathbf{K}^{vis} \quad (3.19)$$

In Komponentenschreibweise ergibt sich

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}^{inv} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uE + up \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}^{vis} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\sigma_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{J}^{inv} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho vE + vp \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}^{vis} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\sigma_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K}^{inv} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u \\ \rho w v \\ \rho w^2 + p \\ \rho w E + wp \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^{vis} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \sigma_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\sigma_{zz} - q_z \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Bevor gerechnet werden kann, sind einige Vorbetrachtungen nötig, die das Problem genauer charakterisieren.

### 3.4.2. Fluiddynamische Kennzahlen

Es gibt eine Vielzahl fluiddynamischer Kennzahlen. Für die vorliegenden Problemstellungen sind die Machzahl, die Strouhalzahl, die Prandtlzahl und die Reynoldszahl von besonderem Interesse.

Die Machzahl ist das Verhältnis aus charakteristischer Geschwindigkeit  $v$  des Strömungsfeldes und der Signalausbreitungsgeschwindigkeit des Mediums. Für das Medium Luft ist dies die Schallgeschwindigkeit  $c_0 = 340$  m/s. Mit  $v \approx 20$  m/s ergibt sich

$$\text{Ma} = \frac{v}{c_0} \approx 0.05 \quad (3.21)$$

Die Strouhalzahl beschreibt das Verhältnis von lokalen Beschleunigungen zu konvektiven Beschleunigungen. Sie setzt die charakteristische Größe Frequenz  $f$ , die charakteristische Längenskala der makroskopischen Wirbelstrukturen, sowie deren charakteristische Geschwindigkeit  $v$  in Beziehung. Somit verknüpft die Strouhalzahl akustische und fluidmechanische Größen.

$$\text{Sr} = \frac{f \cdot l}{v} \quad (3.22)$$

Die Fundamentalschwingung der zu simulierenden Orgelpfeifen liegt bei ca.  $f \approx 700$  Hz. Für die Längenskala der makroskopischen Wirbel wird die Höhe des Aufschnitts  $l \approx 5 \cdot 10^{-3}$  m angenommen. Die Geschwindigkeit der Wirbel wird auf 10–20 m/s geschätzt. Mit diesen Werten erhält man die Abschätzung für die Strouhalzahl von  $\text{Sr} \approx 0.17 - 0.35$ .

Die Prandtlzahl gibt das Verhältnis von kinematischer Viskosität (Zähigkeit) und Temperaturleitfähigkeit  $\lambda$  an

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\lambda} \quad (3.23)$$

Mit ihr lässt sich das Verhältnis von durch Reibung erzeugter Wärme und Abtransport der Wärmemenge charakterisieren. Für Luft bei 20 °C ergibt sich ein Wert von  $\text{Pr} = 0.7$ .

Die Reynoldszahl gibt das Verhältnis von Trägheits- und Zähigkeitskräften an [73], [74]. Mit ihr lässt sich abschätzen, ob die Strömungsverhältnisse des Problems laminar oder turbulent sind. Allgemein gilt:

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot |\mathbf{v}| \cdot l}{\eta} = \frac{|\mathbf{v}| \cdot l}{\nu} \quad (3.24)$$

mit den im Problem charakteristischen Größen der Dichte  $\rho$  des Mediums, der charakteristischen Geschwindigkeit  $|\mathbf{v}|$ , der Länge  $l$  und der dynamischen Viskosität  $\eta$ . Die Reynoldszahl wird oft mit der kinematischen Viskosität  $\nu = \eta/\rho$  formuliert.

In turbulenten Strömungsfeldern spielt die kinematische Viskosität  $\nu$ , auch molekulare Zähigkeit genannt, oft keine Rolle [79], weil die turbulenten Schubspannungen im Vergleich oft sehr viel größer sind. Das turbulente Strömungsfeld wird dann nur durch  $l$  und  $|\mathbf{v}|$  charakterisiert und nicht durch eine Reynoldszahl. Ausnahmen stellen Regionen hoher Dissipation dar, in denen große Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Dazu zählen zum Beispiel wandnahe Zonen, die eine zähe Unterschicht ausbilden, die sogenannte Wandgrenzschicht [79] oder auch Scherschichten [83]. In solchen Fällen kann das Strömungsfeld wieder durch spezielle Reynoldszahlen charakterisiert werden.

In der Orgelpfeife findet man sowohl Wandgrenzschichten als auch Scherschichten [35], sodass die Angabe einer einzigen Reynoldszahl für das gesamte Problem prinzipiell schwierig ist. Experimente [60] und eine Reihe von numerischen Simulationen [62], [10], [29] zeigen, dass zudem im Aufschnitt von Orgelpfeifen signifikante Strömungsmuster entstehen, insbesondere Wirbelablösungen (engl.: vortex shedding) vom Jet und eine sich ausbildende Wirbelstraße an der Außenseite des Labiums. Im unteren Teil des Resonators findet man den Primärwirbel [29], welcher ebenfalls eine kohärente Struktur [47] innerhalb des Strömungsfeldes darstellt. Die Regionen des Aufschnitts, des Jets und des Primärwirbels lassen sich zur **Generatorregion** zusammenfassen. Hier finden die strömungsmechanisch relevanten Bewegungen statt. Für den Jet, das dominierende strömungsmechanische Objekt der Generatorregion, lässt sich nach [69] eine jet-spezifische Reynoldszahl  $\text{Re}_{jet}$  angeben. Nach [41] liegt die kritische Reynoldszahl bei  $\text{Re}_{jet,krit} \approx 60$ . Für den Jet in der Orgelpfeife erhält man

$$\text{Re}_{jet} = \frac{|\mathbf{v}_{jet}| \cdot d_{jet}}{\nu} = \frac{18 \text{ m/s} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{17.1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} \approx 631 \quad (3.25)$$

mit den lokalen Größen Geschwindigkeit des Jet  $|\mathbf{v}_{jet}|$  am Austritt und dem Durchmesser  $d_{jet}$  des Jets.

Auch eine turbulente Reynoldszahl lässt sich angeben. Sie setzt sich zusammen aus der mittleren Geschwindigkeit im Zentrum des Jets, dem Radius des Jets an der Kernspalte und der turbulenten Wirbelviskosität  $\nu_T \sim l_t \cdot \mathbf{v}_t$ , welche die Erhöhung der Viskosität durch turbulente Schwankungsgrößen beschreibt. Mit den charakteristischen Längen- und Geschwindigkeitsskalen der Wirbel am Jet ergibt sich

$$\text{Re}_T = \frac{|\mathbf{v}_0| \cdot r_{1/2}}{\nu_T} = \frac{|\mathbf{v}_0| \cdot r_{1/2}}{l_t \cdot \mathbf{v}_t} = \frac{18 \text{ m/s} \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{1 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \text{ m/s}} = 54 \quad (3.26)$$

In der Literatur findet man für die Charakterisierung der Turbulenz in Jets vergleichbare Werte [69]. Die Strömungsverhältnisse in der Generatorregion der Orgelpfeife kann als turbulent angenommen werden.

### 3.4.3. Kolmogorov-Skalen, Gitterweiten

Jetzt soll eine Abschätzung der zu verwendenden Rechengitterweiten erfolgen. Dazu ist es wichtig zu wissen, ab welchen Skalen kinetische Energie in Wärme dissipiert. Die Skalen heißen Kolmogorov-Skalen [54].

Die Kolmogorov-Länge lautet

$$\eta_k = \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (3.27)$$

Dabei ist  $\epsilon$  die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie. Für die makroskopischen Skalen lässt sich  $\epsilon$  abschätzen durch

$$\epsilon \sim \frac{v^3}{l} \quad (3.28)$$

wobei  $v$  die charakteristische Geschwindigkeit und  $l$  die charakteristische Länge der makroskopischen Wirbel ist. Für erwartete mittlere Strömungsgeschwindigkeiten von  $v \approx 10 \text{ m/s}$  und  $l \approx 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  als charakteristischem Längenmaß für die Wirbel, ergibt sich für die Dissipationsrate  $\epsilon \approx 1 \cdot 10^5 \text{ m}^2/\text{s}^3$ . Daraus folgt eine Kolmogorov-Länge von  $\eta_k \approx 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ . Die korrespondierende Kolmogorov-Zeitskala, definiert als

$$\tau_k = \frac{\nu^{1/2}}{\epsilon^{1/2}} \quad (3.29)$$

ergibt sich dann zu  $\tau_k \approx 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ . Berücksichtigt man die mittlere Schallgeschwindigkeit von  $c = 340 \text{ m/s}$  als charakteristische Geschwindigkeit, so erhält man für die Kolmogorov-Länge  $\eta_{k,c} \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  und für die Kolmogorov-Zeit  $\tau_{k,c} \approx 1.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ .

Für die Simulation auf einem 3D-Rechengitter von ca.  $200 \times 200 \times 200 \text{ mm}$  ergäben sich daraus ca.  $8 \cdot 10^{15}$  Gitterpunkte  $\times$  der Zeitschritte  $1.6 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \approx 1 \cdot 10^{24}$  Rechenschritte pro zu berechnender Sekunde in der numerischen Simulation! Das übersteigt die verfügbaren Hardwarekapazitäten bei Weitem.

Um den Rechenaufwand im verfügbaren Rahmen zu halten, muss daher ein 2D-Modell mit mittleren Gitterweiten von ca.  $0.11 < \delta x < 0.62 \text{ mm}$  bzw.  $0.03 < \delta y < 0.65 \text{ mm}$

und Abmessungen von  $x \approx 200$  mm bzw.  $y \approx 180$  mm, d.h. max. 300000 Gitterpunkten, favorisiert werden.

Für die numerischen Simulationen werden Zeitschrittweiten von ca.  $10^{-7}$  s gewählt, welche im Bereich der Kolmogorov-Zeitskala liegen.

Mit einer Simulationszeit von 100 ms kommt man auf ca.  $3 \cdot 10^{14}$  Rechenschritte pro Simulationslauf, was bei ca. 100 Operationen pro Rechenschritt zu insgesamt ca.  $3 \cdot 10^{16}$  durchzuführenden Operationen für ein Simulationslauf führt. Aus diesem groben Richtwert ergibt sich der Rahmen für die zu verwendende Hardware.

Die gewählte räumliche Gitterauflösung ist ca. 100-fach zu grob bezüglich der Kolmogorov-Länge. Es lassen sich somit nur großskalige turbulente Strukturen auflösen. Für die Behandlung des Energietransfers in die sogenannten Sub-Grid-Skalen muss daher ein Turbulenz-Modell implementiert werden.

### 3.4.4. Hardware

Die numerischen Simulationen werden auf einem X86-64 'GenuineIntel' 6.42.7 Intel(R) Core(TM) i7-2600 CPU @ 3.40GHz Rechner realisiert. Jeder Prozessorkern kann ca.  $3 \cdot 10^9$  Operationen pro Sekunde verarbeiten. Es wird parallel auf 6 Kernen gerechnet. Damit ergibt sich ungefähre eine Rechenzeit pro Simulationslauf von maximal

$$t_{sim,max} = \frac{3 \cdot 10^{16} \text{ ops}}{6 \text{ Kerne} \cdot 3 \cdot 10^9 \text{ ops/s}} \approx 1.7 \cdot 10^6 \text{ s} = 19.7 \text{ Tage} \quad (3.30)$$

Die tatsächlichen Rechenzeiten lagen aufgrund der etwas kleineren verwendeten Rechengitter bei ca. 11 Tagen pro Simulationslauf.

### 3.4.5. Software

Für die numerischen Simulationen werden Teile der unter der GNU General Public Licence stehenden C++ Bibliothek OpenFOAM 2.1 verwendet. OpenFOAM 2.1 (Open Field Operation and Manipulation) ist ein in C++ geschriebenes, freies Simulationssoftwarepaket für die numerische Behandlung kontinuumsmechanischer Probleme der Strömungsmechanik. Die C++ Bibliothek OpenFOAM 2.1 zerfällt in zwei Unterkategorien, die sogenannten **solvers**, welche an spezielle strömungsmechanische Probleme angepasst und modifizierbar sind und die **utilities**, die die Datenmanipulation erlauben. OpenFOAM 2.1 arbeitet auf einer Verzeichnisstruktur, die alle für die jeweilige Simulation notwendigen Parameter listet und ordnet. Die Struktur ist im Anhang [A.1](#) dargestellt. Eine Simulationsrechnung in OpenFOAM 2.1 wird als **case** bezeichnet. Ein **case** hat immer drei Unterverzeichnisse, **/system**, **/constant** und **/0**. Im Verzeichnis **/system** werden Ein- und Ausgabeparameter, Simulationszeiten, numerische Schemata sowie diverse Kontrollparameter des verwendeten Löser festgelegt. Nähere

Informationen zum Aufbau und zur Verwendung von OpenFOAM findet man online auf der Homepage von OpenFOAM [64] und den dort verlinkten User- und Programmiers-Guides.

## 3.5. Pre-Processing

### 3.5.1. Die Rechengitter

Die numerischen Simulationen finden in enger Abstimmung mit der Alexander Schuke Orgelbau Potsdam GmbH statt. Die numerisch zu lösenden Fragestellungen beziehen sich auf die exemplarische Untersuchung der Auswirkungen bestimmter Raumgeometrien auf die Schallentstehung, die Schallabstrahlung der Orgelpfeife und auf den Orgelklang. Der Großteil der Orgelpfeifen einer Großorgel befindet sich, für den Zuhörer nicht sichtbar, hinter dem Prospekt der Orgel. Teilweise sind die Orgelpfeifen auch in sogenannten Schwellkästen positioniert, oder stehen dicht hintereinander oder nahe an konstruktionsbedingten Ecken und Kanten. Die Gegebenheiten in der Praxis legen daher die Untersuchung folgender prinzipiell verschiedener Raumgeometrien nahe:

- Szenario: freier Raum (*free*),
- Szenario: ebene Geometrie im Abstand von 140 mm (*wall*),
- Szenario: ebene Geometrie im Abstand von 125 mm (*wall\_lambda*),
- Szenario: konvexe Geometrie (*convex*),
- Szenario: konkave Geometrie (*concave*),
- Szenario: gezahnte Geometrie (*diffuse*).

Alle Wände werden als schallhart angenommen. Im Szenario *wall\_lambda* ist der Abstand der Wand zum Aufschnitt willkürlich auf 140 mm festgelegt, im Szenario *wall\_lambda* beträgt der Abstand der Wand zum Aufschnitt  $\lambda/4 = 125\text{mm}$ . Das Szenario freier Raum (*free*) ist das Referenzszenario. Der Einfluss der verschiedenen Raumgeometrien auf die Schallentstehung und Schallabstrahlung einer Orgelpfeife wird in Kapitel 5 thematisiert. Dort finden sich auch die Abbildungen der erzeugten Rechengitter.

Die Implementierung der Raumgeometrien erfolgt durch Programmieren entsprechender Rechengitter, auch **Meshes** genannt. Dazu wird die Datei `blockMeshDict` im Ordner `/constant/polymesh/` angelegt, welche alle Informationen des jeweiligen Rechengitters enthält. In der Datei `blockMeshDict` werden Punkte (vertices) definiert und zu Elementarzellen, sogenannten Boxes verknüpft. Es werden ausschließlich strukturierte Rechengitter aus hexaedrischen Elementarzellen mit Spline- und Deformationsoptionen, sowie Edge-Grading (Verfeinerung bzw. Vergrößerung der Maschenweite innerhalb der Elementarzelle) implementiert. Rundungen und Übergänge zwischen den Elementarzellen können auf diese Weise optimal angepasst werden. Das ist zum Beispiel

wichtig, um numerische Reflexionen zu minimieren, oder bestimmte Bereiche besonders gut aufzulösen.

Die Verwendung von unstrukturierten Gittern (z. B. Tetraeder) ist zwar oft anwenderfreundlicher, weil es für deren Erzeugung automatisierte Meshing-Tools gibt. Ein Nachteil ist aber der Verlust an Kontrollmöglichkeiten bei der Feinjustierung des Meshes. Bei der Erzeugung strukturierter Rechengitter behält der Anwender alle Möglichkeiten der Kontrolle. Darüber hinaus zeigen strukturierte Rechengitter gegenüber den unstrukturierten wichtige Vorteile bezüglich der numerischen Behandlung, wie zum Beispiel die Hauptausrichtung in Flussrichtung, was die Konvergenz der Lösung pro Rechenschritt erhöht. Auch schiefwinklige Geometrien lassen sich besser modellieren. Strukturierte Rechengitter lassen sich überdies genauer kontinuierlich graduieren, was gerade in Bereichen hoher Geschwindigkeitsgradienten, die zum Beispiel bei Wandgrenzschichten und Scherschichten auftreten, die Lösung erheblich verbessert. Schließlich füllen strukturierte Rechengitter den Raum effizienter aus als unstrukturierte Gitter. Deshalb benötigt man im Mittel weniger Gitterpunkte um die Geometrie abzubilden. Das senkt die Rechenzeit zusätzlich und macht das Post-Processing zeit-effizienter.

In der Datei `blockMeshDict` werden auch gewisse Flächen des Rechengitters näher spezifiziert (`patches`). So wird hier definiert, welche Flächen Inlet, Outlet, Wand, Front oder Rückseite bilden. Die Programm-Codes der Rechengitter der untersuchten Szenarien befinden sich im Anhang [A.2.1](#). Um das Rechengitter zu erzeugen, verwendet man die OpenFOAM-Routine `blockMeshDict`, die im Wurzelverzeichnis des `case` aufgerufen wird.

### Qualität des Rechengitters

Aussagen über die Qualität des erzeugten Rechengitters erhält man über Anwendung der OpenFOAM-Routine `checkMesh`. Wichtig sind vor allem die Topologie des Rechengitters, und die geometrischen Eigenschaften, wie das maximale Seitenverhältnis, die Orthogonalität oder die maximale Schiefe (engl.: *skewness*) im Gitter. Im Anhang [A.2.2](#) wird exemplarisch das Protokoll des `checkMesh`-Aufrufes für das Szenario *free* gelistet.

## 3.5.2. Thermophysikalische Eigenschaften

Für die Simulationen müssen einige thermophysikalische Eigenschaften festgelegt werden. Dies geschieht in der Datei `thermophysicalProperties` im Ordner `/constant`. Das gewählte thermophysikalische Modell `hPsiThermo` basiert auf der Berechnung der Enthalpie und der Kompressibilität. Das Medium, in dem die Orgelpfeife arbeitet, ist Luft. Die Eigenschaften dieses Gasgemisches müssen abgebildet werden. Luft besteht zu rund 78 % aus molekularem Stickstoff und zu rund 21 % aus molekularem Sauerstoff. Beide Moleküle haben ähnliche molare Massen ( $M_{N_2} = 28.013 \text{ g/mol}$ ,  $M_{O_2} = 31.998 \text{ g/mol}$ ) und ähnliche Van der Waals Radien ( $R_{N_2} = 71 \text{ pm}$ ,  $R_{O_2} = 73 \text{ pm}$ ). Deshalb wird vereinfachend angenommen, dass es sich bei Luft um nur eine Molekülsorte



mit der molaren Masse von 28.9 g/mol handelt. Für die spezifische, isobare Wärmekapazität wird ein konstanter Wert von  $C_p = 1004.5 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  gewählt. Das heißt, das Medium Luft wird als ein perfektes Gas angenommen. Für die latente Wärme wird ein Wert von  $H_f = 2.544 \cdot 10^6 \text{ J}$  vorgegeben, welcher in etwa der Verdunstungswärme von Wasser in Luft bei Normalbedingungen entspricht. Die Transporteigenschaften werden durch die kinematische Viskosität und die Prandtlzahl bestimmt. Die Datei `thermophysicalProperties` ist in Anhang [A.2.3](#) gelistet.

Eigenschaft	Zahlenwert	Einheit
Molekülsorte	1	
Molare Masse	28.9	kg/kmol
Wärmekapazität bei $p=const$ $C_p$	1007	J/kg/K
Schmelzenthalpie	0	(off)
dynamische Viskosität	$1.8 \cdot 10^{-5}$	Ns/m <sup>2</sup>
Prandtlzahl	0.7	-

**Tabelle 3.1.:** Thermophysikalische Eigenschaften des Mediums Luft bei einer Temperatur von  $T = 20^\circ\text{C}$ .

Tabelle [3.1](#) fasst die wichtigsten thermophysikalischen Parameter der numerischen Simulationen zusammen.

### 3.5.3. Physikalische Anfangs- und Randbedingungen

Die Anfangs- und Randbedingungen der numerischen Simulationen werden im Ordner `/0` definiert. Für jede zu berechnende physikalische Größe wird eine Datei erstellt. Das sind

1. `alphaSgs` - thermische Diffusivität der Sub-Grid-Skalen  $\alpha = \frac{\kappa}{\rho c}$
2. `B` - Sub-Grid-Skalen Spannungstensor
3. `k` - turbulente kinetische Energie
4. `muSgs` - Sub-Grid-Skalen Viskosität
5. `muTilda` - turbulente Viskosität
6. `p` - Druck
7. `T` - Temperatur
8. `U` - Geschwindigkeit

In den Dateien werden die Anfangswerte der jeweiligen physikalischen Größe für den Inlet und Outlet sowie die Randbedingungen für die Wandungen definiert. In allen Szenarien wird für die Wände die no-slip Randbedingung [\[28\]](#) implementiert. Die im Ordner `/0` stehenden Dateien für die Größen `magVorticity` und `vorticity` werden nach den Simulationsläufen berechnet. Exemplarisch sind die Quellcodes der Anfangsbedingungen für das Szenario *free* im Anhang [A.2.4](#) gelistet.

### 3.5.4. Diskretisierung

Die Navier-Stokes Gleichungen sind partielle Differentialgleichungen (PDE's), die für die numerische Behandlung in algebraische Gleichungen der Form  $[A][x] = [b]$  überführt werden müssen. Dabei bezeichnet  $[A]$  eine quadratische Matrix,  $[x]$  den Spaltenvektor der abhängigen Variable und  $[b]$  den Quellvektor. OpenFoam arbeitet mit der Finite-Volumen-Diskretisierung. Für die Operatoren  $\Delta$ ,  $\nabla$ , und  $\partial/\partial t$  stehen verschiedene implizite (`fvm::`) und explizite (`fvc::`) Diskretisierungsschemata zur Verfügung, die im Programmiers-Guide näher besprochen werden [64]. Auszugsweise werden im Folgenden die Diskretisierungsschemata der wichtigsten Operatoren genannt.

#### Der Laplace-Operator

Der Laplace-Operator  $\Delta$  wird wie folgt linearisiert und integriert

$$\int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV = \int_S d\mathbf{S} \cdot (\Gamma \nabla \phi) = \sum_f \Gamma_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f \quad (3.31)$$

Die Flächengradientdiskretisierung ist implizit, wenn der Längenvektor  $\mathbf{d}$  zwischen dem Zentrum der betreffenden Gitterzelle  $P$  und der Nachbarzelle  $N$  orthogonal zur Flächenebene steht, also parallel zu  $\mathbf{S}_f$

$$\mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f = |\mathbf{S}_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}|} \quad (3.32)$$

Im Fall nicht-orthogonaler Rechengitter wird ein zusätzlicher Term eingeführt, durch den die Gradienten der Gitterzellenzentren durch Interpolation bestimmt werden. Das geschieht über die Zentrale-Differenzen-Methode.

#### Der Konvektionsterm

Die Linearisierung und Integration des Konvektionsterms der Navier-Stokes Gleichung erfolgt mittels der Zentrale-Differenzen-Methode

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \phi) dV = \int_S d\mathbf{S} \cdot (\rho \mathbf{U} \phi) = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot (\rho \mathbf{U})_f \phi_f = \sum_f F \phi_f \quad (3.33)$$

Das Flächenfeld  $\phi_f$  kann mit mehreren Schemata berechnet werden. Es wird die Zentrale-Differenzen-Methode gewählt

$$\phi_f = f_x \phi_P + (1 - f_x) \phi_N \quad (3.34)$$

wobei  $f_x = \overline{fN}/\overline{PN}$  und  $\overline{fN}$  die Distanz zwischen  $f$  und den Gitterzellzentrum der Gitterzelle  $N$  und  $\overline{PN}$  der Abstand zwischen den Zellzentren der benachbarten Gitterzellen  $P$  und  $N$  ist.

## Die 1. Zeitableitung

Für den Operator  $\frac{\partial}{\partial t}$  wird das Diskretisierungsschema **backward** gewählt, ein implizites Verfahren 2. Ordnung

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = \frac{3(\rho_P \phi_P V)^n - 4(\rho_P \phi_P V)^0 + (\rho_P \phi_P V)^{00}}{2\Delta t} \quad (3.35)$$

Die hochgestellten Indizes stehen für den zu lösenden  $n$ , den vorherigen 0 und den vor-vorherigen 00 Zeitschritt.

## Die Divergenz

Die Divergenz wird in OpenFOAM explizit berechnet

$$\int_V \nabla \cdot \phi dV = \int_S d\mathbf{S} \cdot \phi = \sum_f \mathbf{S}_f \cdot \phi_f \quad (3.36)$$

## Der Gradient

Gradiententerme werden ebenfalls explizit berechnet. Auch hier gibt es verschiedene Methoden. Es wird die Gauss-Integration gewählt

$$\int_V \nabla \phi dV = \int_S d\mathbf{S} \phi = \sum_f \mathbf{S}_f \phi_f \quad (3.37)$$

wobei die Interpolation für die einzelnen physikalischen Größen angepasst wird, um zum Beispiel noch gewisse Filterungen, wie eine Hochfrequenz-Filterung für die Geschwindigkeit und die Enthalpie zu erreichen.

Die gewählten Diskretisierungsschemata werden in die Datei **fvSchemes** geschrieben und im Verzeichnis **/system** abgelegt. Eine solche Datei ist im Anhang [A.2.6](#) exemplarisch gelistet.

### 3.5.5. Turbulenzmodell

Aus der Tatsache, dass die erzeugten Rechengitter bezüglich der Kolmogorov-Skalen um den Faktor 100 zu grob sind, folgt die Notwendigkeit, den Energietransfer in und

gegebenenfalls aus den Sub-Grid-Skalen (SGS) zu modellieren. Dafür benutzt man sogenannte LES-Modelle (Large Eddy Simulation).

Die Grundidee der LES ist, dass großskalige, turbulente Wirbelstrukturen über die Navier-Stokes Gleichungen berechnet werden können, während die kleinskaligen, turbulenten Strukturen durch geeignete Modelle approximiert werden. Kleinskalig meint hier die Skalen unterhalb der Auflösung des Rechengitters. Man nennt diese Skalen deshalb auch Sub-Grid-Skalen. Die LES zerlegt die zu berechnende Strömung also in einen vom Gitter auflösbaren und in einen Sub-Grid-Anteil. Für eine beliebige Strömungsvariable  $\phi(x)$  bedeutet das

$$\phi(x) = \bar{\phi}(x) + \phi'(x) \quad (3.38)$$

wobei

$$\bar{\phi} = \int_{\Delta} \phi(x'_i, t) G(|x_i - x'_i|) dx'_i \quad (3.39)$$

die räumliche Filterung von  $\phi$ ,  $G$  eine geeignete Filterfunktion und  $\Delta$  die Cut-off-Länge ist. Die Filterfunktion erfüllt die Normalisierungsbedingung

$$\int_{\Delta} G(x) dx = 1 \quad (3.40)$$

Näheres zu Filterfunktionen findet man in [77] und [89].

Der einfachste Ansatz ist ein Ein-Gleichungsmodell. Die meisten dieser Modelle basieren auf dem Konzept der SGS-Wirbelviskosität (engl.: SGS-eddy-viscosity)  $\nu_{SGS}$  und einer zusätzlichen Transportgleichung für eine SGS-Größe, die von der SGS-Wirbelviskosität abhängt. Eine solche Größe findet man in der sogenannten turbulenten kinetischen Energie der Sub-Skalen  $k_{SGS}$ . Sie ist definiert als

$$k_{SGS} = \frac{1}{2} \sum_i (\tau_{ii}) \quad (3.41)$$

die die SGS-Geschwindigkeitsskala berücksichtigt.

Für die zu lösenden Problemstellungen wird ein Ein-Gleichungsmodell gewählt, das auf Yoshizawa zurückgeht [92].

Die implementierte Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie der Sub-Grid-Skalen  $k_{SGS}$  lautet

$$\frac{\partial \bar{\rho} k_{SGS}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} k_{SGS} \bar{u}) - \nabla [(\nu + \nu_{SGS}) \nabla k_{SGS}] = P - \epsilon \quad (3.42)$$

mit den Termen für die Produktion  $P$  und die Dissipation  $\epsilon$ . Im einzelnen gilt

$$\nu_{SGS} = \bar{\rho} C_k k^{1/2} \Delta \quad (3.43)$$

$$P = \boldsymbol{\tau} : \bar{\mathbf{S}} = [\nu_{SGS} (\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T)]: \bar{\mathbf{S}} = \nu_{SGS} |S|^2 \quad (3.44)$$

$$\epsilon = \frac{\bar{\rho} C_\epsilon k^{3/2}}{\Delta} \quad (3.45)$$

mit den empirischen Konstanten

$$C_k = 0.094 \quad (3.46)$$

$$C_\epsilon = 1.048 \quad (3.47)$$

$$(3.48)$$

Die Cut-off-Länge der Filterung berechnet sich zu  $\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ , wobei  $\Delta x \Delta y \Delta z$  die Abmaße des jeweils aktuell zu berechnenden Gitterelements sind. Es gibt viele weitere, kompliziertere LES-Modelle, wie beispielsweise das  $k$ - $\epsilon$ -Modell [80], ein Zwei-Gleichungsmodell. Es wurde das besprochene Ein-Gleichungsmodell gewählt, weil es trotz seiner Einfachheit realistische Dissipationsraten liefert [18].

### 3.5.6. Solver

OpenFOAM bietet für die Behandlung kompressibler, laminarer sowie turbulenter Strömungsprobleme den Transient-Löser `rhoPimpleFoam`. Der Solver benutzt eine Kombination aus den Algorithmen PISO und SIMPLE, auch PIMPLE-Algorithmus genannt. SIMPLE ist der ältere Algorithmus und steht für Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations. Bei diesem Algorithmus ist die Idee, das unbekannte Druckfeld zu schätzen, die Geschwindigkeitsfelder damit zu berechnen, anschließend mittels der Kontinuitätsgleichung eine Korrektur der Druckschätzung vorzunehmen und schließlich eine Geschwindigkeitskorrektur zu berechnen. Die Methode wurde von Patankar 1972 [67] vorgestellt.

PISO ist eine Erweiterung und steht für Pressure Implicit with Splitting of Operator und wurde von Issa 1986 vorgeschlagen [51]. PISO ist nicht-iterativ und arbeitet mit einem Predictor-Schritt und zwei Korrektor-Schritten. Nähere Informationen zu PISO findet man bei Issa oder zum Beispiel in [89] und [28].

### 3.5.7. Solver für Matrizenoperationen

Für die Berechnung linearer Gleichungssysteme der Form  $[A][x] = [b]$  werden Preconditioner und Solver benötigt. Hinter dem Begriff Preconditioning (Vorkonditionieren)

verbergen sich Techniken der numerischen Mathematik, die das Problem durch Umformung auf die anzuwendenden Lösungsverfahren optimiert. Ein mit  $M$  vorkonditionierter iterativer Solver löst das Problem

$$M^{-1} Ax = M^{-1}b \quad (3.49)$$

Die Wahl eines Preconditioners sollte die Konvergenzeigenschaften erheblich verbessern.

In den numerischen Simulationen werden für die Lösung linearer Gleichungssysteme für Druck und Dichte der Solver PCG mit den Preconditioner DIC und für die Feldgrößen Geschwindigkeit, Enthalpie, turbulente kinetische Energie und kinematische turbulente Viskosität der Solver PCBiCG mit dem Preconditioner DILU verwendet. Die Standard-Solver PCG und PCBiCG sind Krylov-Unterraum Solver [28]. Die Namen stehen für

PCG      Preconditioned Conjugate Gradient Solver für asymmetrische LDU-Matrizen (LDU = Lower, Diagonal, Upper). Dahinter verbirgt sich das Gauss-Verfahren.

PCBiCG Preconditioned Bi-Conjugate Gradient Solver für asymmetrische LDU-Matrizen.

DIC      Simplified Diagonal-based Incomplete Cholesky Preconditioner für symmetrische Matrizen.

DILU     Simplified diagonal-based Incomplete LU (Lower, Upper) Preconditioner für asymmetrische Matrizen.

Einzelheiten findet man zum Beispiel in [76] und [28]. Die Informationen zu den genannten Preconditionern und Solvern werden in die Datei `fvSolution` geschrieben und im Ordner `/system` abgelegt. In der Datei werden auch Toleranzen der Solver, Korrektor-Schritte und Ähnliches festgelegt. Im Anhang A.2.7 ist exemplarisch eine solche Datei gelistet.

### 3.5.8. Ein- und Ausgabeparameter, Simulationszeit

Für die Simulationen müssen diverse, grundsätzliche Ein- und Ausgabeparameter festgelegt werden. Das geschieht in der Datei `controlDict` im Verzeichnis `/system`. Dazu zählen unter anderem die Simulationszeit, die Angabe der Zeitschrittweite, das Ausgabeintervall, das Ausgabeformat, die Präzision der Ausgaben und die maximal zulässige Courantzahl. Darüber hinaus werden gewisse zusätzliche physikalische Größen in der Datei `controlDict` definiert, die zur Laufzeit berechnet werden sollen, zum Beispiel die gemittelten Geschwindigkeits-, Druck- und Dichteamplituden, und deren Effektivwerte. Außerdem werden hier gewisse Messpunkte, die sogenannten Probenpunkte, festgelegt.

### 3.5.9. Probenpunkte und Samples

Die Probenpunkte gestatten es, schon zur Laufzeit gewisse Voranalysen zu machen. Für die eigentliche Analyse definiert man sogenannte `samples`, Das können Punkte, Linien, oder Flächen sein, die von besonderem Interesse sind. Die Mengen werden in der Datei `sampleDict` definiert und im Ordner `/system` hinterlegt. Als Beispiel ist die Datei `sampleDict` des Szenarios *diffuse* im Anhang [A.2.8](#) gelistet. Die für die Analyse extrahierten `samples` werden in Kaptiel 5 näher besprochen. Damit ist das Pre-Processing abgeschlossen.

## 3.6. Processing

### 3.6.1. Parallelisierung, Start

Die numerischen Simulationen werden parallel auf 6 CPU-Kernen gerechnet. Dazu muss das Rechengitter entsprechend zerlegt werden. Die Konfiguration der Zerlegung erfolgt in der Datei `decomposeParDict`, welche in Ordner `/system` angelegt wird. Die Parallelisierung erfolgt mit der OpenFOAM-Routine `decomposePar`.

Der Start einer numerischen Simulation erfolgt über OpenMPI, der High Performance Message Passing Library über den Befehl

```
mpirun -np 6 rhoPimpleFoam -parallel > log &
```

aus dem Wurzelverzeichnis des `case` heraus. Die einzelnen Rechenschritte werden dokumentiert und in eine `log` Datei geschrieben.

### 3.6.2. Stabilitätskriterien der numerischen Simulation

Die numerische Stabilität von expliziten Integrationsverfahren wird durch die Courantzahl bestimmt, welche aus der von Neumann'schen Stabilitätsanalyse abgeleitet wird. Auch für die numerische Behandlung nichtlinearer hyperbolischer Differentialgleichungen wie der Navier-Stokes Gleichungen ist die Courantzahl ein entscheidendes Stabilitätskriterium [30]. Die Courantzahl ist definiert durch

$$C_0 = \frac{\delta t |\mathbf{v}|}{\delta x} \quad (3.50)$$

mit dem Zeitschritt  $\delta t$ , dem Betrag der Geschwindigkeit  $|\mathbf{v}|$  durch die zu rechnende Zelle und der Gitterweite der Zelle  $\delta x$  in Richtung der jeweiligen Geschwindigkeitskomponente. Für eine stabile Simulation muss sichergestellt sein, dass mindestens  $C_0 < 1$  gilt, in jeder Zelle, zu jedem Zeitschritt. Um dieses Kriterium abzusichern, wurde das Rechengitter so konstruiert und die Zeitschrittweite so gewählt, dass man in jedem Falle unter diesem Wert bleibt. Die mittleren Gitterweiten  $\delta x$  in x- und  $\delta y$  in y-Richtung

liegen in der Größenordnung von 0.5 mm (an den Wandgrenzschichten und im Bereich des Jets sind diese sehr viel kleiner), die Zeitschritte betragen  $\delta t = 10^{-7}$  s und für den maximalen Geschwindigkeitsbetrag wird ein Wert von  $|\mathbf{v}| = 350$  m/s angenommen. Damit ergibt sich theoretisch eine mittlere Courantzahl von 0.35 über die gesamte Simulationszeit. Als numerische Abbruchbedingung kann daher eine maximal zulässige Courantzahl von 0.5 gewählt werden.

### 3.6.3. Kontrolle zur Laufzeit

Während der Simulation lassen sich sowohl numerische Parameter als auch physikalische Größen an den definierten Probenpunkten analysieren. Mit der Routine `foamLog` extrahiert man aus der `log` Datei die zeitliche Entwicklung wichtiger numerischer Parameter wie die Courantzahl (Min, Max, Mean), Iterationsschritte, Residuen und vieles mehr. Näheres dazu findet man im User-Guide von OpenFOAM.

### 3.6.4. Berechnungen zusätzlicher physikalischer Größen

OpenFOAM bietet ein sehr breites Spektrum an Routinen, mit denen sich bereits zur Laufzeit zusätzliche physikalische Feldgrößen berechnen lassen, wie zum Beispiel gemittelte Größen, Kräfte oder Stromlinien. Auch hier sei auf die Online-Dokumentation [64] verwiesen.

## 3.7. Post-Processing

Nach Ende der numerischen Simulation erfolgt das Zusammensetzen der parallelisierten Ergebnisse mittels der Routine `reconstructPar`. Anschließend generiert man mit der Routine `vorticity` aus den Daten das Wirbelfeld. Schließlich extrahiert man die definierten Samples mit der Routine `sample`.

### 3.7.1. Visualisierung

Die graphische Darstellung der Simulationsergebnisse erfolgt über die OpenFOAM 2.1 Routine `paraFoam`, welche die Datenstrukturen sammelt und an das Programm ParaView weitergibt. ParaView ist eine Open-Source-Anwendung, die gern für wissenschaftliche Visualisierungen eingesetzt wird. Mit ParaView lassen sich auch sehr komplexe Datenstrukturen visualisieren. Die Software beruht auf der von Kitware entwickelten VTK-Visualisierungsbibliothek. Die Sequenzen der Simulationsläufe werden als Videos bereitgestellt und liegen der Arbeit als Datenträger bei. Die Filme werden mit ParaView und der Open-Source-Programmbibliothek FFmpeg erstellt. Die Graphiken der Auswertungen und die Filme der zeitlichen Entwicklung physikalischer Größen in den extrahierten Samples werden mit eigenen MATLAB<sup>®</sup>-Softwareroutinen generiert.



### 3.7.2. Analysen

Für die Analysen kommt eigener MATLAB<sup>®</sup>-Code zu Einsatz. Spektrale Methoden wie die Fourier-Analyse und die anschließenden Pegelberechnungen, aber auch Coarse graining-Methoden, welche räumliche und zeitliche Mittelungen beinhalten, bilden einen wesentlichen Bestandteil der Analysen. Auch Methoden zur Darstellung physikalischer Größen im Phasenraum werden benutzt. Die Analysen der einzelnen Simulationsläufe werden im Kapitel 5 sowie im Kapitel 7 vertieft.

## 3.8. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Herangehensweisen, Methoden, Techniken sowie Werkzeuge für die numerische Behandlung aeroakustischer und fluiddynamischer Problemstellungen vorgestellt, welche neben den theoretischen und den experimentellen Teilen dieser Arbeit ein weiteres, wichtiges Segment darstellen. Die Ausführungen fokussieren auf die numerische Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen unter geeigneten Anfangs- und Randbedingungen der zu untersuchenden Problemstellungen in den Kapiteln 4, 5 und 7. Der Inhalt dieses Kapitels stellt somit eine Vorbereitung auf die später diskutierten Studien dar. Thematisiert wurde insbesondere das Vorgehen, welches zur erfolgreichen numerischen Bearbeitung der Problemstellungen führt. Das Prozedere wird gegliedert in:

- O die physikalischen Vorbetrachtungen,
- A die Implementation des jeweiligen Problems in eine entsprechende numerische Umgebung (Pre-Processing),
- B die Simulationsdurchführung (Processing),
- C als auch die verwendeten Analysetechniken (Post-Processing).

Bei der Erstellung der numerischen Simulationen werden Teile der unter der GNU General Public Licence stehenden C++ Bibliothek OpenFOAM 2.1 verwendet [52]. OpenFOAM steht für Open Source Field Operation and Manipulation und ist durch den Anwender frei konfigurier- und erweiterbar. Durch den Einsatz von numerischen Simulationen lassen sich die enormen Investitionen beim Bau einer Großorgel reduzieren. Darüber hinaus eröffnen numerische Simulationen einen tiefen Einblick in die sehr komplexen Vorgänge der Schallentstehung und der gegenseitigen Wechselwirkung akustischer Oszillatoren, die experimentell nicht oder nur schwer zugänglich sind.



## 4. Oszillatormodell zweier nichtlinear gekoppelter Orgelpfeifen

*Man muss beim Denken schon haben, was man sucht - durch Phantasie.*

FRIEDRICH NIETZSCHE, SCHRIFTEN AUS DEM NACHLASS, 1872.

Aus früheren Untersuchungen [1], [29] ist bekannt, dass sich das Verhalten einer einzelnen Orgelpfeife gut durch den van der Pol Oszillator modellieren lässt. In der Arbeit [29] wurde als Oszillatorvariable der Druck  $p$  gewählt. Dies wurde durch die akustische Analogie zum elektrischen Schwingkreis motiviert.

Um das gekoppelte Pfeifensystem zu modellieren, benötigt man nicht nur ein funktionierendes Oszillatormodell der Orgelpfeife, sondern auch ein kompatibles Modell der Kopplung zwischen den Pfeifen. Im Folgenden werden diejenigen physikalischen Aspekte der Kopplung zwischen den Pfeifen, die zur Synchronisierung führen, herausgearbeitet und daraus eine geeignete Oszillatorvariable abgeleitet. Dazu werden auch Methoden des Coarse graining genutzt. Anschließend wird ein geeignetes Oszillatormodell aufgestellt und die wechselseitige Kopplung modelliert. Es sei bemerkt, dass in den folgenden beiden Abschnitten die Begriffe Kraft und Druck synonym verwendet werden. Die Größen unterscheiden sich nur in der als konstant angenommenen Angriffsfläche des fluiddynamischen Kontrollvolumens.

### 4.1. Physikalische Mechanismen der gegenseitigen Wechselwirkung

Die Interaktion der Orgelpfeifen wird über das äußere Schallfeld vermittelt, also dem Schallfeld im Außenraum zwischen den Orgelpfeifen. Man kann diese Wechselwirkung auch als **Äußere Kopplung** bezeichnen und sie damit gegenüber der **Inneren Kopplung** abgrenzen, die die bidirektionale Kopplung des schwingenden Luftblattes, des Jets, an den Resonator der Orgelpfeife beschreibt. Die Modellierung der Kopplung erfordert Annahmen, die das gekoppelte Pfeifensystem auf die für die beobachtete Synchronisierung relevanten Mechanismen reduziert und dabei auf beide Teile der Kopplung, den inneren und den äußeren Teil, Bezug nimmt. Wir machen daher folgende Annahmen:

1. Die Auslenkung des Jets erfolgt ausschließlich durch akustische Effekte.
2. Die Orgelpfeifen sind akustische Punktstrahler.

Die erste Annahme ist aus rein fluidmechanischer Sicht sicherlich sehr vereinfachend. Der Jet wird ja, abhängig von seiner Propagationslänge, allein schon durch die sich exponentiell verstärkenden Kelvin-Helmholtz Instabilitäten [53], [86] an seinen Rändern, den inneren und äußeren **Scherschichten**, geweitet und erfährt so eine Spreizung, die sich als Auslenkung des Jets äußert [75]. Deshalb ist es notwendig, den Begriff Auslenkung hinsichtlich akustischer Eigenschaften zu präzisieren.

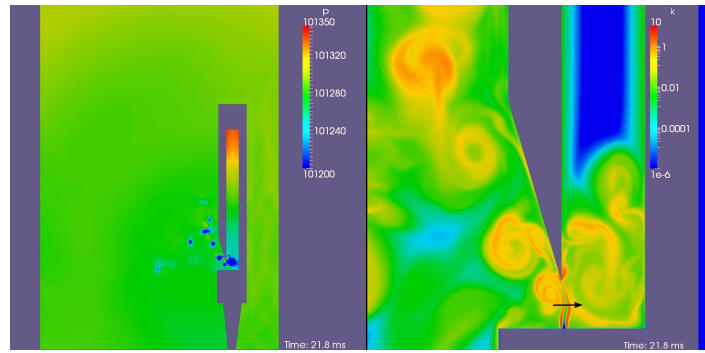
Der Jet ist sensibel gegenüber weiteren Störungen. Dazu gehören Störungen, die zum Beispiel durch Wind oder durch Querkräfte akustischer Natur verursacht werden. Die Annahme wird also erst dann richtig, wenn es gelingt, aus den, den Jet auslenkenden fluiddynamischen Ursachen, die rein akustischen Effekte zu separieren und alle anderen Effekte im Kopplungsmodell zu vernachlässigen, so, dass die mittlere Auslenkung, der den Jet konstituierenden Gasteilchen, nur noch durch Querkräfte akustischer Natur bewirkt wird. Dieser komplizierte Sachverhalt wird im Abschnitt 4.2 thematisiert. Ziel ist es, eine geeignete Oszillatorvariable zu destillieren, die der im Experiment beobachteten Synchronisation Rechnung trägt und Ausgangspunkt für das gekoppelte Oszillatormodell ist.

Die zweite Annahme ist insofern einschränkend, da Orgelpfeifen reale, ausgedehnte Objekte sind. Im Fernfeld ( $kr \gg 1$ ) wird die Annahme aber immer besser dem realen Sachverhalt gerecht, da die Abmessung der Schallquelle bezüglich des Größe des Abstandes als klein anzusehen ist. Darüber hinaus impliziert die Annahme, dass Orgelpfeifen akustische Monopole sind, Schallwellen also als Kugelwellen abstrahlen, was oft nur für die Fundamentalschwingung gilt. Höhere Harmonische haben im Allgemeinen komplexere Richtcharakteristiken, weil sie im ausgedehnten Aufschnitt als Di- oder Quadrupole abstrahlen. Wenn wir uns bei der Modellierung der äußeren Kopplung auf die Fundamentalschwingungen der Orgelpfeifen beschränken, ist die Annahme aber dennoch legitim. Die in dieser und in vorangegangenen Arbeiten dokumentierten numerischen Simulationen stützen die Annahme der Orgelpfeife als akustischem Monopol, welcher Kugelwellen abstrahlt. Die zweite Annahme wird im Abschnitt 4.3 detailliert besprochen.

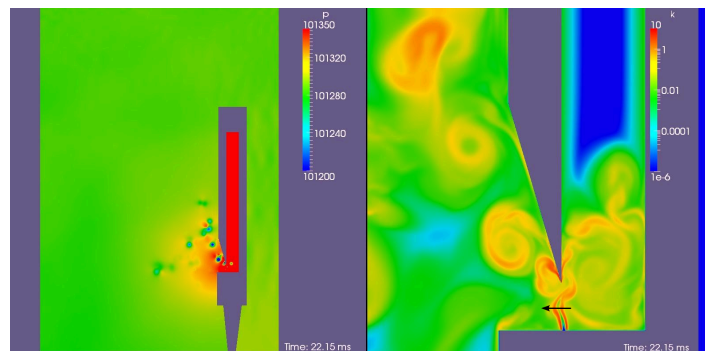
## 4.2. Modellierung des oszillierenden Jets

Aus den Simulationsrechnungen wurden exemplarisch für drei aufeinander folgende Zeitpunkte die Größen Druck  $p$  und turbulente kinetische Energie  $k$  visualisiert, die das Schwingen des Jets veranschaulichen. Die Visualisierungen sind in den Abbildungen 4.1a - 4.1c gezeigt.

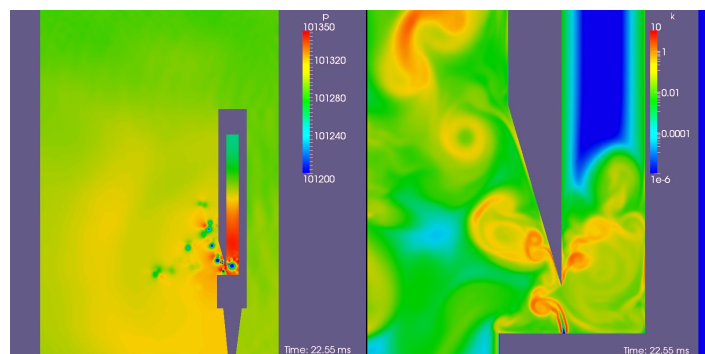
Die Druckdarstellung in Abbildung 4.1a lässt im unteren Teil des Resonators den Primärvortex erkennen (blau). Er konstituiert sich aus dem in den Resonatorraum einströmenden Luftmassenstrom des Jets. Die Luftmassen, die fluiddynamisch ein Wind-



(a)



(b)



(c)

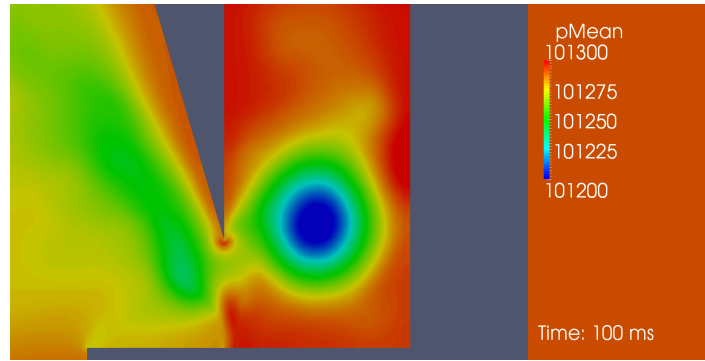
**Abbildung 4.1.:** Visualisierung einer Sequenz, in der die Orgelpfeife eine Schallwelle abstrahlt. Es ist der Druck (links) und die turbulente kinetische Energie (rechts) farbkodiert dargestellt. (a) Druckmaximum (rot) am oberen, geschlossenen Ende des Resonators. Primärvortex (blau) am unteren, offenen Ende des Resonators. Der Jet wird in den Resonatorraum gezogen. (b) Das Druckmaximum wandert durch den Resonator nach unten. Das Druckminimum des Primärvortex wird kurzzeitig durch das Druckmaximum der Schallwelle überlagert. Der Jet wird durch die angreifende Querkraft, die dem Schalldruck mal Einheitsfläche entspricht, gestört und ändert seine Bewegungsrichtung in Richtung Außenraum. Die Schallwelle durchwandert den Jet und wird anschließend in den Außenraum abgestrahlt. (c) Das Druckmaximum befindet sich bereits wieder auf dem Weg zum oberen Resonatorende. Der Primärvortex wird nicht mehr vom Druckmaximum der Schallwelle überlagert. Die Auslenkung des Jets in den Außenraum erreicht erst jetzt ihr Maximum. Der Jet reagiert auf die erlittene Störung mit einer gewissen Zeitverzögerung. Er besitzt also Steifigkeits- und Relaxationseigenschaften, welche durch das konstituierende Windfeld bestimmt werden.

feld darstellen, also eine echte Strömung im bildlichen Sinn repräsentieren, treffen auf den unteren Teil der stehenden Luftsäule, der hier aus Gründen der Unterscheidbarkeit die **Resonatorscherschicht** genannt wird. In der Darstellung der turbulenten kinetischen Energie ist dies der Übergang vom grün zum blau farbkodierten Bereich im Resonator. Der Farbübergang an den Innenwänden des Resonators kennzeichnet hingegen die **Grenzflächen**, an denen Reibungsverluste aufgrund der Rauigkeit der Resonatorwand entstehen. Das Auftreffen des Luftmassenstroms auf die Resonatorscherschicht führt lokal zu einer adiabatischen Kompression und zu Reibung in der Resonatorscherschicht. Adiabatische Kompression bedeutet, dass Gasteilchen lokal aus ihrer Ruhelage ausgelenkt werden, ohne dass dabei nennenswerte Dissipation in Wärme stattfindet. Die lokale Auslenkung der Gasteilchen heißt, es wird Schallschnelle generiert. Es kommt demnach zu einem **Impulsübertrag** des Windfeldes an das akustische Feld des Resonators. Der Jet koppelt dabei sein gesamtes Rauschspektrum in die Resonatorscherschicht ein. Die Schallschnelle wiederum generiert Schalldruck und mit diesem Wechselspiel pflanzt sich die Kompression im Medium als (mehr oder weniger ebene) Schallwelle mit Schallgeschwindigkeit im Resonator fort. Man spricht von **Propagation** der Schallwelle. Es sei bemerkt, dass, bedingt durch die Lage des Kernspaltes sehr dicht am Labium, in der Anblasphase auch hochfrequente Quermoden auftreten, die aber im weiteren Verlauf an den Grenzschichten der Resonatorwände dissipieren. Das lässt sich im beigelegten Videomaterial dieser Arbeit studieren. Die Geometrie, insbesondere die Länge, aber auch das Material des Resonators bestimmen, welche der eingekoppelten Moden (Frequenzen) gedämpft oder verstärkt werden. Der Resonator arbeitet als Frequenzselektor. Die einströmenden Luftmassen des Jets können nicht tiefer in den Resonatorraum gelangen, da sich dort bereits die Luftsäule des Resonators befindet. Sie werden an der Resonatorscherschicht und der inneren Resonatorwand entlang in den Primärvortex umgelenkt. Die Resonatorscherschicht endet dort, wo die Reibung des einströmenden Windfeldes vernachlässigbar klein wird.

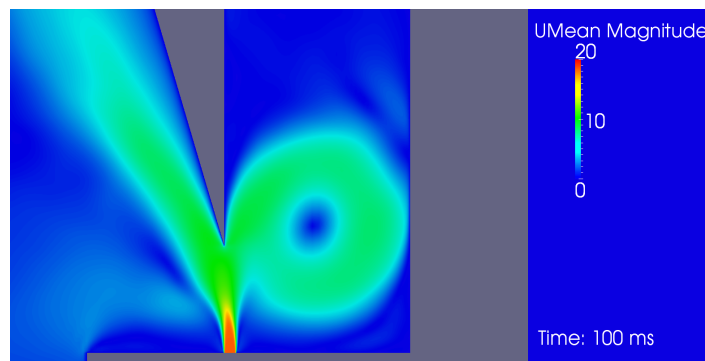
Die durch die Umlenkung bedingte Rotation des Primärvortex in Uhrzeigerrichtung erzeugt ein lokal sehr stabiles Druckminimum (blau) im Kern des Vortex. Im zeitlichen Mittel hat der Primärvortex Eigenschaften, die sich gut mit dem Modell des Rankine-Vortex [71] beschreiben lassen. Der Primärvortex stellt somit einen starken Druckgradienten unmittelbar neben dem Jet bereit. Das begünstigt das Einströmen des Jets in den Resonatorraum. In den Abbildungen 4.2a und 4.2b wird die Stabilität des Primärvortex in Raum und Zeit veranschaulicht. Dargestellt sind die über das Simulationsintervall  $\Delta t = 1 : 100$  ms gemittelten Größen Druck ( $pMean$ ) und Geschwindigkeitsamplitude ( $UMean$ ).

Abbildung 4.1a zeigt, wie das propagierende Maximum der Druckwelle (rot) gerade zum oberen, geschlossenen Resonatorende gelangt. Dort kommt es zur Reflexion der Druckwelle.

Abbildung 4.1b zeigt die Situation zur Zeit  $t = 22.15$  ms, in der sich das Druckmaximum der am oberen Resonatorende reflektierten Druckwelle gerade am unteren, offenen Ende des Resonators befindet. Das Druckminimum des Primärvortex wird kurzzeitig fast vollständig von der Druckwelle überlagert. Die Gasteilchen im Jet besitzen im



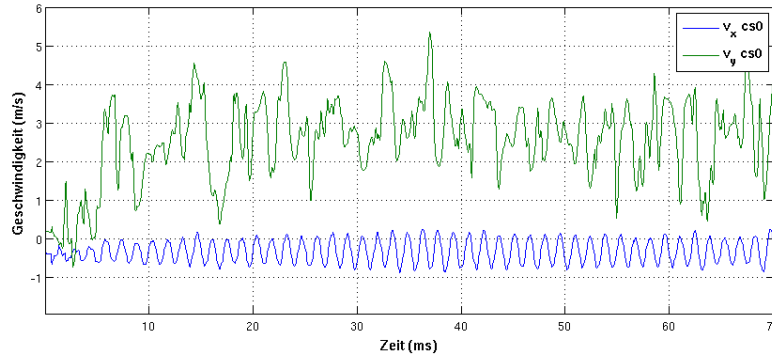
(a)



(b)

**Abbildung 4.2.:** (a) Der über das Simulationsintervall  $\Delta t = 1 : 100$  ms gemittelte Druck  $pMean$ . Farbkodiert ist die Druckamplitude. Im zeitlichen Mittel ist ein lokal sehr stabiles Druckminimum (blau) unmittelbar neben dem Jet zu erkennen. Das ist der Wirbelkern des Primärwirbels. (b) Die über das Simulationsintervall  $\Delta t = 1 : 100$  ms gemittelte Geschwindigkeitsamplitude  $UMean$ . Der Primärwirbel und der Jet sind deutlich sichtbar. Besonders gut ist die Spreizung des Jets mit zunehmender freier Propagationslänge erkennbar. Ebenso ist die Region der sich vom Jet ablösenden Wirbel zu sehen, die entlang der Außenseite des Labiums in den Außenraum propagieren.

Wesentlichen Geschwindigkeitskomponenten in Hauptströmungsrichtung. Orthogonal dazu und im Vergleich zur Bewegung in Hauptströmungsrichtung können die Gasteilchen als in Ruhe angenommen werden. Das wird noch klarer, wenn man bei den Betrachtungen ins Lagrange-Bild wechselt. Wir nehmen nun an, dass der Schalldruck der Schallwelle als Querkraft pro Flächeneinheit an der Innenfläche des Jets angreift und dort Schallschnelle generiert, also eine Änderung der relativen Ruhelage der Gasteilchen orthogonal zur Hauptströmungsrichtung verursacht. Die Abbildung 4.3 zeigt die über den Aufschnitt integrierten Geschwindigkeitskomponenten der numerischen Simulation des Sachverhaltes. Die Geschwindigkeitskomponente orthogonal zur Hauptströmungsrichtung (blau) ist Träger des Schallschnellesignals, während die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung (grün) das typische irreguläre Rauschen des turbulenten Windfeldes des Jets erkennen lässt. Die numerischen Simulationen stützen also die Annahme, dass sich die Auslenkungen am Jet, hervorgerufen durch akustische Effekte, separieren lassen von denen des Windfeldes.



(a)

**Abbildung 4.3.:** Räumlich über den Aufschnitt der Orgelpfeife (Querschnitt  $cs0$ ) gemittelte Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$  aus der numerischen Simulation der Abstrahlung von Schall einer Orgelpfeife in den freien Raum ( $v_{jet} = 18$  m/s). Die Geschwindigkeitskomponente  $v_x$  (blau) ist die Komponente orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets und Träger des Schallsignals in Form von Schallschnelle. Die Geschwindigkeitskomponente  $v_y$  (grün) ist die Komponente in Hauptströmungsrichtung des Jets. Sie trägt im Wesentlichen die zum Teil turbulenten Strömunganteile des Windfeldes.

Beim Angreifen des Schalldruckes an die Innenfläche des Jets findet ein Impulsübertrag statt, diesmal jedoch vom akustischen Feld auf das Windfeld des Jets, genauer, auf die orthogonale Geschwindigkeitskomponente des Windfeldes des Jets. Als Innenfläche (wie auch Außenfläche) des Jets sind dabei die schmalen Scherschichten des Jets zu den unmittelbar angrenzenden Luftschichten zu verstehen. In den Darstellungen der turbulenten kinetischen Energie der Abbildungen 4.1a - 4.1c sind die Scherschichten des Jets als schmale, anfangs parallel verlaufende, rot farbkodierte Begrenzungen des Jets gut zu erkennen. Das Spektrum der in den Jet eingekoppelten Moden (Frequenzen) ist hier, anders als beim Impulsübertrag in der Resonatorgrenzschicht, das des Resonators. In Abbildung 4.1b wird die beginnende Auslenkung des Jets quer zur Hauptströmungsrichtung deutlich.

**Achtung!** Die Auslenkung des Jets darf keinesfalls mit der Auslenkung der Gasteilchen im Jet verwechselt werden! Noch einmal, die Auslenkung der Gasteilchen im Jet erfolgt durch eine akustische Querkraft mal Einheitsfläche, dem angreifenden Schalldruck. Diese Störung kann in zwei Komponenten separiert werden. Zum einen generiert der angreifende Schalldruck Schallschnelle, die wiederum Schalldruck generiert und so propagiert die Schallwelle mit Schallgeschwindigkeit quer durch den Jet. Zum Zweiten greift der Schalldruck als Störung an der gesamten resonatorseitigen Fläche des Jets an, einer Scherschicht, in der Störungen entlang der Hauptströmungsrichtung transportiert werden und sich mit zunehmender der Propagationslänge exponentiell verstärken. Die Kelvin-Helmholtz Instabilitäten [63] erzeugen starke Reibung und turbulente Strukturen, die die Strömungsgeschwindigkeit des Windfeldes, also des Jets, senken! Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle hingegen ist eine Phasengeschwindigkeit. Sie gibt an, wie schnell der Impulsübertrag im Medium vonstatten geht.

Ebenso darf die Momentangeschwindigkeit der Gasteilchen, nämlich die Schallschnel-



le, nicht mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle, der Schallgeschwindigkeit, verwechselt werden! Die Auslenkung der Gasteilchen geschieht nicht mit Schallgeschwindigkeit, sondern ist im Allgemeinen um mehrere Größenordnungen kleiner. Ein Schalldruck von 100 dB erzeugt beispielsweise eine Schallschnelle von gerade einmal  $5 \cdot 10^{-3}$  m/s. Ist das Schallsignal durch den Jet gewandert, wird es in den Außenraum abgestrahlt. Der Aufschnitt, der als Zentrum des Strahlers gelten kann, ist aber, im Gegensatz zum Resonator, zum Außenraum hin weit geöffnet. Es gibt daher fast keine geometrisch bedingten Begrenzungen mehr. Das Schallsignal kann daher als sphärische Schallwelle in den offenen Halbraum abgestrahlt werden. Diese Tatsache wird im gleich folgenden Abschnitt 4.3 genauer beleuchtet.

Zuvor soll noch kurz auf die Akustik der Wirbel im Bereich des Aufschnittes eingegangen werden. Die Wirbelstraße an der Außenseite des Labiums, als auch die Wirbelstrukturen direkt vor dem Aufschnitt stellen kein Abstrahlhindernis für den Schall dar, im Gegenteil. Wirbel können sogar zusätzlichen Schalldruck erzeugen, wenn ihre charakteristischen Geschwindigkeitsskalen  $\tilde{v}$  und Längenskalen  $\tilde{l}$  groß genug sind [46]. Es gilt, gemessen im Fernfeld ( $r \rightarrow \infty$ )

$$p \sim \frac{\tilde{l}}{r} \frac{\rho_0 \tilde{v}^4}{c_0^2} = \frac{\tilde{l}}{r} \rho_0 \tilde{v}^2 \cdot \text{Ma}^2 \quad (4.1)$$

mit der Machzahl  $\text{Ma} = v/c_0$  und der Dichte  $\rho_0$ . Für die abgestrahlte akustische Leistung solcher Wirbel gilt sogar

$$P \sim 4\pi r^2 \frac{p^2}{\rho_0 c_0} \sim \frac{\tilde{l}^2 \rho_0 \tilde{v}^8}{c_0^5} = \tilde{l}^2 \rho_0 \tilde{v}^3 \text{Ma}^5 \quad (4.2)$$

Das ist das berühmte Lighthill'sche „8. Potenz“-Gesetz [58], [59]. Eine Abschätzung der genannten Skalen für die Wirbel in und unmittelbar vor dem Aufschnitt der Orgelpfeife,  $\tilde{v} = 12$  m/s und  $\tilde{l} = 5 \cdot 10^{-3}$  m, ergibt bei  $r = 1$  m einen Schalldruck von  $p_{\text{vortex}} \sim 0.3$  Pa, der aber gegenüber dem abgestrahlten Schalldruck der Kugelwelle im gleichen Abstand  $r$  von  $p_{\text{rms}} \sim 10$  Pa nicht zu vernachlässigen ist. Als Frequenzspektrum führen die Wirbel das Rauschen des Jets mit sich, was sich in dem unverwechselbaren, weichen Klang einer Orgelpfeife äußert.

Der Jet als Windfeld mit seiner Eigenschaft Störungen mit wachsender Propagationslänge exponentiell zu verstärken, wird durch die Druckwelle gezwungen, seine Auslenkbewegung in Richtung Außenraum zu ändern. Abbildung 4.1c zeigt die Situation zur Zeit  $t = 22.55$  ms, in der das Druckmaximum bereits wieder in Richtung oberes Resonatorende zu propagieren beginnt. Erkennbar ist dies an dem rotierenden Primärvortex, der nicht mehr durch das Druckmaximum überlagert wird! Die abgestrahlte Schallwelle ist schon ein Stück weit in den Außenraum propagiert. Erst jetzt erreicht der Jet seine maximale Auslenkung in den Außenraum. Das heißt, der Jet als Windfeld reagiert mit einer gewissen Trägheit, einer Zeitverzögerung, auf die Störung durch die Druckwelle.

Zusammenfassend findet man zwei Prozesse der Impulsübertragung in der Orgelpfeife, die das Schwingen des Jets konstituieren. Wir fassen diese Prozesse unter dem Begriff **Innere Kopplung** zusammen, weil sie nicht durch eine externe Kraft hervorgerufen werden, sondern Mechanismen innerhalb der Orgelpfeife darstellen. Die Region der inneren Kopplung nennen wir **Generatorregion**, um sie von der Kopplungsregion im Resonator, der Resonatorschicht, abzugrenzen. Auslenkungen durch akustische Effekte lassen sich sehr gut von denen anderer Herkunft separieren, wenn man nur die Geschwindigkeitskomponente orthogonal zum Jet als Träger des Schallschnellesignals bei der Modellierung berücksichtigt. Für die Synchronisierung spielen nur akustische Effekte eine Rolle. Es ist daher legitim eine akustische Auslenkung  $x_{jet}$  zu definieren. Sie beschreibt die mittlere Auslenkung der Gasteilchen im Jet, hervorgerufen durch rein akustische Effekte. Dabei wird über die freie Propagationslänge des Jets im Aufschnitt, zwischen Kernspalte und Labiumsspitze, gemittelt. Abbildung 4.4a veranschaulicht die Elemente der Generatorregion. Dabei ist die Relaxation des Jets noch nicht mit berücksichtigt! Dazu gleich mehr.

Die zeitliche Änderung der akustischen Auslenkung  $x_{jet}$  ist die Schallschnelle  $v$ , die ihre Ursache im angreifenden Schalldruck hat

$$v = \frac{\partial x_{jet}}{\partial t} \quad (4.3)$$

Schalldruck und Schallschnelle sind über die Impedanz miteinander verknüpft

$$\hat{Z}(f) = \frac{|\hat{p}(f)|}{|\hat{v}(f)|} e^{j(\phi_p(f) - \phi_v(f))} \quad (4.4)$$

die im Allgemeinen eine komplexe, frequenzabhängige Größe ist. Nur wenn Schalldruck und Schallschnelle phasengleich sind, wird die Impedanz reell. Im freien Schallfeld wird die akustische Impedanz nur durch die Eigenschaften des Ausbreitungsmediums bestimmt. Man schreibt

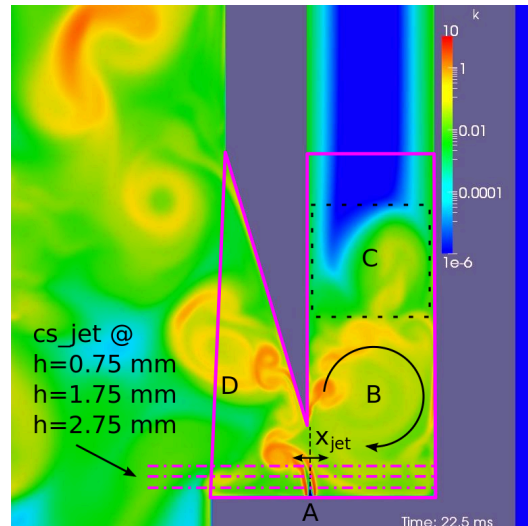
$$Z_0 = \frac{p}{v} = \rho_0 \cdot c_s \quad (4.5)$$

und nennt  $Z_0$  die Schallkennimpedanz. Die Schallkennimpedanz beschreibt den Widerstand des Mediums des freien Schallfeldes (Luft), der der Schallausbreitung entgegengesetzt wird.

Es liegt nahe, die dargestellten akustisch relevanten Mechanismen am Jet in Impedanzen auszudrücken. Die Gasteilchen im Jet werden durch den angreifenden Schalldruck zur Auslenkung angeregt. Die Verknüpfung des am Jet angreifenden Schalldruckes und der dazu gehörigen Schallschnelle lässt sich schreiben als

$$p = Z_0 \cdot v \quad (4.6)$$

Schalldruck und Schallschnelle sind direkt proportional zueinander. Die Proportionalitätskonstante  $Z_0$  ist die Schallkennimpedanz des Mediums. Für das Oszillatormodell bedeutet das einen linearen Anregungsterm, den man als negative Reibungskraft verstehen kann und der sich durch  $-Z_0 \cdot v$  ausdrücken lässt.

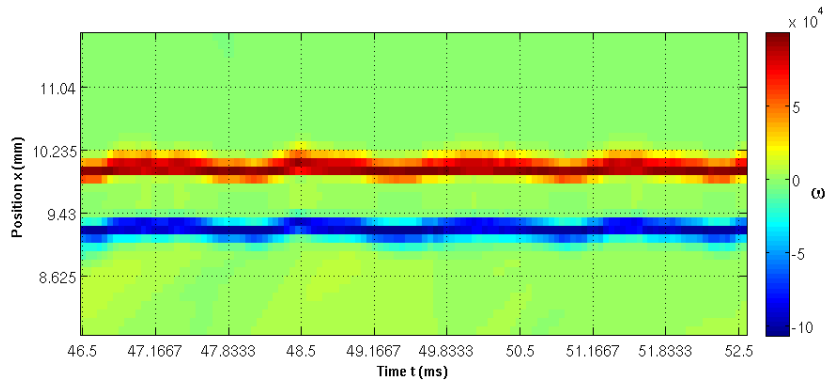


(a)

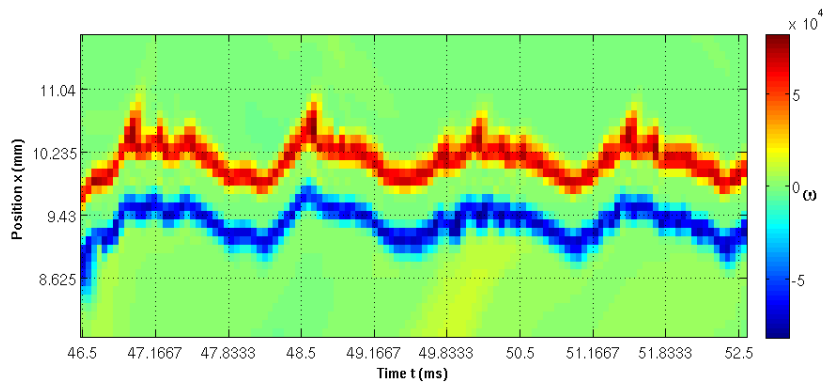
**Abbildung 4.4.:** Die Generatorregion (pink) der Orgelpfeife enthält den oszillierenden Jet (A) mit seinen Scherschichten, der Innen- und der Außenfläche, den Primärvortex (B) die Resonatorscherschicht (C) (gestricheltes Rechteck) und den Aufschnitt (D). Schematisch ist die Auslenkung  $x_{jet}$  eingezeichnet. Sie beschreibt die mittlere Auslenkung der den Jet konstituierenden Gasteilchen aus ihrer relativen Ruhelage (gestrichelte Linie), hervorgerufen ausschließlich durch akustische Effekte. Für das Modell wird eine Auslenkung des Jets ausschließlich orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets angenommen.

Jetzt wird die Relaxation des Jets besprochen. Der Jet ist ein sehr komplexes, fluid-dynamisches Gebilde mit der Fähigkeit zur akustischen Wechselwirkung. Seine fluid-mechanischen Eigenschaften, die Hauptströmungsrichtung, die mittlere Strömungsgeschwindigkeit, der transportierte Massenstrom, ebenso wie das Medium, um nur einige zu nennen, führen dazu, dass der Jet eine einmalige akustische Störung nach einer gewissen Zeit „vergisst“. Der Jet relaxiert. Die Relaxation ist nicht akustischer Natur, führt aber, wie die Schallschnelle, zur Querbewegung der Gasteilen im Jet. Die Relaxation muss deshalb für das Oszillatormodell berücksichtigt werden. Die Relaxation lässt sich als Impedanz des Jets interpretieren. Nachfolgend wird dies verdeutlicht.

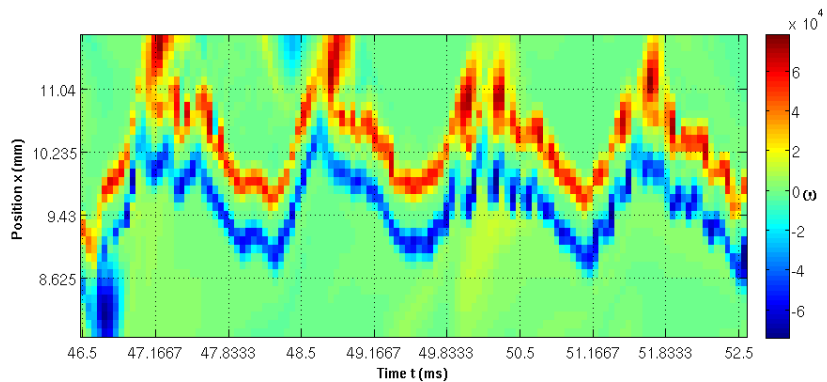
Aus den Simulationsrechnungen für das freie Abstrahlen einer Orgelpfeife ( $v_{jet} = 18 \text{ m/s}$ ) wurden Schnitte durch den Jet extrahiert ( $cs\_jet$ ) und hinsichtlich der Relaxationseigenschaften analysiert. Dazu wurde die zeitliche Entwicklung des Betrags der Wirbelstärke  $|\vec{\omega}|$  durch die Schnitte visualisiert und farbkodiert. Die Wirbelstärke bietet sich an, da sie in den schmalen Scherschichten des Jets signifikant hohe Werte annimmt ( $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{v}$ ) und sich so die Auslenkung und die Relaxation des Jets sehr gut lokalisieren lassen. In den Abbildungen 4.5a - 4.5c ist die zeitliche Entwicklung der Wirbelstärke für die Schnitte der Propagationslängen  $h = 0.75 \text{ mm}$ ,  $1.75 \text{ mm}$  und  $2.75 \text{ mm}$  für vier aufeinander folgende Auslenkungen gezeigt.



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 4.5.:** Zeitliche Entwicklung der Wirbelstärke (farbkodiert) in den Scherschichten des Jets der Orgelpfeife in drei Schnitten durch den Jet, die orthogonal zur Hauptströmungsrichtung verlaufen. Die Schnitte liegen bei den Propagationslängen des Jets von a)  $h = 0.75$  mm, b)  $h = 1.75$  mm und c)  $h = 2.75$  mm, gemessen vom Kernspalt der Orgelpfeife. Die mit rot farbkodierte Scherschicht ist die äußere, die blau farbkodierte die resonatorseitige Scherschicht des Jets.

