Olaf Krey

Zur Rolle der Mathematik in der Physik

Wissenschaftstheoretische Aspekte und Vorstellungen Physiklernender

In Print veröffentlicht:
Berlin : Logos-Verl., 2012 (Studien zum Physik- und Chemielernen ; 130)
ISBN 978-3-8325-3101-0

Online veröffentlicht auf dem
Publikationsserver der Universität Potsdam:
URL http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2012/5941/
URN urn:nbn:de:kobv:517-opus-59412
http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-59412

Für Martin und Monika Krey

Danksagung

Das Entstehen dieser Arbeit haben mehrere Menschen ermöglicht und begleitet, denen ich an dieser Stelle danken möchte.

Zunächst gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis, der mich einstellte und mir so die Möglichkeit zur Promotion und viele Lerngelegenheiten eröffnete. Ein zweiter Dank gilt Frau Prof. Dr. Silke Mikelsiks-Seifert – für eine Einführung in SPSS, erste Antworten auf viele Fragen zum Thema Fragebogenkonstruktion, Hinweise für die Auswahl von Tagungsbeiträgen, Hilfe bei der Durchführung der Studierendenbefragung, wohlwollende Beratung, konstruktive Zusammenarbeit im Rahmen verschiedener Projekte sowie diplomatische Vermittlungsversuche.

Aus chronologischen Gründen gilt erst der dritte Dank der Erstgutachterin dieser Arbeit – Prof. Dr. Thorid Rabe. Sie hat diese Arbeit in jedem Stadium ihres Entstehens unterstützend, beratend, zuhörend, verstehend, anregend, hinweisend, widersprechend, diskutierend, selten fordernd, immer anspornend, schon durchdacht oder rein- und mitdenkend, sorgfältig lesend, Alternativen aufzeigend, zurückhaltend und doch engagiert begleitet, war als Mensch, Lieblingskollegin und Chefin immer ansprechbar und stand nicht nur dieser Arbeit, sondern insbesondere mir, mit Rat und Tat zur Seite. Hierfür und für alles, was nicht in diesen Absatz passt, meinen herzlichen Dank! Ich freue mich auf die weitere Zusammenarbeit.

Prof. Dr. Thomas Jahnke, den ich als Mathematikdidaktiker für die Begutachtung dieser Arbeit gewinnen konnte, hat diese Schrift zwar erst in vollendetem Zustand vorgelegt bekommen, mein Denken während der Zeit ihrer Anfertigung aber wesentlich beeinflusst – durch Diskussionen über Mathematik, Sinn und Unsinn quantitativer empirischer Forschung, und die Installation eines exquisiten Lesezirkels. Neben aller Zuspitzung, Übertreibung und Streitlust, die seinem Denken und Handeln Schärfe verleihen, sind es unter anderem das Vertrauen in die Überzeugungskraft rationaler Argumente, das Fokussieren auf Inhaltliches (nicht Formales oder Oberflächliches), die Lust und das Interesse am Weiterlernen, eine kritische Distanz zu jeder Art von Ideologie oder Mainstream, das Insistieren auf und Einfordern von Kritik und Widerspruch als integralem Bestandteil wissenschaftlicher Tätigkeit und die unversöhnliche, bedingungslos ehrliche und unpolitische Auseinandersetzung mit konträren Standpunkten, die ihn unabhängig und unbequem machen und so als echten akademischen Lehrer (wider Willen?) auszeichnen. Vielen Dank!

Den weiteren Gutachtern Prof. Dr. Horst Schecker und Prof. Dr. Burkhard Priemer gilt mein Dank für wohlwollende konstruktive Gutachten, ihr Interesse an meiner Arbeit, offene und ehrliche Rückmeldungen im Rahmen von GDCP-Jahres- und -Doktorandentagungen oder Kolloquien. Herrn Schecker danke ich insbesondere für ein Gespräch im Anschluss an meine Disputation. Es wird mir Ansporn sein.

Der ehemaligen und derzeitigen Arbeitsgruppe Didaktik der Physik an der Uni Potsdam gilt mein Dank für technische, moralische, zeitliche Unterstützung, inhaltliche Beratung und unvergessene gemeinsame Erlebnisse. Ein besonderer Dank gilt Andrea Brockhaus für undiplomatischen (und deshalb erfolgreichen) Nachhilfeunterricht im Fach Diplomatie sowie Deeskalationsstrategien im Umgang mit Nervkeksen.

Claudia Kastens danke ich für das Beantworten vieler Fragen zur Statistik. Thorid, Lutz, Maja, Sascha, Kim, Claudia K., Olaf U., Ricardo und Alexander danke ich für lustige, angenehme und gehaltvolle Momente auf Tagungen und Seminaren. Den drei letztgenannten danke ich außerdem für anregende Diskussionen über die Rolle der Mathematik in der Physik.

Den an der empirischen Untersuchung Beteiligten danke ich für ihre Mitarbeit, insbesondere den damaligen studentischen Hilfskräften: Claudia, Jan, Stefan. Franco gilt mein Dank für eine erste Einführung in Sachen E-Learning und Medienpädagogik sowie stichelnde Diskussionen über Möglichkeiten und Grenzen institutioneller Bildung sowie qualitativer und quantitativer Forschungsparadigmen. Ohne Claudia würden die Kategoriensysteme zur Erfassung der Antworten auf die offenen Fragestellungen nicht in der jetzigen Form existieren. Die gemeinsame Arbeit war auch für mich lehrreich und auf vielen Ebenen ein Gewinn.

Ekaterina Kaganova und André Massing danke ich für Denkanstöße, Herausforderungen, Kritik, Freundschaft und Vorbildwirkungen auf vielen Ebenen. André verdanke ich außerdem die Nutzung eines vernünftigen Betriebssystems. André, Florian, Andreas, Franco, Stefan und Maja gilt mein Dank für viele kleine Hilfestellungen im Umgang mit LaTeX.

Mein Dank gilt auch all den Freunden und Bekannten, die in den letzten Jahren definitiv zu kurz gekommen sind, meinen Namen aber dennoch nicht aus ihrem Adressbuch gestrichen haben sowie allen Freunden im Koryu Uchinadi, die mir im Training einen Ausgleich ermöglichten.

Dass diese Arbeit in der jetzigen Fassung nicht noch mehr sprachliche Defizite oder Tippfehler aufweist, ist Claudia, Thorid und Herrn Jahnke zu verdanken. Für die verbleibenden Fehler trage ich allein die Verantwortung.

Schließlich bleibt mir, meiner Familie zu danken: Claudia, danke für Nachsicht, Rücksicht, Umsicht und Liebe. Mama, Papa, vielen Dank für jahrelange Unterstützung, Vertrauen in mich und meine Entscheidungen, Euer Verständnis und das materielle und emotionale Sicherheitsnetz, das es mir immer ermöglicht hat, das Richtige (oder das, was ich dafür gehalten habe) zu tun.

Olaf Krey
Potsdam im Januar 2012

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

> Außerdem sind wir Angehörige einer Zeit, die es liebt, Vorliebe für Forschung aus der Vorliebe für Reflexion über diese Forschung zu schöpfen. Uns scheint es, daß es nicht mehr genügt, wie der unsterbliche Galois nur für die Mathematik zu sterben - uns scheint, daß wir wissen wollen, warum es eigentlich so schön, so seltsam ist, für die Mathematik zu sterben (Bense, 1948, S. 7).[1]

1.1 Ein rationaler Zugang

Fragen zur Rolle der Mathematik beim Lernen von Physik beschäftigen Lehrende, Lernende und (seit vergleichsweise kurzer Zeit) auch Forschende. Dabei wird oft die Abstimmung der Fächer Mathematik und Physik als wesentlich, in der Realität aber problematisch herausgestellt (z. B. Michelsen, 2005). Auch der Übergang von der Schule zur Universität wird bezüglich der mathematischen Fähigkeiten Lernender als problematisch diskutiert (Orton und Roper, 2000). Dabei wird von Vertretern der Naturwissenschaften auf Seiten der Hochschulen immer wieder festgestellt, dass mathematische Voraussetzungen fehlen (Gill, 1999). Einige Studien zeigen insbesondere für die Ausbildung Studierender einen wesentlichen Zusammenhang zwischen Lernerfolg im Fach Physik und mathematischen Fähigkeiten (Meltzer, 2002; Hudson und McIntire, 1977; Hudson, 1982). Mathematische Fähigkeiten am Ende der Sekundarschule erweisen sich auch als guter Prädiktor für den Studienerfolg in einem naturwissenschaftlichen Fach, insbesondere der Physik (Sadler und Tai, 2007). Als problematisch wird häufig der Transfer mathematischer Fähigkeiten in physikalische Anwendungssituationen beschrieben (z. B. Bassok und Holyoak, 1989). Insbesondere wird das Formalisieren (Catania, 1987) und Agieren mit formalen Repräsentationen (de Lozano und Cardenas, 2002) als schwierig herausgestellt, wobei Gamble (1986) darauf hinweist, dass auch das fehlende konzeptionelle Verständnis der Lernenden Ursache für das Scheitern an der mathematischen Beschreibung sein kann. Dies weist in das weite Feld des Modellierens, das in der vorliegenden Arbeit konsequent ausgeklammert wird. Das Problem an sich ist nicht neu und wurde schon von Planck (1920, S. III) beschrieben:

> Nicht das Rechnen mit den Gleichungen, sondern das Aufstellen und namentlich auch das Interpretieren derselben ist es, was ihm [dem Studierenden] am meisten zu schaffen macht.

[1] Zitate werden in dieser Arbeit durch Einrückung und kleinere Schriftart oder durch Anführungszeichen kenntlich gemacht.

In Anbetracht der dokumentierten Problemlage liegen erstaunlich wenig abgesicherte Vorschläge oder Untersuchungen vor, aus denen sich Schlüsse für eine angemessene (wofür und für wen auch immer) Anwendung der Mathematik beim Lernen von Physik ziehen lassen. Oft bleibt es bei programmatischen Absichtserklärungen, die sich irgendwo zwischen den Forderungen nach mehr Mathematik (z. B. Matthews u. a., 2009) und dem Vorrang konzeptionellen (das meint qualitativen) Verstehens (z. B. Arons, 1976) verorten lassen. Gelegentlich findet man konkrete konzeptionelle Empfehlungen, die jedoch zumeist weder auf offen gelegten und begründeten theoretischen Annahmen basieren noch durch empirische Belege überzeugen können (vgl. z. B. Carson, 1999). Es wurden fachübergreifende Projekte entwickelt, um Synergieeffekte zu nutzen (konkret z. B. Michelsen und Sriraman, 2009), integrierte Lernumgebungen entwickelt (vgl. der Überblick in Czerniak u. a., 1999) und die Möglichkeiten des Einsatzes von Computern erkundet (vgl. z. B. Härtel, 2000). Neuerdings liegen Erkenntnisse aus der Arbeitsgruppe um Edward Redish (University of Maryland) vor, die zu den ergiebigsten Arbeiten auf diesem Gebiet gehören (vgl. Bing, 2008; Redish und Gupta, 2010; Tuminaro, 2004; Redish, 2005) und zum Teil auf Erkenntnisse von Sherin (2001) aufbauen.

1.2 Ein subjektiver Zugang

Irgendwann in meinem Physikstudium, irgendwann als das Gefühl, der Sache eigentlich gar nicht gewachsen zu sein sich nach mehreren Semestern Uni langsam abgenutzt hatte und weniger Besorgnis erregend war, ohne dass sich an dem grundsätzlichen Tatbestand etwas geändert hätte, irgendwann während der Hetzerei von einem Übungsblatt zum nächsten, als ich den Zusammenhang zwischen mathematischem Formalismus und physikalischer Wirklichkeit ohnehin lange aus den Augen verloren hatte und für Fiktion hielt, begegneten mir in einer Vorlesung zur theoretischen Physik die Maxwell-Gleichungen. Damals war ich wohl das erste Mal in der Lage, meine Verwunderung über ein für die Physik typisches Vorgehen in Worte zu fassen. Neben der ohnehin schon beeindruckenden Leistung, die empirischen Kenntnisse durch diese Gleichungen zu strukturieren, wurde mir klar, dass James Clerk Maxwell im 19. Jahrhundert in etwa folgenden Gedankengang entwickelt haben muss.[2] Bekannt war ihm jedenfalls das nach André Marie Ampère benannte Grundgesetz der Magnetostatik, welches besagt, dass elektrische Ströme zu einem magnetischen Wirbelfeld führen. Es lautet in differentieller Form für das Vakuum:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}\,, \tag{1.1}$$

wobei $\vec{B}$ für die magnetische Flussdichte, $\vec{j}$ für die elektrische Stromdichte und μ_0 für die magnetische Permabilität des Vakuums stehen. Formuliert man die Idee

[2] Anhand der Ausführungen von Maxwell (1873, Sektion 608, S. 232) lassen sich seine zur Entdeckung führenden Gedanken nicht mehr präzise rekonstruieren.

der Ladungserhaltung ebenfalls in mathematischer (differentieller) Form, so erhält man mit der zeitlichen Änderung der Ladungsdichte ρ die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho + \operatorname{div}\overrightarrow{j} = 0. \tag{1.2}$$

Setzt man die nach $\overrightarrow{j}$ umgestellte Gleichung 1.1 in die Kontinuitätsgleichung ein, so folgt $\frac{\partial}{\partial t}\rho = 0$ wegen $\operatorname{div}\operatorname{rot}\overrightarrow{B} = 0$ für jedes $\overrightarrow{B}$. Damit erweist sich Gleichung 1.1 als verallgemeinerungsbedürftig, wenn zeitabhängige Ladungs- und Stromverteilungen zu beschreiben sind. Es ergibt sich das verallgemeinerte Ampèrsche Gesetz, indem ein bestimmter Term additiv hinzugefügt wird:

$$\operatorname{rot}\overrightarrow{B} = \mu_0\overrightarrow{j} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{E}, \tag{1.3}$$

wobei ϵ_0 für die Permittivität des Vakuums und $\overrightarrow{E}$ für die elektrische Feldstärke stehen. Das erweiterte Ampèrsche Gesetz enthält den zur Zeit Maxwells auch empirisch belegten und als gesichert geltenden Grenzfall 1.1 (für den Fall das $\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{E} = 0$). Betrachtet man die Divergenz beider Seiten von Gleichung 1.3, so erhält man

$$\operatorname{div}\operatorname{rot}\overrightarrow{B} = 0 = \mu_0\operatorname{div}\overrightarrow{j} + \mu_0\epsilon_0\operatorname{div}\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{E}. \tag{1.4}$$

Dies entspricht der Kontinuitätsgleichung 1.2 genau dann, wenn gilt

$$\operatorname{div}\overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \tag{1.5}$$

wenn also, wie aus der Elektrostatik bekannt, die Quellen des elektrischen Feldes gerade die Ladungen sind. Dieser zusätzliche Term im erweiterten Ampèrschen Gesetz wird als Verschiebungsstrom bezeichnet. Seine Integration in die Maxwellschen Gleichungen ermöglicht deren Widerspruchsfreiheit und führt außerdem zur Vorhersage elektromagnetischer Wellen, wie sie wenig später von Heinrich Hertz experimentell bestätigt wurden.

Zunächst kann man sich einer gewissen Verwunderung nicht erwehren, dass hier eine Vorhersage physikalischer Entitäten allein aufgrund mathematischer Überlegungen erfolgte. Jedenfalls ist es ganz und gar nicht offensichtlich, warum diese mathematischen Vorhersagen tatsächlich etwas mit der physikalischen Realität zu tun haben sollen. In gewisser Weise scheint es sogar irrational, die Jagd nach einer mathematisch vorhergesagten physikalischen Entität (dem Verschiebungsstrom, der hier nur indirekt nachgewiesen wird) zu eröffnen, obwohl alle bisherigen empirischen Befunde diese ganz und gar nicht erfordern.[3]

[3] Jedenfalls wundern sich noch weitere Menschen darüber, wie die Arbeit zeigen wird – „systematisches Wundern“ findet man allerdings seltener bei den Physikerinnen und Physikern, als bei den Wissenschaftstheoretikern.

Man mag diesem Beispiel vorhalten, dass es ein Problem erzeugt, das nur aus einer bestimmten Perspektive sichtbar wird und man kann fragen, ob bei der historischen Rekonstruktion, die hier in Anlehnung an Steiner (1989, S. 458) benutzt wurde, die dargestellten Fakten nicht zielführend ausgewählt wurden, ob nicht andere Aspekte noch durchschlagender waren.[4] Wie die Ausführungen Steiners zeigen, sind aber weitere Beispiele dieser Art in der Geschichte der Physik zu finden (Steiner, 1998, 1995, 1989). Die Perspektive scheint also einnehmbar und auch nicht sofort widerlegbar zu sein. Auch Hertz wundert sich jedenfalls über die Reichweite der Gleichungen, wenn er schreibt:

> [...] als wohne den mathematischen Formeln selbständiges Leben und eigener Verstand inne, als seien sie klüger als wir, klüger sogar als ihr Erfinder [...] (Hertz, 1895, S. 344).

Mich jedenfalls hat diese Einsicht nicht nur latent immer weiter beschäftigt, weil es eben doch irgendwie eine „unreasonable effectiveness" (Wigner, 1960) zu sein scheint, die der Mathematik hier anhaftet, sondern auch daran erinnert, dass sich während meiner Schulzeit schon ganz ähnliche Momente darboten, die ich erst im Nachhinein in der notwendigen Klarheit fassen konnte.

Ein weiterer Sprung in die Vergangenheit: Irgendwann in meiner Zeit am Gymnasium. Das typische Thema: Energieerhaltung. Eine Kugel der Masse m fällt aus einer Höhe h auf den Boden. Bestimmen Sie die Aufprallgeschwindigkeit v_A bei ortsspezifischer Erdbeschleunigung g. Einfacher geht es nicht mehr. Es folgt der typische Ansatz:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh, \tag{1.6}$$

vermutlich ein oder zwei Zwischenschritte, z. B.

$$2gh = v_A^2 \tag{1.7}$$

und schließlich

$$v_A = \pm\sqrt{2gh}. \tag{1.8}$$

Auch hier gab es Probleme. Trotz der Unfähigkeit, das Problem zu benennen oder gar der Ursache auf die Spur zu kommen, kann ich mich deutlich an das mulmige Gefühl und das Unverständnis meiner Physiklehrerin darüber erinnern. Als guter Schüler ist das Lösen einer solchen Aufgabe kein Problem, der Ansatz ja sogar einsichtig und mit Hilfe des Energiekonzepts und der gegenseitigen Umwandelbarkeit von kinetischer und potenzieller Energie auch verständlich, die Formel also nur eine Notation dessen, was ich schon als nützlich oder richtig akzeptiert hatte. Doch schon die erste Umformung ist verwirrend. Warum soll diese merkwürdige Gleichung 1.7 noch mein Anfangsproblem beschreiben? Ihr sehe ich als Lernender nicht mehr an, was sie noch mit der gegebenen Situation zu tun hat. Sicher, sie

[4] Kuhn (2001, S. 333-343) beispielsweise fokussiert bei seiner Darstellung auf die Nutzung von Analogien, die er als den Kern der Maxwellschen Gedanken ansieht.

ergibt sich aus der Gleichung davor – mathematisch korrekt, wie ich weiß oder wenigstens glaube zu wissen, aber der Bezug zur realen Situation? Mein Gedankenstrom könnte ungefähr so ausgesehen haben: „Ich befinde mich also gerade in einem (Mathe-)Tunnel, geradeaus fahren. ... Wenn ich schon nicht verstehe, warum diese Umformung meine Problembeschreibung unverfälscht erhält, dann einfach weitermachen ... nochmal umformen ... puuhhh ... Licht am Ende des Tunnels ... nur noch einsetzen, Einheiten hin- und herschieben, um sicher zu sein, dass unterwegs alles glatt lief - als wäre das eine Bestätigung für den Sinn der Sache. Na egal ... einsetzen, fertig. Oh, zweimal unterstreichen!“

Rückblickend kommt mir das seltsam vor. Wieder Gedanken über die Gedanken von damals: „Ich übergebe eine Beschreibung einer Situation einer „anderen Sprache“ (so jedenfalls ein oft mit Galilei in Verbindung gebrachtes, weit verbreitetes Bild), in dieser Sprache formuliere ich das Problem um, darf aber zwischendurch nicht versuchen, zurück in die ursprüngliche Sprache zu übersetzen. Am Ende kommt aus dieser „black box“ eine Zahl (mit Einheit), die nun doch irgendwie Sinn macht – davon könnte ich mich ja experimentell überzeugen, auch wenn das wegen der Reibung nicht so ganz hinkommt, aber im Prinzip. Zum Glück weiß ich ja, dass ich einfach nur die positive Lösung benutzen muss, das ist immer so und von Dirac und der Vorhersage des Positrons weiß ich ja zum Glück noch nichts, sonst müsste ich womöglich grundsätzlicher nachdenken und würde nicht mehr so schön unterstrichene Ergebnisse produzieren können, für die ich gute Noten bekomme.“

Warum also ist das Vorzeichen in dem einen Fall egal, in dem anderen aber so entscheidend? Auch hier eröffnet sich ein Problemkreis, dessen Kenntnis beim Betreiben von Physik, jedenfalls aber beim Ergattern guter Noten sogar hinderlich sein *kann*. Ein Gedanke, der die Bedeutung von Vorstellungen über die Natur der Physik und der Rolle der Mathematik darin zu einem relevanten Vorverständniselement werden lässt.

Ich hoffe an diesen beiden Beispielen plausibel gemacht zu haben, dass allein durch die Anwendung von Mathematik beim Lernen von Physik, Fragen im Raum stehen können, die sich nicht aus dem physikalischen Problem an sich oder der Mathematik an sich, sondern durch die Anwendung der Mathematik auf die Realität im Rahmen des „Unternehmens Physik“ ergeben. Diese Fragen bleiben in der Regel latent und werden meist nicht thematisiert – schon gar nicht in der Schule. Viel zu beschäftigt ist man hier mit Algorithmen und deren fehlerfreier Anwendung.

Neben den persönlichen Lernerfahrungen ist auch die Überzeugung ursächlich für das Entstehen dieser Arbeit, dass Physikunterricht an unseren Schulen an einem zentralen Problem krankt, nämlich dem Umgang mit Mathematik. Dittmann u. a. (1989) sprechen gar von der „zerrechnete[n] Physik“. Dabei ist nicht das Auftreten von Mathematik an sich ein Problem. Keineswegs will ich andeuten, dass ein Slogan der Art „je weniger Mathematik im Physikunterricht, desto besser“ irgendeine Berechtigung hat – schon gar nicht so unreflektiert, wie er hier daher kommt.

Aber die Art des Umgangs mit der Mathematik im Unterricht scheint mir aus der Erinnerung an meine eigene Schulzeit und meinen Erfahrungen als hospitierender und unterrichtender Referendar höchst fragwürdig. Ich würde sogar sagen, dass durch den häufig praktizierten Umgang mit Mathematik im Physikunterricht das emanzipatorische Potenzial dieses Unterrichts nicht nur eingeschränkt wird, sondern nicht selten in Abhängigkeit, Autoritätsglauben und Unselbständigkeit erzeugendes Befolgen von unantastbaren (weil mathematischen) Regeln umschlägt.

Dieser Eindruck, der – so nehme ich an – zumindest unter Physikdidaktikerinnen und Physikdidaktikern, aber auch bei reflektierenden PraktikerInnen auf Resonanz stößt,[5] führt umgehend zu der Frage: Wie geht es denn besser? Wie muss ein sinnstiftender, den potenziell emanzipatorischen Charakter von Physikunterricht entfaltender Umgang mit Mathematik im Physikunterricht aussehen – und warum?

1.3 Wagenschein: Vision vs. Wissenschaft

Früher oder später stößt man bei der Suche nach einer Antwort auf Wagenschein (z. B. Wagenschein, 1995), der zunächst ähnliche Feststellungen macht, wenn er beispielsweise mahnt:

> Zahlen und *Formeln* allein sind keine Ausweise der Exaktheit und Wissenschaftlichkeit, denn man kann sie auch einsichtslos gebrauchen (Wagenschein, 1995, S. 193).

Wagenschein gibt auch einige konkrete Beispiele dafür an, wie man es seiner Ansicht nach besser machen kann und diese Vorschläge erwecken eine gewisse Sympathie. Exemplarisch sei auf seinen Aufsatz „Das Fallgesetz als ein für die Mathematisierbarkeit gewisser natürlicher Abläufe 'exemplarisches Thema'"[6] von 1962 verwiesen. Zu Beginn dieses Aufsatzes kommentiert er die Unfähigkeit Studierender das Fallgesetz in Worte zu fassen mit den Worten: „Dieses '$\frac{1}{2}gt^2$' ist eine Scheinblüte, eine Papierblume." Denn wer Wissenschaftliches im Bereich der (elementaren) Physik nicht auch einfach sagen kann, der hat es nicht verstanden. Sein Gegenvorschlag besteht in der schon von Galilei verwendeten Beschreibung. Wagenschein schreibt:[7]

> Bei Galilei steht es so: „Man sieht also, ... dass ... die in gleichen Zeiten durchlaufenen Wege sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, ... verhalten", was ja nicht weniger und nicht mehr sagt als jene Formel $\frac{1}{2}gt^2$, denn „fasst man die Gesamtstrecken zusammen, so wird in doppelter Zeit der vierfache Weg,

[5] Mikelskis (1992, S. 210) schreibt z. B. negativ konnotiert: „Wie kein anderes Unterrichtsfach steht die Schulphysik unter dem Dogma unserer Zeit, alles und jedes zu quantifizieren."

[6] In Wagenschein (1995, S. 202 ff.)

[7] Die Zitate Galileis beziehen sich auf Zusatz I des 3. Tages in den Unterredungen (vgl. z. B. Galilei, 1973, S. 161).

> in dreifacher Zeit der neunfache Weg zurückgelegt, und allgemein werden die Wege wie die Quadrate der Zeiten sich verhalten.“ Und in dieser Form „1,3,5,7, ...“ versteht das jedes Kind [...]. (Wagenschein, 2009, S. 197)

Abgesehen davon, dass die Behauptung „was ja nicht weniger und nicht mehr sagt als jene Formel $\frac{1}{2}gt^2$“ so schlicht falsch ist, denn das „$\frac{1}{2}g$“ in dieser Scheinblüte spezifiziert ja den quadratischen Zusammenhang offensichtlich, scheint es wenig plausibel, die eine Papierblume durch eine andere – möglicherweise ebenso unverstandene – zu ersetzen. Bisher lässt sich also auf der Produktebene wohl kaum von einem Fortschritt sprechen. Erst der Blick auf die Prozesse, die zu der Formel bzw. der Folge der ungeraden natürlichen Zahlen führen, lässt einen potenziellen Vorteil erkennen. Ein echter ‘Mehrwert’ bezogen auf die Produkte stellt sich erst ein, wenn der Zusammenhang zwischen den beiden Formulierungen nachvollzogen wird. Ob dieser ‘Mehrwert’ noch in den Interessenbereich der Physik und des Physikunterrichts gehört, sei einmal dahingestellt.[8] Für Wagenschein steht jedenfalls fest, dass der *verkürzte Weg*, der zu in Formeln fixiertem Wissen führt, nicht die Formel an sich, das eigentliche Problem darstellt. Er schreibt:

> Ich vermute, dass solche Misserfolge unseres Unterrichts eben daher kommen, dass wir [...] in der (natürlich richtigen) Absicht, die so fundamentale Mathematisierbarkeit gewisser natürlicher Abläufe „einzuschärfen“, es immer wieder tun, fast in jeder Stunde, eben deshalb aber immer flüchtig [...] (Wagenschein, 2009, S. 197).

Bei aller Sympathie für Wagenscheins Entwürfe, handelt es sich bei ihnen am Ende doch „nur“ um einen Entwurf, eine Vision, die sich aus einer spezifischen, hier ausdrücklich geteilten, Problemsicht motiviert. Diese Leistung ist nicht gering zu schätzen. Visionen stehen oft am Anfang von Entwicklungen. Die Frage ist, wie sich eine Wissenschaft Didaktik der Physik zu ihnen verhält. Handelt es sich bei diesen Visionen schon um wissenschaftliche Erkenntnisse oder sind es Ideen, die einer wissenschaftlichen Auseinandersetzung bedürfen, bevor man sie für handlungsleitend erklärt? Ich persönlich schließe mich der letztgenannten Position an und erwarte von einer wissenschaftlichen Auseinandersetzung mehr als Ideen, die auf nicht oder kaum explizierten Wertvorstellungen, Menschenbildern und Vorstellungen über das Lehren und Lernen basieren – ganz egal, wieviel Sympathie ich ihnen im ersten Moment aufgrund einer gemeinsamen Problemsicht und Lösungsidee entgegen bringe.

In diesem Sinne behält Wagenschein seine anregende und inspirierende Funktion und kann auch zurecht als „Meister“ der Physikdidaktik im Sinne einer Lehrkunst angesehen werden. Im Sinne einer wissenschaftlichen Untersuchung sind Wagenscheins Ausführungen jedoch weniger überzeugend, da sie kaum theoretisch fundiert oder gar evaluiert sind. Die Frage, ob eine solche Unterfütterung möglich,

[8] Mir jedenfalls drängt sich der Verdacht auf, dass hier, wie auch an anderen Stellen in Wagenscheins Werk, eine gegenseitige symbiotische Durchdringung von Mathematik und Physik im Unterricht propagiert wird, die insbesondere in physikdidaktischen Kreisen kaum zur Kenntnis genommen wird.

eine Evaluation (bezüglich welcher Kriterien?) positiv und das Konzept auch unter Bedingungen der staatlichen Regelschule umsetzbar ist, wäre eine eigene Dissertation wert. Ansätze empirischer Auseinandersetzung mit Wagenscheins Werk gibt es bei Aeschlimann (1999) oder in der Mathematikdidaktik bei Nölle (2007).

1.4 Liebers (1983): Rezepte für die Anwendung der Mathematik im Physikunterricht

Zurück zur Frage, wie man denn nun sinnvoll mit Mathematik im Physikunterricht umgehen sollte. Eine etwas aufwändigere Suche führt dann auf die einzige mir bekannte deutschsprachige Monographie, die sich dieser Frage systematisch widmet und auf die hier kurz einzugehen ist. Unter dem Titel „Anwendung der Mathematik im Physikunterricht“ setzt sich 1983 Klaus Liebers mit dem Thema auseinander (Liebers, 1983). Liebers identifiziert beeindruckend systematisch typische Szenarien des Mathematikeinsatzes und unterbreitet Vorschläge für die „Gestaltung typischer Erkenntnisprozesse bei der Anwendung der Mathematik im Physikunterricht“ (Liebers, 1983, Kapitel 3, S. 58 ff.) basierend auf einem allgemeinen „Skript“ für die „Gestaltung des Unterrichtsprozesses bei der Anwendung der Mathematik im Physikunterricht“ (Liebers, 1983, Kapitel 2, S. 14 ff.). Das Buch richtet sich dabei an Lehrerinnen und Lehrer und kann als einflussreich für die Unterrichtsgestaltung in der DDR bezeichnet werden. Das Literaturverzeichnis enthält 15 Einträge – im Wesentlichen Werke von oder über Physiker(n); psychologische, philosophische oder (fach)didaktische Literatur kommt darin nicht vor. Trotz der beachtlichen analytischen Leistung kann ich mich aus heutiger Sicht nicht des Eindrucks erwehren, dass die Ausführungen rezeptartig sind und dass ihnen zumindest implizit eine instruktionistische Lehr-Lern-Vorstellung zugrunde liegt, die heute als inadäquat bezeichnet werden muss, weil sie Lernende nicht als aktive Konstrukteure ihres eigenen Wissens, sondern als zu manipulierende Wissensempfänger versteht. Dennoch finden kritische Leserinnen und Leser die systematische Darstellung einer möglichen Antwort auf die Frage nach dem Umgang mit der Mathematik im Physikunterricht – eine Antwort, die in die Jahre gekommen ist und aus heutiger Sicht revisionsbedürftig erscheint. Insbesondere deshalb, weil die Perspektiven der Lernenden in ihr keine explizite Rolle spielen. Neben dieser Veröffentlichung gibt es kein mir bekanntes deutschsprachiges Werk, das sich der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik aus didaktischer Perspektive nähert.

1.5 Das Anliegen der Arbeit

Zwar spielen mathematische Fähigkeiten in der Problemlöseforschung eine Rolle, werden beim Umgang mit Modellen erwähnt (mathematische Modelle) und auch im Rahmen der Aufgabenkultur lässt sich ein Mathematikbezug in der Diskussion erkennen. Eine systematische Auseinandersetzung mit der Rolle der Mathematik in der Physik liegt in der gegenwärtigen physikdidaktischen Forschung jedoch nicht vor. Es ist also auch in naher Zukunft keine geschlossene, auf der Grundlage physikdidaktisch relevanter Forschungsergebnisse basierende Konzeption der Anwendung von Mathematik im Physikunterricht zu erwarten. Die vorliegende Arbeit hat nicht das Anliegen, dies zu ändern. Sie will aber einige relevante Grundlagen für eine solche Konzeption zur Verfügung stellen. Diese relevanten Grundlagen sind zweifacher Art. Zum Einen sollen *wissenschaftstheoretische und -historische Aspekte* zusammengestellt werden, die eine Positionierung auf einem recht unübersichtlichen Feld erleichtern sollen. Der Überblick über verschiedene mögliche Positionen und das Bewusstsein für die Verortung der eigenen Position und deren Implikationen ist in meinen Augen ein unbedingt notwendiger Schritt, der jeder konkreten Unterrichtskonzeption vorausgehen oder sie begleiten sollte. Um dies zu ermöglichen sind ausgewählte theoretische Konzeptionen aus der Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaften zusammengestellt. Es wird nicht versucht, diese Ansätze weiterzuentwickeln oder in Hinblick auf eine Intervention nutzbar zu machen. Dies ist wünschenswert, kann aber im Rahmen dieser Arbeit nicht geleistet werden. Zum Anderen wird im Rahmen eines konstruktivistischen Lehr-Lern-Verständnisses die Kenntnis der Vorstellungen Lernender zu einer weiteren notwendigen Voraussetzung für eine sinnvolle Unterrichtskonzeption. Solche *Vorstellungen über die Rolle der Mathematik und ihre empirische Erhebung* stellen den Hauptteil der Arbeit dar.

Ein drittes – in gewisser Weise anmaßendes – Anliegen hat die Auswahl des hier dargestellten Inhalts maßgeblich beeinflusst. Mir scheint, dass seit den Meraner Reformvorschlägen von 1905 ein für den deutschen Sprachraum deutlich werdendes Abgrenzen der Fachdidaktik Physik gegen die Fachdidaktik Mathematik festzustellen ist. Die Emanzipation des Physikunterrichts und die immer wieder zitierte Eigenständigkeit gegenüber dem Mathematikunterricht[9], deren Berechtigung hier nicht in Frage steht, führte zu einer Betrachtung des Physikunterrichts, die Mathematisierungen und den Umgang mit ihnen eher als Randerscheinung, jedenfalls nicht als zentrales Problem betrachtete. Meiner Ansicht nach handelt es sich aber gerade um ein zentrales Problem, denn der praktizierte Umgang mit der Mathematik im Physikunterricht verhindert in besonderem Maße, dass andere fundierte physikdidaktische Empfehlungen wirksam werden. Die Didaktik der Mathematik stellt einige Ergebnisse zur Verfügung, die auch für die Diskussion der Rolle der Mathematik in der Physik relevant sein können. Insbesondere in Nordamerika, aber auch in anderen europäischen Ländern verläuft die Grenze zwischen Physik- und Mathematikdidaktik wesentlich fließender, als dies in Deutschland der Fall ist. Ob dies gut oder schlecht ist, mögen andere beurteilen, der Verzicht auf die Integration relevanter mathematididaktischer Forschungsbefunde in die physikdi-

[9] In den Reformvorschlägen heißt es: „Die Physik ist im Unterricht nicht als mathematische Wissenschaft, sondern als Naturwissenschaft zu behandeln“ (Gutzmer, 1908, S. 99).

daktische Diskussion erscheint mir hingegen in jedem Fall als ein Fehler. In diesem Sinne ist es ein drittes Anliegen dieser Arbeit, einige mathematikdidaktische Perspektiven, die ebenfalls zu einer eigenen Positionierung gegenüber der Rolle der Mathematik in der Physik beitragen und die Vorstellungen Lernender diesbezüglich weiter erhellen können, in die physikdidaktische Diskussion einzubringen.

Die damit verbundene Breite der Arbeit mag im Zeitalter stromlinienförmiger empirischer Unteruntersuchungsdesigns ungewohnt, vielleicht sogar unangemessen erscheinen. Aus Sicht des Autors ist dies eine Stärke der Arbeit, die den Anspruch einer „komplex-multidisziplinäre[n] Unterrichtswissenschaft“ (Mikelskis, 2006, S. 31) Didaktik der Physik ernst nimmt. Insbesondere in Anbetracht des relativ unberührten Forschungsgebietes ist eine frühzeitige Verengung der Perspektive zu vermeiden. Auch dies erklärt eine notwendige Breite.

Schließlich war es ein viertes Anliegen, methodische Verfahren und deren Eignung zu begründen sowie die Durchführung möglichst transparent zu machen. Dies geht gelegentlich mit einer Datenflut einher, die hier in Kauf genommen wird. Ihr werden regelmäßige Zusammenfassungen und Reduktionen zur Seite gestellt, die eine leichtere Orientierung ermöglichen und so die Lesbarkeit erhöhen sollen. Statistik wird hier als Argumentationshilfe verstanden, nicht als rhetorisches Mittel. Die Ergebnisse statistischer Untersuchungen werden also vollständig aufgeführt, um Leserinnen und Leser in die Lage zu versetzen, auch die Auswahl zu diskutierender Aspekte zu beurteilen, denn dieser erste Schritt der Konstruktion von Information aus den Daten ist nicht unwesentlich.

Leserinnen und Lesern, die ausschließlich an empirischen Befunden und deren Bezug zu vorliegenden Ergebnissen anderer Untersuchungen interessiert sind, wird insbesondere im Ergebnisteil durch regelmäßige Zusammenfassungen entgegengekommen. In Abb. 1.1 sind zudem die Kernbestandteile der Arbeit gekennzeichnet.

1.6 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in zwei Teile gegliedert. Eine Veranschaulichung der Struktur dieser Arbeit findet sich in Abb. 1.1. Teil I dient einer theoretischen Auseinandersetzung und der Klärung grundsätzlicher Fragen, die sich bei der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik stellen. Hier wird zunächst in Kapitel 2 versucht, das Problem der Anwendbarkeit von Mathematik zu thematisieren, wie es oben angedeutet wurde und ausgewählte Zugänge, die im Übrigen auch für die physikdidaktische Diskussion mit Blick auf die Ausbildung künftiger Lehrerinnen und Lehrer relevant sein können, gebündelt vorzustellen (Abschnitt 2.3). Da hierzu Klarheit darüber herrschen muss, was unter Physik (Abschnitt 2.1) bzw. Mathematik (Abschnitt 2.2) verstanden werden kann, sind entsprechende Vorüberlegungen notwendig. Diesem eher wissenschaftstheoretisch ausgerichteten Kapitel steht Kapitel 3 zur Seite. In ihm werden Vorstellungen im Allgemeinen (Abschnitt 3.1) und deren Relevanz im Besonderen (Abschnitt 3.2) thematisiert und vorliegende Befunde über Vorstellungen von Lernenden zur Mathematik (Abschnitt 3.5), Physik (Abschnitt 3.6) und zur Rolle der Mathematik in der Physik (Abschnitt 3.7) sowie epistemologische Vorstellungen Lernender (Abschnitt 3.4) vorgestellt. Diese Vorstellungen stellen Elemente der Vorwissensstruktur der Lernenden dar und sind im Rahmen eines konstruktivistischen Lehr-Lernverständnisses relevant für die Wissenskonstruktion. Kapitel 4 trägt schließlich Informationen zu mathematischen Repräsentationsformen zusammen.

Die Kapitel 2 und 3 bilden die Kernbestandteile der Arbeit auf theoretischer Ebene. In Kapitel 2 wird zunächst aus einer wissenschaftstheoretischen Perspektive die Rolle der Mathematik in der Physik beleuchtet.

Im zweiten Teil der Arbeit wird zunächst die empirische Untersuchung in ihrem Ablauf sowie den Inhalten der einzelnen Untersuchungsabschnitte dargestellt (Kapitel 5). Dieses den zweiten Teil eröffnende Kapitel endet mit den Forschungsfragen, die mit Hilfe der empirischen Untersuchung beantwortet werden sollen. Diese betreffen die Vorstellungen Lernender in den Klassenstufen 10 und 12 bzw. Studierender im Studiengang Lehramt Physik über die Rolle der Mathematik in der Physik. Sie lauten:

I. Welches Bild von den Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik lässt sich aus den Antworten auf die offenen Fragestellungen „Was ist Physik?“ und „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“ rekonstruieren?

II. Inwiefern lassen sich Vorstellungen zum Selbsterleben im Umgang mit Mathematik in der Physik, zu Funktionen der Mathematik in der Physik und zu epistemologischen Vorstellungen personengruppenübergreifend operationalisieren?

III. Inwiefern lassen sich proximale und distale Konstruktebenen[10] bezüglich einzelner Konstrukte der Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik identifizieren?

IV. Inwiefern lassen sich einzelne Konstrukte der Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik hinsichtlich der mathematischen Repräsentationsform (grafisch vs. symbolisch) differenzieren?

V. Inwiefern unterscheiden sich die Ausprägungen der erhobenen Vorstellungen von Physiklernenden

   1. zwischen den drei befragten Personengruppen,
   2. zwischen männlichen und weiblichen Befragten,
   3. zwischen Leistungsextremgruppen,
   4. hinsichtlich der Konstruktebene (proximal, distal),

[10] Gemeint sind den eigenen Lernprozess (proximal) und die Gemeinschaft der Physikerinnen und Physiker (distal) betreffende Vorstellungen.

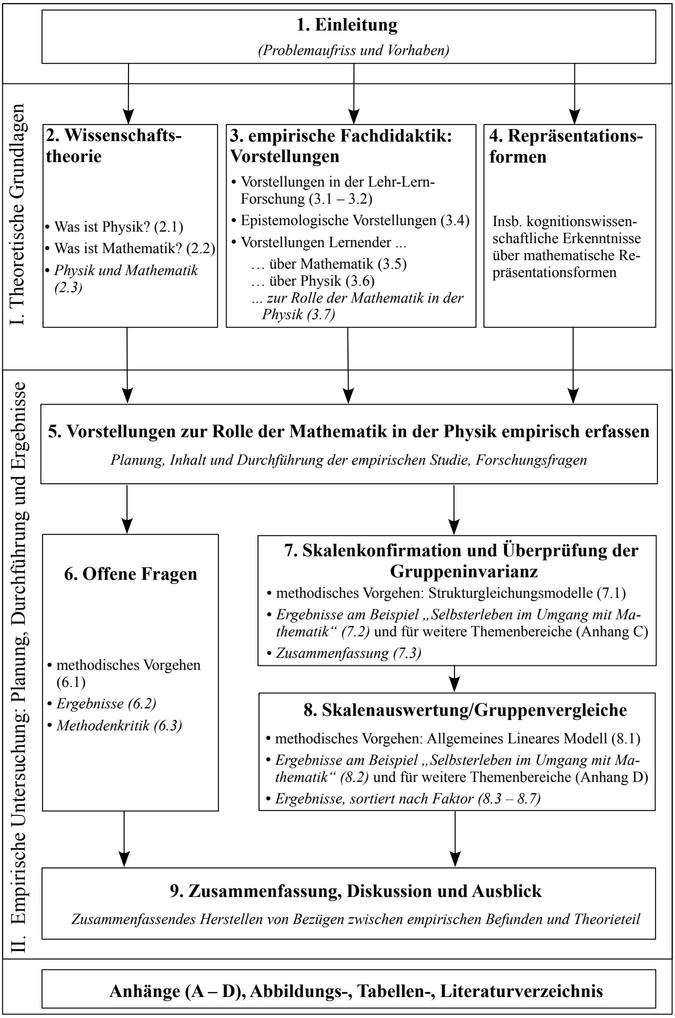


Abb. 1.1: Strukturdiagramm der vorliegenden Arbeit. Die kursiv gedruckten Abschnitte kennzeichnen die Minimallektüre.

5. hinsichtlich der Repräsentationsform (grafisch, algebraisch).

Die verbleibenden Kapitel in Teil II widmen sich der Darstellung wesentlicher Ergebnisse. Die Kapitel 6 bis 8 sind dabei immer in einem Dreischritt aufgebaut. Zunächst wird auf die verwendete Methode näher eingegangen, bevor die Auswertungen und ihre Ergebnisse relativ detailliert dargestellt werden und schließlich zusammengefasst und andiskutiert werden. Eine abschließende Diskussion erfolgt in Kapitel 9. Neben der Mitteilung der Ergebnisse steht das Bestreben, die Datenbearbeitung transparent zu machen, im Vordergrund. So erklären sich sowohl relativ ausführliche Begründungen des methodischen Vorgehens als auch die Mitteilung relevanter Zwischenergebnisse.

Kapitel 6 bedient sich eines inhaltsanalytischen Verfahrens, um Forschungsfrage I. zu beantworten. Den verbleibenden Forschungsfragen widmen sich die Darstellungen in Kapitel 7 und 8. Zunächst werden in Kapitel 7 konfirmatorische Faktorenanalysen, Mehrgruppenanalysen und weitere strukturgleichungsmethodische Modelltests vorgenommen, um mit den so etablierten Skalen in Kapitel 8 geeignete Gruppenvergleiche unter Verwendung allgemeiner linearer Modelle (ALM) vornehmen zu können.

Wie jede Arbeit ist auch die vorliegende Arbeit rückblickend nicht perfekt. Sie ist „materialisierter Prozess“ und Produkt eines Lernprozesses zugleich und hat als solche die für mich wesentliche Funktion bereits erfüllt. Die Bewertung des Produktes haben andere bereits vorgenommen oder werden es nun tun. Der Prozess war jedenfalls eine lehrreiche Erfahrung.

Teil I

Theoretische Grundlagen

2 Wissenschaftstheorie: Die Rolle der Mathematik in der Physik

Ziel dieses ersten Kapitels ist es, einen theoretischen Rahmen und bisherige wissenschaftstheoretische Forschungsergebnisse mitzuteilen, um eine Auswahl von empirisch zu untersuchenden Fragestellungen zu begründen und gleichzeitig eine Folie zu gewinnen, an der die empirischen Ergebnisse gespiegelt werden können. Dabei ist es bei dem vorliegenden Thema, das ja die Rolle der Mathematik in der Physik betrifft, unumgänglich, nach der Mathematik und der Physik, ihren Wesen, ihren Gemeinsamkeiten und Unterschieden zu fragen. Allerdings ist jede dieser Fragen alles andere als einfach zu beantworten. Vielmehr zeichnet sich in der Literatur keine einheitliche Sicht ab und allein die Aufarbeitung dieser Sichtweisen wäre zu umfänglich und in Anbetracht der eher undifferenzierten Vorstellungen Lernender ohnehin überdimensioniert. Insofern sehe ich mich hier gezwungen, auf die einschlägige Literatur zu verweisen, ohne dabei auch nur annähernd einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben.

Gelegentlich könnte der Eindruck entstehen, dass die vorgestellten Ideen (zu) weit entfernt liegen von dem eigentlichen Thema, nämlich der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik und den Vorstellungen Lernender darüber. In Anbetracht der Tatsache, dass im Rahmen einer solchen physikdidaktischen Arbeit immer auch normative Gesichtspunkte mitschwingen, also die Frage im Raum steht, welche Rolle der Mathematik in der Physik denn nun tatsächlich zukommt und was davon für die Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern explizit oder implizit relevant sein sollte, kann ich diesen Einwand nicht ernst nehmen. Es ist nicht das Ziel der Arbeit, einen begründeten Vorschlag für den Umgang mit der Mathematik beim Lernen von Physik zu machen. Es ist hingegen sehr wohl ein Anliegen dieser Arbeit aufzuzeigen, dass ein solcher Vorschlag auf gründlicher Reflexion und fundierten multidisziplinären Analysen aufzubauen ist, in die Erfahrungswissen oder visionäre Empfehlungen Eingang finden können, ohne jedoch von vornherein das Ergebnis zu determinieren. Eine solche grundlegende Basis für normative Entscheidungen kann meiner Ansicht nach nicht breit genug sein.

Im Folgenden wird zunächst erkundet, was sich zu der Frage „Was ist Physik“ sagen lässt, bevor überblicksartig einige gängige Ansichten über Mathematik dargelegt werden.

2.1 Was ist Physik?

Die Frage, so einfach und offensichtlich sie sich für Lehrende und Lernende stellt, ist alles andere als trivial und nicht leicht zu beantworten. Ihre Beantwortung, soviel ist klar, fällt nicht in das Gebiet der Physik selbst, sondern ist eine wissenschaftstheoretische Frage, eine Frage *über* die Physik. Schon hier sei, um zu hohe Erwartungen zu vermeiden, darauf hingewiesen, dass die folgenden Ausführungen einige Probleme aufzeigen und verschiedene für die Frage relevante Aspekte berücksichtigen, dass aber am Ende des Abschnittes keine Definition erwartet werden kann.

Der zunächst recht naive Zugang besteht in einem Blick in ein Lexikon. Der Brockhaus (Brockhaus, 1998, Band 17, S. 139) schlägt vor:

> Physik [...], die Wissenschaft von Naturvorgängen, die experimenteller Erforschung, messender Erfassung und mathematischer Darstellung zugänglich sind und allgemein gültigen Gesetzen unterliegen.

Diese knappe Formulierung, die natürlich auf den folgenden Seiten des Brockhaus noch näher ausgeführt wird, benennt zunächst einen Gegenstandsbereich, nämlich den der Naturvorgänge. Dabei dürfte die tatsächlich direkt erfahrbare Natur früher mehr als heute Gegenstand dieser Wissenschaft sein. Heute muss man wohl von präparierter Natur sprechen, von technisch manipulierter Natur. Diese Betrachtung führt in zwei Richtungen. Zum Einen wird klar, dass die Beantwortung der Frage nach dem Wesen der Physik „nur in geschichtlicher Perspektive“[1] (Jammer, 1964, S. 3) möglich ist.[2] Zum Anderen wird (nicht nur) für die heutige Physik die Notwendigkeit einer Positionierung gegenüber dem, was man allgemein als „Technik“ bezeichnet, notwendig. Denn Physik ist scheinbar nicht nur Voraussetzung für Technik, sondern inzwischen jedenfalls für die moderne Physik auch ohne diese kaum mehr denkbar. Die kulturellen und sozialen Verwicklungen und Implikationen dieser Feststellung deutet z. B. Janich (1992, Kap. I und insbesondere III.3) an. Die Frage, ob Naturvorgänge eigentlich real sind oder nur durch uns konstruiert, ist davon noch gar nicht berührt und wäre ebenfalls zu klären (Realismus-Antirealismus-Debatte).

Das Problem setzt sich fort, wenn man die in der Definition benannte(n) Methode(n) der Physik genauer betrachtet. Das Experiment und das Messen machen einen nicht geringen Anteil an Technik immer notwendig. Bemerkenswert ist auch, dass die Gegenstände, die zur Physik gehören, mathematischer Darstellung zugänglich sein sollen, was zum eigentlichen Thema dieser Arbeit führt und in Abschnitt 2.3 behandelt wird.

Die Frage nach den theoretischen und experimentellen Methoden in der Physik ist jedoch ebenfalls nicht so einfach, wie es zunächst scheint. Mit dem Experimentieren beschäftigt sich insbesondere Hacking (1996) auf der Basis eines wissenschaftlichen Realismus. Er geht auch auf die Unmöglichkeit objektiver Bobachtungen bzw. deren Theoriegeladenheit (Hanson, 1958) ein. Die Frage nach der experimentellen Entscheidbarkeit einzelner physikalischer Hypothesen behandelt z. B. Duhem (1998)[3] und auf ihn aufbauend Quine (1951). Auf ebenfalls realis-

[1] Jammer bezieht sich insbesondere auf das Verständnis des Massenbegriffs in der Physik.

[2] Dieser Ansatz kann hier nicht konsequent verfolgt werden. Er wird weiter unten mit Blick auf die Mathematik in der Physik wieder aufgegriffen und zumindest angedeutet.

[3] Die zugrunde liegende deutsche Ausgabe erschien 1907.

tischer Grundlage stellt Cartwright (1983) ihre eher aus theoretischer Sicht vorgetragenen kritischen Anmerkungen zum Verhältnis von physikalischen Gesetzen und der Wirklichkeit dar. Allgemeine Überlegungen zum Prozess der Forschung stammen z. B. von Herschel (2009), der die Unterscheidung der Kontexte der Entdeckung und Rechtfertigung physikalischen Wissens in der Diskussion etablierte, die für die weitere Diskussion grundlegend werden sollte. Informative wissenschaftstheoretische Ausführungen zur Rolle von Analogien und Modellen findet man z. B. in den Arbeiten von Mary Hesse (z. B. Hesse, 1966). Die Frage nach der einen oder mehreren wissenschaftliche(n) Methode(n) haben eine lange Tradition und beginnen schon bei Aristoteles.[4] Hier kommen erkenntnistheoretische und epistemologische Probleme im engeren Sinne zum Tragen: Wie gelangt man zu gesichertem Wissen? Gibt es so etwas überhaupt? Was sind zulässige Schlüsse? Welche Erklärungen sind befriedigend? usw.

Diese Fragen kann man in Bezug auf die Physik stellen, aber eben auch in Bezug auf Wissenschaft im Allgemeinen. Damit wird klar, dass der Verweis auf den Oberbegriff „Wissenschaft“ in der Brockhaus-Definition das Problem, das die Frage „Was ist Physik?“ stellt, nicht löst, sondern nur verschiebt.

In der Definition wird auch von „allgemeingültigen Naturgesetzen“ gesprochen, die ebenfalls Gegenstand wissenschaftstheoretischer Überlegungen sind. Fragen zur wissenschaftlichen Terminologie (und auch zur Sprache) der Physik, zur Allgemeingültigkeit und zeitlichen Stabilität der physikalischen Erkenntnisse und dem Wesen von Erklärungen und Belegen stehen also sofort mit im Raum, ohne dass auf sie hier eingegangen werden kann.[5] „Was ist Physik?“ stellt sich also schon hier als nicht ganz einfach zu beantwortende Frage heraus. Erhellend könnte die Klärung einer Teilfrage sein: „Wie hat sich Physik entwickelt?“. Diesbezüglich sei auf die Arbeiten von Popper (2005), Kuhn (1976), Feyerabend (1986) und Lakatos (1980) verwiesen, die hier als bekannt vorausgesetzt werden.[6] Einen guten, an vielen Stellen allerdings stark verkürzten Überblick über die verschiedenen weiteren Ansätze der Philosophie der Naturwissenschaft bietet auch Losee (2001), einen Überblick über „Die Philosophie der Physiker“ versucht Scheibe (2007).

Auch in der Physikdidaktik sind Arbeiten zur Wissenschaftstheorie im Rahmen der Forschungen zur Natur der Naturwissenschaften durchaus verbreitet, die im Wesentlichen ältere Ansätze der Wissenschaftstheorie (meist bis inklusive Lakatos) aufgreifen und für die Schaffung eines normativen Modells der Vorstellungen über die Natur der Naturwissenschaften analysieren. Genannt seien hier stellvertretend: Baumgart u. a. (1982), Kircher (1995), Driver u. a. (1996), Höttecke (2001) und Hössle u. a. (2004). Auf Untersuchungen zu normativen und empirisch ermittelten Vorstellungen der physikdidaktischen Forschungslandschaft wird in Abschnitt 3.6 einzugehen sein.

[4] Einen einführenden Überblick bietet Losee (2001).
[5] Einige epistemologische Aspekte werden im Abschnitt 3.4 angesprochen.
[6] Für brauchbare (deutschsprachige) Einführungen, sofern die Originaltexte zu umfangreich erscheinen, sei auf Chalmers (2006) verwiesen.

Zurück zu der Frage: „Was ist Physik?“. Welche Definition wird Schülerinnen und Schülern nahegelegt? In einem Schulbuch (Grehn und Krause, 2008, S. 11) erscheint folgende Definition[7]:

> Die Physik erforscht mit experimentellen und theoretischen Methoden die messend erfassbaren und mathematisch beschreibbaren Erscheinungen und Vorgänge in der Natur, insbesondere die Zustände und Zustandsänderungen der (unbelebten) Materie sowie die Bewegungen und die Wechselwirkungen ihrer Bausteine, ohne dabei auf stoffliche Veränderungen dieser Materie einzugehen.

Hier wird ein weiteres Problem deutlich, nämlich, dass die zur Definition herangezogenen Begriffe, in diesem Fall „Zustände“, „Zustandsänderungen“, „Materie“ usw. erst durch die Physik ihre Bedeutung erhalten, was die vermeintliche Definition zu einem Zirkel werden lässt. Pietschmann (2007, S. 28) weist darauf hin, dass eine so versuchte logische Definition auch aus anderen Gründen scheitern muss, da es nicht möglich ist, Physik eindeutig gegen ihre Nachbardisziplinen (Naturwissenschaften) abzugrenzen.

Damit stellt sich die Frage, die diesem Abschnitt als Überschrift dient, zumindest dann als prinzipiell unbeantwortbar heraus, wenn man als Antwort eine explizite Begriffsbestimmung erwartet. Ein tiefgründiges, begründetes Verständnis dessen, was Physik ist oder wie Physik gesehen und interpretiert werden kann, setzt wohl eine intensive Auseinandersetzung mit ihrer historischen Entwicklung, den Praktiken der Physikerinnen und Physiker sowie den zur Anwendung kommenden oder modellhaft entwickelten (oder rekonstruierten) logisch-philosophischen Grundlagen unter Berücksichtigung des eigenen Vorverständnisses voraus. Es ist zu vermuten, dass auch für die Physik gilt, dass sie als Ganzes mehr ist als die Summe ihrer Teile und dass jede Auflistung von charakterisierenden Merkmalen unvollständig bleibt und bestenfalls für eine lokal und zeitlich begrenzte Praxis von Physik mehr oder weniger treffend sein kann. Wissenschaft, eben auch Physik ist von Menschen gemacht und das ist vielleicht auch das Einzige, was man mit hinreichender Sicherheit über sie aussagen kann.

Pietschmann (2007, S. 18) schlägt dieser Idee entsprechend und die Praxis physikalischer Forschung betonend die folgende Definition vor: „Physik ist das, was die Physiker machen!“ Natürlich ist er sich der Tatsache bewusst, dass es sich hierbei um einen Zirkelschluss handelt, der allerdings nur logisch leer ist und durchbrochen wird, indem er einen Physiker nicht mehr formal, sondern sozial in Hinblick auf die Zugehörigkeit zur Gemeinschaft der Physiker betrachtet. Diese Gemeinschaft wiederum ist einfach(er) zu fassen:

> [. . .] dafür gibt es freilich keine formalen Regeln, wohl aber eine gruppendynamische Bestimmung, die im Zweifelsfall durch die Betroffenen individuell geregelt wird. Allgemein wird wahrscheinlich anerkannt werden, dass zur

[7] Allerdings mit dem Hinweis, dass „eine exakte Begriffsbestimmung dessen, was Physik ist, [. . .] nicht einfach zu formulieren“ (Grehn und Krause, 2008, S. 11) sei.

> Gemeinschaft der Physiker gehört, wer regelmäßig die einschlägigen physikalischen Kongresse besucht und/oder in physikalischen Fachzeitschriften publiziert. (Pietschmann, 2007, S. 19)

Diese Definition legt die Hinzuziehung der Wissenschaftssoziologie zur Beantwortung der Ausgangsfrage nahe. Diese wissenschaftssoziologische Seite wurde bisher eher selten unter explizitem Bezug auf diese Forschungsdisziplin fachdidaktisch aufgearbeitet und nutzbar gemacht. Dies kann und soll an dieser Stelle nicht in vollem Umfang geleistet werden. Allerdings soll der Verweis auf einschlägige Literatur nicht ausbleiben.

2.1.1 Exkurs: Wissenschaftssoziologie - ein Überblick

Als Beginn der Wissenschaftssoziologie kann man die 1930er Jahre ausmachen. 1932 veröffentlicht bereits Erwin Schödinger eine Schrift unter dem Titel „Ist die Naturwissenschaft milieubedingt?“ (Schrödinger, 1980). 1935 erscheint eine Veröffentlichung von Fleck mit dem Titel „Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache“ (Fleck, 1980), in der Denkkollektiv und Denkstil als relevante Faktoren bei der Generierung von Erkenntnis betrachtet werden. Fleck ist damit seiner Zeit voraus und begründet schon damals die konstruktivistische, auf die Wissensproduktion fokussierende Wissenschaftssoziologie, die erst in den 1960er und 1970er Jahren zu voller Blüte kommt. Er nimmt dabei einen Großteil der wesentlich populäreren Gedanken Kuhns vorweg.