Der Schnitt in [Abbildung 4.5a](#) zeigt, dass der Jet anfangs sehr steif gegenüber den angreifenden akustischen Störungen ist. Das liegt einerseits an der hohen Strömungsgeschwindigkeit des Jets unmittelbar an der Kernspalte, andererseits an der noch sehr geringen freien Propagationslänge  $h$ . Das ändert sich dramatisch, wenn man den Schnitt der Propagationslänge  $h = 1.75$  mm in [Abbildung 4.5b](#) betrachtet. Deutlich sind die

akustischen Anregungen als lineare Auslenkungen zu erkennen. Nach den Anregungen relaxiert der Jet nichtlinear. Im Schnitt in Abbildung 4.5c ist der Jet schon so stark gespreizt, dass die Auslenkungen zu Wirbelablösungen am Jet führen. Die Betrachtungen sollen hier nicht weiter vertieft werden, da dies den Rahmen der Arbeit verlassen würde. Die Beobachtung einer nichtlinearen Relaxation ist für das Oszillatormodell entscheidend. Als einfachste Möglichkeit für die Nichtlinearität der Relaxation kann eine Kraft angenommen werden, die proportional zum Quadrat der Auslenkung ist. Die Charakterisierung der Steifigkeit des Jets erfolgt durch die jet-spezifische, dimensionslose Zahl  $\varepsilon_{jet}$ , wohl wissend, dass dies eine grobe Vereinfachung der komplizierten, zum Teil turbulenten, fluiddynamischen Eigenschaften des Jets darstellt. Die nichtlineare Relaxation des Jets lässt sich als **Impedanz des Jets** auffassen. Die Kraft, die zur Relaxation des Jets führt, ergibt sich damit zu  $\varepsilon_{jet} \cdot Z_0 \cdot x_{jet}^2 \cdot v$ .

Wie schon herausgearbeitet, schwingt der Jet mit dem eingekoppelten Frequenzspektrum des Resonators. Im Oszillatormodell soll der Einfachheit halber nur die Fundamentalschwingung  $\omega_0$  betrachtet werden.

Zusammenfassend findet man vier Elemente, die die Orgelpfeife als Oszillator bezüglich der Fähigkeit zur akustischen Wechselwirkung charakterisieren:

- Die akustische Auslenkung  $x_{jet}$ , die die mittlere Auslenkung des Jets durch akustische Störungen beschreibt.
- Die lineare Anregung der Auslenkung von  $-Z_0 \cdot v$  durch die Schallwelle des Resonators.
- Die nichtlineare Relaxation der akustischen Auslenkung  $\varepsilon_{jet} \cdot Z_0 \cdot x_{jet}^2 \cdot v$ , die die fluiddynamischen Eigenschaften des Jets enthält.
- Das Schwingen des Jets mit der Fundamentalschwingung  $\omega_0$  des Resonators.

Man erkennt, dass bei kleinen Störungen die lineare Anregung gegenüber der nichtlinearen Relaxation dominiert. Werden die Auslenkungen größer, so dominiert die Nichtlinearität der Relaxation des Jets das Schwingungsverhalten. Auf diese Weise wird der Jet zu selbst-erregten Schwingungen angeregt, die, wenn die geometrischen Bedingungen noch durch den Intonateur optimiert werden (z. B. Feintuning der Orgelpfeife durch Kernstiche, oder minimale Weitung des Aufschnittes), nicht nur tönen, sondern sogar klingen.

Die Schwingungsfrequenz eines akustischen Schwingers lässt sich schreiben als

$$\omega_0^2 = \frac{1}{M_a} \cdot \frac{1}{N_a} = \frac{A}{\rho_0 l} \cdot \frac{\gamma p_0}{A \cdot l} \quad (4.7)$$

wobei  $M_a$  die akustische Masse und  $N_a$  die akustische Nachgiebigkeit ist. Damit sind alle Elemente der inneren Kopplung charakterisiert. Aus den dargestellten Sachverhalten ergibt sich folgende Kräftebilanz bezogen auf die Einheitsfläche

$$p = Z_0 v - \varepsilon_{jet} Z_0 x_{jet}^2 v - \omega_0^2 x_{jet} \quad (4.8)$$

Mit den Substitutionen

$$\xi = y, \quad \dot{\xi} = v, \quad \ddot{\xi} = p, \quad \mu = Z_0, \quad \beta = \varepsilon_{jet} \quad (4.9)$$

erhält man schließlich das Oszillatormodell für die Orgelpfeife.

$$\ddot{\xi} - \mu (1 - \beta \xi^2) \dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (4.10)$$

Dabei ist  $\xi$  die Oszillatorvariable. Das ist der bekannte van der Pol Oszillator, ein selbst-erregter Oszillator. Der Oszillator besitzt einen linearen Term  $-\mu\dot{\xi}$ , der die negative Reibung repräsentiert ( $\mu > 0$ ). Das ist die akustische Anregung des Oszillators. Der Term  $+\mu\beta\xi^2\dot{\xi}$  ist nichtlinear und beschreibt die echte Dämpfung (Dissipation). Das ist die Relaxation des Jets. Die Balance beider Mechanismen begründet die Ausbildung eines Grenzyklus und somit die Fähigkeit, selbst-erregte Schwingungen zu vollführen. Damit ist das Modell der Orgelpfeife vollständig.

Im Falle der Kopplung an ein zweites, äußeres, periodisch schwingendes System, z. B. an einen Lautsprecher [1], oder an einen zweiten selbst-erregten Oszillator, kann es zu Synchronisation der Systeme kommen. Bei zwei selbst-erregten akustischen Oszillatoren, wie den Orgelpfeifen wird diese Kopplung über das äußere Schallfeld vermittelt, wie im Experiment beobachtet. Es wird nun die äußere Kopplung besprochen.

### 4.3. Modellierung der Propagation des Schallsignals zwischen den Orgelpfeifen

In diesem Abschnitt wird das Modell der äußeren Kopplung der Orgelpfeifen motiviert. Ein akustischer Punktstrahler strahlt sphärische Schallwellen ab. Die Kopplung muss diesem Sachverhalt gerecht werden. Um die Gleichungen für den Schalldruck und die Schallschnelle sphärischer Wellen zu bekommen, geht man, wie z. B. in [14] gezeigt, von der radial-symmetrischen Wellengleichung aus

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.11)$$

die sich alternativ schreiben lässt als

$$\frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2} = 0 \quad (4.12)$$

Als Lösungsansatz schreibt man

$$p(r, t) = \psi(r) e^{j\omega t} \quad (4.13)$$

mit der ortsabhängigen Amplitudenfunktion  $\psi(r)$ . Einsetzen des Ansatzes (4.13) in (4.12) ergibt die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} = \frac{j^2\omega^2}{c^2}(r\psi) = -k^2(r\psi) \quad (4.14)$$

Die allgemeine Lösung für die Amplitudenfunktion lautet

$$r\psi(r) = Ae^{-jkr} + Be^{jkr} \quad (4.15)$$

Die allgemeine Lösung für den instantan wirkenden Druck erhält man durch einsetzen von (4.15) in (4.13)

$$p(r, t) = \frac{1}{r} (Ae^{-jkr} + Be^{jkr}) e^{j\omega t} \quad (4.16)$$

Man erkennt, dass die Amplitude des Schalldruckes für sphärische Wellen nicht konstant ist, sondern invers proportional zum Abstand  $r$ .

Lässt man nur auslaufende Wellen zu, also keine reflektierten, einlaufenden Wellen, so ist  $B = 0$  und somit

$$p(r, t) = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.17)$$

Der Realteil der Gleichung (4.17) ist

$$\text{Re}\{p(r, t)\} = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr) \quad (4.18)$$

Diese Gleichung beschreibt den Schalldruck der real für die Wechselwirkung zur Verfügung steht.

Der Effektivwert (root mean square) des Schalldruckes für sphärische Wellen ist gegeben durch

$$p_{rms} = \frac{A}{\sqrt{2}r} \quad \text{bzw.} \quad A = \sqrt{2} p_{rms} r \quad (4.19)$$

Als nächstes bestimmt man den Ausdruck für die instantan wirkende Schallschnelle für eine sphärische Welle. Allgemein ist die Schallschnelle  $v$  definiert als die Änderung der Auslenkung  $\xi$  der Gasteilchen relativ zu ihrer Ruhelage, hervorgerufen durch den Schalldruck. Man schreibt

$$v = \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (4.20)$$

Weiterhin definiert man die Änderung der Schallschnelle mit der Zeit als

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (4.21)$$

Den Ausdruck für die Schallschnelle einer sphärischen Welle erhält man, wenn man den Druck und den allgemeinen Ausdruck für die Schallschnelle (4.20) in das 2. Newtonsche Grundgesetz einsetzt, umstellt und integriert, also zunächst

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} v(r, t) &= -\frac{1}{\rho_0} \int \frac{\partial p(r, t)}{\partial t} dt \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \int \left( \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \right] \right) dt \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \int \left( -\frac{A}{r^2} e^{j(\omega t - kr)} - \frac{jAk}{r} e^{j(\omega t - kr)} \right) dt \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \int \left( \left( -\frac{A}{r^2} - \frac{jAk}{r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \right) dt \\ &= -\frac{1}{\rho_0} \left( -\frac{A}{r^2} - \frac{jAk}{r} \right) \left( \frac{1}{j\omega} \right) e^{j(\omega t - kr)} \\ &= \frac{1}{j\rho_0\omega} \left( \frac{A}{r^2} + \frac{jAk}{r} \right) e^{j(\omega t - kr)} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Mit  $\omega = kc$  ergibt sich schließlich

$$v(r, t) = \frac{1}{j\rho_0kc} \frac{A}{r} \left( \frac{1}{r} + jk \right) e^{j(\omega t - kr)} \quad (4.24)$$

Gleichung (4.24) lässt sich schreiben als

$$v(r, t) = -\frac{j p(r, t)}{\rho_0 k c r} (1 + jkr) \quad (4.25)$$

Das ist der Ausdruck für die Schallschnelle sphärischer Wellen. Der Realteil der Schallschnelle lautet

$$\operatorname{Re} \{v(r, t)\} = \frac{A}{\rho_0 k c r^2} \sin(\omega t - kr) + \frac{A}{\rho_0 c r} \cos(\omega t - kr) \quad (4.26)$$



Aus dem Schalldruck (4.17) und der Schallschnelle (4.24) lässt sich die spezifische akustische Impedanz  $Z_s$  der sphärischen Schallwelle bestimmen.

$$Z_s = \frac{p}{v} = \frac{j\rho_0 ckr}{1 + jkr} = \frac{\rho_0 ckr(kr + j)}{1 + (kr)^2} = |Z_s|e^{j\phi} \quad (4.27)$$

Die spezifische akustische Impedanz  $Z_s$  ist demnach eine komplexe Größe. Die Größe  $\phi$  heißt Restphasenwinkel und gibt die ortsabhängige Phasendifferenz zwischen Schalldruck und Schallschnelle an.

Mit

$$|z| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}$$

folgt

$$|Z_s| = \frac{|p|}{|v|} = \frac{\rho_0 ckr(k^2 r^2 + 1)^{1/2}}{(1 + k^2 r^2)^{1/2}} = \frac{Z_0 kr}{(1 + k^2 r^2)^{1/2}} \quad (4.28)$$

Dabei ist  $Z_0 = \rho_0 \cdot c$  die schon in Abschnitt 4.2 hergeleitete Schallkennimpedanz des freien Mediums, oder auch Feldimpedanz genannt. Der Tangens des Restphasenwinkels zwischen Schalldruck und Schallschnelle ist der Quotient aus Imaginär- und Realteil von  $Z_s$

$$\tan \phi = \frac{1}{kr} \quad (4.29)$$

Der Effektivwert des Schalldruckes ist

$$p_{rms} = |p|e^{-jkr} \quad (4.30)$$

Der Effektivwert der Schallschnelle ergibt sich zu

$$v_{rms} = \frac{|p|}{|Z_s|}e^{-j(kr+\phi)} \quad (4.31)$$

Das konjugiert Komplexe des Effektivwertes der Schallschnelle ist

$$v_{rms}^* = \frac{|p|}{|Z_s|}e^{+j(kr+\phi)} \quad (4.32)$$

Die akustische Intensität ist der Realteil aus dem Produkt von Effektivwert des Schalldruckes und dem konjugiert Komplexen des Effektivwertes der Schallschnelle

$$I = \operatorname{Re}(p_{rms} \cdot v_{rms}^*) \quad (4.33)$$

$$= \frac{|p|^2}{|Z_s|} \operatorname{Re}(e^{j\phi}) \quad (4.34)$$

$$= \frac{|p|^2}{|Z_s|} \cos \phi \quad (4.35)$$

$$(4.36)$$

Daraus lässt sich der Restphasenwinkel  $\phi$  bestimmen

$$\cos \phi = \frac{kr}{(1 + k^2 r^2)^{1/2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{kr}\right)^2}} \quad (4.37)$$

Die Kopplung erfolgt zwar über die Realteile von Schalldruck und Schallschnelle. Diese tragen aber aufgrund des imaginären Anteils der Schallschnelle eine ortsabhängige Phaseninformation implizit mit sich. Das sieht man, wenn man die Realteile von Schalldruck und Schallschnelle für Fern- und Nahfeld miteinander vergleicht

	Nahfeld ( $kr \ll 1$ )	Fernfeld ( $kr \gg 1$ )
Schalldruck	$p \sim \frac{1}{r} \cos(kr)$	$p \sim \frac{1}{r} \cos(kr)$
Schallschnelle	$v \sim \frac{1}{r^2} \sin(kr)$	$v \sim \frac{1}{r} \cos(kr)$
Schallimpedanz	$Z \approx Z_0 \cdot jkr$	$Z = Z_0$

Im Nahfeld eilt der Schalldruck der Schallschnelle um maximal  $90^\circ$  voraus. Das bedeutet, die Maxima beider Größen liegen im Nahfeld nicht am selben Ort. Unmittelbar am Aufschnitt der Orgelpfeife ( $r \rightarrow 0$ ), der Schallquelle wenn man so will, ist die Schallimpedanz fast vollständig imaginär. Es tritt fast nur sogenannte Blindleistung auf. Das heißt, die Orgelpfeife als akustischer Punktstrahler gibt Energie in den Außenraum ab und absorbiert fast die gleiche Energiemenge anschließend wieder. Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom „Atmen“ des akustischen Strahlers. Die kleine Differenz ist als Signal im Fernfeld wahrnehmbar.

Das Modell der Kopplung zwischen den Orgelpfeifen muss die hergeleiteten Gleichungen des Schalldruckes und der Schallschnelle für sphärische Wellen berücksichtigen. Aus den Betrachtungen über die innere Kopplung ging hervor, dass der Jet sensibel gegenüber akustischen Querkräften ist. Solche Querkräfte können selbstverständlich auch von externen Schallquellen herrühren und den Jet stören. Es gilt also die externe Kraft zu finden, die eine über eine gewisse Distanz  $r$  propagierte sphärische Schallwelle,

kommt von Pfeife P1, auf den Jet von Pfeife P2 ausübt. Der Schalldruck der von P1 ausgesandten und von außen auf den Jet von P2 wirkenden Schallwelle lautet

$$p_{2,ext}(r, t) = \frac{p_1}{r} e^{j(\omega_1 t - k_1 r)} \quad (4.38)$$

Mit der Amplitude  $p_1$  des Schalldruckes,  $\omega_1$  der Fundamentalschwingung und  $k_1$  der Wellenzahl der von Pfeife P1 ausgesandten Schallwelle. Die durch  $p_{2,ext}$  am Jet von P2 erzeugte Schallschnelle ist

$$v_{2,ext}(r, t) = -\frac{j p_1(r, t)}{\rho_0 k_1 c r} (1 + j k_1 r) \quad (4.39)$$

Der Realteil lautet

$$\operatorname{Re} \{v_{2,ext}(r, t)\} = \frac{p_1}{\rho_0 k_1 c r^2} \sin(\omega_1 t - k_1 r) + \frac{p_1}{\rho_0 c r} \cos(\omega_1 t - k_1 r) \quad (4.40)$$

Man kann  $p_1$  wieder ausdrücken durch die akustische Anregung des Jets der Pfeife P1. Man ersetzt

$$p_1 = Z_0 \cdot v_1 \quad (4.41)$$

und erhält

$$\operatorname{Re} \{v_{2,ext}(r, t)\} = \left[ \frac{Z_0}{\rho_0 k_1 c r^2} \sin(\omega_1 t - k_1 r) + \frac{Z_0}{\rho_0 c r} \cos(\omega_1 t - k_1 r) \right] v_1 \quad (4.42)$$

bzw. mit  $Z_0 = \rho_0 \cdot c$  schließlich

$$\operatorname{Re} \{v_{2,ext}(r, t)\} = \left[ \frac{1}{k_1 r^2} \sin(\omega_1 t - k_1 r) + \frac{1}{r} \cos(\omega_1 t - k_1 r) \right] v_1 \quad (4.43)$$

Aus der Theorie der Synchronisation ist bekannt, dass zwei Oszillatoren während der Synchronisierung eine feste Phasendifferenz haben. Die Moden sind gekoppelt. Die Arnoldzunge stellt den Rand dieser Synchronisationsregion in Abhängigkeit von der Kopplung dar. Das heißt, die Form der Arnoldzunge hängt nicht von den trigonometrischen Termen der Kopplung ab, sondern wird nur bestimmt durch die Kopplungsstärke. Die Kopplungsstärke wird aber gerade durch die Vorfaktoren der beiden trigonometrischen Terme des Realteils der Schallschnelle  $v_{2,ext}$  gebildet. Beide Terme sind nichtlinear bezüglich des Abstandes  $r$  der Orgelpfeifen. Die Kopplungsstärken lauten

$$\tilde{C}_{12} = \frac{1}{k_1 r^2} \quad \tilde{D}_{12} = \frac{1}{r} \quad (4.44)$$

und

$$\tilde{C}_{21} = \frac{1}{k_2 r^2} \quad \tilde{D}_{21} = \frac{1}{r} \quad (4.45)$$

Wie man sieht, sind die Kopplungsstärken keine Konstanten, sondern orts- und, im Falle der Nahfeldterme  $\tilde{C}_{12,21}$ , wegen der Wellenvektoren  $k_1, k_2$ , frequenzabhängige Funktionen. Sie repräsentieren die Eigenschaften der sphärischen Schallwellenausbreitung zwischen den Pfeifen, also des äußeren, freien Schallfeldes im Nah- und Fernfeld. Es sei angemerkt, dass bei Verstimmung der Orgelpfeifen ( $k_1 \neq k_2$ ) die Kopplungsstärken eine leichte Asymmetrie aufweisen. Damit ist die Kernidee der äußeren Kopplung besprochen.

Für das gekoppelte Modell selbst-erregter Oszillatoren geht man über zu geeignet normierten Größen  $C_{12}, C_{21}, D_{12}$  und  $D_{21}$ . Jetzt lässt sich das Modell zweier nichtlinear gekoppelter selbst-erregter Oszillatoren schreiben.

$$\ddot{\xi}_1 - \mu_1(1 - \beta_1 \xi_1^2) \dot{\xi}_1 + \omega_{01}^2 \xi_1 = (C_{21} + D_{21}) \dot{\xi}_2 \quad (4.46)$$

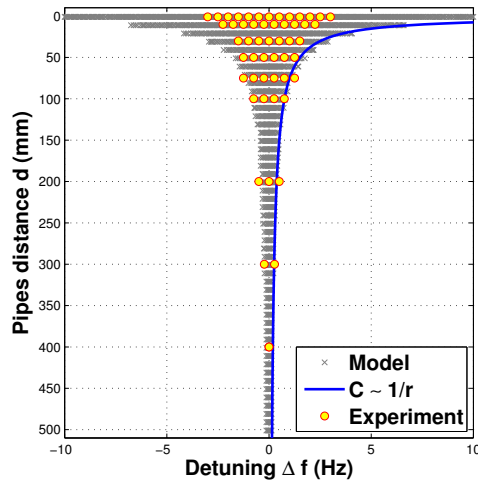
$$\ddot{\xi}_2 - \mu_2(1 - \beta_2 \xi_2^2) \dot{\xi}_2 + \omega_{02}^2 \xi_2 = (C_{12} + D_{12}) \dot{\xi}_1 \quad (4.47)$$

Im nächsten Abschnitt werden die Resultate der Modellrechnung mit den experimentellen Ergebnissen verglichen.

## 4.4. Resultate und Diskussion

Das erarbeitete nichtlinear gekoppelte Modell selbst-erregter Oszillatoren (4.46), (4.47) wurde numerisch integriert. Dabei wurde die C++ Bibliothek *odeint* [7] verwendet. Analog zum Experiment wurde einer der Oszillatoren, P2, gegen dem anderen, P1, in Schritten von  $\Delta f = 0.5$  Hz in einem Bereich von  $\pm 10$  Hz um die Fundamentalschwingung von P1 verstimmt. Zu jeder Verstimmung wurde das System zunächst so lange integriert, bis das System in eine feste Phasenbeziehung gelangt. Nach der transienten Einschwingzeit wurde mit den aus der ersten Integration gewonnenen Anfangsbedingungen erneut integriert. Als Ergebnis der Modellrechnung erhält man eine Arnoldzunge, die die experimentellen Beobachtungen, zumindest jene im Fernfeld, sehr gut wiedergibt. In Abbildung 4.6 sind beide Resultate vergleichend dargestellt. Aufgetragen ist die Kopplungsstärke  $d = r$  über der Verstimmung  $\Delta f$  des ungekoppelten Systems.

Die gelben Punkte stellen die experimentellen Befunde dar. Die Arnoldzunge der Modellrechnung ist grau hinterlegt. Als blaue Linie ist die Kopplungsfunktion für das Fernfeld  $C \sim \frac{1}{r}$  eingezeichnet. Im Nahfeld, das heißt für große Kopplungsstärken, also kleine Pfeifenabstände  $r$  gibt es Abweichungen zwischen Modellrechnung und Experiment. Die Ergebnisse werden nun diskutiert.



**Abbildung 4.6.:** Die Arnoldzunge des gerechneten, nichtlinear gekoppelten Modells selbst-erregter Oszillatoren 4.46, 4.47 (graue x) im Vergleich mit der des Experiments (gelbe Kreise). Für Pfeifenabstände ab etwa  $d > 50$  mm, d. h. für kleine Kopplungsstärken, stimmen die Resultate sehr gut überein. Als Orientierung ist der Fernfeld-Anteil der äußeren Kopplung  $C \sim 1/r$  eingezeichnet (blaue Linie). Im Nahfeld sind hingegen Abweichungen erkennbar, die für sehr große Kopplungsstärken signifikant werden.

Es gibt andere Modellansätze für die äußere Kopplung zwischen Musikinstrumenten, bzw. deren akustischer Generatoren, wie zum Beispiel der *Impulse Pattern Formalismus* in [12]. Hier wird von der Weitergabe von Impulsen ausgegangen, die einer gewissen, räumlich bedingten Zeitverzögerung unterliegen. Auch in dynamisch verwandten gekoppelten System, wie z. B. in LASER-Systemen werden Kopplungsmechanismen mit zeitlicher Verzögerung (Delay) modelliert [40].

Im hier dargestellten Kopplungsmodell ist der Delay, der sich aus dem Pfeifenabstand ergibt, nur implizit über die beiden Terme der Kopplungsstärken für Nah- und Fernfeldsituationen enthalten. In Abhängigkeit vom Ort  $r$  dominiert der eine oder der andere Term. Der Übergang von Nah- zu Fernfeld ist durch die Gleichheit der Terme bestimmt und frequenzabhängig. Er liegt bei etwa einer Wellenlänge von P1, also bei  $\lambda_{P1} = 0.47$  m. Ein echter Delay muss durch den Wechsel von instantanen Größen auf retardierte Größen  $t \rightarrow (t - |\mathbf{x}|/c_0)$  beschrieben werden. Die Abweichungen im Nahfeld deuten darauf hin, dass das Modell für große Kopplungsstärken noch verfeinert werden muss.

Als Ursache für die Abweichungen im Nahfeld könnten auch Wechselwirkungen verantwortlich sein, an denen höhere Harmonische beteiligt sind. Auch sind weitere Kopplungsmechanismen denkbar, die hier noch nicht berücksichtigt wurden und die durch einen zusätzlichen Delay im System charakterisiert werden könnten. Im Nahfeld, dort, wo Schalldruck und Schallschnelle durch eine große Phasenverschiebung gekennzeichnet sind, und die Kopplungsstärken sehr groß werden, ist eine direkte Kopplung der Jets als Windfelder vorstellbar. Große Kopplungsstärken führen zu starken Auslenkungen der Jets. Aufgrund ihrer fluidmechanischen Trägheitseigenschaften könnte es zur zeitver-

zögerten Reaktion auf die gegenseitigen Störungen kommen. Es ist sogar vorstellbar, dass die Jets dann auch als gekoppelte Windfelder synchronisieren, und zwar in-phase oder anti-phase, je nachdem, welcher Zustand energetisch stabiler ist, abhängig vom Abstand der Jets. Schließlich wurden die Relaxationseigenschaften der Jets auf eine Nichtlinearität proportional zum Quadrat der Auslenkung reduziert. Für große Kopplungsstärken stellt dies sicherlich eine grobe Vereinfachung der tatsächlichen Situation dar. Das Verhalten der Jets als Windfelder ist weitaus komplizierter, als es das vorgeschlagene Modell abbildet. Diese Überlegungen sollen an dieser Stelle nicht weiter vertieft werden. Sie geben aber Raum für weitere, verfeinerte Modellansätze.

## 4.5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein nichtlinear gekoppeltes Modell selbst-erregter akustischer Oszillatoren entwickelt, welches das komplizierte Verhalten zweier über das äußere Schallfeld wechselwirkender Orgelpfeifen beschreibt. Die physikalischen Mechanismen der gegenseitigen Wechselwirkung lassen sich durch theoretische Überlegungen und mit den Methoden des Coarse graining in eine innere und eine äußere Kopplung separieren. Die innere Kopplung stellt eine bidirektionale Kopplung des Windfeldes des Jets und des akustischen Feldes im Resonator dar. Als Kopplungsregionen wurden dabei die sogenannte Resonatorgrenschicht (Windfeld koppelt an das akustische Feld) und die resonatorseitige Scherschicht des Jets (akustisches Feld koppelt an das Windfeld) identifiziert.

Der Jet reagiert sensibel auf Störungen, insbesondere auf solche, die akustischer Natur sind. Dabei wurde die Vorstellung motiviert, dass der am Jet angreifende Schalldruck als Kraft pro Einheitsfläche eine Schallschnelle erzeugt, die die den Jet konstituierenden Gasteilchen orthogonal zu Hauptströmungsrichtung auslenken. Als Folge dieser Störung ändert der Jet seine Bewegungsrichtung. Die geometrischen und fluiddynamischen Gegebenheiten in der Generatorregion, insbesondere die Ausbildung eines lokal sehr stabilen Primärvortex unmittelbar neben dem Jet und der nichtlinearen Relaxationseigenschaften des Jets, erklären die Fähigkeit, selbst-erregte Schwingungen auszuüben. So kommt es zum periodischen Schwingen des Jets, wobei das eingekoppelte Frequenzspektrum das des Resonators ist. Diese Erkenntnisse gaben Anlass, eine neue Oszillatorvariable  $\xi$  einzuführen, welche die mittlere Auslenkung der Gasteilchen des Jets aufgrund von rein akustischen Effekten beschreibt. Die dargestellten Kopplungs- und Relaxationsmechanismen in der Resonatorscherschicht und am Jet lassen sich als negative und positive Reibungsterme verstehen. Die herausgearbeiteten Kopplungsmechanismen in der Orgelpfeife werden als innere Kopplung bezeichnet. Zusammen mit der Einschränkung, dass nur Oszillationen mit der Fundamentalschwingung Berücksichtigung finden sollen, konnte ein Oszillatormodell für eine Orgelpfeife erstellt werden, welches vollständig auf den aeroakustischen und fluiddynamischen Grundprinzipien basiert. Formal entspricht dieses Modell einem van der Pol Oszillator.

Die äußere Kopplung setzt an der äußeren Scherschicht des Jets an. Sie stellt somit

eine externe Kraft dar, kommend von der zweiten Orgelpfeife. Die Kopplungsstärke der äußeren Kopplung wird maßgeblich durch die Abstrahleigenschaften der Orgelpfeifen bestimmt. Dabei konnte gezeigt werden, dass Orgelpfeifen zumindest im Fernfeld als akustische Punktstrahler angesehen werden dürfen. Die sich daraus ergebenden Schalldrücke und lokal erzeugten Schallschnellen sind Funktionen des Abstandes und haben für Nah- und Fernfeld verschiedene Proportionalitäten, nämlich  $v_{nah} \sim 1/r^2$  und  $v_{fern} \sim 1/r$ .

Die numerische Integration liefert als Ergebnis eine Arnoldzunge, die, ebenso wie das Experiment, einen nichtlinearen Verlauf zeigt. Bei geringen Kopplungsstärken, welche die Situation des akustischen Fernfeldes abbilden, zeigen Modell und Experiment sehr gute Übereinstimmung. Im Nahfeld gibt es Abweichungen, die möglicherweise durch die direkte Kopplung der Jets als Windfelder erklärt werden können. Auch muss im Nahfeld die Annahme fallen gelassen werden, dass Orgelpfeifen akustische Punktstrahler sind. Eine Lösungsmöglichkeit kann darin bestehen, die Schallquelle in der Nahfeldbetrachtung über die Lighthill-Analogie zu charakterisieren. Die Schallquelle der Orgelpfeife, die Generatorregion, wird dann als turbulente Quelle behandelt, welche sich wie eine räumliche Ansammlung akustischer Quadrupole verhält, deren Quellstärke pro Einheitsvolumen durch den Lighthill-Tensor

$$T_{ij} = \rho v_i v_j + \left[ (p - p_0) - c_0^2 (\rho - \rho_0) \right] \delta_{ij} - \sigma_{ij}$$

beschrieben wird [59]. Der Quellterm über den dann räumlich integriert wird lautet  $\frac{\partial^2 T_{ji}}{\partial x_i \partial x_j}$ . Das öffnet den Raum für weitere Untersuchungen.





## 5. Rückwirkung des Raumes auf die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife

*Es gibt kein Instrument, das am Unreinen und Unsauberen im Tonsatz wie im Spiel also gleich Rache nähme als die Orgel.*

ROBERT SCHUMANN, DEUTSCHER KOMPONIST, 1810-1856, MUSIKALISCHE HAUS- UND LEBENSREGELN

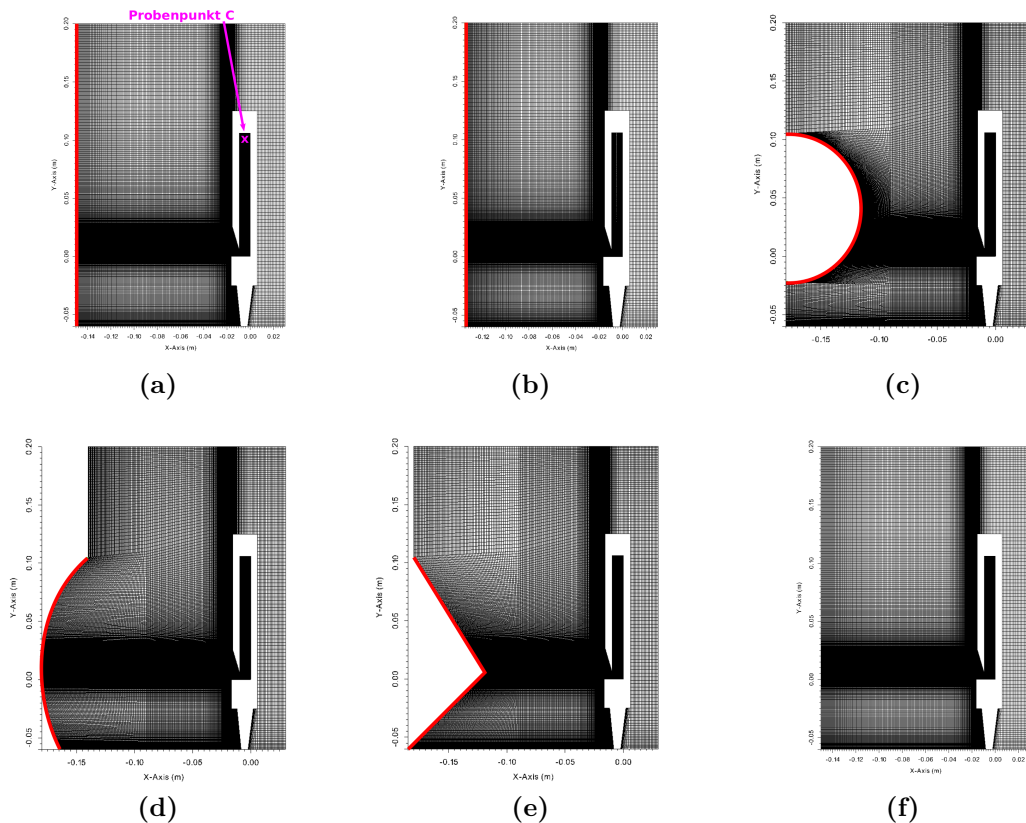
In diesem Kapitel wird die Rückwirkung des Raumes auf die Schallentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife besprochen. Für die Untersuchungen werden numerische Simulationen einer Orgelpfeife in mehreren, prinzipiell verschiedenen Raumgeometrien ausgewertet. Die Simulationen sind auf einem  $2D$ -Rechengitter vollständig kompressibel gerechnet, das heißt, es sind die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen mit gleichen physikalischen Anfangs- aber verschiedenen geometrischen Randbedingungen numerisch gelöst worden.

Die meisten Orgelpfeifen einer Orgel stehen, für den Zuhörer nicht sichtbar, hinter dem Prospekt der Orgel. Die Register, Orgelpfeifen gleicher Klangfarbe, stehen bautechnisch bedingt oft dicht hintereinander, sodass die Schallabstrahlung nicht ungehindert erfolgt. Auch andere, baustatische Elemente behindern die freie Schallabstrahlung der Orgelpfeifen. Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird deshalb der Einfluss solcher komplexer Raumgeometrien exemplarisch behandelt. Komplex meint in diesem Zusammenhang sowohl ebene als auch nicht-ebene Raumgeometrien. Die untersuchten Geometrien stellen Beispiele für Gegebenheiten dar, wie sie im Orgelbau häufig vorkommen.

Im zweiten Abschnitt wird der Einfluss einer ebenen, fast geschlossenen Raumgeometrie thematisiert. Eben, fast geschlossen meint, dass die Situation einer Orgelpfeife in einem rückseitig offenen Schwellwerk dargestellt wird. Das Schwellwerk, oder auch Schwellkasten genannt, ist ein Teilwerk vieler Orgeln. Die Orgelpfeifen stehen dabei in einem Holzkasten, welcher sich zu einer oder zu mehreren Seiten hin öffnen lässt. Schwellwerke werden eingesetzt, um dem starren Verhalten einmal intonierter Register eine gewisse Dynamik zu verleihen. Hier wird untersucht, welchen Einfluss der Schwellkasten auf die Klangfärbung und das Klangspektrum der Orgelpfeife nimmt.

## 5.1. Einfluss komplexer Geometrien

Für die Untersuchung des Orgelklangs bei verschiedenen Raumgeometrien werden exemplarisch die in Abschnitt 3.5.1 aufgeführten Geometrien betrachtet. Die als schallhart angenommenen Wände der untersuchten Szenarien sind in Abbildung 5.1 mit Rot gekennzeichnet. Das Szenario *free* (Abbildung 5.1f) ist das Referenzszenario des freien Raumes ohne Wand.



**Abbildung 5.1.:** Bild 1: Untersuchte Geometrien. Die Wände sind mit rot gekennzeichnet: a) ebene, schallharte Wand (*wall*) im Abstand von 140 mm, b) ebene, schallharte Wand im Abstand von  $\lambda/4 = 125$  mm zum Aufschnitt (*wall\_lambda*), c) konvexe schallharte Wand (*convex*), d) konkave schallharte Wand (*concave*), e) gezahnte, schallharte Wand (*diffuse*), f) freier Raum (*free*) als Referenzszenario. Die Analysen der Szenarien beziehen sich hauptsächlich auf den Probenpunkt C, welcher exemplarisch in das Rechengitter des Szenarios *wall* eingezeichnet ist.

Die Geometrien werden in entsprechende numerische Rechengitter überführt. Die Tabelle 5.1 fasst die wichtigsten Eckdaten der erzeugten Rechengitter zusammen. Alle weiteren für die Durchführung der numerischen Simulationen notwendigen Konfigurationen werden nach dem Vorgehen, welches in Kapitel 3 beschrieben wird, durchgeführt.

Die hier dargestellten Analysen beziehen sich hauptsächlich auf die Untersuchung des Druckes am Probenpunkt C. Der Probenpunkt C ist in allen Szenarien ca. 10 mm unterhalb des geschlossenen Resonatorendes, mittig gelegen, definiert (vgl.: A.2.5). Es wird zunächst der Anblasvorgang näher betrachtet. Danach werden die Schalldrucksi-

Szenario	Gitterpunkte	Flächen	Quader
<i>free, wall</i>	254342	505170	126000
<i>wall_lambda</i>	260362	517180	129000
<i>convex</i>	260362	517180	129000
<i>concave</i>	260362	517180	129000
<i>diffuse</i>	260362	517180	129000

**Tabelle 5.1.:** Eckdaten der generierten Rechengitter

gnale der verschiedenen Szenarien miteinander verglichen, sowie die Schalldruckpegelspektren näher untersucht. Als Referenzsignal dienen die Resultate der numerischen Simulation des Szenarios des freien Raumes (*free*).

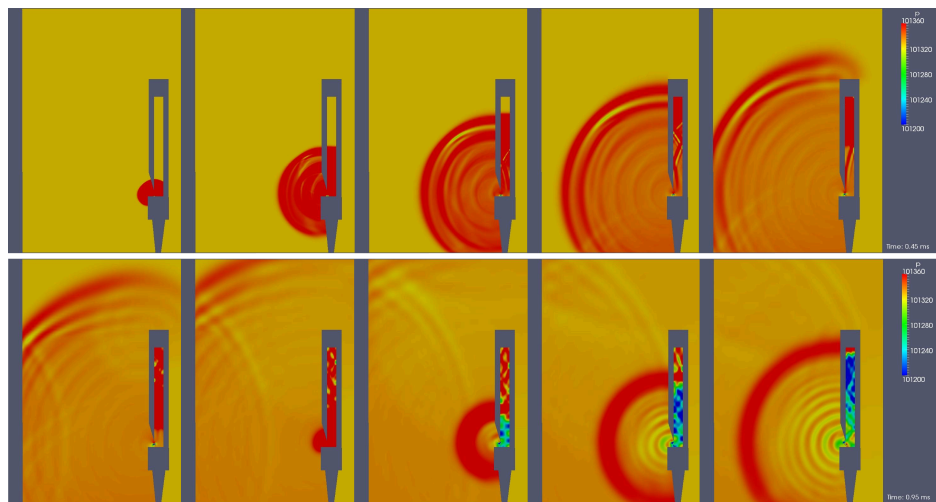
### 5.1.1. Der Anblasprozess

Im Anblasprozess findet die Orgelpfeife ihren Ton. Aus aeroakustischer Sicht findet in dieser Zeitspanne die initiale Kopplung des einströmenden Windfeldes an das akustische Feld statt (vgl. Kapitel 4), mit dem Resultat, dass im optimalen Fall der Jet, das einströmende Luftblatt, zu periodischen Schwingungen orthogonal zu seiner Hauptströmungsrichtung angeregt wird. Der transiente Prozess des Anblasens ist abhängig von sehr vielen physikalischen und geometrischen Parametern, wie zum Beispiel der Windgeschwindigkeit des durch den Kernspalt einströmenden Gases (Luft), von der Geometrie des Aufschnittes, der Geometrie des Resonators, sowie der Geometrie des umgebenen Raumes, welche hier Gegenstand der Untersuchung ist. Die Dauer des Anblasprozesses liegt bei der untersuchten Orgelpfeife bei etwa 10 ms. Die Abbildungen 5.2 bis 5.7 zeigen exemplarisch Sequenzen aus dem Anblasprozess für die Szenarien *free*, *wall*, *wall\_lambda*, *convex*, *concave* und *diffuse*. Dabei ist zu erkennen, wie die inertielle Schalldruckwelle generiert und in den Außenraum abgestrahlt wird.

Das Referenzszenario *free* zeigt, dass die numerische Simulation die Schallentstehung und die Schallabstrahlung sehr gut darstellen. Deutlich ist das Wandern der inertialen Schalldruckwelle im Resonator zu sehen. Auch die für den Anblasvorgang typischen Quermoden im Resonator sind erkennbar. Die Gestalt der in den Außenraum abgestrahlten Schallwelle ist aufgrund des 2D-Rechengitters kreisförmig. Man darf aber davon ausgehen, dass es sich im dreidimensionalen Fall um Kugelwellen handelt. Auch die Abstrahlung höherer Harmonischer ist sichtbar. Die äußeren Ränder des Szenarios stellen eine besondere Herausforderung dar, weil hier die Randbedingungen so gewählt werden müssen, dass eine ungehinderte Transmission der propagierenden physikalischen Größen erfolgen kann. Das bedeutet, dass man innerhalb einer Gitterweite entweder eine totale Absorption als Randbedingung annehmen muss, was mitunter zu starken numerischen Reflexionen führt, oder aber eine realistischere Randbedingung wählt, die das Propagieren von Wellen über die Grenzen des Rechengitters hinaus erlaubt und somit einen Fluss nach Außen darstellt. Hier wurde die zweite Variante implementiert, wobei in den Anfangsbedingungen für den Druck entsprechende Fernfeldbedingungen gesetzt wurden (vgl. A.2.4). An den Rändern des Rechengitters treten deshalb ver-

gleichsweise geringe numerische Reflexionen auf. Sie sind in der Größenordnung der akustischen Beugungserscheinungen am oberen Ende der Orgelpfeife, sichtbar als heller Kreis im ersten Bild der zweiten Sequenzreihe ( $t = 0.55$  ms). Die weitere Reduzierung der genannten numerischen Reflexionen durch Feinjustierung der Transmissionsrandbedingungen ist Teil aktueller und zukünftiger Forschungsarbeit.

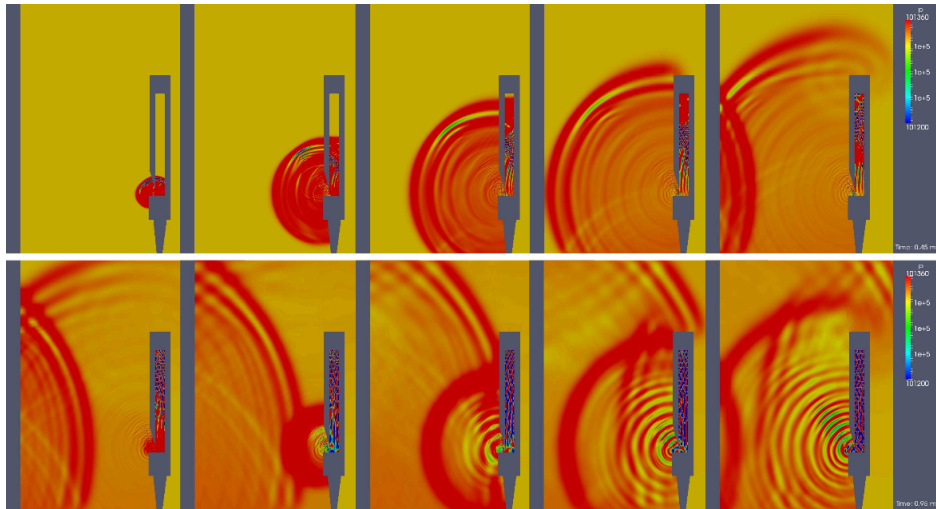
Die Abbildungen 5.3 und 5.4 zeigen Sequenzen des Anblasvorgangs der Szenarien *wall* und *wall\_lambda*. Im Vergleich zum Referenzszenario *free* zeigen diese Szenarien die Reflexion der Schallwelle an den schallharten Wänden. Die reflektierte Schallwelle propagiert zurück zum Aufschnitt. An den abgestrahlten höheren Harmonischen im Nachlauf der inertialen Schallwelle sind deutliche Überlagerungen erkennbar. Auch die stark ausgeprägten Quermoden im Resonator sind ein Indiz dafür, dass die reflektierte Schallwelle die periodische Bewegung des Jets massiv stört. An der Außenseite der Orgelpfeife wird die Schallwelle erneut reflektiert. Der Raum zwischen Orgelpfeife und Wand wird also zu einer Art äußerem Resonator mit der Resonatorlänge des Wandabstandes zum Aufschnitt.



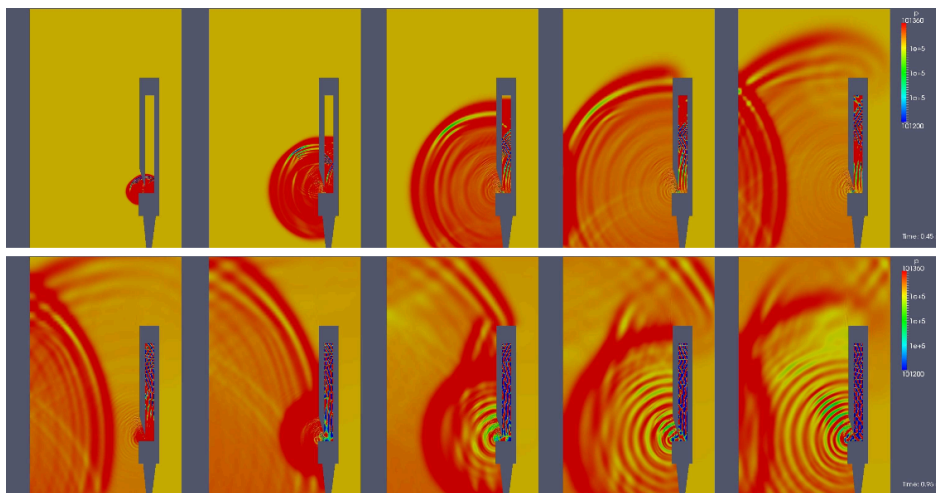
**Abbildung 5.2.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Referenzszenarios *free*

Die Sequenz des Anblasvorganges des Szenarios *convex* ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Sequenz zeigt, wie die abgestrahlte initiale Schallwelle an der konvexen Geometrie reflektiert wird und als Kugelwelle zurück in Richtung Aufschnitt der Orgelpfeife wandert. In der Sequenz des Szenarios *concave* ist zu erkennen, wie die initiale Schalldruckwelle an der konkaven Geometrie reflektiert und im weiteren Verlauf fokussiert wird. In der Sequenz des Szenarios *diffuse* wird die initiale Schalldruckwelle an der gezahnten Geometrie reflektiert, so dass die zurücklaufende Schallwelle geteilt wird.

In Abbildung 5.8 sind die Schalldrucksignale am Probenpunkt C während des Anblasprozesses für die gerechneten Szenarien aufgetragen. Der Anblasprozess ist grau hinterlegt. Der Übersichtlichkeit wegen sind die Signale durch einen Offset voneinander getrennt. Das Referenzszenario *free* bildet nach ca. 10 ms gleichmäßige, periodische Schwingungen aus. In den Szenarien *wall* und *wall\_lambda* wird die Ausbildung



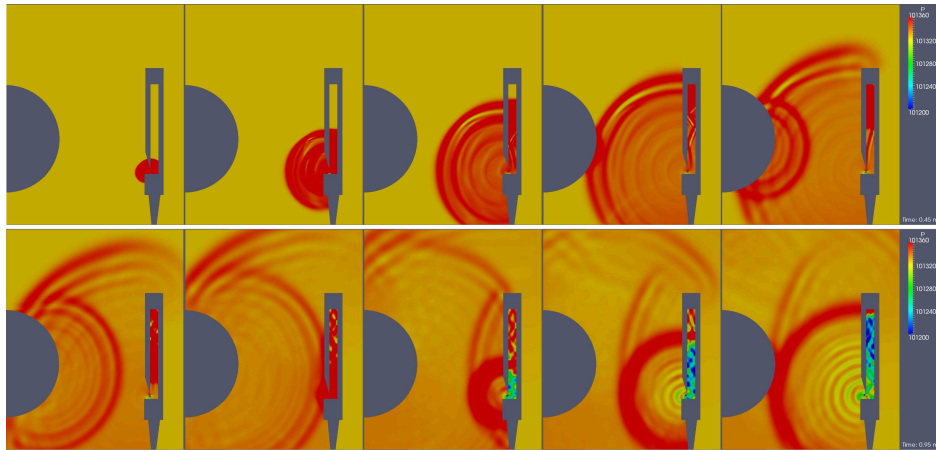
**Abbildung 5.3.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios *wall*



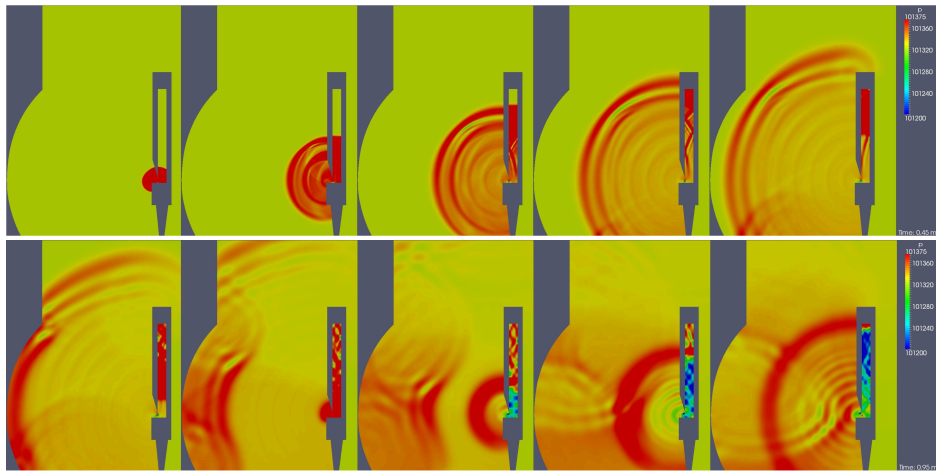
**Abbildung 5.4.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios *wall\_lambda*

periodischer Schwingungen massiv gestört. Die Störungen bewirken sowohl geringere Amplituden des sich ausbildenden Drucksignals als auch Periodenverdopplungen. Die Signale der Szenarien *convex*, *concave* und *diffuse* zeigen hingegen keine erkennbare Störung des Anblasvorganges, im Gegenteil. Diese Szenarien zeichnen sich durch einen gleichmäßig verlaufenden, transienten Einschwingvorgang aus. Im Vergleich zum Referenzszenario sind die sich ausbildenden Amplituden größer. Die Schwingungen haben dreieckige Form, was auf ungeradzahlige Frequenzen hindeutet. Das Szenario *diffuse* hat bei  $t = 10$  ms, relativ zum Referenzszenario, bereits eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$ . Die Grundfrequenz (Fundamentalschwingung) des Systems ist also höher als im Referenzszenario.

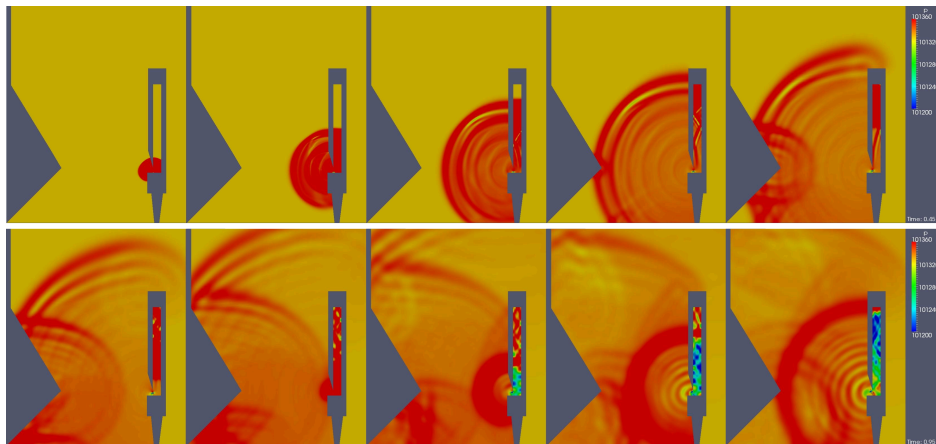
Die Signale des weiteren Simulationsverlaufs zeigt Abbildung 5.9. Der Anblasprozess ist wieder grau hinterlegt. Die Störung des Jets in den Szenarien *wall* und *wall\_*-



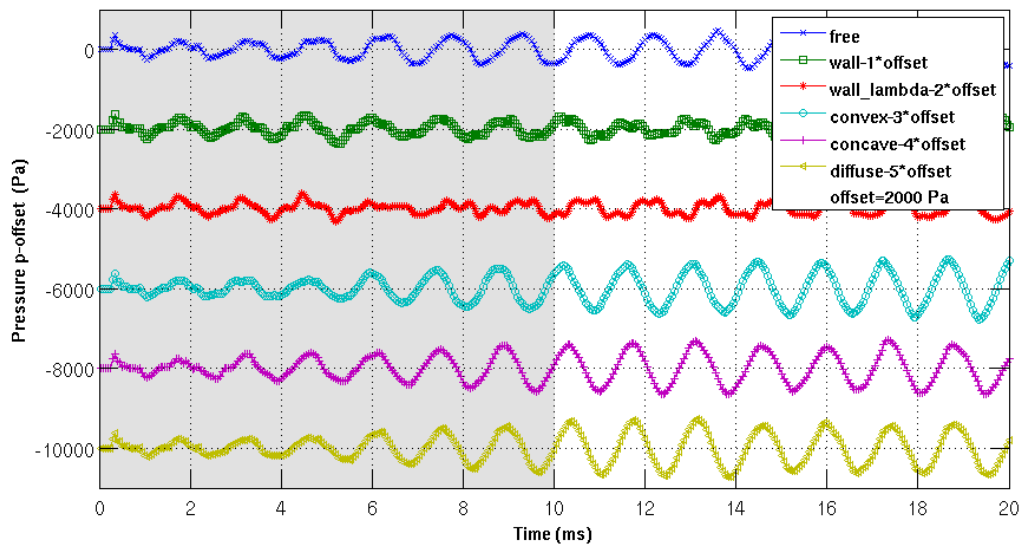
**Abbildung 5.5.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios *convex*



**Abbildung 5.6.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios *concave*



**Abbildung 5.7.:** Visualisierung der inertialen Schallwelle des Anblasprozesses einer gedackten Orgelpfeife am Beispiel der numerischen Simulation des Szenarios *diffuse*



**Abbildung 5.8.:** Der Anblasprozess. Dargestellt sind die Drucksignale der Szenarien am Probenpunkt C.

*lambda* führt zur Ausbildung geringer Amplituden und zu Schwebungen. Im Szenario *wall* hat die Schwebung eine Periodendauer von ca.  $T_S = 100$  ms. Im Szenario *wall\_lambda* hat die Schwebung eine Periodendauer von ca.  $T_S = 60$  ms. Das entspricht Schwebungsfrequenzen von etwa  $f_S = 10.0$  Hz bzw.  $f_S = 16.5$  Hz. Die Schwebung kann nur durch die Überlagerung von Signalen verschiedener Frequenzen hervorgerufen werden. Das bedeutet, dass die ebene Wand als Abstrahlhindernis amplitudendämpfend und frequenzverstärkend wirkt.

Das Drucksignal des Szenarios *convex* am Probenpunkt C besitzt den gleichmäßigsten Schwingungsverlauf aller Szenarien inklusive der des Referenzszenarios *free*. Die Amplituden sind durchweg höher als die des Referenzsignals. Weiterhin ist eine leichte Frequenzerhöhung festzustellen. Die Ergebnisse zeigen, dass diese Geometrie amplituden- und frequenzverstärkend wirkt.

Die größten Amplituden aller Szenarien werden im Szenario *concave* ausgebildet. Grund dafür ist die Fokussierung der reflektierten Schallwelle durch die konkave Geometrie der Wand. Allerdings sind die Amplituden des Signals weniger gleichmäßig als im Szenario *convex*. Möglicherweise sind auch hier Schwebungen die Ursache.

Der Signalverlauf des Szenarios *diffuse* ist ebenfalls ungleichmäßig und zeigt Schwebungen. Die Teilung und Umlenkung der reflektierten Schallwelle bedingt die Ausbildung kleinerer Amplituden.

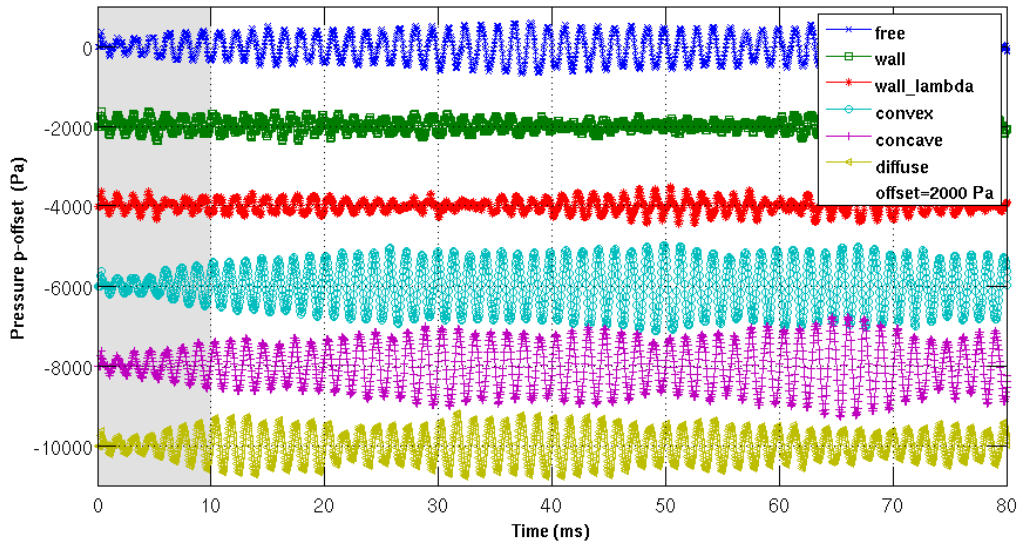


Abbildung 5.9.: Die Drucksignale der Szenarien am Probenpunkt C.

### 5.1.2. Schalldruckpegelspektren

Aus den durch die numerischen Simulationen gewonnenen Drucksignalen am Probenpunkt C werden Schalldruckpegelspektren gebildet. Dabei werden die Signale der gesamten Simulationszeit von 100 mm benutzt. Die Samplingfrequenz ist der Kehrwert der Abtastrate. In den numerischen Simulationen ist dies die ausgegebene Zeitschrittweite von  $5 \cdot 10^{-5}$  s, welche in der Datei `controlDict` definiert wurde (vgl. Abschnitt 3.6.3 sowie A.2.5). Daraus ergibt sich eine Samplingfrequenz von  $F_s = 20000$  Hz.

Mittels Fourier-Transformation werden die extrahierten Signale zunächst in Amplitudenspektren überführt. Die Idee der Fourier-Transformation ist, dass jede periodische Funktion mit der Periodendauer  $T$  darstellbar ist als eine im Allgemeinen unendliche Summe harmonischer Schwingungen, deren spezifische Frequenzen jeweils ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz  $f_0$  sind. Ist die Funktion ein diskretes Signal, dann schreibt man die Zerlegung nach Fourier mit  $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi f_0$  wie folgt.

$$f(t) = c_0 + \left[ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n\omega_0 t) + b_n \cdot \sin(n\omega_0 t) \right] \quad (5.1)$$

Die Koeffizienten  $a_n(n\omega_0)$  und  $b_n(n\omega_0)$  nennt man die Fourier-Koeffizienten. Sie zu bestimmen ist Inhalt der Fourier-Analyse. Man findet

$$c_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \quad (5.2)$$



$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos(n\omega_0 t) dt \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.3)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \sin(n\omega_0 t) dt \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.4)$$

Die Fourierkonstante  $c_0$  ist der zeitliche Mittelwert des Signals  $f(t)$ . Man spricht auch von Gleichanteil (in der Elektrotechnik von DC-Anteil) oder von Offset des Signals.

Mit den Beziehungen

$$a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) = c_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) \quad (5.5)$$

und

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (5.6)$$

$$\phi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right) \quad (5.7)$$

$$(5.8)$$

erhält man schließlich die **spektrale Darstellung** der Fourier-Reihe

$$f(\omega) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin(n\omega_0 t + \phi_n) \quad (5.9)$$

Ein periodisches Signal wird also durch die Größen

$c_0$	Mittelwert der Signals $f(t)$ ,
$c_n = c_n(n\omega_0)$	Amplitudenspektrum,
$\phi_n = \phi_n(n\omega_0)$	Phasenspektrum

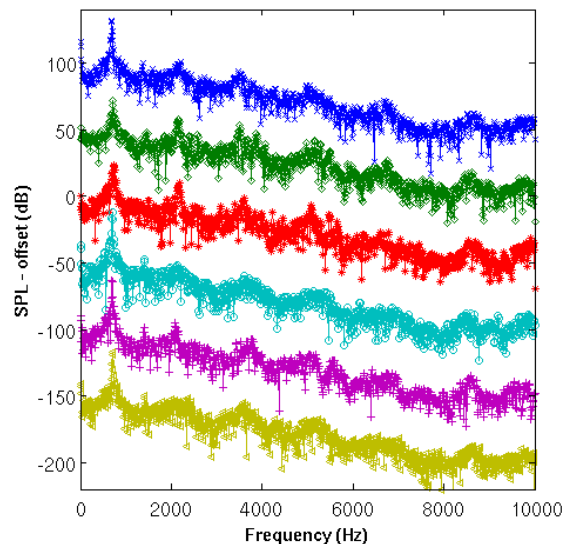
bestimmt. Aus den Amplitudenspektren können dann die Schalldruckpegelspektren mittels

$$SPL = 20 \log_{10} \left( \frac{p_{rms}}{p_{ref}} \right) \quad \text{dB} \quad (5.10)$$

mit dem Effektivwert des Druckes  $p_{rms} = p/\sqrt{2}$  und dem Referenzdruck von  $p_{rms} = 20 \mu\text{Pa}$  berechnet werden. Abbildung 5.10 zeigt die gewonnenen Schalldruckpegelspektren. In den Tabellen 5.2 und 5.3 sind die Frequenzen und die Amplituden der Fundamentalschwingungen sowie der 2., 3. und 5. Harmonischen zusammengefasst. Die Frequenzauflösung der Pegelspektren der numerischen Simulationen ergibt sich aus dem Kehrwert der Simulationszeit und beträgt  $\pm 5$  Hz.

Alle Pegelspektren zeigen die prominente Fundamentalschwingung. In den Szenarien *wall* und *wall\_lambda* findet man die größten Frequenzerhöhungen gegenüber dem Referenzspektrum des Szenarios *free*. Sie betragen  $30 \pm 5$  Hz bzw.  $49 \pm 5$  Hz. Die Pegel der 3. und der 5. Harmonischen werden zudem signifikant betont. Man findet Pegelerhöhungen von 6 dB bzw. 9 dB, was einer Verdopplung bzw. einer Verdreifachung der Lautstärken dieser Frequenzen entspricht (vgl. Tabelle 5.3).

Das Szenario *convex* zeichnet sich durch die Betonung der Fundamentalschwingung gegenüber dem Referenzszenario aus. Der Pegel wird gegenüber dem Szenario *free* um 6 dB angehoben, was einer Verdopplung der Lautstärke der Fundamentalschwingung entspricht. Alle anderen Harmonischen werden dagegen leicht gedämpft. Im Szenario *concave* findet aufgrund der Fokussierung durch die konkave Geometrie eine Pegelerhöhung der Fundamentalschwingung und der 3. Harmonischen statt. Die gezahnte Geometrie des Szenarios *diffuse* betont die Fundamentalschwingung und dämpft die 3. Harmonische.



**Abbildung 5.10.:** SPL am Probenpunkt C. Dargestellt ist der Frequenzbereich 0 – 10000 Hz der Schalldruckpegelspektren der Szenarien *free*, *wall*, *wall\_lambda*, *convex*, *concave* und *diffuse*. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Spektren durch einen Offset von 50 dB voneinander getrennt. Die SPL-Skala gehört zum Referenzspektrum des Szenarios *free*. Es sind die prominente Fundamentalschwingung, die 3. und die 5. Harmonische zu erkennen. Außerdem zeigen alle Szenarien eine 2. Harmonische.

In allen Szenarien kann eine 2. Harmonische beobachtet werden. Das Auftreten der 2. Harmonischen in gedachten Orgelpfeifen ist nach der linearen Wellentheorie rechnerisch zwar nicht möglich, dennoch ist Orgelbauern dieser Effekt aus der Praxis her bekannt. Die Ursache für das Auftreten der 2. Harmonischen ist der sich ausbildende schwingende, akustische Dipol an der Spitze des Labiums [29]. Der Dipol wechselt pro Schwingungsperiode des Jets zweimal seine Konfiguration. Er schwingt demnach mit der doppelten Frequenz des Jets. Die Pegel der in den numerischen Simulationen beobachteten 2. Harmonischen sind, wie auch in der Praxis, normalerweise kleiner als die

Pegel der Fundamentalschwingungen und der 3. Harmonischen. Die in den Szenarien *convex* und *diffuse* beobachtete Dämpfung der höheren Harmonischen führt allerdings dazu, dass bei diesen Geometrien die 2. Harmonische eine gewisse klangliche Signifikanz erhält. Das Auftreten der 2. Harmonischen in den numerischen Simulationen spricht für deren hohe Qualität und Wirklichkeitsnähe.

Frequenz/ Szenario	Fundamental ( $\pm 5\text{Hz}$ )	2.Harm ( $\pm 5\text{Hz}$ )	3.Harm ( $\pm 5\text{Hz}$ )	5.Harm ( $\pm 5\text{Hz}$ )
<i>free</i>	693	1377	2207	3477
<i>wall</i>	723	1465	2148	3496
<i>wall_lambda</i>	742	1507	2178	3594
<i>convex</i>	703	1406	2129	3604
<i>concave</i>	693	1396	2090	3750
<i>diffuse</i>	703	1416	2002	3574

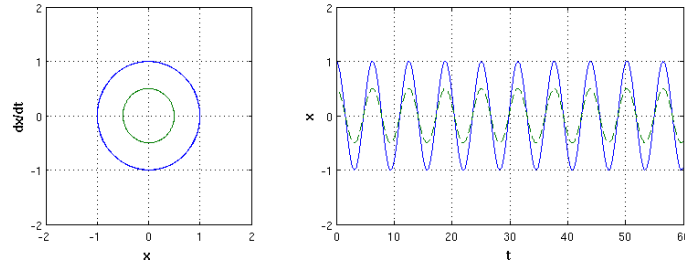
**Tabelle 5.2.:** Frequenzen der Fundamentalschwingung, sowie der 2., 3. und 5. Harmonischen am Probenpunkt C.

SPL/ Szenario	Fundamental (dB)	2.Harm (dB)	3.Harm (dB)	5.Harm (dB)
<i>free</i>	131.5	99.5	100.5	93.5
<i>wall</i>	121.5	97.5	106.5	102.5
<i>wall_lambda</i>	122.5	96.5	109.5	98.5
<i>convex</i>	137.5	101.5	97.5	89.5
<i>concave</i>	136.5	100.5	104.5	92.5
<i>diffuse</i>	132.5	99.5	96.5	94.5

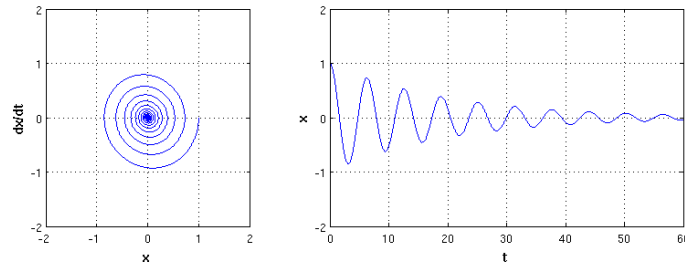
**Tabelle 5.3.:** Schalldruckpegel der Fundamentalschwingung, sowie der 2., 3. und 5. Harmonischen am Probenpunkt C.

### 5.1.3. Phasenportraits

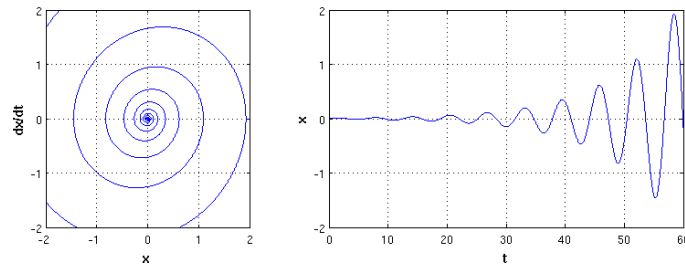
Bildet man die zeitliche Ableitung der Drucksignale der Szenarien und trägt  $dp/dt$  gegen  $p$  auf, erhält man die Phasenportraits der Oszillationen des Druckes am Probenpunkt C (vgl.: [29]). Die Phasenportraits geben Auskunft über die Ähnlichkeit der Oszillationen zu bekannten Oszillatortypen. Der harmonische Oszillator hat beispielsweise eine kreisförmige, geschlossene Trajektorie, ein gedämpfter harmonischer Oszillator mit positiver Dämpfung zeigt eine Spirale, die sich in einen zentralen, stabilen Fixpunkt windet, ein angeregter harmonischer Oszillator, dieser hat eine negative Dämpfung, zeigt eine Spirale, die sich aus dem zentralen Fixpunkt, welcher instabil ist, herauswindet. Ein selbst-erregter Oszillator, ein Schwinger mit nichtlinearer Dämpfung, zeigt einen Grenzyklus. Je nach Nichtlinearität ist das Phasenportrait dann ein mehr oder weniger deformierter Kreis. Die Abbildungen 5.11a - 5.11d zeigen exemplarisch die Phasenportraits verschiedener Oszillatortypen.



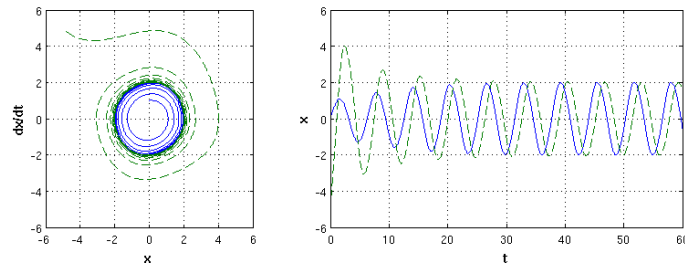
(a) Der harmonische Oszillator:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \omega_0 = 1.0$ . Gezeigt sind zwei Lösungen für die Anfangsbedingungen:  $x_1(0) = 1.0, \dot{x}_1 = 0.0$ , und  $x_2(0) = 0.5, \dot{x}_2 = 0.0$ .



(b) Der gedämpfte harmonische Oszillator:  
 $\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \omega_0 = 1.0, \gamma = 0.1$ . Die Anfangsbedingungen sind:  $x(0) = 1.0, \dot{x} = 0.0$



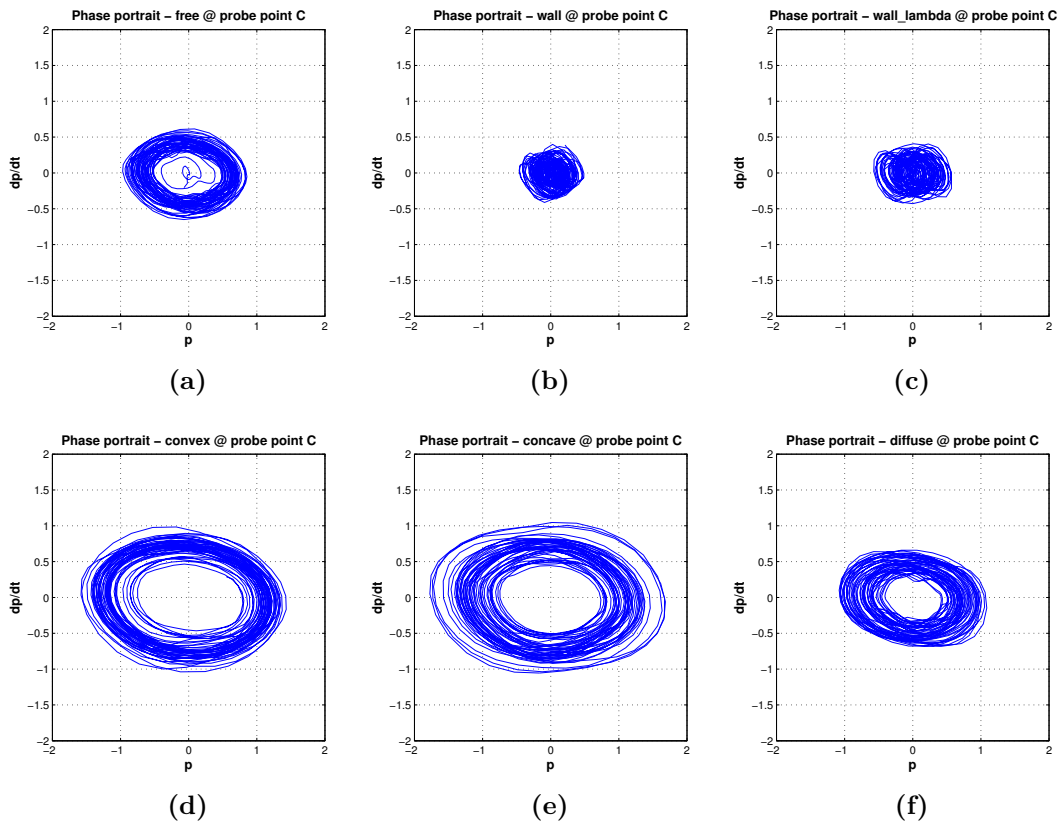
(c) Der negativ gedämpfte harmonische Oszillator:  
 $\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \omega_0 = 1.0, \gamma = -0.18$ . Die Anfangsbedingungen sind:  $x(0) = 0.0, \dot{x} = 0.01$



(d) Der van der Pol Oszillator:  
 $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \omega_0 = 1.0, \mu = 0.08$ . Die jeweiligen Anfangsbedingungen der zwei Lösungen sind:  
 $x_1(0) = 0.0, \dot{x}_1 = 1.0, x_2(0) = -5.0, \dot{x}_2 = 5.0$

**Abbildung 5.11.:** (a) Der harmonische Oszillator als Beispiel für ein konservatives System. (b) Der gedämpfte harmonische Oszillator, ein dissipatives System. (c) Der harmonische Oszillator mit negativer Dämpfung, ein erregbares System. (d) Der van der Pol Oszillator als Beispiel für einen selbst-erregten Oszillator.

In den Abbildungen 5.12a - 5.12f sind die geglätteten Phasenportraits der verschiedenen Szenarien im Bereich von  $t = 10 \text{ ms} - 80 \text{ ms}$  der numerischen Simulationen dargestellt. Die Abbildungen 5.13a - 5.13f zeigen die normierten Phasenportraits. Der transiente Anblasprozess ist abgeschnitten. Man erkennt sehr unterschiedlich laufende Trajektorien in den Szenarien. Da die Signale ständig äußeren Störungen unterliegen, werden keine geschlossenen Trajektorien wie in der Theorie beobachtet. Die Szenarien stellen ja ausgedehnte, aeroakustische und in diesem Sinne reale Oszillatorsysteme dar. Dennoch ist erkennbar, dass es sich bei allen Szenarien um selbst-erregte Oszillatorsysteme handelt.

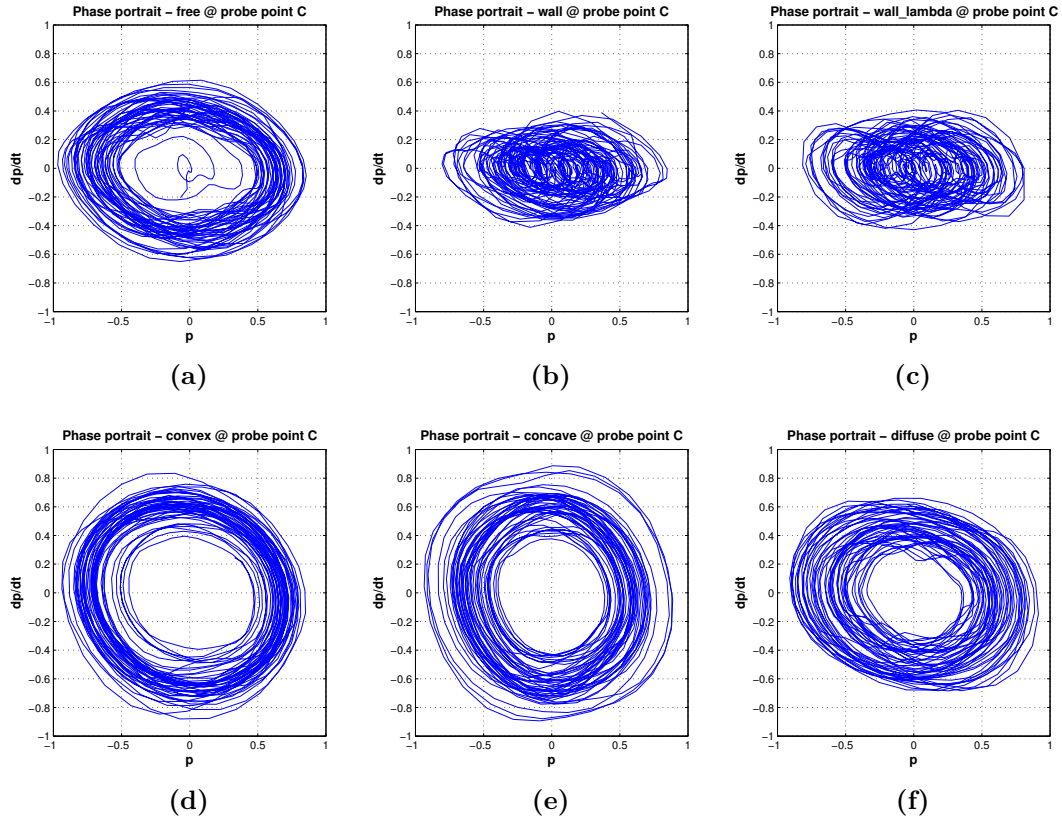


**Abbildung 5.12.:** Phasenportraits der Szenarien a) *free*, b) *wall*, c) *wall\_lambda*, d) *convex*, e) *concave* und f) *diffuse*. Die dargestellte Zeitspanne beträgt  $t = 10 \text{ ms} - 80 \text{ ms}$  der Simulationszeit von insgesamt 100 ms.

Die Phasenportraits der Szenarien *wall* und *wall\_lambda* zeigen die starken Störungen, die verhindern, dass sich größere Amplituden ausbilden. Die bereits erwähnten Periodenverdopplungen sind in den Abbildungen 5.13b und 5.13c deutlich zu erkennen.

Die Trajektorien im Phasenportrait des Szenarios *convex* verlaufen elliptisch, in der normierten Darstellung in Abbildung 5.13d kreisförmig und ähneln damit denen des harmonischen Oszillators. Der Verlauf der Trajektorien des Szenarios *concave* erinnert dagegen eher an ein gekipptes Quadrat als an einen Kreis. Das wird besonders an den weit außen verlaufenden Trajektorien deutlich. Möglicherweise handelt es sich dabei um ein zweites Oszillationsregime, eines mit großen Amplituden, in das das System

springt, wenn genug Energie zur Verfügung steht. Das kann durch die Fokussierung der einlaufenden Schallwelle geschehen. Diese Frage bleibt im Rahmen dieser Arbeit offen. In jedem Fall ist die massive Änderung des selbst-erregten Schwingungsverhaltens gegenüber dem Referenzszenario *free* sichtbar.



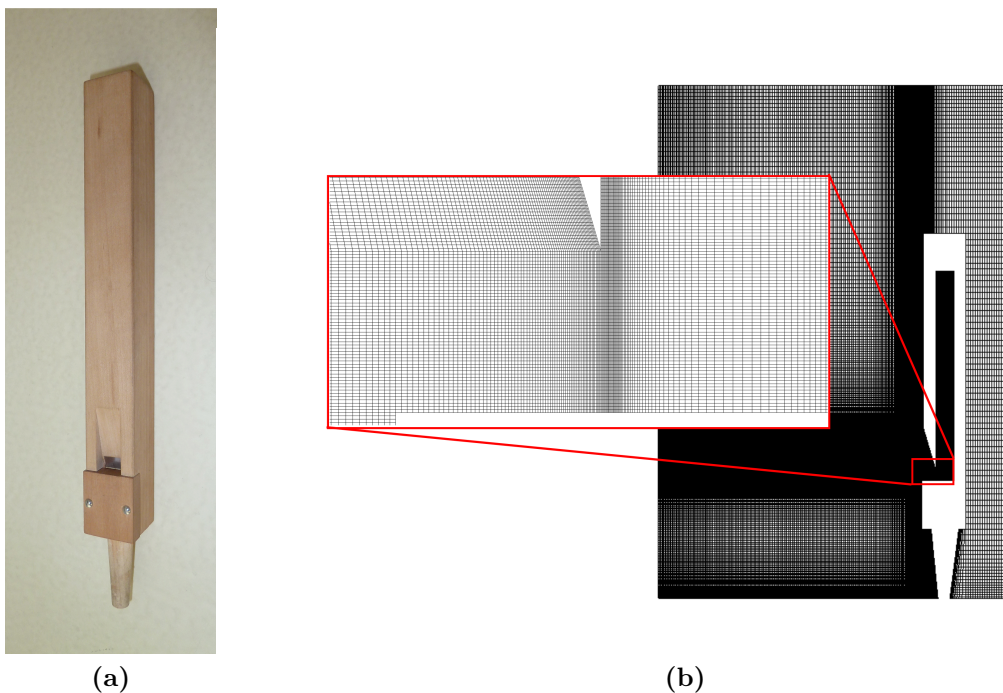
**Abbildung 5.13.:** Normalisierte Phasenportraits der Szenarien a) *free*, b) *wall*, c) *wall\_lambda*, d) *convex*, e) *concave* und f) *diffuse*. Die dargestellte Zeitspanne beträgt  $t = 10 \text{ ms} - 80 \text{ ms}$  der Simulationszeit von insgesamt 100 ms.

Die Ausrichtung der Trajektorien im Phasenportrait des Szenarios *diffuse* weicht von denen der anderen Szenarien deutlich ab. Das Phasenportrait erscheint in Uhrzeigerichtung gekippt. Die Nulldurchläufe des Druckes sind nicht die Punkte maximaler Druckänderung. Das bedeutet eine Phasenverschiebung dieser Größen zueinander. Die Phasenverschiebung beträgt etwa  $\Delta\phi \approx \pi/8$ .

Die Phasenportraits belegen, dass verschiedene äußere Geometrien großen Einfluss auf die Tonentstehung in der Orgelpfeife nehmen. Die Nichtlinearitäten im System werden durch die äußere Geometrie signifikant beeinflusst. Dies ist als Verformung der Trajektorienverläufe in den Phasenportraits erkennbar. Die nichtlinearen Schwingungsvorgänge in der Orgelpfeife werden durch den Einfluss der äußeren Geometrie regelrecht umgeformt. Je nach Geometrie, werden dadurch bestimmte Frequenzen betont oder gedämpft. Das führt zu einer massiven Änderung des Klangbildes der Orgelpfeife.

## 5.2. Einfluss von Schwellkästen

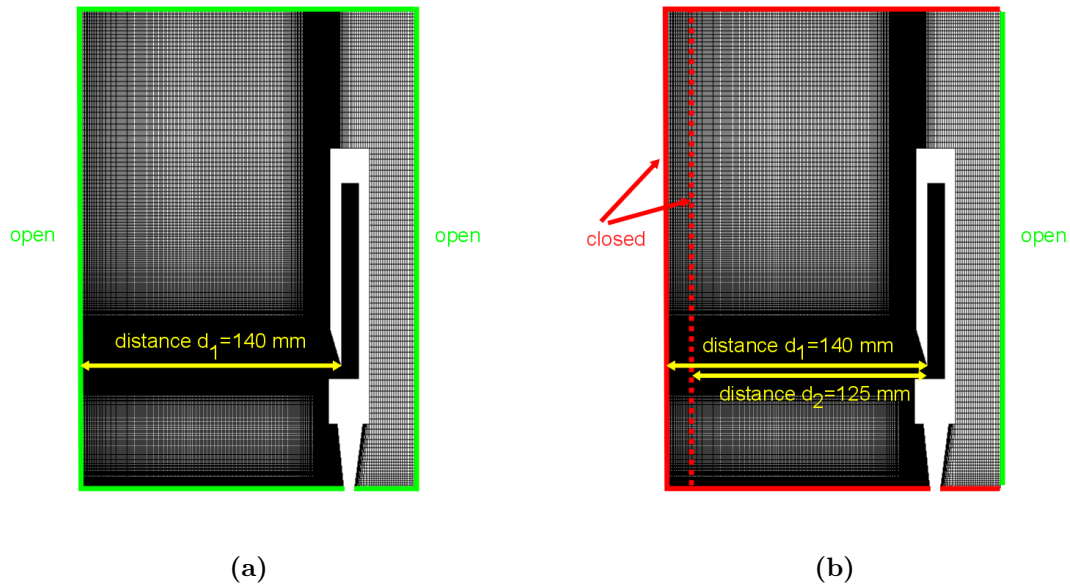
In diesem Abschnitt wird die Rückwirkung der Geometrie von Schwellkästen auf die Schallentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife thematisiert. Für die Untersuchungen werden zwei numerische Simulationen mit unterschiedlichen, die Schwellkästen charakterisierenden Randbedingungen durchgeführt und ausgewertet. Im ersten Teil werden kurz die verwendeten Geometrien besprochen. Daran anschließend erfolgt die Darstellung der durchgeführten Simulationsrechnungen. Im dritten Teil werden die Simulationsergebnisse analysiert und mit den Resultaten des Referenzszenarios *free* verglichen. Die Studie schließt mit einer kurzen Zusammenfassung und einem Ausblick auf künftige Arbeiten.



**Abbildung 5.14.:** (a) Orgelpfeife aus Holz mit quadratischem Querschnitt, gefertigt und zur Verfügung gestellt durch die Firma Schuke Orgelbau Potsdam GmbH. (b) Implementation der Orgelgeometrie und des nahen Raumes in ein 2D-Rechengitter. Das Detail gibt einen Eindruck von der Feinheit der Rechengitters im Bereich des Aufschnitts.

Als Vorlage für die numerischen Simulationen dient eine gedackte Orgelpfeife aus Holz mit einem quadratischen Querschnitt und einer Grundfrequenz von  $f = 700$  Hz wie sie in Abbildung 5.14a dargestellt ist. Die Orgelpfeife wurde für diese Zwecke von der Orgelbaufirma Schuke Orgelbau Potsdam GmbH gefertigt und für eine Vermessung zur Verfügung gestellt. Die Geometrie der Orgelpfeife und der nahe Raum wird nach dem Vorgehen in Kapitel 3 auf ein 2D Rechengitter übertragen. Abbildung 5.14b zeigt das Rechengitter.

Die Eckdaten des verwendeten Rechengitters sind die des Szenarios *free* (vgl.: Tabelle 5.1). Die thermophysikalischen Eigenschaften sind in der Tabelle 3.1 zusammengestellt.



**Abbildung 5.15.:** Schematische Darstellung der Randbedingungen der Simulationsläufe, a) der Referenzszenarios *free*, b) der Konfigurationen des Schwellkastens *swell\_140mm* und *swell\_125mm*

Als Randbedingungen für den Raum werden zwei unterschiedliche Konfigurationen implementiert. Die Konfigurationen entsprechen den Geometrien der Szenarien *wall* und *wall\_lambda*, allerdings jetzt mit drei schallharten Wänden, dem Boden, der Wand gegenüber des Aufschnitts und der Decke. Nur der numerische Rand hinter der Orgelpfeife ist offen. Die Randbedingungen des Referenzszenarios *free* und der Konfigurationen *swell\_140mm* und *swell\_125mm* sind in den Abbildungen 5.15a und 5.15b gezeigt. Als Randbedingungen für die Wände an den Innen- und Außenwänden der Orgelpfeife sowie für die Wände der Schwellkästen werden no-slip Randbedingungen verwendet. Für den Kernspalt der Orgelpfeife, also den Inlet und die offenen Raumgrenzen, die hier als Outlet bezeichnet sind, werden Randbedingungen gewählt, die die Massenerhaltung gewährleisten. Das Vorgehen ist Kapitel 3 im Detail beschrieben.

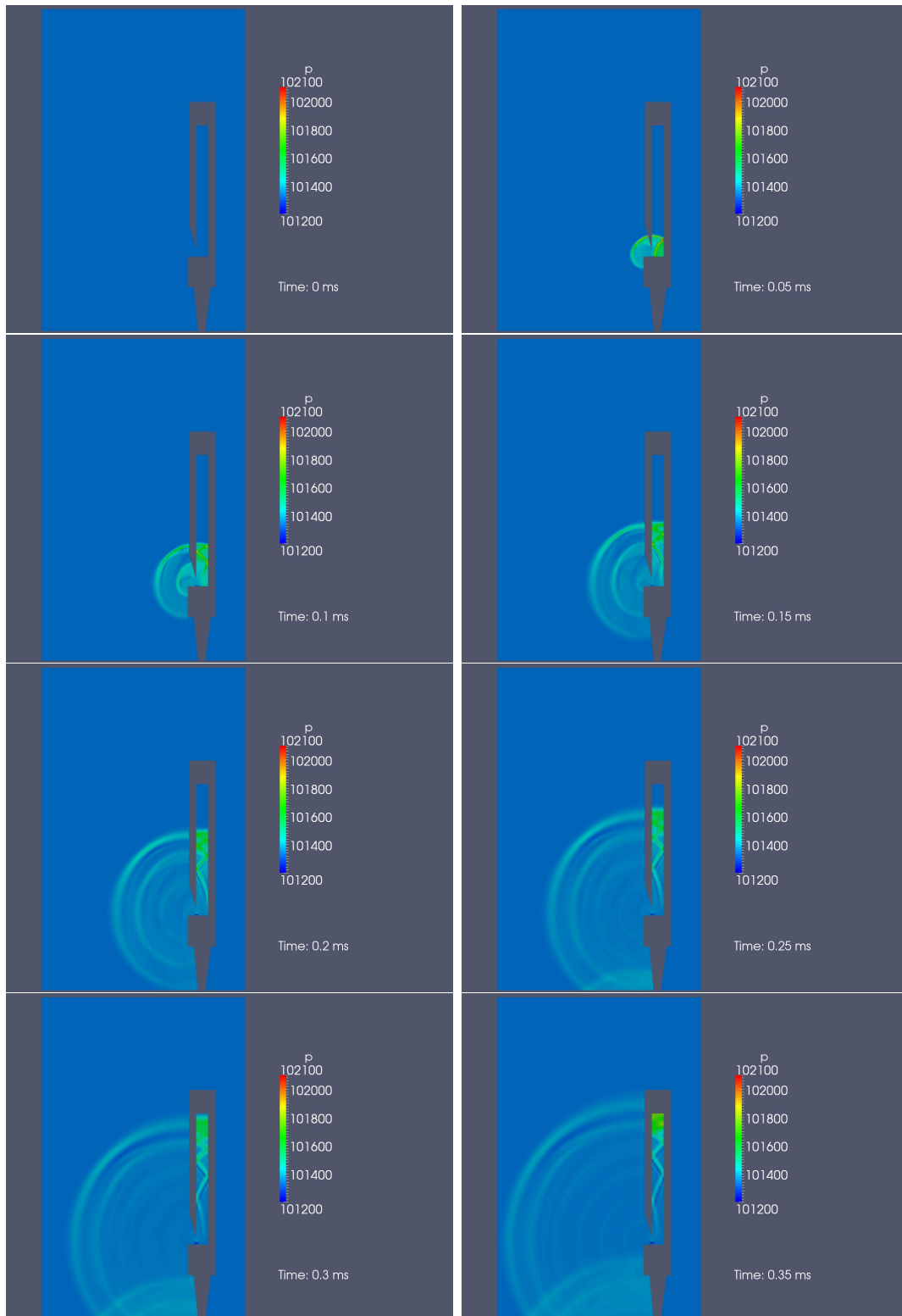
### 5.2.1. Darstellung der Simulationsrechnungen

Jeder Simulationslauf erzeugt ca. 80 GB Daten. Aus der Gesamtmenge der Daten werden für die physikalischen Größen Druck  $p$ , Geschwindigkeitsbetrag  $|U|$  und turbulente kinetische Energie  $k$  Filmsequenzen erstellt, die ein detailliertes qualitatives Studium der Vorgänge in der Orgelpfeife sowie ihrer Umgebung erlauben. Die Filme liegen der Arbeit als DVD bei.

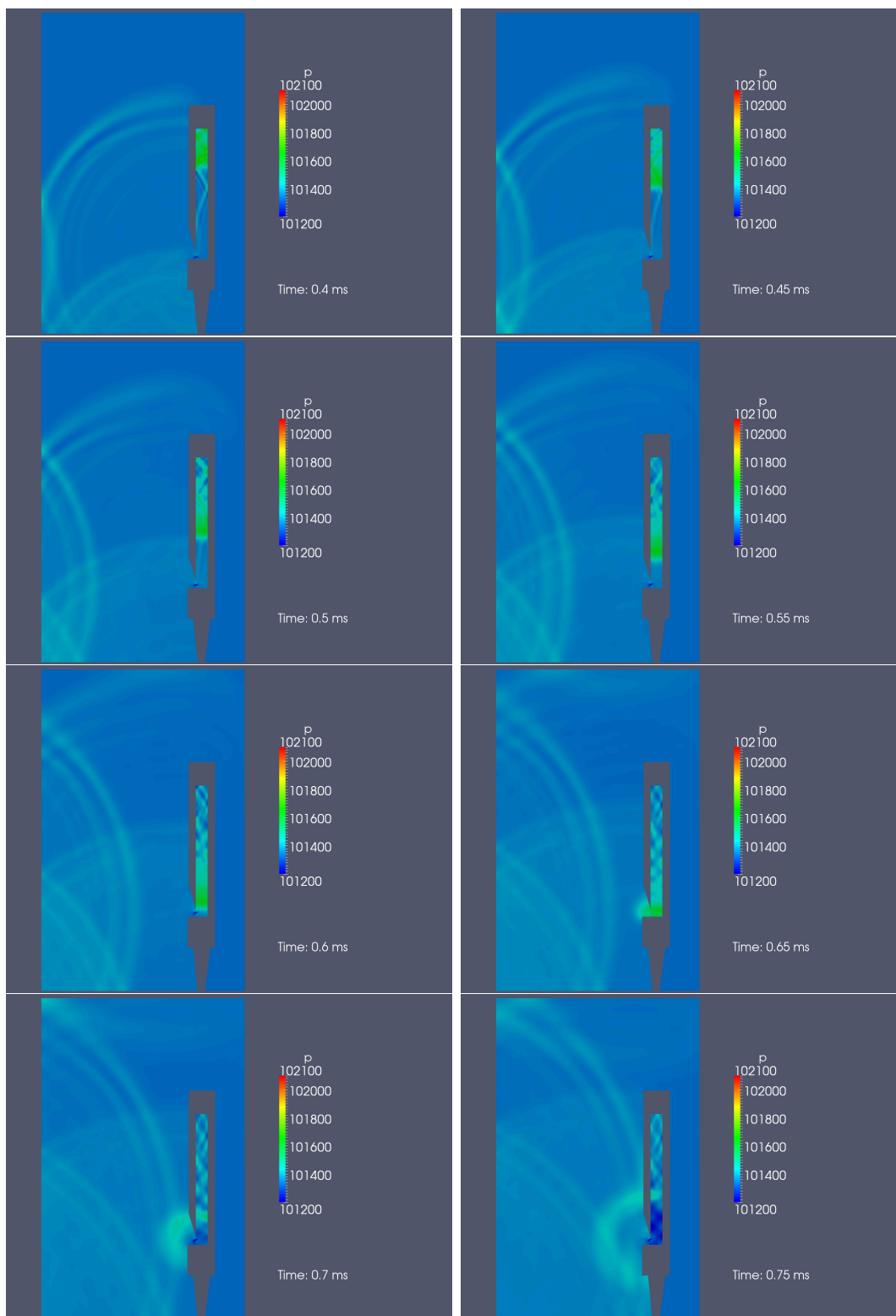
Die folgende Auswahl zeigt Sequenzen der gerechneten numerischen Simulationen für die Schwellkastenkonfiguration *swell\_125mm* und das Referenzszenario *free*. Zuerst werden Sequenzen des Anblasvorgangs gezeigt. Dabei ist der Druck  $p$  in einem Bereich



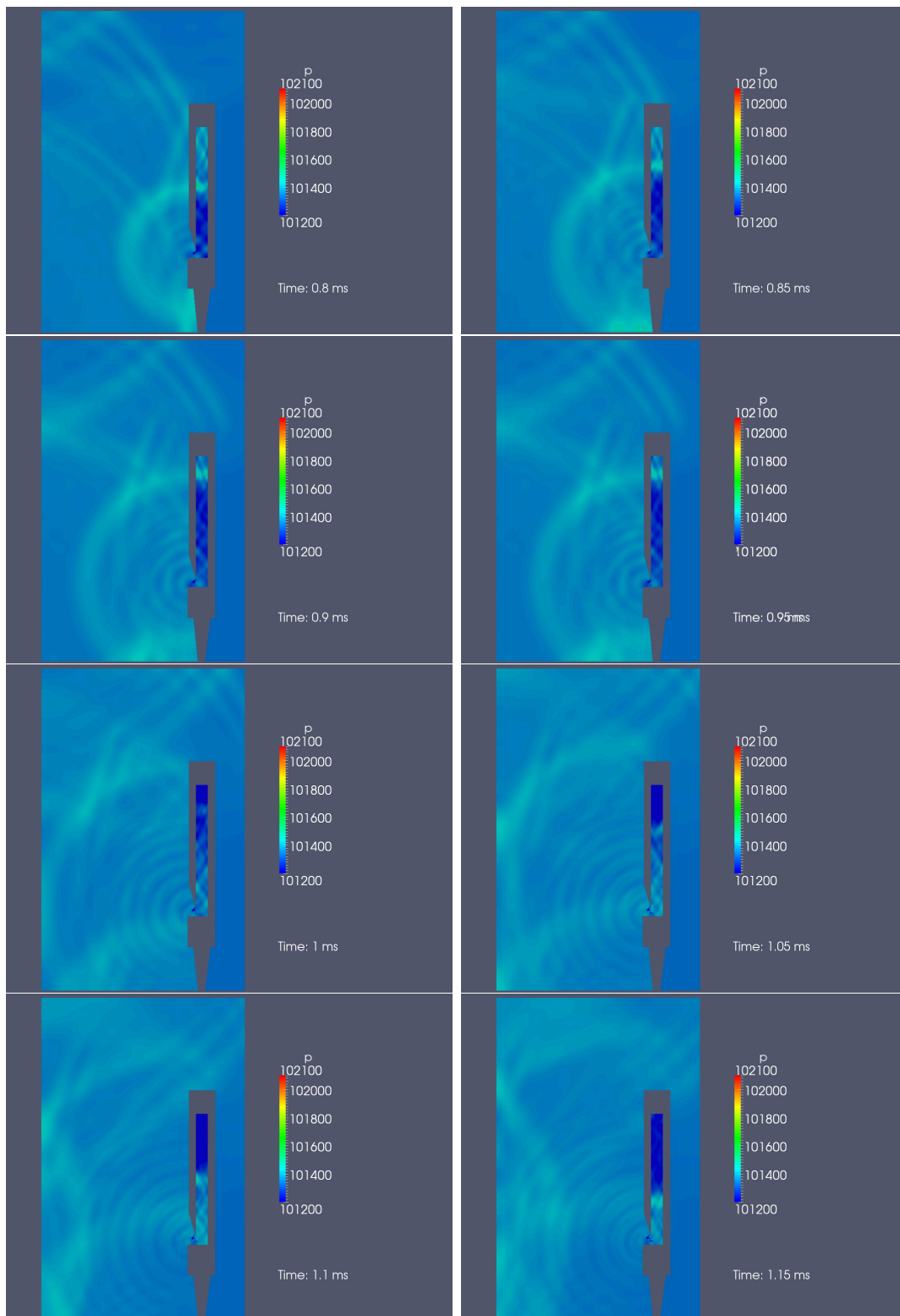
von 101200 – 102100 Pa farbkodiert dargestellt. Anschließend wird eine Sequenz des Szenarios *free* gezeigt, in der die Abstrahlung einer Schallwelle in den freien Raum erfolgt. Um die fluidmechanischen Verhältnisse, insbesondere die in der Generatorregion der Orgelpfeife, darzustellen, eignen sich farbkodierte Darstellungen der turbulenten kinetischen Energie und des Geschwindigkeitsbetrages. Die turbulente kinetische Energie ist in logarithmischer Skala aufgetragen. So können kohärente fluidmechanische Strukturen, wie großskalige Wirbel, Scherschichten des Jets, sowie Wandgrenzschichten sichtbar gemacht werden.



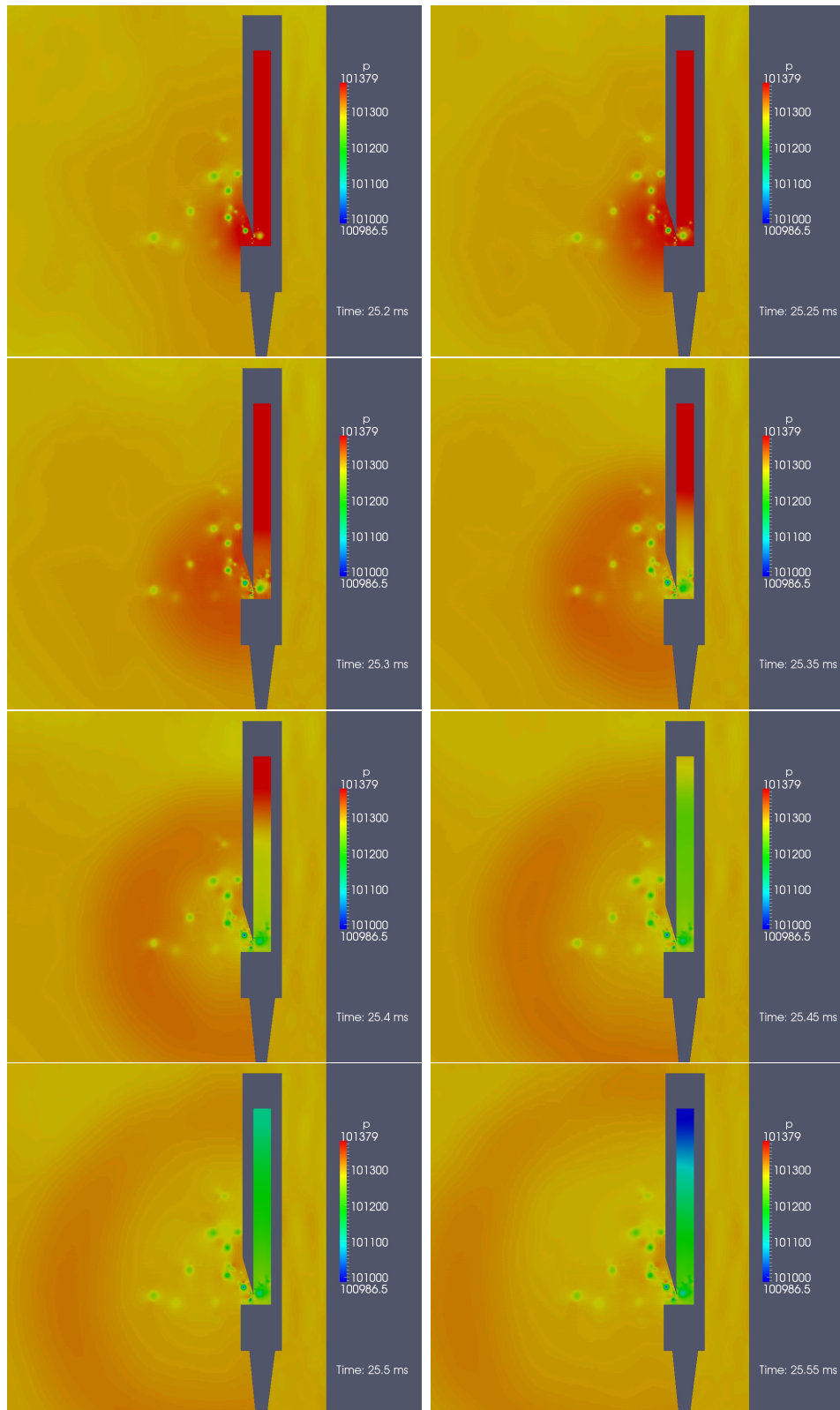
**Abbildung 5.16.:** Die Bildsequenz  $t = 0 - 0.35$  ms der Simulation *swell\_125mm* zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife und die Abstrahlung einer Schallwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck  $p$ .



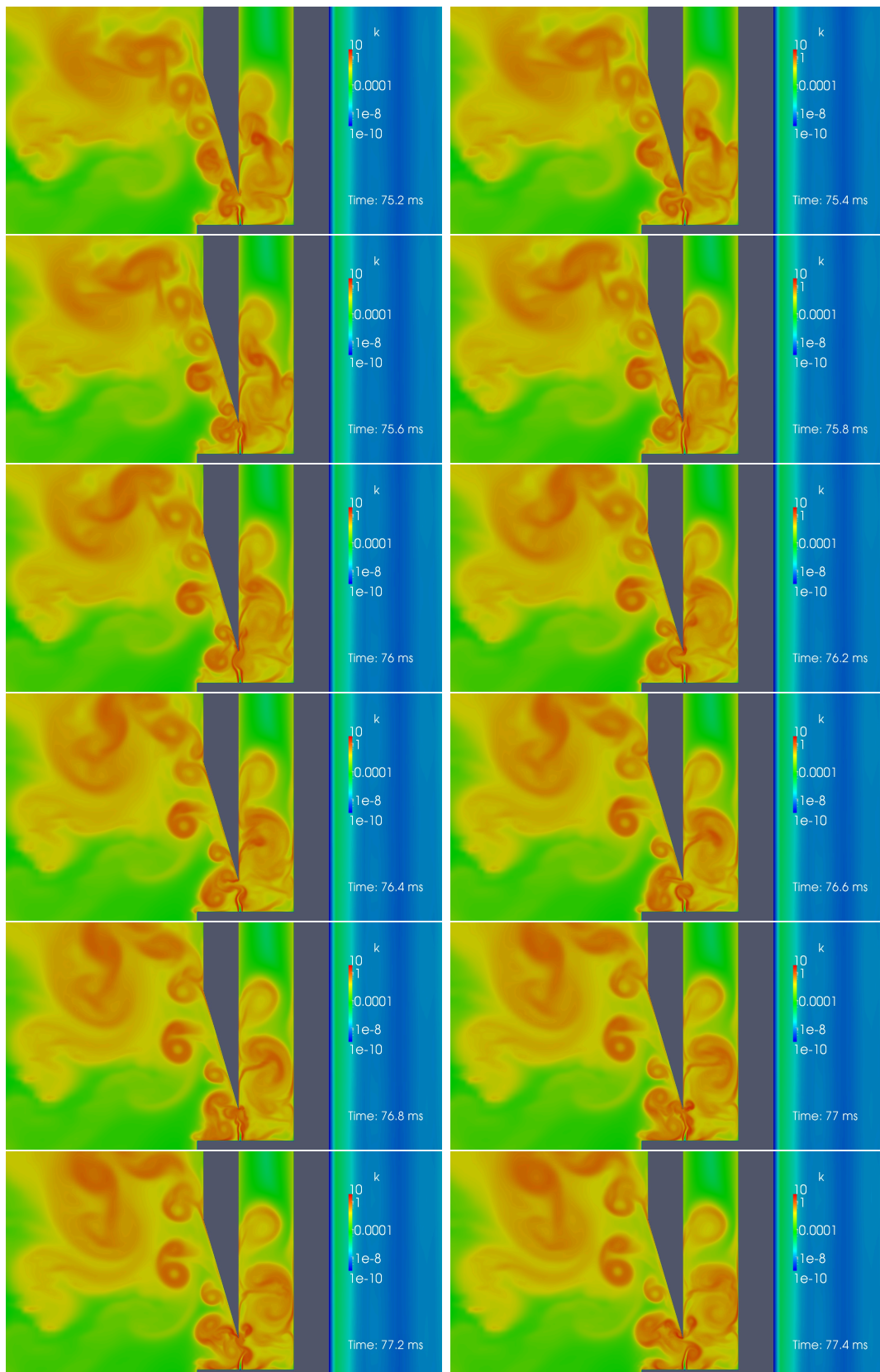
**Abbildung 5.17.:** Die Bildsequenz  $t = 0.4 - 0.75$  ms der Simulation *swell\_125mm* zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife. Zu sehen ist der weitere Verlauf der Abstrahlung der inertialen Druckwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck  $p$ .



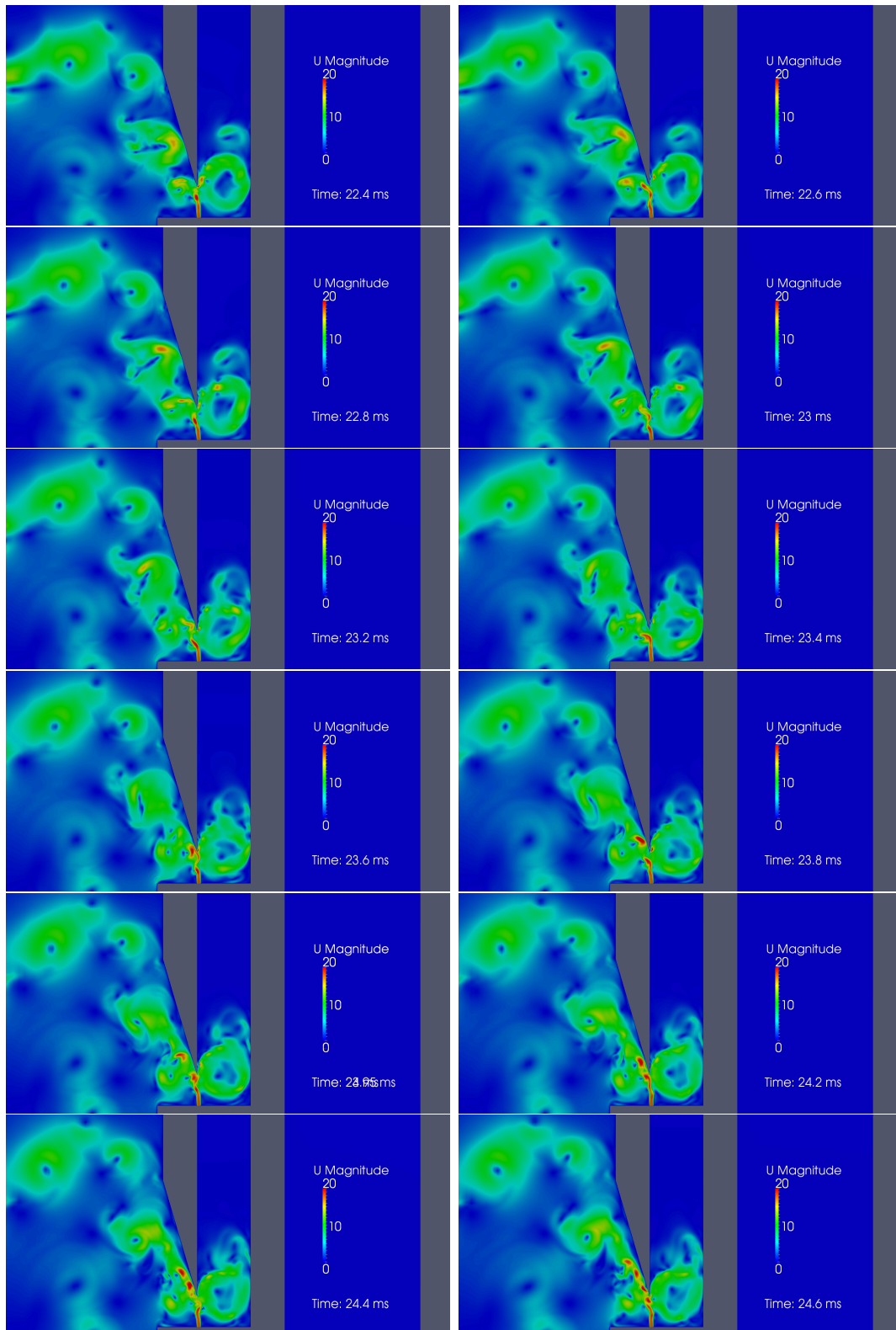
**Abbildung 5.18.:** Die Bildsequenz  $t = 0.8 - 1.15$  ms der Simulation *swell\_125mm* zeigt den Anblasvorgang der Orgelpfeife. Zu sehen ist der weitere Verlauf der Abstrahlung der inertialen Druckwelle in den Raum mit reflektierenden Wänden. Dargestellt ist der Druck  $p$ .



**Abbildung 5.19.:** Die Bildsequenz  $t = 25.2 - 25.55$  ms der Simulation *free* zeigt exemplarisch die Abstrahlung einer Schallwelle in den freien Raum. Dargestellt ist der Druck  $p$ . Die Schallwelle hat eine geringere Amplitude als die inertielle Druckwelle. Um die Schallwelle aufzulösen, wird hier deshalb ein kleinerer Druckbereich farbkodiert.



**Abbildung 5.20.:** Die Bildsequenz  $t = 75.2 - 77.4$  ms der Simulation *free* zeigt exemplarisch die Pendelbewegung des Jets, die Wirbelstraße entlang der Außenseite des Labiums mit Wirbelablösungen sowie die Formation von Primär- und Sekundärwirbeln im unteren Resonatorteil. Dargestellt ist die turbulente kinetische Energie  $k$ .



**Abbildung 5.21.:** Die Bildsequenz  $t = 22.4 - 24.6$  ms der Simulation *free* zeigt exemplarisch die Pendelbewegung des Jets sowie die Rotation der Primär- und Sekundärwirbel im unteren Teil des Resonators. Dargestellt ist der Geschwindigkeitsbetrag  $|U|$ .

## 5.2.2. Analyse

Für die Analyse der Simulationsläufe wurden Schalldruckpegelspektren sowohl am Probenpunkt C, also im oberen Teil des geschlossenen Resonators, als auch am Querschnitt cs0, welcher den Aufschnitt darstellt, erzeugt. Der Probenpunkt C wird gewählt, da er sich in unmittelbarer Nähe des Druckmaximums am oberen Ende des geschlossenen Resonators befindet. Die Daten des Querschnittes cs0 (272 Datenpunkte pro physikalischer Größe) werden räumlich gemittelt. Man erhält somit das Schalldruckpegelspektrum der Gesamtabstrahlung der Orgelpfeife reduziert auf einen Punkt. Beide Datenmengen sind von besonderem Interesse hinsichtlich der Untersuchung der Rückwirkung des Raumes auf die Tonentstehung und die Schallabstrahlung der Orgelpfeife, weil einerseits die Wirkung tief im Inneren der Orgelpfeife, im Resonator, und andererseits das Abstrahlverhalten der Orgelpfeife untersucht werden kann. Beide Orte sind experimentell nicht oder nur extrem schwer erreichbar. Abbildung 5.22 zeigt die Lage des Querschnittes cs0 und die Position des Probenpunktes C (Position [ $x = -4.5$  mm,  $y = 96$  mm]) im Rechengitter.

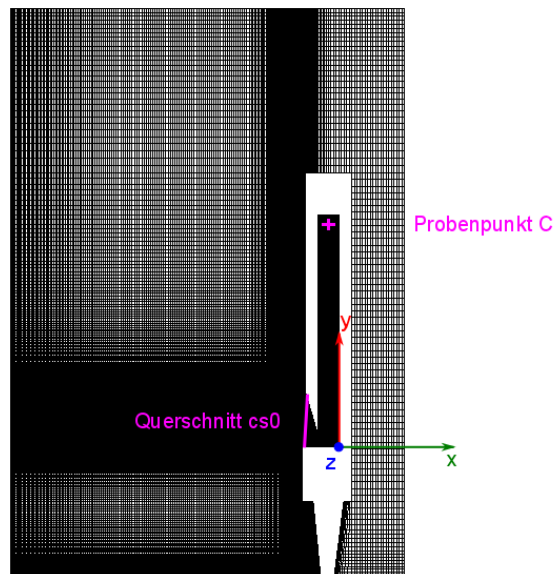


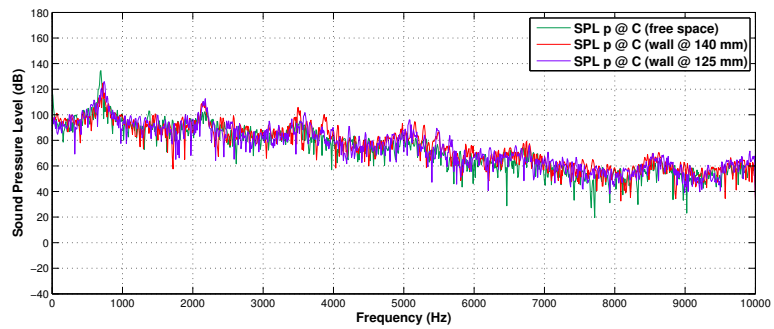
Abbildung 5.22.: Lage des Querschnittes cs0 und Position des Probenpunktes C im Rechengitter.

## 5.2.3. Schalldruckpegelspektren im Resonator

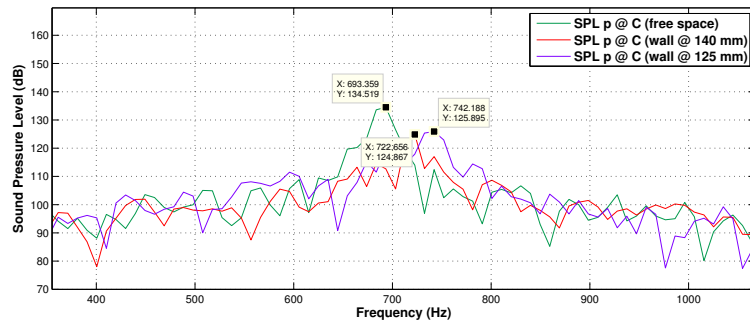
Es werden die Schalldruckpegelspektren des Probenpunktes C für die drei Simulationsläufe *free*, *swell\_140mm* und *swell\_125mm* betrachtet. Sie sind in Abbildung 5.23a gezeigt. Man erkennt die Frequenzen der Fundamentalschwingungen sowie höheren Harmonischen bis zur 13.

Die Detailansichten der Fundamentalen, der 3. Harmonischen und der 5. Harmonischen sind in den Abbildungen 5.23b, 5.23c und 5.23d gezeigt.

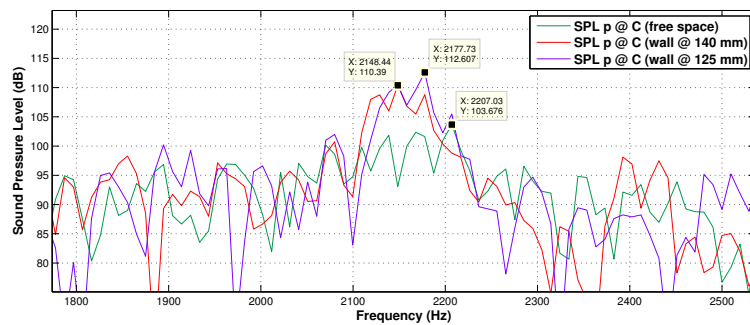




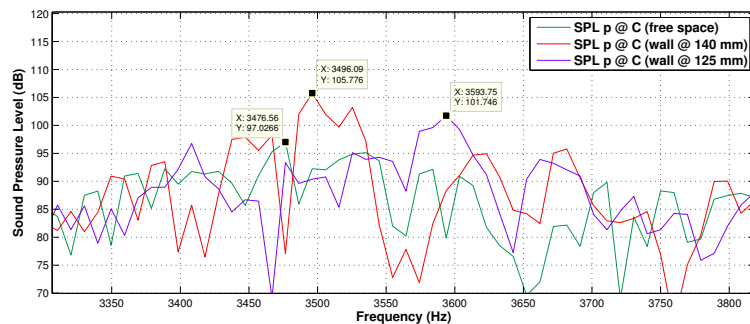
(a)



(b)



(c)



(d)

**Abbildung 5.23.:** Schalldruckpegelspektren des Probenpunktes C im Resonator. (a) Gesamtes SPL-Spektrum (b) SPL-Spektrum im Bereich der Fundamentalschwingungen (c) SPL-Spektrum im Bereich der 3. Harmonischen, (d) SPL-Spektrum im Bereich der 5. Harmonischen

Die Abweichungen der Frequenzen der Fundamentalschwingung sowie die der höheren Harmonischen der Simulation *free* vom experimentell ermittelten Wert betragen weniger als 5%. Die Simulation bildet das reale Verhalten der Orgelpfeife somit sehr genau ab. Die hohe Genauigkeit der Simulationsergebnisse bleibt auch bei den veränderten Randbedingungen durch Einführung von reflektierenden Wänden bei den Simulationen *swell\_140mm* und *swell\_125mm* unverändert. Das ist ein weiteres, wichtiges Qualitätsmerkmal der vorgestellten Simulationen und Hinweis, dass die verwendete Simulationstechnik sehr robust und zuverlässig ist.

Betrachtet man den Bereich der Fundamentalschwingungen in Abbildung 5.23b genauer, erkennt man eine Frequenzverschiebung bei den Simulationläufen *swell\_140mm* und *swell\_125mm* relativ zum Referenzszenario *free* um ca.  $29 \pm 5$  Hz bzw.  $49 \pm 5$  Hz. Außerdem verringern die reflektierenden Wände die Schalldruckpegel der Fundamentalschwingungen um ca. 9.9 dB bzw. 8.6 dB. Das heißt, die reflektierenden Wände der Schwellkästen haben maßgeblichen Einfluss sowohl auf die Frequenz als auch auf die Lautstärke der Orgelpfeife. Im dreiseitig geschlossenen Schwellkasten erfährt die Orgelpfeife eine Frequenzerhöhung der Fundamentalschwingung und gleichzeitig eine Lautstärkeabsenkung.

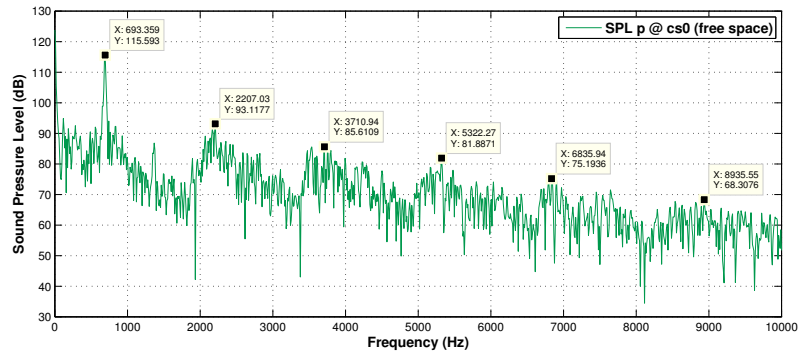
#### 5.2.4. Höhere Harmonische

Für den Klang einer Orgelpfeife ist das Ansprechen der höheren Harmonischen von großer Bedeutung. Deshalb werden jetzt die 3. und 5. Harmonischen betrachtet. Als Referenz dient wieder der Simulationslauf *free*. Der Schalldruckpegel der 3. Harmonischen von *swell\_140mm* ist um 6.7 dB höher als bei *free*. Der Schalldruckpegel der Simulation *swell\_125mm* ist mit 8.9 dB sogar noch größer. Das heißt, reflektierende Wände in Abstrahlrichtung führen zu einem Energietransfer von der Fundamentalschwingung in die 3. Harmonische. Dieser Transfer nimmt sogar noch zu, wenn der Abstand der gegenüberliegenden Wand verringert wird, wie in der Konfiguration *swell\_125mm* geschehen. Auch in der 5. Harmonischen ist dieser Effekt erkennbar, allerdings ist der Zuwachs bei *swell\_125mm* geringer als bei *swell\_140mm*. Die Differenzen zur Simulation *free* betragen 8.7 dB für *swell\_140mm* und 4.7 dB bei *swell\_125mm*. Der Energietransfer in die höheren Harmonischen ist ein hochgradig nichtlinearer Prozess, der noch weitgehend unverstanden ist. Dies ist Teil aktueller Forschung. Um noch genauere Aussagen zu treffen, müsste die Simulationszeit mindestens verdoppelt werden, was die Simulationstechnik aber prinzipiell erlaubt.

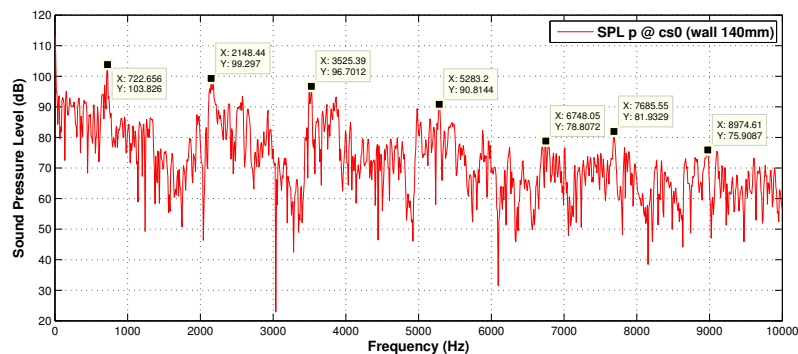
#### 5.2.5. Räumlich gemittelte Schalldruckpegelspektren durch den Aufschnitt der Orgelpfeife

Es folgt nun die Analyse der räumlich gemittelten Schalldruckpegelspektren durch den Querschnitt *cs0*, der den Aufschnitt der Orgelpfeife überspannt. Die räumliche Mittelung der Druckdaten, eine Methode des Coarse graining, erfolgt über alle 272 den

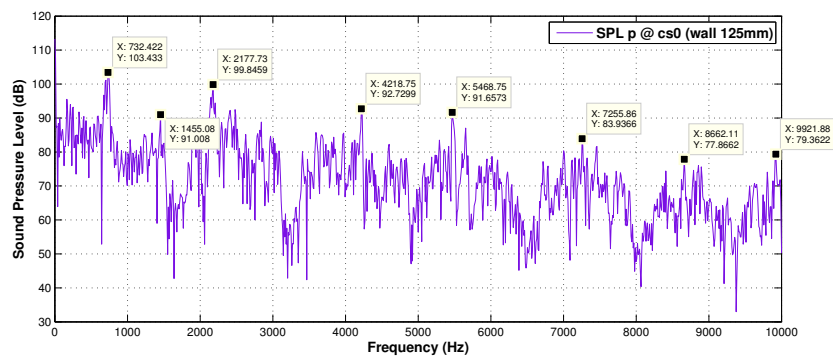
Querschnitt konstituierenden Datenpunkte (vgl.: A.2.8). Durch die räumliche Mittelung (Integration und Normierung) der Druckdaten erhält man die gesamte Abstrahlcharakteristik der Orgelpfeife, auf einen Punkt zusammengezogen.



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 5.24.:** Gemittelte Schalldruckpegelspektren über den Querschnitt cs0, den Aufschnitt der Orgelpfeife. (a) *free* (b) *swell\_140mm* (c) *swell\_125mm*.

Man kann die so gewonnenen Schalldruckpegelspektren als Abstrahlcharakteristiken der Orgelpfeife interpretieren, so als wenn diese eine akustische Punktquelle wäre. Die Schalldruckpegelspektren durch den Querschnitt *cs0* zeigen die Abbildungen 5.24a, 5.24b und 5.24c.

Im Vergleich zu den Schalldruckpegelspektren des Probenpunktes C treten die Frequenzen der Fundamentalschwingung sowie die der höheren Harmonischen noch deutlicher hervor. Die Frequenzerhöhung der Fundamentalschwingung durch die Rückwirkung der reflektierenden Wände des Schwellkastens verhält sich analog zu den Betrachtungen des Probenpunktes C im Resonator.

Die gemittelten Schalldruckpegel sind etwas niedriger als im Resonator. Das erklärt sich durch Reibungsverluste der propagierenden Schallwelle, die an den Wandgrenschichten der Innenwandungen des Resonators auftreten. Mit 115.6 dB entspricht der Schalldruckpegel des Simulationslaufes *free* dem experimentell ermittelten Wert für diese Orgelpfeife. Die Schalldruckpegel der Fundamentalschwingungen der Simulationsläufe *swell\_140mm* und *swell\_125mm* sind mit 103.8 dB bzw. 103.4 dB gegenüber *free* um 11.7 dB bzw. 12.2 dB vermindert, also etwa um den Faktor 4 leiser.

Der Energietransfer von der Fundamentalschwingung in die höheren Harmonischen ist deutlicher erkennbar als im Probenpunkt C. Er erhöht die 3. Harmonische in *swell\_140mm* um 6.2 dB, in *swell\_125mm* um 6.7 dB. Bei der 5. Harmonischen findet man Erhöhungen um 11.1 dB bzw. 7.1 dB, bei der 7. Harmonischen um 8.9 dB bzw. 9.8 dB.

Bemerkenswert ist auch hier das Auftreten einer 2. Harmonischen in den über den Aufschnitt gemittelten Schalldruckpegelspektren der Simulationsläufe.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass durch Schwellkästen die Fundamentalschwingung eine massive Beeinflussung erfährt. Es kommt zu einer Frequenzverschiebung hin zu höheren Frequenzen, je dichter die Orgelpfeife an der gegenüberliegenden schallharten Wand positioniert wird. Dabei erfährt die Fundamentalschwingung eine massive Dämpfung, während die höheren Harmonischen betont werden. Um dies genauer zu untersuchen, werden Experimente und weitere numerische Simulationen mit Schwellkästen angeregt.

### **5.2.6. Auto-Synchronisierung der Orgelpfeife durch die Rückwirkung der Wände des Schwellkastens**

Hinweise auf Auto-Synchronisierung der Orgelpfeife durch die Rückwirkung der Wände findet man, wenn man die räumlich gemittelten Geschwindigkeitskomponenten durch den Querschnitt  $cs_0$  analysiert. In den Abbildungen 5.25a, 5.25b und 5.25c sind die nahezu tangential und nahezu orthogonal den Querschnitt  $cs_0$  durchlaufenden Geschwindigkeitskomponenten  $v_y$  und  $v_x$  gezeigt. Man erkennt, dass sich bei der Abstrahlung die fluidmechanischen und die akustischen Prozesse der Tonentstehung in der Orgelpfeife gut separieren lassen. Hier sollen nur die akustischen Phänomene betrachtet werden. Deutlich sichtbar ist, dass die Schallschnelle im Wesentlichen durch die  $v_x$ -Komponente repräsentiert wird. Das ist die orthogonal den Querschnitt  $cs_0$  durchlaufende Geschwindigkeitskomponente.

Im Referenzszenario *free* verläuft die Schallschnelle über 80 ms nahezu ungestört. Die Simulationsläufe mit Schwellkasten *swell\_140mm* und *swell\_125mm* zeigen dagegen

Störungen in Form von Periodenverdopplungen und Schwebungen. Ursache für diese Störungen sind die von der Wand zurücklaufenden Schallsignale, die mit einer gewissen abstandsabhängigen Phasenverschiebung auf den hin und her schwingenden Jet treffen und seine Bewegung stören. Zusätzlich muss berücksichtigt werden, dass die Schallschnelle bei der Reflexion an der schallharten Wand einen Phasensprung von  $\phi_{reflex} = \pi$  erfährt, der Schalldruck jedoch nicht! Das ist deshalb von Bedeutung, weil es die Schallschnelle ist, die am Jet agiert.

Aus theoretischen Betrachtungen [68],[72] und Experimenten [1], [29] ist bekannt, dass Orgelpfeifen unter bestimmten Umständen synchronisieren. Die Wechselwirkungen von Schallfeld und Jet sind in Kapitel 4 detailliert besprochen.

Sind die Phasen von resonatorseitig erzeugter Schallschnelle am Jet und der außenseitig am Jet auftreffenden Schallschnelle aus der Reflexion gerade um  $\pi$  verschoben, kommt es am Jet zur gegenseitigen Auslöschung der Schallschnellen. Die Auslenkungen des Jets kommen in der Folge zum Erliegen. Dieses Phänomen nennt man Oszillatortod.

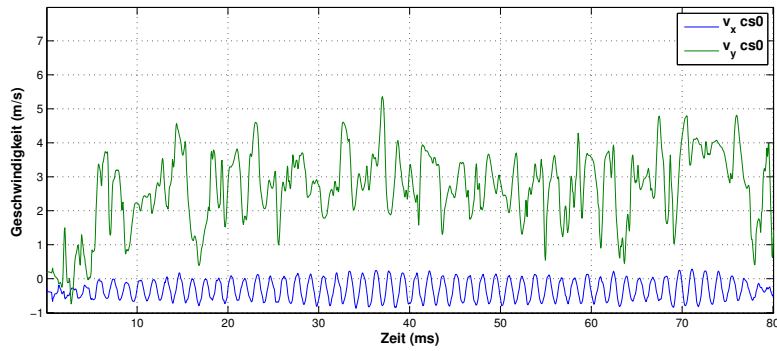
Aus den Ergebnissen der Analyse heraus wird die Vermutung formuliert, dass es zur Auto-Synchronisierung, also einer Synchronisierung des Jets mit seinem eigenen abgestrahlten, reflektierten und zeitverzögert eintreffenden Schallsignal gleicher Frequenz, dann kommen kann, wenn die Phasendifferenz  $\Delta\phi$  des abgestrahlten und des reflektierten Schallsignals gerade in die Nähe von  $\Delta\phi = 0$  bzw.  $\Delta\phi = \pi$  kommt. Das entspricht Propagationslängen des Schallsignals im Außenraum von Vielfachen  $\lambda$  bzw. von  $\lambda/2$ . Diese Vermutung wird durch die vorher besprochene Schalldruckpegelabsenkung für den Propagationsabstand von ca.  $\lambda/2$  (*swell\_125mm*) gestützt.

### 5.3. Zusammenfassung

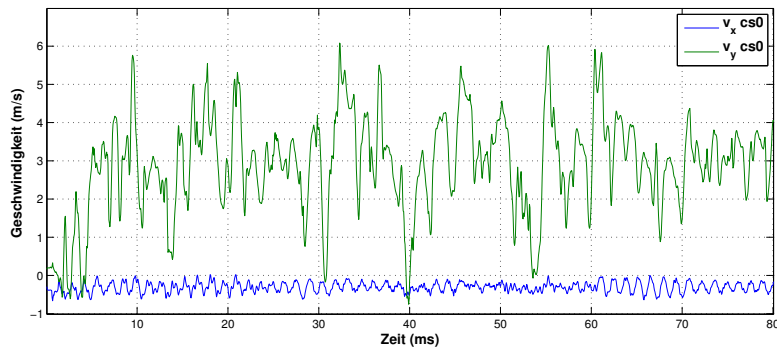
In diesem Kapitel wurde der Einfluss komplexer Geometrien auf die Schallentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife untersucht. Deutlich sind die unterschiedlichen Antworten der verschiedenen Raumgeometrien auf die initiale Schalldruckwelle zu erkennen. Die verschiedenen Raumgeometrien beeinflussen massiv die Tonentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife.

Beeinflusst werden die Schalldruckpegel der Fundamentalschwingung und die der höheren Harmonischen, sowie deren Frequenzen. Besonders auffällig sind die unterschiedlichen Verteilungen der Schalldruckpegel auf Fundamentalschwingung und die höheren Harmonischen. Je nach Raumgeometrie werden Pegel verschiedener Frequenzen angehoben bzw. abgesenkt. Dies führt zu unterschiedlichen Klangbildern ein und derselben Orgelpfeife in Abhängigkeit von der äußeren Raumgeometrie. Durch gezielte Wahl der Raumgeometrie lässt sich das Klangbild der Orgelpfeife verändern.

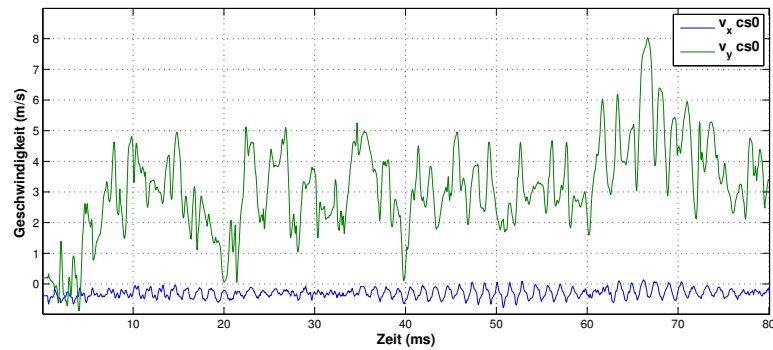
Die Ergebnisse der Betrachtungen über den Einfluss von Schwellkästen auf die Schallentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife werden stichpunktartig zusammengefasst:



(a)



(b)



(c)

**Abbildung 5.25.:** Räumlich gemittelte Geschwindigkeitskomponenten  $v_x$  und  $v_y$  durch den Querschnitt cs0 für a) das Referenzszenario *free*, b) den Simulationslauf *swell\_140mm* und c) für den Simulationslauf *swell\_125mm*. Gut zu erkennen ist dass die Geschwindigkeitskomponente  $v_x$  der Träger des Schallsignals ist. Diese Komponente ist orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets. Die jeweiligen Komponenten  $v_y$  zeigen hingegen das die irreguläre Geschwindigkeit des turbulenten Windfeldes.

- Der Schwellkasten beeinflusst maßgeblich das Klangbild der Orgelpfeife.
- Die Frequenzverschiebung durch die Geometrie des Schwellkastens ist abhängig vom Abstand der Orgelpfeife zur gegenüberliegenden Wand.

- Dabei kommt es zu einer signifikanten Lautstärkeabsenkung der Fundamentalschwingung in Abhängigkeit vom Abstand und gleichzeitig zu einer Betonung der höheren Harmonischen.
- Die Schalldruckpegelspektren zeigen einen Energietransfer in die höheren Harmonischen.
- Die Fähigkeit zur Auto-Synchronisierung der Orgelpfeife mit ihrem eigenen abgestrahlten Schallsignal wird vermutet.

Darüber hinaus wurde gezeigt, dass sich mit numerischen Simulationen und der entwickelten Analysesoftware im Vorfeld der Orgelkonstruktion die Klangbeeinflussung durch die Raumgeometrie sehr gut darstellen und analysieren lässt. Die durchgeführten numerischen Simulationen bieten Raum für weitere Analysen, wie zum Beispiel die Untersuchung von definierten Querschnitten im Rechengitter, sowie die Analyse weiterer physikalischer Größen, die die Mechanismen der Tonentstehung und der Klangbildung in der Orgelpfeife und die Wechselwirkung der Orgelpfeife als externe Parameter maßgeblich beeinflussen.





## 6. Synchronisation in der Ebene

*Synchronization - An odd kind of sympathy.*

CHRISTIAAN HUYGENS, LETTER TO THE ROYAL SOCIETY OF LONDON,  
1665.

### 6.1. Synchronisation gestimmter Orgelpfeifen

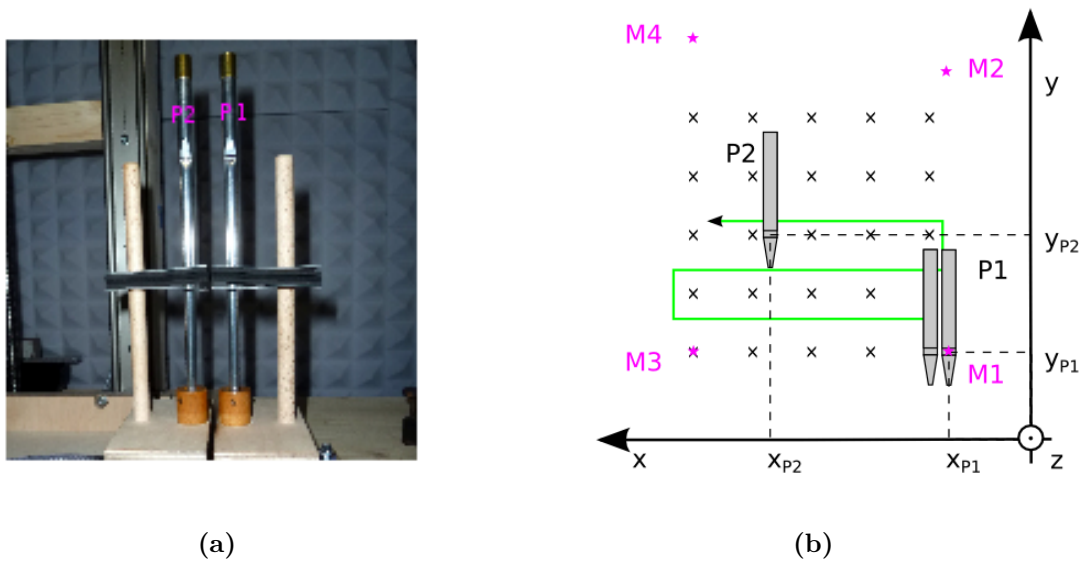
In diesem Abschnitt wird ein Synchronisationsexperiment vorgestellt, welches mit zwei identisch gestimmten Orgelpfeifen P1 und P2 durchgeführt wird. Ziel dieses Experiments ist es, die Synchronisation der baugleichen, gestimmten Orgelpfeifen  $c^3/c^3$  für systematisch variierte horizontale und vertikale Pfeifenabstände in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung, im Folgenden kurz als Ebene bezeichnet, zu vermessen und somit die Synchronisation des gekoppelten Pfeifensystems in der Ebene darzustellen.

#### 6.1.1. Messaufbau

Der Messaufbau wurde im Akustiklabor der Universität Potsdam, mit freundlicher Unterstützung von Prof. Gerhard und mit Hilfe der Firma Schuke Orgelbau Potsdam GmbH realisiert. Dazu wurde ein Schlitten konstruiert, der es ermöglicht, die Pfeife P2 sowohl horizontal als auch vertikal, schrittweise und voll automatisiert, entlang eines definierten Positionsrasters in der Ebene zu verfahren. So kann die Pfeife P2 auf maximal mögliche horizontale und vertikale Abstände von jeweils 2000 mm bezüglich der Position der Pfeife P1 gebracht werden. Die Pfeife P1 befindet sich ca. 500 mm über dem Boden des Messraumes und rechtsseitig bzw. rückseitig ca. 1000 mm von den nächsten schallisolierten Wandungen des Messraumes entfernt. Der Boden des Messraumes besteht aus einem begehbaren Metallgitter mit darunterliegender Schallisolierung. Für die Messungen wurde das Metallgitter mit 60 mm dicken schallisolierenden Matten abgedeckt um Störeinflüsse zu minimieren.

Jede Pfeife steht auf ihrer eigenen Kanzelle, hat also ihre eigene Luftzufuhr und wird über eine Halterung aus Moosgummi positioniert. Abbildung 6.1a zeigt die Pfeifen auf den Kanzellen stehend, bei minimalem Abstand zueinander. Im Hintergrund ist der Verfahrensschlitten zu erkennen. Die Luftzufuhr der Pfeifen erfolgt über an die Kanzellen angeschlossene gleich lange Druckluftschläuche, die aus dem schallisolierten Mess-

raum hinausgeführt sind. Die Druckregelung erfolgt mittels Druckfeinregler außerhalb des Messraumes. Der Anblasdruck wird separat für jede Pfeife auf 75 mmWs eingestellt. Für die Aufnahme der Schallsignale wurde ein Mikrofonarray, bestehend aus vier Brüel&Kjær-Freifeldmikrofonen des Typs 4191 in Verbindung mit dem Vorverstärker 2669, installiert. Nähere Informationen zur verwendeten Aufnahmetechnik findet man in [15]. Die Messmikrofone wurden mit einem 1 kHz Referenzsignal kalibriert. Mit Stillemessungen wurde die Charakteristik des Messraumes verifiziert. Die Messungen der Messkampagne wurden mit einer Samplingfrequenz von  $f_s = 1 \cdot 10^5$  Hz aufgezeichnet. Abbildung 6.1b zeigt den Messaufbau und die Messkampagne schematisch. Die Positionen der Mikrofone sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt.



**Abbildung 6.1.:** (a) Die Orgelpfeifen P1 und P2, auf den Kanzellen stehend und durch Halterungen arretiert. (b) Schematischer Aufbau des Experiments. Die Pfeife P2 ist im 1. Quadranten der Ebene der Schallabstrahlung verfahrbar. Für die Messkampagne werden insgesamt  $80 \times 80$  Messpunkte angefahren, die sich horizontal und vertikal in positiver Richtung, ausgehend von der Position der feststehenden Pfeife P1 befinden. Es wird also der 1. Quadrant der Ebene vermessen, wenn man sich P1 in der Mitte der Ebene auf der Nullposition denkt. Es wird ein definiertes Positionsraster abgefahren und für jede Position ein Schallsignal im Fernfeld aufgenommen. Bei der Aufzeichnung der einzelnen Schallsignale haben beide Pfeifen jeweils feste Positionen. Das Mikrofonarray besteht aus den vier B&K Mikrofonen M1, M2, M3, M4. Das Array hat einem Abstand in Hauptabstrahlrichtung von 2.360 m zur Orgelpfeife P1.

## 6.1.2. Notation und Nomenklatur

Die verwendeten Orgelpfeifen sind Pfeifen aus einem 4-Fuß Register. Diese klingen eine Oktave höher als normal. Die Notation der Orgelbauer der verwendeten Pfeifen lautet  $c^3$ , was klanglich einem  $c'''$  entspricht. Im Folgenden wird die Nomenklatur der Orgelbauer  $c^3$  verwendet. Wir werden also von den  $c^3$ -Pfeifen sprechen und meinen Tonhöhen, die  $c'''$  entsprechen. Bei dem Experiment geht es nicht so sehr um die abso-

Mikrofon	x (m)	y (m)	z (m)	Lauflänge von P1 (m)	Laufzeit von P1 (ms)
M1	0	0	2.36	2.36	6.84
M2	0	0.54	2.36	2.42	7.01
M3	0.73	0	2.36	2.47	7.15
M4	0.73	1.32	2.36	2.80	8.11

**Tabelle 6.1.:** Positionen der Mikrofone des Mikrofonarrays relativ zur Pfeife P1. Die Position  $[0; 0; 0]$  definiert die Mitte des Aufschnitts von Pfeife P1. Die Lauflänge und die Laufzeit berechnen sich mit der für das Experiment ermittelten Schallgeschwindigkeit von  $c_0 = 345.09$  m/s. Die Pfeife P1 steht ca. 500 mm über dem Boden des Messraumes. Der Boden des Messraumes besteht aus einem Metallgitter mit darunterliegender Schallisolierung. Für die Messung wurde der Boden mit schallisolierenden Matten ausgelegt.

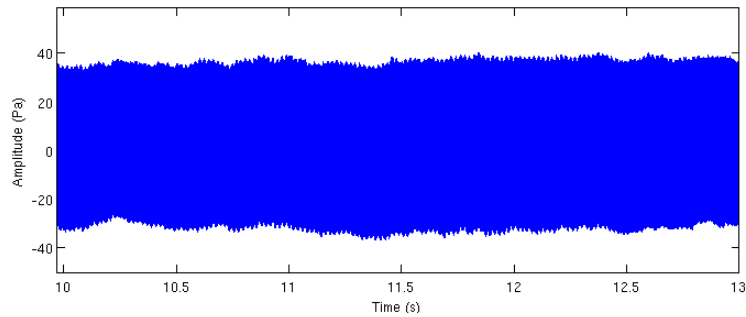
lute Tonhöhe der Pfeifen, sondern vielmehr um die Gewährleistung der identisch gleichen Stimmung beider Orgelpfeifen während der gesamten Messkampagne. Die Begriffe Grundton, Fundamentalschwingung und 1. Harmonische werden synonym verwendet. Wenn von höheren Harmonischen die Rede ist, so sind immer die Obertöne gemeint. Zum Beispiel ist der 1. Oberton gleichbedeutend mit der 2. Harmonischen, der 2. Oberton ist gleichbedeutend mit der 3. Harmonischen, etc. Für die höheren Harmonischen werden in der Akustik auch gern die Begriffe Partialton oder Teilton verwendet.

### 6.1.3. Stimmung

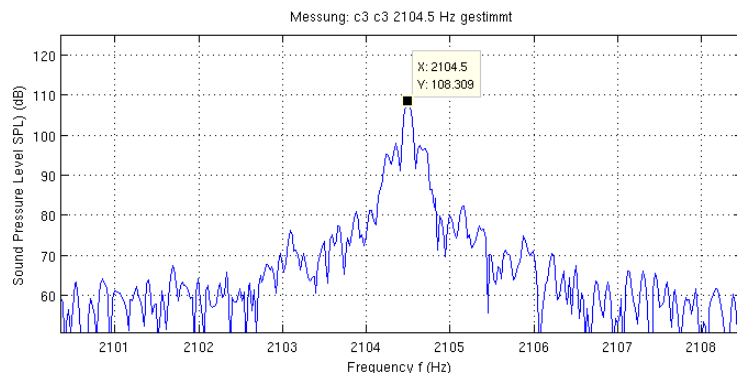
Die Fundamentalschwingung von  $c'''$  beträgt  $f_{c'''} = 2093,00$  Hz. Beide Orgelpfeifen werden auf den Grundton der Frequenz  $f = 2104.5$  Hz gestimmt. Die Stimmung erfolgt bei einem Pfeifenabstand von 1400 mm. Gestimmt wird zunächst jede Pfeife separat, wobei die jeweils andere stumm gemacht wird, indem ein kleines Schaumstoffstück im Aufschnitt positioniert wird. Die stumme Pfeife wird so zwar normal angeblasen, jedoch wird der Jet an seiner Schwingbewegung gehindert. Nach der separaten Stimmung werden beide Pfeifen noch einmal im normalen Betriebsmodus, ohne Stummschaltung vermessen. Der große Abstand in Relation zu den Dimensionen der Orgelpfeifen stellt sicher, dass die Pfeifen beim Stimmvorgang autonome Systeme darstellen, also ungekoppelt sind. Die Abbildung 6.2a zeigt einen repräsentativen Ausschnitt des aufgenommenen Schallsignals. Abbildung 6.2b zeigt das Schalldruckpegelspektrum (SPL-Spektrum) im Bereich des Grundtons nach erfolgter Stimmung der Pfeifen. Nach dem Stimmvorgang wird die Pfeife P2 auf den Minimalabstand  $d_{min}(x, y) = (30 \text{ mm}; 0 \text{ mm})$  an die fest positionierte Pfeife P1 herangefahren (vgl. Abb. 6.1a). Die Position der Pfeife P2 bei Minimalabstand zu P1 ist der Messpunkt MP[1; 1] der Messkampagne.

### 6.1.4. Parameter der Messung

Die Messkampagne besteht aus insgesamt 6400 Einzelmessungen. Dabei wird ein Raster von  $80 \times 80$  Messpunkten durchfahren, welches eine horizontale und eine vertikale Ras-



(a)



(b)

**Abbildung 6.2.:** Stimmung der Pfeifen im Abstand von 1400 mm. (a) Detail des mit M1 aufgezeichneten Schallsignals beider Orgelpfeifen im Fernfeld nach erfolgter Stimmung. (b) Schalldruckpegelspektrum der gestimmten Orgelpfeifen nach erfolgter Stimmung im Bereich des Grundtons  $f = 2104.5$  Hz.

terweite von jeweils 2.5 mm in der Ebene besitzt. Die Messdauer an jedem Messpunkt beträgt 5 s. Die Wartezeit (ohne Verfahrdauer) zwischen zwei Einzelmessungen beträgt 5 s, um transiente Einschwingvorgänge abzuwarten. Zusammen mit den Zeiten, um die Pfeife P2 von Messpunkt zu Messpunkt zu verfahren, ergibt sich eine Gesamtmesszeit von ca. 25 h. Die Luftfeuchte  $L_h = 43.9 \pm 0.3 \%$  sowie die Temperatur  $T = 21.9 \pm 0.2^\circ\text{C}$  im Akustiklabor schwanken während der gesamten Messkampagne nur marginal. Die Schallgeschwindigkeit unter den genannten Bedingungen beträgt  $c_0 = 345.09$  m/s.

### 6.1.5. Methoden der Auswertung der Schallsignale

Für die 6400 Messpunkte des Positionsrasters werden die aufgezeichneten Schallsignale des Mikrofonarrays analysiert. Das Mikrofonarray steht im Fernfeld der Pfeifen. Von besonderem Interesse ist dabei die Entwicklung der Frequenz, und des Schalldruckpegels (SPL) des gekoppelten Pfeifensystems in Abhängigkeit vom Abstand der Pfeifen zueinander. Die Sichtung und Aufbereitung der Signaldaten geschieht nach folgendem Prozedere:

1. Aus dem Schallsignal für den jeweiligen Messpunkt  $\text{MP}[i; j]$  (Abstand der Pfeifen

zueinander) wird das Schalldruckpegelspektrum (SPL-Spektrum) bestimmt.

2. Das SPL-Spektrum des Signals wird für interessierende Frequenzen oder Frequenzbereiche farbkodiert. Von Interesse sind hier vor allem Frequenzen oder Frequenzbereiche des Grundtons (1. Harmonische), der 2., der 3. und der 4. Harmonischen, aber auch über das Spektrum gemittelte Werte.
3. Die farbkodierten Datensätze (schmale Farbstreifen, oder farbkodierte Punkte) können zu Karten zusammengesetzt werden, die die Entwicklung der Frequenz und des Schalldruckpegels in Abhängigkeit vom Pfeifenabstand geeignet visualisieren.

Im Folgenden werden die erste horizontale und die erste vertikale Messlinie des verfahrenen Positionsrasters betrachtet. Das sind Karten bestehend aus den Messpunkten  $MP[1 : 80; 1]$ , d. h. den Positionen (30 mm : 230 mm; 0 mm) von Pfeife P2 bezüglich der Nullposition der Pfeife P1, und  $MP [1; 1 : 80]$ , d. h. den Positionen (0 mm; 0 mm : 200 mm), von Pfeife P2 bezüglich der Nullpositionen der Pfeife P1. Beide Messlinien enthalten jeweils 80 äquidistante Messpunkte im Abstand von 2.5 mm zueinander.