Man kann die Wissenschaftssoziologie in themenspezifische (nicht notwendigerweise disjunkte) Bereiche und Epochen unterteilen. Zu Beginn der soziologischen Betrachtung von Wissenschaft werden die *gesellschaftlichen Bedingungen der Institution Wissenschaft* in den Mittelpunkt der Forschertätigkeit gestellt. Relativ gut abgrenzbar ist auch die darauf folgende Schwerpunktverlagerung - hin zu der *soziologischen Betrachtung der wissenschaftlichen Erkenntnisgenese*, bevor wiederum die Wissenschaft als gesellschaftliches Subsystem und insbesondere seine *Interaktion mit anderen gesellschaftlichen Handlungsdomänen* und die sich aus der Durchdringung ergebenden *Effekte für die Gesellschaft* ins Zentrum der Aufmerksamkeit rücken (vgl. z. B. Kaiser und Maasen, 2010, S. 685). Den ersten beiden Bereichen gilt im Folgenden meine Aufmerksamkeit.

Den wissenschaftsexternen gesellschaftlichen Bedingungen, unter denen Wissenschaft ermöglicht wird, widmet sich in historischer Rückschau z. B. Merton (1938). Die Herausbildung der Rolle des Wissenschaftlers (16. Jh. Italien) untersucht Zilsel (1942). Der Gründung formaler Organisationen widmet sich z. B. Shapin (1974) am Beipiel der Royal Society. Die wissenschaftliche Kommunikation wird z. B. von Bazerman (1988) am Beispiel experimenteller Artikel als Textsorte behandelt und der Begutachtungsprozess wird von Zuckerman und Merton (1971) betrachtet. Für die Physik legt Stichweh (1984) eine Analyse ihrer Binnendifferenzierung vor, wobei er Disziplinen als Kommunikationssysteme versteht. Die Entstehung einer Disziplin verläuft dabei nach Mullins (1972) in vier Phasen, die sich durch verschiedene Kommunikationsstrukturen kennzeichnen lassen[8] und Gieryn (1983) prägt den Begriff der boundary work, um Abgrenzung und Expansion von (Sub)Disziplinen zu beschreiben.

Merton (1942) verbindet bereits zwei Bereiche der Wissenschaftssoziologie, nämlich den die Institution Wissenschaft untersuchenden und den das wissenschaftliche Wissen untersuchenden, indem er den Ethos der Wissenschaft als deren ermöglichendes Element und den Garanten für gesichertes Wissen betrachtet. Unter Ethos versteht er dabei ein von Wissenschaftlern als verbindlich betrachtetes Konglomerat von Normen und Werten, die von Wissenschaftlern internalisiert sind. Dazu gehören *Universalismus* (Unabhängigkeit der Beurteilung wissenschaftlicher Leistungen von persönlichen Attributen der Forschenden), *Kommunalismus* (Verpflichtung, Ergebnisse der Wissenschaft allgemein zugänglich zu machen), *Uneigennützigkeit* (Verpflichtung, die eigene Arbeit ausschließlich in den Dienst der Wissenschaft zu stellen) und *organisierter Skeptizismus* (Norm, Behauptungen zu prüfen, bevor sie als wissenschaftliche Tatsache akzeptiert werden). Innerhalb der Wissenschaftssoziologie entsteht der naheliegende Versuch, Wissenschaft als soziologische Gruppe wie jede andere Gruppe zu betrachten. Bei Bourdieu (2002, 2004) und Luhmann (1992) wird der Tendenz einer Gleichsetzung wissenschaftlicher Communities mit anderen gesellschaftlichen Teilbereichen dann deutlich widersprochen, indem deren Eigenarten (vor allem bei Luhmann kommunikationstheoretisch) herausgearbeitet werden.

Die vielleicht interessantesten, weil provokativsten (und auch von Soziologen wie z. B. Bourdieu deshalb kritisierten) Beiträge der Wissenschaftssoziologie zum Bild von Wissenschaften im Allgemeinen und Naturwissenschaften im Besonderen, liefern Untersuchungen, die die Wissensproduktion betreffen. Alle soziologischen Ansätze gehen dabei der Natur der Sache entsprechend von einem konstruktivistischen Standpunkt aus, wonach der Prozess der Wissensproduktion ein aktiver, konstruktiver ist, der sozial beeinflusst wird. Einer der ersten Vertreter ist Otto Neurath, dessen Arbeiten zunächst relativ unbemerkt blieben, deren Grundideen aber später in den angelsächsischen „science studies“ wieder auftauchen. Im Rahmen der Protokollsatzdebatte zwischen Otto Neurath, Rudolf Carnap und Moritz Schlick, die mit Neurath (1931) beginnt, stellt er unter anderem fest, dass eine Wissenschaftssprache nie vollständig von alltagssprachlichen Elementen befreit werden kann. Wissenschaft ist demnach zumindest sprachlich immer lebensweltlich verankert. Eine weitere Kernaussage ist die, dass sich Protokollsätze, also letztlich Aussagen über angeblich objektive Beobachtungen als ebenso revidierbar erweisen, wie theoretische Annahmen, was in Einklang mit der oben implizit

[8]Die erste Phase zeichnet sich durch einen kaum organisierten Konsens weniger Forschender aus. Merkmal der zweiten Phase ist ein wachsendes (durch Nachwuchswissenschaftlerinnen und -wissenschaftler) Kommunikationsnetzwerk gekennzeichnet. Die dritte Phase besteht in der Formulierung eines allgemein verbindlichen Dogmas und schließlich institutionalisiert sich die neue Disziplin durch Zeitschriften, Ausbildungsgänge usw. Mullins hat seine Rekonstruktion im Bereich der Molekularbiologie vorgenommen.

erwähnten Duhem-Neurath-Quine-These[9] steht (vgl. z. B. Schurz, 2008, S. 189). Damit ist die Instanz der Wahrheit, nämlich die Beobachtung im Experiment, absetzbar, was in letzter Konsequenz die Unterdeterminiertheit der Physik durch Beobachtungsergebnisse bedeutet und damit die Möglichkeit einer soziologischen Analyse ihrer Praxis im „context of discovery“, aber auch im “context of validation“ eröffnet.

Diese Möglichkeit nutzend, stellt Bloor (1991) sein „strong programme“ vor, das, wie der Name sagt, seinen programmatischen Entwurf einer Wissenschaftssoziologie darstellt. Eine solche hat seiner Ansicht nach *kausal* zu sein, soll also die Dinge betreffen, die für das Hervorbringen von Überzeugungen und Wissen ursächlich sind. Weiterhin muss eine solche Wissenschaftssoziologie *unvoreingenommen* sein hinsichtlich ihrer Wahrheit und Falschheit, Rationalität und Irrationalität, ihrem Erfolg oder Scheitern, ihre Erklärungen müssen *symmetrisch* sein, das heißt, diese müssen die Entstehung wahrer und falscher Überzeugungen erklären können und sie sollte *reflexiv*, also auch auf die Wissenschaftssoziologie selbst anwendbar sein (vgl. Bloor, 1991, S. 7).

Besonders einflussreich waren die sogenannten Laborstudien, in denen Soziologen die Forschungstätigkeiten von Wissenschaftlern beobachteten und dann rekonstruierten. Die wichtigsten Publikationen stammen von Lynch (1985), Latour und Woolgar (1979), Knorr-Cetina (1981), Traweek (1988), Pickering (1984), Pickering (1992) und Stichweh (1994). Dabei sind mindestens vier soziale Mechanismen identifiziert worden, die auf die Wissenskonstruktion Einfluss nehmen: Aushandlungsprozesse (z. B. Collins, 1992), Repräsentationstechniken (vgl. der Überblick von Burri und Dumit, 2008), situationale Kontingenz von Konstruktionen (z. B. Knorr-Cetina, 1981) und Prozesse der Wissenshärtung. Unter Letzterem versteht man dabei einerseits die Herstellung eines wissenschaftlichen Publikums, das zum Träger des (labilen) Wissens wird und andererseits die Umformung von Fakten in kommunizierbare Einheiten (Latour, 1987).

2.1.2 Rückblick

Die Frage „Was ist Physik“ wird durch die hier erwähnten soziologischen Ansätze durchaus beleuchtet, wenn auch indirekt, indem die Wissenschaft Physik als Institution und als Prozess unter einer soziologischen Brille betrachtet wird. Aus meiner Sicht wäre eine vertiefende fachdidaktische Aufarbeitung dieser hier nur im Überblick dargestellten Ansätze höchst wünschenswert. Abschließend sei darauf hingewiesen, dass diesen Auffassungen auch widersprochen wird. Eine kritische Auseinandersetzung mit einigen der oben genannten Positionen leistet z. B. Brown (2009).

[9] Die These besagt, dass nie einzelne Hypothesen einer Theorie geprüft werden, sondern immer die Theorie als Ganzes einem Test unterzogen wird. Diese Idee ist in chronologischer Reihenfolge von Duhem (Physiker), Neurath (Soziologe) und Quine (Philosoph) aus verschiedenen Perspektiven aufgestellt bzw. reaktiviert worden.

Die Frage „Was ist Physik?“ ist äußerst schwierig zu beantworten, wie die obigen Ausführungen zeigen. Es dürfte auch deutlich geworden sein, dass der Versuch, eine vielleicht indirekte Antwort zu geben, mehrere Folgeprobleme aufwirft, deren Klärung nicht einfacher ist. Eine Kenntnis verschiedener Ansätze und ihrer Implikationen ist aber essentiell, um letztlich normative, Bildungsprozesse beeinflussende Entscheidungen zu treffen, wie sie auf fachdidaktischer (Curriculumentwicklung, etc.), institutioneller (Rahmen- und Lehrpläne) und individueller Ebene (Physiklehrerinnen und -lehrer) an der Tagesordnung sind.

Die Frage, die in diesem Kapitel gestellt wurde, konnte nicht beantwortet werden. Es wurde die Unmöglichkeit einer expliziten Definition herausgearbeitet und es wurden Denkrichtungen angedeutet, die Bestandteil eines ausgewogenen Blicks auf die Physik sein sollten. Ein zentraler Gedanke ist, dass Physik von Menschen gemacht wird. Vielleicht ist das das vernünftigste, was man allgemeingültig über Physik sagen kann - leider nicht nur über Physik.

Im Folgenden soll nun der Frage nachgegangen werden, was Mathematik sei. Diese Frage ist hier deshalb relevant, weil die Rolle der Mathematik in der Physik untersucht werden soll. Es wird sich dabei unter anderem (vielleicht überraschend) herausstellen, dass auch für die Mathematik Ansätze einer soziologischen Analyse möglich sind und durchaus angedacht wurden.

2.2 Was ist Mathematik?

Der Versuch, die Frage „Was ist Physik?“ zu beantworten, hat sich als relativ schwierig erwiesen und eine Beantwortung konnte bestenfalls angedeutet werden. Wie sieht es nun mit der Mathematik aus? Was ist Mathematik? Atiyah (1998, S. 807) bemerkt dazu:

> Mathematics and sciences are much too large and complex to be adequately covered by a single point of view. They have much angles, many scales, many philosophies, rather in a way a modern atlas is constructed using many pages with different parts of the globe and different types of information [...]

Dieser Formulierung eines notwendigerweise multiperspektivischen Ansatzes zur Beantwortung der gestellten Fragen habe ich mich oben implizit angeschlossen und stimme ihm hier explizit zu. Was Mathematik ist, kann nicht adäquat durch die Einnahme eines einzelnen philosophischen Standpunkts beschrieben werden. Einzelne dieser Standpunkte sind mehr oder weniger passend für die Beschreibung bestimmter Aspekte der Mathematik und erhellen in ihrer Gesamtheit das Verständnis dessen, was Mathematik ist beträchtlich.[10]

Auch für die Mathematik lassen sich Bücher finden, deren Titel zur Beantwortung der gestellten Frage viel versprechend klingen. Das wohl prominenteste

[10] Da sich die Ausführungen an ein vorwiegend physikdidaktisch vorgebildetes Publikum richten, setzt Abschnitt 2.1 wesentlich mehr Vorwissen voraus, als dies in diesem Abschnitt der Fall sein wird, der schon deshalb, so hoffe ich, leichter zu lesen sein dürfte.

Beispiel stammt von Courant und Robbins (1992) und erschien erstmals 1941 unter dem Titel „What is Mathematics?“. Im Vorwort zur vierten Ausgabe wird herausgestellt, dass dies hauptsächlich auf Verkaufsargumente zurückzuführen ist. Nimmt man aber die Frage ernst und betrachtet das vorliegende Werk tatsächlich als Antwortversuch, so würde die „Antwort“ der Autoren wohl besagen, dass die Frage eigentlich überflüssig sei und es viel wichtiger wäre, Mathematik zu betreiben, als über sie zu schreiben. Jedenfalls besteht ihr Buch in einem kurzen Überblick über die hauptsächlichen Gebiete der Mathematik. Dass diese Antwort unter einer bestimmten Perspektive vielleicht gerechtfertigt erscheint, dass sie vielleicht einen wahren Kern hat,[11] ändert nichts daran, dass sie in Bezug auf die gestellte Frage als wenig ergiebig erscheint. So jedenfalls ging es auch Reuben Hersh, der 50 Jahre nach der ersten Veröffentlichung von „What is Mathematics?“ nachfragte: „What is Mathematics, Really?“ (Hersh, 1997).

Wenn es auch schwierig ist, eine Definition dessen, was Physik ist, aufzustellen oder eine Beurteilung über die Zuverlässigkeit physikalischer Aussagen vorzunehmen, so kann man sich im konkreten Fall doch oft relativ schnell über den Gegenstand der Physik verständigen (Materie, Körper, Bewegungen, ...). In der Mathematik liegt der Fall gewissermaßen andersherum. Auf den ersten Blick scheint das mathematische Wissen gewiss, jedenfalls „gewisser“ als alle anderen Formen von Wissen. Den Gegenstand der Mathematik anzugeben, ist hingegen deutlich schwieriger. Nicht überraschend ist, dass sich eine recht große Zahl philosophischer Strömungen zu dieser Frage ausgebildet hat, die hier nicht vollständig vorgestellt werden soll. Man kann versuchen Ordnung in diese Strömungen zu bringen. Dazu stehen verschiedene Ansätze zur Verfügung, darunter wären chronologische Abhandlungen, der Versuch, die einzelnen Strömungen als realistische und antirealistische Auffassungen zu chrakterisieren etc. Ein Orientierung bietender Ansatz wird von Bedürftig und Murawski (2010, Kapitel 2) verfolgt, die versuchen, bestimmte mathematikphilosophische Positionen auf einem Dreieck mit den Eckpunkten „Geistige Welt“ (Idealismus), „Denken“ (Rationalismus) und „Realität“ (Empirismus) zu verorten und die prototypischen (fiktiven) Vertreter dieser Positionen auf ihre Haltungen gegenüber den natürlichen Zahlen zu befragen (Bedürftig und Murawski, 2010, S. 27 ff.).

Für diese Arbeit genügt es, den Überblick kurz und knapp in Form der gängigen klassischen mathematikphilosophischen „-ismen“ zu geben (vgl. Tab. 2.1). In dieser Tabelle sind Ansätze benannt, die im Allgemeinen nicht paarweise disjunkt sind. Jeder dieser Oberbegriffe umfasst verschiedene mehr oder weniger populäre Positionen, die, obwohl sie unter dem gleichen Oberbegriff gefasst werden, zum Teil erheblich voneinander abweichen können. Gleichzeitig handelt es sich

[11] Dieser könnte darin bestehen festzustellen, dass die Frage, was Mathematik ist, am ehesten durch das Betreiben von Mathematik zu beantworten ist.

um Prototypen einiger Standpunkte, die durchaus in einer Person nebeneinander oder miteinander verwoben vorliegen können.

Diesen klassischen Standpunkten ist gemein, dass sie analytisch vorgehen und versuchen, den epistemologischen Charakter der Mathematik (in der Regel) ahistorisch zu erklären. Für Personen, die Mathematikerinnen und Mathematiker in ihrer gesellschaftlichen Eingebundenheit, deren Vorerfahrungen, Kommunikationsprozesse etc., ist hier kein Platz. Gegen diese Auffassungen und insbesondere gegen die formalistische Auffassung wendet sich Imre Lakatos (1979), der seine vielversprechende quasi-empiristische Position leider nie vollständig ausarbeiten konnte. Alle erwähnten Ansätze existieren nebeneinander und sind von verschiedenen Seiten kritisiert worden. Eine abschließende Antwort auf die Frage „Was ist Mathematik?", ist also auch hier nicht zu erwarten.

Aktive Mathematiker, so wird behauptet, sind in der Regel Platonisten - jedenfalls solange wie möglich. Wenn diese Position bedroht scheint, so ziehen sie sich meist auf einen formalistischen Standpunkt zurück. So schreiben z. B. Davis und Hersh (1981, S. 322):

> The typical mathematician is both, a platonist and a formalist - a secret platonist with a formalist mask that he puts on, when the occasion calls for it.

Insofern ist es naheliegend, auf diese beiden Positionen ein wenig detaillierter einzugehen. Der platonistische und der formalistische Standpunkt dürften auch diejenigen Sichtweisen sein, die in der öffentlichen Meinung über Mathematik und deren Anwendung in anderen Wissenschaften am deutlichsten zu identifizieren sind. Aspekte dieser Sichtweisen werden bewusst oder unbewusst von großen Teilen der Bevölkerung geteilt und sind daher oft auch Bestandteil des Vorverständnisses Lernender. Es lässt sich auch vermuten, dass sie oft (implizites) Resultat von schulischen Lernprozessen sind. Dies ist ein zweiter Grund für die nähere Betrachtung gerade dieser Positionen. Allerdings ist das Bild, das dadurch von Mathematik entsteht, dermaßen einseitig, dass ich mich entschlossen habe, weitere Positionen insbesondere die Position von Philip Kitcher (vgl. Abschnitt 2.2.3) und einige soziologische Sichtweisen auf die Mathematik (vgl. Abschnitt 2.2.4), letztere sozusagen als Gegengewicht, zu erwähnen.

2.2.1 Platonismus und Physikalismus

Der Platonismus ist eine der ältesten Auffassungen von Mathematik und geht, wie der Name vermuten lässt, auf Platon zurück. Allen platonistischen Positionen, die sich in Details unterscheiden können (vgl. z. B. Balaguer, 2009, S. 40 ff.), lassen sich nach Irvine (1990) durch folgende Aussagen charakterisieren (zitiert nach Heintz, 2000, S. 39):

[12] Insbesondere in Band 2 und 3 finden sich die philosophisch relevanten Aufsätze: „Russel's Mathematical Logic", „What is Cantor's Continuum Problem?„, „The Modern Development of Foundations of Mathematics in the Light of Philosophy".

Bezeichnung	Kernaussagen zur Ontologie mathematischer Objekte und dem Wesen mathematischen Wissens, Vertreter und Primärliteratur
Platonismus	Besondere Form des Realismus, in der zusätzlich angenommen wird, dass mathematische Objekte außerhalb der Raum-Zeit existieren. Vertreter: Platon, Kurt Gödel (1986, 1990, 1997)[12]
Aristotelismus	Form des Realismus, bei der mathematische Objekte irgendwie Teil der realen Welt sind (vgl. Empirismus und Physikalismus).
Logizismus	Mathematik ist auf Logik (If-thenism) bzw. Logik und Mengenlehre (Logizismus) reduzierbar. Der Logizismus ist neutral gegenüber ontologischen Fragen. Vertreter: Gottlob Frege (1993), Bertrand Russell (1937), Alfred North Whitehead (Whitehead und Russell, 1973)
Konventionalismus	Antirealistische Position: Mathematische Entitäten sind nicht der Natur entnommen oder durch sie be- oder widerlegbar. Sie sind Konventionen. Vertreter: Henri Poincaré (2003a,b)
Konstruktivismus, insb. Intuitionismus	Mathematische Entitäten existieren, wenn man sie explizit konstruieren kann. Mathematik betreiben heißt Konstruktionen durchführen. Vertreter: Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1983), Ahrend Heyting (1931)
Formalismus	Antirealistische Position: Mathematik besteht im regelgeleiteten Spiel mit Zeichen, die ansonsten bedeutungslos sind. Vertreter: David Hilbert (1932, Band 3), John von Neumann
Physikalismus	Mathematische Entitäten treten in unseren besten wissenschaftlichen Theorien auf, also existieren sie. Vertreter: Willard van Orman Quine (2003), Hilary Putnam (1972)
Empirismus, Naturalismus	Mathematisches Wissen gründet in der Erfahrungswelt und dort ausgeführten Operationen. Vertreter: John Stuart Mill (1872) (klassischer Empirismus), Philip Kitcher (1984) (Naturalismus)
Nominalismus	Antirealistische Position: Nur konkrete Gegenstände (Nominalien) existieren, abstrakte Dinge (Universalien) nicht, also auch keine mathematischen Objekte (z. B. Zahlen). Vertreter: Hartry Field (1980)
Strukturalismus	Realistische Position: Bei der Mathematik geht es nicht um mathematische Objekte, sondern um strukturelle Relationen bzw. Strukturen, die als abstrakte Gebilde im platonistischen Sinne existieren. Vertreter: Stewart Shapiro (2000, 1997), Michael Resnik (1997)
Fiktionalismus	Antirealistische Position: Mathematische Entitäten sind abstrakt und daher fiktiv. Mathematische Aussagen können also auch nicht „wahr“ sein. Vertreter: Hartry Field (1980, 1989)

Tab. 2.1: Strömungen in der Philosophie der Mathematik. Realistische Positionen (Realismus) gehen davon aus, dass mathematische Objekte unabhängig vom menschlichen Geist existieren, während antirealistische Positionen (Antirealismus) dies verneinen.

(1) Die Objekte der Mathematik existieren unabhängig von uns und unserem Bewusstsein.

(2) Die Objekte der Mathematik sind nicht physikalischer Natur. Sie existieren ausserhalb von Zeit und Raum und sind uns über unsere Sinne nicht zugänglich.

(3) Mathematische Aussagen sind entweder wahr oder falsch, und zwar unabhängig von unserer Kenntnis des jeweiligen Wahrheitswertes.

(4) Der Wahrheitswert einer mathematischen Aussage ergibt sich aus der Beschaffenheit der mathematischen Objekte, auf die sich die Aussage bezieht.

(5) Es ist uns möglich, mathematische Objekte zu erkennen.

Diese Auffassung ist offenbar angreifbar und zwar aus mindestens zwei Gründen. Erstens, und das ist hier von besonderem Interesse, ist aus Sicht des Platonismus die Anwendbarkeit der Mathematik überraschend und problematisch, denn es ist ganz und gar nicht einsichtig, wie mathematische Objekte, die nicht aus unserer raumzeitlichen Welt stammen, geeignet sein können physikalische Theorien zu formulieren, die unsere Realität beschreiben (vgl. z. B. Maddy, 1990, Kapitel 1). Zweitens stellt sich umgekehrt die Frage, wie wir (und insbesondere Mathematikerinnen und Mathematiker) aus unserer Raum-Zeit, an die wir angepasst sind, in der Lage sein sollen, Erkenntnisse über Objekte außerhalb dieser Raum-Zeit zu gewinnen (Benacerraf, 1973).

Dass der Platonismus trotzdem die Alltagsphilosophie des arbeitenden Mathematikers ist, hat durchaus praktische Gründe. Die platonistische Sichtweise erklärt den Eindruck von Mathematikerinnen und Mathematikern, „es mit einer eigenständigen – und manchmal auch widerständigen – Wirklichkeit zu tun zu haben“ (Heintz, 2000, S. 40). Der Platonismus passt oft auch zum Selbstbild der Mathematikerinnen und Mathematiker, die sich häufig als Entdeckende einer anderen Welt verstehen. „Mathematik betreiben heißt, die Beschaffenheit dieser Welt zu untersuchen“ (Heintz, 2000, S. 40).

Ändert man die zweite der oben aufgezählten, den Platonismus charakterisierenden Aussagen, so vertritt man weiterhin eine realistische Mathematikauffassung, aus dem Platonismus wird jedoch Physikalismus. Dieser behauptet, dass die mathematischen Objekte zwar irgendwie abstrakte, aber doch raumzeitliche Objekte sind. Damit wird Mathematik im Prinzip zu einer empirischen Wissenschaft, die lediglich einen sehr viel allgemeineren Gegenstand hat als die Naturwissenschaften (vgl. Balaguer, 2009, S. 37). Der Physikalismus hängt eng mit dem „Indispensibility Argument“ zusammen, nach dem mathematischen Objekten, die in physikalischen Theorien Anwendung finden, der gleiche epistemologische Status zukommt, wie theoretischen Entitäten der Physik. Die Bestätigung physikalischer Theorien wird damit zu einer Bestätigung der Existenz mathematischer Objekte (Quine-Putnam Indispensibilty Argument, siehe Quine (1951), Putnam (1975)). Diese Ansicht wendet sich gegen ein mathematisches Wissen a priori und betrachtet damit auch mathematisches Wissen als empirisch widerlegbar. Dies allerdings führt zu der Frage, warum durch Experimente immer nur physikalische Gesetze, nicht aber die Mathematik an sich verändert wird. Die Erklärung der Resistenz mathematischen Wissens gegenüber empirischen Widerlegungen ist zentrale Aufgabe für alle Auffassungen, die Mathematik nicht als apriorisches Wissen betrachten. Noch dezidierter wird der Physikalismus von Goodman (1990) vertreten, der Mathematik explizit als Naturwissenschaft beschreibt. Sein Ansatz erscheint pragmatisch und basiert darauf, dass er mathematischen Objekten (z. B. reellen Zahlen und Gruppen) den gleichen Status und vor allem auch die gleiche Funktion wie physikalischen Entitäten zuschreibt. Über mathematische wie physikalische Entitäten schreibt er: „We believe in them because we do not see any other reasonable way to make the theory work, but they are not directly accessible to us“ (Goodman, 1990, S. 124). Mathematik und Physik haben für Goodman sogar den gleichen Referenzbereich und unterscheiden sich lediglich im Abstraktionsgrad. Während die Mathematik die 'Form' der physikalischen Objekte beschreibt, beschäftigt sich die Physik mit eben diesen konkreten, materiellen Objekten und Prozessen. Neben der oben angesprochenen Frage, warum physikalisches Wissen sehr wohl, mathematisches Wissen hingegen nicht durch Experimente falsifiziert werden kann, hat der Physikalismus auch keine Antwort auf die Frage, wie über die (bisher) nicht angewandte, reine Mathematik zu denken sei. Interessant, aber hier nicht weiter zu verfolgen, ist auch die Frage, was empirische Begründungsverfahren (Experimente) mit innermathematischen Begründungsverfahren (Beweisen) zu tun haben.

Aus dem Gesagten ergibt sich bisher, dass der Platonismus deshalb so verbreitet ist, weil er mühelos vordergründige, der Mathematik (vielleicht voreilig und unreflektiert?) zugeschriebene Eigenschaften 'erklärt'. Dazu gehört insbesondere die Sicherheit mathematischen Wissens, das sich durch Kohärenz und Konsens auszeichnet. Trotz einer vielfältigen Differenzierung der Arbeitsgebiete innerhalb der Mathematik, stellt sich das mathematische Wissen in seiner Gesamtheit als kohärentes, widerspruchsfreies[13] Ganzes dar und auftretende Meinungsverschiedenheiten sind temporär und schnell und konfliktfrei zu entscheiden (vgl. Heintz, 2000, S. 11). Auch die oft zu lesenden Charakterisierungen der Mathematik als das wertfreie, universell gültige, rationale, objektive und wahre Wissen finden im Platonismus Bestätigung. Da der Platonismus aber ein für diese Arbeit relevantes Phänomen, nämlich das der Anwendbarkeit der Mathematik, nicht hinreichend erklären kann, bietet sich der Physikalismus als Modifikation an, da nur eine, wenn auch zentrale, Grundannahme des Platonismus ausgetauscht werden muss. Dieser Physikalismus erweist sich als interessant insofern, als er die Anwendbarkeit der Mathematik problemlos gewährleistet. Es liegt aber nahe zu vermuten, dass er nur einen Teil der Mathematik, eben die angewandte Mathematik, mit Einschränkungen treffend beschreibt, während sich die reine Mathematik und auch ein großer

[13] Natürlich kann die Widerspruchsfreiheit (Gödelsätze) nicht bewiesen werden, aber dennoch sind bisher keine Widersprüche bekannt.

Teil der Attribute, die der Mathematik im Allgemeinen zugeschriebenen werden, nicht zwanglos physikalistisch erklären lassen.

2.2.2 Formalismus

Diese Lücke schließt – zumindest auf den ersten Blick – der Formalismus, der für einen Teil der Mathematik, nämlich den der reinen Mathematik eine weit verbreitete, eingängige Beschreibung liefert.

Die Ikone des formalistischen Programms ist David Hilbert. Weiterere bekannte Vertreter sind die Mathematiker John von Neumann und Haskell B. Curry. Für Hilbert selbst ist die axiomatische Methode ein Programm – weniger eine philosophische Orientierung. Der Kerngedanke besteht darin, Mathematik als die regelgeleitete Manipulation von Zeichen zu begreifen. Gegenstand der Mathematik sind Symbole, eben Zeichen und die Regeln ihrer Kombination. Dabei stehen diese Zeichen für nichts außer sich selbst, sie selbst sind die Objekte der Mathematik, nicht die Stellvertreter oder Repräsentanten für etwas anderes. „Am Anfang [...] ist das Zeichen“ (Hilbert, 1922, S. 163). Allerdings vermeidet Hilbert im Allgemeinen eine ontologische Festlegung, was Simons (2009, S. 292) zu der Aussage bewegt, dass dieses Vorgehen dazu führt „to rob us of a definitive statement of formalism from his pen“. Seine a-ontologische Position wird auch am Beispiel der mathematischen Begriffe deutlich, über die Hilbert (1998, S. 38) sagt:

> Wenn man einem Begriff Merkmale erteilt, die einander widersprechen, so sage ich: der Begriff existiert mathematisch nicht.

Eine formale mathematische Theorie, ist nur noch ihren Axiomen verpflichtet, die wiederum frei sind von jedem Anspruch auf Evidenz, Sinnhaftigkeit oder Anschaulichkeit. Die einzigen Forderungen, die an die Axiome einer formalen Theorie gestellt werden, sind die Forderungen nach Vollständigkeit, Unabhängigkeit und Widerspruchsfreiheit. In diesem Zusammenhang schreiben z. B. Courant und Robbins (1992, S. XXI):

> Dieser Verzicht auf das Ziel, das „Ding an sich“ zu verstehen, die „letzte Wahrheit“ zu erkennen, das innerste Wesen der Welt zu entschleiern, mag für naive Enthusiasten bitter sein; aber gerade er hat sich als eine der fruchtbarsten Wendungen im modernen Denken erwiesen.

Man kann diese formalistische „Inhaltsleere“ als Reaktion auf eine sich in der damaligen Mathematik zeigende Diskrepanz zwischen Begriff und Anschauung werten,[14] bei der die Bedeutung der Anschauung deutlich zurückgesetzt wird. Hier wird auch klar, dass Euklid nur mit Abstrichen als Formalist zu verstehen ist. Zwar verwendet er eine axiomatische Darstellung seiner Theorie und war damit seiner Zeit mehr als ein Jahrtausend voraus, aber seine Axiome entstammen der

[14] Insbesondere die Entdeckung nicht-euklidischer Geometrien und die „Monsterfunktionen“ in der Analysis sind hier zu nennen.

Anschauung, sind Abstraktionen der empirischen Welt. Formalisten verlangen dies nicht. Axiome sind sich als produktiv erweisende Setzungen – sonst nichts.

Die formalistische Sichtweise ist noch heute weit verbreitet und sie erlebte in den 1920er Jahren den Gipfel ihrer Popularität, die mit Bekanntwerden der Unvollständigkeitssätze von Kurt Gödel (1931) deutliche Einbußen zu erleiden hatte.

Der Formalismus beschreibt einen Teil der Mathematik (die reine Mathematik) recht treffend, insbesondere ergeben sich aus dem Verständnis von Mathematik als regelgeleiteter[15] Manipulation von bedeutungslosen Zeichen die Kohärenz des mathematischen Wissens und die hohe Konsensfähigkeit mathematischen Wissens sowie der kognitiv entlastende Kalkülaspekt der Mathematik recht zwanglos. Auch die mit der Axiomatisierung einhergehende Umstrukturierung eines mathematischen Gebietes, seine systematische Analyse und die damit verbundenen neuen Einsichten und Perspektivenwechsel können offensichtlich sehr fruchtbar sein. Hingegen lässt der Formalismus das Anwendungsproblem deutlich hervortreten, denn es ist nicht einzusehen, wie willkürliche axiomatische Setzungen zu Resultaten und Theorien führen, die sich als hervorragende Beschreibungen der Realität erweisen. Dieses Problem stellt sich für einen Formalisten zwar nicht, da es für ihn mit Mathematik nichts zu tun hat. Für die Frage nach der Anwendbarkeit der Mathematik in der Physik ist dies allerdings ärgerlich, weil nicht sonderlich ergiebig.

Eine irgendwie geartete Synthese des physikalistischen und formalistischen Standpunktes wäre wünschenswert und naheliegend, denn beide Standpunkte haben Stärken, die dem jeweils anderen Standpunkt fehlen und insbesondere für die Frage nach der Anwendbarkeit der Mathematik in der Physik von Bedeutung sind, wie sich noch zeigen wird (vgl. Abschnitt 2.3.2.1). In Vorbereitung auf diesen Abschnitt und um eine Einordnung der dort vorzustellenden Ideen zu ermöglichen soll im Folgenden auf den Naturalismus von Kitcher (1984) näher eingegangen werden. Dabei handelt es sich um eine empiristische Konzeption, die den quasi-empirischen Ansatz, der von Lakatos (1979) vertreten wird, dort aber im wesentlichen auf methodologische Aspekte des Mathematiktreibens beschränkt ist und den bereits angesprochenen Physikalismus deutlich erweitert und in eine Gesamttheorie einbettet.[16]

2.2.3 Kitchers naturalistische Sicht der Mathematik

Die folgenden Ausführungen dienen nicht nur der Darstellung einiger Ideen, die bei der Frage nach der Anwendung der Mathematik in ähnlicher Form erneut

[15] Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Regeln (von konstruktivistischer Mathematik abgesehen) gerade unsere zweiwertige Logik abbilden, diese also immer schon Teil der Mathematik ist.

[16] Die folgenden Ausführungen sind gekürzt und in aller Ausführlichkeit in Kitcher (1984) und bei Aspray und Kitcher (1988) zu finden.

aufgegriffen werden, sondern auch der Darlegung des meiner Ansicht nach umfassendsten und erfolgversprechendsten Ansatzes der Beschreibung dessen, was Mathematik ist.[17]

Kitchers Ansatz ist insofern unorthodox, als er sich gegen die Behauptung wendet, dass mathematisches Wissen ein Wissen a priori sei. Diese These unterliegt nahezu allen klassischen, nicht empiristischen Ansätzen der Mathematikphilosophie. Kitchers Konzeption ist dabei weniger ontologisch als epistemologisch. Das heißt, er beschäftigt sich weniger mit der Beschaffenheit mathematischer Objekte als mit dem Ursprung, der Art und Entwicklung mathematischen Wissens.

Die Entwicklung mathematischen Wissens versucht er dabei analog zu der Entwicklung naturwissenschaftlichen Wissens zu beschreiben. Seine Auffassung lässt sich in seinen Worten kurz wie folgt darlegen (Aspray und Kitcher, 1988, S. 298 f.):

> Like any other part of science, mathematics builds new knowledge on what has already been achieved. For the epistemologist of mathematics, as for the epistemologist of science, a crucial task is to identify those modifications of the corpus of knowledge that can yield a new corpus of knowledge. [...] Our present body of mathematical beliefs is justified in virtue of its relation to a prior body of beliefs; that prior body of beliefs is justified in virtue of its relation to a yet earlier corpus; and so it goes. Somewhere, of course, the chain must be grounded. Here, perhaps, we discover a type of mathematics about which Mill was right, a state of rudimentary mathematical knowledge in which people are justified through their perceptual experiences in situations where they manipulate their environments (for example, by shuffling small groups of objects). What naturalism has to show is that contemporary mathematical knowledge results from this primitive state through a sequence of rational transitions.

Damit stellt sich das naturalistische Programm als die Suche nach dem Nachweis der behaupteten erfahrungsweltlichen Ursprünge der Mathematik und dem Nachweis der behaupteten (historisch-sozialen und kognitiv kausalen) Entwicklung dar. Kitcher spricht von rationalen Übergängen (*rational transition*) von einer *mathematical practice* $\langle L,M,Q,R,S\rangle$ zu einer nächsten $\langle L',M',Q',R',S'\rangle$. Eine mathematical practice besteht dabei aus einer Sprache (L - language), einer Menge von akzeptierten Aussagen (S - statements), einer Menge von akzeptierten Begründungen (R - reasonings), einer Menge als wichtig erachteter Fragen (Q - questions) und einem mathematischen Weltbild (M - metamathematical views). Diese Ausführungen adaptieren die Kuhnschen Ideen der Wissenschaftsgeschichte (Kuhn, 1976). Während naturwissenschaftliche Revolutionen meist von neuen Beobachtungen ausgehen, aber auch von wissenschaftsinternen Widersprüchen zwischen den Bestandteilen einer Praxis $\langle L,M,Q,R,S\rangle$ ausgelöst werden können, ist Letzteres für die Mathematik der Regelfall. Die Entwicklung des mathematischen Wissens lässt sich also nach Kitcher als Suche nach und Herstellung von temporärer Passung oder Harmonie zwischen den Bestandteilen einer mathematischen

[17] Auch Kitchers Ansatz ist vor allem im Detail kritisiert oder weiterentwickelt worden (vgl. z. B. Hoffman, 2004).

Praxis verstehen. Jeder der Bestandteile einer mathematischen Praxis kann dabei Ausgangspunkt eines Übergangs zu einer neuen Praxis sein (Kitcher, 1984, Kapitel 7 und 8). Während im Falle der die Naturwissenschaften betreffenden Rekonstruktionen (z. B. nach Kuhn (1976)) eine Theorie durch eine andere ersetzt wird (replacement), kommt es in der Mathematik nach Kitcher z. B. zu einer Anpassung der Sprache (adjustment of language) und einer weiteren Ausdifferenzierung von Fragestellungen (distinction of questions) (vgl. Kitcher, 1984, S. 163 f.), die dann Veränderungen der gesamten Praxis nach sich ziehen. Rational werden diese Übergänge dadurch, dass Kitcher in der Praxis enthaltene Mechanismen angeben kann, die zu solchen Entwicklungen führen. Dazu gehören das Beantworten und Erzeugen von Fragen, Generalisierungsbestrebungen, Verschärfungen der mathematischen Strenge und Systematisierungsbestrebungen (Kitcher, 1984, Kapitel 9). Durch solche Prozesse ergeben sich zunächst auf einzelne Bestandteile beschränkte Änderungen einer mathematischen Praxis, die durch das Bestreben, die verschiedenen Bestandteile in einen Gleichgewichtszustand zu bringen, Änderungen in anderen Bereichen nach sich ziehen, bis schließlich von einer neuen mathematischen Praxis gesprochen werden kann. Mit dieser evolutionären Epistemologie der Mathematik macht Kitcher ihre Entwicklung verstehbar und integriert historisch-wissenschaftstheoretische Betrachtungen in breitem Umfang,[18] wie sie für die Naturwissenschaften durch Kuhn, Feyerabend und Lakatos etabliert sind, auch in epistemologische Überlegungen zur Mathematik. Auch das Wesen mathematischen Wissens ist also historisch zu verstehen, den Überlegungen der überwiegend aprioristischen Mathematikphilosophie zum Trotz. Die Gemeinschaft der Mathematikerinnen und Mathematiker erhält neben dem Individuum und den mathematischen Inhalten einen Platz in der Erklärung dessen, was Mathematik ist. Rechtfertigungen und Begründungen sind auch im Rahmen dieser Gemeinschaft zu sehen und insbesondere in Relation zur derzeitigen und zurückliegenden mathematischen Praxis. Damit wird auch der Begriff der Wahrheit relativ und prozedural definiert, denn was wahr ist, bestimmt sich in Relation zur bestehenden Praxis und den gültigen Rechtfertigungsverfahren.

Es bleibt die Frage nach der „Urmathematik". Wie begann der von Kitcher beschriebene Prozess? Wie kommen ursprüngliche mathematische Objekte auf die Bühne der Mathematik und was haben sie mit den heutigen abstrakten Begriffen zu tun?

Die Beantwortung dieser Fragen ist eng verbunden mit Kitchers Sicht auf die Mathematik, die seiner Ansicht nach wesentlich mehr mit den Naturwissenschaften gemeinsam hat, als apriorische Ansätze dies nahelegen. Mathematik beschäftigt sich nach Kitchers Auffassung mit den allgemeinsten Eigenschaften der Welt. Mathematik ist das Studium der Operationen, die wir in der Welt ausführen oder, anders ausgedrückt, der Operationen, die die Welt uns ausführen lässt (vgl. Kitcher,

[18] Dabei wird der Ansatz Lakatos (1979) integriert und erheblich erweitert.

1984, S. 106 ff.). Wegen unserer zeitlichen und körperlichen Begrenztheit führt Kitcher ideale Operationen eines idealen Subjekts ein.

> That is not to suppose that there *is* a mysterious being with superhuman powers. [...] Rather, [...] mathematical truths are true in virtue of stipulations which we set down, specifying conditions on the extensions of predicates *which actually are satisfied by nothing at all but are approximately satisfied by operations we perform (including physical operations).* (Hervorhebungen im Original)

Die grundlegenden Operationen, die ganz nach klassisch empiristischer Vorstellung (vgl. Mill, 1872) durch Manipulationen physischer Gegenstände in der realen Welt entstehen, sind das Bilden von Paaren und das Sortieren. Sie werden im Laufe der Individualentwicklung unabhängig von der Präsenz solcher Gegenstände und können auch anhand von mentalen oder symbolischen Repräsentationen vorgenommen und mehrfach angewendet werden.[19] Insbesondere für die Bereiche Arithmetik und euklidische Geometrie legt Kitcher eine Rekonstruktion dieser Prozesse vor.

Damit ergibt sich ein Bild von Mathematik, das erstaunlich viele vereinzelte Überlegungen der Philosophie der Mathematik zusammenführt und aspekthaft in einem Ansatz vereint,[20] der umfassender ist, und die verschiedenen Aspekte der Mathematik besser beschreibt als alle anderen mir bekannten Darstellungen. Insbesondere hat Kitchers Ansatz keine Mühe, sowohl die angewandte, als auch die reine Mathematik zu beschreiben. Eine ganz analoge (in gewisser Hinsicht an Kitcher anschließende, auf jeden Fall aber mit Kitchers Ansatz kompatible) Konzeption, die unter stärkerer Beachtung des Anwendungsproblems entstanden ist, wird in Abschnitt 2.3.2.1 vorgestellt.

Abschließend soll auch hier kurz auf wissenschaftssoziologische Konzeptionen eingegangen werden, mit denen versucht werden soll, das insbesondere in den ersten Ansätzen dargestellte Bild von Mathematik zu relativieren, das sich auch weiterhin großer Beliebtheit unter Mathematikerinnen und Mathematikern aber auch Physikerinnen und Physikern und von ihnen ausgebildeten Lehrpersonen erfreut (vgl. Abschnitt 3.5 und die dort angegebene Literatur).

2.2.4 Wissenschaftssoziologische Ansätze zum Verständnis der Mathematik

Soziologie der Mathematik? Geht das eigentlich? Wie die Überschrift des Abschnittes vermuten lässt, lautet die Antwort auf diese Frage: Ja! Warum aber

[19] Unterstützung erhält ein solcher Ansatz auch aus kognitionspsychologischer bzw. linguistischer Sicht. Insbesondere die Arbeit von Lakoff und Nunez (2000) legt gleiche Anfänge der Mathematik dar (embodied cognition), betont aber bei der Rekonstruktion der Entwicklung der Mathematik (die auch hier in historischer, vor allem aber auch individuell-kognitiver Hinsicht angenommen wird) die Rolle von konzeptuellen Metaphern.

[20] Ich denke dabei insbesondere an die konstruktivistischen (kreatives Subjekt, Handlungsorientierung), formalistischen (Betonung von Repräsentationen), strukturalistischen (strukturierte Welt), soziologischen (Bedeutung der mathematischen Praxis und Gemeinschaft) und historischen Ansätze, die Kitchers Bild von der Natur der Mathematik umfasst.

stellt sich diese Frage überhaupt? Dies liegt wohl an einem verbreiteten Bild von Mathematik als einer sicheren und exakten Wissenschaft, deren Inhalte als grundsätzlich frei von weltlichen Unzulänglichkeiten und rein, eben platonistisch und damit a priori betrachtet werden. Mathematik zeichnet sich dabei durch ein hohes Maß an Kohärenz und Konsens aus, wofür meist der Sachzwang der Logik als ursächlich betrachtet wird. Anders formuliert: In der Mathematik ist kein Platz für soziologische Ansätze, denn stärker als jede andere Wissenschaft kann Mathematik individuell, unabhängig von einem sozialen Umfeld und im Extremfall ohne jedes Hilfsmittel (maximal Bleistift und Papier) betrieben werden. Mathematik ist durch ihre Inhalte und die zweiwertige Logik determiniert.

Will man eine Soziologie der Mathematik etablieren, so muss man zunächst diese behauptete sachliche Determiniertheit widerlegen. Das Anliegen ist klar. Kann man zeigen, dass auch Mathematik durch die Inhalte unterdeterminiert ist, so wie Physik durch Messdaten unterdeterminiert ist, dann bietet sich ein Einfallstor für soziologische Untersuchungen. Für ein solches Vorgehen argumentieren implizit z. B. Davis und Hersh (1981) und Hersh (1997) im Rahmen einer humanistischen Philosophie der Mathematik, die diese konsequent als menschliche Aktivität betrachtet. Einige explizite Ansätze dazu gibt es von David Bloor (1973, 1987, 1991) und Eric Livingston (1986). Bloors Ansatz besteht darin, die Mathematik als ein Netzwerk von Normen zu verstehen. Die Akzeptanz mathematischer Regeln ergibt sich nicht aus diesen selbst, sondern aus ihrer kollektiven Akzeptanz (vgl. Bloor, 1973). Die Abweichung von Konventionen ist prinzipiell denkbar, also ist auch die mathematische Praxis einer soziologischen Analyse zugänglich. Wenn es in der Mathematik Aushandlungsprozesse gibt, dann müssen auch alternative Mathematiken denkbar sein, die sich historisch nachweisen lassen müssten. Lakatos (1979) hat einige Aushandlungsprozesse und insbesondere Anpassungsprozesse bekanntlich dargestellt. Es stellt sich also die Frage, warum es zur (heutigen) Mathematik keine Alternativen gibt.

Zentral und sogar konstitutiv für unser Bild von Mathematik dürfte die Praxis des Beweisens sein. Während Bloor deren Überzeugungskraft durch externe stabilisierende Faktoren zu erklären sucht (Sozialisation, Tradition, Macht, Interessen), versucht Livingston dies über die Praxis des Mathematiktreibens, die als Prozess beschrieben wird, an dessen Ende ein Konstrukt steht, dem man seine Konstruiertheit nicht mehr ansieht. Das vormals Subjektive ist zum unantastbaren Objektiven geworden. Diese Rekonstruktion erklärt aber nicht, weshalb Mathematik zwingend ist, sondern beschreibt nur, dass es so ist. Beide Ansätze werden von Bettina Heintz (2000) als der Mathematik nicht gerecht werdend betrachtet, weshalb sie sie verwirft und ihre eigene Annäherung an das Thema vorstellt. Dabei geht es ihr zwar auch darum, etwas über die Mathematik auszusagen, primär aber ist es ihr Bestreben, die Grenzen der Soziologie und ihrer Methoden zu erkunden. Basierend auf soziologischen Arbeiten von Mead stellt Heintz die Bedeutung von Hindernissen und Widerständen für produktives Handeln (Einsetzen von Reflexions- und Suchprozessen) heraus (Heintz, 2000, S. 129 f.) und betont die Notwendigkeit des gedanklichen Experimentierens für das Lösen von Problemen (Heintz, 2000, S. 135 ff.). Beide Aspekte sind für eine gegenstandssensible soziologische Analyse der Mathematik wesentlich. Heintz eigentlicher Kern ist die soziologische Betrachtung des Beweisens, das für sie den Kern mathematischen Handelns ausmacht. Diese Praxis des Beweisens bzw. die Mitteilung von Beweisen ist es dann auch, die Konsens und Kohärenz herstellt. Diese, so ihre Meinung, entstehen eben nicht nur aus der Sache, sondern werden durch ein Programm des formalisierten Beweisens erzwungen. Heintz belegt dies historisch, indem sie Beweise als Erfolgsmedien betrachtet, die eingesetzt werden, um die Akzeptanz von Forschungsergebnissen zu verbessern. Dies geschieht zu einer Zeit, zu der die „informelle Vermittlung mathematischen Wissens nicht mehr möglich ist“ (Heintz, 2000, S. 274). Beweise übernehmen damit die Funktion, professionelle Kommunikation (insbesondere in Zeitschriften) zu stabilisieren. Dies tun sie, indem explizierte Begriffe und formalisierte Sprache verwendet und eingefordert werden (axiomatische Methode), wodurch der Einfluss lokaler oder situativer Faktoren minimiert wird. Es gelingt ihr damit auf soziologischen Grundannahmen aufbauend, Aspekte der mathematischen Praxis zu rekonstruieren und dabei Erklärungsprinzipien für die (zentralen) Eigenschaften Konsens und Kohärenz anzugeben, also wesentliche Eigenschaften der Mathematik als Resultat soziologischer Mechanismen darzustellen und damit die Vorstellung einer absoluten Wahrheit in der Mathematik ins Wanken zu bringen.

Einflussreiche frühere Ansätze einer soziologischen Auffassung der Mathematik stammen von Raymond L. Wilder. Er begreift Mathematik als ein kulturelles System. Eine Kultur ist dabei ein soziales Kommunikationsnetzwerk. Auch hier wird also der soziale Charakter der Mathematik und ihrer Wechselwirkung mit anderen gesellschaftlichen Aktivitäten betont.[21]

Bereits einige der aufgeführten Ansätze dürften insbesondere bei Fachwissenschaftlerinnen und Fachwissenschaftlern auf Unwohlsein oder Widerstand stoßen. Abschließend sei ein Ansatz vorgestellt, der der Mathematik noch einmal wesentlich kritischer gegenüber tritt und einen bitteren Beigeschmack hinterlässt. Es handelt sich um die Dissertation von Philipp Ullmann (2008) mit dem Titel „Mathematik Moderne Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik“. Ohne das Buch im Einzelnen vorstellen zu wollen, sei hier kurz der Kerngedanke Ullmanns dargestellt. Ullmann stellt zunächst fest, dass wir ständig von Zahlen umgeben sind, dass diese uns ein Gefühl von Sicherheit verschaffen und dass dies ein relativ neues Phänomen der Moderne ist. Dass uns Zahlen Sicherheit vermitteln liegt für ihn am Mythos Mathematik, der besagt:

> Mathematik, und das heißt mathematisches Wissen, ist gesichert, wahr, rational, objektiv und universell gültig. Als Trägerin dieses einzigartigen Wis-

[21] Für genauere Darstellungen sei auf Wilder (1968, 1981) verwiesen. Eine kurze deutschsprachige Übersicht geben Bedürftig und Murawski (2010, S. 129-132). Susanne Prediger (2004) legt in ihrer Habilitationsschrift eine Konzeption vor, die soziologische bzw. kulturalistische Ansätze auf Unterrichtsprozesse und deren Gestaltung bezieht.

> sens ist Mathematik als wertfreie und damit freiheitliche Wissenschaft dazu legitimiert, einen universellen Wahrheits-, Gültigkeits- und Zuständigkeitsanspruch zu erheben (Ullmann, 2008, S. 11).

Weiterhin betrachtet Ullmann diese Mathematik oder genauer dieses Bild der Mathematik als die Ideologie der Moderne. Diese Ideologie ist dabei einerseits mit der Moderne entstanden, also sozusagen deren Symptom, andererseits ist diese Ideologie aber auch konstituierend für die Moderne. Dieses Bild von Mathematik ist also Produkt und legitimatorische Grundlage der Moderne zugleich.[22] Dieser Mythos Mathematik, der als Ideologie der Moderne fungiert, reproduziert sich dabei selbst. Als stabilisierendem Faktor kommt insbesondere der Schule mit dem dort vermittelten und praktizierten Umgang mit Mathematik eine entscheidende Rolle zu.

Gegen Ende seines Buches schreibt er rückblickend (Ullmann, 2008, S. 290):

> Eines jedenfalls sollte deutlich geworden sein. Mathematik ist nicht nur das gesicherte, wahre, rationale, objektive, universell gültige und wertfreie Wissen, für das es sich ausgibt, sondern zugleich eine autoritäre, diktatorische, totalisierende, disziplinierende, regulierende und zutiefst interessengeleitete Praxis. Diese Dialektik von Theorie und Praxis zu übersehen heißt, dem Mythos Mathematik aufzusitzen und der Verwirklichung ihres zweifelsohne vorhandenen emanzipatorischen Potentials zu entsagen.

Wenn diesen Behauptungen ein kleinster wahrer Kern zugrunde liegt, dann sollte nicht nur der Mathematikunterricht, sondern die Anwendung der Mathematik im Allgemeinen und insbesondere auch im Physikunterricht einer entsprechenden Analyse unterzogen werden, die, so ist zu vermuten, Ullmanns These erhärten würde. Es ist jedenfalls durchaus vorstellbar, dass insbesondere im mathematischen und physikalischen Fachunterricht, mathematisches Wissen als autoritär und diktatorisch inszeniert und wahrgenommen wird, weil oft Verfahren und Produkte (z. B. mathematisch formulierte Naturgesetze), die scheinbar wenig bis gar nichts mit kreativen, entdeckenden, erschaffenden Prozessen zu tun haben, als Ergebnisse und einzig relevante Informationen „vorgeführt“ werden. Vor diesem Hintergrund ist es keineswegs nachvollziehbar, dass dem Problem der Anwendung von Mathematik im Physikunterricht bisher nicht konsequenter und in größerem Umfang nachgegangen wird.

Bisher wurde gefragt, was Physik und Mathematik sind. Es wurden verschiedene Positionierungsmöglichkeiten angedeutet und eine Unmöglichkeit der expliziten Beantwortung dieser Fragen herausgestellt. Im Folgenden soll nun unter dem Eindruck und vor dem Hintergrund der aufgeführten Ansätz versucht werden, der Rolle der Mathematik in der Physik (zunächst die Anwendbarkeit der Mathematik

[22] Ullmann unterscheidet zwischen *exklusiver und esoterischer* Mathematik auf der einen und *inklusiver und exoterischer* Mathematik auf der anderen Seite. Erstere ist die Mathematik der Fachwissenschaftler und Spezialisten, letztere die mathematische Praxis. „Kurz gesagt: Mathematik ist alles, was in der Gesellschaft als Mathematik gilt“ (Ullmann, 2008, S. 92). Dieses Bild von Mathematik, wie ich es hier nenne, ist der Hauptgegenstand der Ullmannschen Untersuchungen.

an sich und dann deren Funktion in der Physik) darzustellen. Auch hier wird wie schon in den vorangegangenen Abschnitten ein Spagat zwischen der überblicksartigen Darstellung relevanter Ansätze und der vertieften Darstellung einzelner besonders exponierter Betrachtungen versucht.

2.3 Physik und Mathematik

Nun wende ich mich dem zentralen Thema dieser Arbeit aus wissenschaftstheoretischer Perspektive zu. Dabei sollte deutlich werden, dass die bisherigen Ausführungen hilfreich sind, um das Folgende zu verstehen und in einem Ideennetz zu verankern, wodurch die folgenden Ausführungen auf wenigstens zum Teil expliziertem Vorwissen basierend beurteilt werden können. Auch für den folgenden Abschnitt gilt, dass es sich um eine Auswahl dargestellter Ideen handelt. Diese Auswahl ist sicher subjektiv, und man kann sich gelegentlich über die fehlende Nähe zu fachdidaktischen Überlegungen wundern. Dieses Wundern zeugt dann aber meiner Ansicht nach von einer (unnötigen, ja hinderlichen) Beschränkung der eigenen Perspektive. Diese kann in bestimmten Untersuchungskontexten hilfreich sein, ist es aber meines Erachtens nicht, wenn über den Gegenstand der Untersuchung nur sehr wenig bekannt ist, wie es hier der Fall ist. Meine Auswahl bemüht sich also zum Einen, um das „Andenken“ mehrerer Richtungen und zum Anderen darum, grundlegende Fragen anzusprechen, deren Klärung einer wissenschaftlich fundierten Positionierung zur Frage nach der Rolle der Mathematik, die diese im Physikunterricht spielen soll, ohnehin vorausgehen muss, von deren Klärungsversuchen man sich zumindest aber erhellende Einsichten für eine solche Positionierung erwarten kann. Zwei dieser, in diesem Sinne, zentralen Fragen, sind dabei die Frage nach der Anwendbarkeit der Mathematik in der Physik (vgl. Abschnitt 2.3.2) und die wesentlich einfacher zu beantwortende Frage nach den Funktionen der Mathematik in der Physik (vgl. Abschnitt 2.3.3). Weit in die Zukunft gedacht bieten sich hier auch Ansatzpunkte für einen expliziten Unterricht *über* die Rolle der Mathematik in der Physik. Am Ende dieses Abschnittes wird auf die geschichtliche Dimension der Frage nach dem Verhältnis von Mathematik und Physik eingegangen (vgl. Abschnitt 2.3.4).

Die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik ist nicht neu. Schon Galilei schreibt im 17. Jahrhundert: „Das Buch der Natur ist in der Sprache der Mathematik geschrieben“ (Galilei, 1896, S. 232).[23] Unabhängig davon, wie man sich zu dieser Behauptung Galileis positioniert, sei hier zunächst der Fakt herausgestellt, dass bereits seit über 400 Jahren explizite Überlegungen zur Frage

[23] Galileis Verständnis von Mathematik dürfte sich von unserem heutigen erheblich unterschieden haben, denn sein Zitat verweist nicht auf algebraische Symbolik, sondern auf geometrische Figuren. Das Zitat endet „[...] und ihre Buchstaben sind Dreiecke, Kreise und andere geometrische Figuren, ohne die es ganz unmöglich ist auch nur einen Satz zu verstehen, ohne die man sich in einem dunklen Labyrinth verliert“(Galilei, 1896, S. 232). Ähnliche Worte sind auch schon von Robert Grosseteste (1175-1253) aus seiner Schrift „De lineis angulis et figuris“ bekannt (vgl. Lewis, 2010).

nach der Rolle der Mathematik in der Physik vorliegen. Trotz mehrerer Publikationen mit viel versprechenden Titeln wie „The Role of Mathematics in the Rise of Science" (Bochner, 1966) oder „The Role of Mathematics in Science" (Schiffer und Bowden, 1984) muss man feststellen, dass eine befriedigende oder konsensfähige Antwort auf die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik bis heute aussteht. Autoren, die sich zu diesem Thema äußern, tun dies oftmals implizit, indem sie eben vorführen, wie die Mathematik in der Physik verwendet wird. In diesem Sinne wäre also jedes Lehrbuch der theoretischen Physik eine Teilantwort auf diese Frage. Dass dieser Ansatz wenig befriedigend ist, dürfte klar sein.

Häufig zu finden ist ebenfalls die Bekundung der gegenseitigen Abhängigkeit von Mathematik und Physik: „it seems quite impossible to think the latter without the former" (Boniolo u. a., 2005, S. 5), die dann oftmals wiederum „nur" als Anlass für die explizite Darstellung dieser Verbundenheit dient. Ein typisches Beispiel stellt das Buch von Bochner (1966, S. V) dar, der bereits in der Einleitung explizit ankündigt:

> What makes mathematics so effective when it enters science is a mystery of mysteries and the present book wants to achieve no more than to explicate how deep this mystery is.

Dass eine solche Beziehung vorliegt lässt sich nicht nur an der gegenwärtigen Physik erkennen, sondern auch historisch nachweisen. Exemplarisch sei hier Grosholz (1987, S. 220) zitiert:

> In the overlap between the two fields where Newton is carrying out his investigation, geometry has reformulated physics and physics has changed the shape of geometry.

Wie vielfältig die Fragen sein können, die man sich im Zusammenhang mit der Rolle der Mathematik in der Physik stellt, sollen die folgenden exemplarischen Fragestellungen andeuten (vgl. Boniolo u. a., 2005, S. 5): Ist Mathematik unentbehrlich für Physik? Warum gibt es Mathematik in der Physik? Welche Rolle spielt die mathematische Beschreibung in der Physik? Warum ist Mathematik in der Physik effektiv? Welche Beziehung herrscht zwischen Mathematik und Physik? Ist Mathematik die Sprache der Natur? Ist Mathematik unser Entdeckungsinstrument, also die Sprache, in der wir versuchen, die Natur zu beschreiben? Braucht man Mathematik für die nachträgliche Strukturierung einer physikalischen Theorie oder ermöglicht die Anwendung der Mathematik auch Entdeckungen? Ist der Erfolg der Mathematik in der Physik wirklich erklärungsbedürftig? Kann Physik neue Mathematik hervorbringen? Gibt es Grenzen der Anwendung der Mathematik in der Physik? Ist die mathematische Erklärung physikalischer Daten einzigartig?[24]

Jede einzelne dieser Fragen wäre es aus erkenntnistheoretischer Sicht wert, beantwortet zu werden. Die Physik hingegen wird auch ohne eine Antwort auf diese

[24] Zur letzten Frage vgl. z. B. Margenau (1962).

Fragen weiterhin Erkenntnisse über die Welt hervorbringen, und auch die mathematische Forschung wäre kaum davon beeinträchtigt, wenn diese Fragen unbeantwortet blieben. Für fachdidaktische Positionierungen gegenüber Unterrichtskonzepten, curricularen Inhalten oder Bildungszielen ist eine Antwort jedoch höchst wünschenswert. Wie kann ein angemessenes Bild von der Natur der Physik vermittelt oder überhaupt erst konstruiert werden, wenn die Rolle eines ihrer wichtigsten Bestandteile (neben dem Experiment) nicht einmal in fachdidaktischen Kreisen aufgedeckt oder gar reflektiert wird. Eine Positionierung auf der Grundlage (nicht nur, aber auch!) wissenschaftstheoretischer Erwägungen scheint mir jedenfalls unumgänglich. Bisher ist eine solche Positionierung nicht erfolgt oder basiert, wo sie erfolgt, eher auf visionären Vorstellungen und Ideen als auf wissenschaftlich fundierten Überlegungen. Damit ist über den kreativen und richtungsweisenden Wert solcher Visionen kein Urteil gefällt, wohl aber über ihren begründeten Einsatz als Grundlage für Handlungsentscheidungen in Lehr-Lernprozessen und bei der Gestaltung von deren Rahmenbedingungen.

Dass eine vollständige Beantwortung dieser Fragen jenseits (derzeitiger, auf jeden Fall aber) meiner (derzeitigen) Möglichkeiten liegt, dürfte klar sein. Nicht nur, weil der Schwerpunkt dieser Arbeit auf dem empirischen Teil liegt, sondern auch weil mindestens zwei Probleme ein prinzipielles Hindernis darstellen. Zum Einen hängt eine Antwort auf jede der gestellten Fragen davon ab, was unter Mathematik bzw. Physik verstanden wird. Dass hierüber ganz und gar keine Einigkeit besteht wurde versucht, in den Abschnitten 2.1 und 2.2 zu zeigen. Bereits die Anzahl der möglichen Kombinationen der verschiedenen Standpunkte aus diesen beiden Abschnitten lässt die Situation unübersichtlich werden. Zum Anderen, auch das sollte in den Abschnitten 2.1 und 2.2 deutlich geworden sein, ist bestenfalls eine vorläufige Antwort möglich, da zumindest die Geschichte zeigt, dass das, was unter Mathematik bzw. Physik verstanden wird, historischen Veränderungen unterworfen war und vermutlich auch weiterhin sein wird.

Im Folgenden sollen drei exemplarische Themen dargestellt werden. Erstens soll die Beschreibung der Rolle der Mathematik aus Sicht eines Physikers anhand der Ausführungen von Ludwig (1985) dargelegt werden (Abschnitt 2.3.1). Zweitens soll dem Kern der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik aus philosophischer Sicht (dem Anwendungsproblem) nachgegangen werden (Abschnitt 2.3.2). Dazu wird insbesondere der Ansatz von Wilholt (2004) vorgestellt, der mir als der derzeit vernünftigste erscheint (Abschnitt 2.3.2.1). Schließlich sollen drittens einige relativ unstrittige Funktionen, die der Mathematik zugeschrieben werden, angesprochen werden (Abschnitt 2.3.3).

2.3.1 Gerhard Ludwigs Beschreibung der Rolle der Mathematik in der (theoretischen) Physik

Die (theoretische) Physik, soviel ist für Ludwig klar, entwickelt Modelle der Wirklichkeit, die mathematisch formuliert werden. Ludwig (1985, vgl. S. 46 ff.) bezeichnet dies als die *Methode der (theoretischen) Physik*. Eine physikalische Theorie (PT) wird deshalb durch die Angabe von drei Teilen bestimmt: einer mathematischen Theorie (MT), eines Wirklichkeitsbereiches (W) und einer Abbildungsvorschrift (kurz mit ($-$) bezeichnet). Damit gilt in Kurzschreibweise: $PT = MT(-)W$, wie dies auch in Abb. 2.1 dargestellt ist.

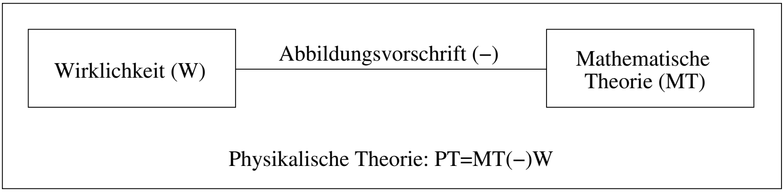


Abb. 2.1: vereinfachte Darstellung des Aufbaus einer physikalischen Theorie nach Ludwig (1985)

Die mathematische Theorie (MT) ist dabei als eigenständig und insbesondere getrennt von empirischen Bezügen konzeptionalisiert.[25] Das schließt natürlich nicht aus, dass die Entstehung dieser Theorie durch den Umgang des Menschens mit der Wirklichkeit angeregt wurde, ist aber eine streitbare Annahme. Sieht man also von allen Anwendungen ab, so ist MT bestimmt durch Axiome und die üblichen Regeln des Beweisens. Die Abbildungsvorschrift ($-$), aber auch die Wirklichkeit (W) sind hingegen nicht unabhängig von MT bestimmbar. Dies leuchtet für die Abbildungsvorschrift sofort ein. Für W hingegen ist dies weniger offensichtlich. Man könnte auch meinen, dass W das einzige der drei Elemente ist, das unabhängig existiert. Diesen Ansatz verfolgt Ludwig gerade nicht, denn er will die Beschreibbarkeit von W zeigen und die Methode der (theoretischen) Physik rekonstruieren. Was er zulässt, ist jedoch, der Situation in der Physik entsprechend, ein Bereich realer Gegebenheiten, der schon vor und unabhängig von jeder Verbindung ($-$) von W mit MT gegeben ist. Er nennt diesen Bereich den Grundbereich (G) von W und interpretiert ihn als die „Realtexte" (Ludwig, 1985, S. 50) der physikalischen Theorie, also experimentell erzeugte Tatsachen, deren Existenz nicht erst durch PT bewiesen wird.[26]

Die Natur der Abbildungsprinzipien ist essentiell zum Verständnis der Anwendung der Mathematik in der Physik, findet doch gerade hier der Brückenschlag zwischen Formalismus und Realität statt. Zunächst handelt es sich um eine „Zeichensetzung" (Ludwig, 1985, S. 54), die wohldefinierte Stücke des Realtextes durch Zeichen kennzeichnet. Dies ist ein letztlich willkürlicher Akt, der zu einem genormten (eingeschränkten und mit Zeichen versehenen) Grundbereich führt und in MT Bildmengen und Bildrelationen auszeichnet. Die Abbildungsprinzipien legen nun

[25] vgl. die Ähnlichkeit zu Einsteins Ansatz, S. 47

[26] Natürlich ist sich Ludwig bewusst, dass man die Existenz solcher Tatsachen in Frage stellen kann, akzeptiert Fragen dieser Art jedoch nicht als physikalisch (vgl. Ludwig, 1985, S. 51).

fest, wie diesen Bildmengen Zeichen des genormten Realtextes als Elemente hinzugefügt werden. Diese Zeichen werden also typisiert und dem Realtext wird damit eine Struktur aufgeprägt, die durch die mit den typisierten Zeichen erzeugten Relationen (die sich ebenfalls aus den Abbildungsprinzipien ergeben) vervollständigt wird. Hieraus folgt sofort auch, dass ein und dieselbe MT durch verschiedene Abbildungsprinzipien eine neue physikalische Bedeutung bekommen kann. Man spricht auch von der physikalischen Interpretation der mathematischen Theorie (MT).

Formal gesehen wird durch diese Abbildungsprinzipien (($-$)) die mathematische Theorie (MT) erweitert, eben um die Abbildungsprinzipien. Diese erweiterte Theorie muss sich nun als widerspruchsfrei erweisen, um als brauchbare physikalische Theorie zu gelten.[27] Diese Widerspruchsfreiheit lässt sich, abgesehen von theoretischen Problemen, immer nur durch eine gewisse Unschärfe bei der Anwendung der Abbildungsprinzipien gewährleisten, mit der zum Beispiel Messunsicherheiten aufgefangen werden. Die scharf formulierten Abbildungsprinzipien sind also gerade der Ort der Idealisierung. Bridgman (1936, S. 66) weist in diesem Zusammenhang außerdem ausdrücklich darauf hin, dass physikalische Theorien eine gewisse mathematische Überbestimmtheit aufweisen und schreibt:

> There would seem to be no necessity [...] that all mathematical operations should correspond to recognizable processes in the physical system.

Die so erhaltene physikalische Theorie (PT) beschreibt somit modellhaft den betreffenden Realtext. Die wesentliche Funktion einer physikalischen Theorie der Prognose, kann die Theorie aber erst dann mit hinreichender, das Erkenntnisbedürfnis des (theoretischen) Physikers befriedigender Wahrscheinlichkeit erfüllen, wenn PT in axiomatisierter Form vorliegt, das heißt, wenn eine widerspruchsfreie mathematische Theorie (MT^*) vorliegt, deren Grundmengen gerade die oben durch die Abbildungsprinzipien ausgezeichneten Bildmengen und deren undefinierte Relationen gerade die oben durch die Abbildungsprinzipien ausgezeichneten Bildrelationen sind. Auf diesen neuen Grundmengen und mit Hilfe dieser neuen Relationen werden dann die Axiome der physikalischen Theorie (PT) in mathematischer Form (MT^*) formuliert. Dieses Vorgehen erlaubt zusätzlich zu erkennen, welche physikalischen Prinzipien einer Theorie zugrunde liegen und wie sie aufgebaut ist bzw. ggf. zu verändern ist. Von Neumann weist in diesem Zusammenhang darauf hin, dass einem strengen Anspruch der Axiomatisierung praktisch nur in Ausnahmefällen entsprochen wird und dass die Hauptaufgabe der Physik in der Entwicklung von mathematischen Modellen liegt (von Neumann, 1961, S. 492).

Ludwig (1985) liefert mit seiner Beschreibung, die hier nur stark komprimiert wiedergegeben werden kann und in Abb. 2.2 zusammenfassend illustriert ist, eine Beschreibung der Rolle der Mathematik in der Physik, die – so lässt die große

[27] Schon die Widerspruchsfreiheit von MT ist aus innermathematischen Gründen (Gödelsätze) nicht zu zeigen, die der erweiterten Theorie auch deshalb nicht, weil der Grundbereich unendlich viele „Erfahrungen“ zulässt.

Verbreitung seines Lehrbuches zur Einführung in die theoretische Physik vermuten – von vielen Physikerinnen und Physikern geteilt wird, ihnen in der Regel auf jeden Fall bekannt ist. Dieser Beschreibung liegen aber wissenschaftstheoretische Positionen, insbesondere in Bezug auf das Wesen der Mathematik und der Physik zugrunde, die er bestenfalls andeutungsweise expliziert. Wesentlich ist auch, dass es sich um einen analytischen Versuch handelt, die Beziehung zwischen Mathematik und Physik zu erläutern, nicht etwa um eine Rekonstruktion basierend auf der Grundlage des konkreten Handelns von Physikerinnen und Physikern. In jedem Fall handelt es sich um eine weit verbreitete und vermutlich auch in den Köpfen vieler Studierender verankerte Sichtweise.

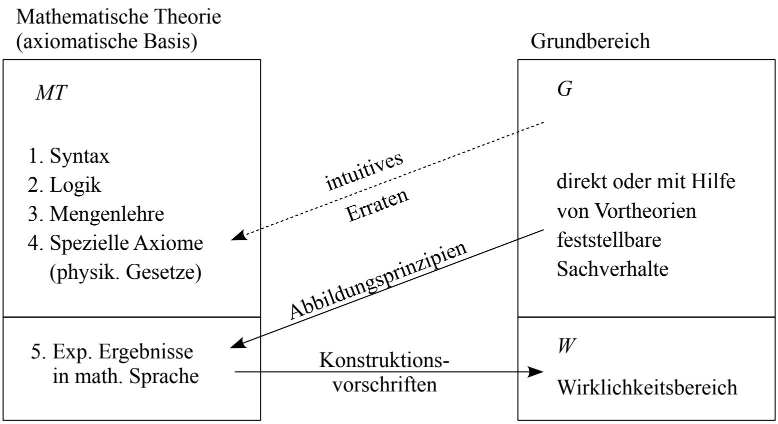


Abb. 2.2: Aufbau einer physikalischen Theorie (Ludwig, 1979, S. 8)

Im Folgenden soll nun eine eher philosophisch orientierte Beschreibung vorgenommen werden. Diese Beschreibung mündet nach einer überblicksartigen und allgemein gehaltenen Darstellung in einem Ansatz von Wilholt (2004), der einen behutsamen mathematischen Realismus vertritt und unter anderem den Repräsentationsansatz, der auch bei Ludwig eine zentrale Rolle spielt, in eine konsistente Darstellung integriert, die geeignet scheint, das Anwendungsproblem zumindest in Teilen einer Lösung zuzuführen.

2.3.2 Das Anwendungsproblem

Das Problem, das den Kern der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik ausmacht, stellt das Anwendungsproblem dar. Die Frage, warum die Mathematik als vom Menschen erschaffene Sammlung von mathematischen Strukturen so gut auf unsere Welt passt, wird von vielen namhaften Physikern gestellt. Wigner

(1960) spricht von „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences“[28] und fasst seinen Standpunkt wie folgt zusammen (Wigner, 1960, S. 14):

> The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve.

Einstein (2002, S. 385) stellt sich die gleiche Frage:

> Wie ist es möglich, dass die Mathematik, die doch ein von aller Erfahrung unabhängiges Produkt des menschlichen Denkens ist, auf die Gegenstände der Wirklichkeit so vortrefflich passt?

Dirac (1963, S. 53) stellt fest:

> It seems to be one of the fundamental features of nature that fundamental physical laws are described in terms of a mathematical theory of great beauty and power, needing quite a high standard of mathematics for one to understand it. You may wonder: Why is nature constructed along these lines? One can only answer that our present knowledge seems to show that nature is so constructed. We simply have to accept it.

Feynman (1985, S. 171) bemerkt:

> I find it quite amazing that it is possible to predict what will happen by mathematics, which is simply following rules which really have nothing to do with the original thing.

Warum also passt die Mathematik so gut zur Natur? Oder, um (mit Anleihen bei Leibniz) in Hilberts Worten zu fragen: Warum besteht eine „prästabilisierte Harmonie zwischen mathematischem Denken und physikalischem Sein“ (Hilbert, 1988, S. 98)? Man kann diese Frage als unzulässig bezeichnen und feststellen, dass die Mathematik „an indivisable part“ (Boniolo und Budnich, 2005, S. 86) der heutigen physikalischen Theorien ist. Dieser Standpunkt ist legitim, wird aber von vielen heutigen Wissenschaftsphilosophen abgelehnt und ist allein sicher auch nicht haltbar, denn es ist nicht ohne weiteres einsichtig, warum das Studium formaler Systeme einen Bezug zur Natur haben soll.

Man kann das Problem auch ablehnen mit dem Verweis darauf, dass die mathematischen Theorien gar nicht unsere physische Erfahrungswirklichkeit beschreiben, so wie dies z. B. Cartwright (1983, S. 129) tut:

> [...] abstract fundamental laws are nothing like the complicated, messy laws which describe reality. [...] My basic view is that fundamental equations do not govern objects in reality; they govern only objects in models.

[28] Hamming (1980) legt bezugnehmend auf Wigner (1960) einen Artikel mit dem Titel „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics“ vor, der für eine erste Orientierung hilfreich ist.

Diese Einschränkung ist also zweiteilig. Zum Einen wird vernünftiger Weise behauptet, dass sich mathematische Gleichungen auf Modelle beziehen[29], nicht auf die Wirklichkeit, zum Anderen, dass die adäquatesten Beschreibungen nicht diejenigen sind, auf die einfache mathematische Gleichungen passen. Dieser Gedanke wird hier nicht weiter ausgeführt.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, das Problem als Teil eines noch größeren Problems anzusehen. Dies tut z. B. Karl Popper (1946) in seinem Aufsatz: „Warum sind die Kalküle der Logik und Mathematik auf die Wirklichkeit anwendbar?" Er äußert sich hier ausschließlich zur Logik und stellt für diese fest, dass ihre Gesetze Denkgesetze, Naturgesetze oder Gesetze bestimmter deskriptiver Sprachen sein können. Popper entscheidet sich für die letztgenannte Möglichkeit (vgl. Vollmer, 2003, S. 123 f.). Auch damit geben sich Philosophen im Allgemeinen nicht zufrieden. Schließt man sich der Ablehnung an, so muss man eine andere Antwort auf die Frage nach der Effektivität der Mathematik in der Physik suchen. Hier einige Angebote:[30] Platonistisch gedacht ist das der Fall, weil die Welt eben mathematisch aufgebaut ist („Gott ist Mathematiker" (Jeans, 1930, S. 134) oder "the universe is so constituted that mathematics is a useful tool in its description" (Dirac, 1940, S. 122)). Im Sinne Galileis (Galilei, 1896) liegt eine Homogenität zwischen der Welt und der Mathematik vor, die als ursächlich verstanden werden kann. Berkeley kann dahin gehend interpretiert werden, dass Mathematik einfach deshalb effektiv ist, weil es eben ein gutes Werkzeug ist. Kants Schriften lassen zwei Interpretationen zu. Im Rahmen der Kritik der reinen Vernunft (1781) ist die Anwendung der Mathematik auf die Welt deshalb effektiv, weil wir die Welt durch unsere Kognition mathematisch konstituieren. Kants Schrift „Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft" (1786) deutet darauf hin, dass die Mathematik gerade deshalb effektiv ist, weil wir nur dank ihr Konzepte von Objekten konstruieren können, die unserer direkten Wahrnehmung nicht zugänglich sind.

Bueno und Colyvan (2011) führen einen Abbildungsansatz ein, der an die Äußerungen von Hertz erinnert[31] und auch eine gewisse Ähnlichkeit zu den Überlegungen Ludwigs aufweist (vgl. Abschnitt 2.3.1.). Für Details sei auf die angegebenen Publikationen verwiesen, hier soll nur der grobe Ansatz vorgestellt werden (vgl. Abb. 2.3).

[29] Dies ist eine weit verbreitete Überzeugung. Auch Petsche (2006, S. 209) schreibt: „Die mathematische Modellierung ist der Mittler zwischen Mathematik und Anwendung."

[30] Die ersten fünf der folgenden Angebote sind sinngemäß wiedergegeben nach Boniolo und Budnich (2005, S. 76).

[31] Diesen Hinweis verdanke ich Prof. Dr. H. Schecker. Hertz schreibt: „Wir machen uns innere Scheinbilder oder Symbole der äußeren Gegenstände, und zwar machen wir sie von solcher Art, daß die denknotwendigen Folgen der Bilder stets wieder Bilder seien von den naturnotwendigen Folgen der abgebildeten Gegenstände" (Hertz, 1996, S. 67). Hier sei auf die Ähnlichkeit zu den Forderungen, die Leibniz an seine Universalsprache stellt hingewiesen (vgl. Bedürftig und Murawski, 2010, S. 53).

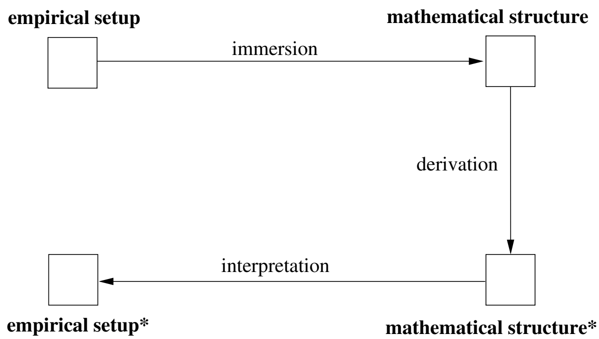


Abb. 2.3: Schematische Darstellung des Inferential Concept nach Bueno und Colyvan (2011)

In Abb. 2.3 wird ähnlich wie bei Ludwig in eine mathematische (rechte Seite) und eine physikalische Welt (linke Seite) unterschieden. Allerdings wird hier ein mathematikhaltiger Prozess allgemein beschrieben, nicht ein rückblickender analytischer „Snapshot" auf den abgeschlossenen Prozess. Ein vorgefundenes oder hergestelltes *empirical setup* wird mit einer *mathematical structure* verknüpft. Dieser Prozess (*immersion*) ist dabei kreativ und in gewisser Weise willkürlich, auf der Seite der Mathematik wird durch *derivation*, also durch Anwendung der üblichen Schlussregeln eine neue *mathematical structure** erzeugt, die dann durch *interpretation* ein zunächst hypothetisches *empirical setup** vorhersagt. Der Nachweis, dass dieser Ansatz mehr bietet als nur eine aufwendige Beschreibung des Problems kann hier nicht erbracht werden. Es sei auf Bueno und Colyvan (2011) verwiesen.[32]

Der skizzierte Ansatz schließt auch die Möglichkeit der Präparation oder Selektion des empirical setups nicht aus. Man könnte also sagen, die Mathematik passt so gut, auf die Natur, weil nur das mathematisch Beschreibbare als Gegenstand der Physik ausgewählt wird („Physikerbrille") oder weil dieses Beschreibbare (experimentell) hergestellt, die Natur also präpariert wird (Konstruktion mathematisch beschreibbarer Entitäten). Diesen letzten Gedanken findet man auch bei Janich (1997, S. 85):[33]

[32] Eine andere Möglichkeit der Rekonstruktion besteht auf Grundlage der Semiotik nach Charles Sanders Peirce (1839-1914). Ein solcher Ansatz wird bei Boniolo und Budnich (2005) skizziert.

[33] Mit diesem aus dem Kontext gerissenen Zitat wird man Peter Janich allerdings nicht gerecht. Zwar ist es sein Anliegen (und für diese Arbeit das zentrale) nachzuweisen, dass man der Rolle der Mathematik in der Physik bzw. ihrer Funktion als Sprache der Physik nicht gerecht werden kann, wenn implizit oder explizit davon ausgegangen wird, dass Physik die Wirklichkeit beschreibe, seine Argumentation hört bei dieser Feststellung allerdings nicht auf, sondern es wird ein Gegenentwurf vorgeschlagen, der den Objektbereich physikalischer Theorien in eine „dem kulturhistorischen Wandel ihrer Zwecke unterworfene[n] Technik" (Janich, 1977, S. 301) verlegt.

> Der Anwendungsbereich mathematischer formaler Theorien in einer Fachwissenschaft ist in Wahrheit selbst von den Fachwissenschaftlern so strukturiert, dass gezählt und gerechnet werden kann. In solchen Fällen bietet es sich als ökonomisch und fruchtbar an, das dafür von den Mathematikern bereitgestellte (Struktur-)Wissen zu nutzen.

Eine einfache, aber gerade deshalb überzeugende Antwort, die das Anwendungsproblem in gewisser Weise als Frage Unverständiger erscheinen lässt, bietet auch Einstein (2002, S. 385 f.) an, indem er schreibt:

> Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.[34]

Wie Einstein weiter ausführt, liegt dies in der axiomatischen Methode der Mathematik begründet, die Mathematik formalistisch als Wissenschaft des Logisch-Formalen darstellt und mit dem Logisch-Formalen verknüpfte anschauliche oder sonstige Inhalte als Gegenstand der Mathematik ausschließt.

Auch der von Weinberg (1986, S. 727) angebotene Standpunkt sei hier erwähnt. Er schreibt:

> Mathematics is the science of order, so perhaps the reason the mathematician discovers kinds of order which are of importance in physics is, that there are only so many kinds of order.

Schließlich sei auf den Ansatz von Vollmer (2003) hingewiesen, der eine irgendwie geartete Verträglichkeit von Mensch, Mathematik und der zu beschreibenden Welt als den Kern des Anwendungsproblems versteht und damit den Menschen explizit in die Formulierung des Problems und seine Lösung einbezieht.[35] Im Rahmen seiner evolutionären Erkenntnistheorie formuliert er sein Fazit wie folgt (Vollmer, 2003, S. 140):

> Die Mathematik passt auf die Welt, weil gilt:
>
> - Mathematik ist eine Strukturwissenschaft [...].
> - Die Natur ist strukturiert und komprimierbar [...].
> - Wir sind durch Evolution an diese strukturierte Welt angepasst (Biologische Evolutionstheorie).
> - Wir sind darauf angelegt, einige dieser Strukturen zu erkennen (Evolutionäre Erkenntnistheorie).

[34] Angemerkt sei in diesem Zusammenhang, dass dieses Infragestellen der Präsupposition des Anwendungsproblems im Stile Ludwigs (vgl. Abschnitt 2.3.1) umformuliert werden kann, wie Scheibe (2007, S. 330) anmerkt: “Insofern die Strukturen der Mathematik die Wirklichkeit abbilden, sind die Bilder nicht scharf, und insofern sie scharf sind, bilden sie nicht die Wirklichkeit ab.“

[35] In gewisser Weise hat diese Idee einige Vorläufer. Exemplarisch sei hier Hilbert (1930, S. 961) zitiert: „Wir können diese Übereinstimmung zwischen Natur und Denken, zwischen Experiment und Theorie nur verstehen, wenn wir das formale Element und den damit zusammenhängenden Mechanismus auf beiden Seiten der Natur und unseres Verstandes berücksichtigen“.

- Sprache, Logik, Mathematik und andere Denkzeuge dienen dann dazu, auch nicht-mesokosmische Strukturen zu entwerfen.

Eine solide und meiner Ansicht nach die plausibelste Analyse des Anwendungsproblems legt Wilholt (2004) in seiner Dissertation „Zahl und Wirklichkeit: Eine philosophische Untersuchung über die Anwendbarkeit der Mathematik“ vor.[36] Hier wird deutlich, was eingangs erwähnt wurde, dass nämlich der Umgang mit dem vermeintlichen Problem immer auch eine Positionierung zu der Frage „Was ist Mathematik?“ impliziert. Wilholts Ansatz ist mit dem oben vorgestellten Ansatz von Kitcher (vgl. Abschnitt 2.2.3) kompatibel. Im Folgenden soll holzschnittartig zusammengefasst werden, wie er sich positioniert und welcher Lösung er das Anwendungsproblem zuführt.

2.3.2.1 Wilholts Analyse der Anwendbarkeit der Mathematik

Problemaufriss: epistemisches und ontologisches Bereichsproblem Wilholt (2004) beginnt seine Überlegungen aus realistischer Perspektive mit dem ontologischen Bereichsproblem. Er erkennt also die Existenz abstrakter mathematischer Gegenstände an, insbesondere ihre Existenz außerhalb des Raum-Zeit-Kontinuums und die Tatsache, dass sie kausal inaktiv und kausal impassiv sind.[37] Damit stellt sich das *ontologische Bereichsproblem* für ihn so (Wilholt, 2004, S. 25):

> Wie kann mathematisches Wissen relevant sein für Wissen über die Erfahrungswirklichkeit, wenn mathematisches Wissen von Gegenständen handelt, die nicht im Raum-Zeit-Kontinuum lokalisiert sind und mit Gegenständen in der Erfahrungswirklichkeit in keiner bekannten Weise kausal interagieren?

Der holistische mathematische Realismus begegnet diesem Problem mit dem Verweis auf ein durch die wissenschaftliche Messpraxis legitimiertes Repräsentationsverhältnis zwischen den unabhängig bestehenden mathematischen Entitäten und der Erfahrungswirklichkeit (vgl. z. B. Abschnitt 2.3.1). Dies führt allerdings zu einem Folgeproblem, dem *epistemischen Bereichsproblem*, das in der Notwendigkeit einer Antwort (aus realistischer Perspektive) auf die Frage besteht, wie wir sicher sein können, dass ein Zusammenhang besteht „zwischen dem, was bei den mathematischen Entitäten der Fall ist, und unseren mathematischen Überzeugungen“ (Wilholt, 2004, S. 29). Diese Antwort bleibt der holistische mathematische Realismus schuldig. Seine Vertreterinnen und Vertreter akzeptieren holistisch die Existenz abstrakter Objekte, halten aber die Abgrenzung der existierenden abstrakten Gegenstände der Mathematik von denen der empirischen Wissenschaften nicht für schlüssig. Im Wesentlichen gibt es keinen Unterschied zwischen Quarks

[36] Den Hinweis auf T. Wilholts Arbeit verdanke ich Prof. Dr. Jahnke.

[37] Damit ist gemeint, dass sie anders als die Objekte unserer Erfahrungswelt, weder eine räumliche noch zeitliche Ausdehnung haben oder einem bestimmten Raum- oder Zeitpunkt zugeordnet werden können. Weiterhin ist, was mit ihnen passiert, ohne Folge für andere Ereignisse (inaktiv) und umgekehrt sind andere Ereignisse ohne Folge für sie (impassiv).

und Vektorräumen. Mathematische Abstrakta sind also postulierte Entitäten des naturwissenschaftlichen Gesamtunternehmens. Dann aber ist der Repräsentationsansatz, der das ontologische Bereichsproblem aus realistischer Perspektive zu lösen verspricht, gescheitert, denn die mathematischen Objekte spielen dann keine *reine* Repräsentationsrolle, insbesondere ist unser Wissen über sie nicht vorab und unabhängig von dem naturwissenschaftlichen Wissen gesichert, was aber die Voraussetzung für ein vernünftiges reines Repräsentationsverhältnis wäre.[38] Festzuhalten bleibt also, dass holistischer Realismus (die naheliegende Lösung für das epistemische Bereichsproblem) und Repräsentationsansatz (die naheliegende Lösung für das ontologische Bereichsproblem) nicht beide zugleich richtig sein können.

Basierend auf dieser Problemlage wendet sich Wilholt (2004, Kapitel 2 und 3) vom holistischen Realismus ab und dem Nominalismus zu. Sein Fazit nach ca. 90-seitiger Analyse lautet: „Die vermeintliche nominalistische Umleitung um das Problem hat sich als Sackgasse erwiesen" (Wilholt, 2004, S. 131).

Problemlösung Teil 1: behutsamer mathematischer Realismus, zweigeteilte Wissenschaft, primäre und sekundäre Anwendungen Sein eigener Ansatz begründet sich dann darauf zu zeigen, dass *einige* mathematische Gegenstände Eigenschaften von Aggregaten kausaler Prozesse sind. Wilholt (2004, S. 175) schreibt:

> Es lässt sich unabhängig von mathematischem Vokabular eine Art von physischen Gegenständen definieren, die als Träger eindeutiger Zahleigenschaften gelten dürfen. Nach unserem besten Wissen kommen solche Gegenstände häufig in unserer Erfahrungswirklichkeit vor. Zudem ist es plausibel, dass ihre Zahleigenschaften einen Einfluss auf den Verlauf kausaler Prozesse haben, die am Ende unsere sensorische Oberfläche erreichen.

Wilholt (2004, Kapitel 5) zeigt dann, dass so verstandene Zahleigenschaften sich gerade mit den natürlichen Zahlen identifizieren lassen und dass das daraus resultierende Verhältnis zwischen Arithmetik und Erfahrungswirklichkeit auch auf andere Bereiche der Mathematik, nämlich die kontinuierlichen Größen (rationale bzw. reelle Zahlen) ausgeweitet werden kann. Dazu nimmt er Abstand von der auf den ersten Blick einleuchtenden Ansicht, dass Größen durch Zahlen repräsentiert werden und schlägt statt dessen vor, sie mit Größenverhältnissen zu identifizieren.[39] Zusammenfassend schreibt er über sein Vorgehen:

> Dabei haben wir nicht etwa durch ein Abstraktionsprinzip eine eigene mathematische Wirklichkeit [...] zu konstruieren versucht, sondern wir haben [...] eine aposteriorische Analyse gewisser Verhältnisse zwischen Eigenschaften vorgenommen, wie wir sie als wirksame Elemente in der Erfahrungswirklichkeit tatsächlich vorfinden. Die Anwendbarkeit der reellen Zahlen ist also eine kontingente Angelegenheit (Wilholt, 2004, S. 238).

[38] Man könnte einwenden, dass Wissen über mathematische Anwendungen aus früheren erfolgreichen Anwendungen stammt. Das verschiebt jedoch das Problem nur, denn irgendwann muss es eine erste Anwendung gegeben haben.

[39] Dies entspricht ja auch unseren physikalischen Gepflogenheiten, z. B.: $6m/1m = 6$.

Damit ist unser Wissen über Zahlen und deren Verhältnisse bereits Wissen über extensive Größen. Es enthält daher auch Wissen über extensive Größen, wie Massen, Zeiten u. a. und ist gerade deshalb relevant für die Beschreibung von Situationen, in denen solche Größen eine Rolle spielen. Damit erübrigt sich zumindest das epistemische Bereichsproblem, jedenfalls für einen Teil der Mathematik, den er als *realistische Mathematik* bezeichnet.

> Wenn mathematische Ausdrücke sich auf bestimmte Eigenschaften und Relationen beziehen, die bei kausalen Prozessen oder Aggregaten kausaler Prozesse realisiert sein können, dann können sie natürlich dazu eingesetzt werden, bei bestimmten Prozessen und Aggregaten Aussagen über eben diese Eigenschaften und Relationen zu treffen (Wilholt, 2004, S. 240).

Diese Art der Anwendung bezeichnet er als *primäre Anwendung* und stellt nochmals heraus, dass dabei „keine Anwendung im Sinne einer Übertragung von Begriffen auf einen anderen Gegenstandsbereich" (Wilholt, 2004, S. 240) stattfindet, also auch kein Grund zur Verwunderung besteht. Ein Beispiel für eine primäre Anwendung wäre das Hebelgesetz.

Die Stärke des Ansatzes von Wilholt (2004) besteht nun gerade darin, dass er anerkennt, dass Mathematik eine „zweigeteilte Wissenschaft" (Wilholt, 2004, S. 284) ist, die eben nicht nur aus der realistischen Mathematik besteht. Ein Beispiel ist die moderne Algebra, die sicher nicht als realistische Mathematik verstanden werden kann. Für solche Bereiche zieht er sich auf die Haltung des partiell deduktivistischen Formalismus zurück, betrachtet also ein System von expliziten und impliziten Regeln, die darüber entscheiden, welche Aussagen zulässig sind. Die üblichen Probleme formalistischer Theorien vermeidet er, indem er sich ihnen gegenüber auf einen pragmatischen Standpunkt stellt, was er dadurch legitimiert, dass diese Beschreibung der Mathematik eben nur partiell ist und den Kernbereich der realistischen Mathematik nicht betrifft.

Neben den erwähnten primären Anwendungen identifiziert Wilholt auch *sekundäre Anwendungen*. Diese treten auch bei der realistischen Mathematik (z. B. reelle Analysis) auf und sind solche, bei denen die Zahlwörter keine empirischen Größenverhältnisse benennen, sondern (in der Regel) graduelle Eigenschaften der Erfahrungswirklichkeit repräsentieren. Dies geschieht auf der Grundlage einer auf Messpraktiken basierenden, also konventionellen eineindeutigen Abbildung der repräsentierten Eigenschaften auf die sie repräsentierenden Zahlen. „Die Gegenstände der realistischen Mathematik sind eben, sobald sie einmal gut erforscht sind, gut geeignet, um Repräsentationsfunktionen zu übernehmen" (Wilholt, 2004, S. 285). Ein Beispiel stellt die Sone-Skala dar.[40] Die sekundären Anwendungen sind es

[40] Die Einheit 1 sone geht auf Stevens (1936) zurück und ist eine psychoakustische Maßeinheit für die subjektive Lautheit eines Schallereignisses. Sie basiert auf der Phon-Skala für den Lautstärkepegel, die wiederum an die Dezibel-Skala des Schalldruckpegels gekoppelt ist. Der Schalldruckpegel L_p in dB wurde definiert als $L_p = 20 \log_{10} \frac{p}{p_0} dB$, wobei p für den Effektivwert des Schalldrucks eines Schallereignisses steht und $p_0 = 20 \mu Pa$ gesetzt wurde, was der vermeintlichen menschlichen Hörschwelle für einen Ton der Frequenz 1 kHz

auch, die eine Integration der formalen Systeme in seinen Ansatz erlauben, denn einige „relationale Strukturen der Erfahrungswirklichkeit lassen sich gut durch die Äquivalenztypen von Graphemen, wie sie in formalen Systemen erzeugt werden, repräsentieren“ (Wilholt, 2004, S. 285). Formale Systeme können also keine primären Anwendungen haben.

Während also in der realistischen Mathematik die primären Anwendungen Garant für zuverlässige Überzeugungen über mathematische Entitäten sind, sind es bei den formalen Systemen die Spielregeln und insbesondere die Praxis des Beweisens, die uns Wissen über die Spielsteine und ihre Relationen geben. Damit stehen unabhängig erworbene verlässliche Überzeugungen über die mathematischen Entitäten zur Verfügung, die Repräsentationen zulassen, also sekundäre Anwendungen erlauben. Die Unterscheidung zwischen primären und sekundären Anwendungen kann damit „die Zwickmühle aus epistemischem und ontologischem Bereichsproblem blockieren und die Anwendbarkeit der Mathematik im Sinne eines differenzierten, gemäßigten Mathematischen Realismus erklären“ (Wilholt, 2004, S. 265).

Problemlösung Teil 2: Das Erklärungsproblem Es bleibt das *Erklärungsproblem*, dem Wilholt sich nicht primär widmet, das aber am Beginn dieses Abschnittes stand und für dessen Beurteilung sein behutsamer mathematischer Realismus einige Beiträge leistet. Das Bereichsproblem, das darin bestand zu erklären, warum Mathematik überhaupt anwendbar ist, kann dabei als Voraussetzung für die Beantwortung der schwächeren Frage des Erklärungsproblems verstanden werden. Das Erklärungsproblem besteht nämlich darin zu erklären, dass die Orientierung an mathematischen Formen eine erstaunlich (?) erfolgreiche Strategie beim Auffinden echter Naturgesetze zu sein scheint. Letztlich wird also nach der Begründung für einen wissenschaftshistorischen Befund gefragt, der selbst in Frage gestellt werden kann.

Die Standardreferenz ist dabei der Aufsatz von Wigner (1960): „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences“ (siehe Seite 44). In ihm bringt er nicht nur seine Ansicht über die unvernünftige Effektivität der Mathematik zum Ausdruck, sondern betont auch Ästhetik und Interessantheit

entspricht. Der Lautstärkepegel L_N in Phon ist ein psychoakustisches Vergleichsmaß, das beschreibt, welchen Schalldruckpegel ein Sinuston mit einer Frequenz von 1 kHz haben müsste, damit dieser Ton und das betrachtete Schallereignis gleich laut wahr genommen werden. Die Phon-Skala versucht die Frequenzabhängigkeit der empfunden Lautstärke zu berücksichtigen. Welcher Schalldruckpegel für einen Einzelton bei welcher Frequenz erforderlich ist, um jeweils den gleichen Lautstärkeeindruck zu erzielen, ist als Ergebnis von empirischen Untersuchungen gesunder Menschen, über die gemittelt wurde, in den „Kurven gleicher Lautstärkepegel“ (Isophone) beschrieben. Eine analytische Beschreibung liegt nicht vor. Die Lautheit N in Sone ergibt sich dann schließlich über $N = \left(10^{\frac{\frac{L_N}{\text{phon}}-40}{10}}\right)^{0,3}$ sone. Auf dieser Skala werden Verhältnisse abgebildet. Ein Schallereignis von 4 sone wird als doppelt so laut empfunden wie eines von 2 sone. Für weitere Details siehe Zwicker und Fastl (2007) als wegweisende Kriterien für mathematische Forschung. Wilholt (2004, S.266) schreibt sogar:

> Wigners Begründung der These, dass der Erfolg der Mathematik in der Physik eine erklärungswürdige Besonderheit sei, steht und fällt mit seiner Charakterisierung der Mathematik als Produkt des menschlichen Sinns für Interessantheit und Ästhetik.

Anhand der dargelegten Überlegungen Wilholts lässt sich dazu zunächst sagen, dass dies die realistische Mathematik nicht treffend beschreibt, denn diese handelt von in der Erfahrungswelt realisierten Eigenschaften und Relationen, kann also schwerlich als Produkt von ästhetischem Sinn und Intererssantheitsempfinden verstanden werden. Nun kann man für die realistische Mathematik noch fragen, warum einige ihrer Teile (z. B. die reelle Analysis) so vielseitig anwendbar sind. Diese Frage aber ist keine Besonderheit der Mathematik, denn sie bringt das Erstaunen darüber zum Ausdruck, „dass in vielen Naturvorgängen immer wieder eine überschaubare Anzahl von Eigenschaften das Geschehen determinieren und dass es dabei Regularitäten gibt“ (Wilholt, 2004, S. 267). Dies wiederum ist eine kontingente Eigenschaft der Natur. Damit kann die realistische Mathematik nicht betroffen sein, wenn ein Problem im Sinne von Wigner (1960) bestehen soll. Es bleiben also die formalen Systeme als diejenigen mathematischen Strukturen, die als unvernünftig effektiv rekonstruiert werden sollen. Wilholt (2004, S. 270 f.) legt hier eine ganz ähnliche Argumentationsstruktur vor. Auch hier ist für ihn nicht einsichtig und schon gar nicht nachgewiesen, dass formale Systeme wesentlich nach ästhetischen oder die Interessantheit betreffenden Kriterien entwickelt werden. Vielmehr sind innermathematische Anwendungen die treibende Kraft, was nicht ausschließt, dass ästhetisches Empfinden gelegentlich eine Rolle spielt und schon gar nicht bedeutet, dass ein ästhetisches Empfinden der Mathematiker ihren Forschungsgegenständen gegenüber bestritten wird. Anlass zur Verwunderung darüber, dass subjektive Faktoren die Entwicklung anwendbarer Mathematik ermöglichen oder erfolgreich machen, besteht daher bestenfalls in geringem Ausmaß. Wenn man dennoch die Anwendung auf außermathematische Systeme an sich für verwunderlich hält, dann kann diese Verwunderung nur aufrecht erhalten werden, wenn gilt:

> Dass die Zahl der möglichen relationalen Zusammenhänge, die die Physik bei ihrer systematischen Untersuchung der Erfahrungswirklichkeit entdecken könnte, so viel größer ist als die Zahl der in der Mathematik untersuchten formalen Systeme, dass die Häufigkeit, mit der in der Mathematik bereits ein passendes formales System vorliegt, eine signifikante Abweichung von dem darstellt, was man vernünftigerweise erwarten dürfte (Wilholt, 2004, S. 270).

Diese Behauptung bedarf einer schwer zu erbringenden empirischen Untermauerung. Das Fehlen eines Belegs für diesen Befund und die Schwierigkeiten, einen solchen zu erbringen, verhindern die Entscheidbarkeit darüber, ob ein Erklärungsproblem tatsächlich vorliegt oder nicht. Dennoch scheint mir diese Argumentation das Anwendungsproblem im Sinne von Wigner (1960) ein gutes Stück weit zu entschärfen.

Eine philosophisch stärkere Verteidigung des Anwendungsproblems (oder in der Terminologie Wilholts: des Erklärungsproblems) liefert Steiner (1989, 1998). Er spezifiziert zunächst das Anwendungsproblem, indem er behauptet „that an anthropocentric policy was a necessary factor (*not* the only one) in discovering today's fundamental physics" (Steiner, 1998, S. 8, Hervorhebung im Original). Das Anwendungsproblem im Sinne Steiners besteht also in der Rolle, die Mathematik bei der Entdeckung neuer Gesetze spielt.[41] Dabei, so zeigt seine Analyse, spielen *pythagoräische Analogien*[42] eine entscheidende Rolle. Darunter versteht er „a mathematical analogy between physical laws (or other descriptions) not paraphrasable [. . .] into nonmathematical language" (Steiner, 1998, S. 54). Die Verwendung der pythagoräischen Analogie als überaus erfolgreicher Strategie bei der Entdeckung neuer physikalischer Gesetze ist für ihn eine erklärungsbedürftige Tatsache, selbst dann, wenn, wie man einwenden könnte, diese Strategie auch oft zu Misserfolgen geführt haben könnte, die im geschichtlichen Rückblick einfach unterdrückt oder nicht überliefert wurden. Wilholt kann nun zeigen, dass zwischen primären Anwendungen solche pythagoräischen Analogien nicht auftreten können, denn in solchen Fällen lassen sich die mathematischen Analogien in physische Analogien übersetzen, da die realistische Mathematik ja gerade von Größenverhältnissen zwischen bestimmten Eigenschaften der physikalischen Systeme handelt. Damit grenzt Wilholt den Bereich der Mathematik, in dem pythagoräische Strategien in dem von Steiner behaupteten Sinn zum Einsatz kommen können, auf die sekundären Anwendungen ein. Für diese wiederum erkennt er zunächst an:

> Jede erfolgreiche Anwendung einer mathematischen Analogie bei einer sekundären Anwendung, bei der der Repräsentationshomomorphismus keine physische Entsprechung der Analogie aufweist, stellt eine eigene kleine Erklärungslücke dar (Wilholt, 2004, S. 277 f.).

Diese Erklärungslücke schließt sich aber nachträglich, sobald entweder herausgefunden wird, dass es sich doch um eine primäre Anwendung handelt oder dass es doch eine physische Entsprechung der mathematischen Analogie gibt, z. B. weil sich herausstellt, dass der Repräsentationshomomorphismus mehr relationale Eigenschaften der repräsentierten Struktur umfasst, als bisher angenommen.

Dieses Schließen einer Erklärungslücke lässt Steiner nicht als Lösung des Problems gelten, da für ihn der Erfolg der pythagoräischen Analogien als Strategie insgesamt erklärungswürdig ist. Wilholt (2004, S. 279 f.) fasst zusammen:

> Dass ausgerechnet das Vertrauen auf *mathematische* Analogien *immer wieder* zum erfolgreichen Auffinden von Naturgesetzen führt, ist wegen des an-

[41] Von Einstein ist ebenfalls überliefert, dass er in seinen späten Jahren die Einfachheit der mathematischen Formulierungen als Richtschnur für Entdeckungsprozesse in der Physik aufgefasst hat. Vgl. dazu z. B. Norton (2000).

[42] Die im Folgenden angeführte Definition ist vereinfacht, sie vernachlässigt eine zeitliche Gebundenheit der Definition.

> thropozentrischen Charakters der Kategorie der mathematischen Analogie für Steiner die eigentliche Erklärungslücke (Hervorhebungen im Original).

Dieser anthropozentrische Charakter (Schönheit, Interessantheit) wurde aber bereits weiter oben als nicht notwendigerweise verwunderungswürdig bzw. erklärungsbedürftig entlarvt. Insofern ist Steiners Befund gleichzusetzen mit dem Vorliegen einzelner Erklärungslücken (was keine untypische Situation in den Naturwissenschaften ist), die aber in ihrer Gesamtheit „kein großes Erklärungsproblem der Anwendbarkeit der Mathematik bilden" (Wilholt, 2004, S. 280).

Während Steiner sein Buch mit der etwas diffusen Feststellung beendet: „The world [...] *looks* user friendly." (Steiner, 1998, S: 176), schreibt Wilholt (2004, S. 281):

> Mathematik ist in vielen wissenschaftlichen Kontexten anwendbar. Man kann sicher festhalten, dass diese Tatsache aus der Sicht des menschlichen Gesamtunternehmens der naturwissenschaftlichen Welterforschung etwas Erfreuliches ist, denn die rasante Expansionsgeschichte der modernen Naturwissenschaften seit dem späten 16. Jahrhundert ist mit ihrer Mathematisierung aufs engste verwoben. Ob sie etwas so Gutes ist, dass wir sie «nicht verdienen», wie Eugene Wigner [...] konstatiert, wage ich nicht zu beurteilen. *Ein Mysterium aber ist sie nicht.* (Hervorhebung von mir, O. K.)

2.3.2.2 Zusammenfassung

Alle angebotenen Argumentationen sind in der Literatur nicht unwidersprochen und haben Schwierigkeiten einigen philosophischen Angriffen standzuhalten oder das Problem vollständig zu erfassen. Der vielversprechendste, wenn auch in der internationalen Diskussion bisher wenig beachtete Ansatz ist aus meiner Sicht der von Wilholt (2004) vorgelegte, weshalb ihm hier relativ viel Aufmerksamkeit gewidmet wurde. Der Ansatz von Vollmer (2003) hat den Vorzug der leichten Kommunizierbarkeit, z. B. auch gegenüber Schülerinnen und Schülern. Die Ansicht von Ludwig (1985) kann als Konsens unter Physikerinnen und Physikern verstanden werden.[43] Die übrigen Ansätze dienen als Gedankenanregung und beziehen sich auf Teilaspekte des Anwendungsproblems. Damit soll die Diskussion des Anwendungsproblems abgeschlossen sein. Man könnte an dieser Stelle eine Analyse der denkbaren Implikationen für die Gestaltung mathematikhaltiger physikalischer Lehr-Lernprozesse anschließen. Ich gebe mich hier mit dieser Anregung zufrieden, da diese Analyse weitere Seiten füllen und über das abgesteckte Ziel dieser Arbeit, nämlich das Zusammenstellen von Bestandteilen einer Grundlage einer solchen Analyse, deutlich hinausgehen würde.

Exemplarisch wurden hier einige Kerngedanken zur Rolle der Mathematik in der Physik angesprochen, die von der Frage nach dem „Warum" inspiriert und relativ konsequent verfolgt wurden. Eine sehr viel einfachere und in gewisser Weise

[43] Dies ist eine unbewiesene Behauptung.

oberflächlichere Antwort auf diese Frage nach dem „Warum“ besteht in der Tatsache, dass „die Sache“ offenbar funktioniert. Wie genau sich dieses Funktionieren äußert bzw. welche Funktionen der Mathematik in der Physik zukommen, soll im folgenden Abschnitt dargestellt werden.

2.3.3 Funktionen der Verwendung von Mathematik in der Physik

Während eine Beantwortung vieler wissenschaftsphilosophischer Fragen im Zusammenhang mit der Rolle der Mathematik in der Physik schwierig ist, sind sich Fachwissenschaftler und Philosophen darüber einig, dass der Mathematik bestimmte weitgehend konsensfähige Funktionen zukommen.

2.3.3.1 Kognitive Entlastung

Mathematik ist bedeutsam, so die These von Fischer (2006, S. 12), „weil sie eine Materialisierung von Abstraktem darstellt“. Unter “Abstraktem“ versteht Fischer dabei „Dinge“, die den Sinnen nicht direkt zugänglich sind. Über solche „Dinge“ kann man nachdenken, also - ganz mechanistisch gesprochen - mentale Repräsentationen einzelner „Dinge“ miteinander in Beziehung setzen, abwägen, Schlüsse aus ihnen ziehen, etc. Zusätzlich zu diesen möglichen Gedanken, also in „Ergänzung zum reinen Denken bietet die Mathematik [...] *Zeichensysteme*, die letzten Endes materiell verankert werden, mit denen Abstrakta dargestellt und manipuliert werden“ (Fischer, 2006, S. 12, Hervorhebung im Original). Als Zeichensysteme[44], die ihrer Natur nach materialisiert vorliegen, kommen dabei z. B. Rechensteine, algebraische Notationen oder grafische Darstellungen aller Art in Betracht, denen gemein ist, dass sie eine Auslagerung des Denkens ermöglichen. Bei den dargestellten Abstrakta handelt es sich z. B. um Zahlen, (mathematische) Beziehungen, Strukturen, etc.

Mathematik entlastet also kognitive Prozesse und zwar durch Materialisierung des Abstrakten. Das Abstrakte wird im wörtlichen Sinne handhabbar. Diese Manipulierbarkeit bietet zunächst jede Materialisierung, z. B. auch künstlerische Bilder oder Skulpturen. Effizient und eben kognitiv entlastend wird die mathematische Darstellung dadurch, dass „ein Regelsystem zur Manipulation dieser Materialisierungen mitgeliefert wird“ (Fischer, 2006, S. 13). Genau genommen liegt der Vorteil im nun möglichen Wechselspiel zwischen Darstellung und Manipulation,

[44] Es sei darauf hingewiesen, dass Fischers Betonung der Materialisierung, der Schwerpunktsetzung auf Notationen oder Zeichen entspricht. Dies ist (und Fischer ist sich dessen bewusst) nicht neu, hat deutliche Bezüge zur Position des Formalismus (vgl. Abschnitt 2.2) und ist spätestens seit den Arbeiten von Charles Sanders Peirce (1839-1914) zur Semiotik und deren Weiterentwicklungen Bestandteil der Wissenschaftsphilosophie und inzwischen auch der Mathematikdidaktik.

das sowohl kreative, als auch regelgeleitete, automatisierte Aspekte enthält. Von Weizsäcker, der sich zum Kalkülbegriff äußert, beschreibt dies wie folgt:[45]

> Hier [im Kalkül; O. K.] gehört es zur Verwendbarkeit der Zeichen, dass sie „an sich“ bedeutungslos sind und nur diejenige Bedeutung tragen, die ihnen ausdrücklich verliehen wird. Der Kalkül setzt daher, um sinnvoll zu sein, stets eine „natürliche Sprache“ voraus, in der seine Zeichen gedeutet werden. Seine Genauigkeit kann nicht größer sein als die Genauigkeit, mit der man sagen kann, was seine Zeichen bedeuten. Aber er gestattet es, im Gegensatz zum „inhaltlichen Denken“, diesen Genauigkeitsgrad ohne eigentlich denkerische Anstrengung, durch bloße Gewissenhaftigkeit im Ausführen einmal gegebener Regeln, durchzuhalten. Denkerische Anstrengung ist hingegen nötig, um in irgendeiner der Stufen des formalen Prozesses die jeweiligen Formeln wieder zu deuten (von Weizsäcker, 2004, S. 90 f.).

Oder in den Worten von Barrow (1993, S. 367):

> Mit Hilfe der Sprache der Mathematik läßt sich eindeutig das ausschließen, was bei der Untersuchung bestimmter Probleme unwichtig ist. Mit ihrer Hilfe können wir unnötiges Nachdenken vermeiden, indem wir *ab initio* den mathematischen Formalismus logisch widerspruchsfrei machen. Wir können uns dann auf ihre logische Konsistenz verlassen, wann immer wir diesen Formalismus verwenden. Die gewöhnliche Sprache bietet diese Vorteile nicht (Hervorhebungen im Original).

Die Materialisierung kann außerdem als Kommunikationsvoraussetzung oder mindestens Unterstützung gesehen werden, denn erst in Form von Materie (materieller Darstellung), „jener Existenzform, über die wir gemeinsam die höchste Seinssicherheit haben“ (Fischer, 2006, S. 14), erweisen sich die dargestellten Abstrakta als (mit gewisser Eindeutigkeit und Sicherheit) kommunizierbar (vgl. die Kommunikationsfunktion in Abschnitt 2.3.3.3).

Die Materialisierung ist weiterhin mit einem Abstraktions- und Idealisierungsschritt verbunden, indem sie das Vergessen irrelevanter Aspekte erleichtert und auf das zur Materialisierung Gewählte fokussiert (vgl. das obige Zitat von Barrow).

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass vor allem auch die Wahl der Materialisierung bzw. Repräsentation von entscheidender Bedeutung ist. Dies wird in der vorliegenden Arbeit nur angedeutet, (vgl. Kapitel 4), kann aber auch anhand historischer Untersuchungen belegt werden. So schreibt z. B. Kvasz (2006, S. 287) über die Entwicklung algebraischer Notation:

> It turns out that the most fundamental epistemological changes in the development of algebra can be interpreted as changes of the pictorial form (in the sense of Wittgenstein's Tractatus) of the symbolic language of algebra.

[45] Neben der kognitiven Entlastung durch den Kalkülaspekt mathematischer Darstellungen werden hier auch Fragen und Grenzen der Exaktheit und Kommunizierbarkeit angedeutet, auf die noch einzugehen sein wird (vgl. Abschnitte 2.3.3.2 und 2.3.3.3).

2.3.3.2 Exaktheit

Mathematik gilt als exakte Wissenschaft par exellence. Dass daraus ein Allgemeingültigkeitsanspruch entsteht, der als ideologisch bezeichnet werden kann (Ullmann, 2008), wurde oben ausgeführt (vgl. Abschnitt 2.2). Dennoch ist Mathematik „seit jeher das Paradigma der Exaktheit und Gewissheit" (Frey, 1967, S. 134). Dass diese Eigenschaften an die logisch-beweisende Methode, also das axiomatisch-deduktive Vorgehen der Darstellung von Mathematik gekoppelt sind, liegt nahe. Die Mathematik ist die einzige beweisende Wissenschaft, der Beweis wohl ihr zentrales Element. Allein an der Verwendung logischer Schlussregeln, lässt sich die Exaktheit der Mathematik jedoch sicher nicht fest machen. Auch in der Philosophie oder Theologie werden logische Schlüsse verwendet. Ein Unterschied liegt jedoch in der Präzision, mit der Begriffe definiert werden. „Denn die meisten Mißverständnisse und Unklarheiten kommen durch ungenaue und unklare Begriffe zustande" (Frey, 1967, S. 135). Definitionen[46] sind also eine wesentliche Quelle der wahrgenommenen Exaktheit und zwar dadurch, dass Begriffsexplikationen vorgenommen werden. Dabei werden Interpretationsmöglichkeiten eines Begriffs deutlich reduziert oder gar eindeutig festgelegt, z. B. durch die Abgrenzung gegen andere Begriffe. Gerade diese, die alltägliche zwischenmenschliche Kommunikation sabotierende Interpretationsfreiheit mathematischer Begriffe, macht die Stärke mathematischer Begrifflichkeiten im wissenschaftlichen Kontext aus und unterstützt wissenschaftliche Kommunikationsprozesse (vgl. Abschnitt 2.3.3.3).

Es scheint wesentlich darauf hinzuweisen, dass die Definition von Begriffen Teil jeder Formalisierung ist, dass aber Formalisierung nur dann erfolgreich und gewinnbringend möglich ist, wenn zu einer exakten Verwendung von Begriffen auch exakt definierte Operationen, denen diese Begriffe unterworfen werden, treten, wodurch sie weiter an Klarheit gewinnen. Hier sei erneut auf das obige Von-Weizsäcker-Zitat (vgl. Seite 56) hingewiesen, in dem die Grenzen der Exaktheit mathematischer Anwendungen an die Begriffsschärfe der mathematisch repräsentierten Konzepte gebunden werden.

Frey (1967, S. 137) formuliert zusammenfassend vier Punkte, die er bezüglich der Exaktheit mathematischer Darstellungen zur Beschreibung unserer Welt für wesentlich hält:

(1) Möglichst eindeutige Begriffsdefinition und eindeutige Zuordnung zu den mathematischen Symbolen.

(2) Empirische Überprüfung der Gültigkeit der mathematischen Operationen und eindeutige empirische Deutung derselben.

(3) Je eindeutiger die Deutung ist, umso exakter sind die gewonnenen Ergebnisse.

[46] Das Thema Definition kann hier nicht in aller Ausführlichkeit dargestellt werden. Es sei aber darauf hingewiesen, dass das was eine Definition ausmacht keineswegs feststeht, sondern von der jeweils vertretenen Definitionslehre abhängt. Eine immer noch brauchbare Überblicksdarstellung bietet z. B. Dubislav (1981).

> (4) Die Gewissheit von Deduktionen ist genau so groß wie diejenige jeder rein mathematischen Deduktion.

Bisher kann man diese Ausführungen zur Exaktheit als strukturell lesen, muss also noch nicht zwingend an Quantifizierungen denken. Selbstverständlich ist dies aber ein weiterer wesentlicher Gesichtspunkt. Auf Experimenten beruhende Messungen und Messverfahren ermöglichen eine Quantifizierung der Physik, die Grundlage für alle technischen Anwendungen und die Vorhersagekraft der Physik ist. Die Prognosegenauigkeit ist erst durch eine mathematische Beschreibung der Physik in der heute als hinreichend betrachteten Form gegeben. Zwar sind qualitative Prognosen (Die Flugbahn eines Geschosses ist gekrümmt.) grundsätzlich auch ohne Mathematisierungen oder Formalisierungen möglich, eine genauere Vorhersage (Auftreffpunkt eines Geschosses) ist jedoch nur durch mathematische Methoden zu gewährleisten. In Anbetracht des vierten Punktes des letzten Zitats ist damit klar, dass ein mathematischer Formalismus um so wahrscheinlicher zu vernünftigen (empirisch belegbaren) Prognosen führt, je eindeutiger die semantischen Beziehungen des Systems ausfallen, je eindeutiger also die mathematischen Zeichen interpretiert werden können und ihre Verknüpfung durch Operationen empirisch zulässig ist. Diese Genauigkeit ist eine weitere Facette dessen, was hier unter Exaktheit gefasst werden soll. Die dem quantitativen Genauigkeitsanspruch genügende Prognostizierbarkeit ist dann als ihre Folge aufzufassen.

2.3.3.3 Kommunikation

Bereits in den Abschnitten 2.3.3.1 und 2.3.3.2 ist angeklungen, dass die Materialisierung von Abstraktem und die mit der Formalisierung einhergehende Präzisierung von Begriffen die Kommunizierbarkeit mathematisch dargestellter physikalischer Inhalte (für Eingeweihte) erleichtert.