### 6.1.6. Analyse ausgewählter horizontaler und vertikaler Messlinien im Bereich des Grundtons und der 2. Harmonischen

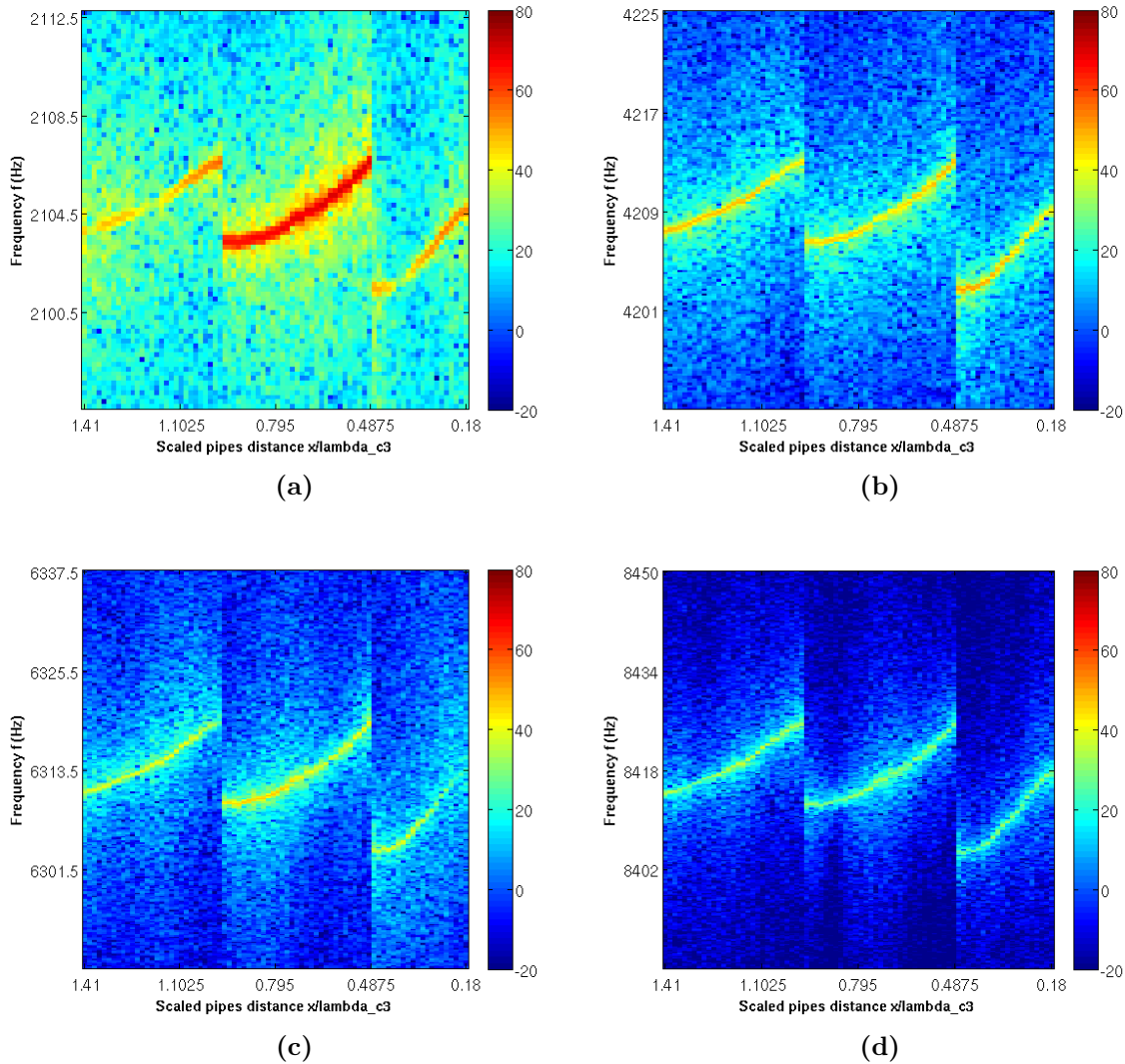
Die Abbildungen 6.3a - 6.6d zeigen die Karten der Entwicklung des gekoppelten Pfeifensystems in Abhängigkeit vom horizontalen Abstand der ersten horizontalen Messlinie. Die Abbildungen 6.8a - 6.8d zeigen die Karten der Entwicklung des gekoppelten Pfeifensystems in Abhängigkeit vom vertikalen Abstand der ersten vertikalen Messlinie. Dargestellt sind jeweils die Entwicklungen der Fundamentalschwingung (1. Harmonische) sowie der ersten 3 Obertöne (2.-4. Harmonische).

Die Achsen der Abstände sind mit der Wellenlänge des Grundtons der autonom schwingenden Orgelpfeifen ( $f = 2104.5$  Hz),  $\lambda_f = 163.9$  mm, normiert. Die Amplituden des Schalldruckpegelspektrums sind im Bereich  $[-20$  dB, 80 dB] farbkodiert dargestellt.

#### Entwicklung der Frequenz und der Pegel bei horizontaler Änderung des Pfeifenabstands

Zunächst wird die erste horizontale Messlinie besprochen. Besonders auffällig sind hier die Frequenzsprünge, der erste um 5.1 Hz beim Grundton bzw. 10.2 Hz bei der 2. Harmonischen, der zweite um ca. 3.2 Hz beim Grundton und ca. 6.4 Hz bei der 2. Harmonischen. Die Frequenzsprünge finden bei Pfeifenabständen von Vielfachen von ca. einer halben Wellenlänge des Grundtons der autonom schwingenden Orgelpfeifen statt, also bei ca.  $n \cdot \lambda_c / 2$   $n = 1, 2, \dots$ , d. h. bei ca.  $x_{Sp,1} = 81$  mm und bei  $x_{Sp,2} = 160$  mm. In den Bereichen zwischen den Sprungstellen ist eine nichtlineare Abnahme der Frequenzen zu erkennen. Die Frequenzsprünge finden sich auch bei den höheren Harmonischen,

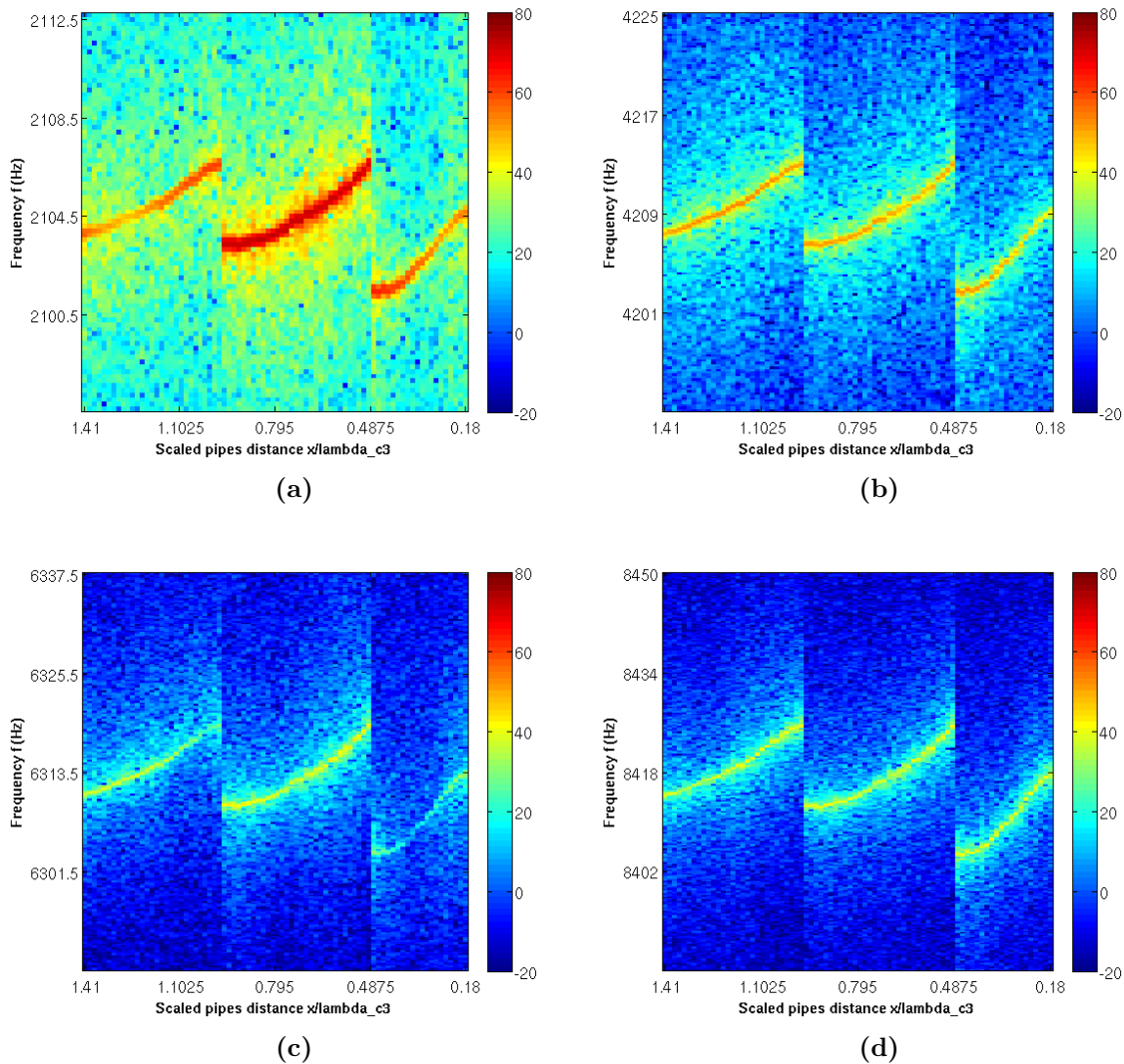
wie die Abbildungen 6.3b - 6.3d belegen. Auch hier finden die Sprünge bei denselben Pfeifenabständen statt.



**Abbildung 6.3.:** (a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrophon M1 (Channel 01) aufgezeichnet.

Die Analyse der aufgezeichneten Signale der Mikrofone M2, M3 und M3 ist in den Abbildungen 6.4a- 6.6d dargestellt. Auch die mit diesen Mikrofonen aufgezeichneten Signale zeigen die Frequenzsprünge an denselben Sprungstellen  $x_{Sp,1}$  und  $x_{Sp,2}$ . Die Frequenzsprünge sind unabhängig vom Ort der Aufzeichnung der Schallsignale.

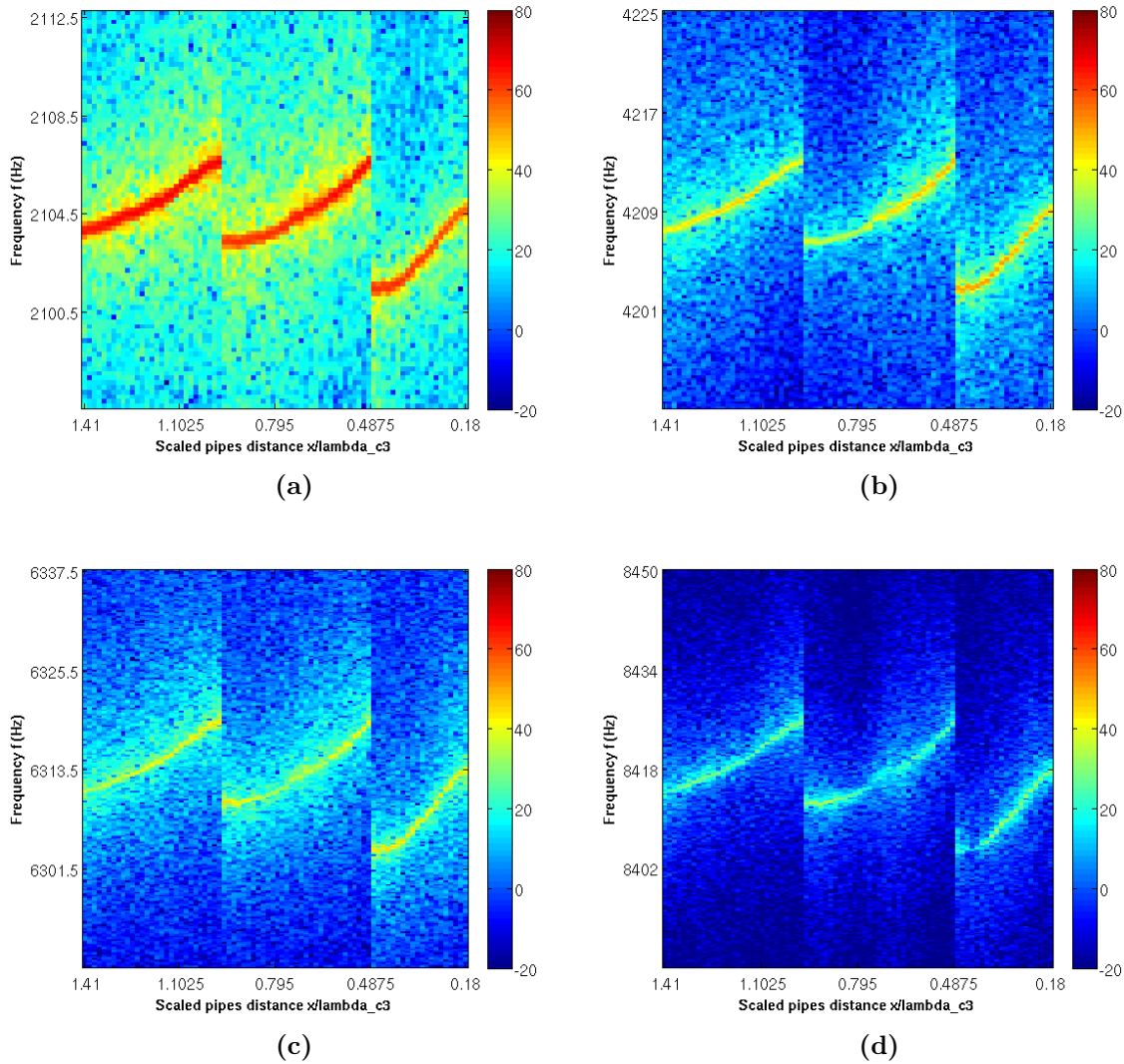
Es sei bemerkt, dass das menschliche Ohr aufgrund des Aufbaus der Basilarmembran und den darauf befindlichen Sinneszellen Frequenzänderungen oberhalb von ca. 500 Hz nur dann wahrnimmt, wenn die Änderung mindestens 0.35% der jeweiligen Frequenz beträgt. Die beobachteten Frequenzsprünge sind also als Tonänderung nicht hörbar,



**Abbildung 6.4.:** (a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrophon M2 (Channel 02) aufgezeichnet.

wohl aber als Lautstärkeänderung, denn wie die Abbildungen 6.3a- 6.6a zeigen, auch die Amplituden (Pegel) des Grundtons ändern sich an den Sprungstellen der Frequenzen.

Es werden jetzt die Pegelverläufe, gemessen am Mikrophon M1, besprochen. Diese sind in Abbildung 6.7a dargestellt. Auffällig sind die Minima, welche in synchronisierten Schwingungssystemen gerade die Phasendifferenzen markieren, bei denen die Oszillatoren gegenphasig schwingen. Ihre Phasendifferenz beträgt an den Pegelminima gerade  $\Delta\phi = \pi$ . Die Grundschiwingung durchläuft in dem verfahrenen Pfeifenabstandsreich von  $x = 30$  mm-230 mm insgesamt drei Minima. Sie liegen bei  $x_{G,min,1}^{M1} = 65$  mm (28.7 dB),  $x_{G,min,2}^{M1} = 195$  mm (34.5 dB) und  $x_{G,min,3}^{M1} = 227$  mm (35.7 dB). Die 2. Harmonische hat vier erkennbare Minima. Sie liegen bei  $x_{1H,min,1}^{M1} = 30$  mm (41.5 dB),

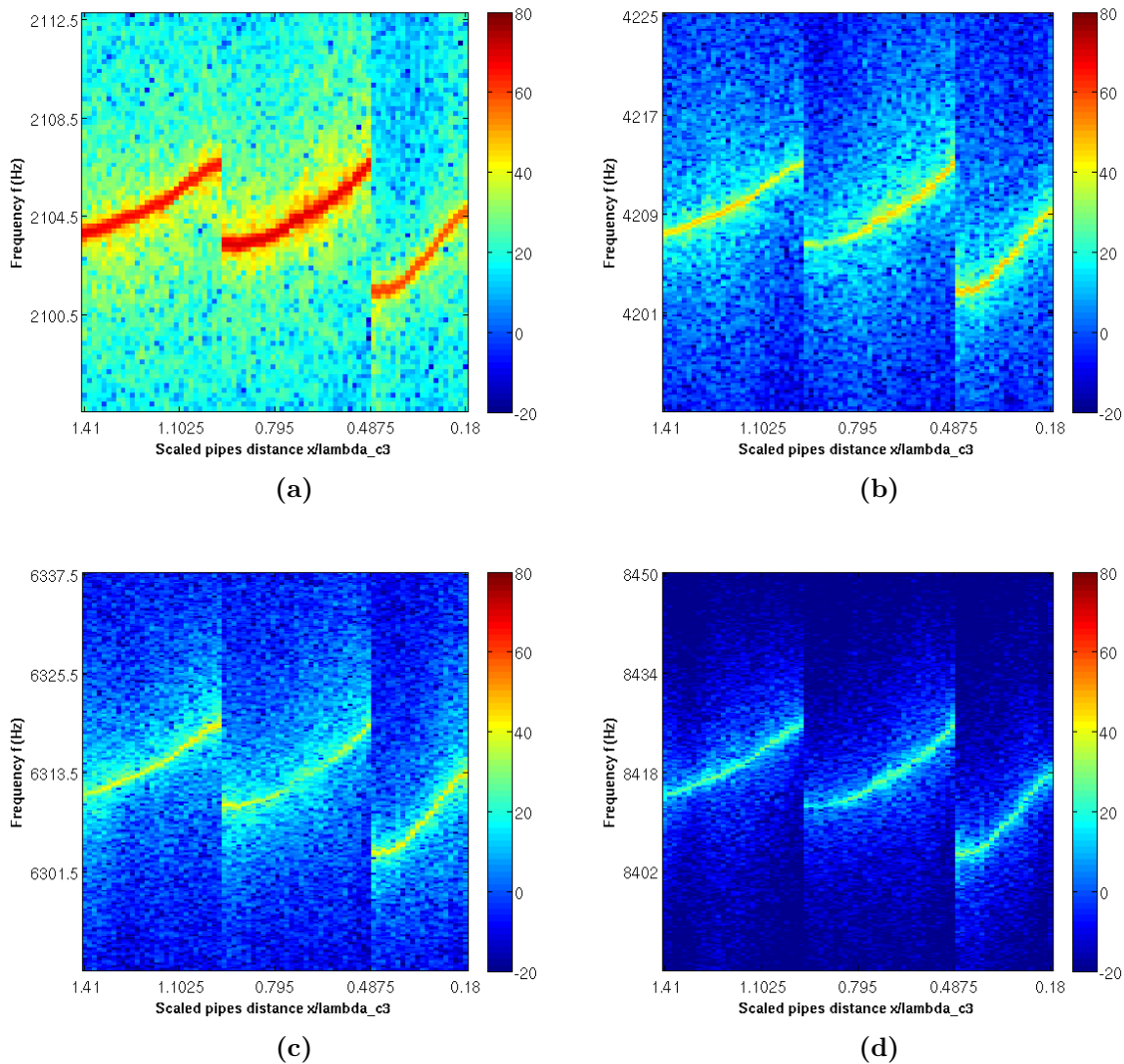


**Abbildung 6.5.:** (a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrophon M3 (Channel 03) aufgezeichnet.

$x_{1H,min,2}^{M1} = 113.5 \text{ mm}$  (41.3 dB),  $x_{1H,min,3}^{M1} = 169 \text{ mm}$  (42.3 dB) und  $x_{1H,min,4}^{M1} = 222 \text{ mm}$  (47.2 dB). Die 3. Harmonische und die 4. Harmonische haben mehr als vier Minima (vgl. 6.7a).

Wenn die Pfeifen in der Nullposition MP[1, 1] stehen, d. h. wenn sie den, durch die Abmessungen der Kanzellen bedingten, minimalen Abstand von  $d = (x = 30 \text{ mm}, y = 0 \text{ mm})$  haben, gemessen von der jeweiligen Mitte der Aufschnitte der Pfeifen, so erkennt man, dass die Grundschwingung einen Pegel von 53.5 dB besitzt. Dieser Wert ist nahe am lokalen Maximalpegel von 54.4 dB zu finden beim Abstand  $x_{G,max,1}^{M1} = 40 \text{ mm}$ . Dagegen haben die höheren Harmonischen bei minimalem Pfeifenabstand minimale Pegel. Bei minimalem Pfeifenabstand dominiert also die Grundschwingung das Klangbild,

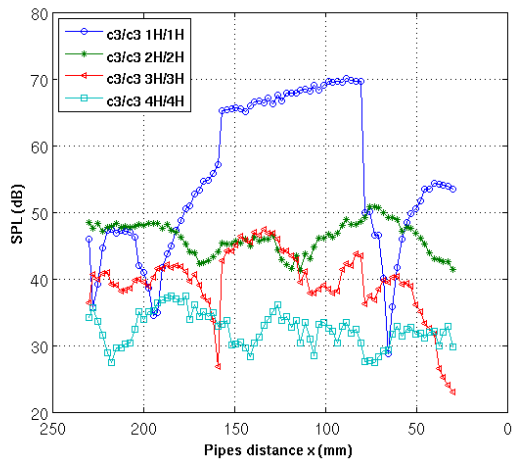




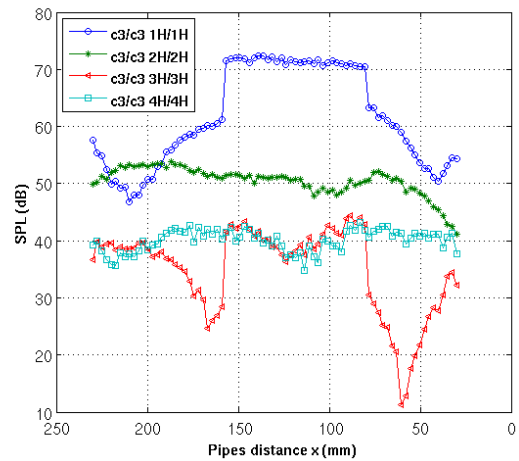
**Abbildung 6.6.:** (a) Farbkodierte SPL-Spektren des synchronisierten Pfeifensystems der 1. horizontalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons. (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden am Mikrophon M4 (Channel 04) aufgezeichnet.

gemessen am Mikrophon M1.

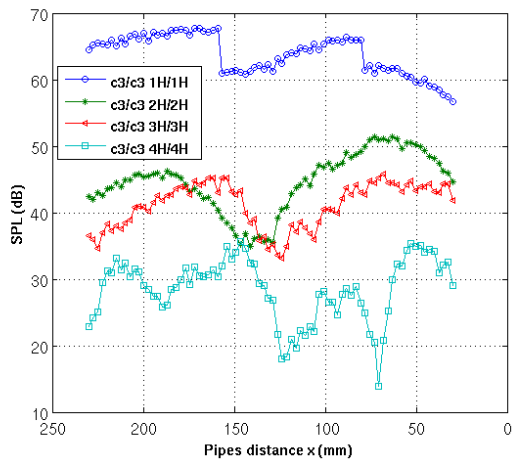
Die Darstellung der Pegelverläufe in [Abbildung 6.7a](#) lässt erkennen, dass dort, wo die Grundschiwingung minimale Pegel hat, die 2. Harmonische etwa ihre lokalen Pegelmaxima hat. Das ist konsistent mit der linearen Wellentheorie. Dennoch ist die vollständige Interpretation der Pegeldarstellungen am Mikrophon M1 schwierig. Vor allem die Ursache für das breite Plateau der Pegel der Grundschiwingung ist nicht vollständig klar. Tatsache ist, dass das Plateau des Pegels dort beginnt und endet, wo auch die Frequenzsprünge stattfinden. Das sind die Abstände  $x_{Sp,1} = 81$  mm und  $x_{Sp,2} = 160$  mm. Der Pegel der Grundschiwingung springt dabei bei  $x_{Sp,1}$  von 50 dB auf 70 dB. Ein Pegelanstieg um 20dB bedeutet etwa eine Versiebenfachung der Lautstärke innerhalb einer



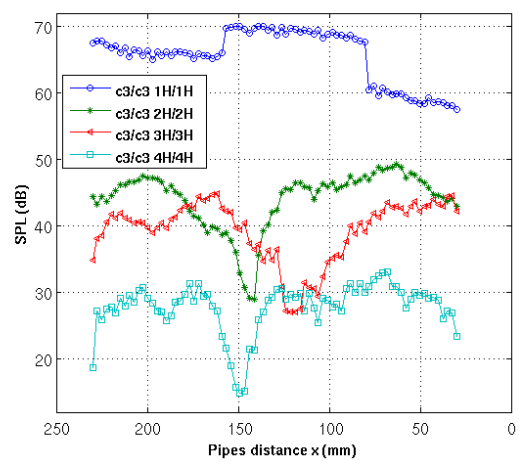
(a) M1



(b) M2



(c) M3



(d) M4

**Abbildung 6.7.:** Vergleich der Entwicklung der Pegel der Fundamentalschwingung, 2., 3. und 4. Harmonischen für die 1. horizontale Messlinie [1 : 80; 1] gemessen mit den verschiedenen Fernfeldmikrofonen M1-M4 des Mikrofonarrays.

Abstandsänderung von 2.5 mm! Bei  $x_{Sp,2}$  fällt der Pegel sprunghaft von 65.4 dB um ca. 8.3 dB auf 57 dB. Die Pegel im Plateau fallen mit zunehmendem Pfeifenabstand etwa linear um ca. 4.4 dB ab. Die Abbildungen 6.7b- 6.7d zeigen die Pegelverläufe desselben Signals, gemessen von den Mikrofonen M2, M3 und M4.

Das Zusammenfallen von Frequenz- und Amplitudensprüngen der Grundschiwingung bei Pfeifenabständen der Länge  $\lambda/2$  deutet auf verschiedene Regime der Synchronisation hin. Es wird vermutet, dass die Pfeifen bei geringen Abständen zunächst gegenphasig schwingen, dann an der Sprungstelle  $x_{Sp,1}$  in ein Regime gleichphasiger, synchroner Schwingung wechseln, um an der zweiten Sprungstelle  $x_{Sp,2}$  abermals in ein Regime gegenphasiger Schwingung zu wechseln. Die höheren Harmonischen sind dabei verklavt. Nicht auszuschließen ist, dass bei der Messung durch M1 die Nähe des Bodens des

Messraumes trotz schallisolierender Maßnahmen störenden Einfluss nimmt. Deshalb ist es notwendig die Signale der anderen Mikrofone entsprechend auszuwerten.

Die am Mikrophon M2 gemessenen Pegel zeigen ein geordneteres Bild. Eine mögliche Ursache dafür könnte sein, dass das Mikrophon M2 in einer Höhe von ca. 1 m über dem Boden des Messraumes installiert ist. Etwaige Störungen des Bodens sollten daher keinen Einfluss auf das aufgezeichnete Signal haben. Man erkennt zwei Minima der Pegel des Grundtons, das erste bei einem Pfeifenabstand von ca.  $x_{G,min,1}^{M2} = 40$  mm (50.4 dB), das zweite bei ca.  $x_{G,min,1}^{M2} = 210$  mm (46.8 dB). Die 2. Harmonische hat zwei sehr nahe beieinander liegende, schwach ausgeprägte Minima bei  $x_{1H,min,1}^{M2} = 95$  mm (47.9 dB) und  $x_{1H,min,2}^{M2} = 108$  mm (47.8 dB). Die drei Minima der 3. Harmonischen hingegen sind signifikant. Sie liegen bei ca.  $x_{2H,min,1}^{M2} = 60$  mm (11.2 dB),  $x_{2H,min,2}^{M2} = 124$  mm (36.3 dB) und  $x_{2H,min,3}^{M2} = 167$  mm (24.7 dB). Die 4. Harmonische besitzt mehr als vier lokale Minima. Im Abstandsbereich des Plateaus des Grundton verlaufen die 3. und die 4. Harmonische fast pegelgleich.

Die Pegel des Signals, aufgezeichnet am Mikrophon M3, zu sehen in Abbildung 6.7c, zeigen stark ausgeprägte Minima in den höheren Harmonischen. Der Pegelverlauf der Grundschiwingung unterscheidet sich von dem mit M1 und M2 aufgenommenen Verlauf. Es sind wieder signifikante Pegeländerungen an den Sprungstellen  $x_{Sp,1}$  und  $x_{Sp,2}$  zu beobachten. Jedoch springt die Amplitude bei  $x_{Sp,2}$  auf einen um 6.7 dB höheren Wert. Die Pegel des Grundtons zwischen den Sprungstellen bilden kein Pegelplateau, sondern fallen nichtlinear ab, vergleichbar mit der Entwicklung der Frequenz in diesem Bereich (Abb. 6.6a).

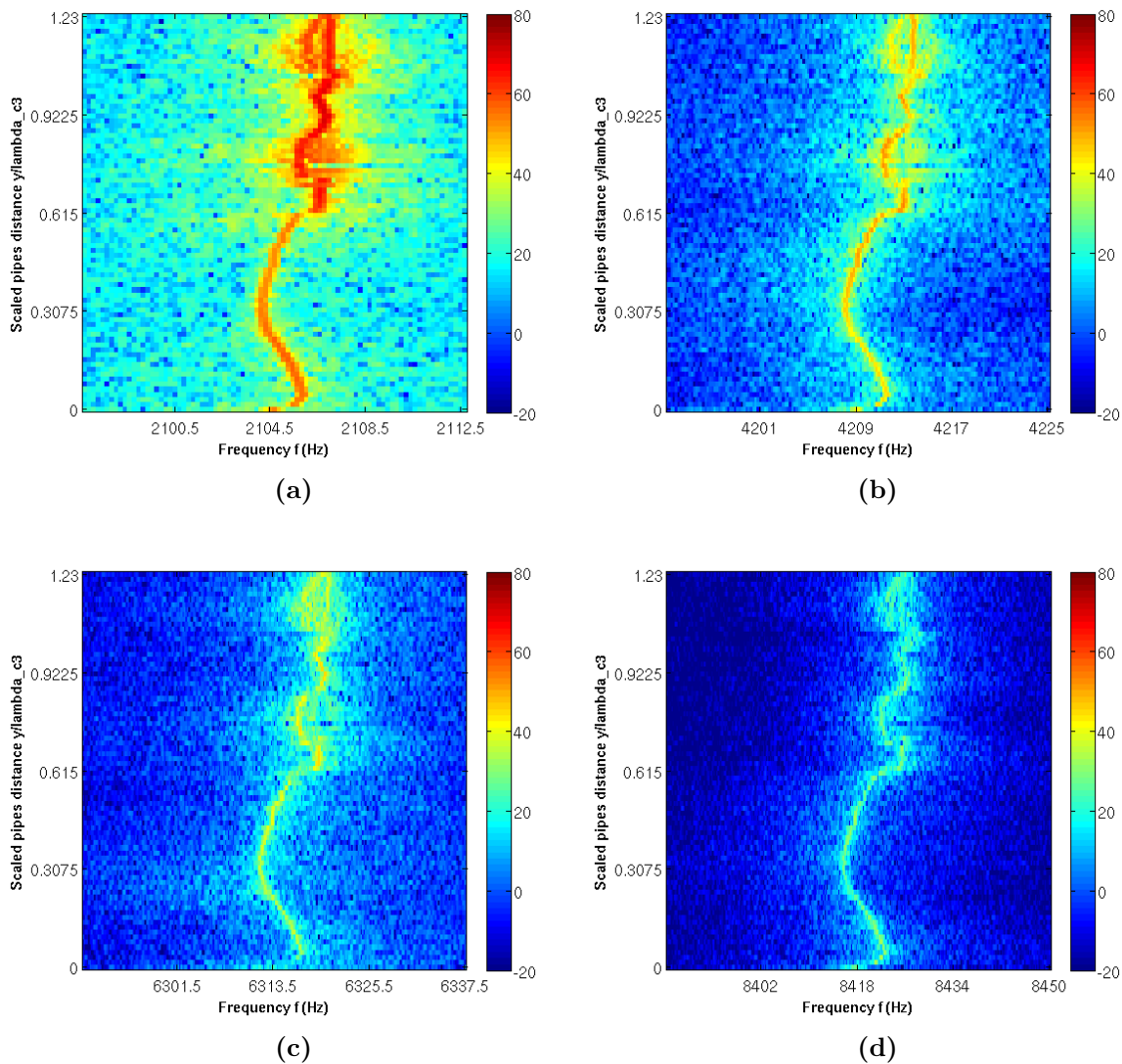
Die am Mikrophon M4 aufgezeichneten Pegel sind in Abbildung 6.7d dargestellt. die Pegel der Grundschiwingung springen, ähnlich zu den Pegeln, gemessen mit M1 und M2, bei den Pfeifenabständen  $x_{Sp,1}$  und  $x_{Sp,2}$  auf die Pegel 67.6 dB hoch bzw. auf 65.9 dB hinab. Die ausgeprägtesten Minima der 2. und der 4. Harmonischen findet man bei ähnlichen Pfeifenabständen,  $x_{1H,min,2}^{M4} = 141$  mm (28.8 dB) und  $x_{3H,min,10}^{M4} = 149$  mm (14.7 dB). Bei der 3. Harmonischen sind vier lokale Minima erkennbar,  $x_{2H,min,1}^{M4} = 106$  mm (29.3 dB),  $x_{2H,min,2}^{M4} = 119$  mm (27.0 dB),  $x_{2H,min,3}^{M4} = 197$  mm (39.0 dB) und  $x_{2H,min,4}^{M4} = 230$  mm (34.8 dB).

Allen bisher betrachteten Pegeldarstellungen gemeinsam ist, dass die Pegel der Grundschiwingung für kleine Pfeifenabstände immer signifikant kleinere Pegel aufweisen, als in den Pegelplateaus. Es wird nun die 1. vertikale Messlinie besprochen.

## Vertikale Messlinie

Die Abbildungen 6.8a- 6.8d zeigen die Entwicklung der Frequenz und der farbkodierten Pegel für das vertikale Verfahren der Pfeife P2 relativ zu P1. Die dargestellte Messlinie beinhaltet die Messpunkte MP [1;1 : 80], das bedeutet, die Positionen (0 mm; 0 mm : 200 mm), von Pfeife P2 bezüglich der Nullpositionen der Pfeife P1. Die Messlinie wurde nicht, wie die horizontale Messlinie, hintereinanderweg vermessen. Viel mehr sind beide Messlinien Teil einer Gesamtmessung des 80 × 80 Positionsrasters.

Das Ansteuern der Messpunkte erfolgte dabei immer erst horizontal von kleinen zu großen Pfeifenabständen. Das Positionsraaster der Messkampagne wurde also zeilenweise durchfahren. Die vertikale Messlinie repräsentiert also in etwa die Gesamtmesszeit von ca. 25 h! Für diese sehr lange Messzeit war es mit den verfügbaren technischen Mitteln nicht möglich, die Druckzufuhr für beiden Pfeifen so konstant zu halten, wie es für das Experiment erforderlich ist. Deshalb zeigt die vertikale Messlinie im oberen Abstandsbereich beginnend bei ca.  $y = 180$  mm mindestens zwei Frequenzen, was bedeutet, dass das System nicht mehr synchron schwingt.



**Abbildung 6.8.:** (a) Farbkodierte SPL-Spektren des gekoppelten Pfeifensystems der 1. vertikalen Messlinie [1 : 80; 1] im Frequenzbereich a) des Grundtons (1.Harmonische). (b) der 2. Harmonischen. (c) der 3. Harmonischen (d) der 4. Harmonischen. Die Signale wurden mit dem Mikrofon M1 aufgezeichnet.

Dennoch lassen sich, wie für die horizontale Messlinie, ähnliche Beobachtungen machen. Die Pegelentwicklung des Grundtons, gemessen am Mikrofon M1, zeigt einen signifikan-

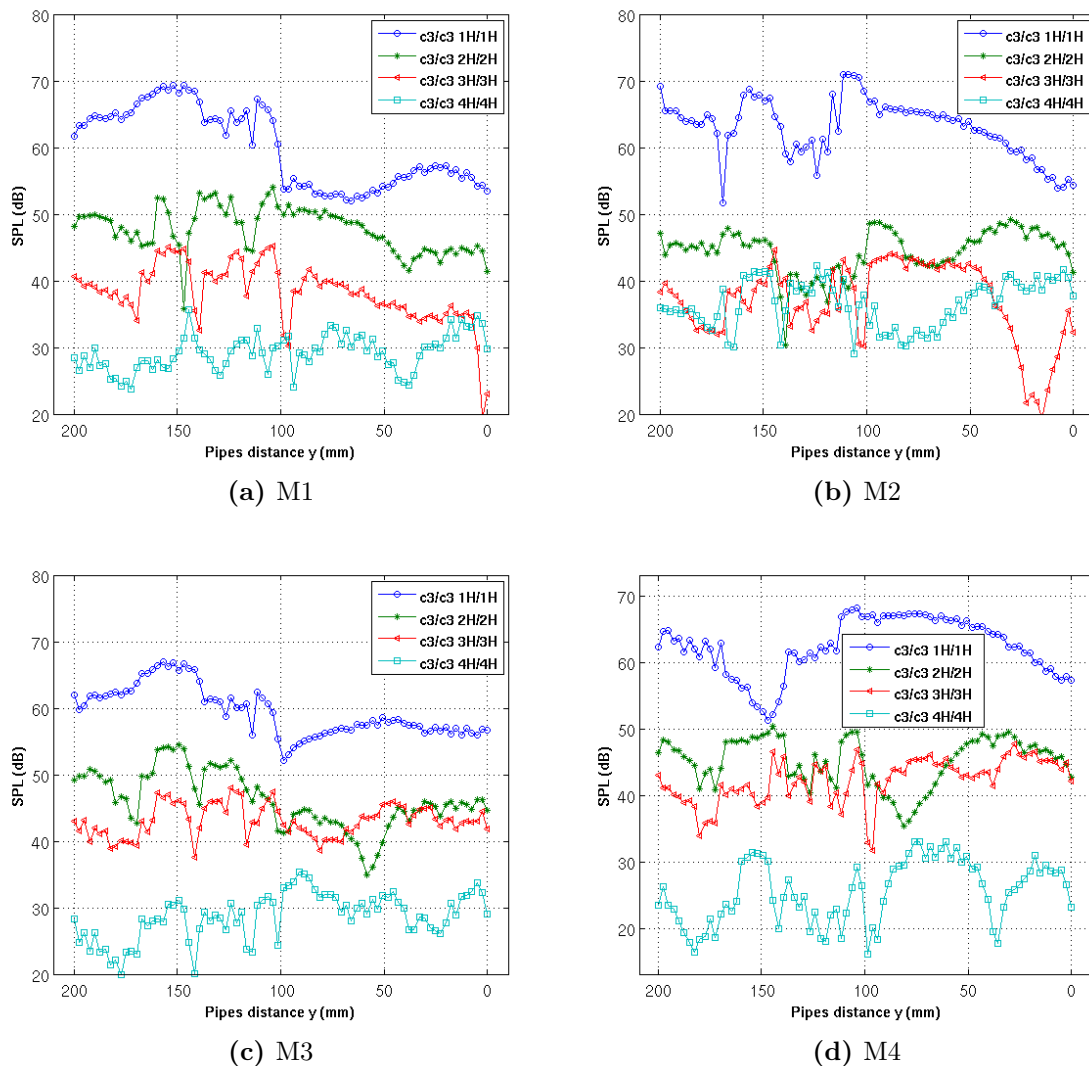
ten Sprung um 13.5 dB bei einem vertikalen Pfeifenabstand von etwa  $y_{Sp,1} = 100$  mm hin zu höheren Pegeln. Die Messungen an den Mikrofonen M2 und M3 zeigen ähnliches Verhalten. Auch hier ist die Vermutung, dass das synchronisierte Pfeifensystem von gegenphasiger bei kleinen vertikalen Pfeifenabständen, zu gleichphasiger Synchronisation nach dem Sprung wechselt und so weiter. Die Messungen an den Mikrofonen M2 und M3 stützen dies.

Die Pegelentwicklung, aufgezeichnet am Mikrofon M4, zeigt, anders als die Pegelentwicklungen an den anderen Mikrofonen, einen Sprung hin zu niedrigeren Pegeln bei ca.  $y_{Sp,2} = 147$  mm (51 dB). Allerdings lässt sich ein kleiner Pegelsprung zu höheren Pegeln auch hier identifizieren. Er liegt bei  $y_{Sp,1} 103$  mm (68.33 dB). Das Mikrofon M4 ist am weitesten vom Pfeifensystem entfernt. Möglicherweise wird der Pegelsprung durch Interferenzerscheinungen an diesem Messpunkt verdeckt.

### 6.1.7. Karten der Frequenz im Bereich des Grundtons und der 2. Harmonischen

Aus den  $80 \times 80$  Einzelmessungen lassen sich nach dem Prozedere welches zu Beginn des Abschnitts 6.1.5 beschrieben wurde, Karten für die gesamten vermessenen ersten Quadranten der Ebene generieren, die Auskunft über die Entwicklung der Frequenzen und Amplituden geben, wenn der Pfeifenabstand in horizontaler und vertikaler Richtung geändert wird. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Messkampagne nur den ersten Quadranten, also positive horizontale und vertikale Messwege relativ zur Pfeife P1 beinhaltet. Es wird zuerst die Entwicklung der Frequenzen besprochen und hier insbesondere die der Grundschwingung. Die Abbildungen 6.10 zeigen die Entwicklung der Frequenz in der Ebene, aufgezeichnet von den Mikrofonen M1-M4. Die Frequenz der Grundschwingung jedes Messpunktes ist farbkodiert und auf der z-Achse aufgetragen. Man beobachtet radialsymmetrische Strukturen um den Messpunkt MP[1; 1] herum, welcher in den Darstellungen jeweils unten rechts liegt, dem Messpunkt an dem die Orgelpfeifen den Minimalabstand in x- und y-Richtung zueinander haben. Diese Strukturen werden im Folgenden ringförmige Strukturen genannt, da sie, denkt man sich die Messung auf alle vier Quadranten der Ebene ausgeweitet, Ringe bilden. Die Beobachtungen sind strukturell an allen Messpositionen gleich. Lediglich M1 zeichnet geringfügig höhere Frequenzen auf. Die Entwicklung der Frequenzen der ersten vier Harmonischen ist strukturell identisch mit der des Grundtons. Auf eine Darstellung wird daher verzichtet.

Die Entwicklung der Amplituden des Grundtons in der Ebene, gemessen an den Mikrofonen M1-M4, ist in den Abbildungen 6.11 dargestellt. Die Entwicklung der Pegel des Grundtons zeigt, genau wie die Karten der Frequenz, ringförmige Strukturen um den Messpunkt MP[1; 1] herum. Zusätzlich aber ist in den Ringstrukturen ein Wechsel von hohen zu kleinen Pegeln zu beobachten. Diese wichtige Beobachtung zeigt, dass die Pegel in der Ebene auch von der Interferenz des wechselwirkenden Pfeifensystems am jeweiligen Messort abhängen. Die Pegelplateaus können damit aber nicht erklärt werden. Es wird vermutet, dass die Ursache der Pegelplateaus in der gleichphasigen

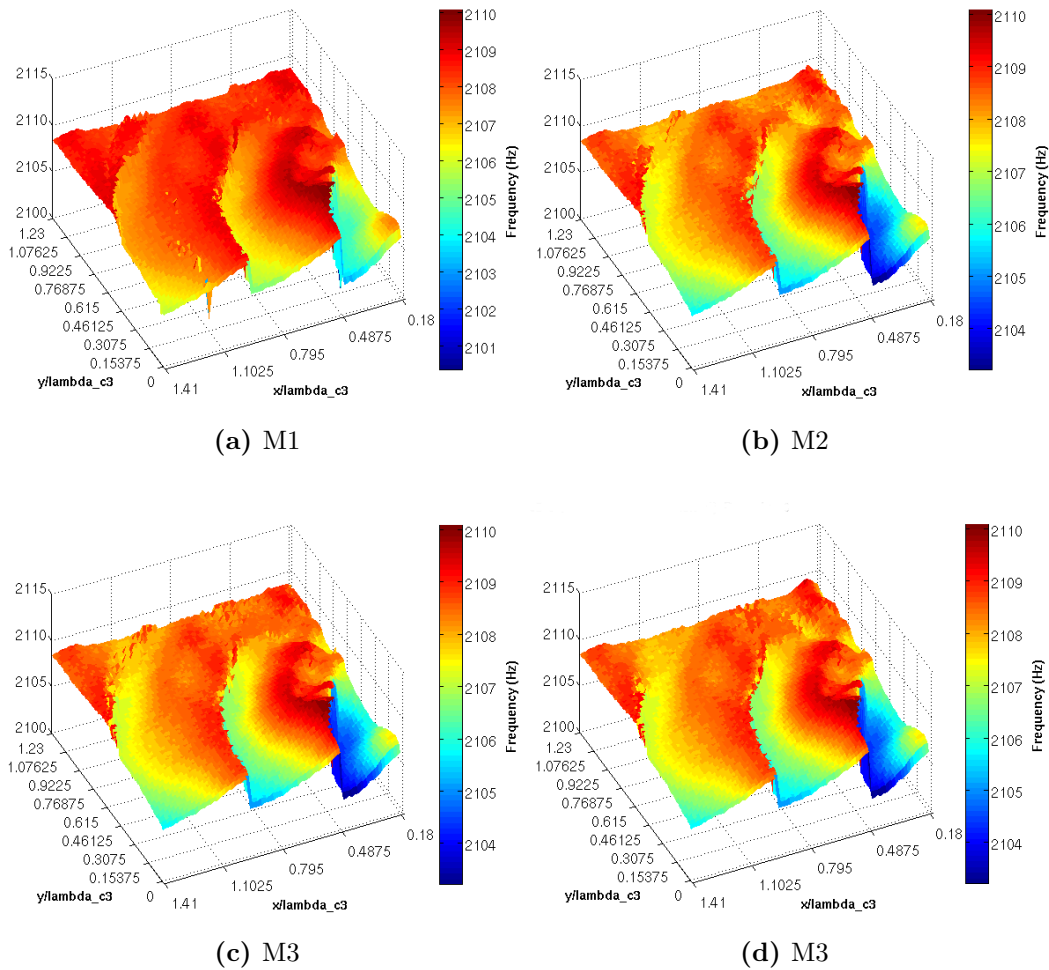


**Abbildung 6.9.:** Vergleich der Entwicklung der Pegel der Fundamentalschwingung, der 2., 3. und 4. Harmonischen für die 1. vertikale Messlinie [1; 1 : 80] gemessen an den verschiedenen Fernfeldmikrofonen M1-M4 des Mikrofonarrays.

Synchronisation zu suchen sind.

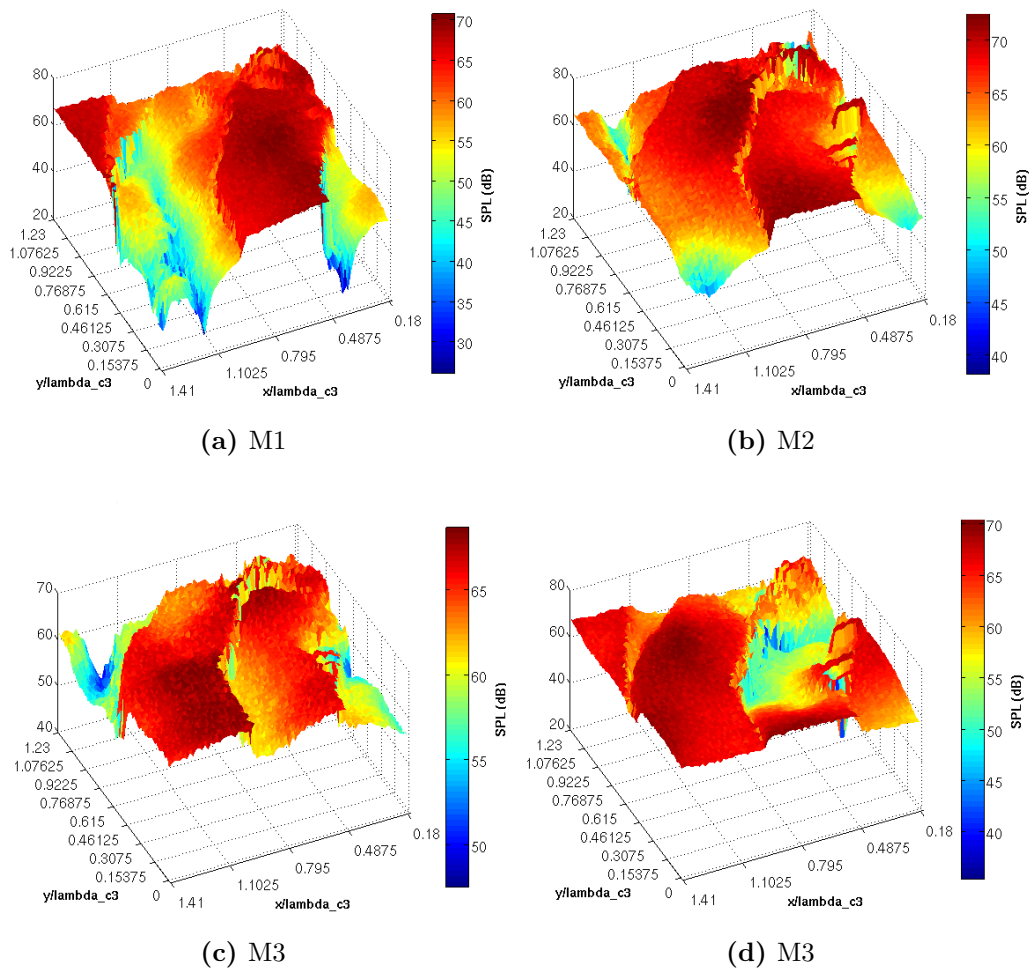
### 6.1.8. Die Karte des gemittelten Schalldruckpegelspektrums

Abschließend wird die Karte der Entwicklung des über den Frequenzbereich 1 Hz – 10 kHz gemittelten Schalldruckpegelspektrums betrachtet. Dabei wird, wie im vorangegangenen Abschnitt, jede der  $80 \times 80$  Einzelmessungen gemittelt und das Ergebnis farbkodiert. In [Abbildung 6.13](#) ist die Karte für die Aufzeichnung an der Messposition M1 dargestellt. Jeder Punkt in der Karte repräsentiert das gemittelte SPL-Spektrum einer Einzelmessung. Auch in dieser Darstellung sind die ringförmigen Strukturen um



**Abbildung 6.10.:** Karten der Entwicklung der Frequenz des Grundtons des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontale und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrophon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4.

den Messpunkt MP[1; 1] herum deutlich erkennbar. Dabei wechseln sich, von kleinen zu großen Pfeifenabständen, Bereiche geringer (-) mit Bereichen größerer gemittelter Pegel (+) ab. Der radialsymmetrische Wechsel der Pegel um die fest positionierte Pfeife P1 herum kann mit dem Symbol (- + -) gekennzeichnet werden. Die Grenzen der ringförmigen Strukturen liegen bei den Sprungstellen, die bei Pfeifenabständen  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  und  $3\lambda/2$ , respektive den Pfeifenabständen von ca. 81 mm, 163 mm und 245 mm liegen. Die mittlere Differenz der Pegel in den Ringstrukturen niedriger Pegel gegenüber denen Strukturen hoher Pegel liegt bei ca. 3 dB. Bemerkenswert sind die scharf ausgeprägten Ränder der Pegelplateaus. Die Ergebnisse werden nun diskutiert.



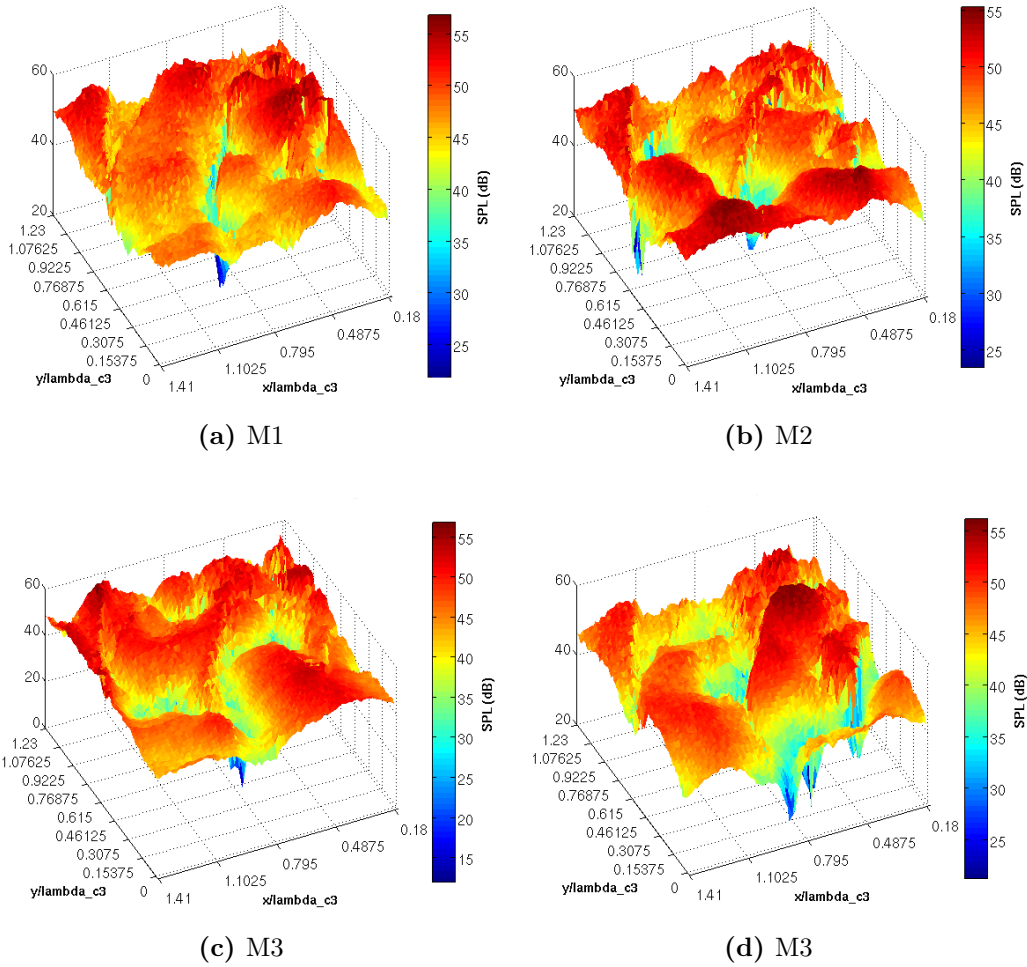
**Abbildung 6.11.:** Karten der Entwicklung des Pegels des Grundtons des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontalen und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrophon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4.

### 6.1.9. Diskussion

Aus den besprochenen Pegeldarstellungen der 1. horizontalen und der 1. vertikalen Messlinie wird ersichtlich, dass die aufgezeichneten Amplituden des synchron schwingenden Pfeifensystems vom Ort der Messung abhängen. Das erklärt sich aus der Eigenschaft, dass zwei Signale, auch synchronisierte Signale, miteinander interferieren. Die aufgezeichneten Pegel sind die Amplituden der Summe der synchronisierten Einzelsignale jeder Orgelpfeife, gemessen an den jeweiligen Orten der Messmikrofone. Dies soll im Folgenden etwas formalisiert werden.

Die Orgelpfeifen strahlen miteinander synchronisierte Schallsignale in den Raum ab. Die Signale lassen sich schreiben als

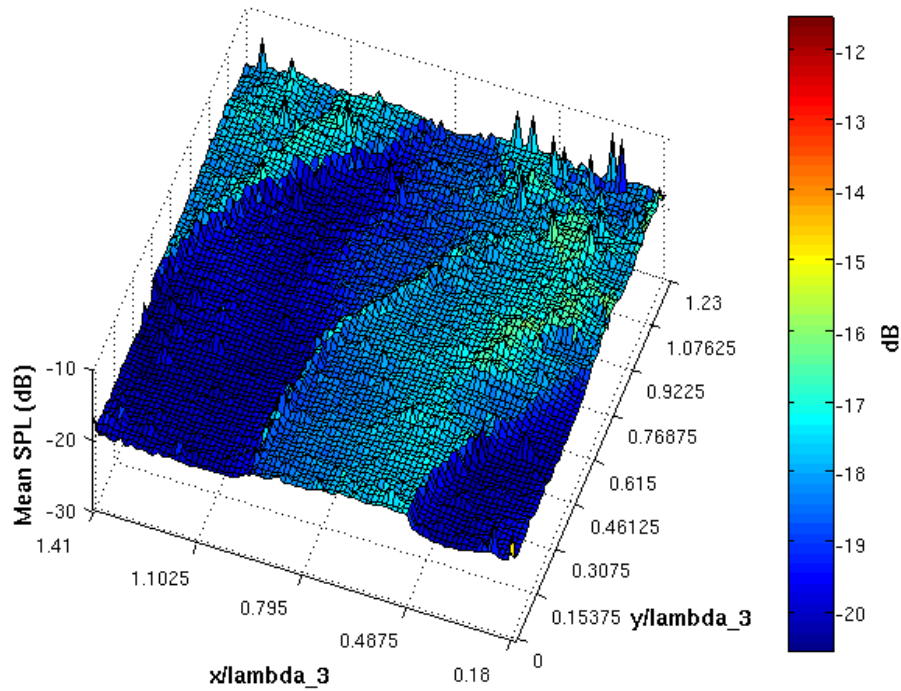




**Abbildung 6.12.:** Karten der Entwicklung des Pegels der 1. Harmonischen des synchronisierten Pfeifensystems in der Ebene. Die horizontalen und vertikale Pfeifenabstände sind auf der x- bzw. y-Achse aufgetragen. Dabei sind die Abstände mit der Wellenlänge des Grundtons normiert. Gezeigt ist die Messkampagne aufgezeichnet von Mikrophon (a) M1, (b) M2, (c) M3 und (d) M4.

$$\begin{aligned}
 s_1(\vec{r}, t) &= \frac{p_1}{r_1} \cdot e^{i(\omega t + \phi_1 + \delta_1)} \\
 s_2(\vec{r}, t) &= \frac{p_2}{r_2} \cdot e^{i(\omega t + \phi_2 + \delta_2)}
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

wobei  $p_1(\vec{r}_1, d), p_2(\vec{r}_2, d)$  die orts- und abstandsabhängigen Amplituden und  $\omega(d)$  die abstandsabhängige synchrone Schwingungsfrequenz der Orgelpfeifen bezeichnet. Der Pfeifenabstand hat eine horizontale sowie eine vertikale Komponente,  $d = d(x, y)$ . Die abgestrahlten Signale tragen die Phasen  $\phi_1, \phi_2$  mit sich, wobei diese, wegen der Synchronisation eine feste, aber vom Pfeifenabstand  $d$  abhängige Phasendifferenz  $\Phi(d) = \phi_1(d) - \phi_2(d)$  besitzen. Die Abstandsabhängigkeit der Phasen resultiert aus



(a)

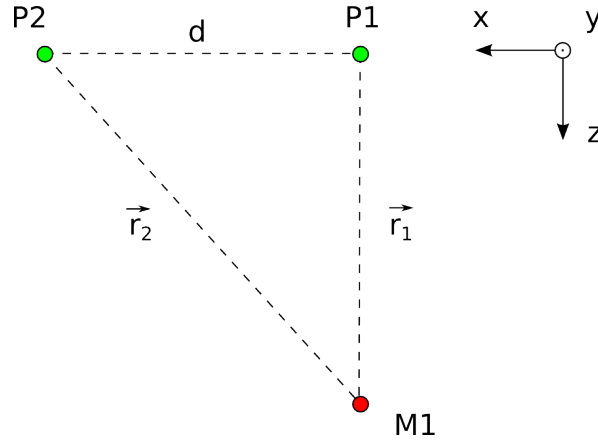
**Abbildung 6.13.:** Karte über das gemittelte Pegelspektrum des gekoppelten Pfeifensystems aufgezeichnet mit M1. Die Mittelung erfolgt für jede Einzelmessung über den Frequenzbereich 1 Hz – 10 kHz.

der Tatsache, dass die Orgelpfeifen miteinander wechselwirken. Die Wechselwirkung ist abhängig vom Abstand der Pfeifen, wie im Kapitel 4 gezeigt wurde. Weiterhin haben die Signale je nach Messort unterschiedliche Propagationslängen. Aus den Laufzeiten der Signale resultieren die ortsabhängigen Phasen  $\delta_1(\vec{r}_1, \omega)$ ,  $\delta_2(\vec{r}_2, \omega)$ , die sich am jeweiligen Messort ergeben. Abbildung 6.14 zeigt den Sachverhalt schematisch am Beispiel des Messmikrofons M1.

Im Fernfeld misst man eine Überlagerung der abgestrahlten Einzelsignale. Das führt zur Interferenz. Die Summe der Signale am Messpunkt lässt sich schreiben als

$$\begin{aligned}
 s_1 + s_2 &= \left( \frac{p_1}{r_1} e^{i\phi_1} e^{i\delta_1} + \frac{p_2}{r_2} e^{i\phi_2} e^{i\delta_2} \right) e^{i\omega t} \\
 &= z \cdot e^{i\omega t}
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

wobei der Term in der Klammer die komplexe Amplitude  $z$  ist. Mit der Definition  $\Delta_j = \phi_j + \delta_j$  und den Umbenennungen  $A_j = p_j/r_j$ ,  $j = 1, 2$  ergibt sich die nichtlineare Amplitudengleichung der Summe der Signale am Ort  $\vec{r}$  zu



**Abbildung 6.14.:** Schematische Darstellung einer Einzelmessung der Messkampagne. P1 und P2 sind die Orgelpfeifen, M1 das Messmikrofon. Der Pfeifenabstand  $d$  und die Vektoren von den Pfeifen zum Mikrofon  $\vec{r}_1$  und  $\vec{r}_2$  sind dargestellt. Aus dem Pfeifenabstand  $d$  resultiert die Phasendifferenz  $\phi_1 - \phi_2$  der synchronisierten Orgelpfeifen. Erfolgt die Messung am Ort M1, so ergeben sich aus den unterschiedlichen Laufwegen der Einzelsignale die orts- und frequenzabhängigen Phasen  $\delta_1(\vec{r}_1, \omega)$  und  $\delta_2(\vec{r}_2, \omega)$ .

$$|s_1 + s_2| = |z| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\Delta_1 - \Delta_2)} \quad (6.3)$$

Die Größen  $d$ ,  $\omega$ ,  $p_j$ ,  $\vec{r}_j$  und  $\delta_j$ ,  $j = 1, 2$  sind Messgrößen. Die gesuchte Größe ist die abstandsabhängige Phasenfunktion  $\Phi(d)$  des gekoppelten, synchronisierten Pfeifensystems.

Die Synchronisierung des Pfeifensystems in der Nullposition ( $x = 30 \text{ mm}$ ,  $y = 0 \text{ mm}$ ) ist a priori durch die identisch gleiche Stimmung der Pfeifen und durch die große Kopplungsstärke der Pfeifen bei minimalem Pfeifenabstand gegeben (vgl. Kapitel 4). Aus den Pegeldarstellungen erkennt man, dass für kleine Abstände die Pegel der Grundschwingung durchweg kleiner sind als in den Pegelplateaus. Außerdem hat der Pegel der Grundschwingung bei allen Mikrofonen ein mehr oder weniger stark ausgeprägtes Minimum im Bereich kleiner Abstände  $x = 30 \text{ mm}$  bis  $x_{Sp,1} = 81 \text{ mm}$  bzw.  $y = 0 \text{ mm}$  bis  $y_{Sp,1} = 100 \text{ mm}$ . Es wird vermutet, dass die synchronisierten Orgelpfeifen für kleine Pfeifenabstände ein gegenphasig schwingendes Oszillatorsystem bilden. Aus der Theorie der Synchronisation [68] ist bekannt, dass zwei Oszillatoren, wenn sie synchron schwingen, eine feste Phasendifferenz  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  aufrecht erhalten (phase locking). Für ein exakt gegenphasig schwingendes System ist die Phasendifferenz gerade  $\phi_1 - \phi_2 = \pi$ . Wenn man die Phasen der Laufwegen zum Messort  $\delta_1$  und  $\delta_2$  vernachlässigt, was wegen  $|d| \ll |\vec{r}_j|$  zulässig ist, da die Laufwegen der Signale dann annähernd gleich sind und es gilt  $\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \approx 0$ , und daher

$$\delta_1 - \delta_2 = k(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \approx 0 \quad (6.4)$$

dann ergibt sich aus der Amplitudengleichung (6.3)

$$\Delta_1 - \Delta_2 = \phi_1 - \phi_2 + (\delta_1 - \delta_2) = \phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi = \pi \quad (6.5)$$

Das ist die Bedingung für ein Pegelminimum im Synchronisationsbereich für ein gegenphasig schwingendes Oszillatorsystem. Der Synchronisationsbereich für ein solches System überstreicht das Phasendifferenzintervall  $\frac{\pi}{2} < \Delta\phi < \frac{3}{2}\pi$ , wobei im Zentrum die Phasendifferenz  $\Delta\phi = \pi$  ist. In [68] werden Synchronisationsbereiche in einem etwas anderen Zusammenhang als Synchronisationsplateaus bezeichnet und zwar dann, wenn es sich um Systeme handelt, deren Frequenzen leicht gegeneinander verstimmt sind und diese unter gewissen Randbedingungen, z. B. Durchstimmung eines der Oszillatoren des Systems, synchronisieren. Es kommt dann zur Modenkopplung (frequency locking). Beide Oszillatoren halten dann über einen gewissen Bereich der Verstimmung dieselbe Frequenz aufrecht. Diese gemeinsame Frequenz bildet ein Plateau im Frequenzraum. In der Arbeit [29] wurde dies an akustischen Oszillatoren im Detail untersucht. In dem hier vorgestellten Synchronisationsexperiment ist die Modenkopplung insofern erleichtert, da die Pfeifen ja schon a priori gleich gestimmt sind. Es gibt also keine Verstimmung im System, die durch die Kopplung „überwunden“ werden müsste. Die Kopplung hat aber eine abstandsbedingte Phase, welche das System beeinflusst.

Aus den experimentellen Beobachtungen der durchgeführten Messkampagne und den besprochenen Formalisierungen heraus kann gefolgert werden, dass die Fundamentalschwingungen der Orgelpfeifen für kleine Abstände gegenphasig schwingen. Dort wo das Pegelminimum liegt, ist die Phasendifferenz des synchronisierten Pfeifensystems genau  $\Delta\phi = \pi$ . Im synchronisierten Schwingungssystem ist die Phasendifferenz für gegebenen Pfeifenabstand fest, also eine Konstante. Die Änderung des Pfeifenabstands bewirkt eine Phasenverschiebung zwischen den abgestrahlten Signalen der Orgelpfeifen. Die Kopplung der Pfeifen, die ja über die abgestrahlten Schallsignale erfolgt, erhält durch die Änderung des Pfeifenabstands eine Phasenverschiebung. Für eine Änderung des Pfeifenabstands auf  $d = \lambda/4$  beträgt die Phasenverschiebung bereits  $\Delta\phi = \pi/2$ . Es ändert sich nicht nur die Phasenbeziehung, sondern auch die Kopplungsstärke, denn wie in Kapitel 4 gezeigt, ist der Absolutwert der Kopplung, die Kopplungsstärke, invers proportional zum Abstand. Eine Änderung des Pfeifenabstands treibt das synchronisierte, gegenphasig schwingende System an den Rand seines Synchronisationsbereiches  $\frac{\pi}{2} < \Delta\phi < \frac{3}{2}\pi$ . Als Antwort verringert das synchronisierte Oszillatorsystem seine Frequenz. Wird der Pfeifenabstand weiter vergrößert, sodass er in die Nähe von  $d = \lambda/2$  kommt, das entspricht einer Änderung der Phase der Kopplung um  $\pi$ , so springt das gegenphasig schwingende System in ein gleichphasig schwingendes, synchronisiertes Regime um. Der Rand des Synchronisationsbereiches für gegenphasiges Schwingen bei  $\Delta\phi = \pi/2$ , der Sprungabstand  $d = (x_{Sp,1}, y_{Sp,1})$ , wird dabei überschritten. Nun ist gegenphasiges Schwingen für das Pfeifensystem nicht mehr möglich. Der Synchronisationsbereich für gleichphasiges Schwingen überstreicht das Phasendifferenzintervall  $-\frac{\pi}{2} < \Delta\phi < \frac{\pi}{2}$ . Exakt gleichphasiges Schwingen erfolgt bei  $\Delta\phi = 0$ . Gleichphasiges Schwingen bedeutet eine signifikante Erhöhung der Pegel. Als Antwort auf die, unmittelbar nach dem Sprungabstand  $d = (x_{Sp,1}, y_{Sp,1})$  noch suboptimale Phasendifferenz des Pfeifensystems für gleichphasiges Schwingen von  $\Delta\phi = \pi/2$ , reagiert das System mit einem sprunghaften Anstieg der gemeinsamen Frequenz. Warum die Pegel

der Fundamentalschwingung bei weiterer Erhöhung des Pfeifenabstands bis auf  $d = \lambda$  ein Plateau bilden, ist nicht vollständig geklärt. Die ringförmigen Bereiche der Pegelplateaus um P1 herum, gemessen von M1-M4, sind aber auf Interferenzerscheinungen zurückzuführen. Es wird vermutet, dass es zur Ausbildung der Pegelplateaus kommt, weil die Änderung der Pegel zu viel Energie kosten würde. Die Amplituden auf dem Grenzyklus zu ändern kostet viel mehr, als die neutralstabilen Phasen zu schieben oder die gemeinsame Frequenz auf die äußeren Umstände anzupassen. Dies könnte die Ausbildung des Pegelminimums der Grundschwingung im Zentrum des gleichphasigen Synchronisationsbereiches verhindern. Bei den höheren Harmonischen werden die Minima beobachtet. Die höheren Harmonischen haben allerdings auch signifikant geringere Pegel.

## 6.2. Synchronisation von Mixturen

In diesem Abschnitt werden Synchronisationsexperimente mit Mixturen thematisiert. Als Mixturen werden im Orgelbau Zusammenstellungen von mehrere Orgelpfeifen bezeichnet, die in Oktav- und Quintlage gleichzeitig klingen [6]. Man nennt dies auch Mehrchörigkeit. Die Mixturen gehören zu den sogenannten Klangkronen. Sie verstärken den Orgelklang durch ihren Obertonreichtum. Besonders die tieferen Töne, also Bass- und Diskantlagen erfahren durch Mixturen eine Aufhellung. Die Klangverstärkung durch die Fülle der Obertöne lässt das Instrument klarer erklingen.

Ziel dieser Experimente ist es, die Synchronisation der Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$  und  $c^2/c^3$  für systematisch variierte horizontale und vertikale Pfeifenabstände in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung, im Folgenden als Ebene bezeichnet, zu vermessen und somit die Synchronisation des gekoppelten Pfeifensystems in der Ebene darzustellen.

### 6.2.1. Die Mixturen $c^0/c^1$ , $c^1/c^2$ und $c^2/c^3$

Bei den vermessenen Mixturen handelt es sich um jeweils zwei Orgelpfeifen mit dem Frequenzabstand von einer Oktave. Die Messungen erfolgen im 1. Quadranten der Ebene, entsprechend den im vorangegangenen Abschnitt 6.1 besprochenen Messungen und Messmethoden. Es werden pro Messung  $80 \times 80 = 6400$  Messpunkte angefahren, die in einem äquidistanten Raster angeordnet sind. Die Rasterweite halbiert sich diesmal aber mit Erhöhung der Oktave. Die Sätze der Mixturen, deren Grundtöne, das jeweilige Raster sowie die entsprechenden horizontalen und vertikalen Minimalabstände der Orgelpfeifen zueinander sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Die Messzeit an jedem Messpunkt beträgt 15 s. Die Samplingfrequenz beträgt 100 kHz. Der Startpunkt der Messungen ist wieder der Messpunkt MP[1; 1], welcher dem jeweiligen horizontalen und vertikalen Minimalabstand der Orgelpfeifen entspricht. Für die verschiedenen Mixturen sind die Minimalabstände, gemessen von Aufschnittsmittle zu Aufschnittsmittle der Orgelpfeifen, aus bautechnischen Gründen verschieden. Es sei bemerkt, dass bei der Vermessung der Mischung  $c^1/c^2$  der Messpunkt MP[1; 1] nicht genau in der Ebene lag. Die Orgelpfeife wurde fälschlicherweise um 50 mm in z-Richtung, also aus der Ebene heraus, verschoben positioniert. Somit befanden sich die Orgelpfeifen nicht auf gleicher Abstrahlungsebene im Raum! Die Messung wird hier aber dennoch mit dokumentiert, weil sie auch interessante Aufschlüsse über das Synchronisationsverhalten gibt.

Mixtur	Grundtöne ( $\pm 0.07$ Hz) (Hz)	Raster (mm)	horizontaler Minimalabstand (mm)	horizontaler Minimalabstand (mm)
$c^0/c^1$	261.5/523.0	10.0	115.0	0
$c^1/c^2$	526.1/1052.0	5.0	85.0	0
$c^2/c^3$	1050.0/2100.4	2.5	85.0	0

**Tabelle 6.2.:** Messparameter für die Messungen der Mixturen. Das Raster wird mit höheren Mixturen halbiert.

## 6.2.2. Stimmung, Notation und Nomenklatur

Für das Experiment werden die Orgelpfeifen der jeweiligen Mixtur identisch gestimmt. Die Stimmung erfolgt nach der Methode in Abschnitt 6.1.3. Dabei wird jetzt aber die 2. Harmonische (2H) der niederfrequenteren Pfeife auf den Grundton (1H), also die 1. Harmonische, der höherfrequenteren Pfeife gestimmt. Wenn beispielsweise in der Mixtur  $c^0/c^1$  der Grundton von  $c^1$  auf  $1H = 532\text{ Hz}$  gestimmt wird, dann bedeutet das die Stimmung der 2. Harmonischen der Orgelpfeife  $c^0$  auf eben diese Frequenz. Allgemein formuliert ist die  $n$ -te Harmonische von  $c^N$  gleich der  $2n$ -ten Harmonischen von  $c^{N-1}$ . Aufgrund des Frequenzunterschiedes der Mixturen von einer Oktave ergeben sich die in Tabelle 6.3 zusammengefassten Paarungen der Harmonischen der Mixturen, welche ein und denselben Ton darstellen.

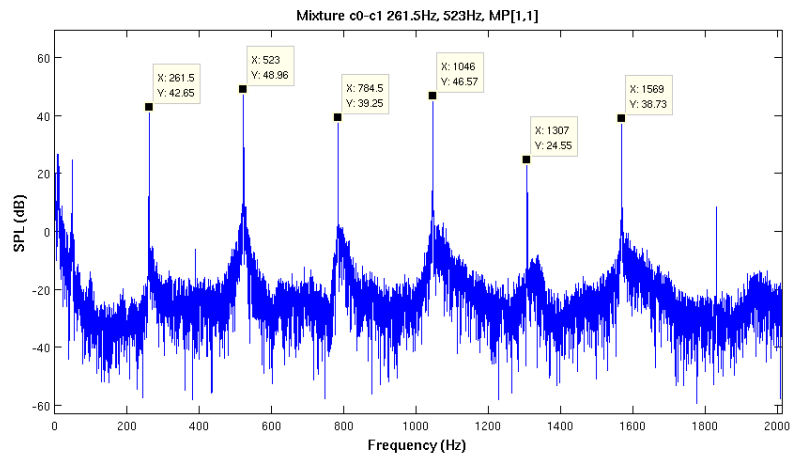
Frequenzen/ Mixturen	2H/1H ( $\pm 0.07\text{ Hz}$ )	4H/2H ( $\pm 0.07\text{ Hz}$ )	6H/3H ( $\pm 0.07\text{ Hz}$ )	8H/4H ( $\pm 0.07\text{ Hz}$ )
$c^0/c^1$	523.0	1046.0	1569.0	2092.0
$c^1/c^2$	1052.0	2104.0	3156.0	4208.0
$c^2/c^3$	2100.0	4200.0	6300.0	8400.0

**Tabelle 6.3.:** Frequenzen der untersuchten Mixturen. Für die Fundamentalschwingung (= Grundton) wird die Bezeichnung 1H (= 1. Harmonische) verwendet. Entsprechend werden die höheren Harmonischen (= Obertöne) mit 2H, 3H,... etc. bezeichnet.