Dabei gilt allgemein, dass mathematische Symbolik kein Ersatz für natürliche Sprache ist (vgl. das Von-Weizsäcker-Zitat Seite 56 und das folgende Zitat (von Weizsäcker, 1972, S. 91 f.)):

> Die sog. exakte Wissenschaft kann niemals und unter keinen Umständen die Anknüpfung an das, was man die natürliche Sprache oder die Umgangssprache nennt, entbehren. Es handelt sich stets nur um einen Prozess der vielleicht sehr weit getriebenen Umgestaltung derjenigen Sprache, die wir immer schon sprechen und verstehen.

Vorteil dieser Umgestaltung ist die effiziente Materialisierbarkeit bzw. Symbolisierbarkeit und daraus resultierende Manipulierbarkeit, die mit Idealisierungs- und Vereinfachungsprozessen einhergeht. Diese Vereinfachungen sind nicht nur notwendig, um überhaupt Strukturen zu erkennen, sondern erleichtern auch die Kommunikation, in dem sie auf Wesentliches fokussieren und unwesentliche Aspekte auszublenden helfen. Dabei ist wie bei jeder Kommunikation davon auszugehen, dass Sender und Empfänger mathematische Repräsentationen kodieren und dekodieren müssen, eine gelingende Kommunikation also die Vertrautheit mit den verwendeten Zeichen voraussetzt. Vor allem zwei Arten der Repräsentation sind dabei von erheblicher Bedeutung in der Physik: algebraische Notationen und grafische Darstellungen. Dass der Umgang mit ihnen ganz eigenen Gesetzen folgt und dass die Kodierung und Dekodierung in und von Formeln bzw. Diagrammen unterschiedliche Anforderungen stellt, ist nicht nur aus der eigenen Erfahrung bekannt, sondern kann auch in der entsprechenden Literatur nachgelesen werden, wobei dort grafische Repräsentationen deutlich mehr Aufmerksamkeit erfahren als symbolische Notationen.[47] In beiden Fällen jedoch wird kaum jemand bestreiten, dass die Repräsentation von (unübersichtlich vielen) Messdaten in einem Diagramm oder die Angabe einer Funktionsgleichung, die diese Daten mit hinreichender Genauigkeit repräsentiert, das Erfassen und Mitteilen des entsprechenden Zusammenhangs wesentlich vereinfacht und effizienter gestaltet. Insbesondere tritt dieser Aspekt in internationalen Forschergruppen auf, und das führt zur Funktion der Objektivität:

> Die Mathematik ermöglicht wertfreie und kulturunabhängige eindeutige Aussagen (Barrow, 1993, S. 367).

2.3.3.4 Objektivität

Die letzte für diese Arbeit relevante Funktion der Mathematik in der Physik ist die Objektivität. Dabei ist zunächst zu bemerken, dass der Begriff Objektivität genau genommen unkorrekt ist, da er die Existenz von so etwas wie der subjektübergreifenden Konformität von Beobachtungen oder Schlussfolgerungen, eben subjektunabhängige, nur durch das Äußere determinierte Urteile impliziert. Hier wird aber ausdrücklich darauf hingewiesen, dass, wann immer hier von Objektivität die Rede ist, Intersubjektivität gemeint ist. Dass es so etwas wie Objektivität nicht geben muss, wird durch antirealistische Philosophien immer wieder betont (vgl. auch Abschnitt 2.1). Hier sollen in Anlehnung an Frey (1967) die Merkmale Kommunizierbarkeit („intersubjektiv ist ein Wissen, das jedem anderen normal denkenden Menschen übermittelt werden kann“ (Frey, 1967, S. 141)) und prinzipielle Nachprüfbarkeit genügen, um Intersubjektivität hinreichend zu kennzeichnen.

Objektiviertes Wissen wird in deskriptiven Sätzen dargestellt. Dies gilt jedenfalls für die fertige Theorie, nicht notwendigerweise für Forschung und Lehre. Gibt es in der Sprache, in der das Wissen dargestellt wird, keine sprachlichen Mittel, um über Sätze oder syntaktisch-grammatische oder semantische Zusammenhänge zu sprechen, so handelt es sich um eine Objektsprache (vgl. Frey, 1967, S. 141 f.).

Als die Objektivierung einschränkend erweist sich aus Sicht von Frey (1967, S. 143) die „Deutung der Formeln“. Seiner Ansicht nach kommt Unbestimmtheit bzw. Begrenzung der Objektivierung durch semantische Beziehung auf mögliche

[47] Siehe auch die Ausführungen in Kapitel 4.

Erfahrungen in eine physikalische Theorie, während das mathematisch objektivierte System immer einen inneren Strukturzusammenhang deduktiver Art aufweist (vgl. Frey, 1967, S. 143). Er kommt zu dem hier relevanten Schluss:

> Die Mathematisierung erzwingt die Objektivierung insofern, als eben jedes mathematische System eine Objektsprache darstellt (Frey, 1967, S. 143).

Damit sind vier wesentliche Funktionen der Mathematik in der Physik exemplarisch dargestellt worden. Diese Darstellungen, so hoffe ich, haben einen impliziten Beitrag zur weiteren Klärung der Rolle der Mathematik geleistet, indem in ihnen explizit benannt wurde, worin der Vorteil der Verwendung mathematischer Darstellungen liegt, eben in einer kognitiven Entlastung durch die Materialisierung des Abstrakten, der Erhöhung der Exaktheit durch die Schaffung mathematisch beschreibbarer, also begrifflich explizierter physikalischer Konzepte und einen hohen Grad an Vorhersagegenauigkeit durch eine prinzipielle Erweiterung der kommunikativen Möglichkeiten sowie in einer Objektivierung des Forschungsgegenstandes. Im Folgenden soll nun ein Blick in die historische Entwicklung der Physik unter besonderer Beachtung der Mathematik dargestellt werden. Dies liegt nahe, da die Frage nach der Rolle der Mathematik ohne eine Berücksichtigung der Entwicklung der Rolle der Mathematik in der Physik zumindest unvollständig bleibt. Eine solche Betrachtung sollte auch helfen, das Verhältnis der beiden Disziplinen zueinander besser zu verstehen, denn die Frage danach, wie etwas ist, ist in gewisser Weise übersetzbar in die Frage, wie es so geworden ist.

2.3.4 Abriss der Geschichte der Physik unter besonderer Berücksichtigung der Mathematik

Wie also ist die Mathematik eigentlich in die Physik gekommen und ist sie notwendig ist? Hier muss man nun weiterfragen: Notwendig wofür? Eine Moderne Physik in heutigem Sinne, ist ohne Mathematik sicher nicht zu denken, also ist Mathematik so gesehen notwendig. Für eine historische Betrachtung kann die Antwort jedoch anders ausfallen. Will man z. B. Aristoteles (384-322 v. u. Z.) Studien und Ergebnisse als Physik bezeichnet wissen, so muss man schließen, dass Physik ohne Mathematik möglich ist, ohne dass eine grundsätzliche Vorhersagekraft dieser Physik, ihre Erklärungsmächtigkeit oder Strukturierungsfunktion verloren gingen (vgl. z. B. Boniolo und Budnich, 2005, S. 77). Offensichtlich lohnt es sich also, einen Blick in die Geschichte der Physik zu werfen, um die Rolle der Mathematik in der Physik nicht nur - wie bisher in dieser Arbeit überwiegend geschehen - ahistorisch, sondern auch im geschichtlichen Wandel zu erfassen.

Dabei sind zwei Gefahren offensichtlich, die dazu führen können, dass auch geneigte Leserinnen und Leser unzufrieden werden. Zum Einen handelt es sich um eine nicht selbst vorgenommene Rekonstruktion der Geschichte, zum Anderen auch nur um eine Auswahl von aneinandergereihten Entwicklungen. Beides führt dazu, dass über das Verhältnis von dem, was tatsächlich geschehen ist, und dem, was hier behauptet wird, nur unsichere Aussagen gemacht werden können. Dies ist zum Einen eine jeder historischen Rekonstruktion immanente Eigenschaft, zum Anderen ein Problem, das durch verkürzte und zielorientierte Darstellungen eines Nicht-Wissenschaftshistorikers nicht gerade entschärft wird. Insofern sind die folgenden verallgemeinernden Zusammenfassungen weder frei von Ausnahmen, noch sonderlich scharfsinnig oder tiefgründig. Sie müssen aber genügen, um die Frage nach der Rolle der Mathematik historisch zu beleuchten und dadurch interessante Schlüsselstellen der historischen Entwicklung erkennbar zu machen, auch wenn es sich bei der Lichtquelle um einen schwachen Suchscheinwerfer und nicht um eine Flutlichtanlage handelt.

2.3.4.1 Die „Physik“ der Antike

Im Allgemeinen beginnen Darstellungen der Geschichte der Physik mit den ionischen Naturphilosophen (Vorsokratikern), dieser Ansatz soll auch hier verfolgt werden, allerdings nicht ohne darauf hinzuweisen, dass bereits die Griechen auf ein Erbe zurückgreifen konnten, das Abstraktion im Allgemeinen und den Zahlbegriff sowie einige interessante Beispiele angewandter Mathematik enthält. Schon 2000 v. u. Z. sind mehrere Flusstalkulturen mit entwickeltem städtischem Leben entstanden (vgl. Simonyi, 2004, S.44), von denen insbesondere das ägyptische und das mesopotamische Reich Einfluss auf die Herausbildung der griechischen Kultur hatten.

Den Vorsokratikern „genügt nicht mehr der bloße Augenschein der Phänomene“ und das „Vertrauen in die Ratio“ (beide Zitate Kuhn, 2001, S. 1) nimmt zu. Kuhn identifiziert mehrere Punkte, die diese „epistemologische Wende“ ausmachen (Kuhn, 2001, S. 1 f.):

> Die neue Ära in der ideengeschichtlichen Entwicklung des wissenschaftlichen Denkens ist gekennzeichnet durch:
>
> 1. Die Entmythologisierung, einhergehend mit der Entpersonalisierung der Naturphänomene.
> 2. Die Entwicklung einer wissenschaftlichen Sprache und Begriffbildung.
> 3. Die Zurückführung der Erscheinung auf wenige materielle oder immaterielle Ursachen bzw. logische Prinzipien.
> 4. Die Reduktion von Qualitäten und Quantitäten.
> 5. Symmetriebeobachtungen.
> 6. Benutzung mechanischer Modelle und Analogien anstelle mythischer Allegorien.

Diese Liste muss nicht widerspruchslos hingenommen werden. Insbesondere ist der harte Schnitt, den sie zumindest impliziert, alles andere als plausibel und wohl eher als Produkt der gängigen Rekonstruktion anzusehen. Einer groben Orientierung dient sie aber allemal. Zentral bleibt jedenfalls der (vielleicht schon früher begonnene) Versuch, die Vielfalt der Erscheinungen auf möglichst wenige Grundprinzipien zurückzuführen. Dies ist nämlich auch zentral für die Anwendung der Mathematik in der Physik und kann insofern als Voraussetzung verstanden werden. Dabei ist es im Rahmen dieser Arbeit unerheblich, ob es sich um Wasser, den Urstoff für Thales von Milet (ca. 620 -546 v.u.Z.), das apeiron des Anaximander (611-545 v.u.Z.), Luft, den Urstoff für Anaximanes (585-525 v.u.Z.), den logos des Heraklit (544-483 v.u.Z.), die Unveränderlichkeit der Welt nach Parmenides (520-470 v.u.Z.), die vier Elemente des Empedokles (ca. 540 - 430 v.u.Z.), die spermata des Anaxagoras[48] (ca. 500 - 428 v.u.Z.) oder die Atome von Leukipp (5.Jh. v.u.Z.) und Demokrit[49] (ca. 460 - 400 v.u.Z.) handelt. Auch wenn es in einigen Fällen abstrakte, immaterielle Urstoffe oder Prinzipien sind, die zur Erklärung herangezogen werden, so bleiben diese doch zumeist eng mit dem Bereich des Materiellen oder materiell Gedachten verbunden.

Für diese Arbeit wesentlich ist der, als solcher rekonstruierbare, Gegenentwurf einer Ideenwelt, wie Platon (427 - 347 v.u.Z.) sie vorschlägt. Platons elementare Grundprinzipien, sind nicht materiell sondern ideell. Es handelt sich um mathematische Gebilde, die als reine Ideen verstanden werden und hinter den unvollkommenen Abbildern der Erfahrungswelt liegen. Diese Konstruktion ermöglicht auch eine verträgliche Integration der Ansichten von Parmenides (unveränderliches Sein, Veränderung ist Schein) und Heraklit (Sein ist Wandel). Während Parmenides eine Beschreibung der Ideenwelt liefert, leistet Heraklit dies für die Erfahrungswelt, das unvollkommene Abbild der Ideenwelt. Menschen haben nach Platon an beiden Welten Anteil. Die fünf platonischen Körper (Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder) werden zu seinen Grundbausteinen, wobei das Dodekaeder dem Kosmos entspricht und die anderen platonischen Körper, die ja die Ideenwelt bevölkern, den Elementen des Empedokles in der Erfahrungswelt zugeordnet werden. Da Tetreder, Oktaeder und Ikosaeder aus Dreiecken aufgebaut sind, ist auch deren gegenseitige Umwandelbarkeit „begründet“.

Dieser Kerngedanke der Existenz ideeller mathematischer Objekte, die in der Ideenwelt beheimatet sind und herangezogen werden können, um die Erfahrungswirklichkeit zu beschreiben, weil diese ein unvollkommenes Abbild der Strukturen und Objekte der ideellen Welt darstellt, hat sich bis in unsere Zeit hinein gehalten und beeinflusst in angepasster Form noch heute philosophische Diskussionen zur Frage nach der Beschreibbarkeit der Natur mit Hilfe der Mathematik (Platonismus, vgl. Abschnitt 2.2.1).

Platon, so ist zu vermuten, ist wesentlich von den Pythagoräern beeinflusst worden, die trotz ihrer treffenden Charakterisierung als mystischer Sekte auf der Grundlage ihrer Ansicht „Die Zahl ist die Natur und das Wesen der Dinge.“ (Simonyi, 2004, S. 62) wesentliche Beiträge zur Entwicklung von Mathematik (z. B.

[48] Auf Anaxagoras geht auch die Idee der Materie als einen unbeseelten Stoff und der Dualismus von Geist und Materie zurück (Kuhn, 2001, S. 7 f.).

[49] Hier nimmt die Idee der Erklärbarkeit des Makroskopischen durch das Mikroskopische ihren Anfang.

Entdeckung der irrationalen Zahlen) und Physik (Harmonienlehre) geleistet haben (Simonyi, 2004, S. 61-65). Jedenfalls sind ihnen mit Sicherheit vier der fünf (vermutlich sogar alle fünf (Simonyi, 2004, S. 65)) platonischen Körper bekannt.

Aristoteles (384-322 v.u.Z.) ist (aus heutiger Sicht) wohl der einflussreichste griechische Gelehrte, denn seine Lehren sind das gesamte Mittelalter über in Gebrauch, ohne wesentlich hinterfragt oder verändert zu werden. Neben der Tatsache, dass er sich gegen Platons Zwei-Welten-Theorie wendet und stattdessen auf der einen erfahrbaren Welt als Objekt der Wissenschaft besteht, ist hier insbesondere seine Auffassung von der Physik interessant. Krafft (1982, S. 42) schreibt Bezug nehmend auf einen Text von Aristoteles:[50]

> Wir können diesem Text entnehmen, daß für Aristoteles 'Mechanik' keine 'Physik', keine Naturwissenschaft ist, daß sie vielmehr eine mathematische Beschreibung von 'künstlichen' Bewegungsvorgängen 'natürlicher' Körper ist, während die 'Physik' ihre Betrachtungen auf deren 'Natur' und 'natürliche' Bewegungen beschränkt. - Die 'Mechanik' ist dagegen eine sich der Mathematik bedienende 'Kunst' [...] eine 'Technik' [...]. Was durch die 'Mechanik' erreicht wird, erscheint als 'Wunder'; Aufgabe der Erklärung, also der theoretischen Mechanik, ist es deshalb, die Ursache für diese mit 'Maschinen' gegen die Natur vollbrachten Wunder [...] aufzuzeigen - und zwar durch die beweisende Mathematik, die für die Erklärung natürlicher Phänomene nicht herangezogen werden kann.

Aristoteles sieht die Natur als organisch zusammenhängendes Ganzes, eine Zerlegung dieses Ganzen in Teile ist für ihn unzulässig, auch wenn ihm diese Analyse als Methode natürlich bekannt ist. Eine Mathematisierung der Naturvorgänge ist für Aristoteles prinzipiell ausgeschlossen. Seine 'Physik' ist also grundsätzlich verschieden von dem, was wir heute darunter verstehen.

[50] Es handelt sich um den Beginn der Problemata Mechanika. Als Quelle wird Aristoteles: Problemata mechanika, 847a, 11-28 angegeben. Die Übersetzung stammt von Krafft. Der übersetzte Text lautet: „Verwunderung erregen natürliche [naturgemäße] Vorgänge, wenn ihre Ursache nicht bekannt ist, und naturwidrige [gegen die Natur gerichtete] Vorgänge erregen Verwunderung, wenn sie durch menschliche Kunst den Menschen zum Nutzen sich abspielen. In vielen Fällen bewirkt nämlich die Natur das Gegenteil von dem, was für uns nutzbar ist; denn die Natur nimmt stets und ohne Ausnahme denselben Lauf, während die Nutzung [die Art, wie man nutzen will] vielfältigen Änderungen unterworfen ist. Wünscht man nun, etwas gegen die Natur zu unternehmen, so bereitet es wegen der Schwierigkeit einige Verlegenheit und bedarf unserer Kunst. Deshalb nennen wir auch denjenigen Teil der 'Kunst' ([...]), welcher uns bei derartigen Verlegenheiten zu Hilfe kommt, ein 'Mittel' [ein 'mechanisches Hilfsmittel', eine 'List' ([...])]. Es verhält sich nämlich so, wie der Dichter ANTIPHON sagt: 'Mit der Kunst beherrschen wir ja, was uns von Natur aus überwältigt.' Dazu gehören die Vorgänge, bei denen Kleineres Größeres bezwingt und etwas, das nur eine kleine Bewegungskraft hat, große Gewichte bewegt, ja so ziemlich alle Probleme, die wir als mechanische bezeichnen. Diese sind nämlich nicht dasselbe wie physikalische Probleme, sie sind allerdings auch nicht vollkommen von ihnen unterschieden, sondern stellen eine Verknüpfung von mathematischen und physikalischen Anschauungen dar; denn wie etwas hier geschieht, wird aufgrund mathematischer Anschauungen klar, und jenes, an dem es geschieht, aufgrund physikalischer.“ (Alle eckigen Klammern im Original. Lediglich die hier zur besseren Unterscheidbarkeit abgewandelten Auslassungszeichen „([...])“ stammen von mir, O.K.

Insbesondere lässt sich seine Methode im Gegensatz zu der Platonistischen so verstehen, dass die Natur selbst Quelle ihrer Erkenntnis ist, denn aus ihrer Beobachtung lassen sich durch Verallgemeinerung (induktives Vorgehen) die der Wirklichkeit immanenten Qualitäten erkennen, die als erklärende Prinzipien zum Tragen kommen und aus denen man deduktiv weitere Beobachtungen ableiten kann (Losee, 2001, S. 5). Die erklärenden Prinzipien stammen also aus der Wirklichkeit und nicht aus einer ideellen Welt, der bei Platon auch die mathematischen Objekte angehören.

Diese Auffassung Aristoteles hat sich das gesamte Mittelalter über als sehr einflussreich erwiesen. Ihr wird deutlich und umfangreich erst durch Galileo Galilei widersprochen. Erst danach ist ein wesentlicher Fortschritt in der Entwicklung dessen, was zu unserer heutigen Physik geführt hat, zu verzeichnen.

Damit kann man bisher mit Krafft (1978, S. 127) festhalten:

> Beide - die aristotelische und die platonische Sehweise - haben also jeweils etwas anderes mit der modernen Physik gemeinsam. Die eine geht in derselben Weise einer mathematisch-quantitativen Wissenschaft vor [. . .], die andere betrachtet als Erfahrungswissenschaft denselben Gegenstand - wenn auch auf eine andere Weise.

Einige Anomalien im Sinne der hier stark vereinfachten linear und teleologisch erscheinenden Geschichtsdarstellung sind wesentlich und sollen nicht verschwiegen bleiben. Insbesondere sind zwei Personen zu nennen, die ihrer Zeit um mehrere Jahrhunderte voraus waren. Zum Einen entsteht mit „Die Elemente“ von Euklid (ca. 360 - ca. 280 v.u.Z.) ein mathematisches Werk, das erstmals konsequent axiomatisch aufgebaut ist und großen direkten Einfluss auf Spinoza und Kant hatte, dem aber auch in seiner mittelbaren Wirkung auf die Herausbildung des europäischen Denkens große Bedeutung zukommt (vgl. Simonyi, 2004, S. 88). Zum Anderen, und das ist aus physikalischer Sicht entscheidender, stellt Archimedes (287 - 212 v.u.Z) einen Ausnahmewissenschaftler der damaligen Zeit dar. Er ist der erste, der Mathematik und Physik miteinander verbindet, ohne dabei pythagoräischem Mystizismus zu verfallen. Archimedes ist der erste Wissenschaftler, dessen physikalische Erkenntnisse zum Teil noch heute in unveränderter Form Gültigkeit besitzen (vgl. Simonyi, 2004, S. 88). Ein Beispiel stellt das archimedische Prinzip vom Auftrieb, den Körper in Flüssigkeiten erfahren, dar. Die Hebelgesetze sind zwar schon vor Archimedes bekannt, er stellt sie und ihre zum großen Teil von ihm (weiter)entwickelten Anwendungen jedoch in einem logischen Zusammenhang geordnet dar und kann somit als Begründer der theoretischen Mechanik (Statik) gesehen werden (vgl. Simonyi, 2004, S. 90). In seinen Schriften ist bereits eine enge Verwobenheit von physikalischen und mathematischen Argumentationen zu erkennen, wie sie das gesamte Mittelalter hindurch nicht mehr üblich sein sollte. Auch im Rahmen der Optik und Harmonienlehre sind mathematische Anwendungen schon bekannt. Eine andere Ausnahme ist die Astronomie, die für Aristoteles auch nicht zur Physik gehörte, in der aber mathematische Beschreibungen schon damals durchaus üblich waren.[51] Das ptolemäische System zur Beschreibung der Himmelsbewegungen hat über 1500 Jahre gute Dienste geleistet und unter anderem auch den Kalendermachern genügt. Das Grundprinzip besteht in einer Anlehnung an Platons Prinzipien und der gleichzeitigen Genauigkeit der Vorhersagen durch Anpassung des „Modells“ an die Gegebenheiten. Zwar werden ideale Bewegungen (Kreisbahn) zur Beschreibung herangezogen, ein Planet führt allerdings bereits eine aus ideellen Bewegungen zusammengesetzte resultierende Bewegung aus (Deferent, Epizykel). Damit ist eine erstaunliche quantitative Vorhersagegenauigkeit möglich, die das Funktionieren des Systems sichert. Losee (2001, S. 18) meint sogar:

> Ptolemy emphasized, that more than one mathematical model can be constructed to save the appearances of planetary motions. He noted, in particular, that a moving-eccentric system can be constructed which is mathematically equivalent to a given epicycle-deferent system.

Für Krafft (1978, S. 130 ff.) sind damit in der Antike alle Elemente der Grundsätze moderner Physik bereits vorhanden. Unter Bezugnahme auf seinen „historischen Erfahrungsraum“ ordnet er dem Renaissance-Humanismus und insbesondere dem Späthumanismus vom 15. bis in die erste Hälfte des 17. Jahrhunderts die Verknüpfung der antiken Ideen zu, die dann zum Auslöser für die sogenannte wissenschaftliche Revolution wurde. Unter Anderem fallen auch die Aufhebung der Antinomien Physik-Mathematik bzw. Physik-Mechanik in diese Zeit.[52]

2.3.4.2 Die wissenschaftliche Revolution und Galileo Galilei

Gegen die Verwunderung über die Leistungen von Maschinen, die nach Aristoteles mathematisch zu erklären seien, was für die Erklärung natürlicher Prozesse nicht zutrifft, wendet sich Galilei. „Für Galilei ist [...] eine ’mechanische’, eine maschinelle Bewegung keine Überlistung der Natur mehr, sie ist auch keine naturwidrige Bewegung, sondern eine zwar künstliche, aber naturgemäße“ (Krafft, 1982, S. 44).

Galilei wird als der erste moderne Physiker betrachtet, was zunächst nicht nur an den konkreten Erkenntnissen liegt, die er zum Wissen der Physik beigesteuert hat, sondern insbesondere an seinem (reflektierten) methodischen Vorgehen, in dessen Zentrum die Unterscheidung in eine analytische und eine synthetische Methode steht (vgl. Mittelstraß, 1995, S. 18 f.). Die philosophische Basis für Galileis spätere Überzeugung war dabei die Annahme, dass die Welt unabhängig von uns existiert, es gilt „nur“, sie richtig zu verstehen. Galilei konzentriert sich auf die *Beschreibung*, zunächst ohne Beachtung der Ursache, von Vorgängen und lässt dazu mathematische Methoden zu. So schreibt er z. B. bei der Behandlung der

[51] Dies basiert auf der These der Unterschiedlichkeit der Erscheinungen am Himmel und auf der Erde.

[52] Wie die Mathematik ihren Weg durch das Mittelalter fand und Teil der wissenschaftlichen Revolution wurde, wird auch von Dear (1995) dargelegt. Auf seine zum Teil unkonventionellen Ansichten kann hier nicht eingegangen werden kann.

gleichmäßig beschleunigten Bewegung (in Person des Salviati, Unterredungen, 3. Tag):

> Es scheint mir nicht günstig, jetzt zu untersuchen, welches die Ursache der Beschleunigung sei, worüber von verschiedenen Philosophen verschiedene Meinungen vorgeführt worden sind [...] Für jetzt verlangt unser Autor nicht mehr, als dass wir einsehen, wie er uns einige Eigenschaften der beschleunigten Bewegung untersucht und erläutert (ohne Rücksicht auf die Ursache der letzteren) [...] (Galilei, 1973, S. 152).

Für ihn ist die mathematische Beschreibung allerdings noch mehr, was z. B. in den Unterredungen - erster Tag erkennbar wird. Dort schreibt er: „alle Begründung der Mechanik basiert auf Geometrie“ (Galilei, 1973, S. 4). Mit ihr kann man Vorhersagen machen, die nicht unbedingt der Realität entsprechen müssen. Er ist sich bewusst, „dass die Unvollkommenheit der Materie, [...] allerdings die schärfsten mathematischen Beweise zu Schanden machen kann“ (Galilei, 1973, S. 4) und dass man vor ihrer Anwendung klar *definierte Begriffe* benötigt.[53] Mit der Schaffung klarer Begrifflichkeiten geht ein *Idealisierungsprozess* einher, der wiederum am Beispiel der geneigten Ebene expliziert wird: „[...] vorausgesetzt immer, dass alle zufälligen und äusseren Störungen fortgeräumt seien, und dass die Ebenen durchaus fest und glatt seien und der Körper von vollkommenster Rundung sei, kurz Körper und Ebene frei von jeder Rauhigkeit seien“ (Galilei, 1973, S. 155).

Insbesondere ist sich Galilei der Notwendigkeit *experimenteller Überprüfung von Hypothesen*, die durch mathematische oder andere theoretische Überlegungen entstanden sind, bewusst. Auf Simplicios Forderung nach einem Versuch, der die theoretischen Überlegungen bestätigen soll, lässt er Salviati sagen: „[...] und so muss es geschehen in den Wissensgebieten, in welchen auf natürliche Consequenzen mathematische Beweise angewandt werden“ (Galilei, 1973, S. 162).

Einerseits muss also ein Phänomen so präpariert werden, dass es in entsprechenden Versuchen reproduzierbar zugänglich ist[54] und andererseits ist gerade dadurch das Messen und Mathematisieren möglich.

Kant (2003, S. 19) fasst zusammen, und unterstreicht, was für ihn die Physik seit Galilei zur Wissenschaft macht und wie seiner Ansicht nach in ihr Wissen konstruiert wird:

> Als Galilei seine Kugeln die schiefe Fläche [...] herabrollen [...] ließ, [...] so ging allen Naturforschern ein Licht auf. Sie begriffen, daß sie mit Prinzipien

[53] Galilei lässt in seinen Diskursen, dritter Tag, zu Beginn der Überlegungen „über die natürlich beschleunigte Bewegung“ (Galilei, 1973, S. 147) eine Definition vorschlagen, deren Akzeptenz sich bei allen Diskutierenden erst sieben Seiten später und nach einiger Diskussion erweist (Galilei, 1973, S. 155).

[54] Galilei geht von der Diskussion der gleichförmig beschleunigten Bewegung am Beispiel des freien Falls, den er zu Beginn der Unterredungen am dritten Tag heranzieht, zur geneigten Ebene über und verwendet einige Zeit darauf zu zeigen, dass sich daran auch etwas über den freien Fall lernen lässt. Er endet mit dem Satz: „Wollen wir nunmehr dies gelten lassen als Postulat; die absolute Richtigkeit wird uns später einleuchten, wenn wir die Folgerungen aus solcher Hypothese eintreffen und genau mit dem Versuch übereinstimmen sehen.“ (Galilei, 1973, S. 158), was erneut seine Methode der Hypothesenprüfung herausstellt.

> ihrer Urteile nach beständigen Gesetzen vorangehen und die Natur nötigen müssen auf ihre Fragen zu antworten [...] Die Vernunft muß mit ihren Prinzipien [...] in einer Hand, und mit dem Experiment [...] in der anderen, an die Natur gehen [...]. Und so hat [...] Physik die so vorteilhafte Revolution ihrer Denkart lediglich dem Einfalle zu verdanken, demjenigen, was die Vernunft selbst in die Natur hineinlegt, gemäß, dasjenige in ihr zu suchen, [...] was sie von dieser lernen muß, und wovon sie für sich selbst nichts wissen würde.

Physikalisches Wissen, auch in mathematischer Form wird der Natur also nicht einfach entnommen, im Sinne von aus ihr abgelesen, sondern durch das aktive Eingreifen aufgrund theoretischer Überlegungen experimentell fragend, also Hypothesen prüfend konstruiert. Dies schließt insbesondere einen naiv-realistischen Abbildcharakter mathematischer Darstellungen aus. Insofern ist das oben angeführte Einsteinzitat (vgl. S. 47) auch eine Kurzfassung der Ansicht Kants.

2.3.4.3 Die Physik nach Galilei

Mit Galilei beginnt die Geschichte der heutigen Physik und der nächste große Schritt wird von Newton unternommen. Auf dem Weg dahin sind viele andere Wissenschaftler und Philosophen zu berücksichtigen, deren Werke und Verdienste hier nicht ausführlich dargestellt werden können, nicht einmal unter dem hier schon zugespitzten Fokus auf die Rolle der Mathematik. Stellvertretend zu nennen sind aber René Descartes (1596-1650), Blaise Pascal (1623-1662), Evangelista Torricelli (1608-1647), Pierre de Fermat (1607-1665) und Christian Huygens (1629-1695), der die Mathematisierung in der Physik bzw. die Mathematik als Methode der Physik weiter etabliert hat (u. a. durch seine Arbeiten zum Pendel, zu Stoßgesetzen und Kreisbewegung). Von ihm stammt auch das folgende Zitat aus dem Vorwort zu seiner „Abhandlung über das Licht". Hier wird klar und deutlich formuliert, was bei Galilei bereits anklang und inzwischen zu einer etablierten Strategie physikalischer Forschung wurde, über deren Grenzen Huygens sich scheinbar bewusst war. Bezogen auf seine Veröffentlichung schreibt er:

> Man wird darin Beweise von der Art finden, welche nicht eine ebenso große Gewissheit als diejenigen der Geometrie gewähren und welche sich sogar sehr davon unterscheiden, weil hier die Principien sich durch die Schlüsse bewahrheiten, welche man daraus zieht, während die Geometer ihre Sätze aus sicheren und unanfechtbaren Grundsätzen beweisen; die Natur der behandelten Gegenstände bedingt dies. Es ist dabei gleichwohl möglich, bis zu einem Wahrscheinlichkeitsgrade zu gelangen, der sehr oft einem strengen Beweise nichts nachgiebt. Dies ist nämlich dann der Fall, wenn die Folgerungen, welche man unter Voraussetzung dieser Principien gezogen hat, vollständig mit den Erscheinungen im Einklang sind, welche man aus der Erfahrung kennt; besonders wenn deren Zahl gross ist, und vorzüglich noch, wenn man neue Erscheinungen sich ausdenkt und voraussieht, welche aus der gemachten Annahme folgen, und findet, dass dabei der Erfolg unserer Erwartung entspricht (Huygens, 1996, S. 4).

Hier wird deutlich, dass das deduktive Schließen der Mathematiker und das Benutzen der Mathematik und der mit ihr einhergehenden deduktiven Schlussweise in der Physik voneinander zu unterscheiden sind und dass die Frage nach der Wahrheit für beide Disziplinen grundlegend anders zu beantworten ist. Insbesondere wird klar, dass es lediglich wahrscheinliche, aber keine bewiesenen physikalischen Gleichungen geben kann.

An der hier beschriebenen Methode ändert sich auch bei Newton nichts (vgl. Simonyi, 2004, S. 266). Hingegen übernimmt er von Euklid und Archimedes die „elegante Darstellung des Stoffes in Form von Sätzen mit nachfolgenden Beweisen" (Simonyi, 2004, S. 253). Er ist auch der erste Physiker, der ein Gebiet, nämlich die Mechanik durch die Setzung von Axiomen (Grundgesetzen) strukturiert; und zwar entlang logischer Schlüsse, die zu einem großen Teil in mathematischer Darstellung vorliegen.[55] Newtons Methodik, wie sie sich in den „Principia" darstellt, wird in der Regel als Dreischritt rekonstruiert (vgl. Losee, 2001, S. 77 ff.). Im ersten Schritt wird ein *Axiomensystem* formuliert, das durch Abstraktion aus Beobachtungen gewonnen werden kann, aber nicht muss.[56] Im zweiten Schritt werden *Korrespondenzregeln* aufgestellt, die die Sätze des Axiomensystems mit Beobachtungen bzw. Messungen koppeln. Die strikte Trennung des mathematischen Axiomensystems und der empirischen Welt ist für Newton bedeutsam (vgl. Abb. 2.4). Im dritten Schritt schließlich werden die *deduktiven Herleitungen* auf bisher Unbeobachtetes ausgedehnt und *empirischen Überprüfungen* unterzogen. Dieses Modell kommt auch modernen Auffassungen (z. B. der von Ludwig in Abschnitt 2.3.1) schon sehr nahe.

Auf Newton geht unser noch heute (mit Einschränkungen gültiges und ungebrochen stark) wirkendes mechanistisches Weltbild zurück, das Gott als SchöpferIn, aber nicht mehr als LenkerIn zulässt. Weitere Ausführungen aus wissenschaftstheoretischer Sicht wären möglich, insbesondere in Bezug auf die Aussage Duhems, dass das Überprüfen einzelner Hypothesen prinzipiell unmöglich ist, weil wenn überhaupt immer eine ganze Theorie geprüft wird (vgl. Duhem, 1998, S. 248).

Mit Blick auf die Rolle der Mathematik in der Physik ist es jedoch interessanter, sich James Clerk Maxwell (1831-1879) zuzuwenden.[57] Auch ihm ist die

[55] Newtons herausragende und diese Strukturierung erst ermöglichende konzeptionelle Leistung besteht darin, Bewegung und Kraft sowie irdische und himmlische Vorgänge miteinander verbunden zu haben. Ersteres gelang ihm durch sein Bewegungs-, letzteres durch das Gravitationsgesetz. Weitere Überlegungen zur Optik sind ebenfalls wesentlich, werden aber methodisch anders angegangen, wie Kuhn (2001, S. 238) bemerkt.

[56] Folgt man Losee (2001, S. 81), so zeigt sich, dass „Newton [. . .] affirmed and practised *two* theories of scientific procedure – the Method of Analysis and Synthesis, and an Axiomatic Method" (Hervorhebung im Original). Während bei der erstgenannten Methode aus Beobachtungen verallgemeinert (induktiv geschlossen) wird, betont die zweite Methode „the creative imagination" (Losee, 2001, S. 81). Losee (2001, S. 81) schreibt: „The natural philosopher who adopts this method may begin anywhere. But the axiom system he creates is relevant to science only if it can be linked to what can be observed." Das führt auf den zweiten Schritt Newtons Methode.

[57] Hier wird die weitere Entwicklung der Mechanik ausgespart, obwohl sie auch unter dem thematischen Gesichtspunkt dieser Arbeit interessant wäre. Namen wie Daniel Bernoulli

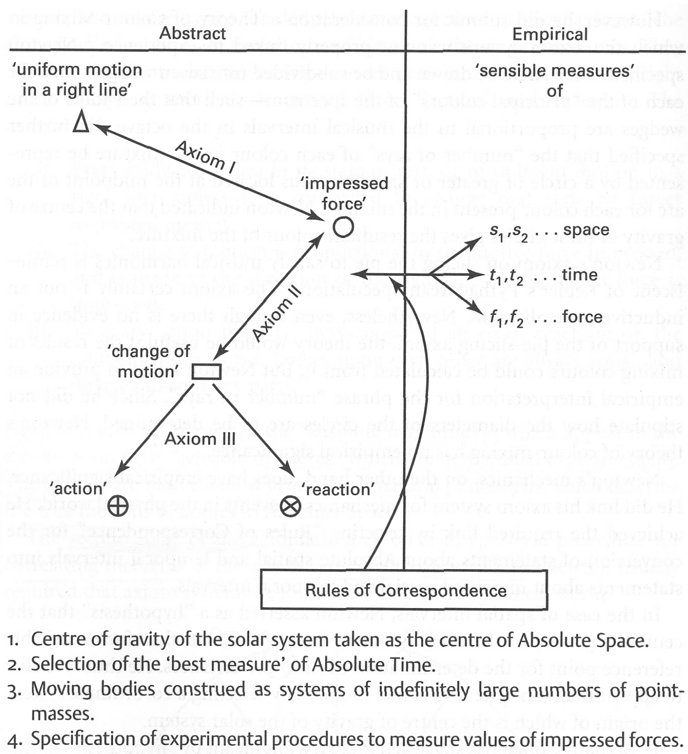


Abb. 2.4: Newtons axiomatischer Ansatz für die Mechanik (Losee, 2001, S. 80)

Axiomatisierung eines Gebietes der Physik gelungen. Er legt mit seinen Maxwell-Gleichungen Axiome für die elektromagnetische Theorie vor und macht (meines Wissens erstmals) Voraussagen über die Existenz physikalischer Entitäten auf Grundlage von mathematischen Gleichungen (Verschiebungsstrom, elektromagnetische Welle).[58] In seine Zeit und in seine Arbeit fällt die herausragende Bedeutung mathematischer Analogien, was in Anbetracht der Unanschaulichkeit seines Forschungsgegenstandes nicht überrascht. Kuhn (2001, S. 334) schreibt:

> Thompson zeigte, dass Faradays Feldlinien im statischen Falle mit Orthogonaltrajektorien der Äquipotenzialflächen identifiziert werden können. Damit war die mathematische Äquivalenz dreier physikalisch ganz verschiedener Bilder nachgewiesen: Fernwirkungskraft, Wärmefluss und Faradays Feldlinien.

Die Geschichte zeigt, dass die Mathematik in vielerlei Hinsicht hilfreich geworden ist, dass das Ausmaß, in dem man sich ihrer zur Beschreibung physikalischer Theorien bedient hat, aufgrund positiver Erfahrungen zugenommen hat. Weitere zentrale Stationen auf dem Weg zur heutigen Physik sind sicher Einsteins Relativitätstheorie und die Quantenmechanik, die wiederum mit ihren mathematischen Darstellungen auf innigste verwoben sind. Kein Wunder also, dass Richard Feynman (1918-1988) zu dem Schluss kommt:

> Every one of our laws is a purely mathematical statement in rather complex and abstruse mathematics. [...] It gets more and more abstruse and more and more difficult as we go on. Why? I have not the slightest idea (Feynman, 1985, S. 39).

Die Geschichte der Physik ist voll von Geschehen, die die Rolle der Mathematik in der Physik rückblickend illustrieren bzw. vorwärtsblickend definieren. Denn was mehr lässt sich über die Rolle der Mathematik in der Physik sagen, als das was durch ihre Geschichte darüber gesagt wird? Dass man sich eine komprimierte Darstellung wünscht, aus der eine Liste von Funktionen der Mathematik insbesondere im Bereich der Genese physikalischen Wissens zu erstellen ist, verdeutlicht einmal mehr die Notwendigkeit eines multiperspektivischen und multidisziplinären Ansatzes für das Vorhaben, die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik halbwegs fundiert zu beantworten.

2.3.5 Physik ohne Mathematik?

Die bisherigen Darstellungen haben stillschweigend unterstellt, dass Mathematik und Physik untrennbar miteinander verflochten sind und auch die geschichtliche

(1700-1782), Leonhard Euler (1707–1783), Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759), Jean-Baptiste le Rond, genannt d'Alembert, (1717-1783), Joseph-Louis de Lagrange (1736-1813), Siméon Denis Poisson (1781–1840), William Rowan Hamilton (1805-1865) mögen genügen, um anzudeuten, welche maßgeblichen Entwicklungen hier zu betrachten wären.

[58] Nicht die Voraussage des Verhaltens eines Systems ist hier gemeint, sondern die Vorhersage der Existenz von Entitäten, experimentell darstellbaren Phänomenen.

Darstellung des letzten Abschnittes hat zwar gezeigt, dass sich der Gebrauch der Mathematik als Darstellungs- und Denkmedium erst etablieren musste, dass aber das, was vor dieser Entwicklung als Physik galt, mit der von uns bezeichneten Wissenschaft nicht viel gemein hat. Wenn also Boniolo und Budnich (2005, S. 77) nach einer kurzen Reflexion über die Physik Aristoteles zu dem Schluss kommen

> The absence of mathematics is not at all detrimental to neither predictive power, nor explanatory power, nor organizational power,

so kann sich dieser Aussage hier nicht angeschlossen werden. Dies liegt insbesondere daran, dass, wie die Ausführungen in Abschnitt 2.3.4.1 zeigen, die damalige Naturphilosophie einen anderen Gegenstandsbereich und eine andere, in gewisser Weise eingeschränktere Methodik verfolgte. Die Frage, ob eine Physik ohne Mathematik denkbar oder gar sinnvoll ist, ist damit also nicht beantwortet, aber legitim zu stellen.

Der oben erwähnte Ansatz von Nancy Cartwright (vgl. S. 19), nach dem unsere physikalischen Gesetze ohnehin lügen, kann ebenfalls als Anlass interpretiert werden, über eine alternative Formulierung nachzudenken. Ebenso die Beobachtung von Peat (1990), wonach gelegentlich gilt: „mathematics actually gets in the way of further creativity.“ Gleiches gilt für den Ausspruch von Feynman (1985, S. 39 f.), der feststellt „that it is impossible to explain honestly the beauties of the laws of nature in a way that people can feel, without their having some deep understanding of mathematics. I am sorry, but this seems to be the case.“ Ein letztes (historisches) Beispiel für einen solchen Anlass mag ein Ausschnitt aus einem Brief Faradays an Maxwell sein (zitiert nach Simonyi, 2004, S. 346), in dem Faraday fragt:

> Wenn ein Mathematiker, der physikalische Wirkungen untersucht, zu seinen Schlussfolgerungen gelangt, können diese nicht in der Alltagssprache ebenso vollständig, klar und unzweideutig ausgedrückt werden, wie in mathematischen Formeln? Wenn ja, wäre es nicht eine große Wohltat an unseresgleichen, sie [...] aus ihren Hieroglyphen zu übersetzen, damit auch wir, auf experimentellem Wege an ihnen weiterarbeiten können? Ich glaube, das muß so sein, denn ich habe immer gefunden, daß Sie mir vollständig klare Begriffe von Ihren Schlußfolgerungen geben konnten [...].

Auch einige aktuelle Überlegungen gehen in Richtung eines reduzierten Mathematikanteils in physikalischen Studiengängen. Zwar werden mathematische Kompetenzen weiterhin als unersätzlich angesehen, jedoch wird gelegentlich eine Arbeitsteilung propagiert, die es einem großen Teil der Physiker ermöglichen soll, auch ohne mathematisches Spezialwissen an vorderster Forschungsfront zu arbeiten. Collins (2007, S. 684) schreibt sogar:

> Indeed, do away with all the poor mathematicians and you would do away with some of our greatest physicists. When we come to all the uses of the physical sciences away from the research front the point is still more undeniable. Those who work with other physical scientists outside their narrow

> specialism, those who manage physics, those who write about physics, those who make decisions in science-based industries, do not need mathematical understanding to any depth in the science they are working with, managing, describing, or analysing. What they need is an understanding of the broad conceptual sweep and coherence of the physical specialisms in question. [...] Not having that kind of specialist ability does not put anyone at a detectable disadvantage in any physics-related roles except the roles normally taken by specialists. Let us begin to develop a stream of physical science education that can exploit the wasted talent.

Collins ist bezeichnenderweise Wissenschaftssoziologe und seine Ansichten finden wenig Beachtung in der physikalischen oder physikdidaktischen Forschung und Lehre.[59]

Für diese Arbeit genügt es, sich dem Ansatz Collins und ähnlicher Ansätze gegenüber auf einen pragmatischen Standpunkt zu stellen. Die Praxis der Physik zeigt, dass (insbesondere verständige!) mathematische Ausbildung ein erfolgversprechendes Rezept zu sein scheint, um physikalische Forschung voran zu bringen. Die Behauptungen Collins bedürfen eines stichhaltigen Nachweises, bevor Forderungen nach einer Umgestaltung der physikalischen Ausbildung begründet vertreten werden können.

2.4 Zusammenfassung

Bisher wurden wissenschaftstheoretische, insbesondere -philosophische und -soziologische Ansätze vorgestellt, die helfen sollten darzulegen, welche komplexen Wechselwirkungen es zwischen den Wissenschaftsdisziplinen Mathematik und Physik, der Praxis der Mathematik bzw. Physik gibt. Damit wurden, so hoffe ich, einige Andeutungen in Richtungen vorgestellt, die mir in der bisherigen fachdidaktischen Diskussion zu fehlen scheinen. Die normative Festsetzung eines Umgangs mit Mathematik im Physikunterricht (oder auch nur der Vorschlag eines solchen) muss in Relation zu dessen Zielen erfolgen und kann auf beiden Ebenen einer Grundsatzdiskussion wohl kaum begründet ausweichen. Dennoch ist es nicht mein Ziel, eine solche Praxis vorzuschlagen, die dafür notwendige Entwicklungsarbeit, die insbesondere im zielführenden Befragen der vorgestellten (und weiterer) Ansätze auf ihre bildungstheoretische und unterrichtliche Relevanz bestehen würde, wäre eine eigene Arbeit wert. Dies wird hier nicht erfolgen. Einige Voraussetzungen dafür wurden hier dennoch geschaffen. Diesem Fernziel verpflichtet, soll im folgenden Kapitel ein weiterer Bestandteil auf dem Weg zu diesem Ziel dargestellt werden, indem auf die vorliegenden fachdidaktischen empirischen Befunde verwiesen wird.

An dieser Stelle soll noch einmal kurz zusammengefasst werden, dass unter den Funktionen, die die Mathematik in der Physik erfüllt, insbesondere die

[59] Die alte Forderung nach der Vermeidung von Rechenübungen im Physikunterricht oder der Wunsch nach einem vernünftigen konzeptuellen Verständnis sind aus meiner Sicht keine die Argumentation Collins stützenden Anliegen.

- kognitive Entlastungsfunktion
- Exaktheit fördernde Funktion
- Kommunikationsfunktion
- Objektivität fördernde Funktion

relativ unstrittig sind. Offenbar sind mathematische Methoden eng mit der Physik gekoppelt. Die Frage nach der Rolle der Mathematik bei der physikalischen Erkenntnisgewinnung muss als ambivalent betrachtet werden, wobei ein naiv realistisches Verständnis im Sinne einer der Abbildung der Realität auf mathematische Repräsentationen keinerlei Rechtfertigung erhält. Auch mathematisch dargestellte physikalische Gesetze können grundsätzlich zeitlichen Änderungen im Sinne von Kuhn, Feyerabend, Lakatos etc. unterliegen.

3 Empirische Fachdidaktik: Vorstellungen von Lernenden

Bereits im Titel dieser Arbeit ist der Begriff *Vorstellungen* enthalten, der zunächst vage bleibt. Zwar füllt jede(r) Leser(in) diesen Begriffsnamen mit einem Inhalt, aber was ist nun intersubjektiv im Kontext fachlichen Lernens darunter zu verstehen? Im folgenden Kapitel soll der Vorstellungsbegriff, so wie er in dieser Arbeit verwendet wird, zunächst herausgearbeitet und präzisiert werden. Dazu werden Ergebnisse der Fachdidaktiken Mathematik und Physik sowie der Psychologie herangezogen (vgl. 3.1).[1] Basierend auf diesen theoretischen Ansätzen wird dann der für diese Arbeit relevante Vorstellungsbegriff definiert (vgl. 3.1.4). Die Auswahl der Literatur erfolgte unter besonderer Berücksichtigung der Erkenntnisse zu epistemologischen und wissenschaftstheoretischen Überzeugungen. Abschnitt 3.2 widmet sich der Frage, warum diese Vorstellungen überhaupt zum Gegenstand fachdidaktischer Forschung gewählt werden und legitimiert damit das Forschungsvorhaben auf allgemeiner Ebene. Nach der Betrachtung erster methodischer Implikationen (vgl. 3.3) werden Vorstellungen Lernender *über* die Natur der Mathematik und die Natur der Physik vorgestellt, die für die vorliegende Arbeit interessant sind (vgl. die Abschnitte 3.5 und 3.6). Abschließend werden schon bekannte Erkenntnisse über die Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik zusammengestellt (vgl. Abschnitt 3.7).

3.1 Begriffsklärungen: Beliefs, Schülervorstellungen und Einstellungen

Diese Arbeit versteht sich als physikdidaktisches Forschungsprojekt. Sie ist aber thematisch zwingend an der Grenze zur Mathematikdidaktik angesiedelt und versucht explizit Brücken zwischen beiden Disziplinen zu schlagen. Hinsichtlich der Vorstellungen, die Lernende mitbringen, haben beide Disziplinen sehr ähnliche Modellvorstellungen hervorgebracht, die in der Regel domänenspezifisch versuchen, mentale Repräsentationen von Lernenden (und Lehrenden) zu beschreiben. Innerhalb der Mathematikdidaktik hat sich vor allem der Beliefsbegriff durchgesetzt, während in der Physikdidaktik meist von Schülervorstellungen oder Vorverständnis gesprochen wird. Ein verwandtes Konzept der Psychologie sind die Einstellungen. Auf eben diese Begriffe soll im Folgenden kurz eingegangen werden. Dabei geht es nicht um eine eingehende Diskussion oder gar Weiterentwick-

[1] Die Trennung zwischen mathematik- und physikdidaktischer Perspektive ist dabei in gewisser Weise eine künstliche, beruht sie doch auf der Verschiedenheit der Vorstellungsobjekte. Bezüglich der Modelle, die sich die beiden wissenschaftlichen communities von den Vorstellungen der Lernenden über diese Objekte (z. B. über die Methoden oder das Wesen von Physik vs. Mathematik) gemacht haben, sind jedenfalls keine tiefgehenden Unterschiede festzustellen.

lung der vorliegenden Ansätze, auch nicht um deren vollständige Beschreibung. Dennoch soll ein Überblick über relevante Informationen gegeben werden, ohne dabei den Verweis auf weiterführende Literatur schuldig zu bleiben. Dadurch wird eine mehr oder weniger explizite Einordnung der vorliegenden Arbeit in die Forschungslandschaft geleistet. Insbesondere wird der physikdidaktischen Community ein Überblick über mathematikdidaktische Befunde angeboten.

3.1.1 Beliefs und Beliefsysteme - Perspektive der Mathematikdidaktik

Beliefs und Beliefsysteme (belief systems) wurden bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts Gegenstand sozialpsychologischer Untersuchungen (Thompson, 1992). Vor allem innerhalb der Mathematikdidaktik ist dieser Begriff fest verankert. Indiz für die Bedeutung der Beliefsforschung innerhalb der Mathematikdidaktik ist eine Literatursammlung zu diesem Themengebiet, die 1996 über 750 Einträge aufweist (Törner und Pehkonen, 1996).

Der Beliefsbegriff ist kein scharf definiertes Konstrukt und die Grenzen zu inhaltlich verwandten Begriffen, wie z. B. Wissen (knowledge), sind weder klar gezogen noch konsensfähig. Eine recht kreative Aufzählung verwandter Konzepte liefert das Beliefsalphabeth von Mason (2004). Dieser Befund ist nicht nur das Resultat einer Auseinandersetzung mit der verfügbaren Literatur, sondern inzwischen für Experten im Bereich der Mathematikdidaktik auch empirisch gestützt (vgl. Furinghetti und Pehkonen, 2002). Einige Beispiele für Definitionsversuche werden im Folgenden angeführt.[2]

Rokeach (1968, S. 113) schreibt Beliefs eine kognitive Komponente zu, die Wissen repräsentiert, eine affektive Komponente, die Emotionen hervorbringen kann und eine Verhaltenskomponente, die Handlungen auslösen kann. Diese Dreiteilung findet sich in vielen anderen Definitionsansätzen wieder.
Da Ponte (1994, S. 169) meint:

> Beliefs [. . .] are regarded as part of knowledge. Beliefs are the inconvertible personal 'truths' held by everyone [. . .] with a strong affective and evaluative component.

Goldin (2002, S. 64) beschreibt

> beliefs as multiply-encoded cognitive/affective configurations, usually including (but not limited to) propositional encoding, to which the holder attributes some kind of truth value.

Schoenfeld (1992, S. 358) versteht unter (mathematischen) Beliefs

> an individual's understandings and feelings that shape the way that the individual conceptualizes and engages in (mathematical) behavior.

Pehkonen (1994, S. 5) denkt über Beliefs eines Individuums, dass sie

[2] Überblicksdarstellungen finden sich z. B. bei Pajares (1992), Furinghetti und Pehkonen (2002), Törner (2005) oder Goldin u. a. (2009).

> aus seinen Wahrnehmungen entstanden sind, die in eine fixierte Form über bestimmte Objekte oder Erfahrungs- und Handlungsfelder kristallisiert worden sind. Für dieses subjektive Wissen gibt es keine unbedingt gültigen Begründungen, die einer objektiven Betrachtung standhalten. Es gehört zum persönlichen Wissen eines Individuums. Die Vorstellungen [Beliefs] eines Individuums wirken wie ein Filter, durch den es die Welt betrachtet und mit denen es die Wirklichkeit interpretiert.

Törner und Grigutsch (1994, S. 213) schließlich führen den Einstellungsbegriff ins Feld, indem sie schreiben:

> Attitude is a stable, long-lasting, learned predisposition to respond to certain things in a certain way. The concept has a cognitive (belief) aspect, an affective (feeling) aspect and a conative (action) aspect.

Diese Liste ließe sich problemlos fortsetzen, zeigt aber letztlich nur, dass viele verschiedene einander z. T. widersprechende Definitionen (vgl. etwa die oben angeführten Definitionen von Rokeach und Da Ponte, die die Relation zwischen Beliefs und Wissen entgegengesetzt postulieren) angetroffen werden können. In der Definition von Pehkonen stecken bereits Andeutungen über die Relevanz von Vorstellungen (vgl. 3.2).

Wie ist nun umzugehen mit dieser Situation? Ist z. B. der Versuch zu unternehmen, den Beliefsbegriff gegen verwandte Begriffe möglichst scharf abzugrenzen und damit die Beliefs-Definition auszuschärfen? Dieser Ansicht sind einige Forscher. So wird versucht die Konstrukte Wissen (knowledge) (Pajares, 1992; Thompson, 1992), Einstellungen (attitudes) (Di Martino und Zan, 2001) oder Auffassungen (conceptions) (Pehkonen und Furinghetti, 2001) gegen Beliefs abzugrenzen. Diese Ansätze führen in der Regel zu keiner befriedigenden Lösung des Dilemmas, helfen aber, die Facetten des Beliefsbegriffes deutlicher zu Tage treten zu lassen.

Thompson (1992, S. 129) identifiziert z. B. mehrere Ebenen, auf denen sich Wissen und Beliefs seiner Ansicht nach voneinander unterscheiden. So lassen sich Beliefs mit unterschiedlichem Ausmaß an Überzeugtheit vertreten. Einer Aussage wie „Außerirdisches Leben existiert.“ kann man voll und ganz oder auch nur schwach zustimmen, den geäußerten Sachverhalt also für unterschiedlich wahrscheinlich halten. Fakten hingegen lassen sich nicht stark oder schwach wissen. Während Beliefs als subjektiv und verhandelbar verstanden werden, hat Wissen den Anspruch einer Wahrheitsbedingung zu genügen. Diese auf den ersten Blick plausible Unterscheidung stellt sich angesichts der zeitlichen Veränderbarkeit „wissenschaftlicher Wahrheiten“ (Kuhn, 1976; Lakatos, 1979; Feyerabend, 1986) als bestenfalls vorläufig heraus, können doch Beliefs zu Wissen (z. B. die Durchsetzung des heliozentrischen Weltbilds) und Wissen zu Beliefs werden (z. B. die Ablösung der Phlogistontheorie). Dieses kurze illlustrierende Beispiel mag genügen, um die Problematik exemplarisch zu verdeutlichen.

In eine andere Richtung zum Umgang mit der Unschärfe des Beliefsbegriffes weisen Feststellungen wie „researchers often assume that readers know what beliefs are“ (Pehkonen und Törner, 1996, S. 101) oder die Tatsache, dass man aufgrund der angedeuteten Schwierigkeiten die bewusste Entscheidung für offene oder weiche Begriffe findet (z. B. Blömeke u. a., 2008; Markic und Eilks, 2007) oder sogar die Meinung vertreten wird, dass eine scharfe Definition nicht notwendig sei, sondern die Auswirkungen der Beliefs im Mittelpunkt des Forschungsinteresses stehen sollten (z. B. Thompson, 1992, S. 129).

Einen gewissen Konsens finden Annahmen, nach denen Beliefs nicht isoliert auftreten, sondern in sogenannte Beliefsysteme eingebunden sind. Im Allgemeinen gilt dabei: „Belief systems are dynamic in nature, undergoing change and restructuring as individuals evaluate their beliefs against their experiences“ (Thompson, 1992, S. 130).

Die Struktur solcher Beliefsysteme lässt sich zu einem bestimmten Zeitpunkt in Ausschnitten in mindestens drei Dimensionen (Green, 1971, S. 41 ff.) beschreiben. Bei diesen Dimensionen handelt es sich um:

- die quasilogische Organisationsstruktur des Beliefsystems,
- die psychologische Zentralität einzelner Beliefs und
- die Clusterbildung einzelner Beliefs innerhalb des Beliefsystems.

Die *quasilogische Organisation* der einzelnen primären und abgeleiteten Beliefs muss nicht streng logisch sein, und in der Regel ist sie das auch nicht. Logische Widersprüche sind denkbar, die vom Individuum selbst nicht als solche wahrgenommen werden. Es lässt sich eine Hierarchie oder Abhängigkeitsstruktur zwischen den Beliefs feststellen. Ähnlich wie das auch für kognitive Strukturen angenommen wird, werden Beliefsysteme also als netzartig rekonstruiert. Die *psychologische Zentralität* ist das Maß für die Bedeutung, die einzelnen Beliefs zukommt. Dabei ist diese empfundene Wichtigkeit nicht mit der Verortung der betreffenden Überzeugung in der quasilogischen Struktur zu verwechseln. „Die quasi-logische 'Erststelligkeit‘ und die psychologische Zentralität [. . .] sind verschiedene Dimensionen im Vorstellungssystem, die sich unabhängig voneinander ändern“ (Pehkonen, 1994, S. 7). Die Tendenz zur *Clusterbildung* schließlich beschreibt die Tatsache, dass Beliefs sich in Gruppen anordnen lassen, denen man eine gewisse Eigenständigkeit zusprechen kann. Diese Gruppierung ist es auch, die es ermöglicht, „dass ein Individuum gleichzeitig völlig kontradiktorische Vorstellungen haben kann“ (Pehkonen, 1994, S. 9).

In der deutschsprachigen Literatur haben sich im Wesentlichen zwei Übersetzungen des Beliefsbegriffes durchgesetzt. Zum Einen der Begriff Vorstellungen (Pehkonen, 1994), zum Anderen der Begriff Überzeugungen (z. B. Köller u. a., 2000; Blömeke u. a., 2008). Grigutsch u. a. (1995) führen zusätzlich den Begriff des Weltbildes ein, der auch von Berger (2001) verwendet wird, um komplexe Beliefsysteme zu kennzeichnen.[3]

[3] Der Vorstellungsbegriff wird in der Mathematikdidaktik gelegentlich auch mit anderer Konnotation verwendet (vgl. Weber, 2007).

3.1.2 Schülervorstellungen und Vorverständnis - Perspektive der Physikdidaktik

Während sich in der deutschsprachigen Mathematikdidaktik der Anschluss an den international diskutierten Beliefsbegriff deutlich nachweisen lässt, scheint dies für die nationalen und internationalen Naturwissenschaftsdidaktiken und vor allem für die Physikdidaktik in weitaus geringerem Ausmaß der Fall zu sein. Zwar gibt es international kompatible Ansätze, aber oberflächlich betrachtet, ist die Begriffsvielfalt hier noch ausgeprägter.

> Viele Termini sind in Gebrauch, um das, was ich hier „Vorstellungen" genannt habe, zu kennzeichnen. Im deutschen Sprachraum handelt es sich vor allem um Schülervorstellungen, Schülervorverständnis, Präkonzepte und eben Alltagsvorstellungen, im englischen Sprachraum neben vielen anderen um alternative frameworks, students' conceptions, misconceptions und student belief systems (Duit, 1990, S. 112).

Weitere Beispiele finden sich bei Wodzinski (1996, S. 15) mit dem Hinweis, dass diesen Begriffen zum Teil unterschiedliche theoretische Ansätze zugrunde liegen und dass die Vielfalt der verwendeten Begriffe auch die Vieldeutigkeit dessen widerspiegelt, was unter Schülervorstellung verstanden werden kann. Jung bemerkt in Duit u. a. (1981, S. VIII):

> 'Vorstellung' ist kein Terminus der Wissenschaft. Was damit genau gemeint ist, läßt sich im Rahmen verschiedener Theorien verschieden präzisieren [...] (zitiert nach Schecker, 1985, S. 70).

Traditionell steht die Untersuchung von Vorstellungen im Vordergrund, über die Schülerinnen und Schüler vor dem Beginn von Instruktionsprozessen über einen physikalischen Sachverhalt im engeren Sinne, das heißt, über physikalische Phänomene und Begriffe, verfügen. Erst in neuerer Zeit ist eine Hinwendung des Forschungsinteresses zu Vorstellungen *über* die Physik in größerem Ausmaß zu beobachten.

Niedderer z. B. definiert:

> Das individuelle Vorverständnis ist die Gesamtheit der Dispositionen eines erkennenden Subjekts [...], die für einen anstehenden Erkenntnisprozess [...] bedeutsam sind" (zitiert nach Schecker, 1985, S. 8).

Bemerkenswert, wenn auch offensichtlich, ist die strukturelle Gleichheit mit Schoenfelds Beliefsdefinition (vgl. S. 76). Hier wird allerdings gegenüber dem Begriff Schülervorstellung, der oft auf thematisches Vorwissen (Präkonzepte) reduziert wird, eine erhebliche Erweiterung vorgenommen.

Schecker (1985, S. 1) bezeichnet schon vor 25 Jahren die Erforschung von Vorstellungen als „eines der zentralen Aufgabengebiete der aktuellen Physikdidaktik". Daran hat sich bis heute nichts geändert. Die Ursache für dieses Disziplinen übergreifende Forschungsinteresse gibt Schecker (1985, S. 1) ebenfalls an, wenn er feststellt, dass nach einer Phase anderer Schwerpunktsetzungen (Sachstrukturanalysen, Curriculum-Entwicklung, Lehrmediendesign) „zunehmend der Lernende als entscheidende Determinante des Lehr-Lernprozesses“ Aufmerksamkeit erfährt. Dies gilt nicht nur für die Fachdidaktiken, sondern auch für die Psychologie, Pädagogik und allgemeine Didaktik. Inzwischen muss man wohl hinzufügen, dass auch die oder der Lehrende als weiterer Akteur in Lehr-Lern-Prozessen in das Zentrum fachdidaktischer Forschungsinteressen gerückt wurde.

Wie in der Definition von Niedderer schon deutlich wird, sind Vorstellungen mehr oder weniger umfassend und differenziert. Analog zu einem Beliefsystem werden also auch hier Vorstellungssysteme unterstellt (und als Vorverständnis bezeichnet). Schecker, der an Niedderers Definition anknüpft, erweitert und strukturiert den Begriff des Vorverständnisses und unterlegt ihn durch epistemologische, wissenschaftstheoretische und fachdidaktische Betrachtungen. Bei ihm setzt sich das Vorverständnis explizit aus allgemeinen Denkrahmen, Präkonzepten, Interessen sowie Erfahrungen und Kenntnissen zusammen (vgl. Kapitel A.1 und A.2 in Schecker (1985)). Hier ist also eine Komponentenstruktur angelegt und ebenfall eine Strukturierung der Vorstellungen innerhalb des Vorverständnisses mitgedacht. Diese Breite des Ansatzes lässt sich auch schon bei Wagenschein erahnen:

> Was vorausgeht, sagen wir die „Vorphysik“, ist [. . .] der große Ahne, der Boden aus dem *allein* Physik hervorgelockt werden konnte und kann. (Wagenschein, 1995, S. 130, Hervorhebung im Original)

Ein zusätzliches Beschreibungsmerkmal von Vorstellungen ist deren Stabilität. Man unterscheidet an den Enden eines Spektrums zum Einen spontan erzeugte Vorstellungen und zum Anderen tief verwurzelte, und daher über die Zeit stabile Vorstellungen. Niedderer und Schecker (1992, S. 80) sprechen von „current constructions and deep structures“. Weitere Möglichkeiten, die vielen Vorstellungsarten systematisch zu fassen und damit den Begriff Vorstellung zu strukturieren, liegen vor. Einige von ihnen findet man auch bei Wodzinski (1996, S. 16).

Wesentlich für die vorliegende Arbeit ist die Differenzierung der Erforschung des umfassenden Vorverständnisses in die engeren Bereiche Präkonzeptforschung einerseits und allgemeinere Vorstellungen andererseits (vgl. Niedderer und Schecker, 2004, S. 248). Zu den allgemeineren Vorstellungen zählen insbesondere Vorstellungen über die Natur der Naturwissenschaften (NdN) und epistemologische Überzeugungen, wobei sich die vorliegende Arbeit in den letztgenannten Bereich einordnet.

Es sei hier wiederholt, dass die Unterscheidung in Beliefs und Schülervorstellungen arbiträr ist und dass z. B. auch hier die Abgrenzung zum Konstrukt Wissen alles andere als klar ist. Fest steht aber auch, dass beide Konzepte (Wissen und Beliefs bzw. Vorstellungen etc.) sich in der Forschung als nützlich erwiesen haben. Einen umfassenden und systematisierenden Überblick über englischsprachige Ansätze zum Umgang mit dem Begriffspaar Belief-Knowledge in der Naturwissenschaftsdidaktik liefern Southerland u. a. (2001), die - mit dem Nachsatz, dass solche Unterscheidungen bisher nicht empirisch gestützt sind - zusammenfassen:

> It remains for educational psychologists to demonstrate whether the theoretical distinctions between the constructs have psychological reality (Southerland u. a., 2001, S. 348).

3.1.3 Einstellungen - Perspektive der Psychologie

In der Sozialpsychologie hat sich zur Untersuchung eines verwandten Forschungsfeldes, vor allem der Begriff der Einstellung (attitude) durchgesetzt. Er ist sogar zum zentralen Begriff der Sozialpsychologie geworden, was einer unerwarteten Begriffsvieldeutigkeit nicht im Wege steht: „Given this centrality, one might expect to find great [...] consensus across scholars in the discipline on a definition of attitudes. But such is certainly not the case.“ (Krosnick u. a., 2005, S. 22)

Es liegen vor allem ältere Definitionen vor, die relativ breit angelegt sind und die die Bedeutung des theoretischen Konstruktes für motivationale und behaviorale Aspekte betrachten, z. B.:

> An attitude is a mental and neural state of readiness, organized through experience, exerting a directive or dynamic influence upon the individual's response to all objects and situations with which it is related (Allport, 1935, S. 784).

Jüngere Definitionen stellen Aspekte heraus, die auch aus den fachdidaktischen Ansätzen bekannt sind. Bohner und Wänke (2002, S. 5) definieren in Einklang mit Eagly und Chaiken (1993) und in Annäherung an die aus den vorhergehenden Abschnitten bekannte Dreigliederung des Konstruktes

> an attitude as a summary evaluation of an object of thought. An attitude object can be anything a person discriminates or holds in mind [...]. Attitudes may encompass affective, behavioural and cognitive responses.

Crano und Prislin (2006, S. 347) betonen unter anderem ebenfalls die Zusammenführung von kognitiven und affektiven Aspekten, die zu einem umfassenden Werturteil wird, wenn sie schreiben:

> [An attitude] represents an evaluative integration of cognition and affect experienced in relation to an object. Attitudes are the evaluative judgements that integrate and summarize these cognitive/affective reactions. These evaluative abstractions vary in strength, which in turn has implications for persistence, resistance, and attitude-behavior consistency.

Eine gewisse Ähnlichkeit zu den bereits vorgestellten fachdidaktischen Ansätzen ist durchaus gegeben. Insofern ist es auch nicht überraschend, dass innerhalb der Fachdidaktiken gelegentlich auch der Begriff Einstellung verwendet wird (z. B. Grigutsch, 1996). Während in der Psycholgie durch die ausdrücklichen Formulierungen „summary evaluation“ oder „evaluative integration“ eine Fokussierung des Begriffes forciert wird,[4] erhält Grigutsch (1996, S. 5) sich aber gerade die Offenheit älterer Ansätze, wenn er schreibt:

[4] Über die Angemessenheit dieses Vorgehens, wird auch in der Psychologie diskutiert (vgl. Krosnick u. a., 2005).

> Die meisten [Definitionen des Einstellungsbegriffs] stimmen in zwei Bestandteilen überein, dass (1) eine Einstellung eine Bereitschaft zur Reaktion auf eine Situation ist und dass (2) eine Einstellung durch Konsistenz der Reaktionen gekennzeichnet ist. [...] In dieser Arbeit soll der Begriff [...] in dieser Offenheit, wie sie in den beiden Bestandteilen gegeben ist, definiert sein und benutzt werden.

Der Vorteil einer Anlehnung an die psychologischen Vorarbeiten besteht vor allem im Vorhandensein eines vergleichsweise harten Theorierahmens, der Operationalisierungen zulässt, die wiederum quantitativen Auswertungsmethoden vorausgehen müssen. Dies gilt auch in Bezug auf die derzeit aktuelle psychologische Forschung. Kritisch anzumerken ist jedoch, dass bereits 1995 starke Kritik an den von Grigutsch verwendeten Ansätzen geübt wurde und dass seine zitierte zusammenfassende Charakterisierung des Einstellungsbegriffs heute nicht mehr als angemessen betrachtet werden kann.

In der Einstellungsforschung wird (nicht unumstritten) zwischen *impliziten* und *expliziten* Einstellungen unterschieden (vgl. z. B. Bassili und Brown (2005), den Reviewartikel von Gawronski und Bodenhausen (2006) oder explizit für Einstellungen gegenüber der Mathematik Zan und Di Martino (2007)). Erstere sind automatisch auftretende Wertungen, die unbewusst bleiben können, letztere sind Wertungen, über die ein Individuum bewusst Auskunft geben kann. Schließlich findet man auch den Begriff der *ambivalenten* Einstellung, der darauf hindeutet, dass die Einstellungskomponenten (kognitiv, affektiv, behavioral) widersprüchlich sein können und dann oft zu kontextabhängigen (ambivalenten) Einstellungsäußerungen führen (vgl. z. B. Breckler u. a., 2006). Außerdem wird auch bei Einstellungen in bestimmten theoretischen Ansätzen zwischen *stabilen*, also im Langzeitgedächtnis abgelegten Einstellungen und *situationalen* Konstruktionen unterschieden (vgl. Bassili und Brown, 2005). Die Verhältnisse sind jedoch erheblich komplizierter, als dies hier dargestellt werden kann.[5] Einstellungen werden neuesten Modellen zufolge nicht mehr als „Dinge“ verstanden, die im Gedächtnis abgelegt und auf Anforderung abgerufen werden können. Vielmehr geht man davon aus, dass Einstellungen Werturteile sind, die „on the spot“ konstruiert werden. Auf diese Konstruktionsprozesse haben dann allerdings auch wieder situationale und subjektinterne Gegebenheiten (also auch im Gedächtnis abgespeicherte Informationen) Einfluss (z. B. Albarracin u. a., 2008; Ledgerwood und Trope, 2010). Auch sei explizit darauf hingewiesen, dass sich *globale Einstellungen* (z. B. gegenüber Mathematik) von Einstellungen *gegenüber* einem damit in Zusammenhang stehenden *Verhalten* (z. B. die Aufnahme eines Mathematikstudium, das Lesen von

[5] Es sei noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Beschreibungen in diesem Kapitel für den beabsichtigten Zweck, nämlich die Verortung in einen Theorierahmen zwar ausreichend sind, der Komplexität und Vielfalt der verfügbaren Literatur aber bei weitem nicht gerecht werden. Allein zum Thema Einstellungen findet sich ein über 800 Seiten umfassendes Handbuch, das einen Überblick bietet (Albarracin u. a., 2005). Eine Literatursuche mit dem Stichwort „attitude“ ergab 2007 rund 50 000 verschiedene Artikel, Buchkapitel oder Monographien (Visser und Cooper, 2007).

Physikbüchern oder das Lösen von mathematischen Rätseln) unterscheiden lassen. Diese Unterscheidung ist insbesondere für die Verhaltensvorhersage relevant (z. B. Ajzen und Cote, 2008).

3.1.4 Konsequenzen für diese Arbeit

Bisher wurde deutlich, dass verschiedene Begriffe verwendet werden, um ähnliche Sachverhalte aus verschiedenen Perspektiven zu beschreiben. Dabei sind in den betrachteten Disziplinen analoge Entwicklungen und Konzepte in Gebrauch, die sich lediglich in der Terminologie und Schwerpunktsetzung der Betrachtungen unterscheiden. Innerhalb der einzelnen Disziplinen gibt es ebenfalls eine Begriffsvielfalt und die Differenzen betreffen in der Regel eher Detailfragen, deren Beantwortung für ein bestimmtes Untersuchungsanliegen allerdings durchaus folgenschwer sein kann. Für die Mathematik- und Physikdidaktik lässt sich eine strukturelle Gleichheit der in den beiden communities entwickelten Konzepte erkennen, auch wenn begriffliche Differenzen an der Tagesordnung sind.

Wesentlich ist jedoch die Unterscheidung, dass Einstellungen, wie sie in der Psychologie erforscht oder modelliert werden, eine zusammenfassende Wertung auf einem Spektrum von gut bis schlecht darstellen. Die Frage nach einer Verortung auf Spektren wie angemessen - unangemessen, akzeptabel - inakzeptabel, relevant - irrelevant oder wahrscheinlich - unwahrscheinlich, wie das für Beliefs und Vorstellungen der Fall sein kann, steht dabei nicht zur Debatte. Insofern sind Einstellungen von den in den Fachdidaktiken behandelten zunächst deskriptiven und wertfreien Beliefs oder Schülervorstellungen nicht zu trennen, gehen aber über diese hinaus, insofern als sie eine zusammenfassende Gut-Schlecht-Wertung darstellen. Die enge Verwandtschaft der Konzepte, ihre gegenseitige Beeinflussung (vgl. Albarracin u. a., 2005, Kapitel 8 und 9) und die fundierten psychologischen Erkenntnisse zu diesem Thema legen eine Berücksichtigung in dieser Arbeit jedoch nahe.

Unter Berücksichtigung der oben kurz skizzierten Gesichtspunkte soll nun für diese Arbeit unter *Vorstellung*[6] gefasst werden, was der Mehrheit der in den relevanten Disziplinen vorhandenen Begriffen gemein ist. Diese Definition ist dabei bewusst umfassend angelegt und kann als die verschiedenen Perspektiven integrierend angesehen werden.

> Vorstellungen sind zugängliche mentale Repräsentationen von Objekten, Vorgängen, Sachverhalten, Personen, Begriffen oder anderen „Dingen“, die kognitive, affektive und motivationale (evt. auch behaviorale) Komponenten besitzen und in mehr oder weniger strukturierte Vorstellungssysteme eingebunden sind. Sie sind Einheiten menschlicher Kognition, die Denken, Fühlen und Handeln beeinflussen und zeitlichen Veränderungen unterliegen.

[6] Diese Bezeichnung, also die Wahl des Begriffsnamens, ist willkürlich, der Begriffsinhalt ist als zielführende Konstruktion der begrifflichen Facetten der vorgestellten Begriffe und vor dem damit verbundenen (empirischen) Forschungshintergrund zu verstehen.

Inwiefern diese Definition in ihrer Breite Anwendung findet und auf welche Teilaspekte diese Arbeit fokussiert, wird durch die folgenden Ausführungen noch verdeutlicht (vgl. Abschnitt 3.8).

Im Folgenden soll nun dargelegt werden, warum Vorstellungen ein relevanter Forschungsgegenstand sind.

3.2 Die Relevanz von Vorstellungen - Gründe für deren Erforschung

Die Ausbildung bestimmter Vorstellungen ist Ziel von Unterricht an unseren Schulen und Hochschulen. Beipielsweise fordert der Rahmenlehrplan des Landes Brandenburg „das Formalisieren und das Mathematisieren physikalischer Sachverhalte“ (MBJS, 2008, S. 11), aber eben auch die „Mündigkeit der Bürgerinnen und Bürger, z. B. bei Technik-Folgen-Abschätzungen, bei Richtungsentscheidungen über grundlegende Fragen zur technischen Nutzung physikalischer Erkenntnisse und über den Einsatz von Ressourcen für die physikalische und technische Forschung“ (MBJS, 2008, S.11). Dies fordert wenigstens implizit die Fähigkeit, den Prozess der Wissensgenese in der Physik und die Sicherheit und Relativität physikalischen Wissens und seiner Anwendung beurteilen zu können, letztlich also die Konstruktion von Vorstellungen über eben diese Dinge.

Aus dieser bildungstheoretischen Setzung heraus sind Vorstellungen relevanter Gegenstand der Lehr-Lern-Forschung, stellen sie doch Zieldimensionen instruktiven Handelns, genauer gesagt, Elemente der mathematischen und naturwissenschaftlichen Grundbildung dar (vgl. Schoenfeld, 1992; Carey und Smith, 1993; Labudde, 2000; Köller u. a., 2000). Weiß man zusätzlich, dass Vorstellungen sich nur schwierig beeinflussen lassen und handlungsrelevant werden (vgl. Punkt 1 des Pajares-Zitats auf S. 86), sollte man wenigstens wissen, womit man es zu tun hat. Für die physikdidaktische Lehr-Lern-Forschung sind dann also mindestens die folgenden drei Fragen relevant: (a) Welche Vorstellungen besitzen Lernende vor und nach Lernprozessen von relevanten Inhalten und Methoden der Physik bzw. der Wissenschaft Physik an sich?, (b) Welche Vorstellungen besitzen Lehrende und wie beeinflussen diese unterrichtliches Handeln?, (c) Wie stehen Vorstellungen mit anderen Aspekten von Lehren und Lernen im Physikunterricht in Zusammenhang? Nach Beantwortung dieser Fragen, so die einsichtige Grundannahme des Forschungsprogrammes, ist man besser in der Lage, Vorstellungen als Indikatoren für den Erfolg von Lehre und Unterricht zu benutzen, Lernangebote zu konstruieren, die Lernende unterstützen und die Lehrpersonen angemessen zu qualifizieren.

Neben der angesprochenen *substanziellen* Rolle spielen Vorstellungen auch eine *instrumentelle* Rolle für Lehr-Lern-Prozesse. Dies ergibt sich zwingend aus der moderat-konstruktivistischen Lehr-Lern-Theorie, die in der allgemeinen Didaktik (vgl. z. B. Reich, 2004) und (Physik)fachdidaktik (vgl. Labudde, 2000; Widodo und Duit, 2004) das vorherrschende Paradigma darstellt. Diesem Ansatz zufolge gilt

Lernen als aktiver, konstruktiver, situationalisierter, sozialer und selbstgesteuerter Prozess (vgl. Labudde, 2000, S. 18).

Innerhalb dieses konstruktivistischen Paradigmas entwickeln Niedderer und Schecker (1992) das Modell des kognitiven Systems, an dessen grundsätzlicher Struktur bis heute festgehalten werden kann (vgl. Abb. 3.1).

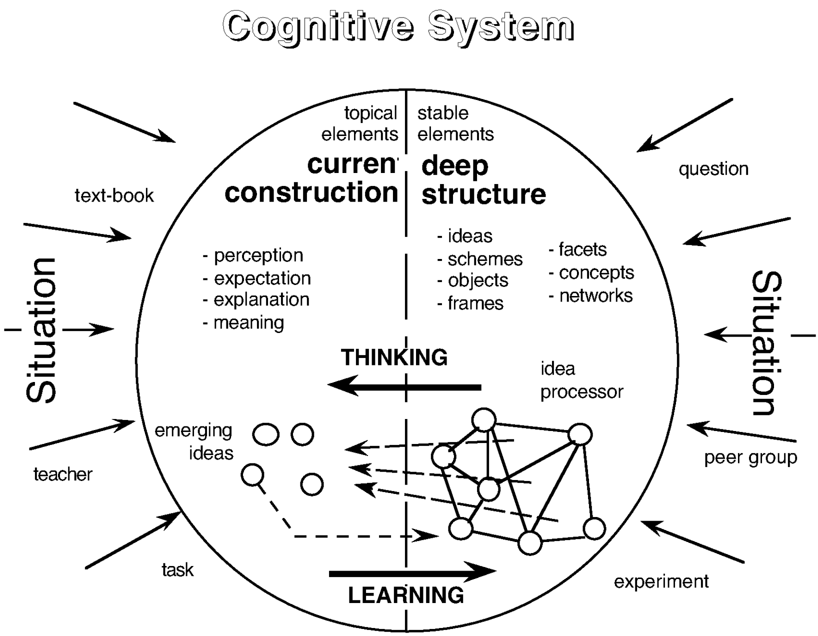


Abb. 3.1: Modell des kognitiven Systems (Niedderer und Schecker, 1992, S. 84)

Fokussiert man auf die Vorstellungen, löst diese also aus dem kognitiven System heraus bzw. reduziert die Komplexität durch Schwerpunktsetzung auf den Aspekt der Vorstellung, so ergibt sich folgendes vereinfachtes Bild: Das lernende Subjekt konstruiert neue Erkenntnisse auf Grundlage ihrer oder seiner Vorstellungen. Die kognitiven, affektiven und motivationalen bzw. behavioralen Komponenten einer situational relevanten Vorstellung beeinflussen also den Lernprozess, das Verknüpfen situationaler Reize mit bereits vorhandenen Vorstellungs- und Wissensstrukturen. Diese Verknüpfungsprozesse wiederum bewirken kognitive, affektive und motivationale bzw. behaviorale Reaktionen des Subjektes und führen ggf. zu einer Verstärkung, Abschwächung, Änderung der Vorstellung oder zu einer veränderten Integration in das Vorstellungssystem (vgl. Abb. 3.2). Gestützt werden konstruktivistische Lerntheorien vor allem durch Befunde der Neurowissenschaften (vgl. Roth, 2003) und der Kognitionspsychologie (z. B. Kintsch, 1998).

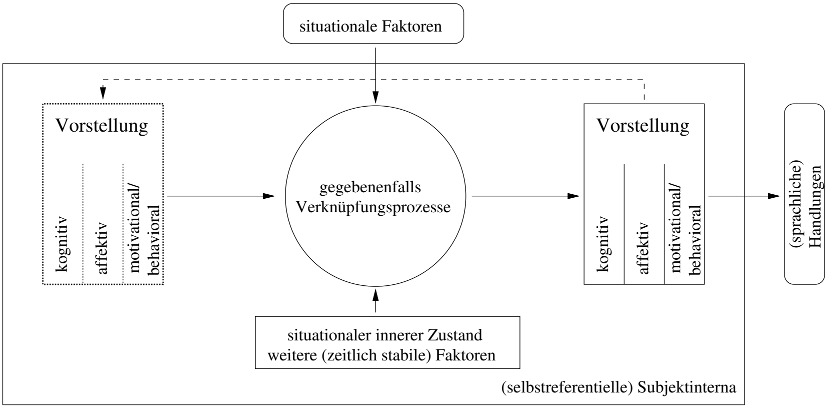


Abb. 3.2: Vorstellungen in Lernprozessen aus konstruktivistischer Sicht

Zur genauen Natur des Einflusses der Vorstellungen auf die in Abb. 3.2 angedeuteten Verknüpfungsprozesse liegen zahlreiche Publikationen vor. So schreibt Pehkonen (1994, S. 13) sehr allgemein:

> Die mathematischen Vorstellungen eines Schülers wirken wie ein Filter, der fast alle seine Gedanken und Tätigkeiten bezüglich Mathematik lenkt. [...] Wenn er sein mathematisches Wissen verwendet, sind seine Vorstellungen in hohem Maße daran beteiligt.

Köller u. a. (2000, S. 231) präzisieren:

> [Vorstellungen] beeinflussen Denken und Schlussfolgern, Informationsverarbeitung, Lernen, Motivation und schließlich auch die akademische Leistung.

Pajares (1992, S. 324 ff.) schließt seine umfangreichen Analysen des Beliefbegriffes ab, indem er feststellt: „researchers have expressed confidence in a number of findings, and some inferences and generalizations can be made with reasonable confidence“. Insgesamt handelt es sich dabei um 16 Punkte, die jeweils durch die Angabe entsprechender Literatur belegt werden. Für diese Arbeit sind insbesondere die folgenden Punkte von Interesse:[7]

> 1. Beliefs are formed early and *tend to self-perpetuate, persevering* even against contradictions caused by reason, time, schooling, or experience
>
> [...]

[7]Hervorhebungen von mir, O. K.

> 3. The belief system has an adaptive function in *helping individuals define and understand the world* and themselves [...]
>
> 4. Knowledge and beliefs are inextricably intertwined, but the potent affective, evaluative, and episodic nature of beliefs makes them a *filter through which new phenomena are interpreted* [...]
>
> 5. Thought processes may well be precursors to and creators of belief, but the *filtering effect of belief structures ultimately screens, redefines, distorts, or reshapes subsequent thinking and information processing* [...]
>
> 6. Epistemological beliefs play a *key role in knowledge interpretation and cognitive monitoring*
>
> [...]
>
> 12. Beliefs are instrumental in defining tasks and selecting the *cognitive tools with which to interpret, plan, and make decisions* regarding such tasks; hence, they play a *critical role in defining behavior and organizing knowledge and information* [...]
>
> 13. Beliefs *strongly influence perception*, but they can be an unreliable guide to the nature of reality [...]
>
> 14. Individuals' beliefs *strongly affect their behavior* [...].

Die hier angesprochene *Ordnungsfunktion* (3.), die *Filterfunktion* hinsichtlich Interpretationen (4.), Denken bzw. Informationsverarbeitungsprozessen (5., 12.), Metakognition (6.) und Wahrnehmung (13.) sowie die *Verhaltensanpassungsfunktion* (14.) werden auch von anderen Autoren benannt, z. B. von Wittrock (1986), Baroody und Ginsburg (1990), Pehkonen (1994), Törner und Pehkonen (1996). Bedeutsam sind vor allem auch Befunde, die den Einfluss von Beliefs auf das Problemlöseverhalten belegen (z. B. Rokeach, 1968; Schoenfeld, 1992) oder Forschungsergebnisse, die Zusammenhänge zwischen Fachleistung in Mathematik und epistemologischen Überzeugungen aufzeigen (vgl. Köller u. a., 2000). „Analoge Zusammenhänge zwischen epistemologischen Überzeugungen, Mediatoren und Fachleistung lassen sich auch für das Fach Physik nachweisen“ (Köller u. a., 2000, S. 269). Theoretische Überlegungen dazu liegen auch von Ryan (1984) und Schommer (1990, 1993a) vor, die einen Einfluss epistemologischer Vorstellungen auf Leistungen (vermittelt über Lernstrategien) postulieren. Empirische Untersuchungen, die in diese Richtung weisen, liegen unter anderem von Schommer u. a. (1992) und Weinstein u. a. (1987) vor.

In der Psychologie werden Einstellungen in der Regel zwei Funktionen zugeschrieben. Zum Einen eine kognitiv entlastende Funktion (*object appraisal function*), die eine Erleichterung der Informationsverarbeitung postuliert (vgl. z. B. Fazio u. a., 2000; Watt u. a., 2007). Einstellungen erlauben es, Details über Einstellungsobjekte auszublenden und nicht immer neu prüfen zu müssen, was zu schnelleren Handlungsentscheidungen (approach or avoidance) führt. Zum Anderen haben Einstellungen eine instrumentelle Funktion, indem sie dem Erreichen übergeordneter psychologischer Bedürfnisse dienen. Dazu gehört ein positives Selbstwertgefühl (*value-expressive or symbolic function*), das gesteigert oder erhalten wird, indem Subjekte ihre zentralen Überzeugungen äußern oder ihre soziale Identität in Gruppen stärken (Katz, 1960; Herek, 1986; Maio und Olson, 2000).

Auch Einflüsse von Einstellungen auf die *Informationsverarbeitung* wurden identifiziert. Dabei stellte sich heraus, dass die Informationsverarbeitung in den Phasen „(a) attention, encoding and exposure, (b) judgement and elaboration and (c) memory“ (Bohner und Wänke, 2002, S. 191) durch Einstellungen beeinflusst werden kann.[8] Psychologische Forschungen belegen ebenfalls durch empirische wie theoretische Arbeiten die direkte oder indirekte *Verhaltensbeeinflussung* durch Einstellungen (vgl. die Überblicksdarstellungen von Johnson und Boynton (2010); Ledgerwood und Trope (2010); Ajzen und Cote (2008)). Die Vorstellung einer direkten Verhaltensvorhersage auf Grundlage der Kenntnis bestimmter Einstellungen kann heute nicht mehr aufrecht erhalten bleiben. Vielmehr sind deutlich elaboriertere Modelle in der Diskussion. Eines der am besten gestützten Modelle basiert auf der *Theorie des geplanten Verhaltens* (Ajzen, 1991). Hier wird angenommen, dass eine Umsetzungs- oder Verhaltensabsicht (intention), also ein motivationaler Zustand, dessen zugehöriges Verhalten in Teilen und vielleicht sogar unter Einbeziehung kontextueller Merkmale der Ausführungssituation gedanklich vorweggenommen wurde, tatsächliches Verhalten am besten vorhersagt. Diese Verhaltensabsicht wiederum wird von Einstellungen dem beabsichtigten Verhalten gegenüber, von der Bedeutsamkeit des Verhaltens für die Person und ihr Umfeld (subjective norm) sowie aus der im Voraus prognostizierten Möglichkeit einer Verhaltenskontrolle in der Situation (perceived behavioral control) beeinflusst (vgl. Abb. 3.3).

Festzustellen ist, dass in der Sozialpsychologie inzwischen Modelle vorliegen, die über den Stand der Forschung in den Fachdidaktiken bei weitem hinausgehen. Dies ist in Anbetracht der ungleichen Verbreitung von Lehrstühlen, finanziellen Ausstattung etc. nicht überraschend, aber dennoch bedauerlich, da fachdidaktische Forschung von einer Rezeption und einem produktiven Aufgreifen dieser Ansätze profitieren könnte. Insofern ist der von Niedderer und Schecker (1992) geforderte und angeregte Theorierahmen zur Beschreibung von kognitiven Systemen der Lernenden noch immer lückenhaft. Der programmatische Satz von Lawler und Yazdani (1987, S. 17) bleibt also auch heute Zukunftsvision und Aufgabe:[9]

> We can't consider [physics] education a science until we can say what is in the mind, how that relates to what is in the world, and how what we do affects what is in the mind (zitiert nach Niedderer und Schecker, 1992, S. 74).

Damit ist in ausreichendem Maße gezeigt, dass Vorstellungen Einfluss auf unser Denken und Handeln nehmen, was sie innerhalb des konstruktivistischen Lehr-

[8] Für Beispiele siehe Bohner und Wänke (2002, S. 189-218) und die dort angegebene Literatur.

[9] Man kann allerdings berechtigte Zweifel an dieser Position anmelden, definiert sie doch implizit Wissenschaft über deren Ergebnisse. Was die Physikdidaktik zur Wissenschaft macht, sind, meiner Ansicht nach, jedoch nicht (nur) die von ihr hervorgebrachten Ergebnisse, sondern ganz wesentlich der Prozess, der zu diesem erwünschten oder sonstigen Ergebnissen führt.

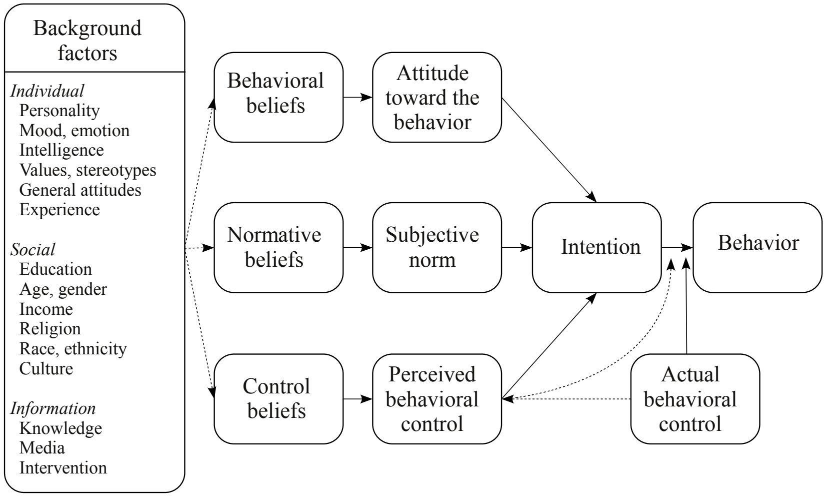


Abb. 3.3: Theorie des geplanten Verhaltens (Quelle: Ajzen und Fishbein, 2005, S. 194)

Lern-Verständnisses zu einem notwendigen Gegenstand von empirischer Lehr-Lern-Forschung macht. Abschließend sei erwähnt, ohne darauf näher eingehen zu wollen, dass umgekehrt davon auszugehen ist, dass auch unser Handeln Einfluss auf die Ausbildung von Vorstellungen nimmt. In der Psychologie liegen dazu einschlägige Untersuchungen vor (vgl. z. B. Olson und Stone, 2005) und auch in den Fachdidaktiken ist dies ein akzeptierter Tatbestand, denn schließlich sind Schüleraktivitäten Gegenstand jedes Unterrichts, der eben auch die Ausbildung von angemessenen Vorstellungen zum Ziel hat.[10]

3.3 Zwischenfazit: Methodische Implikationen für diese Arbeit

Der Begriff der Vorstellung, wie er hier verstanden wird und sich aus den Bereichen Fachdidaktik (Mathematik und Physik) bzw. Psychologie speist, stellt ein theoretisches Konstrukt dar. Dieses theoretische Konstrukt ist Resultat von Interpretations- und Rekonstruktionsprozessen. Es muss daher als Modell, also als zweckmäßig konstruierter Entwurf der Realität verstanden werden und kann wie jedes Modell bestenfalls zweckdienlich, aber nicht wahr sein. Dies ist schon des-

[10] Auf die Frage nach dem Funktionieren unseres kognitiven Systems und der Rolle und Eignung des Konstrukts Vorstellungen darin, kann in dieser Arbeit bestenfalls andeutungsweise eingegangen werden. Hingewiesen sei aber auf Evans und Green (2009), die vier Kernideen kognitiver Semantik identifizieren: encyclopedic knowledge, conceptualization, embodied cognition, conceptual grounding (Evans und Green, 2009, S. 157).

halb der Fall, weil der Untersuchungsgegenstand nicht direkt zugänglich ist. Da es sich um mentale Repräsentationen (und bereits das ist ein Konstrukt, Modell, Bild oder eben eine Vorstellung) des eigentlich zu Untersuchenden handelt, die ihrem Wesen nach individuell und subjektintern sind, bleibt Forscherinnen und Forschern auch nichts anderes übrig, als auf diese Repräsentationen zu schließen - mehr oder weniger theoriegeleitet, hermeneutisch oder normativ. Diese Einsicht ist alles andere als neu (so finden sich explizite Stellungnahmen bereits bei Schecker (1985, S. 74)), wird aber gerade im Zeitalter des Einsatzes statistischer Methoden und eines entsprechenden Forschungsparadigmas selten erwähnt.

Da es sich immer um Konstruktionen handelt, die über einen entsprechenden Zugriffsmodus und die daraus resultierenden Methoden vermittelt werden, ist davon auszugehen, dass die Wahl des Zugriffsmodus, also die Wahl von Erhebungs- und Auswertungsmethoden, Einfluss auf die Art der Konstruktionen haben.

Die oben angedeutete Komplexität von Vorstellungssystemen macht es nach Ansicht vieler Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler notwendig, qualitative Forschungsmethoden zu nutzen. Eine der konsequentesten Umsetzungen dieser Forderung findet sich bei Berger (2001), der Computerweltbilder von Lehrerinnen und Lehrern untersucht. Diese umfangreiche philosophisch, wissenschaftstheoretisch und eben auch methodisch fundierte Arbeit berücksichtigt konzeptionell die Eingebundenheit des Individuums in einen sozialen Raum und zerlegt diesen in Teilszenarien, die soziokulturellen Frames. Einer dieser Frames könnte für die vorliegende Arbeit z. B. die Welt der Physik sein. Innerhalb eines solchen Frames wiederum werden soziokulturelle Aspekte (Thema und Feld) und intrapersonale Aspekte (Habitus, Weltbild, Praxis und Diktion) berücksichtigt (vgl. Abb. 3.4 und Berger (2001, S. 99 ff.) für genauere Erläuterungen). Die disziplinäre Multiperspektivität dieses Ansatzes ist ebenso offensichtlich wie die Hauptmotivation dieser Arbeit: das Verstehen von Weltbildern in ihrer Eingebettetheit und in ihrer Wirkung. Die Arbeit basiert auf einem humanistischen Menschenbild und orientiert sich an hermeneutischen Forschungsansätzen.

Dieses Herangehen stellt auch für die Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik eine Möglichkeit dar. Dies hätte zur Folge, dass unter Verwendung qualitativer Methoden (z. B. Interviews) Fallstudien durchzuführen wären. Dieser Ansatz wird hier aus pragmatischen Gründen und mit Blick auf die Anschlussfähigkeit der Forschungsergebnisse, insbesondere auch der weiteren Verwendbarkeit der entwickelten Instrumente, nicht verfolgt.

Statt dessen wird ein quantitativer Ansatz gewählt, der eine andere Art von Ergebnissen nach sich zieht. Es wird ein (über die der Stichprobe angehörigen Individuen) generalisierter Blick auf Ausschnitte des gesamten hier angedeuteten Vorstellungssystems geworfen. Hier werden über die Stichprobe generalisierte Frames zur Welt der Mathematik und zur Welt der Physik rekonstruiert (qualitative Inhaltsanalyse), die letztlich eine Art Orientierung für die Vorstellungssysteme zur Rolle der Mathematik bieten sollen. Darüber hinaus wird punktuell geprüft, ob Annahmen über das generalisierte Vorstellungssystem (nämlich vordergründig

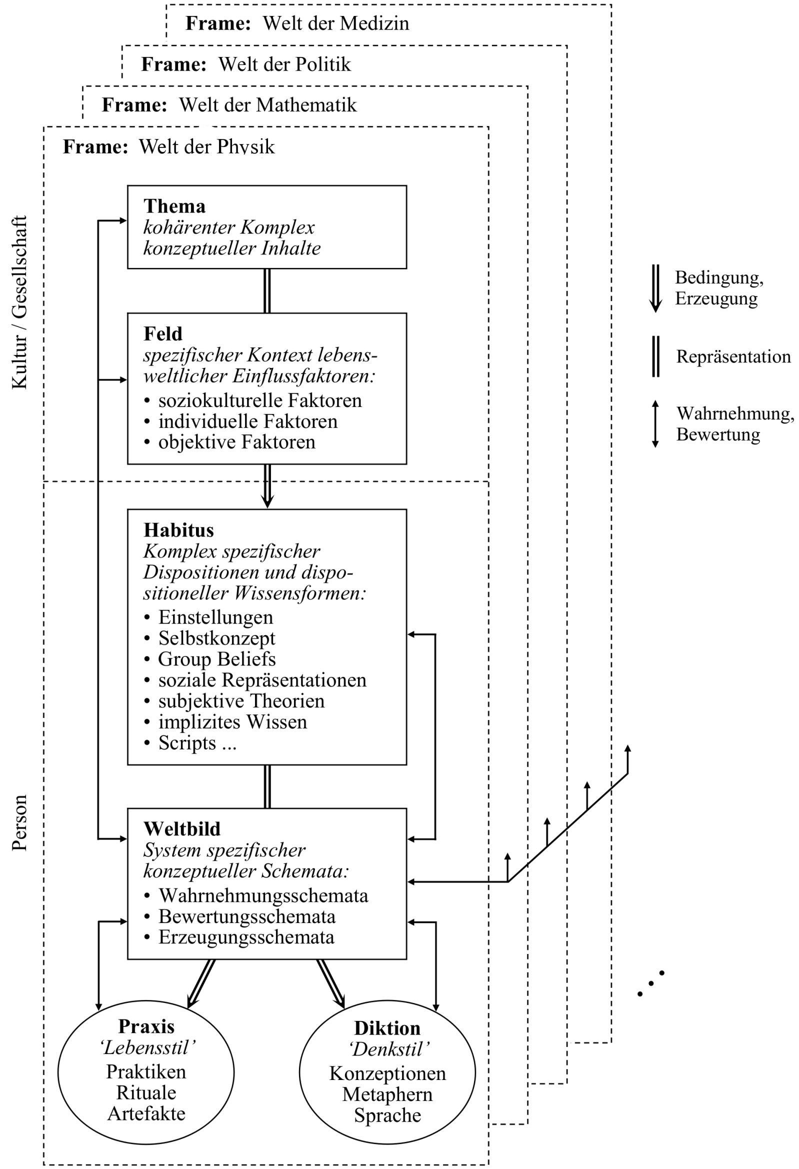


Abb. 3.4: Weltbildmodell nach Berger (2001, S. 101)

die postulierte Existenz verschiedener modellierter Konstrukte, die Vorstellungen abbilden sollen) mit den erhobenen Daten, die wiederum nur indirekt etwas über die „Realität“ aussagen, vereinbar sind. Diese Überindividualität (will man sie denn als Vorteil akzeptieren) und die gleichzeitige Entwicklung von Instrumenten (Skalen), die in Folgeuntersuchungen verwendet werden können, wird also durch den Verlust zusammenhängender hermeneutischer Interpretationen erkauft.

Infolge dieser Orientierung der Arbeit ist schon jetzt klar, dass nicht alle Aspekte des Vorstellungsbegriffes, wie er oben von mir definiert wurde, berücksichtigt werden können. So bedürfte es zumindest eines trickreichen Designs, wenn man situationale von stabilen Vorstellungen trennen will oder die Struktur eines Vorstellungssystems rekonstruieren möchte. Beides soll und wird hier ausdrücklich nicht geleistet werden.

3.4 Epistemologische Vorstellungen von Lernenden

Die Epistemologie oder Erkenntnistheorie ist ein Teilgebiet der Philosophie, in dem unter anderem die Natur menschlichen Wissens, sein Zustandekommen, die Quellen und Grenzen des Wissens sowie die Legitimation von Wissen behandelt werden. Auf die philosophischen Arbeiten, die mit Namen wie Bacon, Berkeley, Descartes, Fichte, Hume, Kant, Locke, Plato, Russel etc. verbunden sind, soll hier nicht weiter eingegangen werden.

Seit längerer Zeit haben epistemologische Vorstellungen, also Vorstellungen über das Wissen oder den Wissenserwerb, Aufmerksamkeit in der psychologischen und fachdidaktischen Forschung erfahren. Dies liegt an ihrer Relevanz für Lehr-Lernprozesse, wie dies bereits mit epistemologischen Vorstellungen vor Augen in Abschnitt 3.2 herausgestellt wurde. Epistemologische Vorstellungen haben Einfluss auf Anstrengungsbereitschaft (Dweck, 1986), Informationsverarbeitung (Schommer, 1990; Pintrich u. a., 1993; Garner, 1994; Rukavina und Daneman, 1996; Kardash und Howell, 2000) und Leistung (Ryan, 1984; Schommer u. a., 1992; Kardash und Scholes, 1996).

Eine der einflussreichsten Untersuchungen stammt von Perry (1968, 1970). Er befragte in den 1950er Jahren über 300 männliche Studienanfänger mit einem von ihm konstruierten Instrument, der Checklist of Educational Values (CLEV), während ihres ersten Jahres an einem amerikanischen College und führte mit über 30 von ihnen jährlich vertiefende Interviews. Die Auswertung dieser Interviews führte Perry und seine Mitarbeiter dazu, entgegen der damaligen Annahme, dass epistemologische Überzeugungen relativ stabile Persönlichkeitsmerkmale seien, eine die kognitive Entwicklung begleitende Veränderung für diese Vorstellungen anzunehmen. Epistemologische Vorstellungen werden also erworben. Diese Grundthese bleibt bis heute erhalten und ist inzwischen empirisch gestützt (z. B. Schommer und Walker, 1995). Perry (1970) konstruiert eine neunstufige Entwicklungsabfolge, die sich zu vier Hauptabschnitten zusammenfassen lässt (Hofer und Pintrich, 1997, S. 91). Diese Hauptabschnitte (*dualism*, *multiplicity*, gelegentlich auch als complex dualism bezeichnet, *relativism* und *commitment within relativism*) und eine kurze Kennzeichnung sind Tab. 3.1 zu entnehmen.

Kategorienbezeichnung	Beschreibung der Kategorien
Dualismus *(dualism)*, umfasst Stufen 1 und 2	absolutes, dualistisches Richtig-Falsch-Weltbild Autoritäten kennen die Wahrheit und teilen Sie mit.
Vielfältigkeit *(multiplicity)*, umfasst Stufen 3 und 4	Stufe 3 : Abwandlung des Dualismus, mit beginnender Anerkennung von Diversität und Unsicherheit Autoritäten die sich uneinig sind, haben die richtige Antwort noch nicht gefunden, Wahrheit kann gefunden werden. Stufe 4: Bereiche, in denen es keine absolute Antwort geben kann werden anerkannt, verschiedene Meinungen sind gleichwertig.
Relativismus *(relativism)*, umfasst Stufen 5 und 6	Stufe 5: Übergang von dualistischen Sichtweisen zum kontextuellen Relativismus Stufe 6: Wissen wird als relativ, ungewiss und kontextabhängig gesehen.
Verantwortung innerhalb des Relativismus *(commitment within relativism)*, umfasst Stufen 7 - 9	Der Fokus liegt auf der Anerkennung von Verantwortung bei Wissenskonstruktionen und der moralisch-ethischen Komponente bei der Bewertung der Relavanz von Wissen.

Tab. 3.1: Modell der Entwicklung epistemologischer Vorstellungen nach Perry (1968, 1970)

Perry (1970) unterstellt erstmalig, dass epistemologische Überzeugungen durch die Interaktion mit der Umwelt verändert werden. Dies hat eine Reihe von Folgeuntersuchungen ausgelöst. Perrys Arbeit wurde aber auch begründet kritisiert und zwar sowohl hinsichtlich des methodischen Vorgehens als auch hinsichtlich der inhaltlichen Angemessenheit (vgl. Hofer und Pintrich, 1997, S. 93). Praktisch alle Arbeiten der 60er und 70er Jahre in diesem Forschungsfeld kann man als Weiterentwicklungen der Arbeit von Perry (1968) interpretieren, so dass in der Folge eine Vielzahl ähnlicher Stufenmodelle zur Entwicklung epistemologischer Vorstellungen entstanden sind. Eine analysierende und vergleichende Übersicht bieten Hofer und Pintrich (1997); Buehl und Alexander (2001) oder mit Blick auf verwendete Testinstrumente Duell und Schommer-Aikins (2001).

Eine echte Neuerung ist erst mehr als 20 Jahre nach den Arbeiten von Perry zu finden. Die Arbeit Perry's und die auf ihn aufbauenden Ansätze betrachten epistemologische Vorstellungen als ein hochkomplexes, aber dennoch eindimensionales Konstrukt. Schommer (1990) schlägt nun vor, die epistemologischen Überzeugungen einer Person als ein Beliefsystem mit mehr oder weniger unabhängigen Beliefs, epistemologische Vorstellungen also als multidimensionales Konstrukt aufzufassen. Sie postuliert fünf Dimensionen, die jeweils als Spektrum aufzufassen sind und bei Schommer immer nach dem naiven Pol benannt werden. Diese Dimensionen betreffen (Schommer, 1990, S. 500):

- die Struktur des Wissens (von einzelnen isolierten Fakten *(simple knowledge)* bis zu zusammenhängenden, vernetzten Konzepten),
- die zeitliche Stabilität des Wissens (von absolut unveränderlich *(certain knowledge)* bis zu kontinuierlich weiterentwickelnd),
- die Quelle des Wissens (von einer allwissenden Autorität mitgeteilt *(omniscent authority)* bis abgleitet und begründet),
- die Geschwindigkeit des Lernens (von innerhalb kürzester Zeit oder nie *(quick learning)* bis zu langsam und graduell) und
- die Fähigkeit zu lernen (von angeboren und fest *(innate ability)* bis lernfähig mit Zeit und Erfahrungen).

Dieses theoretische Modell wurde von Schommer an Studierenden (Schommer, 1990; Schommer u. a., 1992) und High-School-Schülerinnen und -Schülern (Schommer, 1993a; Schommer-Aikins u. a., 2000) sowie Erwachsenen (Schommer, 1998) erprobt. In der Regel ließen sich faktorenanlytisch vier der fünf Faktoren stützen. Die Dimension *omniscent authority* entfällt.[11]

Der mehrdimensionale Ansatz legitimiert sich nachträglich, indem z. B. die Vorstellung des „quick learning“ als Prädiktor für die Qualität von Schlussfolgerungen und Testleistung angewendet werden konnte (vgl. Schommer, 1990).

Schommers Nachfolgeuntersuchungen mit Studierenden an Junior Colleges und Universitäten zeigten Unterschiede auf allen vier Skalen. Während Universitätsstudierende eher an eine angeborene feste Begabung glaubten, befanden sich Junior-College-Studierende auf den verbleibenden drei Skalen auf einem niedrigeren Niveau, glaubten also eher daran, dass Lernen schnell oder nie erfolgt und dass Wissen aus einzelnen Fakten besteht, die sicher und unveränderlich sind (Schommer und Dunnell, 1994).

Eine Untersuchung mit High-School-Schülerinnen und -Schülern zeigte, dass in der 9. Klasse keine Unterschiede zwischen begabten Lernern und anderen Schülerinnen und Schülern festzustellen waren, während am Ende der High-School-Zeit

[11] Für eine Kritik des methodischen Vorgehens und der inhaltlichen Angemessenheit siehe Hofer und Pintrich (1997, S. 108 ff.), Buehl und Alexander (2001, S. 396 f.) und für Weiterentwicklungen vgl. z. B. Jehnge u. a. (1993); Schraw u. a. (1995).

begabte Schülerinnen und Schüler seltener als andere an einfaches Wissen und schnelles lernen glaubten (Schommer und Dunnell, 1994).

Während der Schuljahre 9 bis 12 konnte Schommer einen positiven linearen Trend in allen Dimensionen, mit Ausnahme der Dimension Lernfähigkeit, feststellen. Auch Geschlechtsunterschiede konnten nachgewiesen werden. Schülerinnen waren demnach eher geneigt an eine innate ability oder quick learning zu glauben (Schommer, 1993b).

Hofer und Pintrich (1997, S. 118 ff.) leiten aus der Analyse von neun einschlägigen Untersuchungen (inklusive der hier beschriebenen) den Vorschlag ab, persönliche Epistemologien in zwei Kategorien zu erfassen, die sich jeweils in zwei Unterkategorien unterteilen und somit insgesamt ein vierdimensionales Modell ergeben. Unterschieden wird dabei in die Natur des Wissens als Produkt (*nature of knowledge*) und die Natur des Wissens als Zustand (*nature of knowing*). Die Kategorie 'nature of knowledge' enthält Vorstellungen zur Sicherheit von Wissen (*certainty of knowledge*) und Einfachheit von Wissen (*simplicity of knowledge*). Die Kategorie 'nature of knowing' enthält Vorstellungen zur Quelle des Wissens (*source of knowledge*) und zur Rechtfertigung von Wissen (*justification of knowledge*). Eine kurze Beschreibung der Kategorie ist Tab. 3.2 zu entnehmen. Dieses Modell ist empirisch erprobt worden und hat sich dabei bewährt (vgl. Hofer, 2000). Es zeigt unter anderem auch die Domänenspezifität epistemologischer Überzeugungen.

Bisher wurde in Übereinstimmung mit den näher vorgestellten Ansätzen (Perry, 1968; Schommer, 1990) so getan, als wären epistemologische Überzeugungen domänenunspezifisch. Als wäre es z. B. egal, ob über mathematisches oder psychologisches Wissen gesprochen wird. Auch wenn gerade die Fachdidaktiken schon immer fachspezifische Vorstellungen erhoben haben, so ist eine begründete Entscheidung unter Berücksichtigung der empirischen Befunde erst vor einigen Jahren gefällt worden. Muis u. a. (2006) analysieren vergleichend 19 empirische Studien und kommen zu dem Schluss, dass das Postulieren sowohl domänenübergreifender als auch domänenspezifischer Vorstellungen seine Berechtigung hat. Hofer (2006, S. 67) schreibt:

> [...] those who now study personal epistemology generally acknowledge levels of both domain specificity and domain generality [...]. We can be grateful to Muis u. a. (2006) for helping to bring closure to the specificity-generality debate.

Dem Standpunkt, dass die Frage nach der Berechtigung der Konstrukte domänenübergreifender/domänenspezifischer Vorstellungen geklärt sei, kann man sich angesichts der gründlichen Argumentation und umfangreichen empirischen Basis dieser Argumentation bei Muis u. a. (2006) sicher anschließen. Auf der Grundlage ihrer Analysen stellen Muis u. a. (2006, S. 30 ff.) ihre Theorie der integrierten Domänen der Epistemologie (Theory of Integrated Domains in Epistemology, TIDE) auf. Abb. 3.5 zeigt diese im Überblick. Auf den hier enthaltenen Entwicklungsaspekt soll nicht weiter eingegangen werden, da ein Mechanismus

Dimensionsbezeichnung	Beschreibung der Dimension
Natur des Wissens als Produkt (*nature of knowledge*)	
Sicherheit von Wissen (*certainty of knowledge*)	„The degree to which one sees knowledge as fixed or fluid [...] At lower levels, absolute truth exists with certainty. At higher levels, knowledge is tentative and evolving.“ (Hofer und Pintrich, 1997, S. 119)
Einfachheit von Wissen (*simplicity of knowledge*)	„[...] knowledge is viewed on a continuum as an accumulation of facts or as highly interrelated concepts.“ (Hofer und Pintrich, 1997, S. 120)
Natur des Wissens als Zustand (*nature of knowing*)	
Quelle des Wissens (*source of knowledge*)	„At lower levels [...] knowledge originates outside the self and resides in external authority, from whom it may be transmitted. The evolving conception of self as knower, with the ability to construct knowledge in interaction with others, is a developmental turning point [...]“ (Hofer und Pintrich, 1997, S. 120)
Rechtfertigung von Wissen (*justification of knowledge*)	„This dimension includes how individuals evaluate knowledge claims, including the use of evidence, the use they make of authority and expertise, and their evaluation of experts. As individuals learn to evaluate evidence and to substantiate and justify their beliefs, they move through a continuum of dualistic beliefs to the multiplistic acceptance of opinions to reasoned justification for beliefs.“ (Hofer und Pintrich, 1997, S. 120)

Tab. 3.2: Dimensionen epistemologischer Theorien nach Hofer und Pintrich (1997)

dieser Entwicklung weitgehend ungeklärt bleibt. Angenommen wird im Allgemeinen, dass sich persönliche epistemologische Vorstellungen in Auseinandersetzung mit der (sozialen) Umwelt komplex entwickeln (Muis u. a., 2006, S. 30 f.). Auf die Ähnlichkeit dieses Ansatzes zu den soziokulturellen Frames Bergers (Berger, 2001) und Abb. 3.4 sei ausdrücklich hingewiesen, speist sich doch der Ansatz von Berger (2001) aus Überlegungen im Rahmen eines qualitativen Forschungsparadigmas, während Muis u. a. (2006) sich wesentlich auf quantitative Forschungsergebnisse stützen, was eine gewisse Konvergenz der Ansätze oder Methodenunabhängigkeit nahelegt.

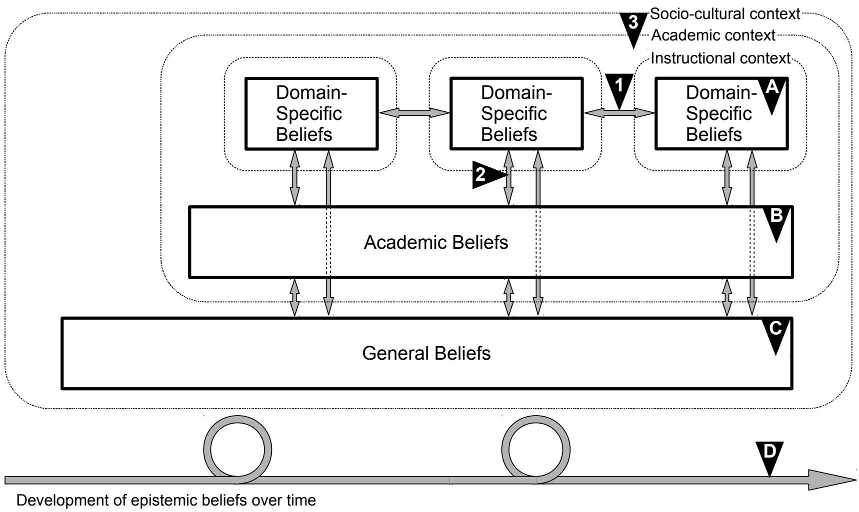


Abb. 3.5: TIDE: Theorie der integrierten Domänen der Epistemologie[12] (Muis u. a., 2006, S. 30)

Die angeführten Überlegungen legitimieren, ja erfordern zwingend die Auseinandersetzung mit den domänenspezifischen Vorstellungen (hier also die Physik und die Mathematik betreffend), die durchaus in Wechselwirkung mit übergeordneten epistemologischen Vorstellungen treten oder als deren domänenspezifische Manifestationen verstanden werden können.

[12] Die schwarzen Dreiecke mit den weißen Zahlen oder Buchstaben verweisen auf Arbeiten und Befunde, die die behauptete Beziehung oder Entwicklung in diesem Modell stützen (vgl. Muis u. a., 2006, S. 45-49).

3.5 Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik

Zunächst sollen hier die mathematikbezogenen Vorstellungen zusammengestellt werden, die neben allgemeinen und globalen Vorstellungen (vgl. 3.5.2 und folgende) über die Mathematik auch weitere (vgl. 3.5.3) Vorstellungen unter besonderer Berücksichtigung alters- und geschlechtsspezifischer Befunde (vgl. 3.5.4) und epistemologischer Bezüge (3.5.6) umfassen. Einen Schwerpunkt bilden dabei die aufschlussreiche Untersuchung von Grigutsch (1996) und darauf aufbauende Arbeiten (vgl. 3.5.5). Zunächst soll jedoch durch die Angabe möglicher Kategorisierungen von Vorstellungen über die Mathematik eine Art Überblick und Orientierungsrahmen geschaffen werden.

3.5.1 Kategorisierungen der Vorstellungen über die Natur der Mathematik

In der Mathematikdidaktik sind Vorstellungen wesentlicher Bestandteil der Forschungsarbeit der letzten Jahrzehnte. Die untersuchten Vorstellungen lassen sich verschiedentlich kategorisieren. Tab. 3.3 sind gängige Klassifizierungsmöglichkeiten zu entnehmen. Die Klassifizierungen, denen der Vorstellungsgegenstand zugrunde liegt, sind sehr ähnlich und zeigen viele Gemeinsamkeiten auf. Für diese Arbeit sind ausschließlich die Vorstellungen über die Mathematik und das Lernen von Mathematik relevant, also Unterkategorien der mathematikbezogenen Vorstellungen. Hinsichtlich des Inhabers der Vorstellungen stehen hier Lernende im Vordergrund, Literatur, die sich auf die Vorstellungen von Lehrenden bezieht, wird daher nicht herangezogen.

Auch die speziellen Vorstellungen zur Mathematik lassen sich konkretisieren. Eine gebräuchliche Einteilung, die auch in aktuellen Forschungen verwendet wird (vgl. Rolka und Halverscheid, 2006) geht auf Ernest (1989b, 1991) zurück, der drei verschiedene Sichtweisen auf die Mathematik angibt:

- die instrumentelle Sichtweise *(instrumentalist view)*: Mathematik wird als eine nützliche, aber unverbundene Ansammlung von Fakten, Formen und Algorithmen gesehen.
- die platonistische Sichtweise *(platonist view)*: Mathematik gilt als statisches, zu entdeckendes System von Wissen, wobei die einzelnen Wissensbestandteile miteinander vernetzt sind.
- die problemlösende Sichtweise *(problem-solving view)*: Mathematik wird als ein dynamisches Forschungsfeld verstanden, in dem kreative und konstruktive Prozesse wesentlich sind.