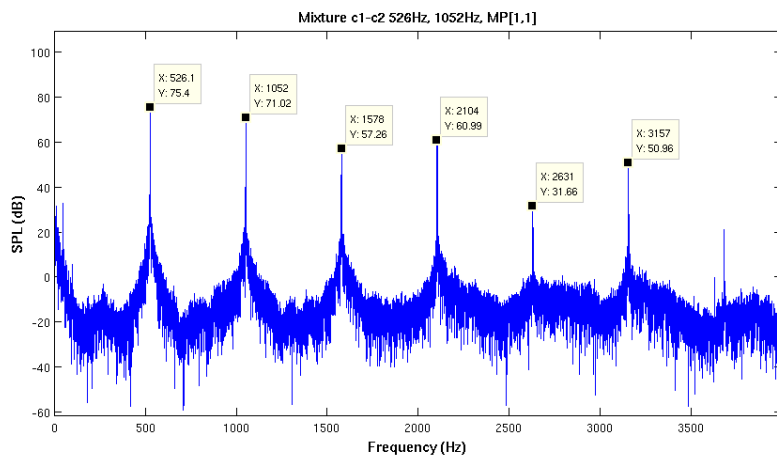
Am Messpunkt MP[1;1] erfolgt noch einmal eine Feinstimmung der Mixtur, um die gewünschte Frequenzgleichheit zu gewährleisten. Die Abbildungen 6.15a - 6.15c zeigen Ausschnitte der Pegelspektren der mit dem Mikrofon M1 aufgezeichneten Signale des Messpunktes MP[1;1]. Der jeweils zweite Peak in den Pegelspektren (von links aus gesehen) ist der Grundton (1H) der höherfrequenteren Pfeife der Mixtur. Das entspricht der 2. Harmonischen (2H) der niederfrequenteren Pfeife der Mixtur. Die Darstellung der Messergebnisse folgt methodisch dem Prozedere, welches schon im Abschnitt 6.1.5 Anwendung gefunden hat. Die Ortsachsen einiger der folgenden Darstellungen und Karten sind auf die Wellenlängen der jeweils höherfrequenteren Pfeife der betreffenden Mixtur normiert. Zusammen mit der Halbierung der Rasterweiten pro aufsteigender Mixtur ergibt sich so eine direkte Vergleichbarkeit der Karten. Die Farbkodierungen können sich auf die Frequenzen oder auf die Pegel beziehen. Das wird an gegebener Stelle verdeutlicht.

## 6.2.3. Entwicklung der Frequenzen und Pegel der Mixturen bei horizontaler Änderung des Pfeifenabstands

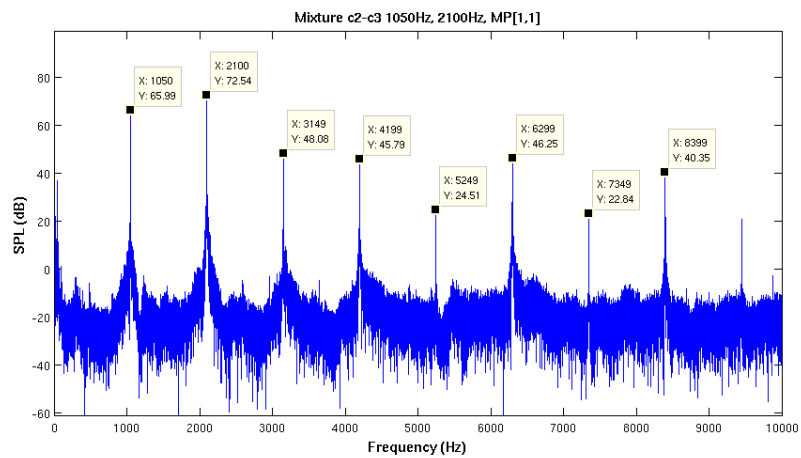
Wie bei der Darstellung der Messergebnisse zweier baugleicher, gestimmter Orgelpfeifen im Abschnitt 6.1, werden auch jetzt Intervalle um den Grundton farbkodiert dargestellt. Es wird dabei ein Frequenzintervall um den jeweiligen Grundton der höherfrequenten Pfeife jeder Mixtur gewählt und die Amplitude in einem geeigneten Frequenzintervall farbkodiert. Für die 1. horizontale Messlinie MP[1 : 80; 1] findet man so die Entwicklung



(a)



(b)



(c)

Abbildung 6.15.: Spektren der Mixturen a)  $c^0/c^1$ , b)  $c^1/c^2$ , c)  $c^2/c^3$  des Messpunktes MP[1; 1], aufgezeichnet mit dem Messmikrofon M1.

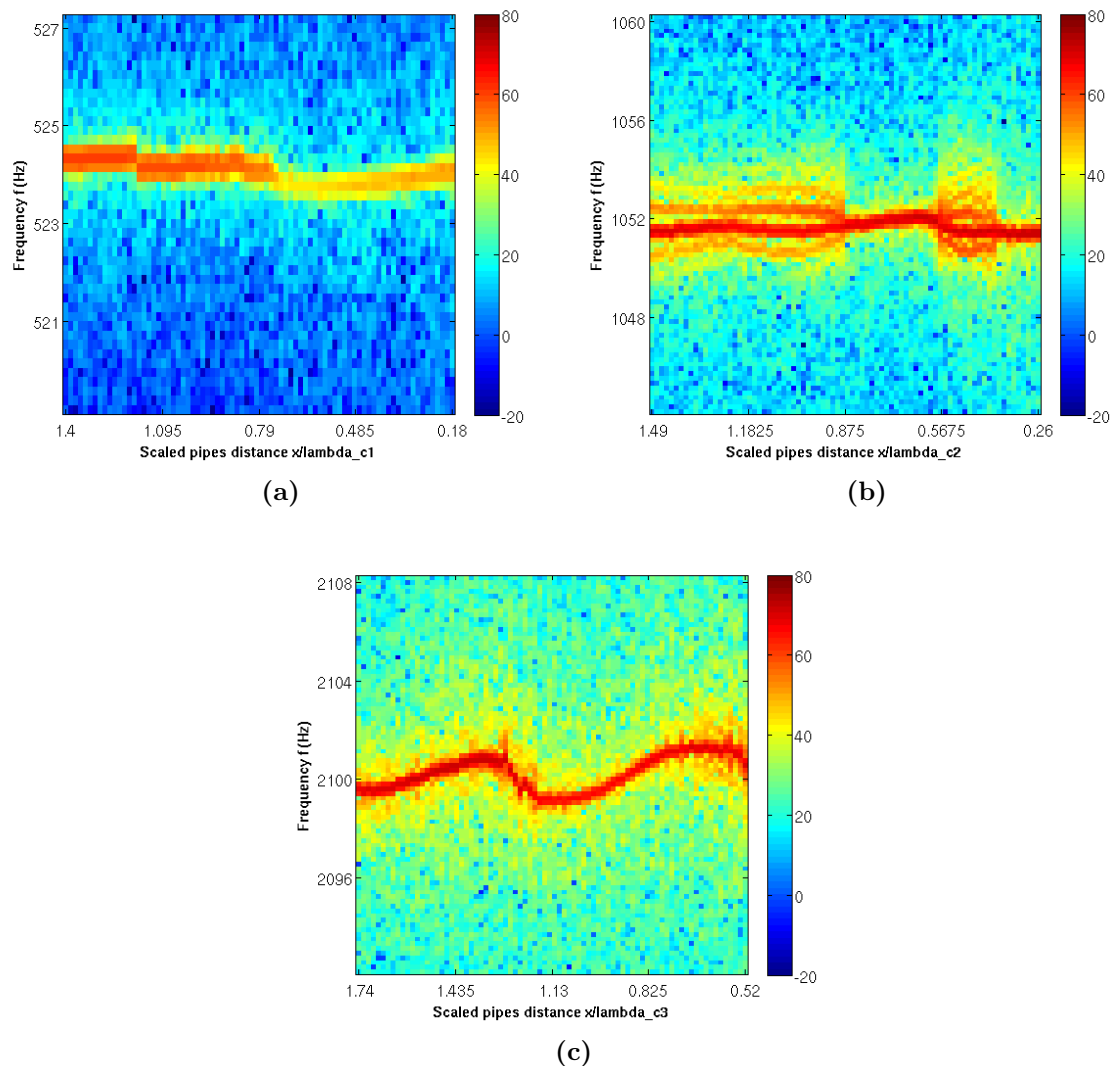


der Frequenz und der Amplitude des Schalldruckpegels in Abhängigkeit vom horizontalen Abstand der Pfeifen zueinander.

In den Abbildungen 6.16a - 6.16c ist die 1. horizontale Messlinie für die Paarungen 2H/1H, 4H/2H, 6H/3H, und 8H/4H der Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$  und  $c^2/c^3$  dargestellt. Für die Mischung  $c^0/c^1$  findet man die Sprünge bei ca.  $x_{Sp,1}^{c^0/c^1} = 0.68 \cdot \lambda_{c^1}$ ,  $x_{Sp,2}^{c^0/c^1} = 1,18 \cdot \lambda_{c^1}$ . Das entspricht genau einer halben Wellenlänge von  $c^1$ . Bei der Mischung  $c^1/c^2$  (Abb. 6.16b) gehen die Frequenzsprünge mit der Aufspaltung in die Seitenbänder einher. Nimmt man die Pfeifenabstände maximaler Aufspaltung als Sprungstellen an, so ergeben sich die Sprungstellen zu  $x_{Sp,1}^{c^1/c^2} = 0.49 \cdot \lambda_{c^2}$ ,  $x_{Sp,2}^{c^1/c^2} = 1.07 \cdot \lambda_{c^2}$ . Die Aufspaltung der Frequenz der a priori identisch gestimmten Orgelpfeifen ist nicht auf messtechnische Unregelmäßigkeiten zurückzuführen! Vielmehr zeigt das gekoppelte Pfeifensystem bei diesen Pfeifenabständen ein instabiles Verhalten. Lokal ist hier eine Desynchronisierung des an sich gestimmten und synchronisierten Zwei-Pfeifen-Systems zu beobachten. Die Sprungstellen der 1. horizontalen Messlinie für die Mischung  $c^2/c^3$  sind in dieser Darstellung nicht eindeutig zu definieren. Auch hier sind schmale Bereiche von Pfeifenabständen auszumachen, an denen das System desynchronisiert. Die Zentren der Aufspaltung liegen bei ca.  $x_{Sp,1}^{c^2/c^3} = 0.58 \cdot \lambda_{c^3}$  und  $x_{Sp,2}^{c^2/c^3} = 1.19 \cdot \lambda_{c^3}$ .

Bei allen Mixturen sind Frequenzsprünge bei etwa der halben und einer ganzen Wellenlänge der jeweils höherfrequenten Pfeife der Mischung zu beobachten. Die Frequenzsprünge grenzen Regionen unterschiedlicher Pegel voneinander ab. Auch hier wird, wie bei der Untersuchung der Messkampagne der Synchronisation des Pfeifensystems  $c^3/c^3$  in Abschnitt 6.1.6, vermutet, dass es an den Sprungstellen zu einem Wechsel des Synchronisationsregimes kommt. Die Entwicklung der Pegel in den Abbildungen 6.17a - 6.17c stützt diese Vermutung. Die beobachteten Pegel am Mikrofon M1 zeigen Pegelminima, die prinzipiell ähnlich zu den Beobachtungen des synchronisierten Pfeifensystems  $c^3/c^3$  sind. Allerdings ist die Zuordnung der Anzahl der Minima zu den höheren Harmonischen eine andere. Das wird auf die Paarungen unterschiedlicher Harmonischer in den Mixturen zurückgeführt.

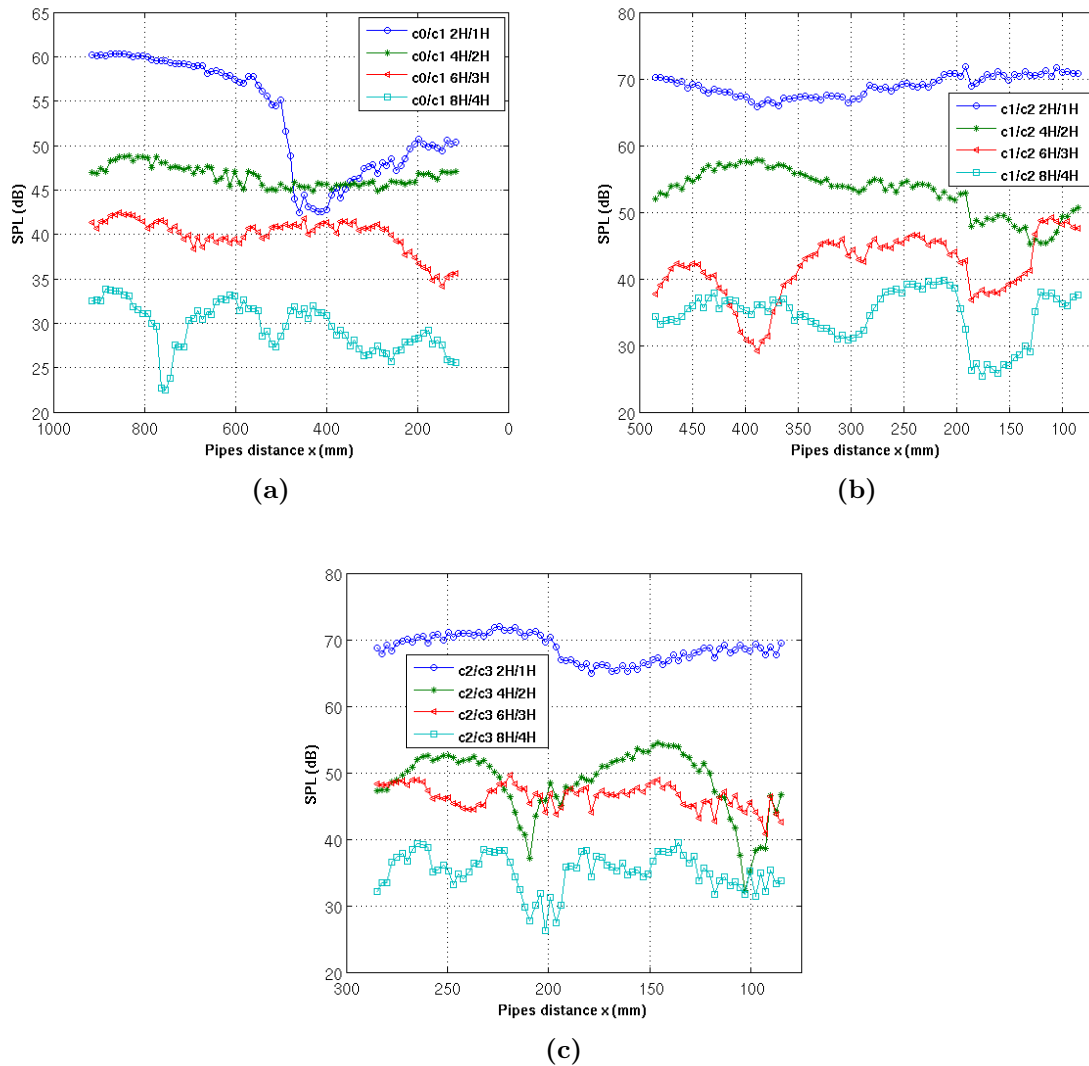
Die Pegeldarstellungen zeigen die Pegelentwicklungen der Paarungen 2H/1H, 4H/2H, 6H/3H, und 8H/4H der Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$  und  $c^2/c^3$  der 1. horizontalen Messlinie. Bei den Paarungen 2H/1H der Mixturen  $c^0/c^1$  und  $c^2/c^3$  sind signifikante Pegeländerungen an den Sprungstellen zu beobachten. Bei der Mischung  $c^1/c^2$  ist nur eine geringe Pegeländerung an den ausgemachten Sprungstellen zu erkennen. Dafür zeigen die Paarungen 4H/2H, 6H/3H, und 8H/4H dieser Mischung signifikante Pegelsenkungen im Abstandsbereich der ersten Sprungstelle  $x_{Sp,1}^{c^1/c^2}$ , genau dort, wo es zur (ersten) Desynchronisierung des Pfeifensystems kommt.



**Abbildung 6.16.:** Frequenzentwicklung der synchronisierten Mixturen in der 1. horizontalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a)  $c^0/c^1$  b)  $c^1/c^2$  c)  $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. Dargestellt ist jeweils die Entwicklung der 1. Harmonischen der niederfrequenten Pfeife, welche mit dem Grundton der höherfrequenten Pfeife zusammenfällt. Die Ortsachsen sind auf die jeweilige Bezugswellenlänge des Grundtons der höherfrequenten Pfeife normiert. Farbkodiert ist der Schalldruckpegel in dB.

#### 6.2.4. Entwicklung der Frequenzen und Pegel der Mixturen bei vertikaler Änderung des Pfeifenabstands

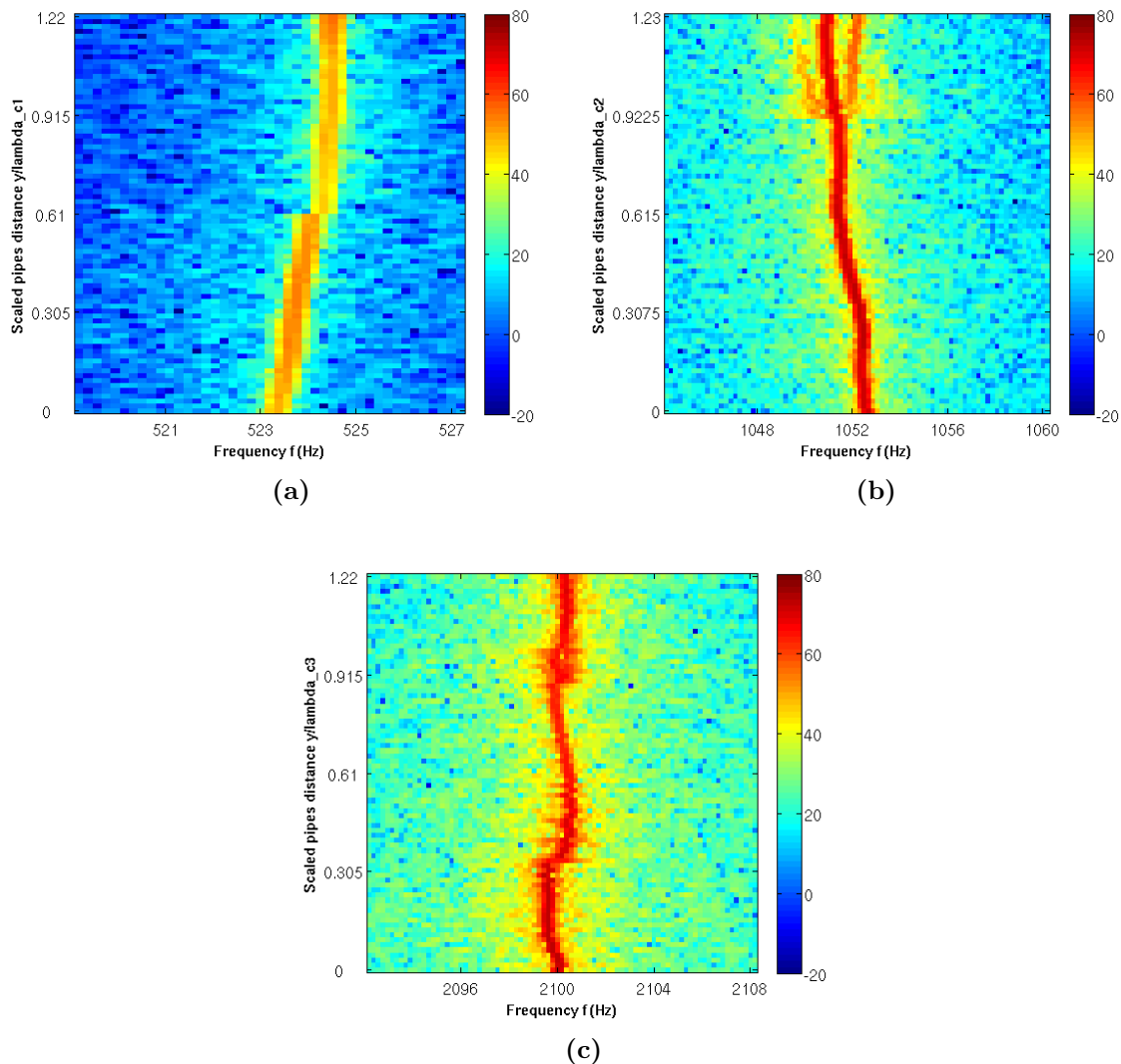
Es wird nun die 1. vertikale Messlinie betrachtet. Für die erste vertikale Messlinie MP[1; 1 : 80] jeder Mixtur lassen sich, zu Abschnitt 6.2.3 analoge Beobachtungen anstellen. In den Abbildungen 6.18a - 6.18c ist die Entwicklung der Frequenz im Bereich der 1. Harmonischen der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen dargestellt, also die Paarung 2H/1H. Farbkodiert ist der Schalldruckpegel der



**Abbildung 6.17.:** Pegelentwicklung der Grundtons und der ersten 3 Harmonischen der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen in der 1. horizontalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a)  $c^0/c^1$  b)  $c^1/c^2$  c)  $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrophon M1.

Paarung.

Bei der Mixtur  $c^0/c^1$  wird ein Frequenzsprung bei ca.  $x_{Sp,1}^{c^0/c^1} = 0.61 \cdot \lambda$  beobachtet. Frequenzsprünge bei der Mixtur  $c^1/c^2$  sind nur schwer zu identifizieren. Möglicherweise stellen die Pfeifenabstände  $x_{Sp,1}^{c^1/c^2} = 0.20 \cdot \lambda$  und  $x_{Sp,2}^{c^1/c^2} = 0.92 \cdot \lambda$  solche dar. Diese Mixtur zeigt ab Pfeifenabständen von ca.  $x^{c^1/c^2} = 0.92 \cdot \lambda$  Desynchronisation. Bei der vertikalen Messlinie dieser Mixtur handelt es sich um Messzeitbereiche von mehr als 60 h. Bei der Mixtur  $c^2/c^3$  sind die Frequenzsprünge dagegen deutlich sichtbar. Sie liegen bei Pfeifenabständen von  $x_{Sp,1}^{c^2/c^3} = 0.37 \cdot \lambda$  und  $x_{Sp,2}^{c^2/c^3} = 0.92 \cdot \lambda$ . Das bedeutet, dass die Sprünge ca.  $\lambda_{c^3}/2$  von einander entfernt liegen. Die Sprünge sind auch hier nicht scharf, sondern stellen Abstandsbereiche dar, in denen das Pfeifensystem desynchro-

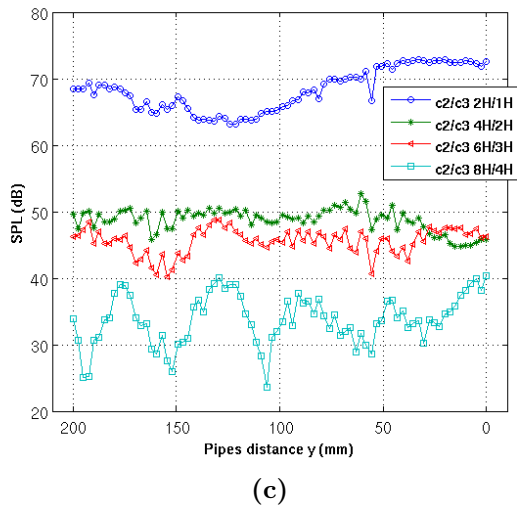
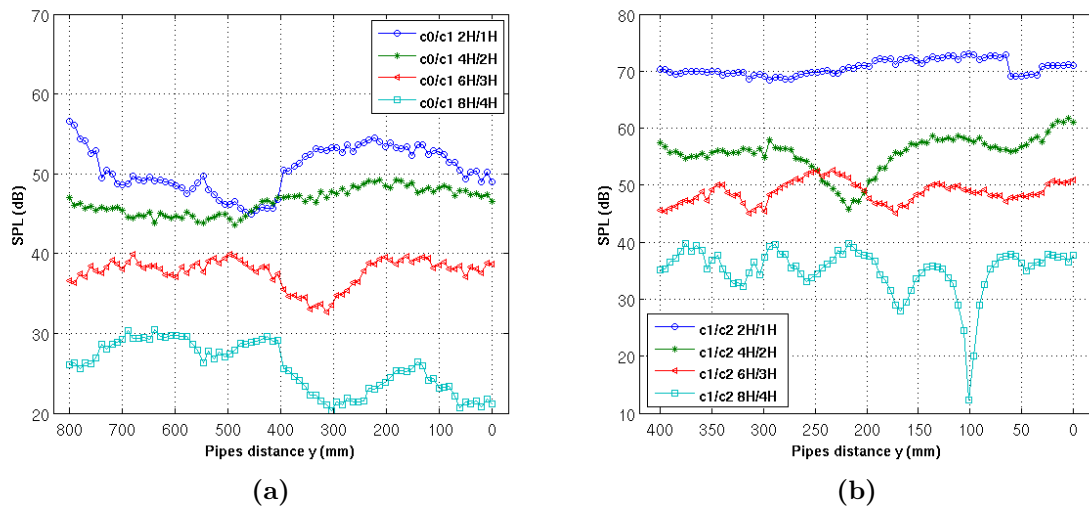


**Abbildung 6.18.:** Frequenzentwicklung der synchronisierten Mixturen in der 1. vertikalen Messlinie MP[1; 1 : 80]. a)  $c^0/c^1$  b)  $c^1/c^2$  c)  $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1. Dargestellt ist jeweils die Entwicklung der 1. Harmonischen der höherfrequenten Pfeife, welche mit der 2. Harmonischen der niederfrequenten Pfeife zusammenfällt. Diese Paarung wird mit  $2H/1H$  bezeichnet. Die Ortsachsen sind auf die jeweilige Bezugswellenlänge des Grundtons der höherfrequenten Pfeife normiert. Farbkodiert ist der Schalldruckpegel in dB.

nisiert, trotz identischer Stimmung! Nach den Sprungstellen findet das Pfeifensystem zurück in die Synchronisation. Die starken Pegeländerungen beim Durchgang durch die Sprungstellen lassen auch hier vermuten, dass das Synchronisationsregime gewechselt wurde.

Allen Pegeldarstellungen der 1. vertikalen Messlinie gemein ist, dass Pfeifenabstände relativ hoher Pegel (+) mit Abständen geringerer Pegel (-) abwechseln. Die Frequenzsprünge treten bei Pfeifenabständen von ca.  $1/2 \cdot \lambda$  der Bezugswellenlänge auf.

Die Entwicklung der betrachteten Pegel der Paarung  $2H/1H$  der Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$



**Abbildung 6.19.:** Pegelentwicklung der Grundtöne und der ersten 3 Harmonischen der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen in der 1. vertikalen Messlinie MP[1 : 80; 1]. a)  $c^0/c^1$  b)  $c^1/c^2$  c)  $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrofon M1.

und  $c^2/c^3$  verhält sich mit wachsendem vertikalen Pfeifenabstand wie (+ - +). Das heißt bei geringen Abständen (= große Kopplungsstärke) werden zunächst große Amplituden (+) beobachtet bis zur ersten Sprungstelle. Bei den darauf folgenden Pfeifenabständen werden geringere Amplituden (-) beobachtet und in der darauf folgenden Region wieder hohe Amplituden (+). Das deutet darauf hin, dass die Mixturen bei geringen Pfeifenabständen eine gleichphasige Synchronisation zeigen.

## 6.2.5. Karten der Frequenz

In den Abbildungen 6.20a - 6.20c sind die Karten der Frequenzentwicklung für die Mixturen in der Ebene gezeigt. Diese Karten stellen farbkodiert die Frequenz des Peaks der jeweils 1. Harmonischen der höherfrequenten Pfeife (= 2. Harmonische der jeweils niederfrequenten Pfeife), für jeden der 6400 Messpunkte dar. Damit lässt sich die Frequenzentwicklung des synchronisierten Pfeifensystems in Abhängigkeit zur Position der Pfeifen zueinander in der Ebene veranschaulichen. In der Darstellung für die Mischung  $c^2/c^3$  erkennt man die um den Messpunkt MP[1; 1] radialsymmetrischen Strukturen, welche auch schon bei dem Pfeifensystem  $c^3/c^3$  beobachtet wurden (vgl. Abschnitt 6.1.7). Die Ränder der Strukturen stellen die besprochenen Frequenzsprünge dar. Die Abstände zwischen den Sprüngen liegen im Mittel bei  $\lambda_{c^3}$ . Die Karten der Mixturen  $c^0/c^1$  und  $c^2/c^3$  sind qualitativ ähnlich. Sie lassen radialsymmetrische Strukturen nicht erkennen oder nur rudimentär erkennen. Möglicherweise liegt das an den im Vergleich zur Mischung  $c^2/c^3$  kleineren Frequenzen. Hier sind Folgemessungen nötig.

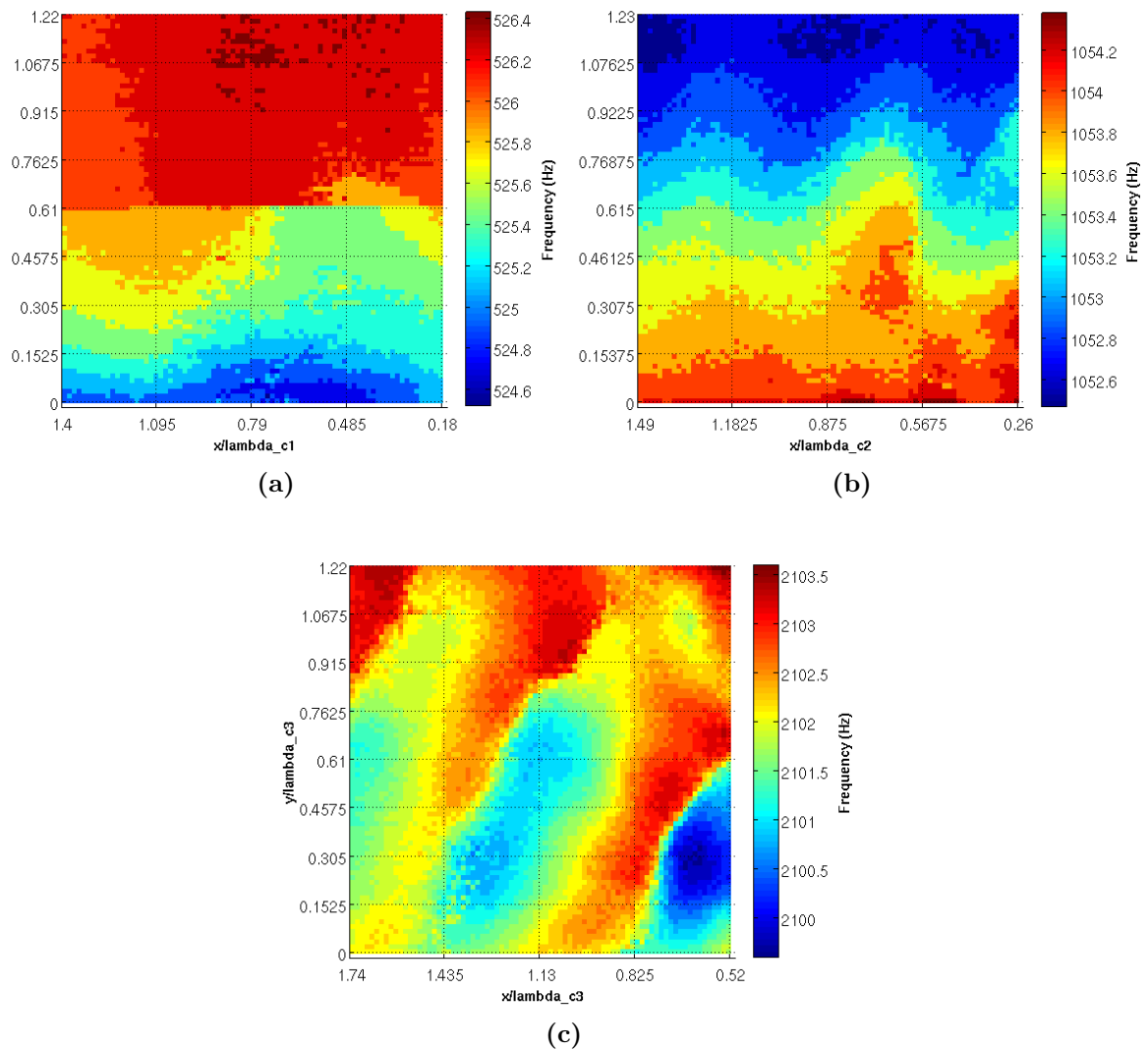
## 6.2.6. Karten des Schalldruckpegels

Stellt man die Pegel der Peaks der jeweils 1. Harmonischen der höherfrequenten Pfeife (= 2. Harmonische der jeweils niederfrequenten Pfeife) für jeden der 6400 Messpunkte farbkodiert dar, so ergeben sich die Darstellungen in den Abbildungen 6.21a - 6.21c. Für alle Mixturen findet man signifikante Pegeländerungen, welche radialsymmetrische Bandstrukturen um den Messpunkt MP[1; 1] bilden. Gut zu erkennen sind die Regionen abwechselnd hoher Pegel. Die Breite der Regionen beträgt im Mittel eine Wellenlänge der Bezugswellenlänge der jeweiligen Mischung.

Die Messung der Mischung  $c^1/c^2$  mit in z-Richtung verschobener Startposition ( $y_0 = 50$  mm) ist deshalb interessant, da sich hier eine gewisse Symmetrie des Systems erkennen lässt. Die elliptische Struktur und die halb-elliptische Struktur deuten an, dass man die Messungen auf die fehlenden Quadranten der Ebene spiegeln darf.

## 6.2.7. Karten des gemittelten Schalldruckpegels

Jetzt werden die Karten des gemittelten Pegelspektrums der Mixturen besprochen. Gemittelt wurde jeweils über das Schalldruckpegelspektrum jedes Messpunktes im Bereich von 1 Hz – 10 kHz. Anschließend wurde der Mittelwert farbkodiert. Für alle 6400 Messpunkte einer Messung erhält man so eine farbkodierte Karte des gemittelten Schalldruckpegels. Für die vermessenen Mixturen sind die Karten in den Abbildungen 6.22a - 6.22c dargestellt. Die Karte des gemittelten Pegels der Mischung  $c^0/c^1$  zeigt Abstandsbereiche geringer und hoher Pegel, radialsymmetrisch um den Messpunkt MP[1; 1] verteilt. Der Radius dieser Region beträgt ca.  $\lambda_{c^3}$ . Bei der Mischung  $c^1/c^2$  ist deutlich die fehlerhafte Verschiebung der Pfeifenposition von  $c^1$  erkennbar. Dennoch zeigt die Karte, dass radialsymmetrisch um den Messpunkt MP[1; 1] Abstandsbereiche



**Abbildung 6.20.:** Karten der Entwicklung der Frequenz im Bereich des Grundtons der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen. Das entspricht der Paarung 2H/1H. a)  $c^0/c^1$ , b)  $c^1/c^2$ , c)  $c^2/c^3$

niedriger und hoher Pegel abwechseln. Unter Berücksichtigung der fehlerhaften Positionierung einer der Orgelpfeifen für die Messung ist dennoch ein Wechsel der Pegel bei einer halben und einer ganzen Wellenlänge der Bezugswellenlänge  $\lambda_{c2}$  erkennbar. Zusätzlich zeigt diese Darstellung, dass der Begriff Radialsymmetrie um die fest positionierte Pfeife gerechtfertigt ist. Die Mischung  $c^2/c^3$  zeigt sehr deutlich die radialsymmetrische Verteilung der mittleren Pegel um die fest positionierte Pfeife. Das Schema ist (+ - +).

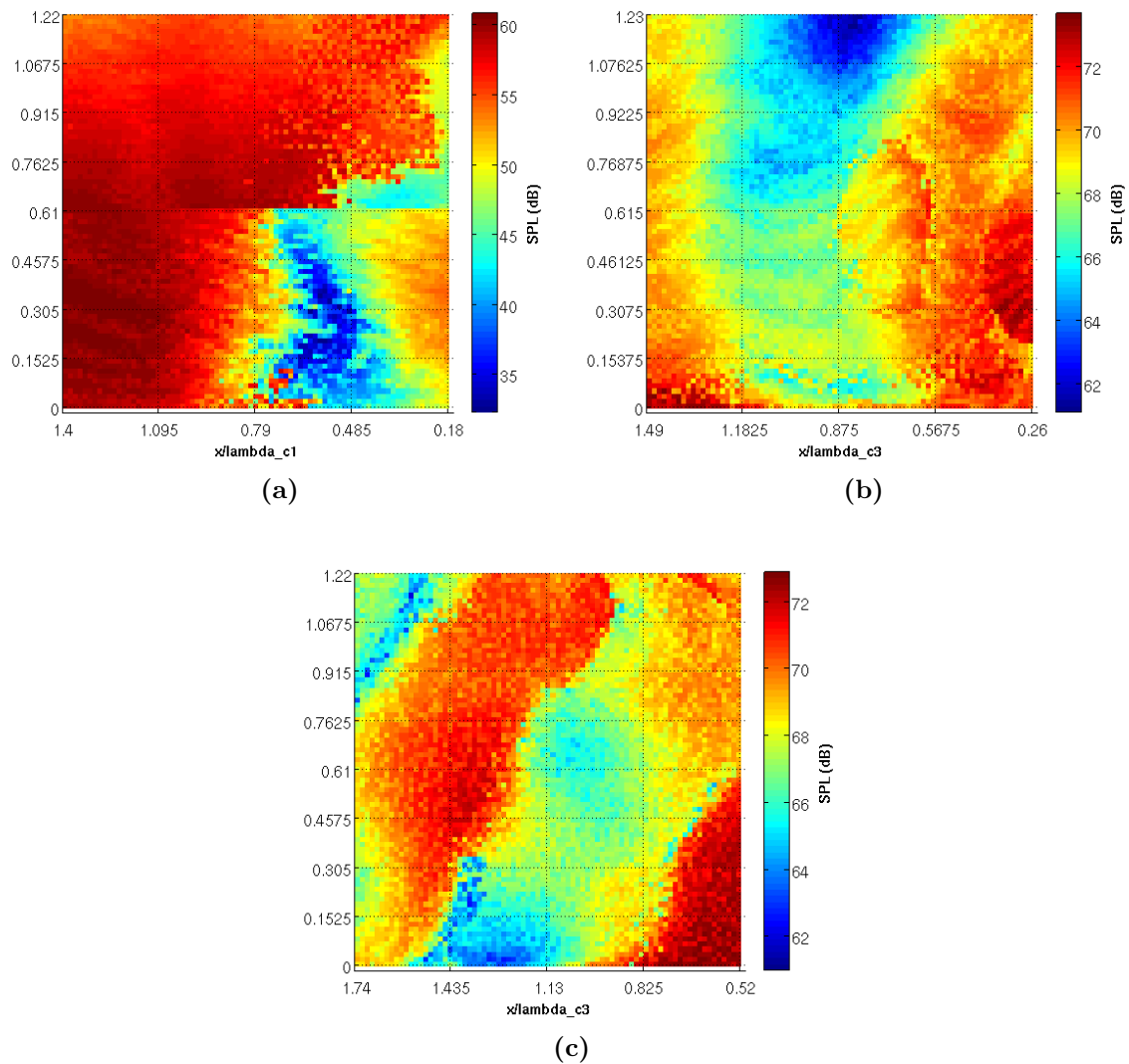


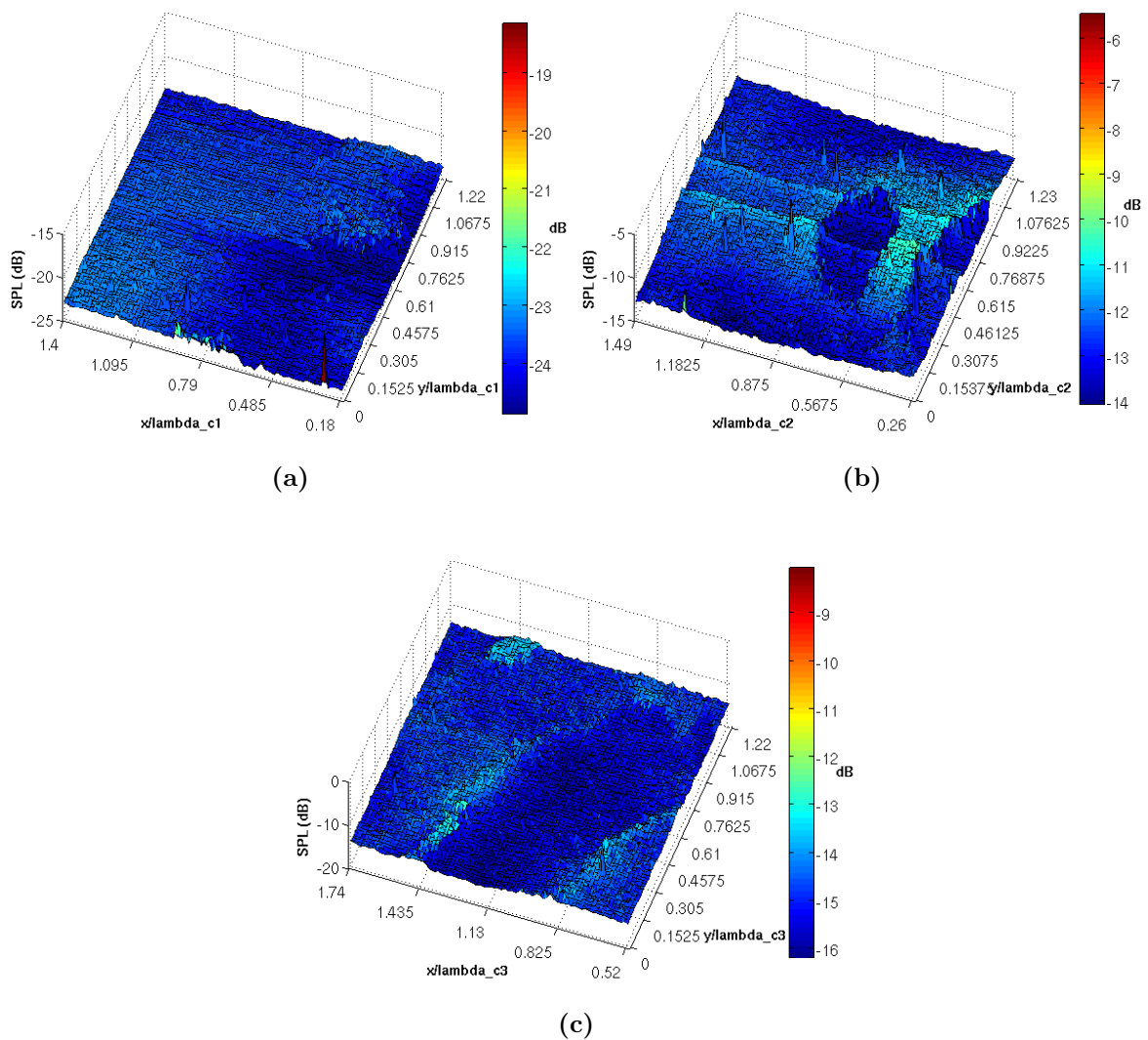
Abbildung 6.21.: Karten der Entwicklung des Pegels im Bereich des Grundtons der jeweils höherfrequenten Pfeife der synchronisierten Mixturen. a)  $c^0/c^1$ , b)  $c^1/c^2$ , c)  $c^2/c^3$

### 6.3. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden neuartige Synchronisationsexperimente mit identisch gestimmten, synchronisierten Orgelpfeifen  $c^3/c^3$  sowie mit sogenannten Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$ ,  $c^2/c^3$  vorgestellt, bei deren die horizontalen und vertikalen Pfeifenabstände systematisch in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung variiert und mit einem Mikrofonarray vermessen wurden.

Dabei wurde eine der Orgelpfeifen relativ zur zweiten horizontal und vertikal im ersten Quadranten der Ebene verfahren. Ein Ergebnis des Experiments sind beobachtete Frequenz- und Amplitudensprünge bei Pfeifenabständen von Vielfachen einer halben Wellenlänge, die radialsymmetrisch um die fest positionierte Pfeife ringförmige Struk-





**Abbildung 6.22.:** Karten des gemittelten Schalldruckpegelspektrums der vermessenen synchronisierten Mixturen in der Ebene. a)  $c^0/c^1$ , b)  $c^1/c^2$ , c)  $c^2/c^3$ , aufgezeichnet am Mikrophon M1. Gemittelt wurde über den Frequenzbereich 1 Hz – 10 kHz.

turen bilden. Als Ursache für die Sprünge wird ein Wechsel des Synchronisationsregimes von gegenphasigem Schwingen für Pfeifenabstände  $d < \lambda/2$  zu gleichphasigem Schwingen für Pfeifenabstände  $\lambda/2 < d < \lambda$  angenommen. Für Pfeifenabstände  $\lambda < d < 3\lambda/2$  erfolgt erneut ein Wechsel ins gegenphasig schwingende Synchronisationsregime. Die Messungen zeigen, dass die Pegel der beobachteten Ringstrukturen auch vom Ort der Messung abhängen. Dies kann durch Interferenzeigenschaften aufgrund der Laufzeitunterschiede der Signale zum jeweiligen Messort erklärt werden.

Das Experiment wirft aber auch Fragen auf. So werden Pegelplateaus der Fundamentalschwingung beobachtet, deren Ursache nicht allein mit dem Wechsel zu gleichphasigem Schwingen erklärt werden kann. Es wird vermutet, dass die Ursache für die Pegelplateaus eine intrinsische Energieoptimierung darstellt. Eine mögliche Erklärung könnte

sein, dass es zur Ausbildung der Plateaus kommt, weil dem System durch den konstanten Anblasdruck nur begrenzt Energie zur Verfügung steht. Dadurch kommt es innerhalb des gleichphasig schwingenden Synchronisationsregimes zu einem Energietransfer von den höheren Harmonischen hin zur Fundamentalschwingung und somit zu einer Energieoptimierung im wechselwirkenden System. Hinweise auf einen ähnlichen Energietransfer, jedoch von der Fundamentalschwingung hin zu höheren Harmonischen wurden auch schon im Kapitel 5 diskutiert. Die Pegel der höheren Harmonischen zeigen in den genannten Bereichen entsprechende Pegelsenkungen mit den charakteristischen Pegelminima. Aus der Theorie der Synchronisation ist bekannt, dass es für schwach getriebene quasilineare Systeme weniger kostet, die Phase oder die Frequenz zu verschieben, als die Amplitude. Sowohl eine Phasenverschiebung als auch eine Frequenzänderung wurde im Experiment nachgewiesen. Die Frequenzänderung erfolgt in den Ringstrukturen stetig aber nichtlinear, für Pfeifenabstände  $n \cdot \lambda/2$ ,  $n = 1, 2, \dots$  sprungartig.

Die Ergebnisse der Synchronisationsexperimente mit den Mixturen unterscheiden sich nicht prinzipiell von den Ergebnissen der  $c^3/c^3$ -Pfeifen im Abschnitt 6.1. Auch hier treten Frequenzsprünge und damit einhergehende Pegelsprünge bei Pfeifenabständen von Vielfachen von  $d = \lambda/2$  der jeweiligen Bezugswellenlänge auf. Das sind die Wellenlängen der Fundamentalschwingung der jeweils höherfrequenten Pfeife in der Mixtur. Die Sprünge sind nicht scharf auf einen Pfeifenabstand begrenzt. Vielmehr handelt es sich um mehr oder weniger schmale Abstandsbereiche, bei denen es zur Desynchronisation des Pfeifensystems kommt, trotz identischer Stimmung. Es wird vermutet, dass die Ursache für die Desynchronisation eine repulsive Kopplung ist, die sich aus der sich ändernden Phasenbeziehung aufgrund der Abstandsänderung auf ein vielfaches der halben Wellenlänge der jeweils höherfrequenten Pfeife ergibt. Die signifikanten Pegeländerungen bei den als Sprungstellen bezeichneten Pfeifenabständen deuten auf ein Wechsel des Synchronisationsregimes von gegenphasigem zu gleichphasigem Schwingen hin. Bei den Messungen am Mikrofon M1 sind Interferenzeffekte zu berücksichtigen.

Aus den Abstandsmessungen der Mixturen  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$  und  $c^2/c^3$  in der Ebene lassen sich folgende Ergebnisse ableiten:

- Es werden Frequenzsprünge bei Abständen beobachtet, die Vielfache von ca.  $1/2$  der Wellenlänge der jeweils höherfrequenten Pfeife der Mixtur sind.
- Frequenzsprünge bei Abständen ab ca.  $1/2$  der Wellenlänge der jeweils höherfrequenten Pfeife der Mixtur zeigen Desynchronisierung.
- Frequenzsprünge gehen immer mit starken Pegeldifferenzen der mittleren Pegel einher.
- Die Messungen erfassen nur den 1. Quadranten der Ebene der Schallabstrahlung. Aufgrund der gefundenen Radialsymmetrie um die Position der fest installierten Orgelpfeife herum, dürfen die Messergebnisse auf die gesamte Ebene gespiegelt werden. Somit kann von einer Isotropie der gefundenen Sprünge in der Ebene gesprochen werden.

Die Messungen der Mixturen wurden im Rahmen der bereitgestellten technischen Möglichkeiten einwandfrei durchgeführt. Dennoch sind weitere Messkampagnen erforderlich, um die Wechselwirkung der Orgelpfeifen, die zur Synchronisation führt besser zu verstehen. Aus der Tatsache, dass die Orgelpfeife P2 immer von kleineren zu größeren Pfeifenabständen hin verfahren wurde, ergibt sich beispielsweise sofort die Frage, wie die Pfeifen bei umgekehrter Fahrtrichtung wechselwirken. Gerade die Untersuchung der Sprungstellen ist hier von besonderem Interesse. Vorstellbar ist die Beobachtung von Hysterese-Effekten beim umgekehrten Durchfahren dieser ausgezeichneten Pfeifenabstände.



# 7. Numerische Simulation der Synchronisation zweier Orgelpfeifen

*Do just once what others say you can't do, and you will never pay attention to their limitations again.*

JAMES COOK, ENGLISCHER SEEFAHRER UND ENTDECKER, 1728-1779

## 7.1. Implementierung

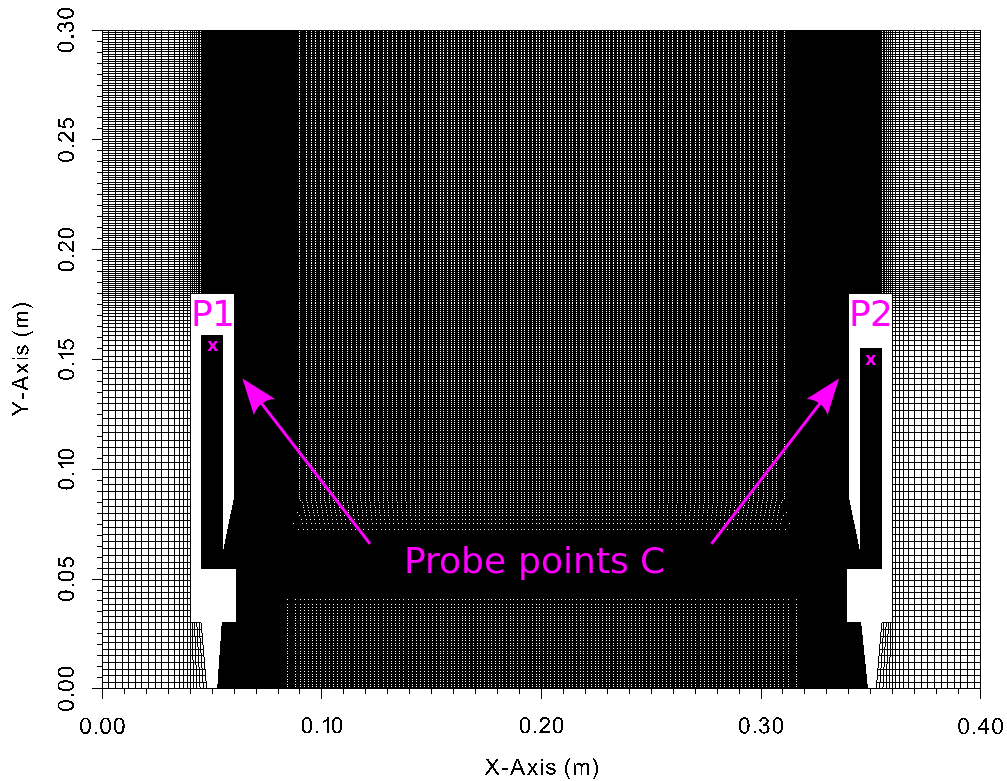
Dieses Kapitel dokumentiert die Möglichkeit, das Phänomen der gegenseitigen Synchronisation zweier Orgelpfeifen durch numerische Simulation abzubilden. Dazu wurden nach dem in Kapitel 3 beschriebenen Vorgehen zwei baugleiche, gedackte Labialpfeifen, zur Verfügung gestellt durch die Firma Alexander Schuke Orgelbau Potsdam GmbH, in ein numerisches 2D-Rechengitter übertragen. Das Rechengitter hat 1251412 Punkte und 2492959 Flächenelemente. Das erzeugte Rechengitter ist in Abbildung 7.1 gezeigt. Die Orgelpfeifen P1 und P2 stehen sich mit den Aufschnitten einander gegenüber und haben einen Pfeifenabstand von  $d = 288.4$  mm, gemessen von Labiumsspitze zu Labiumsspitze.

Die Pfeifen P1 und P2 sind leicht gegeneinander verstimmt, haben also unterschiedliche Resonatorlängen von  $l_{res,P1} = 106$  mm bzw. von  $l_{res,P2} = 100$  mm. Die Frequenzen für gedackte Labialpfeifen lassen sich mit der Formel

$$f_G = \frac{2n-1}{4} \frac{c_0}{l_{res}} - k \quad \text{mit} \quad k = \frac{5}{3} d_{res} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (7.1)$$

berechnen. Dabei ist  $n$  der Index der Harmonischen,  $k$  die Mündungskorrektur und  $d_{res}$  der Durchmesser der Orgelpfeife. Die Berücksichtigung der Mündungskorrektur, im Allgemeinen nur für offene Pfeifen wichtig, ist für diese Art von Orgelpfeifen notwendig, weil die Aufschnittshöhe von  $h_A = 5.5$  mm in Relation zu den Resonatorlängen verhältnismäßig groß ist und somit der stehenden Welle mit dem Aufschnitt etwas mehr Raum zur Verfügung steht [93].

Die Mündungskorrektur ist ein empirischer Wert, der auf den französischen Orgelbauer Aristide Cavallé-Coll [6] zurückgeht. Für die hier betrachteten Orgelpfeifen, die einen quadratischen Innenquerschnitt mit der Kantenlänge  $d_{res} = 9.6$  mm haben, berechnet



**Abbildung 7.1.:** Erzeugtes Rechengitter für die numerische Simulation des gekoppelten Zweipfeifen Systems. Eingetragen sind die Positionen der Probenpunkte C der Pfeifen P1 und P2. Der Probenpunkt C befindet sich 5mm unterhalb des jeweiligen Resonatorenendes der Pfeifen. Der Pfeifenabstand, gemessen von Labiumsspitze zu Labiumsspitze, beträgt  $d = 288.4$  mm.

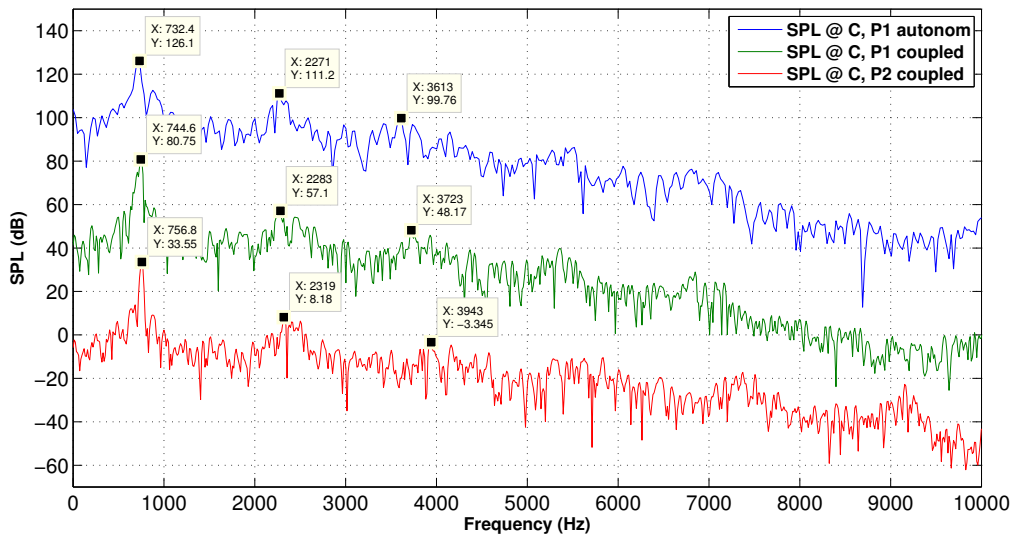
man die Frequenzen  $f_{1H,P1} = 703.73$  Hz und  $f_{1H,P2} = 740.13$  Hz. Diese Werte wurden durch Messung an den realen Orgelpfeifen P1 und P2 überprüft. Die Messwerte betragen  $f_{1H,P1} = 732.50$  Hz und  $f_{1H,P2} = 751.56$  Hz. Der Unterschied zu den theoretisch ermittelten Werten zeigt, dass die Mündungskorrektur stark vom jeweiligen Pfeifensatz abhängt. Der empirische Wert  $k = \frac{5}{3}d_{res}$ , kann im Falle der Labialpfeifen mit quadratischem Querschnitt also nur ein Richtwert sein. Orgelbauer verfügen meist über speziellere, den Pfeifensätzen angepasste Korrekturtabellen.

Die vorgestellten Simulationen sind auf je 15 Kernen zweier HP DL380p Gen 8-SFF CTO Servermaschinen mit je zwei Prozessoren des Typs E5-2690 2.7 GHz verteilt gerechnet worden. Die Probleme wurden dabei vollständig kompressibel gerechnet. Verwendet wurden Teile der unter der GNU Public Licence stehenden C++ Bibliothek OpenFOAM 2.1. Trotz der Parallelisierung und der hohen Qualität der verwendeten Hardware sind diese Rechnungen extrem zeitaufwendig. Für die Berechnung von realen 50 ms wurden ca. 87000 min benötigt, was etwa 60 1/2 Tagen entspricht. Dabei wurden pro Simulationslauf ca 1.5 TB Daten erzeugt. Hier zeigen sich die Grenzen des Rechnens auf CPU's. Für eine noch bessere Performance müsste auf Clustern oder auf GPU's (Grafikprozessoren) gerechnet werden.

## 7.2. Numerische Simulation des autonomen Systems

In einem ersten Simulationslauf wurden die Anfangsbedingungen für die Geschwindigkeiten der Jets so gewählt, dass nur die Pfeife P1 angeblasen wird. Die Anfangsbedingungen der Geschwindigkeit der Jets von P1 und P2 lauten:  $U_{y,jet,P1} = 18 \text{ m/s}$ ,  $U_{y,jet,P2} = 0 \text{ m/s}$ .

Aus dem gewonnenen Schallsignal am extrahierten Probenpunkt C der Pfeife P1 wurde das Schalldruckpegelspektrum der autonom schwingenden Orgelpfeife P1 ermittelt. Das Schalldruckpegelspektrum ist in Abbildung 7.2 gezeigt.



**Abbildung 7.2.:** In einer ersten numerischen Simulation wurde nur die Pfeife P1 angeblasen. Aus den extrahierten Daten am Probenpunkt C der Pfeife P1 wurde das Schalldruckpegelspektrum der autonom schwingenden Pfeife P1 bestimmt (blau, oben). In einem zweiten Simulationslauf wurden beide Pfeifen angeblasen. Für diesen Simulationslauf wurden die Schalldruckpegelspektren von P1 (grün, mitte) und von P2 (rot, unten) an den Probenpunkten C der Orgelpfeifen gebildet. Die dargestellten Spektren sind aus Gründen der Übersichtlichkeit durch einem Offset von  $-50 \text{ dB}$  voneinander getrennt. Die y-Achse bezieht sich auf das Spektrum der autonom schwingenden Orgelpfeife P1.

Die in der numerischen Simulation der autonom schwingenden Pfeife P1 ermittelten Werte für die ersten Harmonischen lauten:  $f_{1H,P1} = 732 \text{ Hz}$ ,  $f_{3H,P1} = 2271 \text{ Hz}$ ,  $f_{5H,P1} = 3631 \text{ Hz}$ . Die Abweichungen von den theoretisch ermittelten Werten liegen bei  $\Delta f_{1H} = 4.07 \%$ ,  $\Delta f_{3H} = 7.68 \%$ ,  $\Delta f_{5H} = 3.30 \%$ . Dagegen stimmen die gemessenen Werte mit den numerisch ermittelten Werten sehr gut überein. Es sei bemerkt, dass der Simulationslauf nur eine zeitliche Länge von  $t_{sim} = 33.5 \text{ ms}$  hat. Daraus resultiert eine Frequenzauflösung des Spektrums von nur  $\Delta f = \pm 15 \text{ Hz}$ . Eine längere Laufzeit wäre wünschenswert, war aber aufgrund der begrenzten Verfügbarkeit der Rechenkapazitäten nicht möglich.

### 7.3. Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems

In einem zweiten Simulationslauf wurden die Anfangsbedingungen so gewählt, dass beide Orgelpfeife angeblasen werden. Die Anfangsgeschwindigkeiten der Jets von P1 und P2 wurden dafür auf  $U_{y,jet,P1} = U_{y,jet,P2} = 18 \text{ m/s}$  gesetzt. Die Simulationsdauer beträgt  $t_{sim} = 50 \text{ ms}$ . Daraus ergibt sich eine Frequenzauflösung der Schalldruckpegelspektren von P1 und P2 des gekoppelten Systems von  $\Delta f = \pm 10.6 \text{ Hz}$ . Auch hier wäre eine längere Laufzeit wünschenswert.

Die Spektren der Drucksignale, extrahiert an den Probenpunkten C der Pfeifen P1 und P2, sind in Abbildung 7.2 dargestellt. Die Fundamentalschwingung von P1 liegt deutlich höher als bei der Simulation der autonom schwingenden Pfeife P1. Unter Berücksichtigung der Frequenzauflösungen in den Spektren ist dies ein erster Hinweis auf die Wechselwirkung des Zwei-Pfeifen Systems. Um feinere Frequenzauflösungen zu erhalten, muss die Simulationszeit deutlich verlängert werden. Dies ist in dem verfügbaren technischen und zeitlichen Rahmen leider nicht möglich gewesen.

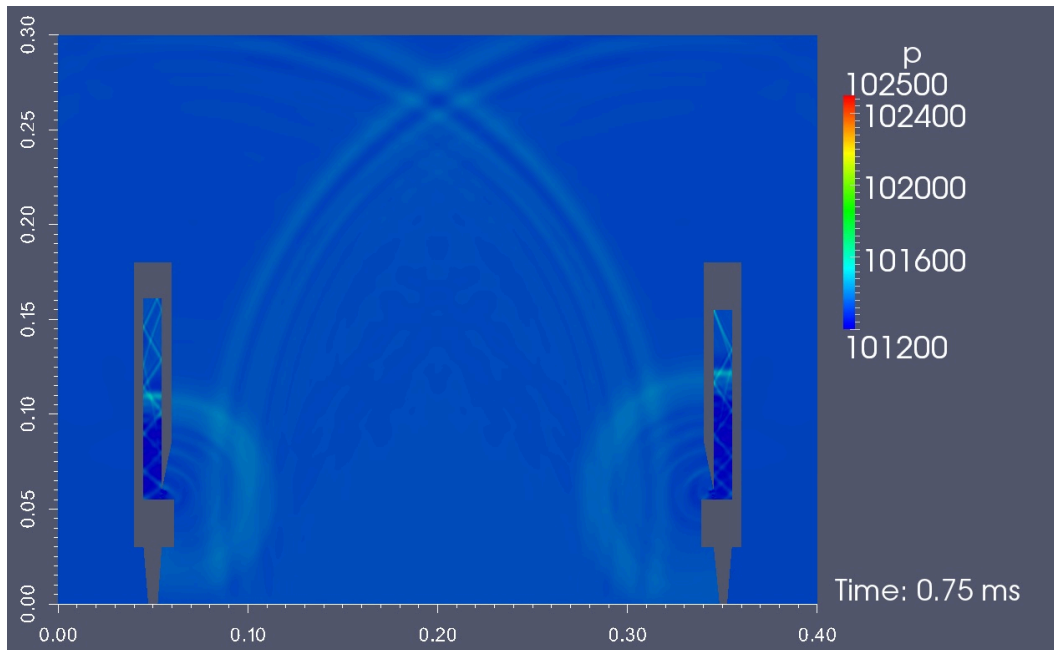
Die Abbildung 7.3 zeigt exemplarisch eine Visualisierung der Druckdaten der durchgeführten numerischen Simulation bei  $t = 0.75 \text{ ms}$ . Dieser Zeitpunkt ist Teil des initialen Anblasprozesses. Die Farbkodierung ist linear und stellt die Amplitude des Druckes  $p$  dar.

In der Visualisierung des Druckes ist sehr gut zu erkennen, wie die sphärischen Schallwellen in den Außenraum abgestrahlt werden. In den Resonatoren von P1 und P2 sind die propagierenden Druckschwankungen der Fundamentalschwingung sichtbar. Auch die zu Beginn des Anblasprozesses stark ausgeprägten hochfrequenten Quermoden sind als schmale, an den Innenwänden der Resonatoren reflektierende Druckschwankungen deutlich erkennbar. Auch sie werden in den Außenraum abgestrahlt.

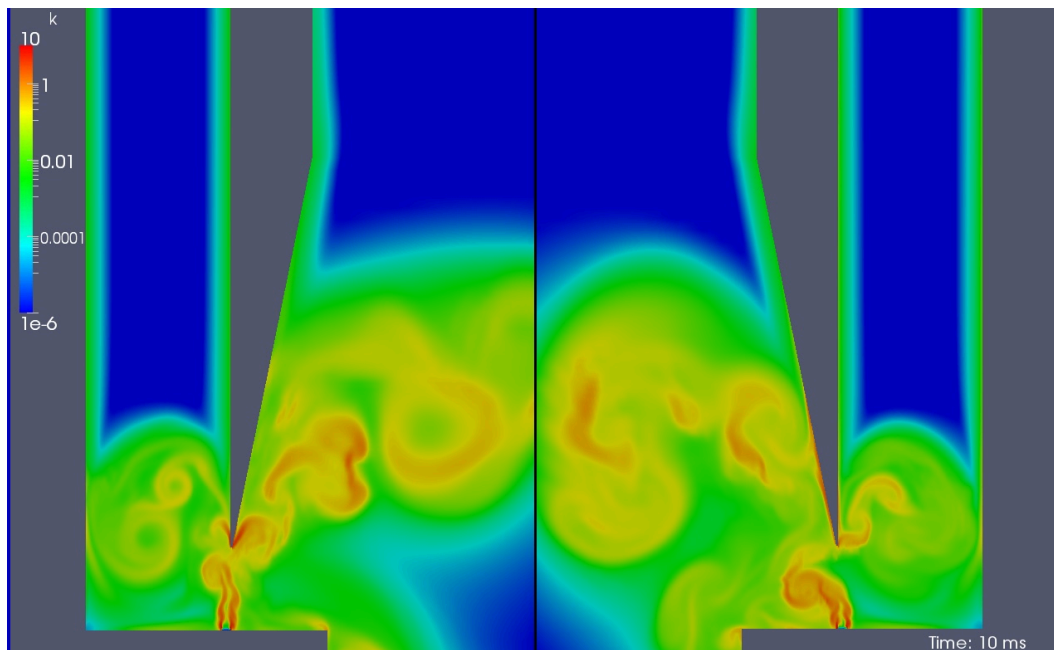
Für die Synchronisation ist die Wechselwirkung der abgestrahlten Schallwellen mit den Jets von Interesse. In den folgenden Abbildungen 7.4 - 7.6 wird die turbulente kinetische Energie  $k$  zu drei verschiedenen Zeiten  $t = 10 \text{ ms}$ ,  $20 \text{ ms}$  und ca.  $30 \text{ ms}$  gezeigt. Diese Zeiten sind repräsentativ für die verschiedenen Phasenlagen der Jets zueinander. Dabei wurde auf die Generatorregionen der Pfeifen P1 und P2 fokussiert. Die Farbkodierung der turbulenten kinetischen Energie ist logarithmisch. Deutlich sind die Auslenkbewegungen der Jets zu erkennen. Abbildung 7.4 zeigt die Jets der Pfeifen zur Zeit  $t = 10 \text{ ms}$ , also unmittelbar nach dem transienten Einschwingvorgang des Systems, in dem beide Pfeifen ihren Ton finden. Man erkennt, dass zur Zeit  $t = 10 \text{ ms}$  der Jet von P1 gerade seine maximale Auslenkung in den Resonatorraum hat, während der Jet von P2 maximal in den Außenraum ausgelenkt wird. Die Phasendifferenz beider Jets beträgt hier etwa  $\Delta\phi \approx \pi$ . Der Primärwirbel im unteren Teil des Resonators ist bereits voll ausgebildet (vgl. Kapitel 4).

In der Abbildung 7.5 ist die Situation der Jets zum Zeitpunkt  $t = 20 \text{ ms}$  gezeigt. Die gegenseitige Wechselwirkung hat dazu geführt, dass die Jets mit annähernd gleicher



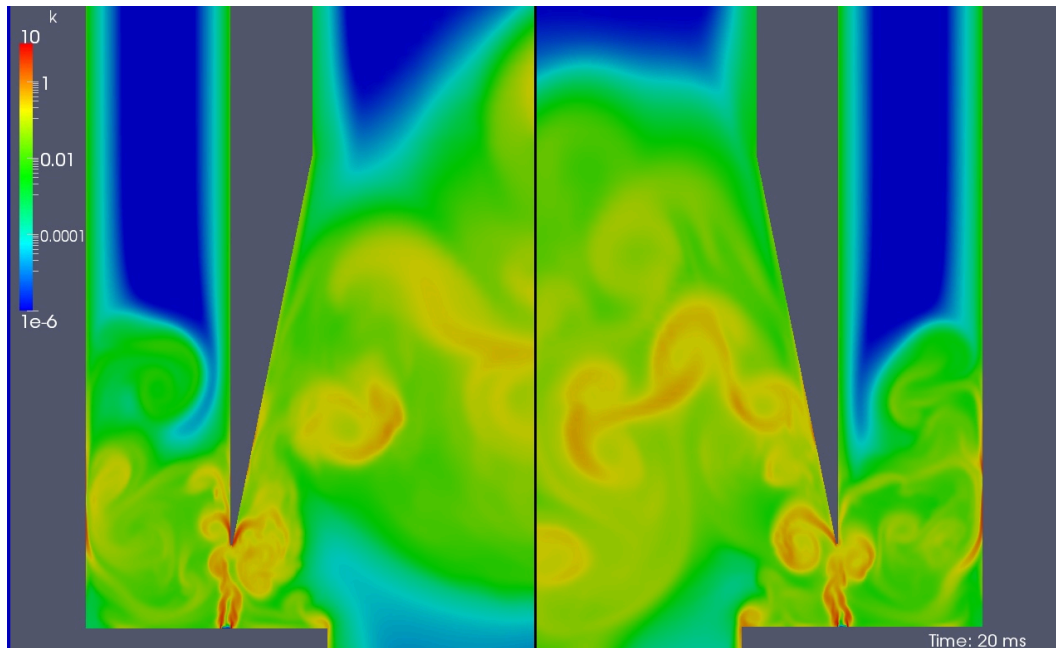


**Abbildung 7.3.:** Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist der Druck  $p$  zur Zeit  $t = 0.75$  ms, also unmittelbar nach dem initialen Anblasvorgang der Pfeifen. Zu erkennen ist, wie die ersten zwei Schallwellen der Fundamentalschwingung in den Außenraum abgestrahlt werden.

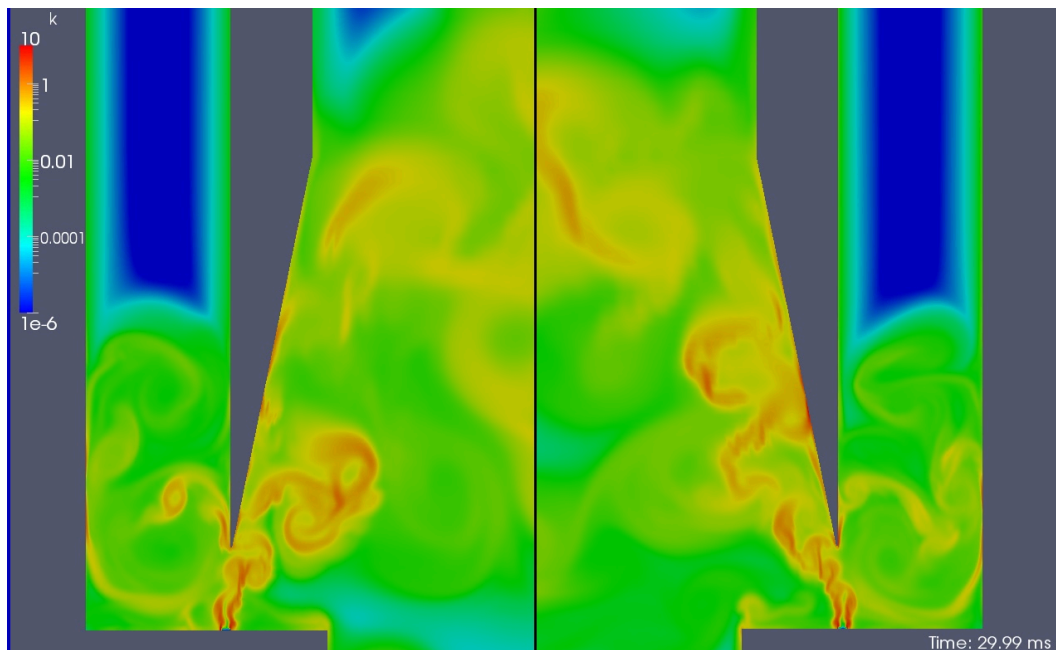


**Abbildung 7.4.:** Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie  $k$  zur Zeit  $t = 10$  ms, also unmittelbar nach dem transienten Einschwingvorgang der Pfeifen.

Phase schwingen. Über dem Primärwirbel ist die Ausbildung eines zweiten Wirbelregimes erkennbar. Gut zu erkennen sind die Wirbelstraßen an den Außenseiten der Labien



**Abbildung 7.5.:** Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie  $k$  zur Zeit  $t = 20$  ms.



**Abbildung 7.6.:** Numerische Simulation des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems. Visualisiert ist die turbulente kinetische Energie  $k$  zur Zeit ca.  $t = 30$  ms.

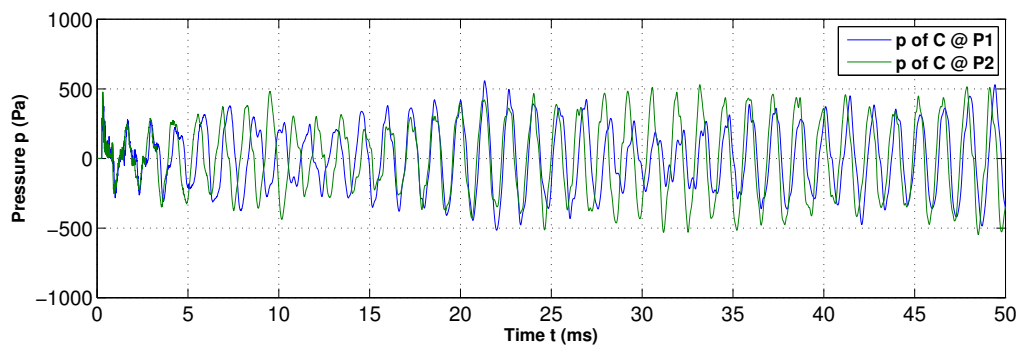
beider Pfeifen. Die Abbildung 7.6 zeigt die Situation der Jets zur Zeit ca.  $t = 30$  ms. Hier beobachtet man unterschiedliche Auslenkungen beider Jets. Die Beobachtungen aus den Visualisierungen geben zunächst noch keine eindeutigen Hinweise darauf, dass das gekoppelte Zwei-Pfeifen System synchronisiert. Um einen tieferen Einblick zu erhalten, werden aus der Gesamtheit der erzeugten Daten die Datenmengen der Pro-

benpunkte C jeder Pfeife extrahiert und analysiert. Der Probenpunkt C befindet sich 5 mm unterhalb des jeweiligen oberen Resonatorendes von Pfeife P1 und P2. Betrachtet werden die Drucksignale am Probenpunkt C der Pfeife P1 sowie am Probenpunkt C der Pfeife P2.

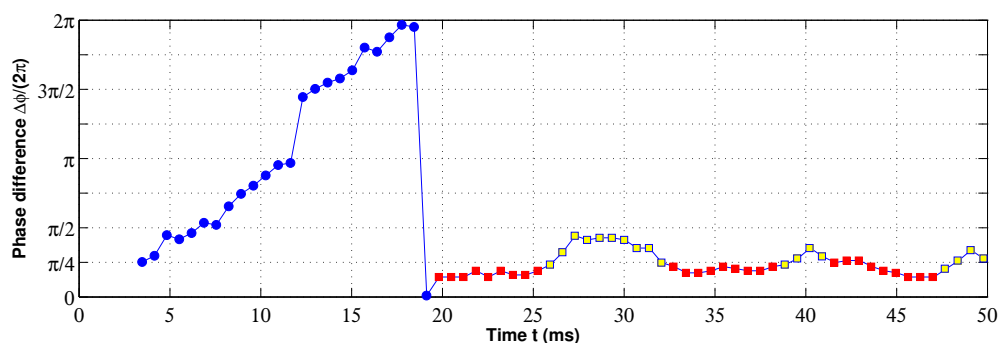
Die Drucksignale der Probenpunkte C der Pfeifen P1 und P2 sind in Abbildung 7.7a dargestellt. Man erkennt den initialen Einschwingvorgang im Zeitraum von  $0 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$ , in dem die Pfeifen ihren Ton finden. Dies geht mit einem Anstieg der Amplituden einher. Dabei wird deutlich, dass P2 aufgrund der kürzeren Resonatorlänge eine höhere Frequenz hat als P1. Das führt dazu, dass die Signale bei etwa  $t = 10 \text{ ms}$  eine Phasendifferenz von  $\Delta\phi \approx \pi$  zueinander haben. Die Jets schwingen gegenphasig. Daraus resultiert am Ende des Einschwingvorgangs eine Abnahme der Amplituden des Drucksignals bei P1. Auffällig sind dabei die auftretenden Nebenmaxima im Signal von P1, die eine Periodenverdopplung darstellen. Wenig später erfolgt auch die Abnahme der Amplituden von P2. Das ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass die Pfeifen bereits miteinander interagieren, sich gegenseitig durch ihre abgestrahlten Schallsignale beeinflussen. Die gegenseitige Beeinflussung ist auch tief im Resonatorinnenraum der Orgelpfeifen nachweisbar. Sie hat Auswirkungen auf die Tonentstehung beider Pfeifen (vgl. Kapitel 5).

Im weiteren zeitlichen Verlauf zwischen  $10 \text{ ms} < t < 17 \text{ ms}$  kommt es zu einem Angleichen der Phasenbeziehung der Schwingungen. Im Zeitintervall von ca.  $17 \text{ ms} < t < 19 \text{ ms}$  schwingen die Jets nun gleichphasig ( $\Delta\phi \approx 0$ ). Die Amplituden beider Pfeifen wachsen signifikant. Das System synchronisiert. Im Intervall  $20 \text{ ms} < t < 25 \text{ ms}$  bleibt die Phasendifferenz nahezu konstant bei  $\Delta\phi \approx 26^\circ$ . Das Zwei-Pfeifen System schwingt mit gleicher Frequenz, was als Modenkopplung bekannt ist. Das beobachtete gleichphasige Schwingen stimmt mit den Resultaten der durchgeführten Synchronisationsexperimente in Kapitel 6 sehr gut überein. Das soll kurz erörtert werden. Der Pfeifenabstand  $d = 288.4 \text{ mm}$  entspricht  $0.64 \cdot \lambda_{1H,P2}$  der Fundamentalschwingung der höherfrequenten Pfeife P2. Das heißt, es gilt  $\lambda/2 < d < \lambda$ . Der Pfeifenabstand der Simulation liegt in einen Abstandsbereich, in dem in den Experimenten auch Hinweise auf gleichphasiges Schwingen gefunden wurde. Auch dort wurde eine signifikante Pegelerhöhung in diesen Bereichen beobachtet. Im weiteren Verlauf – gemeint ist das Zeitintervall  $25 \text{ ms} < t < 50 \text{ ms}$  – ist erkennbar, dass die höherfrequente und daher schneller schwingende Pfeife P2 versucht, aus der Synchronisation auszubrechen. Die Phasendifferenz wächst zunächst. Bei P1 kommt es dabei zu den schon beobachteten Amplitudenabsenkungen und zu der Ausbildung von Periodenverdopplungen. Dies führt dazu, dass P2 in seinem Schwingungsverhalten verlangsamt wird. Warum die Periodenverdopplung von P1 das Schwingen von P2 verlangsamt Die Phasendifferenz wird wieder kleiner und es kommt zur Ausbildung einer (mehr oder weniger) festen gemeinsamen Phasenbeziehung von  $\Delta\phi \approx 26^\circ$  zwischen den Oszillatoren.

In Abbildung 7.7b ist die korrespondierende zeitliche Entwicklung der Phasendifferenz beider Signale dargestellt. Für die Bestimmung der Phasendifferenzen wurden die Nulldurchgänge der Oszillationen gewählt. Die ersten zwei initialen Perioden der Signale sind abgeschnitten. Im Intervall  $3 \text{ ms} < t < 12 \text{ ms}$  wächst die Phasendifferenz im Mittel



(a)

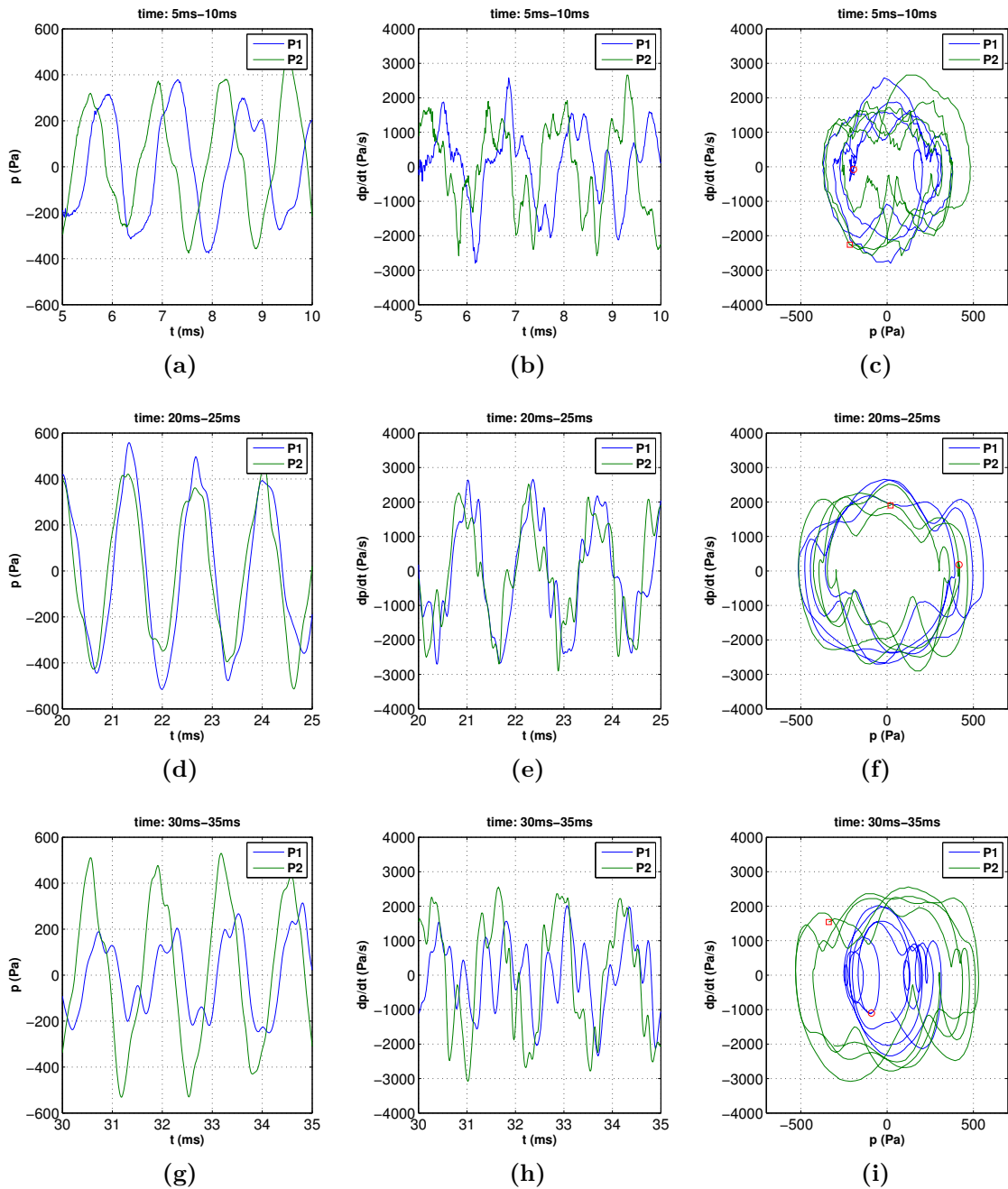


(b)

**Abbildung 7.7.:** a) Zeitliche Entwicklung der Drucksignale der Pfeifen P1 und P2 am jeweiligen Probenpunkt C am oberen Ende im Resonator. b) Korrespondierende zeitliche Entwicklung der Phasendifferenz beider Signale. Für die Bestimmung der Phasendifferenz der Signale werden Zeitdifferenzen der Nulldurchgänge der Signale gebildet und diese auf die Periode der autonom schwingenden Pfeife normiert. Anschließend wird daraus die Phase berechnet.

zunächst linear an. Erkennbar sind hier zwei kleine Phasensprünge bei  $t = 4$  ms und bei  $t = 7.5$  ms. Das im Mittel lineare Anwachsen der Phasendifferenz deutet darauf hin, dass es noch keine Wechselwirkung der Pfeifen gibt. Die kleinen Phasensprünge von ca.  $30^\circ$  deuten allerdings darauf hin, dass es bereits eine Beeinflussung gibt. Bei  $t = 13$  ms kommt es zu einem vergleichsweise großen Phasensprung der Phasendifferenz um  $87^\circ$ , also um ca.  $\Delta\phi \approx \pi/2$ . Danach wächst die Phasendifferenz wieder linear bis zur Zeit  $t = 20$  ms. Dabei ereignet sich wieder ein kleiner Phasensprung bei  $t = 15$  ms. Im besprochenen Zeitintervall von  $3 \text{ ms} < t < 20 \text{ ms}$ , (blaue Punkte) durchläuft die Phasendifferenz des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems das Intervall von  $2\pi$ . Mit anderen Worten, die Phasendifferenz des Systems hat sich in diesem Zeitintervall einmal vollständig gedreht, was bedeutet, dass das Signal P2 dem Signal von P1 um eine Periode vorausgeeilt ist. Innerhalb dieser Drehung der Phasendifferenz synchronisiert das System.

Von nun an ist das System bestrebt, die sich ausbildende feste Phasenbeziehung von  $\Delta\phi \approx 26^\circ$  aufrecht zu erhalten. Zeitintervalle, in denen dies gelingt, sind durch die mit rot markierten Quadrate gekennzeichnet. Zeitintervalle, in denen P2 bzw. P1 aus der Synchronisation auszubrechen versuchen und sich gegenseitig wieder auf die Phasen-



**Abbildung 7.8.:** Vergleich der Sequenzen aus dem Einschwingvorgang  $t = 5 - 10$  ms, der Synchronisation  $t = 20 - 25$  ms und der Selbst-Justierung  $30 - 35$  ms des Zwei-Pfeifen Systems. a) d) g) Drucksignale von P1 und P2 am Probenpunkt C. b) e) h) Zeitliche Druckänderung  $dp/dt$  am Probenpunkt C. c) f) i) Phasenportraits am Probenpunkt C. Die Anfangswerte der Sequenzen sind markiert, P1 (roter Kreis), P2 (rotes Quadrat).

beziehung selbst-justieren, sind mit blau umrandeten gelb gefüllten Quadraten markiert. Im Zeitintervall, in dem das System Synchronisation zeigt – das ist das Intervall  $20 \text{ ms} < t < 50 \text{ ms}$  – beträgt die gemittelte Phasendifferenz  $\Delta\phi = 44^\circ$ , also etwa  $\Delta\phi \approx \pi/4$ .

In den Abbildungen 7.8a - 7.8i werden noch einmal drei charakteristische Zeitintervalle dargestellt. Die drei Zeitintervalle von jeweils 5 ms Länge zeigen exemplarisch Sequenzen des Einschwingvorgangs, der Synchronisation des Zwei-Pfeifen Systems sowie den Prozess der Selbst-Justierung. Gezeigt sind die Schalldrucksignale an den Probenpunkten C beider Pfeifen, P1 (blau) und P2 (grün), die Zeitliche Druckänderung  $dp/dt$  sowie die Phasenportraits.

In der Sequenz des Einschwingvorgangs  $5 \text{ ms} < t < 10 \text{ ms}$  erkennt man, dass das Signal P2 dem Signal von P1 vorausseilt. P2 hat die höhere Frequenz. und läuft daher im betrachteten Zeitintervall ca. eine halbe Periode schneller als P1 (vgl. Abb. 7.8a). In der Abbildung 7.8b der Druckänderung erkennt man noch viele Störungen der Signale, aber auch, dass sich gewisse Schwingungsmuster, insbesondere die Fundamentalen und die 3 Harmonischen ausbilden und stabilisieren.

Ein sehr viel geordneteres Bild zeigt die Sequenz  $20 \text{ ms} < t < 25 \text{ ms}$ , in dem das System synchron schwingt. In Abbildung 7.8d Man erkennt die Frequenz- oder Modenkopplung der Fundamentalen. Die zeitliche Druckänderung verläuft ebenfalls synchron. Neben den Fundamentalschwingungen beobachtet man aber auch höhere Harmonische. Im Phasenportrait in Abbildung 7.8f ist dies noch besser zu erkennen.

In der Sequenz  $30 \text{ ms} < t < 35 \text{ ms}$  ist deutlich eine Periodenverdopplung des Signals von P1 bei gleichzeitiger Amplitudenabsenkung zu erkennen. Es wird vermutet, dass dies als Antwort auf das erneute schnellere Schwingen von P2 erfolgt. Dabei zeigt die Druckänderung von P1 ausgeprägte Nebenmaxima, die sich der 3. Harmonischen zuordnen lassen. Im Phasenportrait ist die Amplitudenabsenkung von P1 noch deutlicher zu erkennen. Das Agieren der dritten Harmonischen zeigt sich im Auftreten von Loops der Trajektorie von P1. Es scheint, als könne P1 auf Kosten der Amplitude schneller schwingen und sich so dem Schwingen von P2 anpassen. Für P2 wiederum kostet es zu viel die Amplitude zu ändern. Deshalb ändert P2 seine Phase, was zur Verlangsamung des Schwingens führt. Aufgrund der geringen Datenlage (eine Simulation) kann das Wechselspiel hier nur qualitativ beschrieben werden. Welche Rolle der Energietransfer zwischen den Harmonischen bei der Synchronisation spielt und wie er funktioniert muss im Rahmen dieser Arbeit offen bleiben, ist aber eine spannende Fragestellung für zukünftige Arbeiten.

Die angestellten Betrachtungen beziehen sich auf ein mit  $0 \text{ ms} < t < 50 \text{ ms}$  vergleichsweise kleines Zeitintervall. Das bedeutet, es kann nicht abschließend geklärt werden, ob das System auch dauerhaft synchronisiert. Die dargestellten qualitativen Ergebnisse legen das aber nahe. Um die beobachteten Hinweise weiter zu verdichten, sind weitere, längere Simulationsläufe mit verschiedenen Pfeifenabständen und Verstimmungen notwendig.

## 7.4. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde gezeigt, dass sich die komplexen, nichtlinearen Wechselwirkungen zweier Orgelpfeifen, die zur Synchronisation führen, mit Hilfe von numerischen Simulationen sehr gut abbilden lassen. Hierzu wurden die Geometrien zweier gegeneinander verstimmter baugleicher, gedackter Orgelpfeifen in ein 2D-Rechengitter übertragen. Das aeroakustisch und fluiddynamisch sehr anspruchsvolle Problem wurde vollständig kompressibel gerechnet. Es wurden zwei Simulationsläufe durchgeführt, einer, bei dem nur eine Pfeife angeblasen wird, ein zweiter, bei dem beide Pfeifen angeblasen werden. Im Ergebnis der Analyse der Drucksignale der Probenpunkte im Inneren der jeweiligen Resonatoren zeigt das gekoppelte Zwei-Pfeifen System in der numerischen Simulation alle Merkmale, die die Ausbildung und die Aufrechterhaltung von synchronisierten Schwingungsvorgängen kennzeichnen. Das sind:

- Lineares Wachstum der Phasendifferenz der gegeneinander verstimmten Oszillatoren bevor es zur Kopplung im System kommt.
- Phasensprünge der Phasendifferenz als Hinweis darauf, dass die Oszillatoren miteinander wechselwirken.
- Hinweise auf Modenkopplung des Zwei-Pfeifen Systems.
- Hinweise auf eine sich ausbildende feste Phasenbeziehung des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems.
- Die Fähigkeit zur Selbst-Justierung der gemeinsamen Phasenbeziehung.

Die vorgestellte Dokumentation der Darstellbarkeit der Synchronisierung eines nicht-linear gekoppelten akustischen Oszillatorsystems auf der Grundlage der numerischen Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen stellt ein Novum dar. Damit sollen die Betrachtungen der vorliegenden Arbeit enden.





## 8. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurden die nichtlinearen Kopplungsmechanismen akustischer Oszillatoren am Beispiel der Synchronisation von Orgelpfeifen diskutiert. Ausgangspunkt dafür waren Erkenntnisse und Resultate aus vorangegangenen experimentellen und theoretischen Arbeiten, insbesondere der von Abel et al. [1], Bergweiler [15] und dem Autor [29]. Viele der Befunde der genannten Arbeiten sind für die vorgelegte Arbeit von konstituierender Bedeutung, weswegen ihrer Darstellung mit dem Kapitel 2 eigener Raum gegeben wurde. Sie lauten zusammenfassend:

- Die Arnoldzunge des gekoppelten Systems Orgelpfeife-Lautsprecher besitzt einen linearen Verlauf [1]. Das bedeutet, die Breite der Synchronisationsplateaus nimmt linear mit wachsender Kopplungsstärke zu.
- Das gekoppelte System Orgelpfeife-Lautsprecher lässt sich gut mit dem Modell eines van der Pol Oszillators beschreiben, welcher durch eine externe, sinus-förmige Kraft getrieben wird [1].
- Das gekoppelte Zwei-Pfeifen System zeigt Synchronisation. Diese ist abhängig von den Parametern Verstimmung [15] und Pfeifenabstand [29].
- Die Arnoldzunge des gekoppelten Zwei-Pfeifen Systems hat, anders als das System Orgelpfeife-Lautsprecher, einen nichtlinearen Verlauf [29]. Das wirft die Frage nach der Kopplungsfunktion des Zwei-Pfeifen Systems auf.
- Die Untersuchung der Kopplungsmechanismen der Wechselwirkung der Orgelpfeifen erfordert einen tiefen Einblick in die fluiddynamischen Ursachen der Tonentstehung der Orgelpfeife [29].

Daraus konnten zwei Fragestellungen destilliert werden, die als Leitlinie für die vorgelegte Arbeit dienen:

1. Welche fluiddynamischen und aeroakustischen Mechanismen begründen die Tonentstehung in der Orgelpfeife?
2. Welche Kopplungsmechanismen führen zur Synchronisation des Zwei-Pfeifen Systems?

Für die Behandlung der Fragestellungen wurden sowohl analytische Modellierung, numerische Simulation als auch Analyse experimenteller Daten genutzt. So wurde es

möglich ein konsistentes Verständnis zu entwickeln. Dabei wurde die Numerik, vorgestellt in Kapitel 3, z. T. zur Verifizierung der Modellierung und der Hypothesen, die aus dem Experiment folgten, genutzt. Allerdings sind numerische Simulationen, die die Aeroakustik und die Fluidodynamik gleichzeitig abbilden auch sehr teuer, so dass letzten Endes nur das Experiment detaillierte Parameterstudien, wie z. B. die der Arnoldzunge zulässt. Die Modellierung hat zum Ziel, ein Modell zu entwickeln, das abstrakt genug ist, die generische Physik wiederzugeben aber auch die wichtigen Mechanismen der Kopplung im Detail zu erfassen.

In der vorgelegten Arbeit wurden drei Wege beschritten. Das sind:

- Die Entwicklung eines nichtlinear gekoppelten Modells zweier akustischer selbst-erregter Oszillatoren aus den aeroakustischen und fluiddynamischen Grundprinzipien.
- Das Studium der Mechanismen der Tonentstehung und der Schallabstrahlung einer Orgelpfeife, der Beeinflussung des Klangs durch äußere Geometrien sowie der Synchronisation zweier Orgelpfeifen mit Hilfe von aufwendigen numerischen Simulationen.
- Die experimentelle Untersuchung der Kopplungsmechanismen von identisch gestimmten Orgelpfeifen sowie von Mixturen in neuartigen Synchronisationsexperimenten.

Die Entwicklung eines Modells zweier nichtlinear gekoppelter akustischer selbst-erregter Oszillatoren im Kapitel 4 ging von zwei vereinfachenden Annahmen aus, die das Synchronisationsverhalten der Orgelpfeifen charakterisieren:

1. Die Auslenkung des Jets (des schwingenden Luftblattes) der Orgelpfeife erfolgt ausschließlich durch akustische Effekte.
2. Die Orgelpfeifen sind akustische Punktstrahler.

Daraus wurde Schritt für Schritt ein Oszillatormodell entwickelt, indem die Kopplungsmechanismen in der Generatorregion der Orgelpfeife, nämlich die Kopplung des Windfeldes an das akustische Feld in der Resonatorschicht sowie die Kopplung des akustischen Feldes an das Windfeld an der resonatorseitigen Scherschicht des Jets, identifiziert und geklärt wurden. In beiden Fällen findet ein Impulsübertrag statt, welcher eine Schallschnelle erzeugt, die lokal zur Kompression des Mediums führt. Diese Dichteschwankung propagiert als Schalldruckwelle nach den Gesetzen der Aeroakustik. Durch numerische Simulationen wurde der Sachverhalt der Kopplung des akustischen Feldes an das Strömungsfeld des Jets eingehend studiert.

Es wurde gezeigt, dass die Schalldruckwelle als Kraft pro Fläche an der gesamten resonatorseitigen Scherschicht des Jets angreift und dort Schallschnelle orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets erzeugt. Diese Störung wächst in der Scherschicht exponentiell mit der Propagationslänge des Jets, was als Kelvin-Helmholtz Instabilität bekannt ist. Dies begründet die Auslenkung des Jets durch die akustische Störung. Analysen der numerischen Simulation, insbesondere der Querschnitte durch den Jet

sowie über den Aufschnitt der Orgelpfeife, bestätigen, dass die Ursache für die Auslenkung des Jets die akustische Querkraft ist. Akustische und strömungsmechanische Geschwindigkeitsanteile lassen sich eindeutig separieren. Die Auslenkung des Jets durch akustische Effekte erfolgt orthogonal zur Hauptströmungsrichtung des Jets und wächst linear in der Zeit.

Mit diesen Erkenntnissen wurde eine neue Oszillatorvariable  $\xi$  definiert, die die mittlere Auslenkung des Jets zwischen Kernspalt und Labiumsspitze als kohärentem fluiddynamischen Objekt ausschließlich durch akustische Effekte beschreibt. Für das nichtlineare Relaxationsverhalten des Jets, welches sich als nichtlineare Impedanz des Jets beschreiben lässt, wird als erste Näherung ein quadratischer Ansatz vorgeschlagen, wissend, dass dies eine grobe Vereinfachung des tatsächlichen fluiddynamischen Sachverhaltes ist. Die Elemente der Kopplung in der Generatorregion der Orgelpfeife lassen sich zu dem Modell eines akustischen selbst-erregten Oszillators verdichten. Die dargestellten Kopplungsmechanismen werden unter dem Begriff innere Kopplung zusammengefasst und charakterisieren den akustischen selbst-erregten Oszillator. Formal entspricht das Modell dem eines van der Pol Oszillators und ist somit konform zu den Befunden aus der Arbeit von Abel et al.

Für die Entwicklung des Modells der äußeren Kopplung – unter diesem Begriff werden die Kopplungsmechanismen zwischen zwei Orgelpfeifen zusammengeführt – werden aeroakustische Erkenntnisse der Schallausbreitung benutzt, insbesondere die zweite Annahme, nämlich dass Orgelpfeifen als akustische Punktstrahler sphärische Schallwellen abstrahlen. Das wird unter anderem auch durch die durchgeführten numerischen Simulationen der Schallabstrahlung der Orgelpfeife gestützt. Die daraus resultierenden speziellen Eigenschaften der Schallschnelle, ein realer und ein imaginärer Anteil, führen dazu, dass es zu unterschiedlichen Proportionalitäten im Nah- und im Fernfeld kommt. Für die Kopplungsstärke bedeutet das zwei Terme, einer invers abhängig vom Quadrat des Pfeifenabstandes, der zweite invers abhängig vom Pfeifenabstand. Damit gehen die Phasenunterschiede von Schalldruck und Schallschnelle in Nah- und Fernfeld aufgrund der sphärischen Natur der abgestrahlten Schallsignale implizit mit in das Kopplungsmodell ein. Mit dem Wissen, dass die Schallschnelle durch die Impedanz mit dem Schalldruck verknüpft ist und der gewonnenen Erkenntnis, dass der Realteil der komplexen ortsabhängigen Schallschnelle an den jeweiligen außenseitigen Scherschichten der Jets agiert, folgt das gekoppelte Oszillatormodell, welches zwei nichtlineare abstandsabhängige Kopplungsfunktionen enthält.

Als Ergebnis der numerischen Integration des entwickelten gekoppelten Oszillatormodells findet man eine nichtlinear verlaufende Arnoldzunge, die in weiten Teilen den Befunden des Synchronisationsexperiments entspricht, das von Bergweiler durchgeführt [15] und von dem Autor ausgewertet [29] wurde. Damit ist es erstmalig gelungen, das komplizierte Kopplungsverhalten zweier Orgelpfeifen durch ein nichtlinear gekoppeltes Modell zweier selbst-erregter Oszillatoren, welches ausschließlich auf den aeroakustischen und fluiddynamischen Grundprinzipien basiert, richtig zu beschreiben. Lediglich für sehr große Kopplungsstärken, das heißt für kleine Pfeifenabstände findet man Abweichungen der Modellrechnungen vom Experiment. Im Nahfeld ist die Annahme, dass

die Orgelpfeife ein akustischer Punktstrahler ist, nicht mehr haltbar. Hier besteht noch Bedarf für weitere Untersuchungen, die beispielsweise eine mögliche direkte Wechselwirkung der Jets über das Windfeld oder die Beschreibung der Schallquelle als akustischen Di- oder Quadrupol mit einbezieht, was mit Anwendung der Lighthill-Analogie [59], [46] prinzipiell möglich sein sollte.

Im Kapitel 5 wurde der Einfluss komplexer Geometrien auf die Schallentstehung und die Schallabstrahlung einer Orgelpfeife untersucht. Mit aufwendigen numerischen Simulationen wurde die Rückwirkung von ebenen, konvexen, konkaven und gezahnten Raumgeometrien sowie von sogenannten Schwellkästen auf die Tonentstehung einer Orgelpfeife exemplarisch studiert. Diese Untersuchungen sind besonders interessant für den Orgelbauer, weil die Orgelpfeifen im Orgelwerk aus bautechnischen Gründen sehr häufig in ihrer Schallabstrahlung durch entsprechende räumliche Gegebenheiten beeinflusst werden. Im Ergebnis der Analysen zeigt sich, dass die untersuchten Raumgeometrien erheblichen Einfluss auf die Tonentstehung und auf die Schallabstrahlung der Orgelpfeife ausüben.

Beeinflusst werden sowohl der Schalldruckpegel der Fundamentalschwingung und der höheren Harmonischen als auch deren Frequenzen. Besonders auffällig sind dabei die unterschiedlichen Verteilungen der Schalldruckpegel auf die Harmonischen. Je nach Raumgeometrie werden Pegel verschiedener Frequenzen betont oder gedämpft. Dies führt zu sehr unterschiedlichen Klangbildern ein und derselben Orgelpfeife in Abhängigkeit von der äußeren Raumgeometrie. Im Umkehrschluss lässt sich also durch eine gezielte Wahl der Raumgeometrie das Klangbild der Orgelpfeife verändern. Das Kapitel 5 liefert dafür konkrete Handlungsempfehlungen. Aus physikalischer Sicht stellt sich die Beeinflussung der Tonentstehung durch äußere Raumgeometrien als Verformung der Trajektorien im Phasenportrait des selbst-erregten Oszillators dar. Das Studium der aus den numerischen Simulationen gewonnenen Phasenportraits macht dies deutlich. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Nichtlinearitäten im selbst-erregten Oszillator durch äußere Parameter zumindest parametrisch verändert werden.

Auch Schwellkästen beeinflussen massiv das Klangbild der Orgelpfeife. Hier konnte eine Frequenzverschiebung festgestellt werden, die abhängig ist vom Abstand der Orgelpfeife zu der in Abstrahlrichtung befindlichen Wand. Je dichter die Orgelpfeife an der Wand steht, desto größer ist die Frequenzverschiebung hin zu höheren Frequenzen. Dabei kommt es zu einer signifikanten Pegelabsenkung der Fundamentalschwingung und zu einer Betonung der höheren Harmonischen. Es muss also ein Energietransfer in die höheren Harmonischen stattfinden. Wie dieser Transfer genau funktioniert, ist ungeklärt, stellt aber eine interessante Fragestellung dar, die es in der Zukunft zu bearbeiten gilt.

Ebenso interessant ist die Frage, ob sich eine Orgelpfeife mit ihrem eigenen abgestrahlten und anschließend reflektierten Schallsignal synchronisieren kann. In den Analysen der numerischen Simulationen werden Hinweise auf ein solches Phänomen gefunden, das hier als Auto-Synchronisierung bezeichnet wird. Dabei spielt, ähnlich zu den Darstellungen in Kapitel 4, der Abstand der Orgelpfeife zur reflektierenden Wand als Kopplungsparameter für die Synchronisation eine wichtige Rolle. Zusätzlich müssen

die Phasendifferenz zwischen dem abgestrahlten und dem reflektierten Schallsignal sowie die Tatsache, dass die Schallschnelle bei Reflexion an der schallharten Wand einen Phasensprung von  $\phi_{reflex} = \pi$  erfährt, berücksichtigt werden.

Um sich der komplexen Fragestellung der Kopplungsmechanismen weiter zu nähern, wurden neuartige Synchronisationsexperimente vorgeschlagen und durchgeführt. Dabei handelt es sich um Experimente mit zwei identisch gestimmten, synchronisierten Orgelpfeifen,  $c^3/c^3$ , die in der gemeinsamen Ebene der Schallabstrahlung systematisch auf verschiedene horizontale und vertikale Abstände gebracht und über ein Mikrofonarray vermessen werden. Dabei ist eine Pfeife fest positioniert, während die zweite Pfeife schrittweise entlang eines Positionsrasters verfahren wird. Dasselbe Experiment wurde mit verschiedenen Sätzen von Mixturen,  $c^0/c^1$ ,  $c^1/c^2$  und  $c^2/c^3$ , durchgeführt. Das sind Orgelpfeifen, die in Oktav- und Quintlage gleichzeitig klingen und entsprechend gestimmt sind. Die Synchronisationsexperimente wurden im Kapitel 6 vorgestellt und diskutiert.

Das wichtigste Resultat der durchgeführten Messungen sind die beobachteten Frequenzsprünge der identisch gestimmten und synchronisierten Zwei-Pfeifen Systeme bei Pfeifenabständen von Vielfachen von  $\lambda/2$ , bei den Mixturen von  $\lambda/2$  der jeweils höherfrequenten Pfeife, welche sich radialsymmetrisch um die Position der nicht verfahrenen Pfeife ordnen. Die Frequenzsprünge gehen mit signifikanten Änderungen des Schalldruckpegels der jeweiligen Fundamentalschwingung einher. Während die Orte der Frequenzsprünge unabhängig vom Messort sind, findet man für die Pegel vom Messort abhängige Werte, die sich aber den gefundenen radialsymmetrischen Strukturen zuordnen lassen. Die Analyse der Messungen geben Anlass zu der Annahme, dass die synchronisierten Zwei-Pfeifen Systeme bei Pfeifenabständen, bei denen die Sprünge beobachtet werden, einen Wechsel des Synchronisationsregimes z. B. von gegenphasigem zu gleichphasigem Schwingen vornehmen. Bei größeren Abständen erfolgt dann ein Wechsel zurück in das gegenphasige Synchronisationsregime. Insbesondere ändern sich bei den beobachteten Wechseln die Pegel der Fundamentalschwingungen zum Teil drastisch. Die gegenphasigen Synchronisationsregime zeigen das typische Pegelminimum in den betreffenden Synchronisationsbereichen. Die gleichphasigen Synchronisationsregime sind durch ein Pegelplateau der Fundamentalschwingung gekennzeichnet, dessen Ursache im Rahmen der Arbeit nicht vollständig geklärt werden konnte.

Es wird vermutet, dass es zur Ausbildung der Plateaus kommt, weil dem System durch den konstanten Anblasdruck nur begrenzt Energie zur Verfügung steht. Dadurch kommt es innerhalb des gleichphasig schwingenden Synchronisationsregimes zu einem Energietransfer von den höheren Harmonischen hin zur Fundamentalschwingung und somit zu einer Energieoptimierung im wechselwirkenden System. Die Pegel der höheren Harmonischen zeigen in den genannten Bereichen entsprechende Pegelsenkungen mit den charakteristischen Pegelminima. Bei den Mixturen sind die Frequenzsprünge weniger scharf lokalisiert. Hier zeigt sich, dass das synchronisierte Zwei-Pfeifen System, um den Wechsel in das andere Synchronisationsregime zu vollziehen, desynchronisiert. Dies kann nur durch eine repulsiv wirkende Kopplung der Pfeifen in diesem Abstands-

bereich erklärt werden. Die abstandsabhängige Kopplung, die in Kapitel 4 herausgearbeitet wurde und welche implizit die Phaseninformation der Propagationlänge der Schallsignale enthält, über die die Wechselwirkung vermittelt wird, ist ein aussichtsreicher Kandidat für die Klärung dieser aufgeworfenen Fragestellung. Bei Pfeifenabständen von Vielfachen von  $\lambda/2$  kommt es zwischen den Orgelpfeifen zur Ausbildung einer stehenden Schalldruckwelle mit Knoten an den Jets und einem Bauch bei dem Pfeifenabstand  $\lambda/4$ . Die Schallschnelle dieser stehenden Welle hat ihre Maxima an den Jets. Die an den Jets agierenden Schallschnellen der stehenden Welle zwingen die Jets, in das gleichphasige Synchronisationsregime zu wechseln.

In dem abschließenden Kapitel 7 wird erstmalig dokumentiert, dass sich die komplexen, nichtlinearen Wechselwirkungen zweier Orgelpfeifen, welche zur Synchronisation führen, mit Hilfe von numerischen Simulationen sehr gut abbilden lassen. Dabei wurden die Geometrien zweier gegeneinander verstimmter baugleicher, gedackter Orgelpfeifen in ein 2D-Rechengitter übertragen. Das aeroakustisch und fluiddynamisch sehr anspruchsvolle Problem wurde vollständig kompressibel gerechnet, das heißt, es wurden die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen unter entsprechenden Anfangs- und Randbedingungen numerisch behandelt.

Nach einem transienten Einschwingvorgang synchronisieren die virtuellen Orgelpfeifen, so wie man es auch experimentell beobachtet. An dem gerechneten Zwei-Pfeifen System lassen sich alle aeroakustischen und fluiddynamischen Aspekte der Tonentstehung, der Schallabstrahlung und der gegenseitigen Kopplung, die zur Synchronisation führt, studieren. Die Darstellung der Synchronisierung eines nichtlinear gekoppelten akustischen Oszillatorsystems auf der Grundlage der numerischen Behandlung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen stellt ein weiteres Novum der vorgelegten Arbeit dar.

Die Erforschung der nichtlinearen Kopplungsmechanismen von akustischen Oszillatoren ist in dieser Arbeit um einige Erkenntnisse erweitert worden. Insbesondere ist es gelungen, die Tonentstehung und die Mechanismen der gegenseitigen Kopplung solcher Systeme auf ein in sich geschlossenes Fundament aeroakustischer und fluiddynamischer Grundprinzipien zu stellen. Fragestellungen vorangegangener Arbeiten konnten weiterentwickelt und mit Hilfe theoretischer Überlegungen, neuartiger Synchronisationsexperimente und aufwendiger numerischer Methoden gelöst werden. Die vorgelegte Niederschrift stellt aber auch neue wichtige Fragen, wie die nach den Energietransfers zwischen den Harmonischen während der Kopplung der akustischen Oszillatoren, oder der direkten Kopplung der Windfelder der Jets bei großen Kopplungsstärken. Auch die Frage, inwiefern ein gekoppeltes Oszillatormodell mit zeitlich verzögerter Kopplung eine sinnvolle Modellerweiterung darstellt, wurde angeregt. Zu diesem Thema entsteht derzeit eine Diplomarbeit von Herrn Sawicki an der TU Berlin. Über das physikalische Interesse hinaus gibt die Arbeit dem Orgelbauer wichtige Erkenntnisse und Methoden zur Hand, die sein handwerkliches Know-how stärken und uns den Klang seiner Orgel zu einem Erlebnis werden lässt, dass uns mit Demut und Liebe erfüllt.

# Danksagung

Ich danke allen Freunden, Kollegen, Verwandten und Bekannten, die mich auf meinem Weg zur Dissertation begleitet, inspiriert, und unterstützt haben. Ohne die vielen Gespräche, den fachlichen Austausch, die Geduld im Streit und das mir angetragene Vertrauen, wäre diese Arbeit nicht denkbar gewesen. Mein erster und besonderer Dank gilt meinem Betreuer Prof. Markus Abel für das Aushalten meiner Sturköpfigkeit, für den anregenden Gedankenaustausch und die wichtigen fachlichen Diskussionen, die wir oft genug auch noch zu Unzeiten führen konnten.

Bei der Alexander Schuke Orgelbau Potsdam GmbH, insbesondere bei Detlef Zscherpel und Michael Zierenberg möchte ich mich für die Fertigung und die Bereitstellung der Orgelpfeifen und für das großartige Kurzpraktikum in Sachen Intonation bedanken. Es war eine wunderbare Zeit zusammen, in der ich sehr viel gelernt habe.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Gerhard für seine großzügige Unterstützung bei der Durchführung der Synchronisationsexperimente im Akustiklabor der Universität Potsdam. Für die gemeinsame Durchführung der Experimente im Akustiklabor danke ich ganz besonders meinen beiden Kollegen Dr. Marcel Kappel und Michael Winkler. Sie haben gleichwertige Anteile am Gelingen der Experimente. Dank an Prof. Beta für die Möglichkeit zur Lehre an der Universität Potsdam.

Meinen herzlichsten Dank möchte ich an die Mitglieder der Arbeitsgruppe Statistische Physik und Chaostheorie an der Universität Potsdam richten, der vielleicht besten Arbeitsgruppe, die man sich wünschen kann. Die vielen Anregungen, fachlichen und nicht-fachlichen Gespräche in einer außergewöhnlich herzlichen und menschlichen Atmosphäre habe ich schätzen gelernt und trage sie in meinem Herzen. Mitglieder der Arbeitsgruppe, denen ich besonders danken möchte sind Prof. Arkady Pikovski, Prof. Michael Rosenblum, Prof. Markus Abel, Dr. Maxim Romanov, Dr. Ralf Tönjes, Azamat Yeldesbay und Michael Winkler sowie den ehemaligen Mitstreitern Dr. Mario Mulansky, Dr. Karsten Ahnert und Dr. Justus Schwabedal.

Ich danke der UP Transfer Potsdam für die Finanzierung der Projekte zur Synchronisation von Orgelpfeifen, an denen ich teilhaben durfte.

Prof. Thomas Amon vom ATB-Potsdam-Bornim danke ich für das in mich gesetzte Vertrauen. Prof. Rolf Bader aus Hamburg danke ich für den sehr inspirierenden Gedankenaustausch in San Francisco im Dezember 2013 und in Berlin im Februar 2014.

Mein tiefer Dank gilt meinen beiden langjährigen und besten Freunden Jörg Schlinke, Oliver Klostermann, meinem Vater Dr. Wolfgang Fischer, meinen Geschwistern Beate und Thilo. Ich danke meiner Mitbewohnerin Franzi für das Korrekturlesen der Arbeit.

Den wichtigsten Personen in meinem Leben, meinen Töchtern Helena und Marika gilt mein innigster Dank. Wenn ihr mir euer Lachen schenkt, weiß ich, Synchronisation ist die natürlichste Sache der Welt.





# Literaturverzeichnis

- [1] M. Abel, K. Ahnert, and S. Bergweiler. Synchronization of sound sources. *Phys. Rev. Lett.*, 103(114301), 2009.
- [2] M Abel and S Bergweiler. Synchronization of higher harmonics in coupled organ pipes. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 17(10):3483–3491, 2007.
- [3] M. Abel, S. Bergweiler, and R. Gerhard-Multhaupt. Synchronization of organ pipes by means of air flow coupling: experimental observations and modeling. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119(4):2467 – 2475, 2006.
- [4] Seiji Adachi, Judit Angster, and Andras Miklos. Mode transition of a flue organ pipe. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3017, 2008.
- [5] Seiji Adachi and Masa-aki Sato. Time-domain simulation of sound production in the brass instrument. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(6):3850–3861, 1995.
- [6] Wolfgang Adelung. *Einführung in den Orgelbau*. Breitkopf & Härtel, Wiesbaden, 2003.
- [7] Karsten Ahnert and Mario Mulansky. Boost. numeric. odeint. 2009.
- [8] A.A. Andronov, A.A. Witt, and S.E. Chaikin. *Theorie der Schwingungen*, volume I, II. Akademie Verlag Berlin, 1968.
- [9] Judit Angster, Tilo Wik, Christian Taesch, András Miklós, and Yumiko Sakamoto. Experiments on the influence of pipe scaling parameters on the sound of flue organ pipes.
- [10] Judith Angster, József Angster, and András Miklós. Coupling between simultaneously sounded organ pipes. *AES Preprint 94th Convention Berlin 1993*, March 1993.
- [11] Rolf Bader. Turbulent  $\kappa$ - $\varepsilon$  model of flute-like musical instrument sound production. In *Fractals in Engineering*, pages 109–121. Springer, 2005.
- [12] Rolf Bader. *Nonlinearities and Synchronization in Musical Acoustics and Music Psychology*, volume 2. Springer, 2013.
- [13] Rolf Bader. Synchronization and self-organization as basis of musical performance, sound production, and perception. In *Sound-Perception-Performance*, pages 3–41. Springer, 2013.

- [14] Randall F Barron. *Industrial noise control and acoustics*. CRC Press, 2002.
- [15] S. Bergweiler. *Körperoszillation und Schallabstrahlung akustischer Wellenleiter unter Berücksichtigung von Wandungseinflüssen und Kopplungseffekten: Verändern Metalllegierung und Wandungsprofil des Rohrresonators den Klang der labialen Orgelpfeife?* PhD thesis, Universitätsbibliothek Potsdam, 2006.
- [16] WG Bickley. The plane jet. *Phil. Mag*, 23(7):727–731, 1937.
- [17] B. Blasius, A. Huppert, and L. Stone. Complex dynamics and phase synchronization in spatially extended ecological systems. *Nature*, 399(6734):354–359, 1999.
- [18] Xiaochuan Chai and Krishnan Mahesh. Dynamic-equation model for large-eddy simulation of compressible flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 699:385–413, 2012.
- [19] J. W. Coltman. Jet drive mechanisms in edge tones and organ pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(3):725–733, September 1976.
- [20] John W. Coltman. Sounding mechanism of the flute and organ pipe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 44(4):983–992, 1968.
- [21] John W. Coltman. Jet behavior in the flute. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(1):74–83, July 1992.
- [22] L Cremer and H Ising. Die selbsterregten schwingungen von orgelpfeifen. *Acustica*, 19(3):143–153, 1967.
- [23] N Curle. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 231(1187):505–514, 1955.
- [24] Samuel A Elder. The mechanism of sound production in organ pipes and cavity resonators. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 13(1):11–23, 1992.
- [25] Samuel A Elder. On the mechanism of sound production in organ pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 54(6):1554–1564, 2005.
- [26] B. Fabre and A. Hirschberg. Physical modeling of flue instruments: A review of lumped models. *Acustica - Acta Acustica*, 86:599–610, 2000.
- [27] B. Fabre, A. Hirschberg, and A. P. J. Wijnands. Vortex shedding in steady oscillation of a flue organ pipe. *Acustica - Acta Acustica*, 82:863–877, 1996.
- [28] Joel H Ferziger and Milovan Perić. *Computational methods for fluid dynamics*, volume 3. Springer Berlin, 1996.
- [29] Jost Fischer. Über Synchronisationsphänomene nichtlinearer akustischer oszillatoren. Master’s thesis, Universität Potsdam, 2012.
- [30] B.P. Flannery, W.H. Press, S.A. Teukolsky, and W. Vetterling. Numerical Recipes in C. *Press Syndicate of the University of Cambridge, New York*, 1992.

- [31] N. H. Fletcher. Sound production by organ flue pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60(4):926–936, October 1976.
- [32] N. H. Fletcher. Mode locking in non-linearly excited inharmonic musical oscillators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64:1566–69, 1978.
- [33] N. H. Fletcher. The nonlinear physics of musical instruments. *Rep. Prog. Phys.*, 62:723–764, 1999. doi: 10.1088/0034-4885/62/5/202.
- [34] Neville H. Fletcher. Transients in the speech of organ flue pipes - a theoretical study. *Acustica*, 34:224–233, 1976.
- [35] NH Fletcher. Jet-drive mechanism in organ pipes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 60:481, 1976.
- [36] NH Fletcher. Air flow and sound generation in musical wind instruments. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11(1):123–146, 1979.
- [37] N.H. Fletcher. Autonomous vibration of simple pressure-controlled valves in gas flows. *J. Acoust. Soc. Am*, 93:2172–2180, 1993.
- [38] NH Fletcher and L.M. Douglas. Harmonic generation in organ pipes, recorders, and flutes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(3):767–771, 1980.
- [39] NH Fletcher and S. Thwaites. Wave propagation on an acoustically perturbed jet. *Acustica*, 42(5):323–34, 1979.
- [40] V Flunkert, O DHuys, J Danckaert, I Fischer, and E Schöll. Bubbling in delay-coupled lasers. *Physical Review E*, 79(6):065201, 2009.
- [41] K Gersten and H Herwig. *Strömungsmechanik*, vieweg-verlag braunschweig, 1992.
- [42] A. Hirschberg, R.W.A. van der Laar, J.P. Marrou-Mourie‘eres, A.P.J. Wijnands, H.J. Dane, S.G. Krujswijk, and A.J.M. Houtsma. A Quasi-stationary Model of Air Flow in the Reed Channel of Single-reed Woodwind Instruments. *Acustica*, 70:146–154, 1990.
- [43] M.D. Hoffman, N. Garfield, and R.W. Bland. Frequency synchronization of blue whale calls near pioneer seamount. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128:490, 2010.
- [44] M. S. Howe. Edge, cavity and aperture tones at very low mach numbers. *J. Fluid Mech.*, 330:61–84, 1997.
- [45] M. S. Howe. *Acoustics of fluid-structure interactions*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1998.
- [46] M.S. Howe. *Theory of vortex sound*, volume 33. Cambridge Univ Pr, 2003.
- [47] AKM Fazle Hussain. Coherent structures - reality and myth. *Physics of Fluids (1958-1988)*, 26(10):2816–2850, 1983.

- [48] C Huygens. Letter to de sluse. letter no. 1333 of february 24, 1665. *Oeuvres Complète de Christiaan Huygens. Correspondence*, 5:1664–1665.
- [49] C. Huygens. *Œuvres complètes de Christiaan Huygens publiées par la Société hollandaise des sciences...*, volume 1. M. Nijhoff, 1888.
- [50] Christiaan Huygens. *Horologium oscillatorium: 1673*. Dawson, 1966.
- [51] Raad I Issa. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of computational physics*, 62(1):40–65, 1986.
- [52] H. Jasak, A. Jemcov, and Z. Tukovic. Openfoam: A c++ library for complex physics simulations. In *International Workshop on Coupled Methods in Numerical Dynamics, IUC, Dubrovnik, Croatia*, 2007.
- [53] Lord Kelvin, editor. *Hydrokinetic Solutions and Observations*, volume 42. Phil. Mag., 1871.
- [54] A. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds' numbers. In *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, volume 30, pages 301–305, 1941.
- [55] Maxim Komarov, Shamik Gupta, and Arkady Pikovsky. Synchronization transitions in globally coupled rotors in presence of noise and inertia: Exact results. *arXiv preprint arXiv:1402.5146*, 2014.
- [56] Maxim Komarov and Arkady Pikovsky. Effects of nonresonant interaction in ensembles of phase oscillators. *Physical Review E*, 84(1):016210, 2011.
- [57] Björn Kralemann, Matthias Frühwirth, Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum, Thomas Kenner, Jochen Schaefer, and Maximilian Moser. In vivo cardiac phase response curve elucidates human respiratory heart rate variability. *Nature communications*, 4, 2013.
- [58] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. i. general theory. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 211(1107):564–587, 1952.
- [59] M.J. Lighthill. On sound generated aerodynamically. ii. turbulence as a source of sound. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 222(1148):1–32, 1954.
- [60] Werner EA Mahu, MCAM Peters, M-P Verge, APJ Wijnands, Benoît Fabre, and Avraham Hirschberg. Attack transient of a flue organ pipe. In *Topics in Applied Mechanics*, pages 163–171. Springer, 1993.
- [61] R.E. Mirollo and S.H. Strogatz. Synchronization of pulse-coupled biological oscillators. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 50(6):1645–1662, 12 1990.
- [62] Masataka Miyamoto, Yasunori Ito, Kin'ya Takahashi, Toshiya Takami, Taizo Kobayashi, Akira Nishida, and Mutsumi Aoyagi. Applicability of compressible les to reproduction of sound vibration of an air-reed instrument. In *Proceedings of the*

*International Symposium on Musical Acoustics, Sydney and Katoomba, Australia, 2010.*

- [63] Herbert Oertel Jr. *Strömungsmechanische Instabilitäten*. Springer, 2001.
- [64] OpenFOAM. OpenFOAM Webpage: <http://www.openfoam.com>, Juni 2012.
- [65] G. Paál, J. Angster, W. Garen, and A. Miklós. A combined LDA and flow-visualization study on flue organ pipes. *Experiments in fluids*, 40(6):825–835, 2006.
- [66] M. Paluš, J. Kurths, U. Schwarz, N. Seehafer, D. Novotná, and I. Charvátová. The solar activity cycle is weakly synchronized with the solar inertial motion. *Physics Letters A*, 365(5):421–428, 2007.
- [67] Suhas V Patankar and D Brian Spalding. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(10):1787–1806, 1972.
- [68] Arkardy Pikovsky, Michael Rosenblum, and Jürgen Kurths. *Synchronisation - A universal concept in nonlinear sciences*. Cambridge University Press, 2001.
- [69] S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge Univ Pr, 2000.
- [70] A. Powell. Theory of Vortex Sound. *The journal of the acoustical society of America*, 36:177, 1964.
- [71] William John Macquorn Rankine. *A manual of applied mechanics*. Charles Griffin, 1872.
- [72] John William Strutt Rayleigh. *The Theory of Sound*, volume 1,2. Macmillan, New York. Reprinted by Dover, New York, 1945, 1896.
- [73] O. Reynolds. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proceedings of the Royal Society of London*, 56(336-339):40–45, 1894.
- [74] S.W. Rienstra and A. Hirschberg. An introduction to acoustics. *Eindhoven University of Technology*, 2003.
- [75] T. Rossing and N. Fletcher. *The physics of musical instruments*. Springer, New York, 1998.
- [76] Yousef Saad. *Iterative methods for sparse linear systems*. Siam, 2003.
- [77] P Sagaut and R Grohens. Discrete filters for large eddy simulation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 31(8):1195–1220, 1999.
- [78] P. Savic. On acoustically effective vortex motion in gaseous jets. *Phil. Mag*, 32:245–252, 1941.
- [79] Herrmann Schlichting and Klaus Gersten. *Grenzschicht-Theorie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 10. edition, 2006.

- [80] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly weather review*, 91(3):99–164, 1963.
- [81] S Thwaites and NH Fletcher. Wave propagation on turbulent jets. *Acta Acustica united with Acustica*, 45(3):175–179, 1980.
- [82] S. Thwaites and N.H. Fletcher. Acoustic admittance of organ pipe jets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74:400–408, 1983.
- [83] W. Tollmien. *Ein allgemeines Kriterium der Instabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilungen*. Vandenhoeck & Ruprecht, 1935.
- [84] Marc-Pierre Verge, Benoit Fabre, WEA Mahu, A Hirschberg, RR Van Hassel, APJ Wijnands, JJ De Vries, and CJ Hogendoorn. Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipe. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(2):1119–1132, 1994.
- [85] Vladimir Vlasov and Arkady Pikovsky. Synchronization of a josephson junction array in terms of global variables. *Physical Review E*, 88(2):022908, 2013.
- [86] Hermann von Helmholtz. *Zwei hydrodynamische Abhandlungen: Ueber Wirbelbewegungen (1858). Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen (1868) Hrsg. von A. Wangerin. Leipzig, W. Engelmann, 1896*. Number 1. Academic Reprints, 1896.
- [87] Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz. *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. F. Vieweg und sohn, 1870.
- [88] JE Ffowcs Williams and David L Hawking. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264(1151):321–342, 1969.
- [89] Guan Heng Yeoh and Kwok Kit Yuen. *Computational fluid dynamics in fire engineering: Theory, Modelling and Practice*. Butterworth-Heinemann, 2009.
- [90] Shigeru Yoshikawa. Harmonic generation mechanism in organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 5(1):17–29, 1984.
- [91] Shigeru Yoshikawa and Jun’ichi Saneyoshi. Feedback excitation mechanism in organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 1(3):175–191, 1980.
- [92] Akira Yoshizawa and Kiyosi Horiuti. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of the Physical Society of Japan*, 54(8):2834–2839, 1985.
- [93] D. Zscherpel. Alexander Schuke Orgelbau PotsdamGmbH, 2014. priv. comm.

# A. Quelltextauszüge

## A.1. Verzeichnisstruktur OpenFoam 2.1.

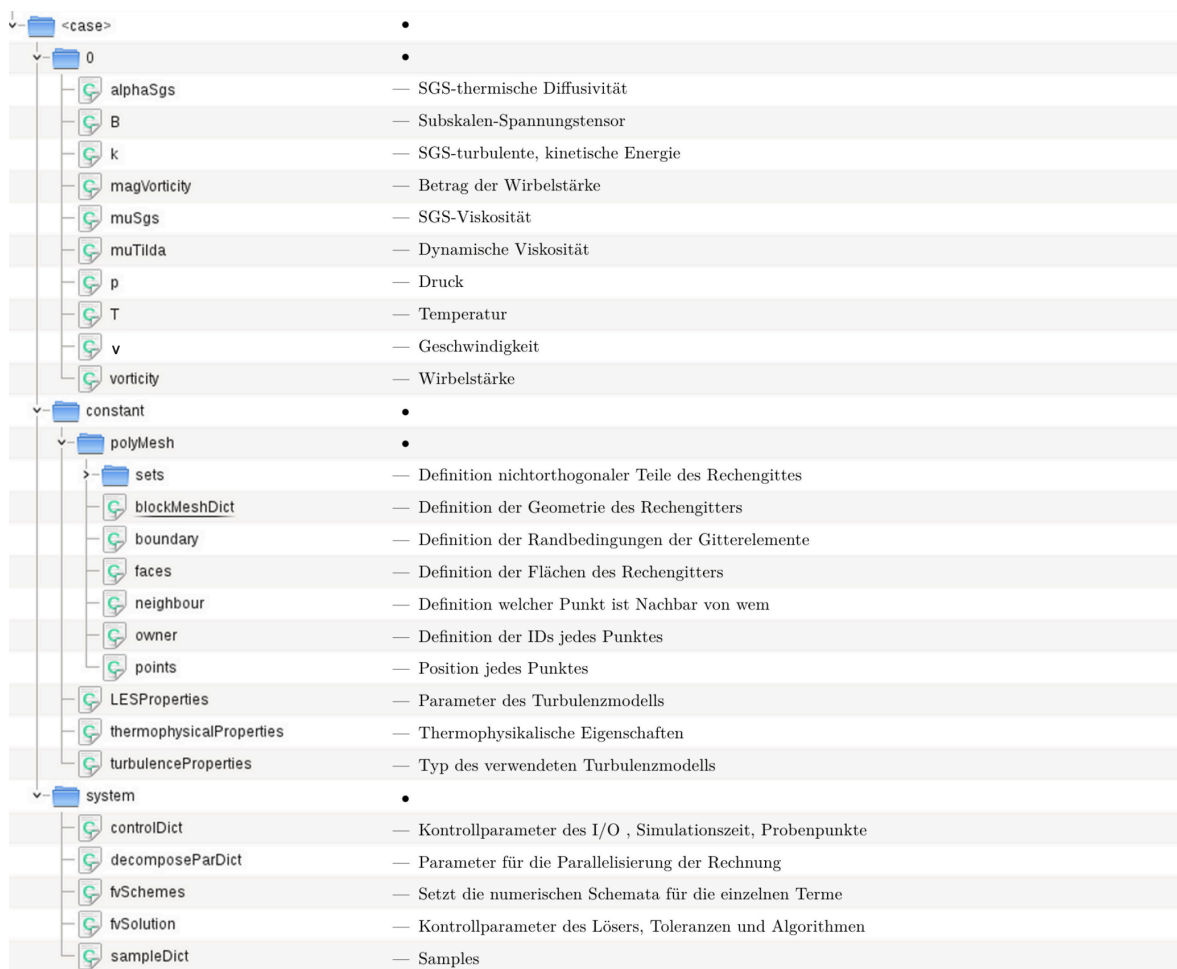


Abbildung A.1.: Beispiel der Verzeichnisstruktur einer OpenFOAM Simulation

## A.2. Quellcodes

### A.2.1. Quellcodes blockMeshDict

Quellcode A.1: blockMeshDict Szenario: *free*

```
1  /*----- C++ -----*/
2  |=====|
3  | \ \ \ \ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \ \ \ \ / O p e r a t i o n | Version: 1.7.x |
5  | \ \ \ \ / A n d | Web: www.OpenFOAM.com |
6  | \ \ \ \ / M a n i p u l a t i o n | |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       blockMeshDict;
14 }
15 // * * * * * //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21     //00 lower inlet 0-7
22     // (-6 7.3 0) //
23     // (0 8.9 0) //
24     // (0 9.2 0) //
25     // (-6 8.4 0) //
26     // (-6 7.3 10) //
27     // (0 8.9 10) //
28     // (0 9.2 10) //
29     // (-6 8.4 10) //
30
31     (-2 8.9 0) //
32     (0 8.9 0) //
33     (0 9.2 0) //
34     (-2 9.2 0) //
35     (-2 8.9 10) //
36     (0 8.9 10) //
37     (0 9.2 10) //
38     (-2 9.2 10) //
39
40     //01 upper inlet 8-11
41     (-2 9.5 10) //
42     (0 9.5 10) //
43     (0 9.5 0) //
44     (-2 9.5 0) //
45
46     //02 03 mouths 12-17
47     (5.5 8.9 0) //
48     (5.5 9.5 0) //
49     (5.5 9.5 10) //
50     (5.5 8.9 10) //
51     (5.5 9.2 10) //
52     (5.5 9.2 0) //
53
54     //04 outer mouth left 18-21
55     (0 16.5 10) //
56     (5.5 16.5 10) //
57     (5.5 16.5 0) //
58     (0 16.5 0) //
59
60     //05 inner pipe left 22-25
61     (0 5 10) //
62     (5.5 5 10) //
63     (5.5 5 0) //
64     (0 5 0) //
65
66     //06 inner pipe middle, top 26-29
67     (106 9.5 10) //
68     (106 9.5 0) //
69     (106 9.2 10) //
70     (106 9.2 0) //
71
72     //07 inner pipe middle, middle 30-31
73     (106 8.9 10) //
74     (106 8.9 0) //
75
76     //08 inner pipe middle, bottom 32-33
77     (106 5 10) //
78     (106 5 0) //
79
80     //09 wedge 34-37
81     (25.8 15.5 0) //
```



```

82 (25.8 20.5 0) //16.5
83 (25.8 20.5 10) //16.5
84 (25.8 15.5 10)
85
86
87 //10 space left 38-43
88 (-25 16.5 0)
89 (0 40 0)
90 (-25 40 0)
91 (-25 16.5 10)
92 (0 40 10)
93 (-25 40 10)
94
95
96 //11 space middle 44-45
97 (5.5 40 10)
98 (5.5 40 0)
99
100 //12 space right 46-47
101 (25.8 40 0)
102 (25.8 40 10)
103
104 //13 outer pipe bottom right 48-51
105 (125 15.5 0)
106 (125 20.5 0) //16.5
107 (125 20.5 10) //16.5
108 (125 15.5 10)
109
110 //14 space right right 52-53
111 (125 40 0)
112 (125 40 10)
113
114
115 //15 outer space left 54-57
116 (-25 90 10)
117 (0 90 10)
118 (0 90 0)
119 (-25 90 0)
120
121 //16 outer space middle 58-59
122 (5.5 90 10)
123 (5.5 90 0)
124
125 //17outer space right 60-61
126 (25.8 90 10)
127 (25.8 90 0)
128
129 //18outer space right right 62-63
130 (125 90 10)
131 (125 90 0)
132 ////////////////////////////////////////////////////
133
134 //19 edge outer space left 64-67
135 // (-25 152.14 10)
136 // (0 153.39 10)
137 // (0 153.39 0)
138 // (-25 152.14 0)
139 // (-25 150 10)
140 // (0 150 10)
141 // (0 150 0)
142 // (-25 150 0)
143
144 //20 edge outer space middle 68-69
145 // (5.5 153.665 10)
146 // (5.5 153.665 0)
147 // (5.5 150 10)
148 // (5.5 150 0)
149
150 //21 edge outer space right 70-71
151 // (25.8 154.995 10)
152 // (25.8 154.995 0)
153 // (25.8 150 10)
154 // (25.8 150 0)
155
156 //22 edge outer space right right 72-73
157 // (125 161.205 10)
158 // (125 161.205 0)
159 // (125 150 10)
160 // (125 150 0)
161
162 //23 edge outer space 3r 74-77
163 // (200 164.955 10)
164 // (200 164.955 0)
165 // (200 90 10)
166 // (200 90 0)
167 // (200 150 10)
168 // (200 150 0)
169 // (200 90 10)
170 // (200 90 0)
171 //24 edge space 3r 78-79
172 // (200 40 10)
173 // (200 40 0)

```

```

174
175 //25 edge space at pipe 3r 80-81
176 (200 20.5 10) //16.6
177 (200 20.5 0) //16.5
178
179 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
180 (200 15.5 10)
181 (200 15.5 0)
182
183 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
184 (200 0 10)
185 (200 0 0)
186 (125 0 10)
187 (125 0 0)
188
189 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
190 (200 -6 10)
191 (200 -6 0)
192 (125 -6 10)
193 (125 -6 0)
194
195 // 29 edge outer space top left 92-95
196 //(-67.8 150 10)
197 //(-67.8 150 0)
198 //(-64.8 90 10)
199 //(-64.8 90 0)
200
201 (-60 150 10)
202 (-60 150 0)
203 (-60 90 10)
204 (-60 90 0)
205
206 //30 edge outer space left 96-97
207 //(-62.3 40 10)
208 //(-62.3 40 0)
209 (-60 40 10)
210 (-60 40 0)
211
212
213 //31 edge outer space 2l 98-99
214 //(-61.125 16.5 10)
215 //(-61.125 16.5 0)
216 (-60 16.5 10)
217 (-60 16.5 0)
218 //32 edge space left under pipe 100-103
219 //(-60.3 0 10)
220 //(-60.3 0 0)
221 //(-25 0 10)
222 //(-25 0 0)
223 (-60 8.25 10)
224 (-60 8.25 0)
225 (-25 11.75 10)
226 (-25 11.75 0)
227 //33 edge space under pipe bottom 104-107
228 //(-60 -6 10)
229 //(-60 -6 0)
230 //(-25 -6 10)
231 //(-25 -6 0)
232 (-60 2.25 0)
233 (-60 2.25 10)
234 (-25 -2.25 0)
235 (-25 -2.25 10)
236 //new //33a edge space under pipe bottom a 108-111
237 (-60 -6 0)
238 (-60 -6 10)
239 (-25 -6 0)
240 (-25 -6 10)
241 //end new
242 //34 inner pipe left bottom 112-115
243 // 112-115
244 (0 0 0)
245 (0 0 10)
246 (5.5 0 0)
247 (5.5 0 10)
248
249 //35 inner pipe right bottom
250 //116-117
251 (106 0 0)
252 (106 0 10)
253
254 //36 outer space edge bottom left 118-121
255 (-60 -30 0)
256 (-60 -30 10)
257 ( -25 -30 0)
258 ( -25 -30 10)
259 // 37 outer space bottom middle 122-125
260 (125 -30 0)
261 (125 -30 10)
262 (125 -6 0)
263 (125 -6 10)
264
265 //38 126-127

```

```

266         (200 -30 0)
267         (200 -30 10)
268
269
270 );
271
272 blocks
273 (
274
275     //hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //00 lower inlet box 5
276     //hex (3 2 10 11 7 6 9 8) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //01 upper inlet box 0.2
277
278     hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
279     hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
280
281     hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //04 outer mouth left
282
283     hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //05 inner pipe left
284
285
286     hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
287     hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
288     hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //08 inner pipe
289     hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1 1) //09 wedge
290
291     hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1 1) //10 space left
292     hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //11 space middle
293     hex (20 35 46 45 19 36 47 44) (130 50 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1 1) //12 space right
294
295
296     hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
297
298     hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //14 space right right
299
300
301     hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left
302     hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
303     hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) edgeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
304     hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) edgeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
305
306
307     hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //19 edge outer
308     hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //20 edge outer space
309     hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) edgeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //21 edge outer space
310     hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) edgeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //22 edge outer
311     hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (30 75 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //23 edge outer
312     hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (30 50 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
313     hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (30 50 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //25 edge space at pipe
314     hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (30 70 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //26 edge space2 at
315     hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (30 30 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //27 edge space
316     hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (30 5 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
317     hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) edgeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //29 edge outer space
318     hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) edgeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
319     hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) edgeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
320     //hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) edgeGrading (5 5 5 5 0.2 0.2 0.2 0.2 1 1 1 1) //32 edge space
321     //hex (105 107 103 101 104 106 102 100) (60 10 1) edgeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //33 edge space under
322     hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) edgeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
323     hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) edgeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //33 edge space
324     //hex (109 111 24 25 108 110 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left
325     //hex (111 113 33 24 110 112 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
326     hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
327     hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
328     hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
329     hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge

```

```

338         bottom middle
339         hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (30 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
340         edge bottom right
341
342
343
344     );
345
346     edges
347     (
348     );
349
350     patches
351     (
352         patch inlet
353         (
354             //00
355             //(0 4 7 3) //left
356             //01
357             //(3 7 8 11) //left
358
359             //02
360             (5 6 2 1) // left
361             //03
362             (6 9 10 2) // left
363
364         )
365
366         patch outlet
367         (
368             //09 wedge
369             //(37 34 35 36) //right
370
371             // 10 space left
372             //(41 43 40 38) //left
373             //(43 42 39 40) //top
374
375             // 11 space middle
376             //(42 44 45 39) //top
377             //(18 42 39 21) //left tmp
378
379             //12 space right
380             //(44 47 46 45) //top
381             //(36 35 46 47) //right tmp
382
383
384             //13 outer pipe bottom right
385             //(48 49 50 51) //right
386             //(36 50 49 35) //top
387
388             //14 space right right
389             //(49 52 53 50) //right
390             //(47 53 52 46) //top
391
392
393             //15 outer space left
394             //(43 54 57 40) //left
395             //(54 55 56 57) //top
396
397             //16 outer space middle
398             //(55 58 59 56) //top
399
400             //17 outer space right
401             //(58 60 61 59) //top
402
403             //18 outer space right right
404             //(60 62 63 61) //top
405             //(52 63 62 53) //right
406             ///////////////////////////////////////////////////
407
408             // 19 edge outer space left
409             //(64 65 66 67) //top
410             //(54 64 67 57) //left
411             //(55 56 66 65 ) //right
412
413             // 20 edge outer space middle
414             //(65 68 69 66) //top
415             //(58 59 69 68) //right
416
417             // 21 edge outer space right
418             //(68 70 71 69) //top
419             //(60 61 71 70) //right
420
421             // 22 edge outer space right right
422             //(70 72 73 71) //top
423             //(62 63 73 72) //right
424
425             // 23 edge outer space 3r
426             //(72 74 75 73) //top
427             //(76 77 75 74) //right

```

```

428 // (62 63 77 76) //bottom
429
430 // // 24 edge space 3r
431 // (78 79 77 76) //right
432 // (53 52 79 78) //bottom
433
434 // 25 edge space at pipe 3r
435 // (80 81 79 78) //right
436 // (50 49 81 80) //bottom
437
438 // 26 edge space2 at pipe 3r
439 // (82 83 81 80) //right
440 // (51 48 83 82) //bottom
441
442 // 27 edge space behind pipe 3r
443 // (84 85 83 82) //right
444 // (86 87 85 84) //bottom
445
446 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
447 // (88 89 85 84) //right
448 // (90 91 89 88) //bottom
449
450 // 29 edge outer space left top
451 // (92 64 67 93) //top
452 // (94 92 93 95) //left
453 // (94 95 57 54) //bottom
454
455 // 30 edge outer space left
456 // (96 94 95 97) //left
457 // (96 97 40 43) //bottom
458
459 // 31 edge outer space 2l
460 // (98 96 97 99) //left
461 // (98 99 38 41) //bottom
462
463 // 32 edge space left under pipe
464 // (100 98 99 101) //left
465 // (100 101 103 102) //bottom
466
467 // 33 edge space left under pipe bottom
468 // (109 105 104 108) //left
469 // (109 108 110 111) //new bottom
470
471
472 // 36 outer space egde bottom left
473 // (119 109 108 118) //left
474 // (119 118 120 121) //bottom
475
476
477 //37
478 // (121 120 122 123) //bottom
479 // (123 122 91 90) //tmp right
480
481 //38
482 // (123 122 126 127) //bottom
483 // (127 126 89 88) //right
484
485 )
486
487 wall walls
488 (
489 //inlets
490 // (0 1 5 4) //00 lower inlet
491 // (11 8 9 10) //01 upper inlet
492 // outer mouth left wall
493 // (10 9 18 21)
494
495 // inner pipe left
496
497 // (22 25 24 23) // bottom
498 // (1 25 22 5) //left
499
500 // inner pipe middle, bottom
501 // (33 31 30 32) // right wall
502 // (23 24 33 32) // bottom wall
503
504 // inner pipe middle, middle
505 // (31 29 28 30) //right
506
507 // inner pipe middle, top
508 // (14 26 27 13) //top
509 // (29 27 26 28) //right
510
511 //wedge
512 // (14 13 34 37)
513
514 // space left
515 // (41 38 21 18) //bottom
516
517 //outer pipe bottom right
518 // (37 34 48 51)
519

```

```

520 // 27 edge space behind pipe 3r
521 (86 51 48 87) //left
522
523 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
524 (90 86 87 91) //left
525
526 // 32 edge space left under pipe
527 (102 103 38 41) //right
528 (100 101 103 102) //new bottom
529
530 // 33 edge space left under pipe bottom
531 (111 110 106 107) //right
532 (105 107 106 104) //new top
533
534 // 34 inner pipe left bottom
535 (113 22 25 112) //left
536 (113 112 114 115) //bottom
537
538
539 //35 inner pipe right bottom
540 (115 114 116 117) //bottom
541 (117 116 33 32) //right
542
543 //37
544 (111 90 91 110) //top
545
546
547
548 )
549 empty frontAndBack
550 (
551 //front //inlets
552 //(4 7 6 5)
553 //(7 8 9 6)
554 //back //inlets
555 //(0 1 2 3)
556 //(3 2 10 11)
557
558 //front //lower mouth tmp
559 (5 6 16 15)
560 //back // lower mouth tmp
561 (1 12 17 2)
562 //front //upper mouth tmp
563 (6 9 14 16)
564 //back //upper mouth tmp
565 (2 17 13 10)
566
567 //front //outer mouth left
568 (9 18 19 14)
569 //back //outer mouth left
570 (10 13 20 21)
571
572 //front //inner pipe left
573 (22 5 15 23)
574 // back //inner pipe left
575 (25 24 12 1)
576
577 //front //wedge
578 (14 19 36 37)
579 //back //wedge
580 (13 34 35 20)
581
582 //front //inner pipe middle, bottom
583 (23 15 30 32)
584 //back //inner pipe middle, bottom
585 (24 33 31 12)
586
587 //front //inner pipe middle, middle
588 (15 16 28 30)
589 //back //inner pipe middle, middle
590 (12 31 29 17)
591
592 //front //inner pipe middle, top
593 (16 14 26 28)
594 //back //inner pipe middle, top
595 (17 29 27 13)
596
597 //font //space middle
598 (18 42 44 19)
599 //back //space middle
600 (21 20 45 39)
601
602 //front //space left
603 (41 43 42 18)
604 //back //space left
605 (38 40 39 21)
606
607 //front //space right
608 (19 44 47 36)
609 //back //space right
610 (20 35 46 45)
611

```

```

612
613 //front //outer pipe bottom right
614 (37 36 50 51)
615 //back //outer pipe bottom right
616 (34 48 49 35)
617
618 //front //space right right
619 (36 47 53 50)
620 //back //space right right
621 (35 49 52 46)
622
623
624
625 //front // outer space left
626 (43 54 55 42)
627 //back //outer space left
628 (40 39 56 57)
629
630 //front // outer space middle
631 (42 55 58 44)
632 //back //outer space middle
633 (39 45 59 56)
634
635 //front // outer space right
636 (44 58 60 47)
637 //back //outer space right
638 (45 46 61 59)
639
640 //front // outer space right right
641 (47 60 62 53)
642 //back //outer space right right
643 (46 52 63 61)
644
645 ////////////////////////////////////////////////////
646 // front // 19 edge outer space left
647 (54 64 65 55)
648 // back // 19 edge outer space left
649 (57 56 66 67)
650
651 // front // 20 edge outer space middle
652 (55 65 68 58)
653 // back // 20 edge outer space middle
654 (56 59 69 66)
655
656 // front // 21 edge outer space right
657 (58 68 70 60)
658 // back // 21 edge outer space right
659 (59 61 71 69)
660
661 // front // 22 edge outer space right right
662 (60 70 72 62)
663 // back // 22 edge outer space right right
664 (61 63 73 71)
665
666 // front // 23 edge outer space 3r
667 (62 72 74 76)
668 // back // 23 edge outer space 3r
669 (63 77 75 73)
670
671 // front // 24 edge space 3r
672 (53 62 76 78)
673 // back // 24 edge space 3r
674 (52 79 77 63)
675
676 // front // 25 edge space at pipe 3r
677 (50 53 78 80)
678 // back // 25 edge space at pipe 3r
679 (49 81 79 52)
680
681 // front // 26 edge space2 at pipe 3r
682 (51 50 80 82)
683 // back // 26 edge space2 at pipe 3r
684 (48 83 81 49)
685
686 // front // 27 edge space behind pipe 3r
687 (86 51 82 84)
688 // back // 27 edge space behind pipe 3r
689 (87 85 83 48)
690
691 // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
692 (90 86 84 88)
693 // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
694 (91 89 85 87)
695
696
697 // front // 29 edge outer space left top
698 (94 92 64 54)
699 // back // 29 edge outer space left top
700 (95 57 67 93)
701
702 // front // 30 edge outer space left
703 (96 94 54 43)

```

```

704 // back // 30 edge outer space left
705 (97 40 57 95)
706
707 // front // 31 edge outer space 2l
708 (98 96 43 41)
709 // back // 31 edge outer space 2l
710 (99 38 40 97)
711
712 // front // 32 edge space left under pipe
713 (100 102 41 98)
714 // back // 32 edge space left under pipe
715 (101 99 38 103)
716
717 // front // 33 edge space under pipe bottom
718 (109 111 107 105)
719 // back // 33 edge space under pipe bottom
720 (108 104 106 110)
721
722 // front // 34 inner pipe left bottom
723 (113 115 23 22)
724 // back // 34 inner pipe left bottom
725 (112 25 24 114)
726
727 // front // 35 inner pipe right bottom
728 (115 117 32 23)
729 // back // 35 inner pipe right bottom
730 (114 24 33 116)
731
732 // front // 36 outer space edge bottom left
733 (119 121 111 109)
734 // back // 36 outer space edge bootom left
735 (118 108 110 120)
736
737 // 37
738 //front
739 (121 123 90 111)
740 //back
741 (120 110 91 122)
742
743 //38
744 //front
745 (123 127 88 90)
746 //back
747 (122 91 89 126)
748 )
749 );
750 );
751 mergePatchPairs
752 (
753 );
754 );
755 // ***** //
756