Eine weitere Unterteilung von Vorstellungen über die Mathematik ergibt sich, wenn man den Auflösungsgrad zum Kriterium macht, sich also fragt auf welchen Teil von Mathematik sich die Vorstellungen beziehen. Törner (2002, S. 86 f.) unterscheidet drei Ebenen unterschiedlicher Globalität: Auf der oberen Ebene sind Vorstellungen über die *Mathematik als Wissenschaftsdisziplin* angesiedelt, auf der

Kriterium	Kategoriennamen
Gegenstand der Vorstellung	nach Underhill (1988): a) Vorstellungen über die Mathematik als Disziplin b) Vorstellungen über das Lernen von Mathematik c) Vorstellungen über das Lehren von Mathematik d) Vorstellungen über die eigene Person im sozialen Kontext
	nach McLeod (1992): a) Vorstellungen über Mathematik b) Vorstellungen über die eigene Person c) Vorstellungen über das Lehren von Mathematik d) Vorstellungen über den sozialen Kontext
	nach Kloostermann (1996): a) Vorstellungen über Mathematik b) Vorstellungen über das Lernen von Mathematik (mit Unterkategorien)
	nach Pehkonen (1995): a) Vorstellungen über Mathematik b) Vorstellungen über die eigene Person innerhalb der Mathematik c) Vorstellungen über das Lehren von Mathematik d) Vorstellungen über das Lernen von Mathematik
	nach Op 't Eynde u. a. (2002): a) mathematikdidaktische Vorstellungen (zum Unterrichtsfach, zum Lernen von Mathematik und Problemlösen sowie zum Lehren von Mathematik) b) Vorstellungen über die eigene Person (mit Unterkategorien) c) Vorstellungen über den sozialen Kontext
Vorstellungsinhaber	a) Lehrende (Subkategorien z. B. nach Berufserfahrung, Geschlecht), b) Lernende (Subkategorien z. B. nach Alter, Geschlecht) und c) andere Personen (z. B. Eltern (Gutstein, 2006; Gradnitzer, 2009))

Tab. 3.3: Klassifizierungsmöglichkeiten mathematikbezogener Vorstellungen

mittleren Ebene Vorstellungen über *Teilbereiche der Mathematik*, wie z. B. Stochastik, Geometrie, Analysis und auf der unteren Ebene sind Vorstellungen zu *konkreten Inhalten* (z. B. Aufgaben (Kuntze und Zöttl, 2008), Realitätsbezüge (Maaß, 2006), Modellierungsaufgaben (Kaiser und Maaß, 2006), Grenzwerte von Funktionen (Juter, 2006)) angesiedelt. Innerhalb dieser Ebenen sind hier vor allem Vorstellungen der obersten Ebene, also Vorstellungen zur Mathematik im Allgemeinen relevant.

3.5.2 Allgemeine globale Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik

Wie also beschreiben Lernende Mathematik? Was kennzeichnet Mathematik aus ihrer Sicht?[13] Lässt man diese Fragen in ihrer Allgemeinheit von Lernenden beantworten, so zeigen sich recht einheitliche Forschungsresultate (Kislenko, 2009, S. 144). Mathematik wird als

- nützlich
- wichtig
- langweilig
- elitär
- regelgebunden

wahrgenommen. Gelegentlich kommen Attribute wie 'schwierig' (z. B. Brown u. a., 1988) oder Assoziationen wie 'auswendig lernen' (z. B. Dossey u. a., 1988) hinzu. Die wahrgenommene Nützlichkeit und die anerkannte Bedeutsamkeit der Mathematik zählen zu den am weitesten verbreiteten und empirisch am besten gesicherten Vorstellungen über die Mathematik (z. B. Nardi und Steward, 2003; Brekke u. a., 2004; Maaß, 2006). Zwischen der Ausprägung der Nützlichkeitsvorstellung und anderen Variablen, wie z. B. der Anstrengung, die beim Mathematiklernen unternommen werden (z. B. Ma, 1997) oder dem Kurswahlverhalten (z. B. Fennema und Sherman, 1977; Köller u. a., 2000), sind positive Zusammenhänge festgestellt worden. Studien, die die Vorstellung Lernender identifizieren, Mathematik sei langweilig, sind ebenfalls zahlreich (z. B. Ruffell u. a., 1998; Hannula und Malmivuori, 1996). Nardi und Steward (2003) beobachteten auf ihrer Suche nach einem Profil der „quiet disaffection from school mathematics" ein Jahr lang drei Schulklassen eines 9. Jahrgangs in Großbritannien und kommen zu dem Schluss: „its characteristics include: Tedium, Isolation, Rote learning (rule-and-cue following), Elitism and Depersonalisation" (Nardi und Steward, 2003, S. 345).

Schoenfeld (1992, S. 359) fasst einen weiteren Teil der Forschung zusammen und schreibt unter Verweis auf Ball (1988), Schoenfeld (1985) und Stodolsky (1985):

[13] Einen methodisch fragwürdigen, weil lediglich auf persönlichen Erfahrungen beruhenden oder Quellen nicht preisgebenden, heuristisch jedoch wertvollen Überblick liefert Spangler (1992).

> Commonly, mathematics is associated with certainty; knowing it, with being able to get the right answer, quickly.

Als ursächlich dafür betrachtet Schoenfeld (1992) die gemachten Schulerfahrungen.[14]

3.5.3 Weitere Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik

Weitere typische Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik lassen sich nach Schoenfeld (1992, S. 359) in folgenden sieben Punkten zusammenfassen:

- Mathematics problems have one and only one right answer.
- There is only one correct way to solve any mathematics problem – usually the rule the teacher has most recently demonstrated to the class.
- Ordinary students cannot be expected to understand mathematics; they expect simply to memorise it and apply what they have learned mechanically.
- Mathematics is a solitary activity, done by individuals in isolation.
- Students who have understood the mathematics they have studied will be able to solve any problem in five minutes or less.
- The mathematics learned in school has little or nothing to do with the real world.
- Formal proof is irrelevant to processes of discovery or invention.

Hier liegen also aus didaktischer Sicht grundlegende Missverständnisse vor. Zunächst ist das „Erzeugen" von Mathematik wenigen Auserwählten vorbehalten. Probleme werden einerseits als weltfremd wahrgenommen und andererseits mit Routineaufgaben verwechselt, die schnell oder gar nicht dadurch zu lösen sind, dass (kurz) zuvor auswendig gelernte Formeln und Algorithmen angewendet werden. „Mathematics is computation" schreibt Frank (1990, S. 33) über eine Vorstellung von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I. Stodolsky u. a. (1991, S. 96) schreiben über 254 Schülerinnen und Schüler der 5. Jahrgangsstufe:

> The majority of pupils defined math in terms of the basic arithmetic operations and as dealing with numbers.

Auch für deutsche Studierende des Lehramts bestätigen z. B. Gellert (1998, S. 99) und Winter (2003, S. 149), dass Mathematik zumeist als zu befolgendes Regelwerk angesehen wird, dessen Inhalte nur vermittelt werden können. Insofern ist auch der Befund einsichtig, dass Lehramtstudierende das „Erklären können" für

[14] Dieser These ist grundsätzlich zuzustimmen, spielt doch die Schule bei der Reproduktion des „Mythos Mathematik" eine wesentliche Rolle. Allerdings greift die Einschränkung der möglichen Ursachen auf die Schulerfahrung zu kurz. Auf diesen Punkt wird noch einzugehen sein (vgl. 2.2). Eine Betonung des unterrichtlichen Erlebens neben weiteren Einflussfaktoren findet man z. B. bei Pehkonen (1994, S. 18).

besonders relevant für ihren zukünftigen Beruf halten. Weiterhin legen Befunde von Pieper-Seier (2002, S. 369 f.) nahe, dass Lehramtstudierende nicht über eine belastbare positive Beziehung zur Mathematik verfügen und kein aktives wissenschaftliches Interesse an Mathematik haben.

Bezüglich des oben aufgeführten Nützlichkeitsaspektes von Mathematik, der von Lernenden aller Altersklassen anerkannt wird, seien zwei Beispiele dargestellt. Für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 5 konnten Rolka und Halverscheid (2006) mit Hilfe von Schülerzeichnungen zum Thema Mathematik zeigen, dass mehr als die Hälfte ihrer Probanden eine instrumentelle Sicht auf die Mathematik aufweisen.

Maaß (2006) differenziert die Aspekte Nützlichkeit und Wichtigkeit der Mathematik und erhebt diesbezüglich Vorstellungen von Lehramtstudierenden. Dazu unterscheidet sie drei Bedeutungen:

- die *pragmatische Bedeutung* („Mathematik [ist] beim Verstehen und Bewältigen von Umweltsituationen sowie im Beruf nützlich" (Maaß, 2006, S. 121)),
- die *methodologische Bedeutung* (mit Mathematik werden allgemeine Qualifikationen erworben (z. B. Problemlösekompetenz)) und
- die *kulturbezogene Bedeutung* (Verbindungen zwischen Realität und Mathematik sind für „die Entwicklung unserer Gesellschaft von hoher Bedeutung" (Maaß, 2006, S. 122)).

Im Ergebnis ihrer empirischen Untersuchung, deren Datengrundlage auf einen Fragebogen (8 offene Fragen) der von 89 überwiegend (81 von 89) weiblichen Mathematik-Lehramtstudierenden beantwortet wurde, zurückgeht und mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring ausgewertet wurde, schreibt Maaß (2006, S. 128) bezogen auf die erste Bedeutungsdimension:

> Insgesamt scheinen die Beliefs bezüglich der pragmatischen Bedeutung von Mathematik, insbesondere bezogen auf die unmittelbare Nützlichkeit im Alltag ausgebildet zu sein. Beliefs bezüglich eines besseren Verständnisses der direkten Umwelt oder von Teilen der Welt [...] konnten kaum rekonstruiert werden. Explizit wurde die Bedeutung von Mathematik für ein besseres Weltverständnisses von keinem angesprochen. Vielmehr scheinen viele Studierende Beliefs zu haben, die besagen, dass Mathematik für das Individuum nicht wichtig ist.

Vorstellungen über die methodologische Bedeutung von Beliefs konnten kaum rekonstruiert werden. Die Vorstellungen zur kulturellen Bedeutung waren in einer abstrakten Allgemeinheit zu finden, Präzisierungen dieser Bedeutungszuschreibung waren jedoch selten. Die rekonstruierten Standpunkte weisen eine erhebliche Breite auf und reichten von Vorstellungen, „dass Mathematik kaum eine kulturelle Bedeutung hat, bis hin zu solchen, die tendenziell auf eine Weltsicht vom Modellierungsstandpunkt hindeuten" (Maaß, 2006, 130 f.).

Schließlich formuliert Maaß (2006) fünf Idealtypen bezüglich der Nützlichkeitsvorstellungen entlang der sich als relevant herausgestellten Dimensionen kulturelle und pragmatische Bedeutung. Diese Idealtypen legitimieren sich durch die Zuordnung ihrer befragten Studierenden zu den entsprechenden Kategorien. Hier wird auf eine detailierte Beschreibung der Idealtypen verzichtet, der weitgehend selbsterklärende Überblick in Abb. 3.6 soll genügen. Für Details sei auf Maaß (2006, S. 131 ff.) verwiesen.

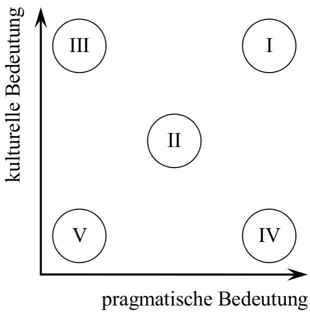


Abb. 3.6: Idealtypen hinsichtlich der Vorstellungen zur Nützlichkeit von Mathematik (Maaß, 2006, S. 132)

Studierende, die Idealtyp I entsprachen, konnten nicht gefunden werden. Auf die Idealtypen III, IV und V entfielen in etwa gleich viele Studierende. Idealtyp II hat sich empirisch als am bedeutendsten herausgestellt (Maaß, 2006, S. 133):

> Die größte Anzahl von Studierenden konnte dem Idealtyp II zugeordnet werden. Die Ausprägung der unmittelbaren pragmatischen Beliefs innerhalb dieser Gruppe schien jedoch sehr unterschiedlich zu sein, was insbesondere an der Nennung der Beispiele deutlich wurde. [. . .] Die Sichtweisen dieser Studierenden zeigen, wie ambivalent die Nützlichkeit von Mathematik vielfach wahrgenommen wird. Einerseits sind viele von der Nützlichkeit von Mathematik überzeugt, andererseits können sie nur einfachste Beispiele aus dem Alltag angeben.

Lernende nehmen also insbesondere auch eine pragmatische und kulturbezogene Nützlichkeit der Mathematik wahr und zwar zumeist in mittlerer Ausprägung. Für die vorliegende Arbeit ist dies von Interesse, da sich Fragen aufdrängen, wie z. B.: Ist die allgemeine Vorstellung von der Nützlichkeit der Mathematik auch innerhalb der Physik wirksam? Wann ist Mathematik in der Physik eigentlich nützlich und wofür? Wird Physik nützlicher oder besser, wenn sie Mathematik verwendet? Inwieweit auf diese Fragen eine Antwort gegeben werden kann, wird sich zeigen, als Interpretationsrahmen sind diese Nützlichkeitsvorstellungen dennoch wertvoll.

3.5.4 Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik unter besonderer Berücksichtigung von Alter und Geschlecht der Lernenden

Im Folgenden soll kurz auf einige geschlechtsspezifische Resultate eingegangen werden. So konnten Nardi und Steward (2003) zeigen, dass ein großer Teil von vor allem Schülerinnen mathematische Fähigkeiten als unveränderbar und Mathematik als zu erlernendes System von Regeln auffassen, die zur Lösung von Aufgaben abgerufen werden müssen. Die wichtigsten, weil grundlegenden Arbeiten zur Frage nach den geschlechtsspezifischen Sichtweisen auf Mathematik stammen von Fennema und Sherman (1977, 1978) und basieren auf der zuvor entwickelten Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scale (Fennema und Sherman, 1976). Ihr Hauptergebnis besteht darin zu zeigen, dass die Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen sich weniger auf die Leistungsfähigkeit als vielmehr auf das Vertrauen in ihre Leistung beziehen.

In mehreren Studien wurde daran anknüpfend gezeigt, dass Jungen der Mathematik leicht positiver gegenüber stehen (z. B. Aiken, 1976; Kasimati und Yalamas, 2000), weniger ängstlich gegenüber treten (z. B. Campbell und Evans, 1997; Grigutsch, 1996; Woodard, 2004) und als nützlicher betrachten (z. B. Hilton und Berglund, 1974; Perl, 1979; Grigutsch, 1996; Brekke u. a., 2004) als Mädchen. Für norwegische Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 6 und 9 konnten Brekke u. a. (2004) geschlechtsspezifische Unterschiede in allen von ihnen untersuchten Dimensionen 'Diligence', 'Interest', 'Usefulness', 'Self confidence', 'Security' finden, wobei die Unterschiede in Klassenstufe 9 deutlicher und zugunsten der Schüler ausgeprägt sind. Einzige Ausnahme bildet die Dimension 'Diligence'.

Brekke u. a. (2004) liefern damit nicht nur Hinweise auf geschlechtsspezifische Unterschiede, sondern auch auf Unterschiede zwischen den Jahrgangsstufen im Allgemeinen. So stellen sie fest, dass sich das Interesse, die Einsicht in die Nützlichkeit und das Selbstvertrauen bezogen auf die Mathematik abschwächen, während sich die Wahrnehmung, dass Mathematik harte Arbeit bedeutet, mit dem Alter verstärkt. Hingegen konnten z. B. Brown u. a. (1988) für amerikanische Schülerinnen und Schüler keine signifikanten Unterschiede zwischen den Vorstellungen der Jahrgänge 7 und 11 feststellen. Eine neuere Untersuchung estnischer Lernender der Jahrgangsstufen 7, 9 und 11 liegt von Kislenko (2009) vor, die unter anderem die Faktoren Interesse an Mathematik und Nützlichkeit von Mathematik identifiziert und sowohl Hinweise auf geschlechts- als auch altersspezifische Unterschiede findet.

3.5.5 Die Untersuchung von Grigutsch (1996) und Folgeuntersuchungen

Innerhalb der deutschen Mathematikdidaktik spielen die Arbeiten von Grigutsch eine entscheidende Rolle. In seiner Dissertation (Grigutsch, 1996) bestimmt er explorativ faktorenanalytisch vier Dimensionen der Vorstellungen von Mathematik:[15] Schema, Prozess, Formalismus und Anwendung und führt dazu aus:

> Die vier Dimensionen sind m. E. wahrscheinlich die konstitutiven Elemente des Mathematikbildes in dem Sinne, dass sie die grundsätzliche Ausrichtung und Charakteristik des komplexen und differenzierten Mathematikbildes festlegen (Grigutsch, 1996, S. 102).

Tab. 3.4 enthält eine kurze Beschreibung und ein Beispiel für die jeweilige Operationalisierung. Für die Dimension Formalismus ist zu sagen, dass es sich eigentlich mehr um die Frage der Exaktheit handelt als um die Frage der Formalisierung. Die anderen Dimensionsbezeichnungen sind durchaus treffend.

identifizierte Dimensionen	Beschreibung der Dimension und Beispielitem
Formalismus-Aspekt	Mathematik zeichnet sich durch Strenge und Präzision der Begrifflichkeiten, Sprache und Gedankenführung aus. (Beispielitem: Im Mathematikunterricht muss man alles ganz genau ausdrücken.)
Schema-Aspekt	Mathematik wird als Sammlung von Regeln und Algorithmen, die gelernt werden müssen gesehen. (Beispielitem: Mathematik ist eine Sammlung von Rechenverfahren und Rechenregeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.)
Prozess-Aspekt	Mathematik wird als problembezogener Prozess des Entdeckens und Verstehens verstanden. (Beispielitem: Mathematik ist eine Tätigkeit, über Probleme nachzudenken und dann Ideen und Lösungen zu finden und zu verstehen.)
Anwendungsaspekt	Mathematik hat praktische Bedeutung oder direkte Anwendungen. (Beispielitem: Viele Teile der Mathematik haben einen praktischen Nutzen oder einen direkten Anwendungsbezug.)

Tab. 3.4: Dimensionen der Vorstellungen zur Mathematik (nach Grigutsch, 1996)

[15] Genau genommen identifiziert Grigutsch fünf Dimensionen, von denen eine, die rigide Schemaorientierung, nach der es für jede Mathematikaufgabe nur einen Lösungsweg gibt, hier nicht weiter beachtet wird. Zum Einen, weil es sich um eine Verschärfung des Schemaaspekts handelt, zum Anderen, weil diese Dimension auch von Grigutsch selber als nicht besonders wichtig betrachtet wurde (vgl. das folgende Zitat).

Die Ergebnisse von Grigutsch weisen darauf hin, dass sich die Vorstellungen bezüglich der Mathematik in diesen Dimensionen entwickeln. Lediglich die Dimension Formalismus erfährt durchweg hohe Zustimmung und bleibt über die Schulkarriere hinweg scheinbar unverändert. Das Bild der Schülerinnen und Schüler von Mathematik „wird in der 6. Klassenstufe vom Schema-Aspekt dominiert; hinzu tritt die hohe Überzeugung von der Anwendbarkeit der Mathematik" (Grigutsch, 1996, S. 108). Der Prozess-Aspekt wird in Klassenstufe 6 als weniger bedeutsam wahrgenommen. In Klassenstufe 9 hingegen „wird das Bild von Mathematik vom Schema- und Formalismus-Aspekt geprägt, während der Prozess- und der Nutzen-Aspekt der Mathematik mit leicht geringerer Bedeutung gesehen wird" (Grigutsch, 1996, S. 114). Grundkurse in Klassenstufe 12 betonen besonders stark den Schema- und den Formalismus-Aspekt. „Im Vergleich dazu sind der Prozess- und der Anwendungs-Aspekt [...] unbedeutsam" (Grigutsch, 1996, S. 120). In Leistungskursen hingegen „dominiert der Formalismus-Aspekt das Mathematikbild. Die Aspekte Prozess, Schema und Anwendung sind weniger bedeutsam; sie sind zwar ein Kennzeichen der Mathematik, werden aber im Schnitt nur schwach zustimmend bis tendenziell mittel eingeschätzt" (Grigutsch, 1996, S. 126).

Die Korrelationen zwischen diesen Dimensionen werden von Grigutsch bestimmt und ergeben für die Klassenstufen 9 und 12 ein gemeinsames Zusammenhangsmuster, das sich von dem der Klassenstufe 6 unterscheidet. Hierauf wird nicht genauer eingegangen, da das methodische Vorgehen (Berechnung von Korrelationskoeffizienten) bestenfalls als explorativ gelten kann. Eine echte Modelltestung im Sinne der Strukturgleichungsmethodik, die hier adäquat wäre, liegt nicht vor. Für Details sei auf Grigutsch (1996, S. 135 f.) verwiesen.

Schließlich findet Grigutsch (1996, Kapitel 6) statistische Indizien, die für Zusammenhänge mit dem Selbstbild der Lernenden sprechen. Insbesondere die subjektive oder objektive Leistungsfähigkeit sind hier relevant (Grigutsch, 1996, S. 186):

> Objektiv oder subjektiv schlechte Schüler (und Schülerinnen, O.K.) [...] sind:
>
> - stärker schema-orientiert, [...]
> - weniger prozess-orientiert und
> - weniger überzeugt vom Nutzen der Mathematik
>
> als objektiv oder subjektiv gute Schüler (und Schülerinnen, O.K.).

Unter geschlechtsspezifischer Perspektive fasst Grigutsch (1996, S. 193) zusammen:

> Jungen und Mädchen besitzen weitgehend ähnliche Mathematikbilder, aber in manchen Dimensionen bestehen signifikante und leichte geschlechtsspezifische Unterschiede. Jungen aller Altersstufen sehen Mathematik etwas stärker als problembezogenen Erkenntnis- und Verstehensprozess und sind eher von einer Anwendbarkeit und einem Nutzen der Mathematik überzeugt als Mädchen.

In der Klassenstufe 12 stellt Grigutsch zusätzlich einen Unterschied in der Bewertung des Schemaaspekts fest. So sind Mädchen eher der Ansicht, dass Mathematik einen ausgeprägten Schemaaspekt besitzt, also aus einer Ansammlung von Rechenverfahren besteht. Über die untersuchten Leistungskurse der Klassenstufe 12 hinweg unterscheiden sich die Weltbilder von Jungen und Mädchen praktisch nicht. Für die Grundkurse der Klassenstufe ist das ganze Gegenteil der Fall. Hier unterscheiden sich Jungen und Mädchen in allen Dimensionen.

Aufbauend auf den Untersuchungen von Ryan (1984), Schommer (1990) und Grigutsch (1996) entwickeln Köller u. a. (2000) vier Skalen, die sie „Mathematik als kreatives Sprachspiel“, „Schemaorientierung“, „Mathematik als Leistung des Entdeckens“ und „Alltagsrelevanz“ nennen. Auch hier werden Hinweise darauf berichtet, nach denen sich „mathematische Weltbilder im Laufe der Ontogenese ausdifferenzieren“ (Köller u. a., 2000, S. 242) und insbesondere fällt es Jugendlichen der Sekundarstufe I (Klassenstufe 8) „offenbar noch schwer, unterschiedliche Konzepte zu trennen“, wodurch die Autoren das Ausbleiben einer Bestätigung ihrer intendierten Faktorenstruktur erklären. Die Ergebnisse legen es hier, wie auch schon bei Schoenfeld (1992) und Grigutsch (1996) nahe, die Vorstellungen Lernender von der Mathematik grob in zwei Gruppen zu unterscheiden: statische (Endlichkeit und Schemaorientierung der Mathematik) vs. dynamische Vorstellungen (Prozessaspekt und Anwendbarkeit).

3.5.6 Epistemologische Vorstellungen zur Mathematik

Auf die Frage, die am Ende von Abschnitt 3.4 stand, inwiefern die hier aufgeführten Vorstellungen zum Bild der Mathematik mit den allgemeinen epistemologischen Vorstellungen zusammenhängen, sei auf die folgende Aufzählung verwiesen. In ihr werden den oben beschriebenen Dimensionen epistemologischen Wissens nach Hofer und Pintrich (1997) die identifizierten Vorstellungen Lernender über die Natur der Mathematik zugeordnet (vgl. de Corte u. a., 2002, S.305 f.).

- *Certainty:* Zu Mathematik wird Sicherheit assoziiert (Lampert (1990) oder Ernests platonist view (vgl. S. 98)).
- *Simplicity:* Mathematik zu beherrschen, bedeutet in der Lage zu sein, sich an die richtige Regel zu erinnern und diese anzuwenden, wenn man von der Lehrperson danach gefragt wird (vgl. Ernests instrumentalist view (S. 98, Lampert (1990)); die Schulmathematik hat wenig oder gar nichts mit der realen Welt zu tun (Schoenfeld, 1992); mathematische Probleme haben eine und nur eine Lösung (Schoenfeld, 1992).
- *Sources:* Mathematik zu betreiben, heißt Regeln befolgen, die einem von der Lehrperson vorgegeben werden (Lampert, 1990); Beweise sind irrelevant für für den Prozess des Entdeckens oder Erfindens von Mathematik (Schoenfeld, 1992); vgl. auch Grigutschs Schema-Aspekt (S. 105).

- *Justification:* Über die Richtigkeit einer Lösung entscheidet die Autorität der Lehrperson (Lampert, 1990); es gibt in der Regel nur einen Weg, ein mathematisches Problem zu lösen, meist durch Anwenden einer Regel, die der Lehrer vorgegeben hat (Schoenfeld, 1992).

Damit sind die Forschungsbefunde zu Vorstellungen Lernender über die Mathematik so weit dargestellt, dass man sie als Reflexionsfolie für eigene Ergebnisse verwenden kann. Eine knappe Zusammenfassung findet sich in Abschnitt 3.8.

3.6 Vorstellungen Lernender über die Natur der Physik

In den folgenden Abschnitten werden Vorstellungen Lernender über die Physik thematisiert. Dazu werden zunächst einige Ausführungen aus Abschnitt 3.2 spezifiziert und ergänzt (Abschnitt 3.6.1) und eine in der physikdidaktischen community weitgehend akzeptierte Sicht wünschenswerter Vorstellungen zusammengefasst (Abschnitt 3.6.2). Daran anschließend werden allgemeine globale (Abschnitt 3.6.3) und weitere (Abschnitt 3.6.4) Vorstellungen Lernender über die Natur der Physik vorgestellt, bevor Forschungsergebnisse zu Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik (Abschnitt 3.7) aufgeführt werden.

3.6.1 Relevanz von Vorstellungen über die Natur der Physik

Eine Vielzahl von Gründen, die bereits in größerer Allgemeinheit vorgestellt wurden, legt es nahe, Vorstellungen über die Physik zum Ziel und Gegenstand fachlichen Lernens in Schule und Hochschule zu machen. Gleichzeitig wird damit auch der Anspruch auf Relevanz dieser Vorstellungen in fachdidaktischer Forschung erhoben. Dieser Argumentation liegt die These zugrunde, dass Unterrichtsinhalte und Unterrichtshandeln Gegenstände fachdidaktischer Forschung sein sollten. Akzeptiert man diese These, so zieht eine Bedeutung für schulische Lehr-Lernprozesse auch eine Bedeutung für fachdidaktische Forschung nach sich. Damit werden also Argumente für die Behandlung von Aspekten der Natur der Physik im Unterricht gleichzeitig auch zu Argumenten für die Erforschung derselben. Neben dem auch hier gültigen *lernpsychologischen Argument*, dass auf die notwendige Kenntnis des Vorverständnisses zur Erstellung angemessener Lernumgebungen rekurriert, der Erkenntnis, dass Zusammenhangswissen sinnstiftend ist oder Metawissen (als das man Vorstellungen *über* Physik verstehen kann) Lernprozesse steuert, führen Driver u. a. (1996, S. 16 ff.) weitere Argumente an, die hier in der Übersetzung von Kircher und Dittmer (2004, S. 2 f.) wiedergegeben werden:

1. Das *Nützlichkeitsargument*: Ein Verständnis der Natur der Naturwissenschaften ist notwendig, wenn man Naturwissenschaften verstehen und technische Objekte und Prozesse handhaben und erledigen soll, die einem im täglichen Leben begegnen.

2. Das *demokratische Argument*: Man muss das Wesen der Naturwissenschaften verstehen, damit man gesellschaftlich-naturwissenschaftliche Probleme verstehen und an Entscheidungsprozessen teilnehmen kann.
3. Das *kulturelle Argument*: Ein solches Verständnis der Naturwissenschaften ist notwendig, um die Naturwissenschaften als ein wesentliches Element der gegenwärtigen Kultur zu schätzen.
4. Das *moralische Argument*: Es ist von allgemeinem sittlichen Wert, die Normen der naturwissenschaftlichen Gemeinschaft mit ihren moralischen Verpflichtungen zu verstehen.

Auch Meyling (1990, S. 170) fasst zusammen:

> Wissenschaftstheoretische Reflexion im Unterricht hat eine (allgemein)bildende, weltanschauliche/ideologische, methodische, lernpsychologische, exemplarische, kritische Funktion.

3.6.2 Welches Bild von Physik sollten Lernende entwickeln?

Im Gegensatz zur Mathematikdidaktik, in der ein explizit formuliertes, auf Konsens beruhendes Bild von Mathematik, wie es Lernende entwickeln sollen, fehlt, sind in der Physikdidaktik Punkte formuliert worden, die aus Sicht der jeweiligen Autoren als konsensfähig gelten. Dieser Konsens bezieht sich auf die science education community bzw. die deutschsprachige Physikdidaktik, die diesen englischsprachigen Konsens teilt und, wie sich noch zeigen wird, auf einem hinreichenden Allgemeinheitsgrad der Beschreibungen. Von einem interdisziplinären Konsens kann auch hier, vor allem wenn es um detaillierte Aussagen über den physikalischen Wissenserwerb geht, bestenfalls mit Abstrichen eine Rede sein (vgl. Abschnitt 2.1). Philosophinnen und Philosophen im Bereich der Wissenschaftstheorie, Wissenschaftshistorikerinnen und -historiker, Wissenschaftssoziologinnen und -soziologen sowie Fachwissenschaftlerinnen und Fachwissenschaftler haben verschiedene Ansichten davon, was Wissenschaft im Allgemeinen und Physik im Besonderen ist. Auch intradisziplinär sind im Detail deutliche Diskrepanzen festzustellen (für die Philosophie vgl. z. B. die empirische Arbeit von Alters (1997)). Und auch innerhalb der science education community wird trotz des noch darzustellenden Konsens „the lack of a standardized definition for *adaquate understanding* [of the nature of science]“ (Meichtry, 1993, S. 436) festgestellt.

Der Konsens der science eduaction community geht im Wesentlichen auf Arbeiten im Rahmen des Projekts 2061: Science for all Americans (Rutherford und Ahlgren, 1989) zurück. Dort werden Vorstellungen über die wissenschaftliche Weltsicht, naturwissenschaftliche Untersuchungsmethoden und das Unternehmen Wissenschaft zusammengetragen, die hier anhand der verwendeten Überschriften zusammengestellt werden (Rutherford und Ahlgren, 1989):

1. The world is understandable.

2. Scientific ideas are subject to change.
3. Scientific knowledge is durable.
4. Science cannot provide complete answers to all questions.
5. Science demands evidence.
6. Science is a blend of logic and imagination.
7. Science explains and predicts.
8. Scientists try to identify and avoid bias.
9. Science is not authoritarian.
10. Science is a complex social activity.
11. Science is organized into content disciplines and is conducted in various institutions.
12. There are generally accepted ethical principles in the conduct of science.
13. Scientists participate in public affairs both as specialists and as citizens.

McComas und Olson (1998) nehmen eine Analyse von acht englischsprachigen Rahmenvorgaben (USA, Kanada, Neu Seeland, Australien, Groß Britannien) für den naturwissenschaftlichen Unterricht vor und stellen ein Profil eines Bildes über die Natur der Naturwissenschaften zusammen, verzichten aber begründet darauf, eine Art Zusammenfassung vorzunehmen (McComas und Olson, 1998). An anderer Stelle in dem gleichen Sammelband ist dann allerdings einer der Autoren doch an der Erstellung einer solchen Zusammenfasung beteiligt. McComas u. a. (1998, S. 6 f.) führen die folgenden 14 Punkte an:

1. Scientific knowledge while durable, has a tentative character.
2. Scientific knowledge relies heavily, but not entirely, on observation, experimental evidence, rational arguments and scepticism.
3. There is no one way to do science (therefore, there is no universal step-by-step scientific method).
4. Science is an attempt to explain natural phenomena.
5. Laws and theories serve different roles in science, therefore students should note that theories do not become laws even with additional evidence.
6. People from all cultures contribute to science.
7. New knowledge must be reported clearly and openly.
8. Scientists require accurate record keeping, peer review and replicability.
9. Observations are theory-laden.
10. Scientists are creative.

11. The history of science reveals both an evolutionary and revolutionary character.
12. Science is part of social and cultural traditions.
13. Science and technology impact each other.
14. Scientific ideas are affected by their social & historical milieu.

Lederman u. a. (2002) sind sich zwar der Tatsache bewusst, dass viele Detailfragen über die Natur der Naturwissenschaften strittig sind, halten aber einige Aspekte für grundsätzlich konsensfähig und durch Konsens getragen.

> It is our view, however, that many disagreements about the specific definition or meaning of NOS that continue to exist among philosophers, historians, sociologists, and science educators are irrelevant to K–12 instruction. [...] Moreover, at one point in time and at a certain level of generality, there is a shared wisdom (even though no complete agreement) about NOS among philosophers, historians, and sociologists of science (Lederman u. a., 2002, S. 499).

Für Lederman u. a. (2002, S. 499 ff.) ist naturwissenschaftliches, also auch physikalisches Wissen

1. at least partially based on observations of the natural world, but
2. includes inferences that are not easy to agree on or accessible through our senses (or their extensions);
3. represented in laws and theories (which are distinguishable forms of knowledge);
4. generated in a process that also involves human imagination and creativity;
5. theory-laden;
6. affected by various elements and intellectual spheres of the culture in which it is embedded;
7. not produced by a single scientific method;
8. although reliable and durable, is subject to change.

Osborne u. a. (2003a) schließlich führen die angemessene Delphistudie durch und befragen 23 internationale Experten aus den Bereichen naturwissenschaftliche Fachdidaktik (science education), Naturwissenschaften (science), Wissenschaftsgeschichte, -philosophie und -soziologie. Im Ergebnis dieser Studie konnten neun Themen identifiziert werden, die zwischen den Experten weitgehend konsensfähig waren und als relevant für schulischen Unterricht bewertet wurden. Diese neun Themen betreffen (Osborne u. a., 2003a, S. 705 ff.):

1. wissenschaftliche Methoden und kritisches Testen (scientific method and critical testing), wobei das Experiment als zentrales methodisches Element der Wissenschaft bezeichnet wird,
2. die Rolle von Kreativität (creativity), die Schülerinnen und Schüler selbst erfahren sollten, statt nur von ihr zu hören,
3. die geschichtliche Entwicklung wissenschaftlichen Wissens (historical development of scientific knowledge) unter Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen Gesellschaft und Wissenschaft,
4. die Bedeutung des In-Frage-Stellens (science and questioning),
5. die Diversität wissenschaftlichen Denkens (diversity of scientific thinking) und der einhergehenden Methoden und Arbeitsweisen,
6. die Analyse und Interpretation von Daten (analysis and interpretation of data), die aus Daten wissenschaftliche Informationen machen,
7. die unterschiedliche Sicherheit verschiedener Formen wissenschaftlichen Wissens (science and certainty),
8. das Erzeugen von Hypothesen und Vorhersagen (hypothesis and prediction) sowie deren Überprüfung,
9. die Kooperation und gegenseitige Begutachtung bei der Entwicklung wissenschaftlichen Wissens (cooperation and collaboration in the development of scientific knowledge).

Sandoval (2005) schließlich, der die Wechselwirkungen zwischen 'learning through inquiry' und 'students' practical epistemologies' untersucht, gibt vier für seine Zwecke geeignete Kategorien an, die er für konsensfähig hält und über die er schreibt (Sandoval, 2005, S. 639):

> These themes are not new, and it does not seem particularly important to agree on whether the "right" number of themes is four, or seven, or something else. [...] I do believe, however, that the four themes discussed below are clearly distinct from each other, if interrelated.

Seine vier Themen, die er als „minimal set of epistemological conceptions that students should know" (Sandoval, 2005, S. 641) verstanden wissen will, lauten (Sandoval, 2005, S. 639 ff.):

1. Scientific knowledge is constructed;
2. diversity of scientific methods,
3. forms of scientific knowledge,
4. scientific knowledge varies in certainty.

Die behauptete Unabhängigkeit dieser Themen lässt sich allerdings bezweifeln und wird letztlich durch die Art der verwendeten Operationalisierung bedingt, was hier allerdings nicht weiter relevant ist.

Damit sind fünf Ansätze vorgestellt, die einen gewissen Anspruch auf Allgemeingültigkeit und Konsensfähigkeit, wenigstens innerhalb der science education community, erheben. Genaueres Hinsehen zeigt, dass die Ansätze tatsächlich viele Überschneidungen aufweisen, dass aber andererseits auch deutliche Unterschiede zu erkennen sind.

Meiner Ansicht nach lassen sich aus den vorgestellten Zusammenfassungen einige Kategorien bilden (vgl. Tab. 3.5), innerhalb derer sich die Aussagen zumindest nicht widersprechen, zumeist sogar gegenseitig ergänzen. Diese Kategorien sind nicht unabhängig voneinander, aber ausreichend trennscharf, um die vorgestellten Aussagen (in der Regel eindeutig) zu verorten. In gewisser Weise könnte man daher von einem Konsens über die (vermeintlichen) Konsense sprechen. Demnach werden durch Physik eine als erklärbar betrachtete Welt oder Vorgänge in ihr erklärt. Dabei entsteht Wissen unterschiedlicher zeitlicher Stabilität, das historischen Entwicklungen unterliegt, und als menschliches Konstrukt aufzufassen ist, an dessen Erstellung kreative, erfinderische Menschen beteiligt sind, die individuelle Vorverständnisse in ihre Arbeit einfließen lassen. Diese Menschen sind in soziale, kulturelle und institutionelle Kreise eingebunden, in denen Normen und Werte gelten, die Einfluss auf die Wissenskonstruktion haben. Somit gibt es nicht die eine Methode der Physik. Physikalisches Wissen hat einen experimentell-empirischen Bezug, entsteht aber auch durch Argumente, Beweise und Schlussfolgerungen und genaues, nachvollziehbares Arbeiten. In der Physik wird Wissen verschiedener Art konstruiert, das nicht ineinander umwandelbar ist (Theorie vs. Gesetz). Einen detaillierten Überblick über die Vergleichbarkeit der vorgestellten Konsense bietet Tab. 3.5.

Auf eine Einordnung der vier Kategorien von Sandoval (2005) wurde hier verzichtet, da diese recht überschaubar sind und mit den von mir extrahierten Kategorien identisch sind (forms of scientific knowledge, scientific knowledge varies in certainty) bzw. mehrere dieser Kategorien zusammenfassen (scientific knowledge is constructed, diversity of scientific methods).

In Anbetracht dieser Ergebnisse muss man den gepriesenen Konsens einschränkend als oberflächlich betrachten. Zwar gibt es einen kleinen Kern von Aussagen, die konsensfähig sind, diese sind aber so allgemein zu formulieren, dass mehr als eine grobe Orientierung nicht von ihnen ausgehen kann.[17] Schon hier sei aber bemerkt, dass ein expliziter Mathematikbezug in allen diesen Aussagen vergeblich

[16] Die angegebenen Ziffern stehen für Aussagen aus den Auflistungen der jeweiligen Autoren und verweisen auf diese (vgl. Seiten 109 bis 111). Die Reliabilität dieser Zuordnung wurde mit zwei weiteren Kodierern (Forscherinnen oder Forscher im Bereich Didaktik der Physik) kreuzvalidiert. Die prozentualen Übereinstimmungen betragen 100% bzw. 98%.

[17] Das soll natürlich - vorsichtig gedacht - nicht bedeuten, dass nicht vielleicht die Autoren in informellen Gesprächen zu wesentlich mehr Übereinstimmungen kommen könnten. Es soll lediglich heißen, dass die gewählten Formulierungen sich in Nuancen oder Schwerpunktset-

Gemeinsamkeiten der Ansätze	zugehörige Aussagen der einzelnen Ansätze			
In der Physik …	Rutherford und Ahlgren (1989)	McComas u. a. (1998)	Lederman u. a. (2002)	Osborne u. a. (2003a)
… wird eine erklärbare Welt erklärt.	1, 7 (explain)	4		
… wird Wissen unterschiedlicher zeitlicher Stabilität generiert, das historischen Entwicklungen unterworfen ist.	2, 3	1, 11	8	3, 7
… wird Wissen von Menschen konstruiert,				
…… also spielen Kreativität und Erfindungsgeist eine Rolle.	6 (imagination)	10	4	2
…… also beeinflussen subjektive Voraussetzungen der WissenschaftlerInnen den Forschungsprozess.		9	5	
… haben soziale, kulturelle und institutionelle Faktoren Einfluss auf die Wissensproduktion,	10, 11, 13	8 (peer review), 12, 14	6	9
…… also gelten gruppenspezifische Normen und Werte.	12	7		4
… lassen sich einige methodische Aspekte der Wissensgenerierung benennen, z. B.:	5, 7 (predict), 8	7, 8 (replicability, record keeping)		8
…… gibt es nicht die eine Methode der Physik.		3	7	5
…… hat Wissen einen experimentell-empirischen Bezug.		2 (observation, exp. evidence)	1	1
…… entsteht Wissen auch durch Beweise, Argumente, Schlussfolgerungen.	6 (logic)	2 (rational arguments and scepticism)	2	6
… entstehen verschiedene Arten physikalischen Wissens (z. B. Theorie vs Gesetz).		5	3	
… sind weitere Aspekte bedeutsam.	4, 9	6, 13		

Tab. 3.5: Vergleich der Aussagen der aufgeführten Auffassungen zur Natur der Naturwissenschaften (Physik)[16]

gesucht wird, was insofern nicht überrascht, als die Autoren sich zur Natur der Naturwissenschaften, nicht zur Natur der Physik äußern.

3.6.3 Allgemeine globale Vorstellungen Lernender über die Natur der Physik

Wie nehmen Lernende, insbesondere Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufen I und II, die Naturwissenschaften im Allgemeinen und Physik im Besonderen wahr und welche globalen Einstellungen lassen sich hier feststellen?

Diese Frage beantworten Bennett und Hogarth (2009, S. 1976) zusammenfassend wie folgt:

> Science is perceived as difficult and not relevant to the lives of most people, interest in science declines over the years of secondary schooling, science is more attractive to male students than female students, and problems are most acute in the physical sciences.

Ähnliche Aussagen finden sich auch in neueren Reviewartikeln (z. B. Osborne u. a., 2003b). Barmby u. a. (2008) ziehen aus der Analyse von mehreren Studien aus dem englischen Sprachraum (1 mal Kanada, 15 mal USA, 11 mal UK) Schlüsse, von denen einige relevante im Folgenden dargestellt werden sollen. Zunächst stellen sie fest, dass sich Einstellungen von Schülerinnen und Schülern gegenüber den Naturwissenschaften beim Übergang von der Grund- zur Sekundarschule bzw. während der Laufbahn in der Sekundarstufe I negativ entwickeln. Sie führen aber auch (deutlich weniger) Studien an, die diesem Befund widersprechen. Weiterhin wird auch hier die zunehmende Verschlechterung der Einstellungen gegenüber der Physik im Vergleich zu anderen Fächern festgestellt, aber auch, dass die Einstellungen gegenüber dem Schulfach nicht mit den Einstellungen gegenüber der Naturwissenschaft an sich übereinstimmen. Zwei Studien zeigen, dass sich die Einstellungen der Schülerinnen und Schüler, die zu Beginn ihres Lernprozesses über positive Einstellungen verfügen, weniger stark verschlechtern als dies bei den zu Beginn des Unterrichts weniger positiv eingestellten Mitschülern der Fall ist. Bezüglich der geschlechtsspezifischen Befunde stellen sie fest, dass Jungen im Sekundarschulalter den Naturwissenschaften positiver gegenüber stehen als gleichaltrige Mädchen. Widersprüchliche Befunde finden Barmby u. a. (2008) bezüglich der Frage, in welcher Relation die Geschwindigkeiten, mit denen sich die Einstellungen von Jungen und Mädchen verschlechtern zueinander stehen[18] (Barmby u. a., 2008, S. 1079). Für die angedeuteten Widersprüche geben sie verschiedene Gründe an:

> This may be due to the nature of the attitudes themselves (the studies simply have measured different attitudes), the validity of the research instruments (the same attitudes have been measured, but some instruments have poor

zungen unterscheiden und daher nicht deckungsgleich gedacht werden müssen. Oder anders formuliert und radikaler gedacht: Ein zu großer Auflösungsgrad gefährdet den Konsens.

[18] Für Details sei auf die Darstellungen in Barmby u. a. (2008, S. 1079) verwiesen.

> validity), or the contexts in which attitudes have been measured (attitudes may develop differently in different contexts).

Wie erwähnt, beziehen sich diese Ergebnisse im Wesentlichen auf zwei englischsprachige Länder. Wie relevant sind sie also für die vorliegende Arbeit, die in Deutschland durchgeführte empirische Untersuchungen darstellt? Zum Einen liefert TIMSS 2003 (Martin u. a. (2004), ohne deutsche Beteiligung) Anhaltspunkte dafür, dass sich die Einstellungen gegenüber den Naturwissenschaften in den westlichen Industrieländern gleichartig entwickeln, was dann den Daten aus den USA und Großbritannien zumindest einen gewissen Informationsgehalt auch für Deutschland zuweist. Zum Anderen ist es „not only difficult to transfer [attitude research results] from one society to another, but also from one time period to another“. Dies wiederum stellt im Zusammenhang mit dem Fehlen neuerer Forschungsbefunde für den deutschen Sprachraum ein Problem dar. Eine aussagekräftige Untersuchung liegt mit der IPN-Interessenstudie (Hoffmann u. a., 1998) vor, deren Aktualität aber unzureichend ist und an dieser Stelle, an der es um die Darstellung globaler Einstellungen zur Physik geht, nicht aufgearbeitet wird.

Lediglich die PISA-Studie 2006 (OECD, 2007, Kap. 3) erhebt Interessen auch deutscher Jugendlicher im Alter von 15 Jahren. 91% dieser Schülerinnen und Schüler stimmen folgender Aussage zu: „Science is important for helping us understand the natural world.“ (OECD, 2007, S. 129). Der Aussage „I find that science helps me to understand things around me.“ stimmen 70% der befragten Schülerinnen und Schüler zu (OECD, 2007, S. 132). Der Aussage „Science is relevant to me.“ stehen 48% der Befragten zustimmenend gegenüber (OECD, 2007, S. 132). Damit wird hier die Notwendigkeit angedeutet, zwischen der gesellschaftlichen Relevanz von Naturwissenschaften und der persönlichen Relevanz von Naturwissenschaften zu unterscheiden.

Bezüglich der Beliebtheit des Faches Physik liefert die PISA-Studie 2006 erwartungsgemäße Daten. Während 77% der Befragten biologischen Themen gegenüber eine mittlere bis hohe Interessiertheit an den Tag legen, sind es bei physikalischen Themen nur 56% der Befragten. Wissenschaftstheoretische Themen, wie zum Beispiel die Frage danach, was eine wissenschaftliche Erklärung ausmacht, halten nur 42% der Befragten für mittelmäßig oder sehr interessant (OECD, 2007, S. 141). Immerhin 60% der Lernenden sind jedoch am Lernen „about science“ interessiert (OECD, 2007, S. 144).

Zu geschlechtsspezifischen Unterschieden findet man im Bericht der PISA-Studie 2006:

> In several countries, however, it is clear that although there are no performance differences between males and females in the science assessment, there are important differences in the attitudes of male and female 15-year-olds. [...] Gender differences are most prominent in Germany [...] where males reported higher values on [...] attitudinal measures (OECD, 2007, S. 163).

Damit sollen die allgemeinen Einstellungen der Lernenden gegenüber der Naturwissenschaft im Allgemeinen bzw. der Physik im Besonderen ausreichend dargestellt sein. Diese Einstellungen dienen als Orientierungsrahmen oder als Folie, vor deren Hintergund spezifischere Ergebnisse zu betrachten sein werden.

3.6.4 Weitere Vorstellungen Lernender über die Natur der Physik

Das Bild von Lernenden über die Natur der Physik, soviel vorweg, muss als inadäquat oder wenigstens unzureichend betrachtet werden (Höttecke, 2001; Lederman, 1992).[19] Mikelskis-Seifert und Müller (2005, S. 6) fassen ihre Ergebnisse im Rahmen der Evaluation des Projekts „Physik im Kontext“ z. B. wie folgt zusammen:

> Die Ergebnisse zeigen, dass bei den befragten Schülerinnen und Schülern eine aufgeklärte Sicht auf die „Natur der Naturwissenschaften“, wie sie im Sinne naturwissenschaftlicher Grundbildung anzustreben ist, nicht vorliegt.

Im deutschen Sprachraum ist vor allem die Dissertation von Höttecke (2001) eine einschlägige Quelle für die Ergebnisse der internationalen Vorstellungsforschung geworden. Höttecke stellt ausgewählte Vorstellungen Lernender (und Lehrender) über die Naturwissenschaften (Physik) dar und bezieht sich, die defizitäre Forschungslage im deutschen Sprachraum konstatierend (Höttecke, 2001, S. 41), vor allem auf angelsächsische Beiträge. Er kommt dabei zu dem Ergebnis, dass die Varianz der Vorverständnisse Lernender (insbesondere von Schülerinnen und Schülern) erheblich ist (Höttecke, 2001, S. 71). Dennoch fasst er zusammen (Höttecke, 2001, S. 72):

> Die Vorstellungen zum epistemologischen Status naturwissenschaftlicher Wissensbestände zeigt eine Tendenz zum ontologischen Realismus. Die Vorstellungen von den Arbeitsweisen der NaturwissenschaftlerInnen lassen sich tendenziell als naiv-empiristisch zusammenfassen. Dass Naturwissenschaft eine Aktivität von Expertengruppen ist und dass Wissensbestände ihrer sozialen Aushandlung unterworfen sind, ist im SchülerInnenverständnis nur ansatzweise enthalten. Die Verflechtung zwischen inner- und außerwissenschaftlichen Bereichen wird von den SchülerInnen weitgehend gar nicht eingesehen.

Köller u. a. (2000, S. 238) geben unter Anderem die folgenden Vorstellungen als typisch an:

- Vorherrschend ist eine logico-empirische Weltsicht, nach der naturwissenschaftliche Theorien aus Beobachtungen und Experimenten abgeleitet werden.
- Es fehlt ein adäquates Verständnis des Verhältnisses zwischen Modell und Wirklichkeit. Modelle werden als Abbild der Realität verstanden.
- Naturwissenschaftliche Erkenntnis ist eine Leistung des Entdeckens vom Menschen unabhängiger, überdauernder Naturgesetze (Reifizierung von Erkenntnis).

[19] Dies ist in Anbetracht der oben formulierten (vgl. Abschnitt 3.6.2) normativen Vorstellungen auch nicht überraschend.

- Im Unterschied zu anderen Formen der Erkenntnis zeichnet sich naturwissenschaftliches Wissen durch einen absoluten Wahrheitsanspruch aus; die Entscheidung zwischen wahr und falsch kann theorie- und kontextunabhängig getroffen werden.
- Es fehlt eine Vorstellung vom kommunikativen Validierungsprozess von Erkenntnissen der Naturwissenschaften.[20]

Diese Aufstellung lässt die Frage nach den Vorstellungen zur zeitlichen Stabilität physikalischen Wissens unberücksichtigt und geht auf die Rolle von Experimenten oder theoretischen (insbesondere mathematischen) Elementen im Prozess der Wissensgenese nicht ein. Für die Rolle der Experimente sei auf Höttecke (2001, S. 61 ff.) verwiesen. Bezüglich der Frage nach der zeitlichen Stabilität physikalischen Wissens ist zu sagen, dass der überwiegende Teil der Lernenden eine Entwicklung physikalischen Wissens für möglich oder real hält, dass hinter dieser zunächst positiv klingenden Aussage aber oft ein falsifikatorischer oder kumulativer Wandlungsprozess physikalischen Wissens steckt, der als inadäquat zu betrachten ist (vgl. Höttecke (2001, S. 54 ff.) und die dort angegebene Literatur), ist allerdings zu berücksichtigen.

Köller u. a. (2000) entwickeln fünf Skalen, mit deren Hilfe sie versuchen, Aspekte der physikalischen Weltbilder zu erheben. Dabei geht es um die folgenden Konstrukte (Köller u. a., 2000, S. 243 ff.):

- Physik als ein das Jahrhundert prägender Entdeckungsprozess, der zum Verständnis des Weltbauplanes führt,
- Physik als die umfassende und wahre Sichtweise auf die Natur,
- Eindeutigkeit physikalischer Erkenntnisse,
- Physik als gesellschaftlich nützliches Instrument,
- Physik als nützliches Instrument in Schule und Alltag.

Die Ergebnisse zeigen, dass Schülerinnen und Schüler Physik für die Gesellschaft, aber auch für den persönlichen Alltag und die Schule als relevant und nützlich einstufen und ein traditionell empiristisches Weltbild vertreten (vgl. Köller u. a., 2000, S. 250):

> Im physikalischen Weltbild von Gymnasiasten der Oberstufe lässt sich eine weitgehend geteilte Grundvorstellung identifizieren, in der sich die ontologische Überzeugung einer allmählichen Entdeckung des Bauplans des Universums mit der Vorstellung vom Systemcharakter physikalischen Wissens verbindet. Danach existieren in der Natur physikalische Gesetze [. . .], die von den Physikern allmählich entdeckt werden. Physikalische Theorien systematisieren menschliche Erfahrungen [. . .], Physik ist danach eine Leistung des Entdeckens vorgegebener Zusammenhänge.

[20] Für einen gut lesbaren Überblick über das Argumentieren im physikalischen Kontext vgl. Gromadecki (2008).

Diese epistemologischen Überzeugungen weisen Zusammenhänge zur Fachleistung auf (vgl. Köller u. a., 2000, S. 265 ff).

Eine der umfangreichsten Arbeiten zum wissenschaftstheoretischen Vorverständnis der Lernenden in der Oberstufe legt Meyling (1990) vor. *Naturgesetze* werden zu Beginn der Oberstufe (Klassenstufe 11) überwiegend als gesetzmäßiges, regelmäßiges Geschehen in der Natur, in Klassenstufe 12 als unbezweifelbare experimentell überprüfte Abbilder der in der Natur beobachteten Gesetzmäßigkeiten verstanden (Meyling, 1990, S. 36). Den Begriff der *Hypothese* betrachtet die Mehrzahl der Lernenden in Meylings Untersuchung durchaus angemessen als „Annahme, Vermutung oder Behauptung, die aufgrund einer Beobachtung oder eines Experimentes aufgestellt wurde“ (Meyling, 1990, S. 54). Eine Minderheit der Schülerinnen und Schüler betrachtet Hypothesen hingegen als prinzipiell nicht beweisbare oder ausschließlich theoretische (nicht experimentelle) Aussagen. Entsprechend wird mit dem Begriff *Theorie*, dem die Lernenden scheinbar in ihrer Schulpraxis explizit eher selten begegnen, eine von der Praxis losgelöste Aussage verstanden (Meyling, 1990, S. 56), die man nicht beweisen kann (Meyling, 1990, S. 59) und deren wahrscheinliche „Richtigkeit“ zwischen der einer Hypothese und der eines Naturgesetzes liegt (Meyling, 1990, S. 58). *Modelle* schließlich werden als anschauliche Darstellungen und Erklärungen physikalischer Sachverhalte, ziemlich genaue Abbilder der Realität oder als (unsichere) Annäherungen an die Wirklichkeit verstanden (Meyling, 1990, S. 68).

Hammer (1994) untersucht die epistemologischen Vorstellungen von Studierenden, die an einem Physik-Einführungskurs teilnehmen und kristallisiert Dimensionen heraus, anhand derer sich Vorstellungen seiner Befragten über die Struktur physikalischen Wissens, dessen Inhalt und das Lernen von Physik rekonstruieren lassen (vgl. Abb. 3.7).

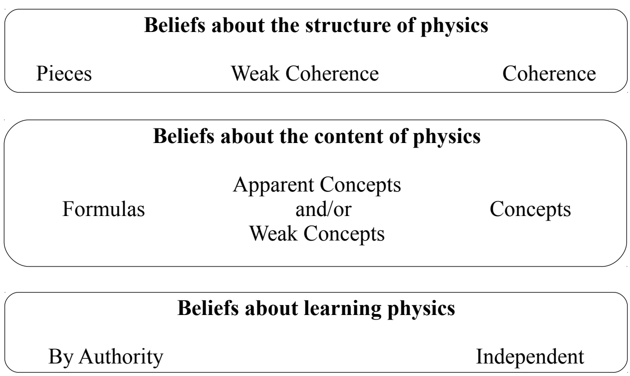


Abb. 3.7: Framework zur Analyse von Interviews (Hammer, 1994)

Vorstellungen über die Struktur physikalischen Wissens verorten sich zwischen den Polen *Pieces* und *Coherence*, an denen physikalisches Wissen als Ansammlung von isolierten Fakten oder als kohärentes System von Ideen verstanden wird. Auf einer Zwischenstufe (*weak coherence*), wird zwar die Existenz eines kohärenten Wissenssystems angenommen, allerdings ist dieses nur Experten verfügbar. Bezüglich der Inhalte der Physik wird zwischen den Polen *Formulas* und *Concepts* unterschieden. Während der Pol Formulas für Vorstellungen steht, nach denen sich physikalisches Wissen aus Fakten, Formeln und Prozeduren zusammensetzt, Problemlösen also aus dem Auffinden und Umformen einer Formel besteht, liegen am gegenüber liegenden Pol Vorstellungen vor, nach denen die Physik aus Begriffen besteht, die oft durch Formeln oder Symbole repräsentiert werden und deren Verwendung bei qualitativen Erklärungen Verständnis anzeigt. *Weak Concepts* bezeichnet in Analogie zur Kategorie weak coherence, Vorstellungen, nach denen Begriffe als wesentliche Inhaltsanker physikalischen Expertenwissens anerkannt werden, für das eigene Wissen jedoch nur von geringer Bedeutung sind. *Apparent Concepts* schließlich sind solche, nach denen Formeln und Symbole lose mit Begriffsinhalten verbunden sind, was nicht immer der Fall sein muss und auch nicht jedem Lernenden zugänglich ist. Innerhalb des dritten Konstruktes können Vorstellungen über den Lernprozess auf einem Spektrum von vollständig autoritätenabhängig (*By Authority*) bis vollständig autoritätenunabhängig (*Independent*) verortet werden.[21] Für die Frage nach den Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik ist sicherlich das zweite Konstrukt besonders relevant.

Bezüglich der epistemologischen Dimensionen von Hofer und Pintrich (1997) (vgl. Tab. 3.2, S. 96) ist festzustellen, dass sie in der deutschsprachigen physikdidaktischen Forschung vereinzelt aufgegriffen wurden. So haben Urhahne und Hopf (2004) einen Test von Conley u. a. (2004)[22] übersetzt, der „im Wesentlichen auf dem vierdimensionalen Modellansatz von Hofer und Pintrich (1997) [basiert]" (Urhahne und Hopf, 2004, S. 75). Die Autoren können zunächst die Faktorenstruktur reproduzieren und stellen fest, „dass Schülerinnen und Schüler [...] zwar überdurchschnittliche, aber noch steigerbare epistemologische Überzeugungen angeben" (Urhahne und Hopf, 2004, S. 79). Geschlechtsspezifische Unterschiede konnten Urhahne und Hopf (2004) nicht feststellen. Zusammenhänge zu Motivation, Selbstkonzept und Lernstrategien konnten hingegen beobachtet werden.

Einen Zusammenhang zur Fachleistung von 45 Leistungskursschülerinnen und -schülern stellt Priemer (2003) mit dem von ihm übersetzten Test VASS (View about Science Survey) fest. Dieser Test wurde maßgeblich von Halloun in den USA entwickelt. In einer deutschen Pilotstudie gehörten immerhin 67% der Befragten aus den Leistungskursen dem „Expertentyp" an.

[21] Auf die Überschneidungen mit den Dimensionen source of knowledge und simplicity of knowledge von Hofer und Pintrich (1997) sei ausdrücklich hingewiesen.
[22] Conley u. a. (2004) haben einen Test für Grundschüler entworfen, der von Urhahne und Hopf (2004) in Klassenstufe 9 eingesetzt wird.