```

### Quellcode A.2: blockMeshDict Szenario: wall

```

1  /*----- C++ -----*\
2  | ===== |
3  |  \ \ /  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  |  \ \ /  O peration  | Version: 1.7.x
5  |  \ \ /  A nd        | Web:      www.OpenFOAM.com
6  |  \ \ /  M anipulation |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         dictionary;
13     object        blockMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21 //00 lower inlet 0-7
22 // (-6 7.3 0) //
23 // (0 8.9 0)
24 // (0 9.2 0)
25 // (-6 8.4 0)
26 // (-6 7.3 10) //
27 // (0 8.9 10)
28 // (0 9.2 10)
29 // (-6 8.4 10)
30
31 (-2 8.9 0) //
32 (0 8.9 0)
33 (0 9.2 0)
34 (-2 9.2 0)
35 (-2 8.9 10) //

```



```

36 (0 8.9 10)
37 (0 9.2 10)
38 (-2 9.2 10)
39
40 //01 upper inlet 8-11
41 (-2 9.5 10)
42 (0 9.5 10)
43 (0 9.5 0)
44 (-2 9.5 0)
45
46 //02 03 mouthes 12-17
47 (5.5 8.9 0)
48 (5.5 9.5 0)
49 (5.5 9.5 10)
50 (5.5 8.9 10)
51 (5.5 9.2 10)
52 (5.5 9.2 0)
53
54 //04 outer mouth left 18-21
55 (0 16.5 10)
56 (5.5 16.5 10)
57 (5.5 16.5 0)
58 (0 16.5 0)
59
60 //05 inner pipe left 22-25
61 (0 5 10)
62 (5.5 5 10)
63 (5.5 5 0)
64 (0 5 0)
65
66 //06 inner pipe middle, top 26-29
67 (106 9.5 10)
68 (106 9.5 0)
69 (106 9.2 10)
70 (106 9.2 0)
71
72 //07 inner pipe middle, middle 30-31
73 (106 8.9 10)
74 (106 8.9 0)
75
76 //08 inner pipe middle, bottom 32-33
77 (106 5 10)
78 (106 5 0)
79
80 //09 wedge 34-37
81 (25.8 15.5 0)
82 (25.8 20.5 0) //16.5
83 (25.8 20.5 10) //16.5
84 (25.8 15.5 10)
85
86
87 //10 space left 38-43
88 (-25 16.5 0)
89 (0 40 0)
90 (-25 40 0)
91 (-25 16.5 10)
92 (0 40 10)
93 (-25 40 10)
94
95
96 //11 space middle 44-45
97 (5.5 40 10)
98 (5.5 40 0)
99
100 //12 space right 46-47
101 (25.8 40 0)
102 (25.8 40 10)
103
104 //13 outer pipe bottom right 48-51
105 (125 15.5 0)
106 (125 20.5 0) //16.5
107 (125 20.5 10) //16.5
108 (125 15.5 10)
109
110 //14 space right right 52-53
111 (125 40 0)
112 (125 40 10)
113
114
115 //15 outer space left 54-57
116 (-25 90 10)
117 (0 90 10)
118 (0 90 0)
119 (-25 90 0)
120
121 //16 outer space middle 58-59
122 (5.5 90 10)
123 (5.5 90 0)
124
125 //17outer space right 60-61
126 (25.8 90 10)
127 (25.8 90 0)

```

```

128
129 //18 outer space right right 62-63
130 (125 90 10)
131 (125 90 0)
132 ///////////////////////////////////////////////////////////////////
133
134 //19 edge outer space left 64-67
135 // (-25 152.14 10)
136 // (0 153.39 10)
137 // (0 153.39 0)
138 // (-25 152.14 0)
139 // (-25 150 10)
140 // (0 150 10)
141 // (0 150 0)
142 // (-25 150 0)
143
144 //20 edge outer space middle 68-69
145 // (5.5 153.665 10)
146 // (5.5 153.665 0)
147 // (5.5 150 10)
148 // (5.5 150 0)
149
150 //21 edge outer space right 70-71
151 // (25.8 154.995 10)
152 // (25.8 154.995 0)
153 // (25.8 150 10)
154 // (25.8 150 0)
155
156 //22 edge outer space right right 72-73
157 // (125 161.205 10)
158 // (125 161.205 0)
159 // (125 150 10)
160 // (125 150 0)
161
162 //23 edge outer space 3r 74-77
163 // (200 164.955 10)
164 // (200 164.955 0)
165 // (200 90 10)
166 // (200 90 0)
167 // (200 150 10)
168 // (200 150 0)
169 // (200 90 10)
170 // (200 90 0)
171 //24 edge space 3r 78-79
172 // (200 40 10)
173 // (200 40 0)
174
175 //25 edge space at pipe 3r 80-81
176 // (200 20.5 10) //16.6
177 // (200 20.5 0) //16.5
178
179 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
180 // (200 15.5 10)
181 // (200 15.5 0)
182
183 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
184 // (200 0 10)
185 // (200 0 0)
186 // (125 0 10)
187 // (125 0 0)
188
189 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
190 // (200 -6 10)
191 // (200 -6 0)
192 // (125 -6 10)
193 // (125 -6 0)
194
195 // 29 edge outer space top left 92-95
196 // (-67.8 150 10)
197 // (-67.8 150 0)
198 // (-64.8 90 10)
199 // (-64.8 90 0)
200
201 // (-60 150 10)
202 // (-60 150 0)
203 // (-60 90 10)
204 // (-60 90 0)
205
206 //30 edge outer space left 96-97
207 // (-62.3 40 10)
208 // (-62.3 40 0)
209 // (-60 40 10)
210 // (-60 40 0)
211
212
213 //31 edge outer space 2l 98-99
214 // (-61.125 16.5 10)
215 // (-61.125 16.5 0)
216 // (-60 16.5 10)
217 // (-60 16.5 0)
218 //32 edge space left under pipe 100-103
219 // (-60.3 0 10)

```

```

220 //(-60.3 0 0)
221 //(-25 0 10)
222 //(-25 0 0)
223 (-60 8.25 10)
224 (-60 8.25 0)
225 (-25 11.75 10)
226 (-25 11.75 0)
227 //33 edge space under pipe bottom 104-107
228 //(-60 -6 10)
229 //(-60 -6 0)
230 //(-25 -6 10)
231 //(-25 -6 0)
232 (-60 2.25 0)
233 (-60 2.25 10)
234 (-25 -2.25 0)
235 (-25 -2.25 10)
236 //new //33a edge space under pipe boottom a 108-111
237 (-60 -6 0)
238 (-60 -6 10)
239 (-25 -6 0)
240 (-25 -6 10)
241 //end new
242 //34 inner pipe left bottom 108-111
243 // 112-115
244 (0 0 0)
245 (0 0 10)
246 (5.5 0 0)
247 (5.5 0 10)
248
249 //35 inner pipe right bottom
250 //116-117
251 (106 0 0)
252 (106 0 10)
253
254 //36 outer space edge bottom left 118-121
255 (-60 -30 0)
256 (-60 -30 10)
257 (-25 -30 0)
258 (-25 -30 10)
259 // 37 outer space bottom middle 122-125
260 (125 -30 0)
261 (125 -30 10)
262 (125 -6 0)
263 (125 -6 10)
264
265 //38 126-127
266 (200 -30 0)
267 (200 -30 10)
268
269
270 );
271
272 blocks
273 (
274
275 //hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //00 lower inlet box 5
276 //hex (3 2 10 11 7 6 9 8) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //01 upper inlet box 0.2
277
278 hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
279 hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
280
281 hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //04 outer mouth left
282
283 hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //05 inner pipe left
284
285
286 hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
287 hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
middle
288 hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //08 inner pipe
middle, bottom
289
290 hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //09 wedge
291
292 hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1) //10 space left
293 hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //11 space middle
294 hex (20 35 46 45 19 36 47 44) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //12 space right
295
296 hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
297
298 hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //14 space right right
299
300
301 hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left
302 hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
303 hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
304 hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
305
306
307 hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //19 edge outer
space left
308 hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) egdeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //20 edge outer space

```

```

middle
309 hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) egdeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //21 edge outer space
right
310 hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) egdeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //22 edge outer
space right right
311
312 hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (30 75 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //23 edge outer
space 3r
313 hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (30 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
314 hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (30 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //25 edge space at pipe
3r
315 hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (30 70 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //26 edge space2 at
pipe 3r
316
317 hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (30 30 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //27 edge space
behind pipe 3r
318 hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (30 5 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
pipe bottom 3r
319
320
321 hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //29 edge outer space
left top
322 hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
323 hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
324 //hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.2 0.2 0.2 0.2 1 1 1 1) //32 edge space
left under pipe
325 //hex (105 107 103 101 104 106 102 100) (60 10 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //33 edge space under
pipe bottom
326 hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
pipe
327 hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) egdeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //33 edge space
under pipe bottom
328
329 //hex (109 111 24 25 108 110 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left
bottom
330 //hex (111 113 33 24 110 112 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
331
332 hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
333 hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
334
335 hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
bottom left
336
337 hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge
bottom middle
338
339 hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (30 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
edge bottom right
340
341
342
343
344 );
345
346 edges
347 (
348 );
349
350 patches
351 (
352 patch inlet
353 (
354 //00
355 //(0 4 7 3) //left
356 //01
357 //(3 7 8 11) //left
358
359 //02
360 (5 6 2 1) // left
361 //03
362 (6 9 10 2) // left
363
364 )
365
366 patch outlet
367 (
368 //37
369 (121 120 122 123) //bottom
370 //38
371 (123 122 126 127) //bottom *
372 //36
373 (119 118 120 121) //bottom
374 )
375
376
377 wall walls
378 (
379 //09 wedge
380 //(37 34 35 36) //right
381

```

```

382 // 10 space left
383 //(41 43 40 38) //left
384 // (43 42 39 40) //top
385
386 // 11 space middle
387 //(42 44 45 39) //top
388 //(18 42 39 21) //left tmp
389
390 //12 space right
391 //(44 47 46 45) //top
392 //(36 35 46 47) //right tmp
393
394
395 //13 outer pipe bottom right
396 //(48 49 50 51) //right
397 //(36 50 49 35) //top
398
399 //14 space right right
400 //(49 52 53 50) //right
401 //(47 53 52 46) //top
402
403
404 //15 outer space left
405 //(43 54 57 40) //left
406 //(54 55 56 57) //top
407
408 //16 outer space middle
409 //(55 58 59 56) //top
410
411 //17 outer space right
412 //(58 60 61 59) //top
413
414 //18 outer space right right
415 //(60 62 63 61) //top
416 //(52 63 62 53) //right
417 ///////////////////////////////////////////////////
418
419 // 19 edge outer space left
420 (64 65 66 67) //top
421 //(54 64 67 57) //left
422 //(55 56 66 65 ) //right
423
424 // 20 edge outer space middle
425 (65 68 69 66) //top
426 //(58 59 69 68) //right
427
428 // 21 edge outer space right
429 (68 70 71 69) //top
430 //(60 61 71 70) //right
431
432 // 22 edge outer space right right
433 (70 72 73 71) //top
434 //(62 63 73 72) //right
435
436 // 23 edge outer space 3r
437 (72 74 75 73) //top
438 (76 77 75 74) //right
439 //(62 63 77 76) //bottom
440
441 //
442 // 24 edge space 3r
443 (78 79 77 76) //right
444 //(53 52 79 78) //bottom
445
446 // 25 edge space at pipe 3r
447 (80 81 79 78) //right
448 //(50 49 81 80) //bottom
449
450 // 26 edge space2 at pipe 3r
451 (82 83 81 80) //right
452 //(51 48 83 82) //bottom
453
454 // 27 edge space behind pipe 3r
455 (84 85 83 82) //right
456 //(86 87 85 84) //bottom
457
458 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
459 (88 89 85 84) //right
460 //(90 91 89 88) //bottom
461
462 // 29 edge outer space left top
463 (92 64 67 93) //top
464 (94 92 93 95) //left
465 //(94 95 57 54) //bottom
466
467 // 30 edge outer space left
468 (96 94 95 97) //left
469 //(96 97 40 43) //bottom
470
471 // 31 edge outer space 2l
472 (98 96 97 99) //left
473 //(98 99 38 41) //bottom

```

```

474 // 32 edge space left under pipe
475 (100 98 99 101) //left
476 //(100 101 103 102) //bottom
477
478 // 33 edge space left under pipe bottom
479 (109 105 104 108) //left
480 //(109 108 110 111) //new bottom
481
482
483 // 36 outer space egde bottom left
484 (119 109 108 118) //left
485 //(119 118 120 121) //bottom *
486
487
488 //37
489 //(121 120 122 123) //bottom *
490 //(123 122 91 90) //tmp right
491
492 //38
493 //(123 122 126 127) //bottom *
494 (127 126 89 88) //right
495
496 //)
497
498 //wall walls
499 //(
500 //inlets
501 //(0 1 5 4) //00 lower inlet
502 //(11 8 9 10) //01 upper inlet
503 // outer mouth left wall
504 (10 9 18 21)
505
506 // inner pipe left
507
508 //(22 25 24 23) // bottom
509 (1 25 22 5) //left
510
511 // inner pipe middle, bottom
512 (33 31 30 32) // right wall
513 //(23 24 33 32) // bottom wall
514
515 // inner pipe middle, middle
516 (31 29 28 30) //right
517
518 // inner pipe middle, top
519 (14 26 27 13) //top
520 (29 27 26 28) //right
521
522 //wedge
523 (14 13 34 37)
524
525 // space left
526 (41 38 21 18) //bottom
527
528 //outer pipe bottom right
529 (37 34 48 51)
530
531 // 27 edge space behind pipe 3r
532 (86 51 48 87) //left
533
534 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
535 (90 86 87 91) //left
536
537 // 32 edge space left under pipe
538 (102 103 38 41) //right
539 (100 101 103 102) //new bottom
540
541 // 33 edge space left under pipe bottom
542 (111 110 106 107) //right
543 (105 107 106 104) //new top
544
545 // 34 inner pipe left bottom
546 (113 22 25 112) //left
547 (113 112 114 115) //bottom *
548
549
550 //35 inner pipe right bottom
551 (115 114 116 117) //bottom *
552 (117 116 33 32) //right
553
554 //37
555 (111 90 91 110) //top
556
557
558 )
559 empty frontAndBack
560 (
561 //front //inlets
562 //(4 7 6 5)
563 //(7 8 9 6)
564 //back //inlets
565

```

```

566 // (0 1 2 3)
567 //(3 2 10 11)
568
569 //front //lower mouth tmp
570 (5 6 16 15)
571 //back // lower mouth tmp
572 (1 12 17 2)
573 //front //upper mouth tmp
574 (6 9 14 16)
575 //back //upper mouth tmp
576 (2 17 13 10)
577
578 //front //outer mouth left
579 (9 18 19 14)
580 //back //outer mouth left
581 (10 13 20 21)
582
583 //front //inner pipe left
584 (22 5 15 23)
585 // back //inner pipe left
586 (25 24 12 1)
587
588 //front //wedge
589 (14 19 36 37)
590 //back //wedge
591 (13 34 35 20)
592
593 //front //inner pipe middle, bottom
594 (23 15 30 32)
595 //back //inner pipe middle, bottom
596 (24 33 31 12)
597
598 //front //inner pipe middle, middle
599 (15 16 28 30)
600 //back //inner pipe middle, middle
601 (12 31 29 17)
602
603 //front //inner pipe middle, top
604 (16 14 26 28)
605 //back //inner pipe middle, top
606 (17 29 27 13)
607
608 //font //space middle
609 (18 42 44 19)
610 //back //space middle
611 (21 20 45 39)
612
613 //front //space left
614 (41 43 42 18)
615 //back //space left
616 (38 40 39 21)
617
618 //front //space right
619 (19 44 47 36)
620 //back //space right
621 (20 35 46 45)
622
623
624 //front //outer pipe bottom right
625 (37 36 50 51)
626 //back //outer pipe bottom right
627 (34 48 49 35)
628
629 //front //space right right
630 (36 47 53 50)
631 //back //space right right
632 (35 49 52 46)
633
634
635
636 //front // outer space left
637 (43 54 55 42)
638 //back //outer space left
639 (40 39 56 57)
640
641 //front // outer space middle
642 (42 55 58 44)
643 //back //outer space middle
644 (39 45 59 56)
645
646 //front // outer space right
647 (44 58 60 47)
648 //back //outer space right
649 (45 46 61 59)
650
651 //front // outer space right right
652 (47 60 62 53)
653 //back //outer space right right
654 (46 52 63 61)
655
656 ////////////////////////////////////////////////////
657 // front // 19 edge outer space left

```

```

658      (54 64 65 55)
659      // back // 19 edge outer space left
660      (57 56 66 67)
661
662      // front // 20 edge outer space middle
663      (55 65 68 58)
664      // back // 20 edge outer space middle
665      (56 59 69 66)
666
667      // front // 21 edge outer space right
668      (58 68 70 60)
669      // back // 21 edge outer space right
670      (59 61 71 69)
671
672      // front // 22 edge outer space right right
673      (60 70 72 62)
674      // back // 22 edge outer space right right
675      (61 63 73 71)
676
677      // front // 23 edge outer space 3r
678      (62 72 74 76)
679      // back // 23 edge outer space 3r
680      (63 77 75 73)
681
682      // front // 24 edge space 3r
683      (53 62 76 78)
684      // back // 24 edge space 3r
685      (52 79 77 63)
686
687      // front // 25 edge space at pipe 3r
688      (50 53 78 80)
689      // back // 25 edge space at pipe 3r
690      (49 81 79 52)
691
692      // front // 26 edge space2 at pipe 3r
693      (51 50 80 82)
694      // back // 26 edge space2 at pipe 3r
695      (48 83 81 49)
696
697      // front // 27 edge space behind pipe 3r
698      (86 51 82 84)
699      // back // 27 edge space behind pipe 3r
700      (87 85 83 48)
701
702      // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
703      (90 86 84 88)
704      // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
705      (91 89 85 87)
706
707
708      // front // 29 edge outer space left top
709      (94 92 64 54)
710      // back // 29 edge outer space left top
711      (95 57 67 93)
712
713      // front // 30 edge outer space left
714      (96 94 54 43)
715      // back // 30 edge outer space left
716      (97 40 57 95)
717
718      // front // 31 edge outer space 2l
719      (98 96 43 41)
720      // back // 31 edge outer space 2l
721      (99 38 40 97)
722
723      // front // 32 edge space left under pipe
724      (100 102 41 98)
725      // back // 32 edge space left under pipe
726      (101 99 38 103)
727
728      // front // 33 edge space under pipe bottom
729      (109 111 107 105)
730      // back // 33 edge space under pipe bottom
731      (108 104 106 110)
732
733      // front // 34 inner pipe left bottom
734      (113 115 23 22)
735      // back // 34 inner pipe left bottom
736      (112 25 24 114)
737
738      // front // 35 inner pipe right bottom
739      (115 117 32 23)
740      // back // 35 inner pipe right bottom
741      (114 24 33 116)
742
743      // front // 36 outer space edge bottom left
744      (119 121 111 109)
745      // back // 36 outer space edge bootom left
746      (118 108 110 120)
747
748      // 37
749      //front

```



```

750         (121 123 90 111)
751         //back
752         (120 110 91 122)
753
754         //38
755         //front
756         (123 127 88 90)
757         //back
758         (122 91 89 126)
759     )
760 );
761 );
762
763 mergePatchPairs
764 (
765 );
766
767 // ***** //

```

### Quellcode A.3: blockMeshDict Szenario: *wall\_lambda*

```

1  /*-----* C++ *-----*/
2  |=====|
3  | \\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \\ / O p e r a t i o n | Version: 1.7.x |
5  | \\ / A n d | Web: www.OpenFOAM.com |
6  | \\ / M a n i p u l a t i o n |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       blockMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21     //00 lower inlet 0-7
22     // (-6 7.3 0) //
23     // (0 8.9 0)
24     // (0 9.2 0)
25     // (-6 8.4 0)
26     // (-6 7.3 10) //
27     // (0 8.9 10)
28     // (0 9.2 10)
29     // (-6 8.4 10)
30
31     (-2 8.9 0) //
32     (0 8.9 0)
33     (0 9.2 0)
34     (-2 9.2 0)
35     (-2 8.9 10) //
36     (0 8.9 10)
37     (0 9.2 10)
38     (-2 9.2 10)
39
40     //01 upper inlet 8-11
41     (-2 9.5 10)
42     (0 9.5 10)
43     (0 9.5 0)
44     (-2 9.5 0)
45
46     //02 03 mouthes 12-17
47     (5.5 8.9 0)
48     (5.5 9.5 0)
49     (5.5 9.5 10)
50     (5.5 8.9 10)
51     (5.5 9.2 10)
52     (5.5 9.2 0)
53
54     //04 outer mouth left 18-21
55     (0 16.5 10)
56     (5.5 16.5 10)
57     (5.5 16.5 0)
58     (0 16.5 0)
59
60     //05 inner pipe left 22-25
61     (0 5 10)
62     (5.5 5 10)
63     (5.5 5 0)
64     (0 5 0)
65
66     //06 inner pipe middle, top 26-29
67     (106 9.5 10)
68     (106 9.5 0)
69     (106 9.2 10)
70     (106 9.2 0)

```

```

71
72 //07 inner pipe middle, middle 30-31
73 (106 8.9 10)
74 (106 8.9 0)
75
76 //08 inner pipe middle, bottom 32-33
77 (106 5 10)
78 (106 5 0)
79
80 //09 wedge 34-37
81 (25.8 15.5 0)
82 (25.8 20.5 0) //16.5
83 (25.8 20.5 10) //16.5
84 (25.8 15.5 10)
85
86
87 //10 space left 38-43
88 (-25 16.5 0)
89 (0 40 0)
90 (-25 40 0)
91 (-25 16.5 10)
92 (0 40 10)
93 (-25 40 10)
94
95
96 //11 space middle 44-45
97 (5.5 40 10)
98 (5.5 40 0)
99
100 //12 space right 46-47
101 (25.8 40 0)
102 (25.8 40 10)
103
104 //13 outer pipe bottom right 48-51
105 (125 15.5 0)
106 (125 20.5 0) //16.5
107 (125 20.5 10) //16.5
108 (125 15.5 10)
109
110 //14 space right right 52-53
111 (125 40 0)
112 (125 40 10)
113
114
115 //15 outer space left 54-57
116 (-25 90 10)
117 (0 90 10)
118 (0 90 0)
119 (-25 90 0)
120
121 //16 outer space middle 58-59
122 (5.5 90 10)
123 (5.5 90 0)
124
125 //17outer space right 60-61
126 (25.8 90 10)
127 (25.8 90 0)
128
129 //18outer space right right 62-63
130 (125 90 10)
131 (125 90 0)
132 ////////////////////////////////////////////////////
133
134 //19 edge outer space left 64-67
135 // (-25 152.14 10)
136 // (0 153.39 10)
137 // (0 153.39 0)
138 // (-25 152.14 0)
139 // (-25 135 10)
140 // (0 135 10)
141 // (0 135 0)
142 // (-25 135 0)
143
144 //20 edge outer space middle 68-69
145 // (5.5 153.665 10)
146 // (5.5 153.665 0)
147 // (5.5 135 10)
148 // (5.5 135 0)
149
150 //21 edge outer space right 70-71
151 // (25.8 154.995 10)
152 // (25.8 154.995 0)
153 // (25.8 135 10)
154 // (25.8 135 0)
155
156 //22 edge outer space right right 72-73
157 // (125 161.205 10)
158 // (125 161.205 0)
159 // (125 135 10)
160 // (125 135 0)
161
162 //23 edge outer space 3r 74-77

```

```

163 //      (200 164.955 10)
164 //      (200 164.955 0)
165 //      (200 90 10)
166 //      (200 90 0)
167         (200 135 10)
168         (200 135 0)
169         (200 90 10)
170         (200 90 0)
171 //24 edge space 3r 78-79
172         (200 40 10)
173         (200 40 0)
174
175 //25 edge space at pipe 3r 80-81
176         (200 20.5 10) //16.6
177         (200 20.5 0) //16.5
178
179 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
180         (200 15.5 10)
181         (200 15.5 0)
182
183 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
184         (200 0 10)
185         (200 0 0)
186         (125 0 10)
187         (125 0 0)
188
189 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
190         (200 -6 10)
191         (200 -6 0)
192         (125 -6 10)
193         (125 -6 0)
194
195 // 29 edge outer space top left 92-95
196 //(-67.8 150 10)
197 //(-67.8 150 0)
198 //(-64.8 90 10)
199 //(-64.8 90 0)
200
201         (-60 135 10)
202         (-60 135 0)
203         (-60 90 10)
204         (-60 90 0)
205
206 //30 edge outer space left 96-97
207 //(-62.3 40 10)
208 //(-62.3 40 0)
209         (-60 40 10)
210         (-60 40 0)
211
212
213 //31 edge outer space 2l 98-99
214 //(-61.125 16.5 10)
215 //(-61.125 16.5 0)
216         (-60 16.5 10)
217         (-60 16.5 0)
218 //32 edge space left under pipe 100-103
219 //(-60.3 0 10)
220 //(-60.3 0 0)
221 //(-25 0 10)
222 //(-25 0 0)
223         (-60 8.25 10)
224         (-60 8.25 0)
225         (-25 11.75 10)
226         (-25 11.75 0)
227 //33 edge space under pipe bottom 104-107
228 //(-60 -6 10)
229 //(-60 -6 0)
230 //(-25 -6 10)
231 //(-25 -6 0)
232         (-60 2.25 0)
233         (-60 2.25 10)
234         (-25 -2.25 0)
235         (-25 -2.25 10)
236 //new //33a edge space under pipe bottom a 108-111
237         (-60 -6 0)
238         (-60 -6 10)
239         (-25 -6 0)
240         (-25 -6 10)
241 //end new
242 //34 inner pipe left bottom 108-111
243 // 112-115
244         (0 0 0)
245         (0 0 10)
246         (5.5 0 0)
247         (5.5 0 10)
248
249 //35 inner pipe right bottom
250 //116-117
251         (106 0 0)
252         (106 0 10)
253
254 //36 outer space edge bottom left 118-121

```

```

255     (-60 -30 0)
256     (-60 -30 10)
257     ( -25 -30 0)
258     ( -25 -30 10)
259     // 37 outer space bottom middle 122-125
260     (125 -30 0)
261     (125 -30 10)
262     (125 -6 0)
263     (125 -6 10)
264
265     //38 126-127
266     (200 -30 0)
267     (200 -30 10)
268
269
270 );
271
272 blocks
273 (
274
275     //hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //00 lower inlet box 5
276     //hex (3 2 10 11 7 6 9 8) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //01 upper inlet box 0.2
277
278     hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
279     hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
280
281     hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //04 outer mouth left
282
283     hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //05 inner pipe left
284
285
286     hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
287     hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
288     hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //08 inner pipe
289     middle, bottom
290
291     hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1 1) //09 wedge
292
293     hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1 1) //10 space left
294     hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //11 space middle
295     hex (20 35 46 45 19 36 47 44) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1 1) //12 space right
296
297     hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
298     hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //14 space right right
299
300
301     hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left
302     hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
303     hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
304     hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
305
306
307     hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //19 edge outer
308     hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) egdeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //20 edge outer space
309     hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) egdeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //21 edge outer space
310     hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) egdeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //22 edge outer
311     space right right
312
313     hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (30 75 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //23 edge outer
314     space 3r
315     hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (30 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
316     hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (30 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //25 edge space at pipe
317     3r
318     hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (30 70 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //26 edge space2 at
319     pipe 3r
320
321     hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (30 30 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //27 edge space
322     behind pipe 3r
323     hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (30 5 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
324     pipe bottom 3r
325
326     hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //29 edge outer space
327     left top
328     hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
329     hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
330     //hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.2 0.2 0.2 0.2 1 1 1 1) //32 edge space
331     left under pipe
332     //hex (105 107 103 101 104 106 102 100) (60 10 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //33 edge space under
333     pipe bottom
334     hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
335     pipe
336     hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) egdeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //33 edge space
337     under pipe bottom
338
339     //hex (109 111 24 25 108 110 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left
340     bottom

```

```

330 //hex (111 113 33 24 110 112 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
      bottom
331
332 hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
333 hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
      bottom
334
335 hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
      bottom left
336
337 hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge
      bottom middle
338
339 hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (30 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
      edge bottom right
340
341
342
343
344 );
345
346 edges
347 (
348 );
349
350 patches
351 (
352   patch inlet
353   (
354     //00
355     //(0 4 7 3) //left
356     //01
357     //(3 7 8 11) //left
358
359     //02
360     (5 6 2 1) // left
361     //03
362     (6 9 10 2) // left
363
364   )
365
366   patch outlet
367   (
368     //37
369     (121 120 122 123) //bottom
370     //38
371     (123 122 126 127) //bottom *
372     //36
373     (119 118 120 121) //bottom
374   )
375
376
377   wall walls
378   (
379     //09 wedge
380     //(37 34 35 36) //right
381
382     // 10 space left
383     //(41 43 40 38) //left
384     //(43 42 39 40) //top
385
386     // 11 space middle
387     //(42 44 45 39) //top
388     //(18 42 39 21) //left tmp
389
390     //12 space right
391     //(44 47 46 45) //top
392     //(36 35 46 47) //right tmp
393
394
395     //13 outer pipe bottom right
396     //(48 49 50 51) //right
397     //(36 50 49 35) //top
398
399     //14 space right right
400     //(49 52 53 50) //right
401     //(47 53 52 46) //top
402
403
404     //15 outer space left
405     //(43 54 57 40) //left
406     //(54 55 56 57) //top
407
408     //16 outer space middle
409     //(55 58 59 56) //top
410
411     //17 outer space right
412     //(58 60 61 59) //top
413
414     //18 outer space right right
415     //(60 62 63 61) //top
416     //(52 63 62 53) //right

```

```

417 ////////////////////////////////////////////////////
418
419 // 19 edge outer space left
420 (64 65 66 67) //top
421 //(54 64 67 57) //left
422 //(55 56 66 65 ) //right
423
424 // 20 edge outer space middle
425 (65 68 69 66) //top
426 //(58 59 69 68) //right
427
428 // 21 edge outer space right
429 (68 70 71 69) //top
430 //(60 61 71 70) //right
431
432 // 22 edge outer space right right
433 (70 72 73 71) //top
434 //(62 63 73 72) //right
435
436 // 23 edge outer space 3r
437 (72 74 75 73) //top
438 (76 77 75 74) //right
439 //(62 63 77 76) //bottom
440
441 // // 24 edge space 3r
442 (78 79 77 76) //right
443 //(53 52 79 78) //bottom
444
445 // 25 edge space at pipe 3r
446 (80 81 79 78) //right
447 //(50 49 81 80) //bottom
448
449 // 26 edge space2 at pipe 3r
450 (82 83 81 80) //right
451 //(51 48 83 82) //bottom
452
453 // 27 edge space behind pipe 3r
454 (84 85 83 82) //right
455 //(86 87 85 84) //bottom
456
457 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
458 (88 89 85 84) //right
459 //(90 91 89 88) //bottom
460
461 // 29 edge outer space left top
462 (92 64 67 93) //top
463 (94 92 93 95) //left
464 //(94 95 57 54) //bottom
465
466 // 30 edge outer space left
467 (96 94 95 97) //left
468 //(96 97 40 43) //bottom
469
470 // 31 edge outer space 2l
471 (98 96 97 99) //left
472 //(98 99 38 41) //bottom
473
474 // 32 edge space left under pipe
475 (100 98 99 101) //left
476 //(100 101 103 102) //bottom
477
478 // 33 edge space left under pipe bottom
479 (109 105 104 108) //left
480 //(109 108 110 111) //new bottom
481
482
483 // 36 outer space egde bottom left
484 (119 109 108 118) //left
485 //(119 118 120 121) //bottom *
486
487
488 //37
489 //(121 120 122 123) //bottom *
490 //(123 122 91 90) //tmp right
491
492 //38
493 //(123 122 126 127) //bottom *
494 (127 126 89 88) //right
495
496 //)
497
498 //wall walls
499 //(
500 //inlets
501 //(0 1 5 4) //00 lower inlet
502 //(11 8 9 10) //01 upper inlet
503 // outer mouth left wall
504 (10 9 18 21)
505
506 // inner pipe left
507
508 //(22 25 24 23) // bottom

```

```

509         (1 25 22 5) //left
510
511         // inner pipe middle, bottom
512         (33 31 30 32) // right wall
513         //(23 24 33 32) // bottom wall
514
515         // inner pipe middle, middle
516         (31 29 28 30) //right
517
518         // inner pipe middle, top
519         (14 26 27 13) //top
520         (29 27 26 28) //right
521
522         //wedge
523         (14 13 34 37)
524
525         // space left
526         (41 38 21 18) //bottom
527
528         //outer pipe bottom right
529         (37 34 48 51)
530
531         // 27 edge space behind pipe 3r
532         (86 51 48 87) //left
533
534         // 28 edge space behind pipe bottom 3r
535         (90 86 87 91) //left
536
537         // 32 edge space left under pipe
538         (102 103 38 41) //right
539         (100 101 103 102) //new bottom
540
541         // 33 edge space left under pipe bottom
542         (111 110 106 107) //right
543         (105 107 106 104) //new top
544
545         // 34 inner pipe left bottom
546         (113 22 25 112) //left
547         (113 112 114 115) //bottom *
548
549
550         //35 inner pipe right bottom
551         (115 114 116 117) //bottom *
552         (117 116 33 32) //right
553
554         //37
555         (111 90 91 110) //top
556
557
558     )
559     empty frontAndBack
560     (
561         //front //inlets
562         //(4 7 6 5)
563         //(7 8 9 6)
564         //back //inlets
565         //(0 1 2 3)
566         //(3 2 10 11)
567
568         //front //lower mouth tmp
569         (5 6 16 15)
570         //back // lower mouth tmp
571         (1 12 17 2)
572         //front //upper mouth tmp
573         (6 9 14 16)
574         //back //upper mouth tmp
575         (2 17 13 10)
576
577         //front //outer mouth left
578         (9 18 19 14)
579         //back //outer mouth left
580         (10 13 20 21)
581
582         //front //inner pipe left
583         (22 5 15 23)
584         // back //inner pipe left
585         (25 24 12 1)
586
587         //front //wedge
588         (14 19 36 37)
589         //back //wedge
590         (13 34 35 20)
591
592         //front //inner pipe middle, bottom
593         (23 15 30 32)
594         //back //inner pipe middle, bottom
595         (24 33 31 12)
596
597         //front //inner pipe middle, middle
598         (15 16 28 30)
599         //back //inner pipe middle, middle
600

```

```

601      (12 31 29 17)
602
603      //front //inner pipe middle, top
604      (16 14 26 28)
605      //back //inner pipe middle, top
606      (17 29 27 13)
607
608      //front //space middle
609      (18 42 44 19)
610      //back //space middle
611      (21 20 45 39)
612
613      //front //space left
614      (41 43 42 18)
615      //back //space left
616      (38 40 39 21)
617
618      //front //space right
619      (19 44 47 36)
620      //back //space right
621      (20 35 46 45)
622
623
624      //front //outer pipe bottom right
625      (37 36 50 51)
626      //back //outer pipe bottom right
627      (34 48 49 35)
628
629      //front //space right right
630      (36 47 53 50)
631      //back //space right right
632      (35 49 52 46)
633
634
635
636      //front // outer space left
637      (43 54 55 42)
638      //back //outer space left
639      (40 39 56 57)
640
641      //front // outer space middle
642      (42 55 58 44)
643      //back //outer space middle
644      (39 45 59 56)
645
646      //front // outer space right
647      (44 58 60 47)
648      //back //outer space right
649      (45 46 61 59)
650
651      //front // outer space right right
652      (47 60 62 53)
653      //back //outer space right right
654      (46 52 63 61)
655
656      //////////////////////////////////////
657      // front // 19 edge outer space left
658      (54 64 65 55)
659      // back // 19 edge outer space left
660      (57 56 66 67)
661
662      // front // 20 edge outer space middle
663      (55 65 68 58)
664      // back // 20 edge outer space middle
665      (56 59 69 66)
666
667      // front // 21 edge outer space right
668      (58 68 70 60)
669      // back // 21 edge outer space right
670      (59 61 71 69)
671
672      // front // 22 edge outer space right right
673      (60 70 72 62)
674      // back // 22 edge outer space right right
675      (61 63 73 71)
676
677      // front // 23 edge outer space 3r
678      (62 72 74 76)
679      // back // 23 edge outer space 3r
680      (63 77 75 73)
681
682      // front // 24 edge space 3r
683      (53 62 76 78)
684      // back // 24 edge space 3r
685      (52 79 77 63)
686
687      // front // 25 edge space at pipe 3r
688      (50 53 78 80)
689      // back // 25 edge space at pipe 3r
690      (49 81 79 52)
691
692      // front // 26 edge space2 at pipe 3r

```



```

693         (51 50 80 82)
694         // back // 26 edge space2 at pipe 3r
695         (48 83 81 49)
696
697         // front // 27 edge space behind pipe 3r
698         (86 51 82 84)
699         // back // 27 edge space behind pipe 3r
700         (87 85 83 48)
701
702         // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
703         (90 86 84 88)
704         // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
705         (91 89 85 87)
706
707
708         // front // 29 edge outer space left top
709         (94 92 64 54)
710         // back // 29 edge outer space left top
711         (95 57 67 93)
712
713         // front // 30 edge outer space left
714         (96 94 54 43)
715         // back // 30 edge outer space left
716         (97 40 57 95)
717
718         // front // 31 edge outer space 2l
719         (98 96 43 41)
720         // back // 31 edge outer space 2l
721         (99 38 40 97)
722
723         // front // 32 edge space left under pipe
724         (100 102 41 98)
725         // back // 32 edge space left under pipe
726         (101 99 38 103)
727
728         // front // 33 edge space under pipe bottom
729         (109 111 107 105)
730         // back // 33 edge space under pipe bottom
731         (108 104 106 110)
732
733         // front // 34 inner pipe left bottom
734         (113 115 23 22)
735         // back // 34 inner pipe left bottom
736         (112 25 24 114)
737
738         // front // 35 inner pipe right bottom
739         (115 117 32 23)
740         // back // 35 inner pipe right bottom
741         (114 24 33 116)
742
743         // front // 36 outer space edge bottom left
744         (119 121 111 109)
745         // back // 36 outer space edge bottom left
746         (118 108 110 120)
747
748         // 37
749         //front
750         (121 123 90 111)
751         //back
752         (120 110 91 122)
753
754         //38
755         //front
756         (123 127 88 90)
757         //back
758         (122 91 89 126)
759     )
760 );
761
762 mergePatchPairs
763 (
764 );
765 );
766
767 // ***** //

```

#### Quellcode A.4: blockMeshDict Szenario: *convex*

```

1  /*-----* C++ *-----*/
2  | ===== |
3  | \ \ / /   | F ield       | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ \ / /   | O peration  | Version: 1.7.x
5  | \ \ / /   | A nd         | Web:      www.OpenFOAM.com
6  | \ \ / /   | M anipulation |
7  | ===== |
8  FoamFile
9  {
10     version    2.0;
11     format     ascii;
12     class      dictionary;
13     object     blockMeshDict;

```

```

14 }
15 // * * * * * //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21 //00 lower inlet 0-7
22 // (-6 7.3 0) //
23 // (0 8.9 0)
24 // (0 9.2 0)
25 // (-6 8.4 0)
26 // (-6 7.3 10) //
27 // (0 8.9 10)
28 // (0 9.2 10)
29 // (-6 8.4 10)
30
31 (-2 8.9 0) //
32 (0 8.9 0)
33 (0 9.2 0)
34 (-2 9.2 0)
35 (-2 8.9 10) //
36 (0 8.9 10)
37 (0 9.2 10)
38 (-2 9.2 10)
39
40 //01 upper inlet 8-11
41 (-2 9.5 10)
42 (0 9.5 10)
43 (0 9.5 0)
44 (-2 9.5 0)
45
46 //02 03 mouthes 12-17
47 (5.5 8.9 0)
48 (5.5 9.5 0)
49 (5.5 9.5 10)
50 (5.5 8.9 10)
51 (5.5 9.2 10)
52 (5.5 9.2 0)
53
54 //04 outer mouth left 18-21
55 (0 16.5 10)
56 (5.5 16.5 10)
57 (5.5 16.5 0)
58 (0 16.5 0)
59
60 //05 inner pipe left 22-25
61 (0 5 10)
62 (5.5 5 10)
63 (5.5 5 0)
64 (0 5 0)
65
66 //06 inner pipe middle, top 26-29
67 (106 9.5 10)
68 (106 9.5 0)
69 (106 9.2 10)
70 (106 9.2 0)
71
72 //07 inner pipe middle, middle 30-31
73 (106 8.9 10)
74 (106 8.9 0)
75
76 //08 inner pipe middle, bottom 32-33
77 (106 5 10)
78 (106 5 0)
79
80 //09 wedge 34-37
81 (25.8 15.5 0)
82 (25.8 20.5 0) //16.5
83 (25.8 20.5 10) //16.5
84 (25.8 15.5 10)
85
86
87 //10 space left 38-43
88 (-25 16.5 0)
89 (0 40 0)
90 (-25 40 0)
91 (-25 16.5 10)
92 (0 40 10)
93 (-25 40 10)
94
95
96 //11 space middle 44-45
97 (5.5 40 10)
98 (5.5 40 0)
99
100 //12 space right 46-47
101 (25.8 40 0)
102 (25.8 40 10)
103
104 //13 outer pipe bottom right 48-51
105 (125 15.5 0)

```

```

106 (125 20.5 0) //16.5
107 (125 20.5 10) //16.5
108 (125 15.5 10)
109
110 //14 space right right 52-53
111 (122 40 0)
112 (122 40 10)
113
114
115 //15 outer space left 54-57
116 (-25 90 10)
117 (0 90 10)
118 (0 90 0)
119 (-25 90 0)
120
121 //16 outer space middle 58-59
122 (5.5 90 10)
123 (5.5 90 0)
124
125 //17outer space right 60-61
126 (25.8 90 10)
127 (25.8 90 0)
128
129 //18outer space right right 62-63
130 (110 90 10)
131 (110 90 0)
132 //////////////////////////////////////////////////
133
134 //19 edge outer space left 64-67
135 // (-25 152.14 10)
136 // (0 153.39 10)
137 // (0 153.39 0)
138 // (-25 152.14 0)
139
140 //(-25 177.041978 10) //150
141 //(0 179.9664613 10) //150
142 //(0 179.9664613 0) //150
143 //(-25 177.041978 0) //150
144
145
146 (-22 180 10) //150
147 (0 132 10) //150
148 (0 132 0) //150
149 (-22 180 0) //150
150
151
152 //20 edge outer space middle 68-69
153 // (5.5 153.665 10)
154 // (5.5 153.665 0)
155
156 //(5.5 179.9766771 10) //150
157 //(5.5 179.9766771 0) //150
158
159 (5.5 128 10) //150
160 (5.5 128 0) //150
161 //21 edge outer space right 70-71
162 // (25.8 154.995 10)
163 // (25.8 154.995 0)
164
165 //(25.8 178.5 10)
166 //(25.8 178.5 0)
167
168 (25.8 119 10)
169 (25.8 119 0)
170
171
172 //22 edge outer space right right 72-73
173 // (125 161.205 10)
174 // (125 161.205 0)
175 (105 180 10)
176 (105 180 0)
177
178 //23 edge outer space 3r 74-77
179 // (200 164.955 10)
180 // (200 164.955 0)
181 // (200 90 10)
182 // (200 90 0)
183 (200 180 10)
184 (200 180 0)
185 (200 90 10)
186 (200 90 0)
187 //24 edge space 3r 78-79
188 (200 40 10)
189 (200 40 0)
190
191 //25 edge space at pipe 3r 80-81
192 (200 20.5 10) //16.6
193 (200 20.5 0) //16.5
194
195 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
196 (200 15.5 10)
197 (200 15.5 0)

```

```

198
199 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
200 (200 0 10)
201 (200 0 0)
202 (125 0 10)
203 (125 0 0)
204
205 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
206 (200 -6 10)
207 (200 -6 0)
208 (125 -6 10)
209 (125 -6 0)
210
211 // 29 edge outer space top left 92-95
212 //(-67.8 150 10)
213 //(-67.8 150 0)
214 //(-64.8 90 10)
215 //(-64.18 90 0)
216
217 //(-60 164.26664790 10) //150
218 //(-60 164.26664790 0) //150
219 //(-60 90 10)
220 //(-60 90 0)
221
222 (-60 180 10) //150
223 (-60 180 0) //150
224 (-60 90 10)
225 (-60 90 0)
226
227
228 //30 edge outer space left 96-97
229 //(-62.3 40 10)
230 //(-62.3 40 0)
231 (-60 40 10)
232 (-60 40 0)
233
234
235 //31 edge outer space 2l 98-99
236 //(-61.125 16.5 10)
237 //(-61.125 16.5 0)
238 (-60 16.5 10)
239 (-60 16.5 0)
240 //32 edge space left under pipe 100-103
241 //(-60.3 0 10)
242 //(-60.3 0 0)
243 //(-25 0 10)
244 //(-25 0 0)
245 (-60 8.25 10)
246 (-60 8.25 0)
247 (-25 11.75 10)
248 (-25 11.75 0)
249 //33 edge space under pipe bottom 104-107
250 //(-60 -6 10)
251 //(-60 -6 0)
252 //(-25 -6 10)
253 //(-25 -6 0)
254 (-60 2.25 0)
255 (-60 2.25 10)
256 (-25 -2.25 0)
257 (-25 -2.25 10)
258 //new //33a edge space under pipe bootom a 108-111
259 (-60 -6 0)
260 (-60 -6 10)
261 (-25 -6 0)
262 (-25 -6 10)
263 //end new
264 //34 inner pipe left bottom 108-111
265 // 112-115
266 (0 0 0)
267 (0 0 10)
268 (5.5 0 0)
269 (5.5 0 10)
270
271 //35 inner pipe right bottom
272 //116-117
273 (106 0 0)
274 (106 0 10)
275
276 //36 outer space edge bottom left 118-121
277 (-60 -30 0)
278 (-60 -30 10)
279 (-25 -30 0)
280 (-25 -30 10)
281 // 37 outer space bottom middle 122-125
282 (125 -30 0)
283 (125 -30 10)
284 (125 -6 0)
285 (125 -6 10)
286
287 //38 126-127
288 (200 -30 0)
289 (200 -30 10)

```

```

290
291
292 );
293
294 blocks
295 (
296
297 //hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //00 lower inlet box 5
298 //hex (3 2 10 11 7 6 9 8) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //01 upper inlet box 0.2
299
300 hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
301 hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
302
303 hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //04 outer mouth left
304
305 hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //05 inner pipe left
306
307
308 hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
309 hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
middle
310 hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //08 inner pipe
middle, bottom
311
312 hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1 1) //09 wedge
313
314 hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1 1) //10 space left
315 hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //11 space middle
316 hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1) //12 space right
317
318 hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
319
320 hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1 1) //14 space right right
321
322
323 hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left
324 hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
325 hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
326 hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
327
328
329 hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //19 edge outer
space left
330 hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) egdeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //20 edge outer space
middle
331 hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) egdeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //21 edge outer space
right
332 hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) egdeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //22 edge outer
space right right
333
334 hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (40 75 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //23 edge outer
space 3r
335 hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (40 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
336 hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (40 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //25 edge space at pipe
3r
337 hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (40 70 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //26 edge space2 at
pipe 3r
338
339 hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (40 30 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //27 edge space
behind pipe 3r
340 hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (40 5 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
pipe bottom 3r
341
342
343 hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //29 edge outer space
left top
344 hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
345 hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
346 //hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.2 0.2 0.2 0.2 1 1 1 1) //32 edge space
left under pipe
347 //hex (105 107 103 101 104 106 102 100) (60 10 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //33 edge space under
pipe bottom
348 hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
pipe
349 hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) egdeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //33 edge space
under pipe bottom
350
351 //hex (109 111 24 25 108 110 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left
bottom
352 //hex (111 113 33 24 110 112 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
353
354 hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
355 hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
356
357 hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
bottom left
358
359 hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge
bottom middle
360

```

```

361     hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (40 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
362         edge bottom right
363
364
365
366 );
367
368 edges
369 (
370     //arc 92 64 (-42.5 120 10)
371     //arc 93 67 (-42.5 120 0)
372     //
373     //
374     //
375     arc 64 65 (-12.5 147 10)
376     arc 67 66 (-12.5 147 0)
377     //
378     // arc 65 68 (3 180 10)
379     // arc 66 69 (3 180 0)
380     //
381     arc 68 70 (10.5 125 10)
382     arc 69 71 (10.5 125 0)
383     //
384     arc 70 72 (60 120 10)
385     arc 71 73 (60 120 0)
386
387 /* spline 92 64
388 (
389     (-50 145 10)
390     (-50 144 10)
391     (-50 145 10)
392 )
393 spline 93 67
394 (
395     (-50 145 0)
396     (-50 144 0)
397     (-50 145 0)
398 )*/
399
400 );
401
402 patches
403 (
404     patch inlet
405     (
406         //00
407         //(0 4 7 3) //left
408         //01
409         //(3 7 8 11) //left
410
411         //02
412         (5 6 2 1) // left
413         //03
414         (6 9 10 2) // left
415     )
416
417     patch outlet
418     (
419         //09 wedge
420         //(37 34 35 36) //right
421         // 10 space left
422         //(41 43 40 38) //left
423         //(43 42 39 40) //top
424         // 11 space middle
425         //(42 44 45 39) //top
426         //(18 42 39 21) //left tmp
427         // 12 space right
428         //(44 47 46 45) //top
429         //(36 35 46 47) //right tmp
430
431         //13 outer pipe bottom right
432         //(48 49 50 51) //right
433         //(36 50 49 35) //top
434
435         //14 space right right
436         //(49 52 53 50) //right
437         //(47 53 52 46) //top
438
439         //15 outer space left
440         //(43 54 57 40) //left
441         //(54 55 56 57) //top
442
443         //16 outer space middle
444         //(55 58 59 56) //top
445
446
447
448
449
450
451

```

```

452 //17 outer space right
453 //(58 60 61 59) //top
454
455 //18 outer space right right
456 //(60 62 63 61) //top
457 //(52 63 62 53) //right
458 ////////////////////////////////////////////////////
459
460 // 19 edge outer space left
461 //(64 65 66 67) //top
462 //(54 64 67 57) //left
463 //(55 56 66 65 ) //right
464
465 // 20 edge outer space middle
466 //(65 68 69 66) //top
467 //(58 59 69 68) //right
468
469 // 21 edge outer space right
470 //(68 70 71 69) //top
471 //(60 61 71 70) //right
472
473 // 22 edge outer space right right
474 //(70 72 73 71) //top
475 //(62 63 73 72) //right
476
477 // 23 edge outer space 3r
478 (72 74 75 73) //top
479 (76 77 75 74) //right
480 //(62 63 77 76) //bottom
481
482 // 24 edge space 3r
483 (78 79 77 76) //right
484 //(53 52 79 78) //bottom
485
486 // 25 edge space at pipe 3r
487 (80 81 79 78) //right
488 //(50 49 81 80) //bottom
489
490 // 26 edge space2 at pipe 3r
491 (82 83 81 80) //right
492 //(51 48 83 82) //bottom
493
494 // 27 edge space behind pipe 3r
495 (84 85 83 82) //right
496 //(86 87 85 84) //bottom
497
498 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
499 (88 89 85 84) //right
500 //(90 91 89 88) //bottom
501
502 // 29 edge outer space left top
503 //(92 64 67 93) //top
504 //(94 92 93 95) //left
505 //(94 95 57 54) //bottom
506
507 // 30 edge outer space left
508 (96 94 95 97) //left
509 //(96 97 40 43) //bottom
510
511 // 31 edge outer space 2l
512 (98 96 97 99) //left
513 //(98 99 38 41) //bottom
514
515 // 32 edge space left under pipe
516 (100 98 99 101) //left
517 //(100 101 103 102) //bottom
518
519 // 33 edge space left under pipe bottom
520 (109 105 104 108) //left
521 //(109 108 110 111) //new bottom
522
523
524 // 36 outer space egde bottom left
525 (119 109 108 118) //left
526 (119 118 120 121) //bottom
527
528
529 //37
530 (121 120 122 123) //bottom
531 //(123 122 91 90) //tmp right
532
533 //38
534 (123 122 126 127) //bottom
535 (127 126 89 88) //right
536
537 )
538
539 wall walls
540 (
541 //inlets
542 //(0 1 5 4) //00 lower inlet
543 //(11 8 9 10) //01 upper inlet

```

```

544 // outer mouth left wall
545 (10 9 18 21)
546
547 // inner pipe left
548
549 //(22 25 24 23) // bottom
550 (1 25 22 5) //left
551
552 // inner pipe middle, bottom
553 (33 31 30 32) // right wall
554 //(23 24 33 32) // bottom wall
555
556 // inner pipe middle, middle
557 (31 29 28 30) //right
558
559 // inner pipe middle, top
560 (14 26 27 13) //top
561 (29 27 26 28) //right
562
563 // 09 wedge
564 (14 13 34 37)
565
566 // 10 space left
567 (41 38 21 18) //bottom
568
569 // 13 outer pipe bottom right
570 (37 34 48 51)
571
572 // 19 edge outer space left
573 (64 65 66 67) //top
574
575 // 20 edge outer space middle
576 (65 68 69 66) //top
577
578 // 21 edge outer space right
579 (68 70 71 69) //top
580
581 // 22 edge outer space right right
582 (70 72 73 71) //top
583
584 // 27 edge space behind pipe 3r
585 (86 51 48 87) //left
586
587 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
588 (90 86 87 91) //left
589
590 // 29 edge outer space left top
591 (92 64 67 93) //top
592 (94 92 93 95) //left
593 //(94 95 57 54) //bottom
594
595
596
597 // 32 edge space left under pipe
598 (102 103 38 41) //right
599 (100 101 103 102) //new bottom
600
601 // 33 edge space left under pipe bottom
602 (111 110 106 107) //right
603 (105 107 106 104) //new top
604
605 // 34 inner pipe left bottom
606 (113 22 25 112) //left
607 (113 112 114 115) //bottom
608
609
610 //35 inner pipe right bottom
611 (115 114 116 117) //bottom
612 (117 116 33 32) //right
613
614 //37
615 (111 90 91 110) //top
616
617
618
619 )
620 empty frontAndBack
621 (
622 //front //inlets
623 //(4 7 6 5)
624 //(7 8 9 6)
625 //back //inlets
626 //(0 1 2 3)
627 //(3 2 10 11)
628
629 //front //lower mouth tmp
630 (5 6 16 15)
631 //back // lower mouth tmp
632 (1 12 17 2)
633 //front //upper mouth tmp
634 (6 9 14 16)
635 //back //upper mouth tmp

```



```

636 (2 17 13 10)
637
638 //front //outer mouth left
639 (9 18 19 14)
640 //back //outer mouth left
641 (10 13 20 21)
642
643 //front //inner pipe left
644 (22 5 15 23)
645 // back //inner pipe left
646 (25 24 12 1)
647
648 //front //wedge
649 (14 19 36 37)
650 //back //wedge
651 (13 34 35 20)
652
653 //front //inner pipe middle, bottom
654 (23 15 30 32)
655 //back //inner pipe middle, bottom
656 (24 33 31 12)
657
658 //front //inner pipe middle, middle
659 (15 16 28 30)
660 //back //inner pipe middle, middle
661 (12 31 29 17)
662
663 //front //inner pipe middle, top
664 (16 14 26 28)
665 //back //inner pipe middle, top
666 (17 29 27 13)
667
668 //font //space middle
669 (18 42 44 19)
670 //back //space middle
671 (21 20 45 39)
672
673 //front //space left
674 (41 43 42 18)
675 //back //space left
676 (38 40 39 21)
677
678 //front //space right
679 (19 44 47 36)
680 //back //space right
681 (20 35 46 45)
682
683
684 //front //outer pipe bottom right
685 (37 36 50 51)
686 //back //outer pipe bottom right
687 (34 48 49 35)
688
689 //front //space right right
690 (36 47 53 50)
691 //back //space right right
692 (35 49 52 46)
693
694
695
696 //front // outer space left
697 (43 54 55 42)
698 //back //outer space left
699 (40 39 56 57)
700
701 //front // outer space middle
702 (42 55 58 44)
703 //back //outer space middle
704 (39 45 59 56)
705
706 //front // outer space right
707 (44 58 60 47)
708 //back //outer space right
709 (45 46 61 59)
710
711 //front // outer space right right
712 (47 60 62 53)
713 //back //outer space right right
714 (46 52 63 61)
715
716 ////////////////////////////////////////////////////////////////////
717 // front // 19 edge outer space left
718 (54 64 65 55)
719 // back // 19 edge outer space left
720 (57 56 66 67)
721
722 // front // 20 edge outer space middle
723 (55 65 68 58)
724 // back // 20 edge outer space middle
725 (56 59 69 66)
726
727 // front // 21 edge outer space right

```

```

728      (58 68 70 60)
729      // back // 21 edge outer space right
730      (59 61 71 69)
731
732      // front // 22 edge outer space right right
733      (60 70 72 62)
734      // back // 22 edge outer space right right
735      (61 63 73 71)
736
737      // front // 23 edge outer space 3r
738      (62 72 74 76)
739      // back // 23 edge outer space 3r
740      (63 77 75 73)
741
742      // front // 24 edge space 3r
743      (53 62 76 78)
744      // back // 24 edge space 3r
745      (52 79 77 63)
746
747      // front // 25 edge space at pipe 3r
748      (50 53 78 80)
749      // back // 25 edge space at pipe 3r
750      (49 81 79 52)
751
752      // front // 26 edge space2 at pipe 3r
753      (51 50 80 82)
754      // back // 26 edge space2 at pipe 3r
755      (48 83 81 49)
756
757      // front // 27 edge space behind pipe 3r
758      (86 51 82 84)
759      // back // 27 edge space behind pipe 3r
760      (87 85 83 48)
761
762      // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
763      (90 86 84 88)
764      // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
765      (91 89 85 87)
766
767
768      // front // 29 edge outer space left top
769      (94 92 64 54)
770      // back // 29 edge outer space left top
771      (95 57 67 93)
772
773      // front // 30 edge outer space left
774      (96 94 54 43)
775      // back // 30 edge outer space left
776      (97 40 57 95)
777
778      // front // 31 edge outer space 2l
779      (98 96 43 41)
780      // back // 31 edge outer space 2l
781      (99 38 40 97)
782
783      // front // 32 edge space left under pipe
784      (100 102 41 98)
785      // back // 32 edge space left under pipe
786      (101 99 38 103)
787
788      // front // 33 edge space under pipe bottom
789      (109 111 107 105)
790      // back // 33 edge space under pipe bottom
791      (108 104 106 110)
792
793      // front // 34 inner pipe left bottom
794      (113 115 23 22)
795      // back // 34 inner pipe left bottom
796      (112 25 24 114)
797
798      // front // 35 inner pipe right bottom
799      (115 117 32 23)
800      // back // 35 inner pipe right bottom
801      (114 24 33 116)
802
803      // front // 36 outer space edge bottom left
804      (119 121 111 109)
805      // back // 36 outer space edge bottom left
806      (118 108 110 120)
807
808      // 37
809      //front
810      (121 123 90 111)
811      //back
812      (120 110 91 122)
813
814      //38
815      //front
816      (123 127 88 90)
817      //back
818      (122 91 89 126)
819      )

```

```

820 );
821 );
822
823 mergePatchPairs
824 (
825 );
826
827 // ***** //

```

### Quellcode A.5: blockMeshDict Szenario: *concave*

```

1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  |  \ \ /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  |  \ \ /  O peration   | Version: 1.7.x
5  |  \ \ /  A n d        | Web: www.OpenFOAM.com
6  |  \ \ /  M anipulation |
7  |-----*\
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       blockMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21     //00 lower inlet 0-7
22     // (-6 7.3 0) //
23     // (0 8.9 0)
24     // (0 9.2 0)
25     // (-6 8.4 0)
26     // (-6 7.3 10) //
27     // (0 8.9 10)
28     // (0 9.2 10)
29     // (-6 8.4 10)
30
31     (-2 8.9 0) //
32     (0 8.9 0)
33     (0 9.2 0)
34     (-2 9.2 0)
35     (-2 8.9 10) //
36     (0 8.9 10)
37     (0 9.2 10)
38     (-2 9.2 10)
39
40     //01 upper inlet 8-11
41     (-2 9.5 10)
42     (0 9.5 10)
43     (0 9.5 0)
44     (-2 9.5 0)
45
46     //02 03 mouthes 12-17
47     (5.5 8.9 0)
48     (5.5 9.5 0)
49     (5.5 9.5 10)
50     (5.5 8.9 10)
51     (5.5 9.2 10)
52     (5.5 9.2 0)
53
54     //04 outer mouth left 18-21
55     (0 16.5 10)
56     (5.5 16.5 10)
57     (5.5 16.5 0)
58     (0 16.5 0)
59
60     //05 inner pipe left 22-25
61     (0 5 10)
62     (5.5 5 10)
63     (5.5 5 0)
64     (0 5 0)
65
66     //06 inner pipe middle, top 26-29
67     (106 9.5 10)
68     (106 9.5 0)
69     (106 9.2 10)
70     (106 9.2 0)
71
72     //07 inner pipe middle, middle 30-31
73     (106 8.9 10)
74     (106 8.9 0)
75
76     //08 inner pipe middle, bottom 32-33
77     (106 5 10)
78     (106 5 0)
79
80     //09 wedge 34-37

```

```

81 (25.8 15.5 0)
82 (25.8 20.5 0) //16.5
83 (25.8 20.5 10) //16.5
84 (25.8 15.5 10)
85
86
87 //10 space left 38-43
88 (-25 16.5 0)
89 (0 40 0)
90 (-25 40 0)
91 (-25 16.5 10)
92 (0 40 10)
93 (-25 40 10)
94
95
96 //11 space middle 44-45
97 (5.5 40 10)
98 (5.5 40 0)
99
100 //12 space right 46-47
101 (25.8 40 0)
102 (25.8 40 10)
103
104 //13 outer pipe bottom right 48-51
105 (125 15.5 0)
106 (125 20.5 0) //16.5
107 (125 20.5 10) //16.5
108 (125 15.5 10)
109
110 //14 space right right 52-53
111 (122 40 0)
112 (122 40 10)
113
114
115 //15 outer space left 54-57
116 (-25 90 10)
117 (0 90 10)
118 (0 90 0)
119 (-25 90 0)
120
121 //16 outer space middle 58-59
122 (5.5 90 10)
123 (5.5 90 0)
124
125 //17outer space right 60-61
126 (25.8 90 10)
127 (25.8 90 0)
128
129 //18outer space right right 62-63
130 (110 90 10)
131 (110 90 0)
132 ////////////////////////////////////////////////////
133
134 //19 edge outer space left 64-67
135 // (-25 152.14 10)
136 // (0 153.39 10)
137 // (0 153.39 0)
138 // (-25 152.14 0)
139 // (-25 177.041978 10) //150
140 // (0 179.9664613 10) //150
141 // (0 179.9664613 0) //150
142 // (-25 177.041978 0) //150
143
144 //20 edge outer space middle 68-69
145 // (5.5 153.665 10)
146 // (5.5 153.665 0)
147 // (5.5 179.9766771 10) //150
148 // (5.5 179.9766771 0) //150
149
150 //21 edge outer space right 70-71
151 // (25.8 154.995 10)
152 // (25.8 154.995 0)
153 // (25.8 178.5 10)
154 // (25.8 178.5 0)
155
156 //22 edge outer space right right 72-73
157 // (125 161.205 10)
158 // (125 161.205 0)
159 // (105 140 10)
160 // (105 140 0)
161
162 //23 edge outer space 3r 74-77
163 // (200 164.955 10)
164 // (200 164.955 0)
165 // (200 90 10)
166 // (200 90 0)
167 // (200 140 10)
168 // (200 140 0)
169 // (200 90 10)
170 // (200 90 0)
171 //24 edge space 3r 78-79
172 // (200 40 10)

```

```

173      (200 40 0)
174
175 //25 edge space at pipe 3r 80-81
176      (200 20.5 10) //16.6
177      (200 20.5 0) //16.5
178
179 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
180      (200 15.5 10)
181      (200 15.5 0)
182
183 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
184      (200 0 10)
185      (200 0 0)
186      (125 0 10)
187      (125 0 0)
188
189 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
190      (200 -6 10)
191      (200 -6 0)
192      (125 -6 10)
193      (125 -6 0)
194
195 // 29 edge outer space top left 92-95
196      //(-67.8 150 10)
197      //(-67.8 150 0)
198      //(-64.8 90 10)
199      //(-64.8 90 0)
200
201      (-60 164.26664790 10) //150
202      (-60 164.26664790 0) //150
203      (-60 90 10)
204      (-60 90 0)
205
206 //30 edge outer space left 96-97
207      //(-62.3 40 10)
208      //(-62.3 40 0)
209      (-60 40 10)
210      (-60 40 0)
211
212
213 //31 edge outer space 2l 98-99
214      //(-61.125 16.5 10)
215      //(-61.125 16.5 0)
216      (-60 16.5 10)
217      (-60 16.5 0)
218 //32 edge space left under pipe 100-103
219      //(-60.3 0 10)
220      //(-60.3 0 0)
221      //(-25 0 10)
222      //(-25 0 0)
223      (-60 8.25 10)
224      (-60 8.25 0)
225      (-25 11.75 10)
226      (-25 11.75 0)
227 //33 edge space under pipe bottom 104-107
228      //(-60 -6 10)
229      //(-60 -6 0)
230      //(-25 -6 10)
231      //(-25 -6 0)
232      (-60 2.25 0)
233      (-60 2.25 10)
234      (-25 -2.25 0)
235      (-25 -2.25 10)
236 //new //33a edge space under pipe bottom a 108-111
237      (-60 -6 0)
238      (-60 -6 10)
239      (-25 -6 0)
240      (-25 -6 10)
241 //end new
242 //34 inner pipe left bottom 108-111
243      // 112-115
244      (0 0 0)
245      (0 0 10)
246      (5.5 0 0)
247      (5.5 0 10)
248
249 //35 inner pipe right bottom
250      //116-117
251      (106 0 0)
252      (106 0 10)
253
254 //36 outer space edge bottom left 118-121
255      (-60 -30 0)
256      (-60 -30 10)
257      (-25 -30 0)
258      (-25 -30 10)
259 // 37 outer space bottom middle 122-125
260      (125 -30 0)
261      (125 -30 10)
262      (125 -6 0)
263      (125 -6 10)
264

```

```

265 //38 126-127
266 (200 -30 0)
267 (200 -30 10)
268
269
270 );
271
272 blocks
273 (
274
275 //hex (0 1 2 3 4 5 6 7) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //00 lower inlet box 5
276 //hex (3 2 10 11 7 6 9 8) (17 10 1) simpleGrading (0.8 1 1) //01 upper inlet box 0.2
277
278 hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
279 hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
280
281 hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //04 outer mouth left
282
283 hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //05 inner pipe left
284
285
286 hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
287 hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
middle
288 hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //08 inner pipe
middle, bottom
289
290 hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //09 wedge
291
292 hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1) //10 space left
293 hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //11 space middle
294 hex (20 35 46 45 19 36 47 44) (130 50 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //12 space right
295
296 hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
297
298 hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //14 space right right
299
300
301 hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left
302 hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
303 hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) edgeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
304 hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) edgeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
305
306
307 hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) edgeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //19 edge outer
space left
308 hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //20 edge outer space
middle
309 hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) edgeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //21 edge outer space
right
310 hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) edgeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //22 edge outer
space right right
311
312 hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (40 75 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //23 edge outer
space 3r
313 hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (40 50 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
314 hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (40 50 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1) //25 edge space at pipe
3r
315 hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (40 70 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1) //26 edge space2 at
pipe 3r
316
317 hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (40 30 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //27 edge space
behind pipe 3r
318 hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (40 5 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
pipe bottom 3r
319
320
321 hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) edgeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1) //29 edge outer space
left top
322 hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) edgeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
323 hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) edgeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
324 //hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) edgeGrading (5 5 5 5 0.2 0.2 0.2 0.2 1 1 1) //32 edge space
left under pipe
325 //hex (105 107 103 101 104 106 102 100) (60 10 1) edgeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1) //33 edge space under
pipe bottom
326 hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) edgeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
pipe
327 hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) edgeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //33 edge space
under pipe bottom
328
329 //hex (109 111 24 25 108 110 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //34 inner pipe left
bottom
330 //hex (111 113 33 24 110 112 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
331
332 hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
333 hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
334
335 hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
bottom left
336

```

```

337     hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge
        bottom middle
338
339     hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (40 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
        edge bottom right
340
341
342
343
344 );
345
346 edges
347 (
348     arc 92 64 (-42.5 172 10)
349     arc 93 67 (-42.5 172 0)
350
351
352
353     arc 64 65 (-12.5 179.3 10)
354     arc 67 66 (-12.5 179.3 0)
355
356     arc 65 68 (3 180 10)
357     arc 66 69 (3 180 0)
358
359     arc 68 70 (10.5 179.8 10)
360     arc 69 71 (10.5 179.8 0)
361
362     arc 70 72 (60 170 10)
363     arc 71 73 (60 170 0)
364
365 /* spline 92 64
366 (
367     (-50 145 10)
368     (-50 144 10)
369     (-50 145 10)
370 )
371 spline 93 67
372 (
373     (-50 145 0)
374     (-50 144 0)
375     (-50 145 0)
376 )*/
377 );
378 );
379
380 patches
381 (
382     patch inlet
383     (
384         //00
385         //(0 4 7 3) //left
386         //01
387         //(3 7 8 11) //left
388
389         //02
390         (5 6 2 1) // left
391         //03
392         (6 9 10 2) // left
393
394     )
395
396     patch outlet
397     (
398         //09 wedge
399         //(37 34 35 36) //right
400
401         // 10 space left
402         //(41 43 40 38) //left
403         //(43 42 39 40) //top
404
405         // 11 space middle
406         //(42 44 45 39) //top
407         //(18 42 39 21) //left tmp
408
409         //12 space right
410         //(44 47 46 45) //top
411         //(36 35 46 47) //right tmp
412
413
414         //13 outer pipe bottom right
415         //(48 49 50 51) //right
416         //(36 50 49 35) //top
417
418         //14 space right right
419         //(49 52 53 50) //right
420         //(47 53 52 46) //top
421
422
423         //15 outer space left
424         //(43 54 57 40) //left
425         //(54 55 56 57) //top
426

```

```

427 //16 outer space middle
428 //(55 58 59 56) //top
429
430 //17 outer space right
431 //(58 60 61 59) //top
432
433 //18 outer space right right
434 //(60 62 63 61) //top
435 //(52 63 62 53) //right
436 ///////////////////////////////////////////////////
437
438 // 19 edge outer space left
439 //(64 65 66 67) //top
440 //(54 64 67 57) //left
441 //(55 56 66 65 ) //right
442
443 // 20 edge outer space middle
444 //(65 68 69 66) //top
445 //(58 59 69 68) //right
446
447 // 21 edge outer space right
448 //(68 70 71 69) //top
449 //(60 61 71 70) //right
450
451 // 22 edge outer space right right
452 //(70 72 73 71) //top
453 //(62 63 73 72) //right
454
455 // 23 edge outer space 3r
456 (72 74 75 73) //top
457 (76 77 75 74) //right
458 //(62 63 77 76) //bottom
459
460 // // 24 edge space 3r
461 (78 79 77 76) //right
462 //(53 52 79 78) //bottom
463
464 // 25 edge space at pipe 3r
465 (80 81 79 78) //right
466 //(50 49 81 80) //bottom
467
468 // 26 edge space2 at pipe 3r
469 (82 83 81 80) //right
470 //(51 48 83 82) //bottom
471
472 // 27 edge space behind pipe 3r
473 (84 85 83 82) //right
474 //(86 87 85 84) //bottom
475
476 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
477 (88 89 85 84) //right
478 //(90 91 89 88) //bottom
479
480 // 29 edge outer space left top
481 //(92 64 67 93) //top
482 //(94 92 93 95) //left
483 //(94 95 57 54) //bottom
484
485 // 30 edge outer space left
486 (96 94 95 97) //left
487 //(96 97 40 43) //bottom
488
489 // 31 edge outer space 2l
490 (98 96 97 99) //left
491 //(98 99 38 41) //bottom
492
493 // 32 edge space left under pipe
494 (100 98 99 101) //left
495 //(100 101 103 102) //bottom
496
497 // 33 edge space left under pipe bottom
498 (109 105 104 108) //left
499 //(109 108 110 111) //new bottom
500
501
502 // 36 outer space egde bottom left
503 (119 109 108 118) //left
504 (119 118 120 121) //bottom
505
506
507 //37
508 (121 120 122 123) //bottom
509 //(123 122 91 90) //tmp right
510
511 //38
512 (123 122 126 127) //bottom
513 (127 126 89 88) //right
514
515 )
516
517 wall walls
518 (

```



```

519 //inlets
520 //(0 1 5 4) //00 lower inlet
521 //(11 8 9 10) //01 upper inlet
522 // outer mouth left wall
523 (10 9 18 21)
524
525 // inner pipe left
526
527 //(22 25 24 23) // bottom
528 (1 25 22 5) //left
529
530 // inner pipe middle, bottom
531 (33 31 30 32) // right wall
532 //(23 24 33 32) // bottom wall
533
534 // inner pipe middle, middle
535 (31 29 28 30) //right
536
537 // inner pipe middle, top
538 (14 26 27 13) //top
539 (29 27 26 28) //right
540
541 // 09 wedge
542 (14 13 34 37)
543
544 // 10 space left
545 (41 38 21 18) //bottom
546
547 // 13 outer pipe bottom right
548 (37 34 48 51)
549
550 // 19 edge outer space left
551 (64 65 66 67) //top
552
553 // 20 edge outer space middle
554 (65 68 69 66) //top
555
556 // 21 edge outer space right
557 (68 70 71 69) //top
558
559 // 22 edge outer space right right
560 (70 72 73 71) //top
561
562 // 27 edge space behind pipe 3r
563 (86 51 48 87) //left
564
565 // 28 edge space behind pipe bottom 3r
566 (90 86 87 91) //left
567
568 // 29 edge outer space left top
569 (92 64 67 93) //top
570 (94 92 93 95) //left
571 //(94 95 57 54) //bottom
572
573
574
575 // 32 edge space left under pipe
576 (102 103 38 41) //right
577 (100 101 103 102) //new bottom
578
579 // 33 edge space left under pipe bottom
580 (111 110 106 107) //right
581 (105 107 106 104) //new top
582
583 // 34 inner pipe left bottom
584 (113 22 25 112) //left
585 (113 112 114 115) //bottom
586
587
588 //35 inner pipe right bottom
589 (115 114 116 117) //bottom
590 (117 116 33 32) //right
591
592 //37
593 (111 90 91 110) //top
594
595
596
597 )
598 empty frontAndBack
599 (
600 //front //inlets
601 //(4 7 6 5)
602 //(7 8 9 6)
603 //back //inlets
604 //(0 1 2 3)
605 //(3 2 10 11)
606
607 //front //lower mouth tmp
608 (5 6 16 15)
609 //back // lower mouth tmp
610 (1 12 17 2)

```

```

611 //front //upper mouth tmp
612 (6 9 14 16)
613 //back //upper mouth tmp
614 (2 17 13 10)
615
616 //front //outer mouth left
617 (9 18 19 14)
618 //back //outer mouth left
619 (10 13 20 21)
620
621 //front //inner pipe left
622 (22 5 15 23)
623 // back //inner pipe left
624 (25 24 12 1)
625
626 //front //wedge
627 (14 19 36 37)
628 //back //wedge
629 (13 34 35 20)
630
631 //front //inner pipe middle, bottom
632 (23 15 30 32)
633 //back //inner pipe middle, bottom
634 (24 33 31 12)
635
636 //front //inner pipe middle, middle
637 (15 16 28 30)
638 //back //inner pipe middle, middle
639 (12 31 29 17)
640
641 //front //inner pipe middle, top
642 (16 14 26 28)
643 //back //inner pipe middle, top
644 (17 29 27 13)
645
646 //font //space middle
647 (18 42 44 19)
648 //back //space middle
649 (21 20 45 39)
650
651 //front //space left
652 (41 43 42 18)
653 //back //space left
654 (38 40 39 21)
655
656 //front //space right
657 (19 44 47 36)
658 //back //space right
659 (20 35 46 45)
660
661
662 //front //outer pipe bottom right
663 (37 36 50 51)
664 //back //outer pipe bottom right
665 (34 48 49 35)
666
667 //front //space right right
668 (36 47 53 50)
669 //back //space right right
670 (35 49 52 46)
671
672
673
674 //front // outer space left
675 (43 54 55 42)
676 //back //outer space left
677 (40 39 56 57)
678
679 //front // outer space middle
680 (42 55 58 44)
681 //back //outer space middle
682 (39 45 59 56)
683
684 //front // outer space right
685 (44 58 60 47)
686 //back //outer space right
687 (45 46 61 59)
688
689 //front // outer space right right
690 (47 60 62 53)
691 //back //outer space right right
692 (46 52 63 61)
693
694 ////////////////////////////////////////////////////////////////////
695 // front // 19 edge outer space left
696 (54 64 65 55)
697 // back // 19 edge outer space left
698 (57 56 66 67)
699
700 // front // 20 edge outer space middle
701 (55 65 68 58)
702 // back // 20 edge outer space middle