Ein weiterer Test (Maryland Physics Expectation Survey, MPEX) wurde von Wilhelm und Heuer (2005) ins Deutsche übersetzt und u. a. bayrischen Schülerinnen und Schülern der elften Klassenstufe ($N = 336$) vorgelegt. Auch hier werden oben dargestellte Dimensionen wie die Quelle des Wissens (Autorität oder unabhängig) oder die Struktur des Wissens (isolierte Fakten vs. Wissensnetze) erhoben. Weniger als die Hälfte (33% bzw. 43%) der Lernenden zeigen förderliche Vorstellungen in diesen Dimensionen. Weitere zur Anwendung kommende Cluster sind Realitätsbezug, Anstrengung, Konzepte und Mathematikbezug. Auf die Cluster Konzepte und Mathematikbezug wird noch einzugehen sein. Für den Bereich der Studierenden haben Höttecke und Rieß (2007) Vorstellungen von Physiklernenden über die Natur der Naturwissenschaften rekonstruiert. Sie fassen einen Teil ihrer explorativen Ergebnisse wie folgt zusammen (Höttecke und Rieß, 2007, S. 10 f.):

> Die Vorstellungen können [...] als (eingeschränkt) adäquat eingeschätzt werden. Die Untersuchungsgruppe zeigt keine Tendenz zu einem naiven Realismus, ist aber [...] empiristisch eingestellt. Eine wechselseitige Beeinflussung von Wissenschaft und Gesellschaft wird klar benannt, wobei naturwissenschaftliches Denken und Arbeiten im Kern als gegen kulturelle Einflüsse „immun“ verstanden werden. Problematisch ist m. E. die Unsicherheit der Probanden im Hinblick darauf, Ziele und Arbeitsweisen in den Naturwissenschaften zu benennen. Unter den Zielen der Naturwissenschaften wird vorwiegend ein unspezifisches sich Auf-die-Welt- oder Auf-die-Natur-Beziehen verstanden. Forschungsprozesse werden kaum für kreativ gehalten, stattdessen gilt Naturwissenschafttreiben als vorwiegend regelgeleitet und strukturiert. [...] Auf der Basis der differenzierten Analyse qualitativen Datenmaterials weist die vorliegende Untersuchung vor allem auf die Inkonsistenzen der erhobenen Vorstellungen hin.

Damit soll ein Überblick über relevante vorliegende Erkenntnisse der Vorstellungsforschung im Bereich Physikdidaktik gegeben sein. Dieser Überblick ist nicht vollständig und soll es auch nicht sein. Er zeigt aber bereits, dass Lernende offenbar eine Unterscheidung bei der Beurteilung von Aussagen über die Wissenschaft Physik und das Schulfach Physik bzw. über das Wissen von Physikerinnen und Physikern und ihr eigenes Verständnis vornehmen (z. B. die Zwischenkategorien bei Hammer (1994)).

3.6.5 Proximale und distale Vorstellungen über die Natur der Physik

Die Unterscheidung zwischen Physik als Schulfach und Physik als Wissenschaft liegt für den Didaktiker oder außenstehenden Wissenschaftstheoretiker auf der Hand. Dass diese Unterscheidung auch für Schülerinnen und Schüler (oder auch Studierende) relevant sein soll, lässt sich z. B. duch externe Quellen (Fernsehen, Printmedien, Museen, Science Centre etc.) erklären, die an der Entstehung von Vorstellungen über Physik beteiligt sind. Eine mehr oder weniger bewusste Trennung der beiden „Physiksorten“ ist also nicht notwendigerweise Merkmal eines kritisch reflektierenden Subjektes.

Dennoch ist auch anhand der schon vorliegenden Befunde zu vermuten, dass eigene Lernprozesse grundsätzlich anders betrachtet werden als Forschungen des „scientific enterprise“. Zu diesem Schluss kommen auch Bell und Linn (2002, S. 326), wenn sie schreiben:

> Students may apply a different image of inquiry to a classroom experiment, an experiment reported in a popular magazine, or a decision about a personal relevant problem.

Eine ähnliche Unterscheidung nimmt Hogan (2000, S. 52) vor, wenn sie schreibt:

> *Distal knowledge* of the nature of science refers to students' knowledge about the protocols, practices, and products of the professional scientific community. *Proximal knowledge* of the nature of science refers to students' understanding of and perspectives on the nature of their own science knowledge-building practices and the scientific knowledge they form or encounter. Proximal knowledge of the nature of science is tied to students' school contexts of knowledge production. (Hervorhebungen von O.K.)

Begrifflich analytische Unterscheidungen dieser Art sind zunächst ein Postulat. Inwieweit es der Beschreibung von Realität zweckdienlich oder angemessen ist, inwiefern Schülerinnen und Schüler diese Unterscheidung also tatsächlich vornehmen, ist meines Wissens bisher nicht systematisch erforscht worden. Hogan (2000) vermutet aber die Existenz beider Wissensformen, einen unterschiedlichen Einfluss dieser Wissensformen auf Lernvorgänge im naturwissenschaftlichen Unterricht sowie Zusammenhänge zwischen den Wissensformen (Hogan, 2000, S. 52 ff.). Sicher kann diese Unterscheidung dazu beitragen, konzeptionelle Klarheit zu erlangen, vielleicht kann ihre mangelnde Anwendung auch für einige widersprüchliche Forschungsergebnisse als ursächlich betrachtet werden. Diese Unterscheidung wird für die empirische Arbeit von Relevanz sein.

3.7 Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik

Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik sind ein deutlich vernachlässigtes Thema in der physikdidaktischen Forschungslandschaft. Vereinzelt finden sich Veröffentlichungen, die die Beziehung zwischen den Disziplinen, besondere Lernschwierigkeiten oder curriculare Abstimmungsprobleme thematisieren. Bestandsaufnahmen oder weitergehende Untersuchungen zu Vorstellungen Lernender über die Rolle der Mathematik in der Physik sind Mangelware. Im Folgenden soll die mir bekannte und zugängliche Literatur im Umfeld dieses Themas dargestellt werden.

3.7.1 Ergebnisse aus Untersuchungen zu Vorstellungen über die Natur der Physik

Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I unterscheiden sich, wie oben schon anhand der PISA-Ergebnisse dargestellt (vgl. 3.6.3, S. 115), in ihrer Wertschätzung für das Unterrichtsfach Physik. Auch die IPN-Interessensstudie kommt vor ca. 15

Jahren zu diesem Ergebnis (Hoffmann u. a., 1998, S. 21). Dabei wird das Fach Physik an sich und in Relation zu anderen Fächern von Jungen positiver bewertet als von Mädchen. Dieser Unterschied zwischen Jungen und Mädchen zeigt sich in abgeschwächter Form auch für das Sachinteresse, das bei allen Lernenden im Verlauf der Sekundarstufe I abnimmt (Hoffmann u. a., 1998, S. 31). Insbesondere wird das „Sachinteresse, etwas zu berechnen“ als relevant identifiziert und genauer untersucht. Dieses Konstrukt wird durch acht Items operationalisiert, drei von ihnen lauten z. B. (Hoffmann u. a., 1998, S. 41):

- Mehr darüber erfahren, wie man die Lichtbrechung mathematisch berechnen kann.
- Darüber Nachdenken, wie man aus dem Bremsweg eines Autos seine Geschwindigkeit vor dem Abbremsen berechnen kann.
- Aus der Größe eines Ölflecks auf einer Wasseroberfläche ausrechnen, wie groß die kleinsten Ölteilchen sind.

Die Unterscheidung des Sachinteresses in die Dimensionen Kontext, Gebiet und Tätigkeit lässt die folgenden beiden detaillierteren Aussagen zu (Hoffmann u. a., 1998):

- Schülerinnen und Schüler halten den Kontext „Naturgesetze, die es erlauben, bestimmte physikalische Größen exakt zu berechnen“ für stark überrepräsentiert[23] in ihrem Unterricht (S. 52 f.).
- Schülerinnen und Schülern erscheinen die Tätigkeiten „etwas zu berechnen“ und „Aufgaben lösen“ überrepräsentiert in ihrem Unterricht (S. 54 f.).

Man könnte daraus schließen, dass Schülerinnen und Schüler dem Umgang mit Formeln ablehnend gegenüber stehen. Eine Untersuchung von Müller und Heise (2006) zeigt aber, dass dem nicht so ist, sondern dass im Gegenteil Formeln als hilfreich und nicht abschreckend betrachtet werden (Klassenstufen 10 und 11). In dieser Studie erweisen sich Textversionen, in denen Formeln verwendet werden, geschlechtsunabhängig sogar als lernförderlicher als Textversionen, in denen die Formeln verbalisiert wurden. Es handelt sich allerdings um einen kleinen Effekt (Müller und Heise, 2006, S. 65).[24]

Eine der IPN-Interessenstudie ganz ähnliche Studie, in der es zwar nicht ausschließlich um das Interesse der Lernenden geht, die aber ebenso gegeignet ist, Positionierungen der Lernenden gegenüber der Mathematik in der Physik aufzudecken, stellen Angell u. a. (2004) für norwegische Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 12 und 13 vor. Demnach ist das Benutzen von Mathematik zum Problemlösen für weniger als 10 % der Befragten sehr problematisch. (Fast

[23] Überrepräsentiert bedeutet in diesem Kontext, häufiges Auftreten bei geringem Interesse der Lernenden.

[24] Ähnliche Untersuchungen wurden auch von Dee-Lucas und Larkin (1991) durchgeführt, die zu etwas anderen Ergebnissen führten, was sich vermutlich durch Unterschiede im Untersuchungsdesign erklären lässt.

40% der Lehrenden betrachten es als sehr problematisch.) Immerhin ein Viertel der Befragten Schülerinnen und Schüler hält das Benutzen von Mathematik zum Beschreiben physikalischer Phänomene für sehr problematisch. (Über 50% der Lehrerinnen und Lehrer kommen mit Blick auf ihre Schülerinnen und Schüler zu der gleichen Einschätzung.) Aus moderierten Gruppendiskussionen[25] stammen Äußerungen, in denen die Lernenden den Gebrauch von Mathematik in der Physik als „simple and uncomplicated calculations“ (Angell u. a., 2004, S. 692) beschreiben oder feststellen, dass „everyone knows enough maths to do calculations in physics“ (Angell u. a., 2004, S. 692). 50% der befragten Schülerinnen und Schüler und über 80% der befragten Lehrerinnen und Lehrer betrachten das Durchführen von Rechnungen unter Verwendung grundlegender physikalischer Gesetze („doing calculations from basic laws“) als sehr wichtigen Aspekt der Physik (Angell u. a., 2004, S. 694). Weiterhin stellen Angell u. a. (2004, S. 692 f.) durch die Analyse der Befragungen in den focus groups fest:

> Pupils admitted that they were not very good at combining formulas and doing calculations with symbols instead of numbers. Also, combining two or more formulas to solve a problem caused trouble for pupils. It seems that it is the “translation” from a physical situation to a mathematical expression that causes trouble. When watching the teacher doing calculations on the blackboard, pupils realize that the algebra itself is simple; however, they lack the experience to perform all the operations - finding the right formula(s) and doing the necessary manipulations - themselves. [. . .]
>
> Moreover, pupils expressed that it was hard to keep the various expressions and formulas apart, especially since some of the same symbols appear in different contexts (such as W for work and W for watt).
>
> All in all, however, pupils in the focus groups seemed to appreciate that the language of physics is mathematics and that mathematics is a useful tool for shedding light on physical processes and phenomena: They expressed that physics provided opportunities for using mathematics in interesting ways. Many pupils in the focus groups suggested that the necessary mathematics should be taught within the physics course.

Fragt man die Schülerinnen und Schüler in offenen Fragen danach, was sie für charakteristisch an Physik halten,[26] so antworten fast 60% von ihnen mit „formu-

[25] Angell u. a. (2004) führen Befragungen von über 1000 norwegischen Physikschülerinnen und -schülern pro Jahrgang durch und ergänzen diese quantitativen Daten durch qualitatives Datenmaterial, das in „focus groups“ (eine Form des Gruppeninterviews, hier mit 6-8 Teilnehmenden) erhoben wurde.

[26] Die Schülerinnen und Schüler wurden aufgefordert, folgenden Satz zu beenden: „What I see as most characteristic of physics as a subject is . . . “(Angell u. a., 2004, S. 696). Man beachte die Betonung des Schulfaches Physik, nicht der Wissenschaft Physik.

las, laws, theories, calculations/maths“ (Angell u. a., 2004, S. 696) und verweisen damit auf den formalistischen und mathematikhaltigen Aspekt von Physik.

Die zentrale Rolle, die Zahlen, Rechnungen, Formeln und Gesetze in den Vorstellungen der Lernenden (kanadische Schülerinnen und Schüler im Alter zwischen 15 und 18 Jahren) spielen, stellen auch Larochelle und Désautels (1991, S. 383) heraus:

> Numbers, calculation, formulas and laws appeared as a first approximation of what is specific about scientific knowledge. To this, the following attributes can be added: sensory or empirical evidence, and incorruptibility (as science is free of all the private interests and considerations that mark other types of knowledge).

Auch Schecker (1985) rekonstruiert einen „Denkrahmen Formelfixierung“ als Vorverständniselement von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe II. Dieser Denkrahmen besagt (Schecker, 1985, S. 199):

> Physikalische Kompetenz drückt sich in der Kenntnis von Formeln aus. Physikalische Probleme werden durch Anwendung passender Formeln/Gesetze gelöst.

Schecker führt weiter aus:

> Die Vorstellung [. . .] gehört zu den verbreitetsten und wichtigsten Denkrahmen. [. . .] Formeln sind etwas konkretes, an dem sich Schüler festhalten können. Sie üben eine gewisse Faszination aus. Mit Formeln erhält man <u>genaue</u> Zahlenwerte [. . .] [In diesem Denkrahmen] halten Schüler Unterrichtsphasen, in denen es um die Einführung neuer Begriffe, ihre Begründung oder ihre Abgrenzung von möglichen anderen Konzepten geht, für „Geschwafel“. Sie schalten sich erst dann wieder ein, wenn am Ende die „richtige“ Formel an der Tafel steht und gerechnet wird. (Hervorhebung im Original.)

Der bereits oben vorgestellte Rahmen, den Hammer (1994) seiner Auswertung von Interviews mit Studierenden des ersten Semesters, die an einem Physikkurs teilnehmen, zugrunde legt, enthält Vorstellungen über den Inhalt der Physik (Beliefs about the content of physics, vgl. Abb. 3.7, S. 119). Die Tatsache, dass Hammer (1994) es für notwendig hält, *diese* Kategorie aufzumachen und mit „Formulas“ zu bezeichnen, gibt einen weiteren Eindruck davon, wie weit verbreitet die starke Betonung des Mathematischen oder Formalistischen in der Physik unter Lernenden ist.[27] Allerdings treten gelegentlich auch Lernende auf, die auf die Inhalte, Begriffe und Zusammenhänge rekurrieren, eben auf das, wofür die Gleichungen stehen (Hammer, 1994, S. 159):

> Basically, I mean, once you see a formula like this [. . .] you go, well, what does that mean. . . . If it’s just a bunch of . . . letters . . . it’s not going to make that much sense to you, but if you really sit down and look at what it’s saying, then it starts to make sense.

[27] Hammer (1994) führt Interviews mit nur sieben Studierenden durch.

Die von Wilhelm und Heuer (2005) übersetzte und oben schon einmal erwähnte (vgl. S. 121) „Maryland Physics Expectations Survey“ (MPEX) erhebt ebenfalls eine Komponente, die der von Hammer (1994) sehr nahe kommt. Das Cluster 'Konzepte' „testet, ob die [Schülerinnen und] Schüler physikalische Probleme als mathematisches Kalkül auffassen und sich auf Auswendiglernen und Formeln konzentrieren (unförderlich), oder ob sie den zugrunde liegenden Ideen Achtung schenken (förderlich)“ (Wilhelm und Heuer, 2005, S. 4). Die von ihnen getesteten bayrischen Schülerinnen und Schüler der elften Jahrgangsstufe reagieren zu 29% mit förderlichen und zu 45% mit unförderlichen Antworten. Sogar 83% der Befragten reagieren unförderlich, also zustimmend auf das Item: „Am Entscheidendsten beim Lösen einer physikalischen Aufgabe ist, die richtige Gleichung zu finden, um sie anzuwenden“ (Wilhelm und Heuer, 2005, S. 4). Nur 6% der Befragten reagieren förderlich, also ablehnend. Dass hier nicht klar ist, ob dies als Charakteristikum der Physik, des Schulfaches Physik oder des erlebten Unterrichts verstanden werden kann, ist problematisch.

Des Weiteren gibt es in MPEX ein Cluster 'Mathematikbezug', das „testet, ob die [Schülerinnen und] Schüler Gleichungen nur auswendig lernen und zum kalkülhaften Manipulieren von Zahlen benutzen (unförderlich) oder ob Gleichungen physikalische Phänomene repräsentieren, also die Schüler die tieferen physikalischen Beziehungen darin sehen (förderlich)“ (Wilhelm und Heuer, 2005, S. 4). 38% der befragten Lernenden reagieren mit förderlichen und 38% von ihnen mit unförderlichen Antworten. Beispielsweise sind zu Beginn der Klassenstufe 11 46% der Schülerinnen und Schüler überzeugt, „dass die Herleitung einer Gleichung nur den Sinn hat zu zeigen, dass sie richtig ist und benutzt werden darf“ (Wilhelm und Heuer, 2005, S. 4). Ein gleich großer Anteil der Befragten meint, „dass man Gleichungen erinnern muss und nicht erschließen kann“ (Wilhelm und Heuer, 2005, S. 4). Erwähnenswert ist, dass sich die bayerischen Schülerinnen in diesem Cluster am stärksten von befragten amerikanischen Studienanfängern unterscheiden, die hier förderlichere Vorstellungen haben und von Wilhelm und Heuer (2005) als Referenzgruppe herangezogen werden. Für beide Cluster liegen keine geschlechtsspezifischen Unterschiede vor.[28]

Die hier benannten unterschiedlichen Sichtweisen auf physikalische Gleichungen deckt auch DiSessa (1985) auf. Er führt zwei Fallstudien ins Feld und schreibt über die Probanden (DiSessa, 1985, S. 101):

> Both students in this study were bright, successful, and relatively articulate. Both were M.I.T. freshmen and part of an intensive study of their intuitive physics that afforded an hour per week of open-ended discussion and problem solving during the course of a semester.

[28] Das von Adams u. a. (2006) vorgelegte Testinstrument Colorado Learning Attitudes about Science Survey (CLASS) enthält ebenfalls einige Items mit Mathematikbezug, wertet diese aber nicht separat aus.

Am Ende seiner Analyse stellt sich heraus, dass es sich um zwei Typen handelt, die er als „Results Man“ (A) und „Real Understanding“ (B) bezeichnet. Er beschreibt sie, wie folgt (DiSessa, 1985, S. 103 und 105):

> In summary, A had a systematic view of physics that the knowledge resides in the equations and numbers. He prized results and viewed qualitative knowledge with suspicion. Indeed, he could not be persuaded that a nonanalytic argument could be conclusive, and he gave no indication that he had any sense of improving or finishing such an argument. [...]
>
> [B] had an explicit concern for developing qualitative understanding in the short term and intuitive knowledge in the longer term. He downplayed, perhaps to an extreme, the value of formulas, and he cultivated and valued a sense of graded understanding.

Diesen Vorstellungen Lernender stehen didaktische Kommentare zu einer fragwürdigen Unterrichtsgestaltung insbesondere in Hinblick auf den Umgang mit Mathematik (z. B. Dittmann u. a., 1989), Versuche die Lerninhalte der Fächer Mathematik und Physik besser abzustimmen oder zu intergrieren (z. B. Beckmann, 2003) und Ansätze in der Curriculumentwicklung (z. B. Swinbank, 1999) zur Seite.

3.7.2 Varianten der Anwendung von Mathematik in der Physik beim Problemlösen als Manifestationen von Vorstellungen

In diesem Abschnitt sollen einige Forschungsresultate zum Umgang mit Mathematik in physikalischen Problemlöseprozessen vorgestellt werden.[29] Der Hauptteil dieser Ergebnisse ist im Rahmen der physikdidaktischen Problemlöseforschung (Maloney, 1994) in einer Arbeitsgruppe um Redish in den USA entstanden (z. B. Redish u. a., 1996; Redish, 2005; Bing und Redish, 2006, 2007; Tuminaro und Redish, 2007; Gupta u. a., 2007; Redish und Gupta, 2010). Ausgangspunkt der Untersuchungen war die Feststellung, dass die ausgebildeten mathematischen Fähigkeiten in physikalischen Kontexten nicht verfügbar sind. Studierende wurden hier bei Problemlöseprozessen videografiert und aus den Videoaufzeichnungen wurden Verhaltensmuster rekonstruiert, die, wie ich behaupte, mit bestimmten Vorstellungen über die Rolle der Mathematik einhergehen. Dieser Vorstellungen wegen, auf die die Rekonstruktionen zumindest implizit verweisen, sollen im Folgenden einige Ansätze vorgestellt werden. Genauer gesagt, werden typische Verhaltensmuster beim Umgang mit mathematikhaltigen Problemen der Physik rekonstruiert. Diese Verhaltensmuster legen bestimmte Sichtweisen der Rolle der Mathematik in der Physik nahe. Insofern handelt es sich um einen indirekten und nachträglichen

[29] An dieser Stelle sei erwähnt, dass der bislang implizite unidirektionale Zusammenhang zwischen Mathematik und Physik auch aus didaktischer Perspektive explizit bidirektional gesehen werden kann. Ein Beispiel für die Rolle der Physik bei der Bearbeitung von Analysis-Aufgaben liefert Marrongelle (2004), weitere Beispiele, auch für die Schule finden sich bei Beckmann (2003).

Zugriff auf diese Vorstellungen, der dazu führt, dass diese Vorstellungen eher vage bleiben. Mit hoher Wahrscheinlichkeit würden die jeweiligen Autoren diesen Versuch der Vorstellungszuschreibung auch nicht für angemessen befinden. Da auf diesem Gebiet der physikdidaktischen Forschung jedoch nur äußerst wenige Befunde vorliegen, soll der Versuch hier dennoch unternommen, dem Leser aber gleichzeitig eine gesunde Portion Skepsis nahegelegt werden.

Schon Planck (1920, S. III) stellt fest:

> Nicht das Rechnen mit Gleichungen, sondern das Aufstellen und namentlich das Interpretieren derselben ist es, was dem Studierenden am meisten zu schaffen macht.

Er weist damit darauf hin, dass es nicht das Erinnern von mathematischen Gleichungen oder Lösungsalgorithmen ist, woran Lernende scheitern, sondern die Kontextgebundenheit bzw. die dadurch notwendig werdenden Übersetzungsprozesse.

Ein scheinbar harmloses Beispiel dafür geben Clement u. a. (1981) an, die Studierende gebeten haben, die Aussage des Satzes „An einer Hochschule gibt es sechsmal soviele Studierende wie ProfessorInnen." in eine mathematische Gleichung zu übersetzen. Eine sehr häufige Antwort lautet $6S = P$, wobei S für die Anzahl der Studierenden und P für die Anzahl der Professoren steht. Malle (1993) stellt deutschen Schülerinnen und Schülern ähnliche Aufgaben, was zu analogen Ergebnissen führt. Bei Malle (1993) findet man auch ausführliche (mathematik)didaktische, die Reflexion des Umgangs mit Variablen in der Physik durchaus erhellende Analysen dieses und ähnlicher algebraischer Probleme.

Das Beispiel zeigt, und diese oberflächliche Betrachtung soll hier genügen, dass Lernende beim Umgang mit Gleichungen (hier bei der Aufstellung derselben), die physikalische oder anders geartete weltliche Bezüge aufweisen, scheinbar ein spezielles Wissen oder spezielle Vorstellungen aktivieren müssen. Ein weiteres, physikdidaktisch ergiebigeres Beispiel für Schwierigkeiten beim Erstellen von Gleichungen, die physikalische Prozesse beschreiben, geben z. B. Hayes und Wittmann (2010). Das bei solchen und ähnlichen Modellierungsschritten relevante Wissen und die bedeutsamen kognitiven Prozesse sind bestenfalls in Ansätzen erforscht und diese Ansätze werden im Folgenden kurz angesprochen.

Auch für die Interpretation von Gleichungen muss ein bestimmtes, scheinbar kontextabhängiges Wissen aktiviert werden. Dieses Wissen unterscheidet sich also im Mathematikunterricht von dem im Physikunterricht (z. B. Ellermeijer und Heck, 2002; Gainsburg, 2006). Ein Beispiel auf universitärem Niveau stammt von Dray und Manogue (a, S. 3), die folgende Aufgabe stellen und die beschriebenen Reaktionen erhalten:

> Suppose $T(x,y) = k(x^2 + y^2)$. What is $T(r,\theta)$? We often ask this question of mathematicians and other scientists. Some mathematicians say „$k(r^2 + \theta^2)$". Many mathematicians refuse to answer, claiming that the question is ambiguous. Everyone else, including some mathematicians, says „kr^2". One colleague, who holds a split appointment in mathematics and physics,

> simply laughed, then asked which hat he should wear when answering the question.[30]

Scheinbar gibt es also fachspezifisches Hintergrundwissen oder eben -vorstellungen, die je nach Kontext aktiviert werden. Darauf deuten auch untersuchte Transferprobleme hin, wie sie beispielsweise von Bassok und Holyoak (1989) beschrieben werden.

Das Interpretieren von Gleichungen war auch Gegenstand empirischer Untersuchungen. Eine frühe Arbeit stammt von Kieran (1981), die Verständnis und Vorstellungen Lernender über das Gleichheitszeichen („=") sowie seinen Gebrauch untersuchte und z.B. eine Interpretation des Gleichheitszeichens als ein „do something signal" für Lernende an Highschools und Colleges rekonstruiert (Kieran, 1981, S. 321). Rozier und Viennot (1991) zeigen im Rahmen der Thermodynamik (Gleichung des idealen Gases), dass Studierende Probleme bei der Interpretation mehrerer Veränderlicher haben. Eine der grundlegenden Arbeiten zur Interpretation von Gleichungen stammt von Sherin (2001), der auf der Grundlage der von DiSessa (1993) eingeführten „*p-prims*"[31], symbolische Formen (*symbolic forms*) rekonstruiert. Dazu verwendet er Videoaufzeichnungen von Problemlöseprozessen. Seine symbolischen Formen bestehen aus einer „Symbolschablone" (*symbol template*) und einem konzeptuellen Schema (*conceptual schema*). Das fiktive Beispiel in Tab. 3.6 mag genügen, um den Unterschied klar zu machen.

Die Anordnung von Symbolen wird also von Lernenden (in Sherins Fall handelt es sich um Studierende des dritten Semesters) mit Sinn versehen und anhand ihres Vorverständnisses (insbesondere ihrer Präkonzepte) interpretiert. Hieraus lässt sich vermuten, dass Lernende Vorstellungen von physikalischen Gleichungen haben, die diese als Informationsträger und Kommunikationsform beschreibbar machen, jedenfalls handeln sie so, als wäre dies der Fall. Inwieweit diese Rekonstruktion den Lernenden bewusst ist oder von ihnen geteilt wird, ist hier nicht zu entscheiden. Jones (2010) ergänzt die Arbeiten von Sherin (1996, 2001), indem er die Verwendung symbolischer Formen im Umgang mit Integralen in mathematischen und physikalischen Settings untersucht und dabei gleichzeitig das (unterschiedlich häufige) Verwenden verschiedener symbolischer Formen in mathemati-

[30] Natürlich handelt es sich hier um ein Manipulieren von Gewohnheiten, Vorannahmen und um eine schlecht gestellte Aufgabe. Diese ermöglicht es aber auf Differenzen der beiden Fächer aufmerksam zu machen. Dray und Manogue sprechen von „Two disciplines seperated by a common language ..." (Dray und Manogue, b, S. 11). Um diese Kluft zwischen den Disziplinen zu überbrücken sind verschiedene Ansätze entstanden, die sich in Curriculumanpassungen niederschlagen (Dray und Manogue, 2003) oder in der Erstellung neuer Lehrbücher (Hughes-Hallett u. a., 2005).

[31] DiSessa geht davon aus, dass physikalisches Wissen (vor allem zu Beginn von Lernprozessen) nicht eng miteinander verbunden oder logisch organisiert ist. Vielmehr handelt es sich um nur lose miteinander verbundene Ideen, die zur „Erklärung" in bestimmten Situationen als Reaktion auf bestimmte Fragen und Hinweise herangezogen werden. Diese Wissenselemente nennt diSessa *„phenomenological primitives„* (p-prims), weil sie sich zum Einen aus Erfahrungen und Beobachtungen von Phänomenen (phenomenological) stützen und zum Anderen subjektiv offensichtlich, also elementar und nicht zu hinterfragen sind (primitive).

fiktive Äußerung Lernender	conceptual schema	symbol template	Gleichung
„Die Luftreibungskraft gleicht die Erdanziehungskraft aus."	balancing	$\square = \square$	$F_L = F_G$
„Die zurückgelegten Wege sind gleich lang."	same amount	$\square = \square$	$s_1 = s_2$

Tab. 3.6: Zwei Beispiele für symbolische Formen, zur Verdeutlichung des Unterschieds zwischen symbol template und conceptual schema im Sinne von Sherin (2001)

schen und physikalischen Settings feststellt. Mathematische Darstellungen in der Physik, speziell physikalische Gleichungen werden also unter Zuhilfenahme von symbolischen Formen mit Sinn versehen. Über die Angemessenheit dieser impliziten Interpretation für fachliches Lernen ist dabei noch nichts gesagt.

Sfard (1991) führt mathematischen Begriffen gegenüber eine gewisse Ontologie ein.[32] Sie betrachtet mathematische Begriffe als strukturell (*structural*) oder operational (*operational*). Während die strukturelle Auffassung mathematische Begriffe tatsächlich als „some abstract object" (Sfard, 1991, S. 4) betrachtet, geht es bei operationalen Begriffen um „processes, algorithms and actions, rather than [...] objects" (Sfard, 1991, S. 4). Sie führt erläuternd aus (Sfard, 1991, S. 4):

> Seeing a mathematical entity as an object means being capable of referring to it as if it was a real thing - a static structure, existing somewhere in space and time. It also means being able to [...] manipulate it as a whole, without going into details. [...] In contrast, interpreting a notion as a process implies regarding it as a potential rather than actual entity, which comes into existence upon request in a sequence of actions. Thus, whereas the structural conception is static [...] instantaneous, and integrative, the operational is dynamic, sequential, and detailed.

Zwischen diesen beiden Konzeptionen besteht für Sfard (1991, S. 4) „a deep ontological gap", aber dennoch sind die Auffassungen komplementär. Ein typisches Beispiel ist der Funktionsbegriff, den man sich als Vorgang, eben als 'Berechnung von Funktionswerten' oder als Objekt, nämlich als 'Menge von geordneten Paaren' vorstellen kann. Während eine grafische Darstellung den Objektcharakter betont, liegt einer algorithmischen Notation (z. B. in einer Programmiersprache) eine eindeutig operationale Denkweise zugrunde.[33] Die symbolische Repräsentation (Funktionsgleichung) vereint beide Aspekte (Sfard, 1991, S. 6). Sfard (1991) ist in Bezug auf die historische Entwicklung mathematischer Ideen der Ansicht,

[32] Die folgende Unterscheidung findet sich auch schon bei Reif (1987), der in einem größeren Rahmen die Interpretation von mathematischen und physikalischen Begriffen untersucht und rekonstruierend beschreibt (Reif und Allen, 1992, vgl. auch).

[33] Sherin (2001) legt einen Vergleich der Implikationen der Verwendung von Programmiersprachen und algebraischen Notationen in der Physik vor.

dass „the majority of ideas originated in *process* rather than in *objects*" (Sfard, 1991, S. 11). Für die Individualentwicklung wird Gleiches angenommen und festgestellt: „structural thinking is a very powerful weapon against the limitations of our working memory" (Sfard, 1991, S. 29). Diese Entwicklung von den operationalen zu den strukturellen Begriffsverständnissen wird von Sfard als dreistufiger Prozess beschrieben. Für diese Arbeit relevant ist die implizite Feststellung, dass Lernende in physikalischen Gleichungen eher beschriebene Prozesse sehen können oder eben Beziehungen zwischen Konstrukten, z. B. physikalischen Größen. Dies sind Vorstellungen, die Lernende über die Mathematik in der Physik haben bzw. hier speziell Vorstellungen, die über die Relevanz und Bedeutung bzw. Interpretierbarkeit physikalischer Gleichungen vorliegen.

Unter anderem aufbauend auf den Arbeiten von DiSessa (1993), Hammer (2000) und Sherin (1996, 2001) legt Tuminaro (2004) mit seiner Dissertation[34] eine Arbeit vor, die zunächst versucht zu beschreiben „how students *understand* mathematics in physics" (Tuminaro, 2004, Kapitel 4) und daran anschließend (Tuminaro, 2004, Kapitel 5 und 6) „how students actually *use* mathematics in physics". Diese Rekonstruktionen des Gebrauchs von Mathematik in der Physik geben wiederum Einblick in die (rekonstruierte) Vorstellungswelt der Lernenden über die Rolle der Mathematik in der Physik. Seiner Studie legt Tuminaro Videoaufzeichnungen von Studierenden zugrunde, die Übungsaufgaben zu einer Physiklehrveranstaltung bearbeiten. Aus diesem Datenmaterial rekonstruiert er sechs sogenannte *epistemic games*[35], worunter er basierend auf Redish (2004) Folgendes versteht:

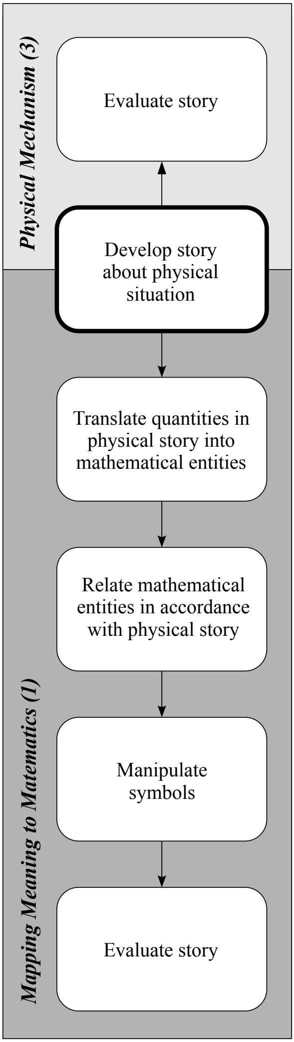
> A coherent activity that uses particular kinds of knowledge and processes associated with that knowledge to create knowledge or solve a problem (zitiert nach Tuminaro, 2004, S. 60).

Eine Übersicht der Schrittfolgen der von Tuminaro (2004) rekonstruierten epistemic games findet sich in Abb. 3.8.

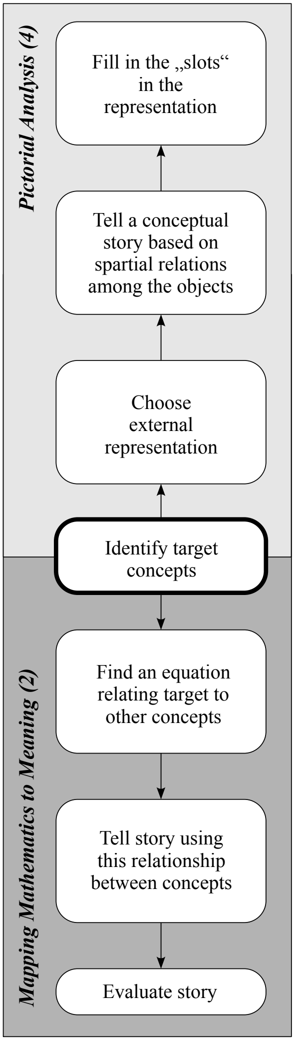
Diese Spiele sind jeweils durch strukturelle Komponenten (*structural components*), die Ein- und Ausstiegsbedingungen (*entry and ending conditions*), sowie Schrittfolgen (*moves*) gekennzeichnet. Zusätzlich unterscheiden sie sich hinsichtlich der ontologischen Komponenten (*ontological components*), wozu die für das jeweilige Spiel relevanten kognitiven Resourcen (*knowledge base*) und die anvisierten Zielstrukuren (*epistemic form*) gehören (Für Details: siehe Tuminaro, 2004, S. 59 ff.). Das elaborierteste epistemische Spiel bildet dabei *Mapping Meaning to Mathematics (1)* (Tuminaro, 2004, S. 62 ff.), das aus fünf Schritten besteht, die selbsterklärend sind (vgl. Abb. 3.8a). Das zweite Spiel, *Mapping Mathematics to Meaning (2)*, hat ganz ähnliche Voraussetzungen, vertauscht aber die Reihenfolge der einzelnen Schritte, wie dies die Bezeichnung schon andeutet. Der Startpunkt sind einmal die physikalischen Relationen zwischen Konzepten der (präparierten)

[34] Für einen kurzen Überblick sei auf Tuminaro und Redish (2007) verwiesen.

[35] Die Bezeichnung ist von Collins und Ferguson (1993) übernommen, aber inhaltlich nicht identisch.

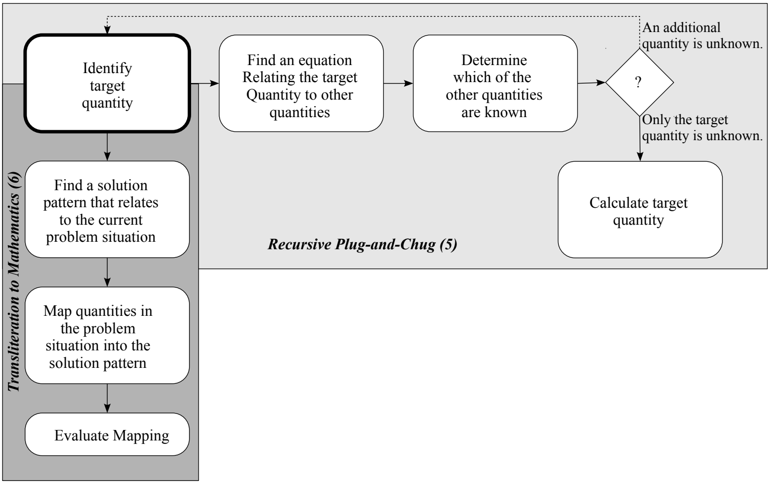


(a) Epistemic Games 1 und 3



(b) Epistemic Games 2 und 4

Abb. 3.8: Epistemic Games im Überblick Teil I (nach Tuminaro 2004, Kapitel 5), sortiert nach dem ersten Schritt des Spiels



(c) Epistemic Games 5 und 6

Abb. 3.8: Epistemic Games im Überblick Teil II (nach Tuminaro 2004, Kapitel 5), sortiert nach dem ersten Schritt des Spiels

Realität, das andere Mal hingegen mathematische Gleichungen (vgl. Abb. 3.8b). Ein drittes Spiel (*Physical Mechanism (3)*) hat ebenfalls ganz ähnliche Voraussetzungen, verzichtet aber komplett auf den Gebrauch von Gleichungen (vgl. Abb. 3.8a) innerhalb einer Problemlösesequenz, könnte also auch als Teil von Spiel 1 gedeutet werden. Das *Pictorial Analysis Game (4)* (vgl. Abb. 3.8b) betont den Aspekt der grafischen Repräsentation. Hier wird eine „external spatial representation that specifies the relationship between influences in the problem statement" (Tuminaro, 2004, S. 74) geschaffen. Das fünfte identifizierte Spiel ist das bekannte *Recursive Plug-and-Chug (5)* (vgl. Abb. 3.8c). Das verbleibende Spiel wird mit *Transliteration to Mathematics (6)* bezeichnet und ist dadurch gekennzeichnet, dass Lernende schon bearbeitete Aufgaben heranziehen, um durch analoges Vorgehen zu einer Problemlösung zu gelangen (vgl. Abb. 3.8c). Diese epistemischen Spiele sind Rekonstruktionen, basierend auf mehrere Minuten langen Problemlösesequenzen. Der Wechsel zwischen diesen Spielen ist sicherlich das entscheidende Merkmal beim erfolgreichen Bearbeiten von Problemen und keines der Spiele ist dem anderen von vornherein überlegen.

Meine durchaus angreifbare Behauptung, um sie noch einmal zu wiederholen, ist die, dass diesen Spielen Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik zugrunde liegen, die zumindest zeitweise von den Lernenden 'vertreten' werden. Die Jagd nach Gleichungen (Spiele 5 und 6) dürfte jedenfalls mit anderen Vorstellungen verknüpft sein als die Versuche qualitativen (Spiele 3 und 4) oder quantitativen (Spiele 1 und 2) Verstehens (Tuminaro, 2004, S. 83). Mit dem qualitativen Verstehen geht vermutlich eher eine Sicht von Mathematik oder Gleichungen als dem Problemlöseprozess folgendes Darstellungs- oder Kommunikationsmittel einher, während die Versuche quantitativen Verstehens auf die Sicht von Mathematik als Beziehungen analysierendes Denkwerkzeug hinweisen könnten. Die Jagd nach Gleichungen wiederum spiegelt neben Unterrichtserfahrungen sicher auch eine nur oberflächlich hinterfragte Beziehung zwischen mathematischen und physikalischen Aspekten wider. Der hier offensichtlich auch (nicht nur) situationale Charakter der verwendeten Problemlösestrategie, hat entsprechende Implikationen auf den von mir verwendeten Vorstellungsbegriff, dessen Eigenschaft situational konstruierte Vorstellungen einzuschließen, hier relevant ist.

Ganz analog geht Bing (2008) in seiner Dissertation vor,[36] indem er auf ganz ähnlichen Vorarbeiten und Grundannahmen wie Tuminaro (2004) vier „*epistemic framing clusters*“ (Bing, 2008, S. 45) rekonstruiert, die als exemplarische Antworten auf die allgemeine Frage nach den (oft impliziten) Rechtfertigungs- oder Überzeugungsgründen, auf die Physikstudierende [37] in Gruppenarbeiten während ihrer Problemlöseprozesse zurückgreifen. Bing identifiziert die Cluster Berechnung (*Calculation*), physikalische Abbildung (*Physical Mapping*), Aufruf einer Autorität (*Invoking Authority*) und mathematische Konsistenz (*Mathematical Consistency*). Die Merkmale dieser Cluster sind in Tab. 3.7 aufgeführt. Eine Verdeutlichung soll in Bings Worten erfolgen, der vier fiktive Lehrende auftreten lässt, die sich in Vorbereitung ihrer Lehrveranstaltungen (Einführung Kinematik) Gedanken darüber machen, was sie in Hinblick auf die Rolle der Mathematik zu ihren Studierenden sagen, wenn sie sie mit der Gleichung $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ konfrontieren (vgl. Bing, 2008, S. 2 f.):

> Professor Alpha looks at $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ and thinks to himself, „All right, that equation encodes a calculation scheme. If v_0 is 4, Δt is 2, and x_0 is 3, then that equation tells us how to calculate x_f. [...]“
>
> Professor Beta has a different reaction when $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ appears in her lecture plan. She sees that equation and is reminded of how appropriate uses of math in physics correctly model whatever physical system is at hand. Dr. Beta plans on talking with her class how $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ encodes a physical idea. [...]

[36] Für einen zusammenfassenden Überblick vgl. Bing und Redish (2009).

[37] Es handelt sich um Studierende, die mindestens einen der Kurse Quantum Mechanics I and II, Electricity and Magnetism oder Intermediate Theoretical Methods besucht haben, also um „upper undergraduates“. Im Vergleich zu den weniger fortgeschrittenen Versuchspersonen bei Tuminaro (2004), bedeutet dies, dass weniger Schritte expliziert oder problematisiert werden. Bing hält es daher für schwierig die einzelnen Schritte der epistemischen Spiele zu belegen. Außerdem hält er die epistemische Form, also das anvisierte 'Endprodukt', für zu einengend und die Frage nach den Begründungen, die eine Studentin für hinreichend hält, für relevanter (vgl. Bing, 2008, S. 61 ff.).

> Professor Gamma thinks something still different when he's sitting at his desk. „Oh, the point of $x_f = x_0 + v_0 t$ is that it's a convenient rule for kinematics," he muses. „There are several other rules too, like $x_f = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ and $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ [...]. I'll present these various rules and talk with my students about how important it is to make sure you're quoting a rule that is applicable to your current problem." [...] Professor Gamma also plans on talking about how math, in general, provides a convenient and time-saving system for physicists. No one, practically speaking, starts every physics problem from absolute first principles every single time. Physicists sometimes take shortcuts, quoting previously packaged mathematical results. Mathematics is powerful, in part, because it allows such packaging.
>
> Professor Delta's mind goes in yet another direction when she realizes that $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ is going to come up in her lecture. "The great thing about using math in physics," she thinks to herself, „is that you get this whole big web of interconnected math ideas. Math gives a formal, logical structure that connects superficially different applications. I'm going to emphasize to my students how $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ fits in with a web of other math ideas." Dr. Delta plans on talking about how $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ can be derived from the definition of average velocity: $\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. She also wants to note how $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ has a base-plus-change structure to it [...]. Stepping way back, $x_f = x_0 + v_0 \Delta t$ is a solution to a general class of differential equations: $\frac{d^2x}{dt^2} = k$, for the case $k = 0$.

Dabei ist für diese Arbeit relevant, dass hier wiederum Vorstellungen hinter den rekonstruierten framing clusters liegen, die teilweise mit auf anderen Wegen gewonnenen Erkenntnissen kompatibel sind. So dürfte das Vertrauen in eine algorithmische Abfolge von Schritten (Berechnung bei Professor Alpha) zum Beispiel mit Vorstellungen einhergehen, nach denen Mathematik als Werkzeugkiste aufzufassen ist, aus der man (als Physiklernende(r)) geeignete Werkzeuge auswählen kann, die dann zu richtigen Ergebnissen führen (vgl. z. B. das Schema-Konzept in Abschnitt 3.5.5). Das Cluster Physikalische Abbildung (Professor Beta) hingegen legt ein Bild von der Rolle der Mathematik nahe, wonach diese als Sprache oder Beschreibungsmedium physikalischer Gegebenheiten dient. Das Heranziehen von Quellen, die als Autorität dienen (Professor Gamma), legt ebenfalls eine Verbindung zu Vorstellungen nahe, nach denen Mathematik eine Sammlung von Wissen ist, die von Autoritäten weitergegeben und von Lernenden bestenfalls angewendet, aber nicht entwickelt werden kann (vgl. die Dimension source of knowledge im Modell von Hofer und Pintrich (1997)). Bei dem Cluster Mathematische Konsistenz (Professor Delta) schließlich liegt zumindest implizit die Annahme vor, dass innermathematische Konsistenz ein Kriterium für physikalische Angemessenheit ist.

	epistemic framing clusters			
	Berechnung (*Calculation*), Prof. Alpha	physikalische Abbildung (*Physical Mapping*), Prof. Beta	Aufruf einer Autorität (*Invoking Authority*), Prof. Gamma	mathematische Konsistenz (*Mathematical Consistency*), Prof. Delta
rekonstruierte Begründungen in den Clustern	Das korrekte Ausführen von Algorithmen führt zu vertrauenswürdigen Ergebnissen.	Die Güte der Passung zwischen mathematischen und physikalischen Beobachtungen bzw. Erwartungen bestätigt Ergebnisse.	Absichern durch eine zuverlässige Quelle gibt Resultaten oder Regeln Glaubwürdigkeit.	Die Ähnlichkeit oder logische Verbundenheit mit mindestens einer anderen mathematischen Idee bietet Absicherung.
weitere Indikatoren der Cluster	Weitere Indikatoren sind z. B. die Betonung technischer Korrektheit und einfache mathematische Argumentationskettenbildung (chaining), z. B.: „Benötige dies, um jenes zu bekommen."	Die Verwendung von Diagrammen und Gestikulieren weisen oft auf dieses Cluster hin.	Indikatoren sind z. B. das Zitieren einer Regel oder die Abwesenheit von physikalischen Argumentationsketten (chaining).	Oft werden Analogien zu anderen mathematischen Ideen oder Kategorisierungen verwendet.

Tab. 3.7: Epistemic Framing Clusters nach Bing (2008, S. 60)

Damit sind die mir bekannten und für diese Arbeit direkt oder indirekt relevanten Befunde, die es über Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik gibt, dargestellt. Es bleibt, die wesentlichen Punkte noch einmal zusammenzufassen.

3.8 Zusammenfassung und Fazit

In diesem Kapitel wurden Vorstellungen Lernender zur Mathematik in der Physik, zur Physik, zur Mathematik sowie zur Epistemologie dargestellt und in die Beliefsforschung der Mathematikdidaktik, die Schülervorstellungsforschung der Physikdidaktik bzw. die Einstellungsforschung der Psychologie eingeordnet. Den Ausführungen liegt dabei die folgende Definition von Vorstellungen zugrunde:

> Vorstellungen sind zugängliche mentale Repräsentationen von Objekten, Vorgängen, Sachverhalten, Personen, Begriffen oder anderen „Dingen", die kognitive, affektive und motivationale (evt. auch behaviorale) Komponenten besitzen und in mehr oder weniger strukturierte Vorstellungssysteme eingebunden sind. Sie sind Einheiten menschlicher Kognition, die Denken, Fühlen und Handeln beeinflussen und zeitlichen Veränderungen unterliegen.

Aus den Darstellungen wurde ersichtlich, dass verhaltensrelevante oder motivationale Aspekte von Vorstellungen in der fachdidaktischen Forschungslandschaft im Rahmen der Vorstellungsforschung bisher kaum untersucht sind. Die Frage, inwiefern es bei (welchen) Vorstellungen um situationale oder zeitlich längere Zeit stabile Konstrukte geht, wird in dieser Arbeit ebenfalls vernachlässigt. Dokumentiert und ausgewertet werden Reaktionen auf Testitems und Aufgabenstellungen, diese Reaktionen können sowohl situationale als auch stabile Reaktionen hervorrufen, eine Unterscheidung ist bei dem gewählten Untersuchungsdesign nicht möglich.

Vorstellungen haben eine substanzielle und instrumentelle Funktion für Lehr-Lernprozesse und sind Bestandteile des kognitiven Systems der Lernenden (und Lehrenden), was sie zu legitimen Gegenständen fachdidaktischer und lehr-lernpsychologischer Forschung macht.

Die gängige Einteilung epistemologischer Vorstellungen nach Hofer und Pintrich (1997) unterscheidet in die Natur des Wissens als Produkt (*nature of knowledge*) und die Natur des Wissens als Zustand (*nature of knowing*). Die Kategorie 'nature of knowledge' enthält Vorstellungen zur Sicherheit von Wissen (*certainty of knowledge*) und Einfachheit von Wissen (*simplicity of knowledge*). Die Kategorie 'nature of knowing' enthält Vorstellungen zur Quelle des Wissens (*source of knowledge*) und zur Rechtfertigung von Wissen (*justification of knowledge*). Epistemologische Vorstellungen haben dabei sowohl domänenspezifischen als auch domänenübergreifenden Charakter.

Mathematik wird den herangezogenen Untersuchungen zufolge als bedeutsam und nützlich, aber auch als langweilig, elitär und regelgebunden vorgestellt, wobei bezüglich der Nützlichkeit weiter differenzierende Untersuchungen vorliegen

(Maaß, 2006), die für die in der Physik Anwendung findende Mathematik relevant sein dürften. Die Arbeiten von Grigutsch (1996) und die Erhebungen im Rahmen von TIMSS III (Köller u. a., 2000) zeigen, dass es Dimensionen der Vorstellungen über Mathematik gibt, die sich nach Grigutsch sinnvoll mit den Schlagworten Formalismus-, Schema-, Prozess- und Anwendungsaspekt belegen lassen. Im Allgemeinen und hinsichtlich dieser Dimensionen lassen sich geschlechts-, leistungs- und altersspezifische Ausprägungen von Vorstellungen begründet vermuten (vgl. Abschnitt 3.5.3).

Die physikdidaktische Forschungsgemeinschaft expliziert wünschenswerte Vorstellungen Lernender, wonach durch Physik eine als erklärbar betrachtete Welt oder Vorgänge in ihr erklärt werden. Dabei entsteht Wissen unterschiedlicher zeitlicher Stabilität, das historischen Entwicklungen unterliegt, und als menschliches Konstrukt aufzufassen ist, an dessen Erstellung kreative, erfinderische Menschen beteiligt sind, die individuelle Vorverständnisse in ihre Arbeit einfließen lassen. Diese Menschen sind in soziale, kulturelle und institutionelle Kreise eingebunden, in denen Normen und Werte gelten, die Einfluss auf die Wissenskonstruktion haben. Somit gibt es nicht die eine Methode der Physik. Physikalisches Wissen hat einen experimentell-empirischen Bezug, entsteht aber auch durch Argumente, Beweise und Schlussfolgerungen und genaues, nachvollziehbares Arbeiten. In der Physik wird Wissen verschiedener Art konstruiert, das nicht ineinander umwandelbar ist (Theorie vs. Gesetz) (vgl. Abschnitt 3.6.2).

Lernende halten Physik oft für schwierig aber gesellschaftlich relevant – wenn auch für das persönliche Leben weniger bedeutsam (Hoffmann u. a., 1998; Angell u. a., 2004; OECD, 2007). Das Interesse von Schülerinnen und Schülern am Unterrichtsfach Physik ist geringer als das Interesse an anderen (naturwissenschaftlichen) Fächern und nimmt im Verlauf der Sekundarstufe I ab. Mädchen haben in der Regel ein weniger positives Bild von Physik als Jungen (Hoffmann u. a., 1998; Angell u. a., 2004; OECD, 2007).

Die Vorstellungen Lernender über die Natur der Physik werden im Allgemeinen (vor allem anhand des oben erwähnten normativen Bildes) als inadäquat beschrieben und zwar um so mehr, je jünger die Lernenden sind (Höttecke, 2001). Eine logico-empirische Weltsicht mit einem unangemessenen Verständnis des Verhältnisses zwischen Modell und Wirklichkeit, der Reifizierung von Erkenntnis, ein damit einhergehender absoluter Wahrheitsanspruch und die Fehleinschätzung kommunikativer Praktiken in der Physik sind an der Tagesordnung. Im Umgang mit wissenschaftstheoretischer Terminologie (Naturgesetz, Theorie etc.) sind Schülerinnen und Schüler nicht sicher. Zusammenhänge zum epistemologischen Modell von Hofer und Pintrich (1997) sind implizit und explizit anzutreffen. Auch hier hat es sich in der Regel als notwendig herausgestellt, Alter, Geschlecht und Leistung differenzierter zu betrachten und zwischen proximalen und distalen Vorstellungen (Hogan, 2000) zu unterscheiden (vgl. Abschnitte 3.6.3 und 3.6.4).

Zu Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik liegen wenige Befunde vor. Diese stammen aus zwei Quellen. Zum Einen wurden sie explizit erhoben (meist als Nebenprodukt zu qualitativen oder quantitativen Erhebungen), zum Anderen sind sie Rekonstruktionen, die auf der Grundlage von Daten vorgenommen wurden, die im Rahmen von Problemlöseprozessen erhoben wurden.

Das Sachinteresse daran „etwas zu berechnen“ ist bei Schülerinnen und Schülern in geringem Maße ausgeprägt. Dazu passend halten Lernende entsprechende Tätigkeiten in ihrem Unterricht für überrepräsentiert (Hoffmann u. a., 1998). Dennoch werden Formeln als hilfreich und nicht abschreckend (Müller und Heise, 2006) und die Mathematik als relevantes Element von Physik (Angell u. a., 2004) betrachtet. Allerdings wird unter der Anwendung der Mathematik in der Physik eher eine ergebnisorientierte Zahlenproduktion verstanden (Schecker, 1985; Larochelle und Désautels, 1991), die durch algorithmisches Abarbeiten geprägt ist (Schecker, 1985; Hammer, 1994; Wilhelm und Heuer, 2005). Das Analysieren von Zusammenhängen oder das Aufstellen von Gleichungen zur Beschreibung von Phänomenen oder Vorgängen, also der Übersetzungsprozess zwischen Realität und Mathematik werden als problematisch erlebt (Clement u. a., 1981; Malle, 1993; Angell u. a., 2004).

Das Interpretieren von Gleichungen kann anhand von symbolischen Formen (Sherin, 1996; Jones, 2010) beschrieben werden, die auch die Verbindung zwischen symbolischer Repräsentation und Realität oder wenigstens Vorstellung von Realität herstellen. Hinzu kommt, dass Begriffe und Gleichungen operational und strukturell gedacht werden können (Sfard, 1991; Sherin, 2001). Der Umgang mit Mathematik in längeren Problemlöseprozessen von Novizen schließlich ermöglicht das Aufdecken zeitweilig kohärenter Handlungsabläufe (epistemische Spiele, (Tuminaro, 2004)), hinter denen bestimmte Vorstellungen von der Rolle der Mathematik in der Physik stecken. Für fortgeschrittene Lernende rekonstruiert Bing (2008) vier epistemic framing cluster, die sich in Hinblick auf die als hinreichend akzeptierten Begründungen unterscheiden (z. B. Berechnungen oder mathematische Konsistenz) und damit auch epistemologische Vorstellungen widerspiegeln.

4 Mathematische Repräsentationsformen in der Physik

Seit seinem Bestehen soll der Physikunterricht auch in die Denk- und Arbeitsweisen der Physik einführen. Dies beinhaltet auch den qualifizierten Umgang mit fachtypischen Repräsentationsformen. Im Folgenden soll daher kurz auf mathematische und damit für diese Arbeit besonders relevante Repräsentationsformen eingegangen werden, auch deshalb, weil im empirischen Teil der Arbeit in grafische (Diagramme) und symbolische (Gleichungen) Repräsentationen unterschieden wird. Diese intuitive Unterscheidung, die sich auch durch den Verweis auf Erfahrungswissen von Lehrkräften in erster Instanz legitimieren lässt und sich wenig überraschend auch in psychologischer Forschung widerspiegelt, soll hier auf ein Fundament gestellt werden, das dem aktuellen Stand der Forschung entspricht. Dazu sind einige vorbereitende Ausführungen notwendig, die kognitionspsychologische Befunde mitteilen und auf weiterführende Literatur verweisen. Es wird sich zeigen, dass die Grenze zwischen algebraischer und grafischer Repräsentationsform aus kognitionspsychologischer Sicht verschwimmt, weil in beiden Fällen auf ganz ähnliche oder sogar gleiche kognitive Prozesse zurückgegriffen wird.

Zunächst wird jedoch eine unterrichtspraktische Perspektive eingenommen, aus der heraus sich Repräsentationsformen und insbesondere der Wechsel zwischen ihnen als relevant für Lehr-Lernprozesse erweisen. Dies wird insbesondere in Unterrichtskonzeptionen behauptet, die Kommunikationskompetenzen fördern und die Rolle der Sprache beim Physiklernen ins Bewusstsein der Akteure rufen wollen. Dabei wird von „Repräsentationen auf verschiedenen Ebenen“ (Leisen, 1998b, S. 14), der Phänomen-, Modell- und Theorieebene gesprochen, wobei die Darstellungen auf den einzelnen Ebenen in der genannten Reihenfolge immer abstrakter, unanschaulicher und formaler werden. Oft werden auch direkt „Abstraktionsebenen“ (Leisen, 1998a, S. 9) benannt: gegenständliche Ebene, bildliche Ebene, sprachliche Ebene, symbolische Ebene, mathematische Ebene, die hier ebenfalls nach Abstraktionsgrad geordnet, aufsteigend angegeben wurden. Solche gestuften Darstellungen sind weitgehend heuristisch und kaum empirisch belegt, aber weit verbreitet und durchaus hilfreich. Insbesondere im Fach Physik dienen diese Stufen vielen Lehrerinnen und Lehrern zur Orientierung bei der Gestaltung von Lehr-Lernprozessen. Gefordert, weil für förderlich befunden, wird der gezielte Wechsel der Darstellungsformen. Die angeführten Gründe umfassen unter Anderem die vertiefende Übung sowie damit einhergehend wachsende Fach- und Methodenkompetenz (Leisen, 1998a, S. 9). Dies wiederum fügt sich in das Bild, das durch die Befunde zur kognitiven Aktivierung in der Mathematikdidaktik (vgl. z. B. Lipowsky, 2006) oder der Didaktik des Sachunterrichts (vgl. Vehmeyer, 2009) und durch die cognitive load theory (Erhöhung der germane cognitive load (vgl. Chandler und Sweller, 1991)) gezeichnet wird und ist jeder Lehrkraft als Erfahrungswissen bekannt. Die von Leisen behaupteten Effekte, die sich durch den Wechsel der Darstellungsebenen ergeben, lassen sich also auch für den Wechsel der mathematischen Repräsentationsform (grafisch - algebraisch) und für die bei Modellierungen wichtigen Übersetzungesprozesse zwischen Realität und Modellwelt (oft in mathematischer Darstellung) annehmen.[1]

4.1 Kognitionswissenschaftliche Grundlagen

Klassische kognitionswissenschaftliche Ansätze sind repräsentationale Ansätze, postulieren also interne Mechanismen für die Speicherung, Manipulation und Verarbeitung von Daten die zu intelligentem Verhalten befähigen. Diese klassische Sicht lässt sich nach Dietrich und Markman (2000, S. 471) durch fünf wesentliche Annahmen beschreiben:

1. Repräsentationen sind vermittelnde Zustände eines intelligenten Systems, die Informationen tragen.
2. Kognitive Systeme benötigen einige beständige Repräsentationen.
3. Kognitive Systeme enthalten einige Symbole.
4. Einige Repräsentationen sind an bestimmte Wahrnehmungssysteme gebunden, andere sind amodal.
5. Viele kognitive Funktionen können simuliert werden, ohne sensorische und effektorische Ressourcen zu berücksichtigen.