```

```

703      (56 59 69 66)
704
705      // front // 21 edge outer space right
706      (58 68 70 60)
707      // back // 21 edge outer space right
708      (59 61 71 69)
709
710      // front // 22 edge outer space right right
711      (60 70 72 62)
712      // back // 22 edge outer space right right
713      (61 63 73 71)
714
715      // front // 23 edge outer space 3r
716      (62 72 74 76)
717      // back // 23 edge outer space 3r
718      (63 77 75 73)
719
720      // front // 24 edge space 3r
721      (53 62 76 78)
722      // back // 24 edge space 3r
723      (52 79 77 63)
724
725      // front // 25 edge space at pipe 3r
726      (50 53 78 80)
727      // back // 25 edge space at pipe 3r
728      (49 81 79 52)
729
730      // front // 26 edge space2 at pipe 3r
731      (51 50 80 82)
732      // back // 26 edge space2 at pipe 3r
733      (48 83 81 49)
734
735      // front // 27 edge space behind pipe 3r
736      (86 51 82 84)
737      // back // 27 edge space behind pipe 3r
738      (87 85 83 48)
739
740      // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
741      (90 86 84 88)
742      // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
743      (91 89 85 87)
744
745
746      // front // 29 edge outer space left top
747      (94 92 64 54)
748      // back // 29 edge outer space left top
749      (95 57 67 93)
750
751      // front // 30 edge outer space left
752      (96 94 54 43)
753      // back // 30 edge outer space left
754      (97 40 57 95)
755
756      // front // 31 edge outer space 2l
757      (98 96 43 41)
758      // back // 31 edge outer space 2l
759      (99 38 40 97)
760
761      // front // 32 edge space left under pipe
762      (100 102 41 98)
763      // back // 32 edge space left under pipe
764      (101 99 38 103)
765
766      // front // 33 edge space under pipe bottom
767      (109 111 107 105)
768      // back // 33 edge space under pipe bottom
769      (108 104 106 110)
770
771      // front // 34 inner pipe left bottom
772      (113 115 23 22)
773      // back // 34 inner pipe left bottom
774      (112 25 24 114)
775
776      // front // 35 inner pipe right bottom
777      (115 117 32 23)
778      // back // 35 inner pipe right bottom
779      (114 24 33 116)
780
781      // front // 36 outer space edge bottom left
782      (119 121 111 109)
783      // back // 36 outer space edge bootom left
784      (118 108 110 120)
785
786      // 37
787      //front
788      (121 123 90 111)
789      //back
790      (120 110 91 122)
791
792      //38
793      //front
794      (123 127 88 90)

```

```

795 //back
796 (122 91 89 126)
797 )
798 );
799 );
800
801 mergePatchPairs
802 (
803 );
804
805 // ***** //

```

### Quellcode A.6: blockMeshDict Szenario: *diffuse*

```

1  /*----- C++ -----*/
2  |-----|
3  | \ \ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \ \ / O p e r a t i o n | Version: 1.7.x |
5  | \ \ / A n d | Web: www.OpenFOAM.com |
6  | \ \ / M a n i p u l a t i o n | |
7  |-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     object       blockMeshDict;
14 }
15 // ***** //
16
17 convertToMeters 0.001;
18
19 vertices
20 (
21
22     (-2 8.9 0) //
23     (0 8.9 0)
24     (0 9.2 0)
25     (-2 9.2 0)
26     (-2 8.9 10) //
27     (0 8.9 10)
28     (0 9.2 10)
29     (-2 9.2 10)
30
31     //01 upper inlet 8-11
32     (-2 9.5 10)
33     (0 9.5 10)
34     (0 9.5 0)
35     (-2 9.5 0)
36
37     //02 03 mouthes 12-17
38     (5.5 8.9 0)
39     (5.5 9.5 0)
40     (5.5 9.5 10)
41     (5.5 8.9 10)
42     (5.5 9.2 10)
43     (5.5 9.2 0)
44
45     //04 outer mouth left 18-21
46     (0 16.5 10)
47     (5.5 16.5 10)
48     (5.5 16.5 0)
49     (0 16.5 0)
50
51     //05 inner pipe left 22-25
52     (0 5 10)
53     (5.5 5 10)
54     (5.5 5 0)
55     (0 5 0)
56
57     //06 inner pipe middle, top 26-29
58     (106 9.5 10)
59     (106 9.5 0)
60     (106 9.2 10)
61     (106 9.2 0)
62
63     //07 inner pipe middle, middle 30-31
64     (106 8.9 10)
65     (106 8.9 0)
66
67     //08 inner pipe middle, bottom 32-33
68     (106 5 10)
69     (106 5 0)
70
71     //09 wedge 34-37
72     (25.8 15.5 0)
73     (25.8 20.5 0) //16.5
74     (25.8 20.5 10) //16.5
75     (25.8 15.5 10)
76
77

```

```

78 //10 space left 38-43
79 (-25 16.5 0)
80 (0 40 0)
81 (-25 40 0)
82 (-25 16.5 10)
83 (0 40 10)
84 (-25 40 10)
85
86
87 //11 space middle 44-45
88 (5.5 40 10)
89 (5.5 40 0)
90
91 //12 space right 46-47
92 (25.8 40 0)
93 (25.8 40 10)
94
95 //13 outer pipe bottom right 48-51
96 (125 15.5 0)
97 (125 20.5 0) //16.5
98 (125 20.5 10) //16.5
99 (125 15.5 10)
100
101 //14 space right right 52-53
102 (122 40 0)
103 (122 40 10)
104
105 //15 outer space left 54-57
106 (-25 90 10)
107 (0 90 10)
108 (0 90 0)
109 (-25 90 0)
110
111 //16 outer space middle 58-59
112 (5.5 90 10)
113 (5.5 90 0)
114
115 //17outer space right 60-61
116 (25.8 90 10)
117 (25.8 90 0)
118
119 //18outer space right right 62-63
120 (110 90 10)
121 (110 90 0)
122
123
124 (-25 150 10) //150
125 (0 125 10) //150
126 (0 125 0) //150
127 (-25 150 0) //150
128
129 (5.5 119.5 10) //150
130 (5.5 119.5 0) //150
131
132 (25.8 131.5 10)
133 (25.8 131.5 0)
134
135
136 //22 edge outer space right right 72-73
137
138 (105 180 10)
139 (105 180 0)
140
141 //23 edge outer space 3r 74-77
142
143 (200 180 10)
144 (200 180 0)
145 (200 90 10)
146 (200 90 0)
147 //24 edge space 3r 78-79
148 (200 40 10)
149 (200 40 0)
150
151 //25 edge space at pipe 3r 80-81
152 (200 20.5 10) //16.6
153 (200 20.5 0) //16.5
154
155 //26 edge space2 at pipe 3r 82-83
156 (200 15.5 10)
157 (200 15.5 0)
158
159 //27 edge space behind pipe 3r 84-87
160 (200 0 10)
161 (200 0 0)
162 (125 0 10)
163 (125 0 0)
164
165 //28 edge space behind pipe bottom 3r 88-91
166 (200 -6 10)
167 (200 -6 0)
168 (125 -6 10)
169 (125 -6 0)

```

```

170
171      (-60 185 10) //150
172      (-60 185 0) //150
173      (-60 90 10)
174      (-60 90 0)
175
176
177      //30 edge outer space left 96-97
178
179      (-60 40 10)
180      (-60 40 0)
181
182
183      //31 edge outer space 21 98-99
184
185      (-60 16.5 10)
186      (-60 16.5 0)
187      //32 edge space left under pipe 100-103
188
189      (-60 8.25 10)
190      (-60 8.25 0)
191      (-25 11.75 10)
192      (-25 11.75 0)
193      //33 edge space under pipe bottom 104-107
194
195      (-60 2.25 0)
196      (-60 2.25 10)
197      (-25 -2.25 0)
198      (-25 -2.25 10)
199 //new //33a edge space under pipe bottom a 108-111
200      (-60 -6 0)
201      (-60 -6 10)
202      (-25 -6 0)
203      (-25 -6 10)
204 //end new
205      //34 inner pipe left bottom 108-111
206      // 112-115
207      (0 0 0)
208      (0 0 10)
209      (5.5 0 0)
210      (5.5 0 10)
211
212      //35 inner pipe right bottom
213      //116-117
214      (106 0 0)
215      (106 0 10)
216
217      //36 outer space edge bottom left 118-121
218      (-60 -30 0)
219      (-60 -30 10)
220      ( -25 -30 0)
221      ( -25 -30 10)
222      // 37 outer space bottom middle 122-125
223      (125 -30 0)
224      (125 -30 10)
225      (125 -6 0)
226      (125 -6 10)
227
228      //38 126-127
229      (200 -30 0)
230      (200 -30 10)
231
232
233 );
234
235 blocks
236 (
237
238     hex (1 12 17 2 5 15 16 6) (50 10 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //02 lower mouth 5555
239     hex (2 17 13 10 6 16 14 9) (50 10 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //03 upper mouth 0.2 0.2 0.2
240
241     hex (10 13 20 21 9 14 19 18) (50 70 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //04 outer mouth left
242
243     hex (25 24 12 1 22 23 15 5) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //05 inner pipe left
244
245     hex (17 29 27 13 16 28 26 14) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //06 inner pipe middle, top
246     hex (12 31 29 17 15 30 28 16) (250 10 1) edgeGrading (10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1) //07 inner pipe middle,
247     hex (24 33 31 12 23 32 30 15) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1) //08 inner pipe
248     middle, bottom
249
250     hex (13 34 35 20 14 37 36 19) (130 70 1) edgeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //09 wedge
251
252     hex (38 21 39 40 41 18 42 43) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 5 5 5 5 1 1 1) //10 space left
253     hex (21 20 45 39 18 19 44 42) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1) //11 space middle
254     hex (20 35 46 45 19 36 47 44) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 5 5 5 5 1 1 1) //12 space right
255
256     hex (34 48 49 35 37 51 50 36) (100 70 1) edgeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //13 outer pipe bottom right
257
258     hex (35 49 52 46 36 50 53 47) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 5 5 5 5 1 1 1) //14 space right right
259
260     hex (40 39 56 57 43 42 55 54) (60 50 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1 1 1 1) //15 outer space left

```

```

260 hex (39 45 59 56 42 44 58 55) (50 50 1) egdeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) //16 outer space middle
261 hex (45 46 61 59 44 47 60 58) (130 50 1) egdeGrading (2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1) //17 outer space right
262 hex (46 52 63 61 47 53 62 60) (100 50 1) egdeGrading (11 11 11 11 1 1 1 1 1 1 1 1) //18 outer space right right
263
264 hex (57 56 66 67 54 55 65 64) (60 75 1) egdeGrading (0.1 0.1 0.1 0.1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //19 edge outer
space left
265 hex (56 59 69 66 55 58 68 65) (50 75 1) egdeGrading (1 1 1 1 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //20 edge outer space
middle
266 hex (59 61 71 69 58 60 70 68) (130 75 1) egdeGrading (2 2 2 2 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //21 edge outer space
right
267 hex (61 63 73 71 60 62 72 70) (100 75 1) egdeGrading (11 11 11 11 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //22 edge outer
space right right
268
269 hex (63 77 75 73 62 76 74 72) (40 75 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //23 edge outer
space 3r
270 hex (52 79 77 63 53 78 76 62) (40 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //24 edge space 3r
271 hex (49 81 79 52 50 80 78 53) (40 50 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //25 edge space at pipe
3r
272 hex (48 83 81 49 51 82 80 50) (40 70 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 5 5 5 5 1 1 1 1) //26 edge space2 at
pipe 3r
273
274 hex (87 85 83 48 86 84 82 51) (40 30 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //27 edge space
behind pipe 3r
275 hex (91 89 85 87 90 88 84 86) (40 5 1) egdeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) //28 edge space behind
pipe bottom 3r
276
277 hex (95 57 67 93 94 54 64 92) (60 75 1) egdeGrading (5 5 5 5 0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1) //29 edge outer space
left top
278 hex (97 40 57 95 96 43 54 94) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //30 edge outer space left 29
279 hex (99 38 40 97 98 41 43 96) (60 50 1) egdeGrading (5 5 5 5 5 5 5 5 1 1 1 1) //31 edge outer space 21 30
280
281 hex (101 103 38 99 100 102 41 98) (60 30 1) egdeGrading (5 5 5 5 1 1 1 1 1 1 1 1) //32 edge space left under
pipe
282 hex (108 110 106 104 109 111 107 105) (20 10 1) egdeGrading (3 3 3 3 0.1 0.1 0.1 0.1 1 1 1 1) //33 edge space
under pipe bottom
283
284 hex (112 114 24 25 113 115 23 22) (50 30 1) edgeGrading (1 1 1 1 5 5 5 5 1 1 1 1) //34 inner pipe left bottom
285 hex (114 116 33 24 115 117 32 23) (250 30 1) edgeGrading (10 10 10 10 5 5 5 5 1 1 1 1) //35 inner pipe right
bottom
286
287 hex (118 120 110 108 119 121 111 109) (20 20 1) edgeGrading (3 3 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1) //36 outer space edge
bottom left
288
289 hex (120 122 91 110 121 123 90 111) (50 20 1) edgeGrading (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1) // 37 outer space edge
bottom middle
290
291 hex (122 126 89 91 123 127 88 90) (40 20 1) edgeGrading (0.5 0.5 0.5 0.5 1 1 1 1 1 1 1 1) // 38 outer space
edge bottom right
292
293
294
295
296 );
297
298 edges
299 (
300
301 );
302
303 patches
304 (
305 patch inlet
306 (
307
308 //02
309 (5 6 2 1) // left
310 //03
311 (6 9 10 2) // left
312
313 )
314
315 patch outlet
316 (
317
318 // 23 edge outer space 3r
319 (72 74 75 73) //top
320 (76 77 75 74) //right
321 //(62 63 77 76) //bottom
322
323 // 24 edge space 3r
324 (78 79 77 76) //right
325 //(53 52 79 78) //bottom
326
327 // 25 edge space at pipe 3r
328 (80 81 79 78) //right
329 //(50 49 81 80) //bottom
330
331 // 26 edge space2 at pipe 3r
332 (82 83 81 80) //right
333 //(51 48 83 82) //bottom
334
335 // 27 edge space behind pipe 3r

```

```

336      (84 85 83 82) //right
337      //(86 87 85 84) //bottom
338
339      // 28 edge space behind pipe bottom 3r
340      (88 89 85 84) //right
341      //(90 91 89 88) //bottom
342
343      // 29 edge outer space left top
344      //(92 64 67 93) //top
345      //(94 92 93 95) //left
346      //(94 95 57 54) //bottom
347
348      // 30 edge outer space left
349      (96 94 95 97) //left
350      //(96 97 40 43) //bottom
351
352      // 31 edge outer space 2l
353      (98 96 97 99) //left
354      //(98 99 38 41) //bottom
355
356      // 32 edge space left under pipe
357      (100 98 99 101) //left
358      //(100 101 103 102) //bottom
359
360      // 33 edge space left under pipe bottom
361      (109 105 104 108) //left
362      //(109 108 110 111) //new bottom
363
364
365      // 36 outer space egde bottom left
366      (119 109 108 118) //left
367      (119 118 120 121) //bottom
368
369
370      //37
371      (121 120 122 123) //bottom
372      //(123 122 91 90) //tmp right
373
374      //38
375      (123 122 126 127) //bottom
376      (127 126 89 88) //right
377
378      )
379
380      wall walls
381      (
382
383          (10 9 18 21)
384
385          // inner pipe left
386
387          //(22 25 24 23) // bottom
388          (1 25 22 5) //left
389
390          // inner pipe middle, bottom
391          (33 31 30 32) // right wall
392          //(23 24 33 32) // bottom wall
393
394          // inner pipe middle, middle
395          (31 29 28 30) //right
396
397          // inner pipe middle, top
398          (14 26 27 13) //top
399          (29 27 26 28) //right
400
401          // 09 wedge
402          (14 13 34 37)
403
404          // 10 space left
405          (41 38 21 18) //bottom
406
407          // 13 outer pipe bottom right
408          (37 34 48 51)
409
410          // 19 edge outer space left
411          (64 65 66 67) //top
412
413          // 20 edge outer space middle
414          (65 68 69 66) //top
415
416          // 21 edge outer space right
417          (68 70 71 69) //top
418
419          // 22 edge outer space right right
420          (70 72 73 71) //top
421
422          // 27 edge space behind pipe 3r
423          (86 51 48 87) //left
424
425          // 28 edge space behind pipe bottom 3r
426          (90 86 87 91) //left
427

```



```

428 // 29 edge outer space left top
429 (92 64 67 93) //top
430 (94 92 93 95) //left
431
432 // 32 edge space left under pipe
433 (102 103 38 41) //right
434 (100 101 103 102) //new bottom
435
436 // 33 edge space left under pipe bottom
437 (111 110 106 107) //right
438 (105 107 106 104) //new top
439
440 // 34 inner pipe left bottom
441 (113 22 25 112) //left
442 (113 112 114 115) //bottom
443
444 //35 inner pipe right bottom
445 (115 114 116 117) //bottom
446 (117 116 33 32) //right
447
448 //37
449 (111 90 91 110) //top
450
451
452 )
453 empty frontAndBack
454 (
455 //front //lower mouth tmp
456 (5 6 16 15)
457 //back // lower mouth tmp
458 (1 12 17 2)
459 //front //upper mouth tmp
460 (6 9 14 16)
461 //back //upper mouth tmp
462 (2 17 13 10)
463
464 //front //outer mouth left
465 (9 18 19 14)
466 //back //outer mouth left
467 (10 13 20 21)
468
469 //front //inner pipe left
470 (22 5 15 23)
471 // back //inner pipe left
472 (25 24 12 1)
473
474 //front //wedge
475 (14 19 36 37)
476 //back //wedge
477 (13 34 35 20)
478
479 //front //inner pipe middle, bottom
480 (23 15 30 32)
481 //back //inner pipe middle, bottom
482 (24 33 31 12)
483
484 //front //inner pipe middle, middle
485 (15 16 28 30)
486 //back //inner pipe middle, middle
487 (12 31 29 17)
488
489 //front //inner pipe middle, top
490 (16 14 26 28)
491 //back //inner pipe middle, top
492 (17 29 27 13)
493
494 //font //space middle
495 (18 42 44 19)
496 //back //space middle
497 (21 20 45 39)
498
499 //front //space left
500 (41 43 42 18)
501 //back //space left
502 (38 40 39 21)
503
504 //front //space right
505 (19 44 47 36)
506 //back //space right
507 (20 35 46 45)
508
509 //front //outer pipe bottom right
510 (37 36 50 51)
511 //back //outer pipe bottom right
512 (34 48 49 35)
513
514 //front //space right right
515 (36 47 53 50)
516 //back //space right right
517 (35 49 52 46)
518
519

```

```

520 //front // outer space left
521 (43 54 55 42)
522 //back //outer space left
523 (40 39 56 57)
524
525 //front // outer space middle
526 (42 55 58 44)
527 //back //outer space middle
528 (39 45 59 56)
529
530 //front // outer space right
531 (44 58 60 47)
532 //back //outer space right
533 (45 46 61 59)
534
535 //front // outer space right right
536 (47 60 62 53)
537 //back //outer space right right
538 (46 52 63 61)
539
540 // front // 19 edge outer space left
541 (54 64 65 55)
542 // back // 19 edge outer space left
543 (57 56 66 67)
544
545 // front // 20 edge outer space middle
546 (55 65 68 58)
547 // back // 20 edge outer space middle
548 (56 59 69 66)
549
550 // front // 21 edge outer space right
551 (58 68 70 60)
552 // back // 21 edge outer space right
553 (59 61 71 69)
554
555 // front // 22 edge outer space right right
556 (60 70 72 62)
557 // back // 22 edge outer space right right
558 (61 63 73 71)
559
560 // front // 23 edge outer space 3r
561 (62 72 74 76)
562 // back // 23 edge outer space 3r
563 (63 77 75 73)
564
565 // front // 24 edge space 3r
566 (53 62 76 78)
567 // back // 24 edge space 3r
568 (52 79 77 63)
569
570 // front // 25 edge space at pipe 3r
571 (50 53 78 80)
572 // back // 25 edge space at pipe 3r
573 (49 81 79 52)
574
575 // front // 26 edge space2 at pipe 3r
576 (51 50 80 82)
577 // back // 26 edge space2 at pipe 3r
578 (48 83 81 49)
579
580 // front // 27 edge space behind pipe 3r
581 (86 51 82 84)
582 // back // 27 edge space behind pipe 3r
583 (87 85 83 48)
584
585 // front // 28 edge space behind bottom pipe 3r
586 (90 86 84 88)
587 // back // 28 edge space behind bottom pipe 3r
588 (91 89 85 87)
589
590 // front // 29 edge outer space left top
591 (94 92 64 54)
592 // back // 29 edge outer space left top
593 (95 57 67 93)
594
595 // front // 30 edge outer space left
596 (96 94 54 43)
597 // back // 30 edge outer space left
598 (97 40 57 95)
599
600 // front // 31 edge outer space 2l
601 (98 96 43 41)
602 // back // 31 edge outer space 2l
603 (99 38 40 97)
604
605 // front // 32 edge space left under pipe
606 (100 102 41 98)
607 // back // 32 edge space left under pipe
608 (101 99 38 103)
609
610 // front // 33 edge space under pipe bottom
611

```

```

612         (109 111 107 105)
613         // back // 33 edge space under pipe bottom
614         (108 104 106 110)
615
616         // front // 34 inner pipe left bottom
617         (113 115 23 22)
618         // back // 34 inner pipe left bottom
619         (112 25 24 114)
620
621         // front // 35 inner pipe right bottom
622         (115 117 32 23)
623         // back // 35 inner pipe right bottom
624         (114 24 33 116)
625
626         // front // 36 outer space edge bottom left
627         (119 121 111 109)
628         // back // 36 outer space edge bottom left
629         (118 108 110 120)
630
631
632         //front // 37
633         (121 123 90 111)
634         //back
635         (120 110 91 122)
636
637
638         //front //38
639         (123 127 88 90)
640         //back
641         (122 91 89 126)
642     )
643 );
644 );
645
646 mergePatchPairs
647 (
648 );
649
650 // ***** //

```

## A.2.2. Protokoll checkMesh Szenario: *free*

### Quellcode A.7: checkMesh Szenario: *free*

```

1  /*-----*\
2  | \ \ \ \ \ \ | F i e l d           | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
3  | \ \ \ \ \ \ | O p e r a t i o n   | Version: 2.2.2
4  | \ \ \ \ \ \ | A n d                | Web:      www.OpenFOAM.org
5  | \ \ \ \ \ \ | M a n i p u l a t i o n |
6  | \ \ \ \ \ \ |
7  \*-----*/
8  Build   : 2.2.2
9  Exec    : checkMesh
10 Date    : Mar 01 2014
11 Time    : 21:32:44
12 Host    : "lifschitz.stat.physik.uni-potsdam.de"
13 PID     : 24102
14 Case    : /var/run/media/jost/INTENSO/Simulationen_Schuke_12_2012-09_2013/schuke_v18
15 nProcs  : 1
16 sigFpe  : Enabling floating point exception trapping (FOAM_SIGFPE).
17 fileModificationChecking : Monitoring run-time modified files using timeStampMaster
18 allowSystemOperations : Disallowing user-supplied system call operations
19
20 // * * * * * //
21 Create time
22
23 Create polyMesh for time = 0
24
25 Time = 0
26
27 Mesh stats
28   points:           254342
29   internal points:  0
30   faces:            505170
31   internal faces:  250830
32   cells:            126000
33   faces per cell:  6
34   boundary patches: 4
35   point zones:     0
36   face zones:      0
37   cell zones:      0
38
39 Overall number of cells of each type:
40   hexahedra:       126000
41   prisms:          0
42   wedges:          0
43   pyramids:        0
44   tet wedges:      0

```

```

45 tetrahedra: 0
46 polyhedra: 0
47
48 Checking topology...
49 Boundary definition OK.
50 Cell to face addressing OK.
51 Point usage OK.
52 Upper triangular ordering OK.
53 Face vertices OK.
54 Number of regions: 1 (OK).
55
56 Checking patch topology for multiply connected surfaces...
57 Patch Faces Points Surface topology
58 inlet 20 42 ok (non-closed singly connected)
59 outlet 1065 2132 ok (non-closed singly connected)
60 walls 1255 2514 ok (non-closed singly connected)
61 frontAndBack 252000 254342 ok (non-closed singly connected)
62
63 Checking geometry...
64 Overall domain bounding box (-0.06 -0.03 0) (0.2 0.15 0.01)
65 Mesh (non-empty, non-wedge) directions (1 1 0)
66 Mesh (non-empty) directions (1 1 0)
67 All edges aligned with or perpendicular to non-empty directions.
68 Boundary openness (2.07579e-17 9.48185e-18 6.08833e-16) OK.
69 Max cell openness = 2.91532e-16 OK.
70 Max aspect ratio = 120.786 OK.
71 Minimum face area = 3.08043e-09. Maximum face area = 3.46099e-05. Face area magnitudes OK.
72 Min volume = 3.08043e-11. Max volume = 4.51141e-08. Total volume = 0.000443009. Cell volumes OK.
73 Mesh non-orthogonality Max: 16.451 average: 4.30873
74 Non-orthogonality check OK.
75 Face pyramids OK.
76 Max skewness = 0.365178 OK.
77 Coupled point location match (average 0) OK.
78
79 Mesh OK.

```

## A.2.3. Quellcode thermophysicalProperties

Quellcode A.8: thermophysicalProperties

```

1  /*----- C++ -----*/
2  | ===== |
3  | \ \ \ \ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \ \ \ \ / O peration | Version: 2.0.0 |
5  | \ \ \ \ / A nd | Web: www.OpenFOAM.org |
6  | \ \ \ \ / M anipulation |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "constant";
14     object       thermophysicalProperties;
15 }
16 // *****
17 thermoType     hPsiThermo<pureMixture<constTransport<specieThermo<hConstThermo<perfectGas>>>>>>;
18
19 mixture
20 {
21     specie
22     {
23         nMoles      1;
24         molWeight   28.9;
25     }
26     thermodynamics
27     {
28         Cp          1007;
29         Hf          0;
30     }
31     transport
32     {
33         mu          1.8e-05;
34         Pr          0.7;
35     }
36 }
37 // *****

```

## A.2.4. Quellcode Anfangs- und Randbedingungen

Quellcode A.9: alphaSgs Szenario: free

```

1  /*----- C++ -----*/
2  | ===== |

```

```

3 | \ \ / / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \ \ / / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0 |
5 | \ \ / / A n d | Web: www.OpenFOAM.org |
6 | \ \ / / M a n i p u l a t i o n | |
7 | *-----* |
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         volScalarField;
13     location      "0";
14     object        alphas;
15 }
16 // *-----*
17
18 dimensions      [1 -1 -1 0 0 0 0];
19
20 internalField    uniform 0;
21
22 boundaryField
23 {
24     inlet
25     {
26         type      zeroGradient;
27     }
28
29     outlet
30     {
31         type      zeroGradient;
32     }
33
34     walls
35     {
36         type      zeroGradient;
37     }
38
39     frontAndBack
40     {
41         type      empty;
42     }
43 }
44
45 // *-----*
46

```

### Quellcode A.10: B Szenario: *free*

```

1 | *-----* C++ *-----*
2 | =====
3 | \ \ / / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4 | \ \ / / O p e r a t i o n | Version: 2.1.1 |
5 | \ \ / / A n d | Web: www.OpenFOAM.org |
6 | \ \ / / M a n i p u l a t i o n | |
7 | *-----*
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format        ascii;
12     class         volTensorField;
13     location      "0";
14     object        B;
15 }
16 // *-----*
17
18 dimensions      [0 2 -2 0 0 0 0];
19
20 internalField    uniform (0 0 0 0 0 0 0 0);
21
22 boundaryField
23 {
24     inlet
25     {
26         type      fixedValue;
27         value      uniform (0 0 0 0 0 0 0 0);
28     }
29     outlet
30     {
31         type      inletOutlet;
32         inletValue uniform (0 0 0 0 0 0 0 0);
33         value      uniform (0 0 0 0 0 0 0 0);
34     }
35     walls
36     {
37         type      zeroGradient;
38     }
39     frontAndBack
40     {
41         type      empty;
42     }
43 }
44

```

45  
46

```
// ***** //
```

### Quellcode A.11: k Szenario: free

```
1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  | \\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \\ / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  | \\ / A n d | Web: www.OpenFOAM.org
6  | \\ / M a n i p u l a t i o n |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       k;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [0 2 -2 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23     inlet
24     {
25         type      fixedValue;
26         value     uniform 0;//2e-05;
27     }
28
29     outlet
30     {
31         type      inletOutlet;
32         inletValue uniform 0;
33         value     uniform 0;
34     }
35
36     walls
37     {
38         type      fixedValue;
39         value     uniform 0;
40     }
41
42     frontAndBack
43     {
44         type      empty;
45     }
46 }
47
48 // ***** //
```

### Quellcode A.12: muSgs Szenario: free

```
1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  | \\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \\ / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  | \\ / A n d | Web: www.OpenFOAM.org
6  | \\ / M a n i p u l a t i o n |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       muSgs;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [1 -1 -1 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23     inlet
24     {
25         type      zeroGradient;
26     }
27
28     outlet
29     {
30         type      zeroGradient;
31     }
32
33     walls
```

```

34     {
35         type            zeroGradient;
36     }
37
38     frontAndBack
39     {
40         type            empty;
41     }
42 }
43
44 // ***** //

```

### Quellcode A.13: muTilda Szenario: *free*

```

1  /*----- C++ -----*/
2  |=====|
3  | \\ /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \\ /  O p e r a t i o n | Version: 2.0.0 |
5  | \\ /  A n d           | Web: www.OpenFOAM.org |
6  | \\ /  M a n i p u l a t i o n |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       muTilda;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [1 -1 -1 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 0;
20
21 boundaryField
22 {
23     inlet
24     {
25         type      fixedValue;
26         value     uniform 0;
27     }
28
29     outlet
30     {
31         type      inletOutlet;
32         inletValue  uniform 0;
33         value     uniform 0;
34     }
35
36     walls
37     {
38         type      fixedValue;
39         value     uniform 0;
40     }
41
42     frontAndBack
43     {
44         type      empty;
45     }
46 }
47
48 // ***** //

```

### Quellcode A.14: p Szenario: *free*

```

1  /*----- C++ -----*/
2  |=====|
3  | \\ /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  | \\ /  O p e r a t i o n | Version: 2.0.0 |
5  | \\ /  A n d           | Web: www.OpenFOAM.org |
6  | \\ /  M a n i p u l a t i o n |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       p;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [1 -1 -2 0 0 0];
18
19 internalField    uniform 101325; //Pascal
20
21 boundaryField
22 {
23     inlet
24     {

```

```

25     type          zeroGradient;
26   }
27   outlet
28   {
29     type          waveTransmissive;
30     field         p;
31     phi          phi;
32     rho          rho;
33     psi          psi;
34     gamma        1.4;
35     fieldInf     101325;
36     lInf         3; //0.3
37     value        uniform 101325;
38   }
39   }
40   walls
41   {
42     type          zeroGradient;
43   }
44   frontAndBack
45   {
46     type          empty;
47   }
48 }
49 }
50 }
51 // ***** //

```

### Quellcode A.15: T Szenario: *free*

```

1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  |  \ \ / /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  |  \ \ / /  O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  |  \ \ / /  A n d           | Web: www.OpenFOAM.org
6  |  \ \ / /  M a n i p u l a t i o n |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       T;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [0 0 0 1 0 0 0];
18
19 internalField   uniform 293;
20
21 boundaryField
22 {
23   inlet
24   {
25     type          fixedValue;
26     value         uniform 293;
27   }
28
29   outlet
30   {
31     type          inletOutlet;
32     inletValue    uniform 293;
33     value         uniform 293;
34   }
35   walls
36   {
37     type          fixedValue;
38     value         uniform 293;
39   }
40
41   frontAndBack
42   {
43     type          empty;
44   }
45 }
46
47 // ***** //

```

### Quellcode A.16: U Szenario: *free*

```

1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  |  \ \ / /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  |  \ \ / /  O p e r a t i o n | Version: 2.1.1
5  |  \ \ / /  A n d           | Web: www.OpenFOAM.org
6  |  \ \ / /  M a n i p u l a t i o n |
7  \*-----*/
8  FoamFile
9  {

```



```

10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volVectorField;
13     location     "0";
14     object       U;
15 }
16 // *****
17
18 dimensions      [0 1 -1 0 0 0];
19
20 internalField   uniform (0 0 0);
21
22 boundaryField
23 {
24     inlet
25     {
26         type      fixedValue;
27         value     uniform (0 18 0);
28     }
29     outlet
30     {
31         type      inletOutlet;
32         inletValue uniform (0 0 0);
33         value     uniform (0 0 0);
34     }
35     walls
36     {
37         type      fixedValue;
38         value     uniform (0 0 0);
39     }
40     frontAndBack
41     {
42         type      empty;
43     }
44 }
45
46 // *****

```

## A.2.5. Quellcode controlDict

Quellcode A.17: controlDict

```

1  /*----- C++ -----*/
2  |=====|
3  |  \ \  /  F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
4  |  \ \  /  O p e r a t i o n | Version: 2.1.x |
5  |  \ \  /  A n d           | Web: www.OpenFOAM.org |
6  |  \ \  /  M a n i p u l a t i o n |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.1;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "system";
14     object       controlDict;
15 }
16 // *****
17
18 application     rhoPimpleFoam;
19
20 startFrom       startTime;
21
22 startTime       0.0;
23 //startTime     0.0;
24
25 stopAt         endTime;
26
27 endTime        0.1;
28
29 deltaT         0.0000001;
30
31 writeControl    timeStep;
32
33 writeInterval   500;
34
35 purgeWrite     0;
36
37 writeFormat     ascii;
38
39 writePrecision  6;
40
41 writeCompression off;
42
43 timeFormat      general;
44
45 timePrecision   6;

```

```

46
47 runTimeModifiable true;
48
49 adjustTimeStep no;
50
51 maxCo          0.5;
52
53 maxDeltaT      1;
54
55 functions
56 {
57
58     fieldAverage1
59     {
60         type          fieldAverage;
61         functionObjectLibs ( "libfieldFunctionObjects.so" );
62         enabled        true;
63         outputControl  outputTime;
64
65         fields
66         (
67             U
68             {
69                 mean          on;
70                 prime2Mean    on;
71                 base          time;
72             }
73
74             p
75             {
76                 mean          on;
77                 prime2Mean    on;
78                 base          time;
79             }
80
81             rho
82             {
83                 mean          on;
84                 prime2Mean    on;
85                 base          time;
86             }
87         );
88     }
89     probes
90     {
91         // Where to load it from
92         functionObjectLibs ( "libsampling.so" );
93         enabled true;
94
95         type          probes;
96
97         // Name of the directory for probe data
98         name          probes;
99
100        // Write at same frequency as fields
101        outputControl  outputTime;
102        //outputInterval 1;
103
104        // Fields to be probed
105        fields
106        (
107            p
108            rho
109            U
110            k
111            T
112            vorticity
113        );
114
115        probeLocations
116        (
117            // jet inside the inlet
118            //(0.002 0.0092 0 )
119            // line jet at mouth near edge      A
120            //(0.00275 0.0092 0)
121            (-0.0092 0.00275 0)
122
123            // line jet at mouth                B
124            //(0.00475 0.0092 0)
125            (-0.0092 0.00475 0)
126            // inside the pipes end            C
127            //(0.096 0.0045 0 )
128            (-0.0045 0.096 0 )
129            // far away                        D
130            //(0.096 0.09 0)
131            (-0.09 0.096 0)
132            // line vertical near mouth E
133            //(0.00275 0.0165 0)
134            (-0.0165 0.00275 0)
135            // line vertical mouth middle far away      F
136            //(0.00275 0.045 0)
137

```

```

138         ( -0.045 0.00275 0)
139         // line vertical mouth far away      G
140         //(0.00275 0.09 0)
141         ( -0.09 0.00275 0)
142
143
144
145
146     );
147 }
148 }
149 // ***** //

```

## A.2.6. Quellcode fvSchemes

### Quellcode A.18: fvSchemes

```

1  /*----- C++ -----*/
2  |=====|
3  | \ \ / / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ \ / / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  | \ \ / / A n d           | Web: www.OpenFOAM.org
6  | \ \ / / M a n i p u l a t i o n |
7  /*-----*/
8  FoamFile
9  {
10     version      2.1;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "system";
14     object       fvSchemes;
15 }
16 // ***** //
17
18 ddtSchemes
19 {
20     default      backward;
21 }
22
23 gradSchemes
24 {
25     default      Gauss linear;
26 }
27
28 divSchemes
29 {
30     default      none;
31     div(phi,U)   Gauss filteredLinear2V 0.2 0;
32     div(phi,h)   Gauss filteredLinear2 0.2 0;
33     div(phiU,p)  Gauss linear;
34     div(phi,k)   Gauss limitedLinear 1;
35     div(phi,K)   Gauss limitedLinear 1;
36     div(phi,B)   Gauss limitedLinear 1;
37     div(phi,muTilda) Gauss limitedLinear 1;
38     div(B)       Gauss linear;
39     div((muEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
40 }
41
42 laplacianSchemes
43 {
44     default      none;
45     laplacian(muEff,U) Gauss linear corrected;
46     laplacian((rho*(1|A(U))),p) Gauss linear corrected;
47     laplacian(alphaEff,h) Gauss linear corrected;
48     laplacian(DkEff,k) Gauss linear corrected;
49     laplacian(DBEff,B) Gauss linear corrected;
50     laplacian(DmuTildaEff,muTilda) Gauss linear corrected;
51 }
52
53 interpolationSchemes
54 {
55     default      linear;
56 }
57
58 snGradSchemes
59 {
60     default      corrected;
61 }
62
63 fluxRequired
64 {
65     default      no;
66     p            ;
67 }
68
69
70 // ***** //

```

## A.2.7. Quellcode fvSolution

Quellcode A.19: fvSolution

```
1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  | \ \ / / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ \ / / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  | \ \ / / A n d           | Web: www.OpenFOAM.org
6  | \ \ / / M a n i p u l a t i o n |
7  |-----*\
8  FoamFile
9  {
10     version      2.1;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
13     location     "system";
14     object       fvSolution;
15 }
16 // ***** //
17
18 solvers
19 {
20     "(p|rho)"
21     {
22         solver      PCG;
23         preconditioner DIC;
24         tolerance   1e-6;
25         relTol      0;
26     }
27
28     "(p|rho)Final"
29     {
30         $p;
31         relTol      0;
32     }
33
34     "(U|h|k|nuTilda)"
35     {
36         solver      PBiCG;
37         preconditioner DILU;
38         tolerance   1e-6;
39         relTol      0;
40     }
41
42     "(U|h|k|nuTilda)Final"
43     {
44         $U;
45         relTol      0;
46     }
47 }
48
49 PIMPLE
50 {
51     momentumPredictor yes;
52     nOuterCorrectors 2;
53     nCorrectors 1;
54     nNonOrthogonalCorrectors 0;
55     rhoMin          rhoMin [ 1 -3 0 0 0 ] 0.5;
56     rhoMax          rhoMax [ 1 -3 0 0 0 ] 2.0;
57 }
58
59 relaxationFactors
60 {
61     "(U|h|k|epsilon|omega).*" 1;
62 }
63
64 // ***** //
```

## A.2.8. Quellcode sampleDict

Quellcode A.20: sampleDict

```
1  /*----- C++ -----*\
2  |=====|
3  | \ \ / / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ \ / / O p e r a t i o n | Version: 2.0.0
5  | \ \ / / A n d           | Web: www.OpenFOAM.org
6  | \ \ / / M a n i p u l a t i o n | Author: Jost Fischer, 11/2011, University of Potsdam
7  |-----*\
8  FoamFile
9  {
10     version      2.1;
11     format       ascii;
12     class        dictionary;
```

```

13     location      "system";
14     object        sampleDict;
15 }
16 // * * * * * //
17
18 interpolationScheme cellPoint;
19
20 setFormat        raw;
21
22 //sets_mouth_and_coupling_region
23 // // ***** //
24 //sets_mouth_and_coupling_region
25 // sets cross-sections
26 sets
27 (
28     vline_pipe_cross_section1
29     {
30         type        uniform;
31         axis        distance;
32         start       (-0 0.0055 0);
33         end         (-0.0095 0.0055 0);
34         nPoints     100;
35     }
36     vline_pipe_cross_section2
37     {
38         type        uniform;
39         axis        distance;
40         start       (-0 0.010575 0);
41         end         (-0.0095 0.010575 0);
42         nPoints     100;
43     }
44     vline_pipe_cross_section3
45     {
46         type        uniform;
47         axis        distance;
48         start       (-0 0.01565 0);
49         end         (-0.0095 0.01565 0);
50         nPoints     100;
51     }
52     vline_pipe_cross_section4
53     {
54         type        uniform;
55         axis        distance;
56         start       (-0 0.020725 0);
57         end         (-0.0095 0.020725 0);
58         nPoints     100;
59     }
60     vline_pipe_cross_section5
61     {
62         type        uniform;
63         axis        distance;
64         start       (-0 0.0258 0);
65         end         (-0.0095 0.0258 0);
66         nPoints     100;
67     }
68
69
70
71     hline_pipe_mouth_cross_section1
72     {
73         type        uniform;
74         axis        distance;
75         start       (-0.0165 0 0);
76         end         (-0.0155 0.0258 0);
77         nPoints     272;
78     }
79
80 );
81
82 //fields      (mag(U) p rho k U.component(0) U.component(1) U.component(2) );
83 fields      (k p rho U vorticity );
84
85 //***** //
86 //sets_jet
87 // sets
88 // (
89 //     vline_jet00
90 //     {
91 //         type        uniform;
92 //         axis        distance;
93 //         start       (-0.0049 0 0);
94 //         end         (-0.0135 0 0);
95 //         nPoints     200;
96 //     }
97 //     vline_jet01
98 //     {
99 //         type        uniform;
100 //         axis        distance;
101 //         start       (-0.0049 0.00055 0);
102 //         end         (-0.0135 0.00055 0);
103 //         nPoints     200;
104 //     }

```

```

105 // vline_jet02
106 // {
107 //     type    uniform;
108 //     axis    distance;
109 //     start   (-0.0049 0.0011 0);
110 //     end     (-0.0135 0.0011 0);
111 //     nPoints 200;
112 // }
113 // vline_jet03
114 // {
115 //     type    uniform;
116 //     axis    distance;
117 //     start   (-0.0049 0.00165 0);
118 //     end     (-0.0135 0.00165 0);
119 //     nPoints 200;
120 // }
121 // vline_jet04
122 // {
123 //     type    uniform;
124 //     axis    distance;
125 //     start   (-0.0049 0.0022 0);
126 //     end     (-0.0135 0.0022 0);
127 //     nPoints 200;
128 // }
129 // vline_jet05
130 // {
131 //     type    uniform;
132 //     axis    distance;
133 //     start   (-0.0049 0.00275 0);
134 //     end     (-0.0135 0.00275 0);
135 //     nPoints 200;
136 // }
137 // vline_jet06
138 // {
139 //     type    uniform;
140 //     axis    distance;
141 //     start   (-0.0049 0.0033 0);
142 //     end     (-0.0135 0.0033 0);
143 //     nPoints 200;
144 // }
145 // vline_jet07
146 // {
147 //     type    uniform;
148 //     axis    distance;
149 //     start   (-0.0049 0.00385 0);
150 //     end     (-0.0135 0.00385 0);
151 //     nPoints 200;
152 // }
153 // vline_jet08
154 // {
155 //     type    uniform;
156 //     axis    distance;
157 //     start   (-0.0049 0.0044 0);
158 //     end     (-0.0135 0.0044 0);
159 //     nPoints 200;
160 // }
161 // vline_jet09
162 // {
163 //     type    uniform;
164 //     axis    distance;
165 //     start   (-0.0049 0.00495 0);
166 //     end     (-0.0135 0.00495 0);
167 //     nPoints 200;
168 // }
169 // vline_jet10
170 // {
171 //     type    uniform;
172 //     axis    distance;
173 //     start   (-0.0049 0.0055 0);
174 //     end     (-0.0135 0.0055 0);
175 //     nPoints 200;
176 // }
177 // );
178 //
179 // fields (p k U);
180 //
181 // // ***** //
182 //
183 // sets_dipol
184 // (
185 //     dipol
186 //     {
187 //         type    uniform;
188 //         axis    distance;
189 //         start   ( 0 0.00549 0 );
190 //         end     (-0.019 0.00549 0 );
191 //         nPoints 400;
192 //     }
193 // );
194 //
195 //
196 // fields ( p );

```

```

197 //
198 // // ***** //
199
200 //sets_resonator
201 // sets
202 // (
203 //     hline_resonator
204 //     {
205 //         type    uniform;
206 //         axis    distance;
207 //         start   (-0.00475 0 0);
208 //         end     (-0.00475 0.106 0);
209 //         nPoints 1927;
210 //     }
211 // );
212 // );
213 //
214 // fields (p k U);
215
216 // sets
217 // (
218 //     line_radiation_free
219 //     {
220 //         type    uniform;
221 //         axis    distance;
222 //         start   (0 0.00275 0);
223 //         end     (-0.1195 0.00275 0); //x=-0.150
224 //         //nPoints 2727;
225 //         nPoints 2173;
226 //     }
227 // );
228 // );
229 //
230 // fields (p k U);

```

## A.2.9. Quellcode Solver rhoPimpleFoam

### Quellcode A.21: *Löser* rhoPimpleFoam

```

1  /*-----*\
2  ===== |
3  \ \ / \  F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \ \ / \  O peration  |
5  \ \ / \  A nd        | Copyright (C) 2004-2011 OpenCFD Ltd.
6  \ \ / \  M anipulation |
7  -----*/
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11  OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12  under the terms of the GNU General Public License as published by
13  the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14  (at your option) any later version.
15
16  OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17  ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18  FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19  for more details.
20
21  You should have received a copy of the GNU General Public License
22  along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24  Application
25  rhoPimpleFoam
26
27  Description
28  Transient solver for laminar or turbulent flow of compressible fluids
29  for HVAC and similar applications.
30
31  Uses the flexible PIMPLE (PISO-SIMPLE) solution for time-resolved and
32  pseudo-transient simulations.
33
34  \*-----*/
35
36  #include "fvCFD.H"
37  #include "basicPsiThermo.H"
38  #include "turbulenceModel.H"
39  #include "bound.H"
40  #include "pimpleControl.H"
41
42  // * * * * * //
43
44  int main(int argc, char *argv[])
45  {
46  #include "setRootCase.H"
47  #include "createTime.H"
48  #include "createMesh.H"
49  #include "createFields.H"

```

```

50 #include "initContinuityErrs.H"
51
52 pimpleControl pimple(mesh);
53
54 Info<< "\nStarting_{}_time_{}_loop\n" << endl;
55
56 while (runTime.run())
57 {
58     #include "readTimeControls.H"
59     #include "compressibleCourantNo.H"
60     #include "setDeltaT.H"
61
62     runTime++;
63
64     Info<< "Time_{}=" << runTime.timeName() << nl << endl;
65
66     #include "rhoEqn.H"
67
68     // --- Pressure-velocity PIMPLE corrector loop
69     for (pimple.start(); pimple.loop(); pimple++)
70     {
71         if (pimple.nOuterCorr() != 1)
72         {
73             p.storePrevIter();
74             rho.storePrevIter();
75         }
76
77         #include "UEqn.H"
78         #include "hEqn.H"
79
80         // --- PISO loop
81         for (int corr=0; corr<pimple.nCorr(); corr++)
82         {
83             #include "pEqn.H"
84         }
85
86         if (pimple.turbCorr())
87         {
88             turbulence->correct();
89         }
90     }
91
92     runTime.write();
93
94     Info<< "ExecutionTime_{}=" << runTime.elapsedCpuTime() << "s"
95         << "ClockTime_{}=" << runTime.elapsedClockTime() << "s"
96         << nl << endl;
97 }
98
99 Info<< "End\n" << endl;
100
101 return 0;
102 }
103
104
105 // *****

```

### Quellcode A.22: createFields.H

```

1 Info<< "Reading_{}_thermophysical_{}_properties\n" << endl;
2
3 autoPtr<basicPsiThermo> pThermo
4 (
5     basicPsiThermo::New(mesh)
6 );
7 basicPsiThermo& thermo = pThermo();
8
9 volScalarField& p = thermo.p();
10 volScalarField& h = thermo.h();
11 const volScalarField& psi = thermo.psi();
12
13 volScalarField rho
14 (
15     IOobject
16     (
17         "rho",
18         runTime.timeName(),
19         mesh,
20         IOobject::READ_IF_PRESENT,
21         IOobject::AUTO_WRITE
22     ),
23     thermo.rho()
24 );
25
26 Info<< "Reading_{}_field_{}_U\n" << endl;
27 volVectorField U
28 (
29     IOobject
30     (
31         "U",
32         runTime.timeName(),

```



```

33     mesh,
34     IOobject::MUST_READ,
35     IOobject::AUTO_WRITE
36     ),
37     mesh
38 );
39
40 #include "compressibleCreatePhi.H"
41
42 dimensionedScalar rhoMax
43 (
44     mesh.solutionDict().subDict("PIMPLE").lookup("rhoMax")
45 );
46
47 dimensionedScalar rhoMin
48 (
49     mesh.solutionDict().subDict("PIMPLE").lookup("rhoMin")
50 );
51
52 Info<< "Creating turbulence model\n" << endl;
53 autoPtr<compressible::turbulenceModel> turbulence
54 (
55     compressible::turbulenceModel::New
56     (
57         rho,
58         U,
59         phi,
60         thermo
61     )
62 );
63
64 Info<< "Creating field DpDt\n" << endl;
65 volScalarField DpDt
66 (
67     fvc::DDt(surfaceScalarField("phiU", phi/fvc::interpolate(rho)), p)
68 );

```

### Quellcode A.23: hEqn.H

```

1 {
2     fvScalarMatrix hEqn
3     (
4         fvm::ddt(rho, h)
5         + fvm::div(phi, h)
6         - fvm::laplacian(turbulence->alphaEff(), h)
7         ==
8         DpDt
9     );
10
11     hEqn.relax();
12     hEqn.solve();
13
14     thermo.correct();
15 }

```

### Quellcode A.24: pEqn.H

```

1 rho = thermo.rho();
2 rho = max(rho, rhoMin);
3 rho = min(rho, rhoMax);
4 rho.relax();
5
6 U = rAU*UEqn().H();
7
8 if (pimple.nCorr() <= 1)
9 {
10     UEqn.clear();
11 }
12
13 if (pimple.transonic())
14 {
15     surfaceScalarField phid
16     (
17         "phid",
18         fvc::interpolate(psi)
19         *(
20             (fvc::interpolate(U) & mesh.Sf())
21             + fvc::ddtPhiCorr(rAU, rho, U, phi)
22         )
23     );
24
25     for (int nonOrth=0; nonOrth<=pimple.nNonOrthCorr(); nonOrth++)
26     {
27         fvScalarMatrix pEqn
28         (
29             fvm::ddt(psi, p)
30             + fvm::div(phid, p)
31             - fvm::laplacian(rho*rAU, p)
32         );

```

```

33     pEqn.solve
34     (
35         mesh.solver(p.select(pimple.finalInnerIter(corr, nonOrth)))
36     );
37
38     if (nonOrth == pimple.nNonOrthCorr())
39     {
40         phi == pEqn.flux();
41     }
42 }
43 }
44 }
45 else
46 {
47     phi =
48     fvc::interpolate(rho)*
49     (
50         (fvc::interpolate(U) & mesh.Sf())
51         + fvc::ddtPhiCorr(rAU, rho, U, phi)
52     );
53
54     for (int nonOrth=0; nonOrth<=pimple.nNonOrthCorr(); nonOrth++)
55     {
56         // Pressure corrector
57         fvScalarMatrix pEqn
58         (
59             fvm::ddt(psi, p)
60             + fvc::div(phi)
61             - fvm::laplacian(rho*rAU, p)
62         );
63
64         pEqn.solve
65         (
66             mesh.solver(p.select(pimple.finalInnerIter(corr, nonOrth)))
67         );
68
69         if (nonOrth == pimple.nNonOrthCorr())
70         {
71             phi += pEqn.flux();
72         }
73     }
74 }
75
76 #include "rhoEqn.H"
77 #include "compressibleContinuityErrs.H"
78
79 // Explicitly relax pressure for momentum corrector
80 p.relax();
81
82 // Recalculate density from the relaxed pressure
83 rho = thermo.rho();
84 rho = max(rho, rhoMin);
85 rho = min(rho, rhoMax);
86 rho.relax();
87 Info<< "rho_max/min: " << max(rho).value()
88     << " " << min(rho).value() << endl;
89
90 U -= rAU*fvc::grad(p);
91 U.correctBoundaryConditions();
92
93 DpDt = fvc::DDt(surfaceScalarField("phiU", phi/fvc::interpolate(rho)), p);

```

### Quellcode A.25: UEqn.H

```

1 // Solve the Momentum equation
2
3 tmp<fvVectorMatrix> UEqn
4 (
5     fvm::ddt(rho, U)
6     + fvc::div(phi, U)
7     + turbulence->divDevRhoReff(U)
8 );
9
10 UEqn().relax();
11
12 volScalarField rAU(1.0/UEqn().A());
13
14 if (pimple.momentumPredictor())
15 {
16     solve(UEqn() == -fvc::grad(p));
17 }
18 else
19 {
20     U = rAU*(UEqn().H() - fvc::grad(p));
21     U.correctBoundaryConditions();
22 }

```

## A.2.10. Quellcode LES Model

## Quellcode A.26: oneEqEddy.H

```

1  /*-----*\
2  |=====|
3  | \ / | F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ / | O peration |
5  | \ / | A nd | Copyright (C) 2004-2011 OpenCFD Ltd.
6  | \ / | M anipulation |
7  |-----*\
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11 OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12 under the terms of the GNU General Public License as published by
13 the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14 (at your option) any later version.
15
16 OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17 ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18 FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19 for more details.
20
21 You should have received a copy of the GNU General Public License
22 along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24 Class
25 Foam::compressible::LESModels::oneEqEddy
26
27 Description
28 One Equation Eddy Viscosity Model for incompressible flows
29
30 Eddy viscosity SGS model using a modeled balance equation to simulate the
31 behaviour of k, hence,
32 \verbatim
33 d/dt(rho*k) + div(rho*U*k) - div(muEff*grad(k))
34 =
35 -rho*D:B - ce*rho*k^3/2/delta
36
37 and
38
39 B = 2/3*k*I - 2*nuSgs*dev(D)
40
41 where
42
43 D = symm(grad(U));
44 muSgs = ck*rho*sqrt(k)*delta
45 \endverbatim
46
47
48 SourceFiles
49 oneEqEddy.C
50
51 /*-----*\
52
53 #ifndef compressibleOneEqEddy_H
54 #define compressibleOneEqEddy_H
55
56 #include "GenEddyVisc.H"
57
58 // * * * * * //
59
60 namespace Foam
61 {
62 namespace compressible
63 {
64 namespace LESModels
65 {
66
67 /*-----*\
68 Class oneEqEddy Declaration
69 /*-----*\
70
71 class oneEqEddy
72 :
73 public GenEddyVisc
74 {
75 // Private data
76
77 volScalarField k_;
78
79 dimensionedScalar ck_;
80
81 // Private Member Functions
82
83 // - Update sub-grid scale fields
84 void updateSubGridScaleFields();
85
86 // Disallow default bitwise copy construct and assignment
87 oneEqEddy(const oneEqEddy&);
88 oneEqEddy& operator=(const oneEqEddy&);
89
90
91

```

```

92 public:
93
94     //- Runtime type information
95     TypeName("oneEqEddy");
96
97
98     // Constructors
99
100     //- Constructor from components
101     oneEqEddy
102     (
103         const volScalarField& rho,
104         const volVectorField& U,
105         const surfaceScalarField& phi,
106         const basicThermo& thermoPhysicalModel,
107         const word& turbulenceModelName = turbulenceModel::typeName,
108         const word& modelName = typeName
109     );
110
111
112     //- Destructor
113     virtual ~oneEqEddy()
114     {}
115
116
117     // Member Functions
118
119     //- Return SGS kinetic energy
120     virtual tmp<volScalarField> k() const
121     {
122         return k_;
123     }
124
125     //- Return the effective diffusivity for k
126     tmp<volScalarField> DkEff() const
127     {
128         return tmp<volScalarField>
129         (
130             new volScalarField("DkEff", muSgs_ + mu())
131         );
132     }
133
134     //- Correct Eddy-Viscosity and related properties
135     virtual void correct(const tmp<volTensorField>& gradU);
136
137     //- Read LESProperties dictionary
138     virtual bool read();
139 };
140
141
142 // * * * * *
143 } // End namespace LESModels
144 } // End namespace compressible
145 } // End namespace Foam
146
147 // * * * * *
148 #endif
149
150 // *****
151
152

```

## Quellcode A.27: oneEqEddy.C

```

1  /*-----*\
2  |
3  | \ \ / / F i e l d           | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  |  \ \ / / O peration        |
5  |   \ \ / / A nd              | Copyright (C) 2004-2011 OpenCFD Ltd.
6  |    \ \ / / M anipulation     |
7  |-----*/
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11  OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12  under the terms of the GNU General Public License as published by
13  the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14  (at your option) any later version.
15
16  OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17  ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18  FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19  for more details.
20
21  You should have received a copy of the GNU General Public License
22  along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24  \*-----*/
25
26 #include "oneEqEddy.H"
27 #include "addToRunTimeSelectionTable.H"

```

```

28
29 // * * * * * //
30
31 namespace Foam
32 {
33     namespace compressible
34     {
35         namespace LESModels
36         {
37
38             // * * * * * Static Data Members * * * * * //
39
40             defineTypeNameAndDebug(oneEqEddy, 0);
41             addToRunTimeSelectionTable(LESModel, oneEqEddy, dictionary);
42
43             // * * * * * Private Member Functions * * * * * //
44
45             void oneEqEddy::updateSubGridScaleFields()
46             {
47                 muSgs_ = ck_*rho()*sqrt(k_)*delta();
48                 muSgs_.correctBoundaryConditions();
49
50                 alphaSgs_ = muSgs_/Prt_;
51                 alphaSgs_.correctBoundaryConditions();
52             }
53
54
55             // * * * * * Constructors * * * * * //
56
57             oneEqEddy::oneEqEddy
58             (
59                 const volScalarField& rho,
60                 const volVectorField& U,
61                 const surfaceScalarField& phi,
62                 const basicThermo& thermoPhysicalModel,
63                 const word& turbulenceModelName,
64                 const word& modelName
65             )
66             :
67             LESModel(modelName, rho, U, phi, thermoPhysicalModel, turbulenceModelName),
68             GenEddyVisc(rho, U, phi, thermoPhysicalModel),
69
70             k_
71             (
72                 IOobject
73                 (
74                     "k",
75                     runtime_.timeName(),
76                     mesh_,
77                     IOobject::MUST_READ,
78                     IOobject::AUTO_WRITE
79                 ),
80                 mesh_
81             ),
82
83             ck_
84             (
85                 dimensioned<scalar>::lookupOrAddToDict
86                 (
87                     "ck",
88                     coeffDict_,
89                     0.094
90                 )
91             )
92         {
93             updateSubGridScaleFields();
94
95             printCoeffs();
96         }
97
98
99         // * * * * * Member Functions * * * * * //
100
101         void oneEqEddy::correct(const tmp<volTensorField>& tgradU)
102         {
103             const volTensorField& gradU = tgradU();
104
105             GenEddyVisc::correct(gradU);
106
107             volScalarField divU(fvc::div(phi())/fvc::interpolate(rho()));
108             volScalarField G(2*muSgs_*(gradU && dev(symm(gradU))));
109
110             tmp<fvScalarMatrix> kEqn
111             (
112                 fvm::ddt(rho(), k_)
113                 + fvm::div(phi(), k_)
114                 - fvm::laplacian(DkEff(), k_)
115                 ==
116                 G
117                 - fvm::SuSp(2.0/3.0*rho()*divU, k_)
118                 - fvm::Sp(ce_*rho()*sqrt(k_)/delta(), k_)
119             );

```

```

120
121     kEqn().relax();
122     kEqn().solve();
123
124     bound(k_, kMin_);
125
126     updateSubGridScaleFields();
127 }
128
129
130 bool oneEqEddy::read()
131 {
132     if (GenEddyVisc::read())
133     {
134         ck_.readIfPresent(coeffDict());
135
136         return true;
137     }
138     else
139     {
140         return false;
141     }
142 }
143
144
145 // * * * * *
146
147 } // End namespace LESModels
148 } // End namespace compressible
149 } // End namespace Foam
150
151 // * * * * *

```

### Quellcode A.28: GenEddyVisc.H

```

1 /*-----*\
2
3 //=====  

4 // \ / F i e l d           |   OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox  

5 //  \ / O p e r a t i o n |   Copyright (C) 2011 OpenFOAM Foundation  

6 //   \ / A n d             |  

7 //    \ / M a n i p u l a t i o n |  

8 //-----*/
9 License
10 This file is part of OpenFOAM.
11
12 OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
13 under the terms of the GNU General Public License as published by
14 the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
15 (at your option) any later version.
16
17 OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
18 ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
19 FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
20 for more details.
21
22 You should have received a copy of the GNU General Public License
23 along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
24
25 Class
26   Foam::compressible::LESModels::GenEddyVisc
27
28 Description
29   General base class for all compressible models that can be implemented as
30   an eddy viscosity, i.e. algebraic and one-equation models.
31
32   Contains fields for k (SGS turbulent kinetic energy), gamma
33   (modelled viscosity) and epsilon (SGS dissipation).
34
35 SourceFiles
36   GenEddyVisc.C
37
38 /*-----*/
39 #ifndef compressibleGenEddyVisc_H
40 #define compressibleGenEddyVisc_H
41
42 #include "LESModel.H"
43
44 // * * * * *
45
46 namespace Foam
47 {
48     namespace compressible
49     {
50         namespace LESModels
51         {
52
53             /*-----*\
54             Class GenEddyVisc Declaration
55             *-----*/
56

```

```

57 class GenEddyVisc
58 :
59     virtual public LESModel
60 {
61     // Private Member Functions
62
63     // Disallow default bitwise copy construct and assignment
64     GenEddyVisc(const GenEddyVisc&);
65     GenEddyVisc& operator=(const GenEddyVisc&);
66
67 protected:
68
69     // Model coefficients
70
71     dimensionedScalar ce_;
72     dimensionedScalar Prt_;
73
74
75     // Fields
76
77     volScalarField muSgs_;
78     volScalarField alphaSgs_;
79
80
81 public:
82
83     //- Partial Runtime type information
84     static const word typeName;
85
86     // Constructors
87
88     //- Construct from components
89     GenEddyVisc
90     (
91         const volScalarField& rho,
92         const volVectorField& U,
93         const surfaceScalarField& phi,
94         const basicThermo& thermoPhysicalModel,
95         const word& turbulenceModelName = turbulenceModel::typeName,
96         const word& modelName = typeName
97     );
98
99
100
101     //- Destructor
102     virtual ~GenEddyVisc()
103     {}
104
105
106     // Member Functions
107
108     //- Return sub-grid disipation rate
109     virtual tmp<volScalarField> epsilon() const
110     {
111         return ce_*k()*sqrt(k())/delta();
112     }
113
114     //- Return viscosity
115     virtual tmp<volScalarField> muSgs() const
116     {
117         return muSgs_;
118     }
119
120     //- Return thermal diffusivity
121     virtual tmp<volScalarField> alphaSgs() const
122     {
123         return alphaSgs_;
124     }
125
126     //- Return the sub-grid stress tensor.
127     virtual tmp<volSymmTensorField> B() const;
128
129     //- Return the deviatoric part of the effective sub-grid
130     // turbulence stress tensor including the laminar stress
131     virtual tmp<volSymmTensorField> devRhoBeff() const;
132
133     //- Returns div(rho*dev(B)).
134     // This is the additional term due to the filtering of the NSE.
135     virtual tmp<fvVectorMatrix> divDevRhoBeff(volVectorField& U) const;
136
137     //- Correct Eddy-Viscosity and related properties
138     virtual void correct(const tmp<volTensorField>& gradU);
139
140     //- Read LESProperties dictionary
141     virtual bool read();
142 };
143
144 // * * * * *
145 } // End namespace LESModels
146 } // End namespace compressible

```

```

149 } // End namespace Foam
150
151 // * * * * * //
152
153 #endif
154
155 // ***** //

```

### Quellcode A.29: GenEddyVisc.C

```

1  /*-----*\
2  =====
3  \ \   \ \   F i e l d       |   OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \ \   \ \   O p e r a t i o n |
5  \ \   \ \   A n d             |   Copyright (C) 2011 OpenFOAM Foundation
6  \ \   \ \   M a n i p u l a t i o n |
7  -----*/
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11  OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12  under the terms of the GNU General Public License as published by
13  the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14  (at your option) any later version.
15
16  OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17  ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18  FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19  for more details.
20
21  You should have received a copy of the GNU General Public License
22  along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24  \*-----*/
25
26  #include "GenEddyVisc.H"
27
28  // * * * * * //
29
30  namespace Foam
31  {
32  namespace compressible
33  {
34  namespace LESModels
35  {
36
37  // * * * * * Static Data Members * * * * * //
38
39  defineTypeNameWithName(GenEddyVisc, "GenEddyVisc");
40
41
42  // * * * * * Constructors * * * * * //
43
44  GenEddyVisc::GenEddyVisc
45  (
46  const volScalarField& rho,
47  const volVectorField& U,
48  const surfaceScalarField& phi,
49  const basicThermo& thermoPhysicalModel,
50  const word& turbulenceModelName,
51  const word& modelName
52  )
53  :
54  LESModel(modelName, rho, U, phi, thermoPhysicalModel, turbulenceModelName),
55
56  ce_
57  (
58  dimensioned<scalar>::lookupOrAddToDict
59  (
60  "ce",
61  coeffDict_,
62  1.048
63  )
64  ),
65
66  Prt_
67  (
68  dimensioned<scalar>::lookupOrAddToDict
69  (
70  "Prt",
71  coeffDict_,
72  0.7
73  )
74  ),
75
76  muSgs_
77  (
78  IObject
79  (
80  "muSgs",
81  runTime_.timeName(),

```



```

82     mesh_,
83     IObject::MUST_READ,
84     IObject::AUTO_WRITE
85     ),
86     mesh_
87     ),
88
89     alphaSgs_
90     (
91         IObject
92         (
93             "alphaSgs",
94             runTime_.timeName(),
95             mesh_,
96             IObject::MUST_READ,
97             IObject::AUTO_WRITE
98         ),
99         mesh_
100    )
101 {
102 //    printCoeffs();
103 }
104
105
106 // * * * * * Member Functions * * * * * //
107
108 tmp<volSymmTensorField> GenEddyVisc::B() const
109 {
110     return ((2.0/3.0)*I)*k() - (muSgs_/rho())*dev(twoSymm(fvc::grad(U)));
111 }
112
113
114 tmp<volSymmTensorField> GenEddyVisc::devRhoBeff() const
115 {
116     return -muEff()*dev(twoSymm(fvc::grad(U)));
117 }
118
119
120 tmp<fvVectorMatrix> GenEddyVisc::divDevRhoBeff(volVectorField& U) const
121 {
122     return
123     (
124         - fvm::laplacian(muEff(), U) - fvc::div(muEff()*dev2(T(fvc::grad(U))))
125     );
126 }
127
128
129 void GenEddyVisc::correct(const tmp<volTensorField>& gradU)
130 {
131     LESModel::correct(gradU);
132 }
133
134
135 bool GenEddyVisc::read()
136 {
137     if (LESModel::read())
138     {
139         ce_.readIfPresent(coeffDict());
140         Prt_.readIfPresent(coeffDict());
141     }
142     return true;
143 }
144 else
145 {
146     return false;
147 }
148 }
149
150
151 // * * * * * //
152
153 } // End namespace LESModels
154 } // End namespace compressible
155 } // End namespace Foam
156
157 // ***** //

```

### Quellcode A.30: GenSGSStress.H

```

1  /*-----*\
2  =====
3  \ \ / / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  \ \ / / O p e r a t i o n |
5  \ \ / / A n d | Copyright (C) 2011 OpenFOAM Foundation
6  \ \ / / M a n i p u l a t i o n |
7  -----*/
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11  OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12  under the terms of the GNU General Public License as published by

```

```

13 the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14 (at your option) any later version.
15
16 OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17 ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18 FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19 for more details.
20
21 You should have received a copy of the GNU General Public License
22 along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24 Class
25     Foam::compressible::LESModels::GenSGSStress
26
27 Description
28     General base class for all compressible models that directly
29     solve for the SGS stress tensor B.
30
31     Contains tensor fields B (the SGS stress tensor) as well as scalar
32     fields for k (SGS turbulent energy) gamma (SGS viscosity) and epsilon
33     (SGS dissipation).
34
35 SourceFiles
36     GenSGSStress.C
37
38 /*-----*/
39
40 #ifndef compressibleGenSGSStress_H
41 #define compressibleGenSGSStress_H
42
43 #include "LESModel.H"
44
45 // * * * * * //
46
47 namespace Foam
48 {
49     namespace compressible
50     {
51         namespace LESModels
52         {
53
54             /*-----*\
55              Class GenSGSStress Declaration
56             /*-----*/
57
58             class GenSGSStress
59             :
60             {
61                 virtual public LESModel
62             {
63                 // Private Member Functions
64
65                 // Disallow default bitwise copy construct and assignment
66                 GenSGSStress(const GenSGSStress&);
67                 GenSGSStress& operator=(const GenSGSStress&);
68
69             protected:
70
71                 // Model coefficients
72
73                 dimensionedScalar ce_;
74                 dimensionedScalar Prt_;
75
76                 // Fields
77
78                 volSymmTensorField B_;
79                 volScalarField muSgs_;
80                 volScalarField alphaSgs_;
81
82             public:
83
84                 //- Partial Runtime type information
85                 static const word typeName;
86
87                 // Constructors
88
89                 //- Constructor from components
90                 GenSGSStress
91                 (
92                     const volScalarField& rho,
93                     const volVectorField& U,
94                     const surfaceScalarField& phi,
95                     const basicThermo& thermoPhysicalModel,
96                     const word& turbulenceModelName = turbulenceModel::typeName,
97                     const word& modelName = typeName
98                 );
99
100                 //- Destructor
101                 virtual ~GenSGSStress()
102                 {}
103
104

```

```

105
106
107 // Member Functions
108
109 // - Return the SGS turbulent kinetic energy
110 virtual tmp<volScalarField> k() const
111 {
112     return 0.5*tr(B_);
113 }
114
115 // - Return the SGS turbulent dissipation
116 virtual tmp<volScalarField> epsilon() const
117 {
118     const volScalarField K(k());
119     return ce_*K*sqrt(K)/delta();
120 }
121
122 // - Return the SGS viscosity
123 virtual tmp<volScalarField> muSgs() const
124 {
125     return muSgs_;
126 }
127
128 // - Return the SGS thermal diffusivity
129 virtual tmp<volScalarField> alphaSgs() const
130 {
131     return alphaSgs_;
132 }
133
134 // - Return the sub-grid stress tensor
135 virtual tmp<volSymmTensorField> B() const
136 {
137     return B_;
138 }
139
140 // - Return the deviatoric part of the effective sub-grid
141 // turbulence stress tensor including the laminar stress
142 virtual tmp<volSymmTensorField> devRhoBeff() const;
143
144 // - Returns divergence of B : i.e. the additional term in the
145 // filtered NSE
146 virtual tmp<fvVectorMatrix> divDevRhoBeff(volVectorField& U) const;
147
148 // - Correct Eddy-Viscosity and related properties
149 virtual void correct(const tmp<volTensorField>& gradU);
150
151 // - Read LESProperties dictionary
152 virtual bool read();
153 };
154
155 // * * * * *
156 // * * * * *
157 // * * * * *
158 } // End namespace LESModels
159 } // End namespace compressible
160 } // End namespace Foam
161
162 // * * * * *
163 // * * * * *
164 #endif
165 // * * * * *
166 // * * * * *

```

### Quellcode A.31: GenSGSStress.C

```

1  /*-----*\
2  |
3  | \ \ / / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
4  | \ \ / / O p e r a t i o n |
5  | \ \ / / A n d | Copyright (C) 2011 OpenFOAM Foundation
6  | \ \ / / M a n i p u l a t i o n |
7  |-----*/
8  License
9  This file is part of OpenFOAM.
10
11  OpenFOAM is free software: you can redistribute it and/or modify it
12  under the terms of the GNU General Public License as published by
13  the Free Software Foundation, either version 3 of the License, or
14  (at your option) any later version.
15
16  OpenFOAM is distributed in the hope that it will be useful, but WITHOUT
17  ANY WARRANTY; without even the implied warranty of MERCHANTABILITY or
18  FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the GNU General Public License
19  for more details.
20
21  You should have received a copy of the GNU General Public License
22  along with OpenFOAM. If not, see <http://www.gnu.org/licenses/>.
23
24  \*-----*/
25
26 #include "GenSGSStress.H"

```

```

27
28 // * * * * * //
29
30 namespace Foam
31 {
32     namespace compressible
33     {
34         namespace LESModels
35         {
36
37             // * * * * * Static Data Members * * * * * //
38
39             defineTypeNameWithName(GenSGSStress, "GenSGSStress");
40
41
42             // * * * * * Constructors * * * * * //
43
44             GenSGSStress::GenSGSStress
45             (
46                 const volScalarField& rho,
47                 const volVectorField& U,
48                 const surfaceScalarField& phi,
49                 const basicThermo& thermoPhysicalModel,
50                 const word& turbulenceModelName,
51                 const word& modelName
52             )
53             :
54             LESModel(modelName, rho, U, phi, thermoPhysicalModel, turbulenceModelName),
55
56             ce_
57             (
58                 dimensioned<scalar>::lookupOrAddToDict
59                 (
60                     "ce",
61                     coeffDict_,
62                     1.048
63                 )
64             ),
65
66             Prt_
67             (
68                 dimensioned<scalar>::lookupOrAddToDict
69                 (
70                     "Prt",
71                     coeffDict_,
72                     1.0
73                 )
74             ),
75
76             B_
77             (
78                 IOobject
79                 (
80                     "B",
81                     runTime_.timeName(),
82                     mesh_,
83                     IOobject::MUST_READ,
84                     IOobject::AUTO_WRITE
85                 ),
86                 mesh_
87             ),
88
89             muSgs_
90             (
91                 IOobject
92                 (
93                     "muSgs",
94                     runTime_.timeName(),
95                     mesh_,
96                     IOobject::MUST_READ,
97                     IOobject::AUTO_WRITE
98                 ),
99                 mesh_
100             ),
101
102             alphaSgs_
103             (
104                 IOobject
105                 (
106                     "alphaSgs",
107                     runTime_.timeName(),
108                     mesh_,
109                     IOobject::MUST_READ,
110                     IOobject::AUTO_WRITE
111                 ),
112                 mesh_
113             )
114         {}
115
116
117         // * * * * * Member Functions * * * * * //
118

```

```

119 tmp<volSymmTensorField> GenSGSStress::devRhoBeff() const
120 {
121     return tmp<volSymmTensorField>
122     (
123         new volSymmTensorField
124         (
125             IObject
126             (
127                 "devRhoReff",
128                 runTime_.timeName(),
129                 mesh_,
130                 IObject::NO_READ,
131                 IObject::NO_WRITE
132             ),
133             rho()*B_ - mu()*dev(twoSymm(fvc::grad(U)))
134         )
135     );
136 }
137
138
139 tmp<fvVectorMatrix> GenSGSStress::divDevRhoBeff(volVectorField& U) const
140 {
141     return
142     (
143         fvc::div(rho()*B_ + 0.05*muSgs_*fvc::grad(U))
144         + fvc::laplacian(0.95*muSgs_, U, "laplacian(muEff,U)")
145         - fvm::laplacian(muEff(), U)
146         - fvc::div(mu()*dev2(T(fvc::grad(U))))
147     );
148 }
149
150
151 void GenSGSStress::correct(const tmp<volTensorField>& gradU)
152 {
153     LESModel::correct(gradU);
154 }
155
156
157 bool GenSGSStress::read()
158 {
159     if (LESModel::read())
160     {
161         ce_.readIfPresent(coeffDict());
162         return true;
163     }
164     else
165     {
166         return false;
167     }
168 }
169 }
170
171
172 // * * * * *
173 } // End namespace LESModels
174 } // End namespace compressible
175 } // End namespace Foam
176
177
178 // * * * * *

```