Innerhalb dieses Ansatzes ist bereits von Repräsentationen die Rede. Ganz allgemein kann man unter einer Repräsentation nach Goldin und Kaput (1996, S. 398) Folgendes verstehen:

> [A] representation is a configuration of some kind that, as a whole or by part, corresponds to, is referentially associated with, stands for, symbolizes, interacts in a special manner with, or otherwise represents something else.

Der Repräsentationsbegriff impliziert also einen Ursprungsraum und einen Bildraum. Dabei besteht der Bildraum gerade aus den Elementen, die als Repräsentationen (intern) gelten, der Ursprungsraum hingegen aus den Informationen (extern oder intern), die repräsentiert werden. Zwischen beiden Räumen muss es irgendwie geartete Abbildungsregeln geben.

Spätestens hier wird es relevant, zwischen internen und externen Repräsentationen zu unterscheiden. Interne Repräsentationen beziehen sich auf innere mentale

[1] In neuerer Zeit werden Repräsentationsformen in der Physik insbesondere auch unter der Perspektive der Modellierung von Kommunikationskompetenz betrachtet (Kulgemeyer und Schecker, 2009a,b). Ob die Erkenntnisse, die sich aus einer solchen Perspektive gewinnen lassen, auch das Verständnis von individuellen Verstehensprozessen, also - wenn man so will - Kommunikationsprozessen mit sich selbst, erhellen, wird abzuwarten sein.

Zustände eines kognitiven Systems und sind damit hypothetisch-modellhaft. Bei externen Repräsentationen hingegen handelt es sich um physisch wahrnehmbare Zustände oder Konfigurationen, z. B. mathematische Zeichen oder Worte. Bevor ich mich ausschließlich den externen Repräsentationsformen zuwende, sollen noch neuere Ansätze angedeutet werden, die den oben skizzierten Repräsentationsansatz der Kognitionswissenschaften, in dem ausschließlich von internen Repräsentationen die Rede ist, zumindest ergänzungsbedürftig erscheinen lassen. Die relevanten Ansätze sind nach Dietrich und Markman (2000) die Ansätze der

- *perceptual symbol systems* (z. B. Barsalou, 1999), wonach die herausragende Rolle amodaler Symbole, also wahrnehmungsapparatunabhängiger abstrakter Repräsentationen in Frage gestellt und die Bedeutung wahrnehmungsabhängiger spezifischer Repräsentationen insbesondere zur Erklärung der kognitiven Flexibilität betont wird;
- *situated action* oder *situated cognition* (z. B. Greeno, 1989), wonach die isolierte Betrachtung eines kognitiven Systems unabhängig von seiner Umgebung unzulässig ist, denn da diese Umgebung stabil ist, muss sie auch nicht vollständig intern repräsentiert werden;
- *embodied cognition* (z. B. Calvo und Gomila, 2008), wonach die Vernachlässigung sensorischer und effektorischer, insbesondere motorischer Ressourcen unzulässig ist, da sie bzw. die durch sie mögliche Wechselwirkung mit der Umwelt der Ursprung aller Kognition sind;
- *dynamical systems* (z. B. Port und van Gelder, 1995), wonach die Annahme diskreter Repräsentationen/Symbole unzulässig ist und durch sich kontinuierlich in Abhängigkeit von internen und externen Parametern wandelnde Repräsentationen ersetzt werden sollte. Dies erklärt modellhaft die Anpassungsfähigkeit kognitiver Systeme und individuelle Unterschiede.

Als anerkannt dürfte gelten, dass insbesondere die Wechselwirkung zwischen Umwelt und kognitivem System entscheidenden Einfluss auf das kognitive System hat. Diese Wechselwirkungen sind insbesondere aus lernpsychologischer Sicht interessant. So müssen sowohl interne (Vorwissen), als auch externe Faktoren (externe Repräsentationen, Medien) Beachtung finden, um zu erklären wie Veränderungen des kognitiven Systems, also Lernen möglich wird und auch, wie es beeinträchtigt werden kann. Für die Gestaltung von Lernprozessen unter Anwendung von Mathematik in der Physik ist z. B. relevant, dass Vorwissen ein determinierender Faktor des Lernens sein kann. Trivialerweise ist dabei fehlendes Vorwissen ein Lernhindernis, aber auch vorhandenes Wissen kann Lernprozesse beeinflussen: McNeil und Alibali (2005) zeigen z. B., dass ausgeprägte prozedurale arithmetische Fähigkeiten (bei Grundschulkindern) oder deren Aktivierung (bei Erwachsenen) hinderlich für den Umgang mit Gleichungen sind. Die bekannten Schülervorstellungsforschungen (fachliche Präkonzepte) sind ein weiteres bekanntes Beispiel (vgl. Kapitel 3). Hier handelt es sich also um Wechselwirkungen vorhandener interner

Repräsentationen mit der Umwelt bzw. neuen oder anderen internen Repräsentationen.

Zhang (1997, 2000) und Zhang und Wang (2005) betonen die Rolle externer Repräsentationen und vertreten ein Modell der *distributed cognition*, das sie für kompatibel mit den Ansätzen der *situated cognition* (z. B. Greeno, 1989; Greeno und Moore, 1993) halten. In Zhangs Untersuchungen geht es um grafische Darstellungen, die als externe Repräsentationen neben den internen Repräsentationen vorliegen. Beide Repräsentationsformen werden nun beim Problemlösen gleichermaßen relevant und sind ihrem Wesen nach verschieden voneinander. Insbesondere stellen externe Repräsentationen nicht nur Input oder Stimuli dar, die zunächst in interne Repräsentationen umgewandelt werden müssen, bevor sie weiterverarbeitet werden oder dem Problemlöseprozess zugeführt werden können. Externe Repräsentationen

> are intrinsic components of many cognitive tasks; they guide, constrain, and even determine cognitive behavior. For complex tasks requiring interactions with the environment, the complexity of the environment and the limitations of the mind suggest that cognitive behavior is much like constraint satisfaction through the execution of the operations directly activated by external and internal representations and the processing of the information directly available from external and internal representations (Zhang, 2000, S. 179).

Zhang und Wang (2009) untersuchen insbesondere die Beziehung zwischen externen Repräsentationen und Arbeitsgedächtnis und kommen zu dem Ergebnis, dass externe Repräsentationen Problemlöseleistungen sowohl verbessern, als auch beeinträchtigen können.

> Specifically, a task with all information in external representations is easier than a task with part or all information in working memory, but a task with information distributed across working memory and external representations can be easier or harder, depending on how the information from different sources is compatible and coordinated. In particular, when external and internal representations are incompatible, either due to the specific encoding of internal representations or the specific presentation format of external representations, the task performance may be negatively affected (Zhang und Wang, 2009, S. 9).

Damit ist erneut klar, dass externe Repräsentationen, z. B. grafische und symbolische Darstellungen, nicht nur Input für interne Verarbeitungsprozesse sind, sondern weitere Funktionen übernehmen. Sie sind auch nicht einfach nur Gedächtnisstütze, sondern können den Zugriff auf Informationen des Langzeitgedächtnisses überhaupt erst ermöglichen (Larkin und Simon, 1987) oder die Art der Bearbeitung eines Problems erheblich beeinflussen, z. B. indem sie den Abstraktionsgrad einschränken (auf Allgemeinheit verzichten) und dadurch problemimmanente Informationen interpretierbar und transparent machen (z. B. Stenning und Oberlander, 1995) oder Entscheidungsstrategien beeinflussen (Zhang, 2000, der auf weitere Literatur verweist).

Ein hilfreicher theoretischer Ansatz, der für die Erstellung, Interpretation und Bewertung von Repräsentationen eine Rolle spielt ist die Cognitive Load Theorie nach Chandler und Sweller (1991) und Sweller (2003). Sie ist auch in der Physikdidaktik bereits rezipiert worden und wurde insbesondere auf die Gestaltung von multimedialen Lernumgebungen bezogen (vgl. z. B. Rabe, 2007, S. 129 f.). Im Zusammenhang der vorliegenden Arbeit scheint es wesentlich, herauszustellen, dass Begriffskonstruktionen, wie sie in der Physik vorgenommen und zum Teil durch die Mathematik angeboten werden, dazu führen, die intrinsische bzw. extrinsische kognitive Belastung zu reduzieren (vgl. z. B. die Ausführungen zu den Arbeiten von Sfard (1991) auf S. 130 f. in dieser Arbeit). Gleiches gilt für die Verwendung von externen Repräsentationen, die einen Teil der zu bearbeitenden Informationen auslagern.

Neben einigen Untersuchungen, die im Rahmen der Problemlöseforschung entstanden sind, liegen auch aktuelle kognitionspsychologische Befunde vor, die im Folgenden für grafische Darstellungen und Gleichungen dargestellt werden sollen.

4.2 Grafische Repräsentationen: Diagramme

Grafische Darstellungen (im Sinne von grafischen Darstellungen (funktionaler) Zusammenhänge, engl.: graph) sind keineswegs schon immer Bestandteil wissenschaftlichen Arbeitens. Insbesondere der Gebrauch in wissenschaftlichen Publikationen erfuhr erst im 19. Jahrhundert allgemeine Verbreitung (vgl. Friel u. a., 2001, S. 126). Dabei sind grafische Darstellungen und ihre Verwendung ein etabliertes Forschungsfeld (vgl. z. B. den Reviewartikel von Shah und Hoeffner (2002)).

Eine grafische Darstellung, in oben genanntem Sinne, besteht nach Friel u. a. (2001, S. 126) aus einem Rahmen (*framework*), womit Achsen, Skalen, Gitter usw. gemeint sind, der je nach Wertebereich und Art des jeweiligen Diagramms verschiedene Formen annehmen kann. Dazu gehören Bezeichnungen (*labels*), Datenpunkte darstellende *specifiers* sowie ein Diagrammhintergrund (*background*), gegen den sich die specifiers absetzen. Friel u. a. (2001, S. 126) betonen, dass jedes Diagramm aus diesen vier Komponenten besteht, aber auch „each kind of graph also has its own 'language' associated with these structural components“.

Im Vergleich zum Interpretieren von Diagrammen ist das Erstellen von Diagrammen wesentlich weniger erforscht. Das Lesen oder Verstehen von Diagrammen (*graph comprehension*) lässt sich in Stufen denken, die dazu dienen können, einen Lernprozess zu strukturieren oder zu beschreiben. Friel u. a. (2001, S. 129 ff.) stellen mehrere solcher Stufenmodelle vor und fassen zusammen

> Three levels of graph comprehension have emerged: an elementary level focused on extracting data from a graph (i.e., locating, translating), an intermediate level characterized by interpolating and finding relationships in the data as shown on a graph (i.e., integrating, interpreting), and an advanced level that requires extrapolating from the data and analyzing the relationships implicit in a graph (i.e., generating, predicting).

Die Schwierigkeit bzw. Fähigkeit aus grafischen Darstellungen bedeutungsvolle Informationen zu gewinnen wird insbesondere durch den Zweck (purpose), der mit einer grafischen Darstellung verfolgt wird (z. B. Analyse, Kommunikation), die Anforderungen (task characteristics), die das Lesen eines Diagramms verlangt (z. B. Diagrammgestaltung, Dekodierungshilfen, Aufmerksamkeitssteuerung global – lokal, Kontext), disziplinspezifische Eigenheiten (characteristics of the discipline, z. B. Konventionen bezüglich Datenreduktion und Skalierung) und das Vorverständnis des Lesenden (characteristics of graph readers, z. B. mathematisches Vorwissen und Erfahrung) beeinflusst (Friel u. a., 2001, S. 132).

Das Lesen grafischer Darstellungen kann nach Einschätzung einiger Forscher nicht als kontextfreie Kompetenz verstanden werden. Vielmehr wird die Fähigkeit der Interpretation der grafischen Darstellung eines funktionalen Zusammenhangs stark von der Vertrautheit mit dem Phänomen, auf das sie sich bezieht, beeinflusst, insbesondere, wenn mehr als oberflächliche Interpretationen relevant sind (Roth und Bowen, 2001). Dennoch sprechen DiSessa (2004) bzw. DiSessa und Sherin (2000) von meta-representational competence (MRC) und meinen damit „the ability to select, produce and productively use representations but also the abilities to critique and modify representations and even to design completely new representations“ (DiSessa und Sherin, 2000, S. 386).

Visualisierungen, auch im Sinne von Diagrammen, sind eine häufige Empfehlung für das effektive Lösen von Problemen (z. B. Polya, 2004, S. 108). Larkin und Simon (1987) zeigen auf, dass grafische Darstellungen helfen, Vorwissen zu aktivieren und Schlussfolgerungen zu ziehen. Zazkis u. a. (1996) schlagen das **V**isualizer/**A**nalyzer-Modell vor, wonach Visualisierung und Analyse komplementäre Bestandteile eines Problemlöseprozesses sind. Unter Visualisierung wird dabei die Übersetzung von interner zu externer Repräsentation verstanden, während Analyse die (mentale, evt. durch externe Repräsentationen beeinflusste) Manipulation von Ideen oder Objekten beinhaltet. Nach diesem Modell wechseln sich Visualisierungs- und Analyseschritte ab, wobei die auf eine Visualisierung folgenden Analysen zu einer Verbesserung (Abwandlung, Erweiterung, Neuanfertigung) der Visualisierung führen, die wiederum Voraussetzung für weiterführende oder neuartige Analyseschritte wird. Stylianou (2002) erweitert das V/A-Modell aufgrund empirischer Untersuchungen, indem die Analyseschritte genauer betrachtet und näher spezifiziert werden.

4.3 Symbolische Repräsentationsformen: algebraische Notation

Das Lesen einer grafischen Darstellung ist ein relativ komplexer Vorgang. Die Aufmerksamkeitssteuerung und insbesondere die Identifikation relevanter Informationen (global – lokal) sind wichtige Prozesse, da grafische Darstellungen eine Vielzahl an Informationen darbieten, die potentiell ähnlich prioritär sind. Bei Gleichungen hingegen liegt es näher von einer sequentiellen Verarbeitung auszugehen, in dem

Sinne, dass die Gleichung von links nach rechts zu lesen ist. Dieses Lesen einer Gleichung ist allerdings nicht weniger anspruchsvoll, da Reihenfolge, Position und relative Größe, Orientierung und Wiederholung etc. von Zeichen bedeutsam sind, kleine Veränderungen also gewaltige Bedeutungsunterschiede hervorrufen können. Neben klaren syntaktischen Regeln für die Verknüpfung von Zeichen kommen auch ästhetische Aspekte zum Tragen.

Wenig überraschend ist daher der Befund von Kato u. a. (2002), wonach Kinder zwischen 4 und 8 Jahren, Repräsentationen auf oder unterhalb ihres Abstraktionsniveaus erstellen können, der Umgang mit Symbolen also eng an verfügbare Abstraktionen gekoppelt ist. Anschauliche Belege finden sich auch bei Swafford und Langrall (2000), die das Lösen, Beschreiben und Verallgemeinern von einfachen Problemsituationen mit Lernenden der 6. Klassenstufe untersuchen. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch der Befund von Pyke (2003), wonach die Fähigkeit mit externen Repräsentationen umzugehen, sich mit grundlegenden verbalen und räumlichen kognitiven Fähigkeiten zusammen entwickelt. Insbesondere ist der Einsatz externer Repräsentationen im Sinne eines „je-mehr-desto-besser“-Ansatzes fragwürdig.

> In particular, providing representations as support at the time of instruction and assessment may prevent students from having the amount and kinds of representing experiences required to build the structural and functional representation systems they need to effectively use the power of mathematics to describe their understanding of the world (Pyke, 2003, S. 428).

Wie Koedinger u. a. (2008) für Collegestudierende zeigen, stehen Abstraktionsgrad einer Repräsentationsform, Problemkomplexität und Lösungserfolg in Zusammenhang. Während grounded representations (z. B. sprachliche Beschreibungen) bei einfachen Problemen schneller und häufiger zu richtigen Lösungen führen (siehe auch Koedinger und Nathan, 2004), sind abstraktere Repräsentationen bei komplexeren Problemen/Kontexten überlegen. Diese Erkenntnis könnte auch (und insbesondere unter Beachtung der cognitive load theory) erklären, warum Müller und Heise (2006) formelbasierte Textversionen als lernförderlicher identifizieren als solche, in denen Formeln verbalisiert wurden (vgl. auch S. 123).

Strahl u. a. (2010b) führen eine explorative Studie zum Lesen bzw. Interpretieren von physikalischen Gleichungen durch und kommen zu dem Schluss dass Formeln in Chunks und Strukturelemente zerlegt werden. Eine Erkennntnis, die angesichts der begrenzten Kapazität unseres Arbeitsgedächtnisses nicht überrascht. Wesentlich aufschlussreicher sind in diesem Zusammenhang die bereits aufgeführten Ergebnisse von Sherin (2001), der symbolische Formen als relevante Größen des Interpretationsvorgangs beschreibt (vgl. Seite 129 in dieser Arbeit). Die Wahrnehmung von physikalischen Gleichungen stand im Mittelpunkt einer weiteren Befragung von Strahl u. a. (2010a). Hier sollten für verschiedene physikalische Gleichungen bevorzugte Darstellungsformen identifiziert werden und das Ausmaß der Abschreckung durch diese Gleichung angegeben werden. Es sind eindeutige

Vorlieben bezüglich der Darstellungsform einzelner Gleichungen zu erkennen und das Ausmaß der empfundenen Abschreckung durch die jeweilige Gleichung folgt, wie z. B. auf Grundlage der cognitive load theory zu erwarten, einem Muster, dass sich wie folgt zusammenfassen lässt: „je mehr Zeichen, desto abschreckender die Formel". Dabei liegt jedoch keine direkte Proportionalität vor, sondern es stellt sich eine Sättigung ein. Über die Ursachen für die gefundenen Vorlieben (Gewöhnung, kognitive Mechanismen etc.), ihre unterrichtliche Relevanz etc. liegen keine Vermutungen vor.

Aufschlussreicher sind diesbezüglich kognitionspsychologische Untersuchungen von Landy und Goldstone (2007a,b). Sie zeigen an kontextfreien algebraischen (Landy und Goldstone, 2007b) bzw. arithmetischen Gleichungen und logischen Aussagen (Landy und Goldstone, 2007a), dass grafische und andere Elemente Einfluss auf Produktion (Landy und Goldstone, 2007a) und Effizienz von Interpretations- bzw. Validierungsprozessen haben (Landy und Goldstone, 2007b). Insbesondere stellen sich in den von Landy und Goldstone (2007b) beschriebenen Experimenten die Faktoren Zeichenabstand (physical spacing) in formalen Gleichungen, ovale Gruppierungsmarkierungen (common region grouping by embedding symbols inside oval-shaped regions) und alphabetische Nähe verwendeter Variablen (alphabetic proximity) als einflussreich für die Feststellung des Wahrheitsgehaltes einer behaupteten Gleichheit dar. Mit anderen Worten, die Wahl von Variablenbezeichnungen (in diesem Fall um Zusammengehörigkeiten anzudeuten) ist bedeutsam für die Fehleranfälligkeit der Verarbeitung und insofern nicht irrelevant, wie es z. B. das Diktum „Name ist Schall und Rauch" aus Goethes Faust I behauptet. Nun dürfte es sich hierbei um einen erlernten Effekt handeln, denn die Reihenfolge der Buchstaben im Alphabet dürfte wohl unbestreitbar als Konvention angesehen werden. Die visuellen schwierigkeiterzeugenden Merkmale (Zeichenabstand und Gruppierungsmarkierungen) hingegen deuten darauf hin, dass visuelle Eindrücke direkt an der Verarbeitung von mathematischen Symbolketten beteiligt sind.

Dies ist vor einem bestimmten und weit verbreiteten Hintergrund überraschend. Geht man nämlich von zweistufigen Ansätzen (two-stage accounts) aus, so wird in einem ersten Schritt die Gleichung in eine Reihe einfacher Zeichen (Grapheme) zerlegt und wahrgenommen. In einem zweiten Schritt werden dann diese Wahrnehmungen gefiltert (Vernachlässigung anhand gelernter mathematischer Regeln als irrelevant eingestufter Wahrnehmungen, z. B. Schriftfarbe und -größe) und schließlich unter Einbeziehung der erlernten mathematischen Regeln in abstrakte interne Repräsentationen umgewandelt, in denen nur noch die Reihenfolge der Zeichen relevant ist. Erst auf dieser Stufe setzt die mathematische Verarbeitung ein, also ein Prozess der Entscheidungsfindung bezüglich des Wahrheitsgehaltes einer gegebenen Gleichung. Demnach sollte der Wahrnehmungsprozess die mathematische Verarbeitung nicht wesentlich beeinflussen (vgl. Landy und Goldstone, 2007b, S. 731). Die aufgeführten Ergebnisse widersprechen dieser Annahme. Adäquater scheinen demnach andere Ansätze oder Kombinationen derselben.

Geht man z. B. von einem sparsameren interaktiven Modell (interactive account) aus, dem die Annahme unterliegt, dass die zu bewertende Zeichenkette nur soweit zerlegt wird, wie dies für die Entscheidungsfindung notwendig ist (chunking), dann stellen die Ergebnisse keine große Überraschung dar. Denn dann würde man zunächst beginnen, nur linke und rechte Seite der Gleichung miteinander zu vergleichen und weitere Zerlegungen (auf der Grundlage räumlicher Anordnungen) nur bei Notwendigkeit ausführen (vgl. Landy und Goldstone, 2007b, S. 731). Schließlich verweisen Landy und Goldstone (vgl. 2007b, S. 731 f.) z. B. auf Dehaene (1997) und seine im Kontext einfacher arithmetischer Probleme entwickelte triple-code theory, nach der einfache arithmetische Daten arithmetisch, komplexe vielstellige Informationen hingegen visuell gespeichert werden und Zahlen amodal miteinander verglichen werden. Sie halten diese Theorie für ihre Zwecke für erweiterungsfähig (vgl. Landy und Goldstone, 2007b, S. 732).

In diesem Sinne ist es fraglich, ob algebraische Darstellungen den ihnen eingeräumten Sonderstatus tatsächlich verdienen oder ob nicht die gleichen visuellen Prozesse zum Einsatz kommen, die auch bei der Dekodierung von grafischen Darstellungen verwendet werden. Möglicherweise unterscheiden sich symbolische Darstellungen nur graduell von visuellen Darstellungen.

Landy und Goldstone (2007a, S. 2039) fassen ihren Artikel, in dem sie sich in Ergänzung zu den oben vorgestellten Erkenntnissen zur Interpretation von Gleichungen mit deren Erzeugung,[2] d. h. Verschriftlichung befassen, wie folgt zusammen:

> Our [...] symbol systems hypothesis is that symbols are not arbitrary, unconstrained tokens but rather are represented and processed using space and perceptually organized groups. This conception of physical symbols makes them far more constrained [...], but these constraints are not only limiters, but permitters as well. For specific problem solvers who are humans, it is good policy to design symbols that can be processed efficiently, given what we know about perceptual and cognitive mechanisms. From this perspective, it is hardly surprising if the symbols we write look a lot like symbols we are good at reading, and if the symbols we think with are a lot like symbols we are good at thinking.

Die angeführten, relativ grundlegenden Erkenntnisse sind auch physikdidaktisch relevant, nicht nur für die möglichst hilfreiche Gestaltung von Lehr- und Lernmedien, sondern auch für das Verstehen von Problemlöseprozessen, in denen Gleichungen und deren (Fehl)Interpretation eine Rolle spielen. Die hier vorgestellten kognitionspsychologischen Befunde ergänzen in gewisser Weise die von Sherin (2001) vorgestellten Überlegungen durch einen höheren „Auflösungsgrad" (vgl. Abschnitt 3.7.2).

[2] Erwähnt sei bezüglich der Erzeugung physikalischer Gleichungen, dass Einheitenbetrachtungen für die Konstruktion physikalischer Gleichungen wenig hilfreich sind. Lediglich als Kontrollfunktion spielen sie eine sinnvolle Rolle, wie Untersuchungen von Reed (2006) zeigen.

4.4 Wechsel zwischen Repräsentationsformen: Beispiel Funktionen

Das in der Physik und insbesondere im Physikunterricht meist genutzte mathematische Konzept dürfte wohl das der Funktion sein. Funktionen werden auch als einer der zentralen Begriffe der (Schul)Mathematik angesehen und erfreuen sich entsprechender Aufmerksamkeit in der mathematikdidaktischen Forschung (z. B. Mahir, 2010; Müller-Philipp, 1994; Leinhardt u. a., 1990). Insbesondere kann man Funktionen grafisch (Diagramm) und symbolisch (algebraische Notation) darstellen und sie im Sinne von Sfard (1991) als prozessartig und objektartig betrachten (vgl. Seite 130).

Die folgende Darstellung basiert auf Leinhardt u. a. (1990, insbesondere S. 1-23) und ist in Abb. 4.1 zusammengefasst. In der Physik beziehen sich Funktionen auf spezielle Situationen, die aspekthaft durch relevante Zusammenhänge zwischen Größen beschrieben werden, oder auf allgemeine abstrakte Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen. Der Umgang mit solchen Zusammenhängen erfolgt auf der Grundlage von Messdaten (eher in konkreten Situationen), die tabellarisch oder als grafische Darstellung (Diagramm) vorliegen oder auf der Grundlage von algebraisch formulierten Gleichungen (in konkreten und allgemeinen Kontexten). Damit kann man sich beim Umgang mit Funktionen in der Physik in mindestens drei Welten bewegen: der Welt des Funktionsgraphen (grafische Repräsentationsform), der Welt der Funktionsgleichung (algebraisch-symbolische Repräsentationsform) und der Welt des konkret-realen bzw. allgemein-abstrakten Kontexts. Innerhalb jeder dieser Welten können je nach Aufgabenstellung Konstruktions- und Interpretationsprozesse ablaufen. Zwischen den Welten finden Übersetzungsprozesse statt, die wiederum eher konstruktiven oder eher interpretativen Charakter haben können. Nach Leinhardt u. a. (1990, S. 4 ff.) lassen sich vier typische Aufgaben identifizieren: Vorhersagen, Klassifizieren, Übersetzen und Skalieren, die außerdem bezüglich der Dimensionen global/generell – lokal/speziell bzw. qualitativ – quantitativ bewertet werden können. Einige Beispiele mögen das Gesagte exemplarisch illustrieren. Stellt man sich z. B. einen Bobfahrer vor, der eine Eisbahn hinabfährt (je nach Wunsch Reibungs- und Luftwiderstand ignorierend oder auch nicht) und betrachtet die Bewegung auf der ersten abschüssigen Geraden, die auf die Anschubstrecke folgt, auf der der Bob auf eine Geschwindigkeit v_0 beschleunigt wurde, so ergibt sich im $s - t-$Diagramm eine Parabel, die einer quadratischen Funktion entspricht. Hier fand bereits der erste Übersetzungsprozess statt – von der Realwelt in die Welt des mathematischen Modells in grafischer oder algebraischer Repräsentationsform.[3] Dieser Übersetzungsvorgang verlangt sowohl interpretative Tätigkeiten (in der realen Situation) als auch konstruktive Tätigkeiten (in der Welt der grafischen Repräsentationsform). Innerhalb dieser Welt der grafischen Repräsentationsform kann man nun z. B. fragen, wie der Graph sich fortsetzen lässt oder welcher Weg zurückgelegt werden würde, wenn die Bewe-

[3] Die Modellierungsproblematik wird in dieser Arbeit konsequent ausgeklammert, da sie zu umfangreich ist.

gung auf diese Art über ihr derzeitiges Beobachtungsintervall hinaus fortgesetzt werden würde (Vorhersagen), wenn die Neigung der Eisbahn eine andere wäre (erneut Übersetzungsanteile), an welcher Stelle des Graphen die Geschwindigkeit am größten ist und wie man sie (grafisch) bestimmen könnte (Skalierung), welcher Funktionstyp überhaupt vorliegt (Klassifizierung), welcher Weg nach einer bestimmten Zeit zurück gelegt wurde etc. Im allgemeinen ist die Verbindung von konkreter Situation zu grafischer Darstellung (anhand von Messdaten) naheliegend, von dort erfolgt eine Übersetzung in die algebraische Notation, aus der wiederum Rückschlüsse auf die Situation gezogen werden. In der Gegenrichtung sind die Verbindungen weniger stark ausgeprägt, was Knuth (2000, S. 500), dem es um die „cartesian connection" geht zu dem Schluss bringt: „for familiar routine problems many students have mastered the connections between the algebraic and graphical representations; however, such mastery appeared to be superficial".

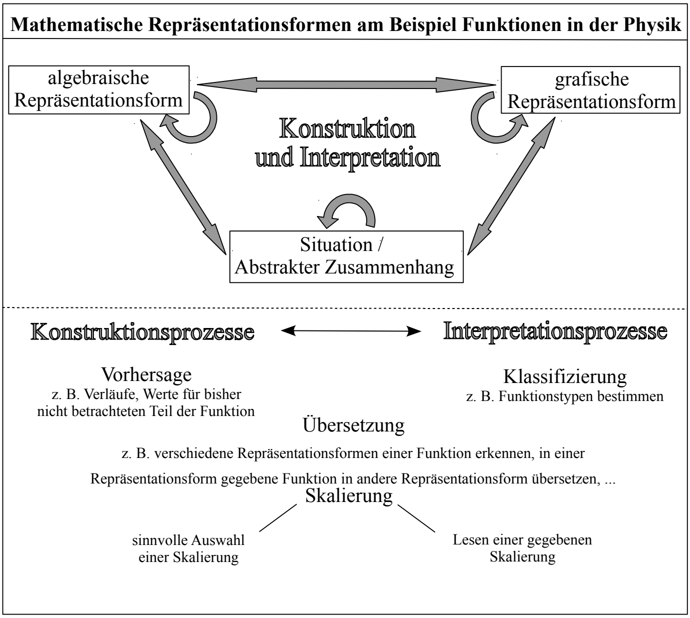


Abb. 4.1: Funktionen in der Physik nach Leinhardt u. a. (1990)

Einen Einblick in das integrierte Lernen von Physik und Mathematik unter besonderer Berücksichtigung von Repräsentationsformen gibt die Dissertation von Doorman (2005), in der sich für den Bereich der Kinematik auch konkrete unterrichtliche Anregungen unter Einbeziehung des physikalischen, mathematischen und alltäglichen Schülervorverständnisses finden.

4.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass aus kognitionspsychologischer Sicht interne und externe Repräsentationen relevant für das Verstehen und Beschreiben von kognitiven Prozessen (z. B. Lernen oder Problemlösen) sind. Dabei dienen externe Repräsentationen keineswegs nur als Input für interne Prozesse, sondern dienen als Gedächtnisstütze und können adäquat eingesetzt helfen, kognitive Überlastung zu vermeiden. Externe Repräsentationen beeinflussen Verarbeitungs- und Verhaltensstrategien, indem sie Zugriff auf Informationen aus dem Langzeitgedächtnis ermöglichen oder problemsituationsimmanente Informationen zugänglich machen. Es hat sich in der Forschungsliteratur eine deutliche Unterscheidung grafischer und symbolischer (z. B. algebraischer) Repräsentationsformen etabliert, die schon im Interesse von Anschlussfähigkeit auch hier beibehalten werden soll. Dabei ist an Anschlussfähigkeit sowohl an die bisherige Forschung, als auch an die schulische Praxis gedacht.[4] Das vermutlich wichtigste physikalisch relevante Beispiel eines mathematischen Begriffs, zu dessen Verständnis Repräsentationsformen essenziell sind, dürfte der der Funktion sein. Repräsentationale Kompetenzen sollten also insbesondere auch in diesem Bereich erfassbar sein. Interessiert man sich also für die Vorstellungen Lernender über die Rolle der Mathematik in der Physik und nimmt z. B. einer formalistischen Sichtweise der Mathematik entsprechend (vgl. Abschnitt 2.2.2) an, dass die verwendeten Repräsentationen (Zeichen) eine besondere Bedeutung haben, so ist die Unterscheidung in grafische und symbolisch (=algebraische) Darstellungen auch aus diesem Grund aufrecht zu erhalten und kann sich erst im Nachhinein als (ir)relevant erweisen. In der empirischen Untersuchung ist es aus unterrichtspraktischen und anderen angeführten Gründen plausibel und vermutlich erhellend, zwischen den mathematischen Repräsentationsformen grafisch und symbolisch zu unterscheiden.

[4] Dennoch sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass neuere Erkenntnisse die Verschiedenheit grafischer und symbolischer Repräsentationsformen bzw. der an sie geknüpften Prozesse in Frage stellen.

Teil II

Empirische Untersuchung: Planung, Durchführung, Ergebnisse

5 Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik empirisch erfassen

Ziel dieses Abschnittes ist es, das Vorgehen bei der empirischen Untersuchung offen zu legen. Dabei beschränkt sich die Darstellung in dieser Arbeit zum Einen auf die Inhalte, die hier auch ausgewertet werden, obwohl darüber hinausgehende Daten erhoben wurden. Zum Anderen bleiben die Beschreibungen recht oberflächlich, insofern als nicht detailliert und für jede Skala oder gar jedes Item einzeln deren Beibehaltung, Erweiterung oder Beschränkung aufgrund der Ergebnisse der explorativen Faktorenanalysen begründet wird. Dieses Vorgehen ist insofern zulässig, als die Beurteilung der Qualität der in der Hauptuntersuchung verwendeten Skalen, insbesondere in Anbetracht der recht umfangreichen mit ihnen durchgeführten Analysen, davon praktisch nicht beeinflusst wird. Der Weiterverwendung oder Adaptierung der Skalen steht also nichts im Wege.

5.1 Erste Annäherung

In den Kapiteln 2, 3 und 4 wurde bisher ein Rahmen dargestellt, innerhalb dessen sich diese Arbeit bewegt. Als relevant wurden dabei

- wissenschaftstheoretische Überlegungen,
- empirische fachdidaktische Befunde zu relevanten Vorstellungen Lernender und
- einige kognitionswissenschaftliche Erkenntnisse zu Repräsentationsformen

betrachtet, von denen sich eine Erhellung der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik erwarten lässt. Dabei wurden bezüglich der ersten zwei Punkte dieser Aufzählung die Themen Epistemologie, Mathematik und Physik und ihr Zusammenspiel mehr oder weniger systematisch betrachtet. Zur Begründung des nun folgenden Teils der Arbeit genügen sicher weitaus weniger ausführliche Darstellungen, vielleicht sogar wenige normative Setzungen oder Interessensbekundungen. Dass der relativ umfangreiche Theorieteil hier trotzdem dargestellt wurde, liegt auch darin begründet, dass die empirische Untersuchung mehr als die hier dargestellten Aspekte umfasst. Ein Teil der theoretischen Grundlagen bezieht sich also auf hier nicht vorgestellte Ergebnisse, zu deren Legitimierung bestimmte Betrachtungen notwendig sind (z. B. bezüglich des Anwendungsproblems; für einige Ergebnisse vgl. Krey (2011)). Außerdem hoffe ich, Anschlussforschungen zu erleichtern, indem relevante Literatur möglichst umfassend und gebündelt zusammengestellt wird. Einen Überblick über die Abfolge wesentlicher Abschnitte der vorliegenden Untersuchung liefert Abb. 5.1.

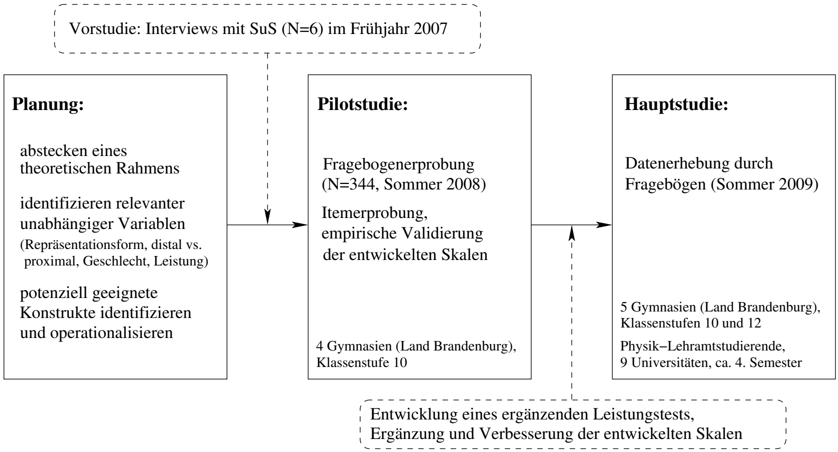


Abb. 5.1: Überblick über den Ablauf der empirischen Untersuchung

In Anbetracht der defizitären Forschungslage, war schnell klar, dass die Studie einen eher explorativen Charakter haben würde. Ein bisher weitgehend unbearbeiteter Gegenstand, nämlich die Vorstellungen Lernender über die Rolle der Mathematik in der Physik wurden ins Zentrum der Betrachtungen gerückt, da ihre Kenntnis als grundlegend für konzeptionelle und unterrichtliche Gestaltungen aufgefasst wird. Als besonders geeignet empfahlen sich dabei die Funktionen der Mathematik in der Physik, über die in der wissenschaftstheoretischen und didaktischen Literatur ein gewisser Konsens zu verzeichnen ist (vgl. Abschnitt 2.3.3). Am Rande wurde versucht, epistemologische Überzeugungen im Zusammenhang mit der Rolle der Mathematik in der Physik zu erfassen. Als besonders interessant wurden dabei potenzielle Unterschiede zwischen Lernenden verschiedener Altersgruppen, verschiedenen Geschlechts und verschiedener Leistung betrachtet. Basierend auf den Überlegungen zu Repräsentationsformen (Kapitel 4) wurde eine Unterscheidung in grafische und symbolische Repräsentationsform angedacht. Die Arbeit von Hogan (2000) gibt Anlass zur Unterscheidung von proximalen und distalen Konstrukten (siehe auch Abschnitt 3.6.5). Auf dieser Grundlage wurde eine erste Fragebogenversion entwickelt, die zunächst in Interviews erprobt (Vorstudie) und dann leicht verändert pilotiert wurde.

5.2 Die Vor- und Pilotstudie

Für die Vor- und Pilotstudie wurden Schülerinnen und Schüler am Ende der Klassenstufe 10 befragt. Diese Altersstufe wurde ausgewählt, weil die Erfahrungsgrundlage, auf die Schülerinnen und Schüler früherer Klassenstufen zurückgreifen können, als zu gering betrachtet wurde, um sich zu der gegebenen Thematik zu positionieren. In Brandenburg werden im Mathematikunterricht der Doppeljahrgangsstufe 9/10 neben der Exponential- und Logarithmusfunktion auch die Winkelfunktionen behandelt und im Rahmen der Kernphysik bzw. der Stoffeinheit Schwingungen und Wellen in der Physik angewendet (vgl. MBJS, 2008, S. 33-40). Die genannten Stoffgebiete sind an allen an der Untersuchung teilnehmenden Schulen in der Klassenstufe 10 angesiedelt. In der Pilotstudie wurde damit versucht abzusichern, dass die jüngsten zu befragenden Lernenden überhaupt eine Position zum Thema vertreten und die Itemformulierungen von ihnen verstanden werden können.

5.2.1 Vorstudie

Im Rahmen der Vorstudie wurden im Mai und Juni 2007 sechs Interviews leitfadengestützt geführt (vgl. der Leitfaden in Anhang A.1) und dienten, wie erwähnt, insbesondere der Absicherung, dass Schülerinnen und Schüler überhaupt Vorstellungen zum vorliegenden Gegenstandsbereich besitzen oder ad hoc generieren können und dass die im Fragebogen verwendeten Formulierungen verständlich sind. Auf die ausführliche Darstellung der Ergebnisse wird verzichtet, da die Ergebnisse hier nur von impliziter Bedeutung sind und in die endgültige Fassung des Fragebogens eingehen, der einer genaueren Analyse unterzogen wird (vgl. Abschnitt 7). Die Interviews wurden videografiert und ausgewählte einfache Fragestellungen, zu deren Beantwortung eine Transkribierung der überschaubaren Anzahl an Videos nicht notwendig war, wurden anhand der Videos beantwortet. Erwähnt sei beispielhaft, dass die streitbaren Begrifflichkeiten „Formel“ und „grafische Darstellung“ bei den je drei Schülerinnen und Schülern auf keinerlei Verständnisschwierigkeit gestoßen sind. Durchweg wurde „Formel“ als „physikalische Gleichung“ und „grafische Darstellung“ als „zweidimensionaler Funktionsplot“ gelesen. Dies scheint ein insbesondere für die neuen Bundesländer, jedenfalls auf Brandenburg, zutreffender Befund zu sein und erklärt sich für den Begriff „grafische Darstellungen“ durch Arbeiten wie die von Manthei (1986), die in der Aus- und Weiterbildung von Lehrkräften in der DDR weit verbreitet waren. Auch die bei vier InterviewpartnerInnen geäußerte Bitte, einen treffenderen Begriff zu wählen, wurde von diesen als nicht notwendig zurückgewiesen.

Die gesammelten Anregungen flossen in eine erste Überarbeitung des Fragebogens ein, die zu einer Pilotfassung des Fragebogens führte. Diese Version 0.g des Fragebogens ist der Arbeit als Anhang A.2 beigefügt.

5.2.2 Pilotstudie

In der Pilotstudie wurden die folgenden personenbezogenen Daten erhoben:

- das Alter,

- die Klassenstufe,
- das Geschlecht,
- die jeweils letzte Zeugnisnote in den Fächern Mathematik, Physik und Deutsch,
- die drei Lieblingsfächer sowie
- der Studienfach- oder Berufsausbildungswunsch

Es wurden drei offene Fragen gestellt (Was ist Physik/Mathematik? bzw. Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?). Der Fragebogen enthielt eine Rankingaufgabe zur Beliebtheit mathematischer Tätigkeiten im Physikunterricht, auf die hier nicht näher eingegangen wird, und sonst ausschließlich Aufgaben im Ratingformat.

Auf einer fünfstufigen Skala, die als äquidistant angesehen wird, sollte dabei über das Ausmaß der Ablehnung bzw. Zustimmung in den Abstufungen „stimme stark zu", „stimme eher zu", „bin unentschieden", „lehne eher ab" und „lehne stark ab" entschieden werden. Diesen Stufen wurden in der Auswertung die ganzen Zahlen -2, -1, 0, 1 und 2 zugeordnet.

Die Entscheidung für eine fünfstufige Skala basiert auf Untersuchungen von Rohrmann (1978), wonach Urteilende fünfstufige Skalen am häufigsten präferieren, um ihr Urteil angemessen auszudrücken. Dies ist scheinbar darauf zurückzuführen, dass für die Mehrzahl der Befragten bei fünf Abstufungen der beste Kompromiss zwischen möglichst differenziertem Urteil und möglichst geringer Anforderung an das Urteilsvermögen des Beurteilenden vorliegt. Die Entscheidung fiel hier auf eine bipolare Skala, da die Mehrzahl der gewählten Interviewpartner diese für geeigneter hielt. Es wurde mit dieser Entscheidung versucht, den Entscheidungsraum für die Befragten optimal abzubilden, das heißt, das Gefühl herzustellen, dass die Abstufungen geeignet sind ein Urteil auszudrücken. Diese Entscheidungen sind im Wissen um die Gefahr der Tendenz zur Mitte und die potenzielle Vermischung von ambivalenten und indifferenten Urteilen getroffen worden (vgl. Bortz und Döring, 2006, S.176 ff.).

Es wurden insgesamt 123 Items formuliert, die Konstrukte in folgenden Themenbereichen operationalisieren sollten:

- Funktionen der Mathematik in der Physik (64 Items),
- Ästhetik mathematischer Darstellungen (7 Items),
- Anwendbarkeit der Mathematik in der Physik (12 Items),
- Selbsterleben im Umgang mit Mathematik in der Physik (20 Items),
- mathematische Beschreibungen als Modellierung und epistemologische Aspekte (14 Items),

- Selbstbeobachtung bei der Anwendung von Mathematik zum Lernen von Physik (6 Items).[1]

Versuchsweise angelegt war dabei in der Regel die Unterscheidung in proximale und distale Aspekte der genannten Konstrukte sowie deren Bezug auf „grafische Darstellungen“ und „Formeln“. Die durchschnittliche Bearbeitungszeit für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 lag bei ca. 35 min. Innerhalb einer 45-minütigen Unterrichtsstunde konnten daher die Daten ohne Probleme erhoben werden.

Die mit Hilfe dieser Items an vier Gymnasien im Land Brandenburg ($N \approx 280$) erhobenen Daten wurden mit Hilfe exploratorischer Faktorenanalysen analysiert (vgl. z. B. Bühner, 2006), um die behauptete empirische Existenz und Eindimensionalität der anvisierten Konstrukte zu stützen sowie in Verbindung mit Trennschärfe- und Reliabilitätsanalysen (vgl. z. B. Bühner, 2006) ggf. Empfehlungen für die Verbesserung der Operationalisierungen ableiten zu können.

5.3 Die Hauptstudie

5.3.1 Inhalte der Hauptstudie

Aus dieser Analyse, die hier nicht im Detail dargestellt wird, wurden verschiedene Konsequenzen gezogen. In Anbetracht der begrenzten Länge, die der Fragebogen haben sollte, wurden Konstrukte identifiziert, bei denen die Unterscheidung zwischen grafischer und algebraisch-symbolischer Repräsentationsform angebracht bzw. überflüssig erschien. Gleiches gilt für die Unterscheidung in proximale und distale Vorstellungen. Weiterhin wurden Konstrukte, deren Operationalisierungen nicht in hinreichender Qualität gelungen sind, fallen gelassen. z. B. ließen sich Vorstellungen zu der Frage, in wie weit Schülerinnen und Schüler mathematische Darstellungen als Modelle verstehen, nicht abbilden. So ließ sich ableiten, dass im Bereich epistemologischer Aspekte das Erfassen folgender Konstrukte erfolgversprechend zu sein scheint:

- Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen (proximal und distal, 10 Items),
- Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen (proximal und distal, 16 Items),
- Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen (proximal und distal, 8 Items),
- naiv realistische Auffassung physikalischer Gleichungen (proximal und distal, 10 Items) und
- zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen (proximal und distal, 10 Items).

[1] Hierbei handelt es sich um die adaptierte Subskala Selbstbeobachtung des FERUS von Jack (2007).

Die starke Erhöhung der Itemzahl ergibt sich aus dem Versuch, in der Hauptstudie sowohl proximale als auch distale Aspekte des Konstrukts zu erfassen, und aus der Notwendigkeit, die Anzahl der Operationalisierungen je Konstrukt zu erhöhen. Diese Versuche haben sich für Vorstellungen über epistemologische Aspekte, wie die noch darzustellenden Ergebnisse der Hauptstudie zeigen werden, als wenig erfolgreich erwiesen (vgl. Abschnitt C.7).

Weitere, sich explorativ-faktorenanalytisch aus der Pilotstudie ergebene Konstrukte, zu denen Rating-Skalen in die Hauptstudie eingehen, betreffen die Themen:

- Selbsterleben im Umgang mit Mathematik (grafisch, symbolisch, 12 Items),
- Kognitive Entlastung durch Mathematik (grafisch, symbolisch, 14 Items),
- Exaktheit durch Verwendung mathematischer Darstellungen (allgemein und durch Begriffsexplikationen, 13 Items),
- Kommunikation mit Hilfe der Mathematik (grafisch, symbolisch, proximal und distal, 20 Items),
- Kommunikationseffizienz bei Verwendung mathematischer Darstellungen (grafisch, symbolisch, proximal und distal, 14 Items),
- Objektivität durch Verwendung von Mathematik (grafisch und symbolisch, 8 Items) und
- Ästhetik mathematischer Darstellungen (grafisch und symbolisch, 12 Items).

Beibehalten wurden außerdem die drei offenen Fragestellungen, die auch schon in der Pilotstudie verwendet wurden. Die schon verwendeten Items zum Anwendungsproblem wurden zu Multiple-Choice-Aufgaben umgestaltet. Die Ranking-Aufgabe zu den mathematischen Tätigkeiten, die hier nicht ausgewertet wird, wurde ebenfalls erneut eingesetzt.

Für die Hauptstudie wurden zwei Versionen des stark erweiterten Fragebogens erstellt. Eine Version wurde für Studierende, die andere für Schülerinnen und Schüler entwickelt. Die bisher beschriebenen Inhalte waren für beide Fragebogenversionen identisch, wobei in den Itemformulierungen Worte wie Unterricht durch „Lehrveranstaltung“ und „Mitschüler“ durch „Kommilitonen“ ersetzt wurden. Aufgrund der unterschiedlichen Befragungssituationen in Schulen und an Universitäten bestand der Fragebogen für Schülerinnen und Schüler aus zwei Teilen, was eine zielgruppenspezifische Abfolge der Aufgaben nach sich zieht. Die Fragebogenversionen der Hauptstudie finden sich in Anhang A.4.

Die Fragebögen unterscheiden sich inhaltlich hinsichtlich der erhobenen typischen personenbezogenen Daten (vgl. jeweils S. 2 des entsprechenden Fragebogens). Der Fragebogen für die Schülerinnen und Schüler enthält insbesondere eine adaptierte Skala (6 Items) „Auf das Fach Physik bezogenes Selbstkonzept“ (vgl. Hoffmann u. a., 1998, S. 65 ff.) und mehrere Items zur Wahrnehmung des Physikunterrichts.

Gegenüber der Pilotstudie wurden beide Fragebogenversionen um einen Test ergänzt, der die Fähigkeit erfassen soll verbal und bildlich beschriebene Situationen der realen Welt in mathematische (grafische und algebraisch-symbolische) Repräsentationsformen zu übersetzen. Auf diesen Test soll im Folgenden kurz eingegangen werden.

Der Test wurde der Hauptstudie relativ kurzfristig hinzugefügt, um Leistungsdifferenzen objektiver zu erfassen. Das heißt, zum Einen spezifischer (Einschränkung auf einen bestimmten Fähigkeitskomplex) und zum Anderen vergleichbarer (alle Befragten antworten auf die gleiche Aufgabe) als nur durch die Angabe einer Zeugnis- oder Klausurnote. Da ein und dieselbe Testversion für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 und 12 sowie für Studierende verwendet wurde, ist mit Boden- bzw. Deckeneffekten bei den jüngsten bzw. ältesten Befragten zu rechnen.

Die Aufgaben sind in Anlehnung an einen von Laws und Thornton (1993, insbesondere Anhang IV) konstruierten Test entstanden, der für Undergraduates in den USA entwickelt wurde. Sie sind in den Fragebogenversionen enthalten (vgl. Anhang A.4) und werden jeweils auf einer Doppelseite präsentiert. Die Aufgaben ordnen sich in das Gebiet Mechanik ein, auf eine stoffdidaktische Analyse der Aufgaben wird an dieser Stelle verzichtet.

Erwähnenswert ist weiterhin, dass in der Hauptstudie ebenso wie in der Pilotstudie die Items zufällig angeordnet wurden, also Items, die zu Skalen gehören nicht als Einheit sichtbar präsentiert wurden. Dies ist für den Test auf Eindimensionalität der anvisierten Skalen eine erschwerende Bedingung. Der ggf. gelungene Nachweis der Skalenqualität trotz dieses widrigen Umstandes spricht dann für die Stabilität und Existenz des anvisierten Konstrukts. Dieses Vorgehen ist angemessen, da es sich um ein wenig beforschtes Gebiet handelt und es im Interesse zukünftiger Forschung liegt, auf wirklich tragfähige Konstrukte zurückzugreifen.

Die Hauptstudie wurde im Frühling/Sommer 2009 durchgeführt. Eine kurze Charakterisierung der Stichprobe ist Tab. 5.1 zu entnehmen. Die Befragungen wurden an fünf Gymnasien im Land Brandenburg durchgeführt bzw. an fünf deutschen Universitäten in vier Bundesländern.

5.4 Forschungsfragen

Vieles ist über die Vorstellungen Lernender über epistemologische Fragen, Mathematik und Physik bekannt. Weitaus weniger Erkenntnisse liegen zu den Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik vor (vgl. Kapitel 3). Insbesondere liegen methodisch vielfältige Untersuchungen darüber vor, welche Vorstellungen von der Physik existieren (vgl. Abschnitt 3.6). Keine, der mir bekannten Untersuchungen, stellt jedoch den Schülerinnen und Schülern direkt die Frage: „Was ist Physik?“. Diese Frage soll hier gestellt werden und auch die allgemeinen Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik sollen auf diese Art und Weise zugänglich werden. Damit lautet die entsprechende Forschungsfrage:

	Gruppe und Merkmale	Anzahl befragter Personen männlich	weiblich	gesamt
Pilotstudie	Klassenstufe 10, Alter zwischen 14 und 18 J. MW: 15,96 und StAbw: 0,59	153	190	343
Hauptstudie	Klassenstufe 10, Alter zwischen 14 und 17 J. MW: 15,77 und StAbw: 0,54	131	156	287
	Klassenstufe 12, Alter zwischen 15 und 20 J.; MW: 17,84 und StAbw: 0,75	104	91	195
	Studierende, zu 65% im 3. Semester (Median: 3, Spannweite 14), Alter zwischen 19 und 43 J.; MW: 23,17 und StAbw: 4,17	57	80	137

Tab. 5.1: Stichprobencharakterisierung für Pilot- und Hauptstudie

I. Welches Bild von den Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik lässt sich aus den Antworten auf die offenen Fragestellungen „Was ist Physik?“ und „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik“ rekonstruieren?

Um den so entstehenden, vermutlich eher allgemeinen und oberflächlichen Eindruck zu spezifizieren, sollen zu ausgewählten und durch die Literatur nahe gelegten Aspekten Operationalisierungen einzelner Konstrukte versucht werden, die auf der Grundlage der Überlegungen in den Kapiteln 2.3 und 3 basieren. Insbesondere sind Vorstellungen zu epistemologischen Fragen, das Selbsterleben im Umgang mit Mathematik in der Physik und Vorstellungen zu Funktionen der Mathematik in der Physik hierfür ausgewählt worden. Die entsprechende Forschungsfrage lautet:

II. Inwiefern lassen sich Vorstellungen zum Selbsterleben im Umgang mit Mathematik in der Physik, zu Funktionen der Mathematik in der Physik und zu epistemologischen Vorstellungen personengruppenübergreifend operationalisieren?

Verschiedene Untersuchungen im Bereich der Natur der Naturwissenschaften (z. B. die Arbeit von Hogan (2000)) legen eine konzeptionelle Trennung von Vorstellungen über die Naturwissenschaften als wissenschaftliche Institution und den Naturwissenschaften als Unterrichtsfach bzw. eine Trennung von Vorstellungen nahe, die den Prozess der eigenen Wissensgenese bzw. den der Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler betreffen. Inwiefern diese im NdN-Bereich diskutierte Unterscheidung auch für Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik bedeutsam ist, soll an einzelnen Vorstellungskonstrukten überprüft werden. Die entsprechende Forschungsfrage lautet daher:

III. Inwiefern lassen sich proximale und distale Konstruktebenen bezüglich einzelner Konstrukte der Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik identifizieren?

Die Ausführungen in Kapitel 4 begründen die Notwendigkeit, der Frage nachzugehen, ob Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik repräsentationsformenspezifisch sind, ob und ggf. inwieweit also grafische und algebraisch-symbolische Repräsentationsformen verschieden wahrgenommen und bewertet werden. Die daraus resultierende Forschungsfrage lautet:

IV. Inwiefern lassen sich einzelne Konstrukte der Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik hinsichtlich der mathematischen Repräsentationsform (grafisch vs. symbolisch) differenzieren?

Die bisherige Forschung im Bereich der Vorstellungen zu epistemologischen Überzeugungen, Mathematik und Physik (vgl. Abschnitte 3.4, 3.5 und 3.6) zeigt, dass Alter, Geschlecht und Leistung Faktoren darstellen, die auf die Ausprägung von Vorstellungen Einfluss nehmen. Insofern sind auch für den Bereich der Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik die folgenden Forschungsfragen zu stellen:

V. Inwiefern unterscheiden sich die Ausprägungen der erhobenen Vorstellungen von Physiklernenden
   1. zwischen den drei befragten Personengruppen,
   2. zwischen männlichen und weiblichen Befragten,
   3. zwischen Leistungsextremgruppen,
   4. hinsichtlich der Konstruktebene (proximal, distal) und
   5. hinsichtlich der Repräsentationsform (grafisch, algebraisch).

Der Auswahl und Darstellung geeigneter Methoden und der darauf basierenden Beantwortung dieser Fragen widmet sich der folgende Teil der Arbeit. Zunächst wird im folgenden Kapitel der Forschungsfrage I. nachgegangen.

6 Auswertung der offenen Fragen „Was ist Physik?“ und „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

6.1 Datenerhebung und -aufbereitung

Im Rahmen des Fragebogens sind die offenen Fragen „Was ist Physik?“ und „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“ gestellt worden. Die Originalaufgabenstellungen sind Abb. 6.1 zu entnehmen. Sie wurden Schülerinnen und Schülern der 10. und 12. Klassenstufe sowie Studierenden im Studiengang Lehramt Physik (i. d. R. 3. Semester) vorgelegt und befanden sich am Anfang des Fragebogens, wurden also ohne die Kenntnis des restlichen Fragebogens bearbeitet.

Was ist Physik? Was zeichnet Physik aus? Beschreiben Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Physik.

- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________

(a) „Was ist Physik?“

Mathematik wird in der Physik benutzt. Warum und wofür? Beschreiben Sie kurz die Rolle der Mathematik in der Physik aus Ihrer Sicht.

- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________
- ____________________

(b) „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Abb. 6.1: Offene Fragen – Originalaufgabenstellungen (verkleinert)

Bei der Konzeption dieser Aufgabe stand im Vordergrund, ein Format zu finden, das zwar offene, aber in überschaubarer Zeit auswertbare Antworten liefert. Obwohl die Befragten zu Beginn der Befragung ausdrücklich darauf hingewiesen wurden, dass sie, sofern notwendig, in Sätzen antworten und bei weiterem Platzbedarf die letzte (leere) Seite des Fragebogens nutzen können, sind im wesentlichen sehr kurze Sätze und Stichpunkte formuliert worden. Dies ist wenig problematisch, denn es ging hier nicht darum, einen tiefen Einblick in die Vorstellungen einzelner Schüler zu gewinnen, sondern grobe Tendenzen zu identifizieren.

Die Antworten der Schülerinnen und Schüler der 10. Klassen wurden in zwei Etappen erhoben, zunächst in der Pilotstudie und anschließend in der Hauptstudie. Wie die weiteren Ergebnisse zeigen, hat sich das im Rahmen der Pilotstudie

		Klassenstufe 10		Klassenstufe 12		Studierende	
Stichprobenumfang	♂	632	284	195	104	137	80
	♀		346		91		57
ohne Antwort („Was ist Physik?“)	♂	34	13	7	6	3	2
	♀		21		1		1
ohne Antwort („Rolle der Mathematik in der Physik?“)	♂	52	24	10	5	12	6
	♀		28		5		6

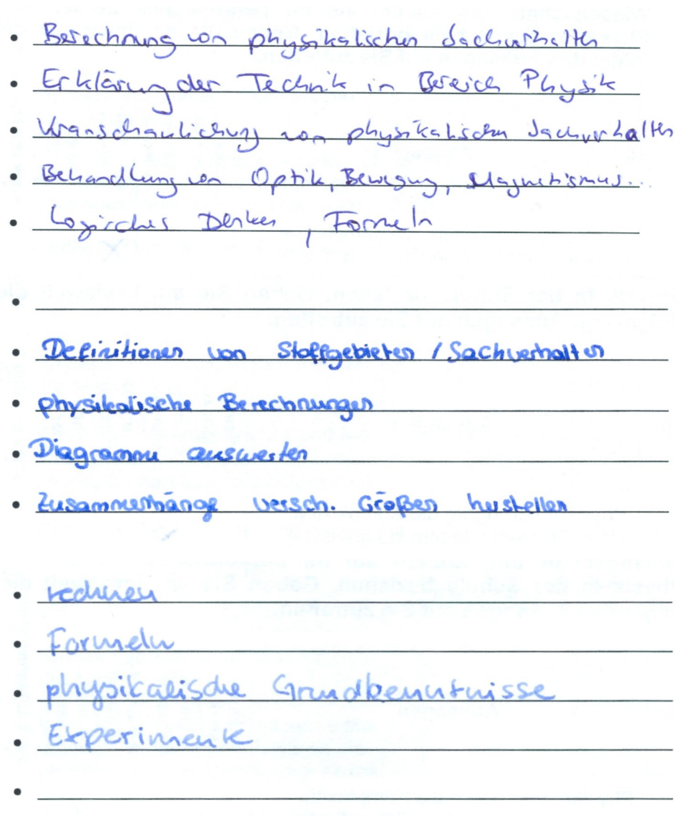
Tab. 6.1: Anzahl der Befragten nach Gruppe und Geschlecht

anhand der Antworten von Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe entwickelte Kategoriensystem bewährt und wurde mit wenigen Ergänzungen erfolgreich auf die Antworten der Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe sowie der Studierenden angewendet. Die Antworten der Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe sowie der Studierenden wurden ausschließlich im Rahmen der Hauptstudie erhoben, was den geringeren Stichprobenumfang erklärt. Die Daten der 10. Klassenstufe aus Pilot- und Hauptstudie wurden, da es sich um Antworten auf die gleiche Frage handelt und nicht klar ist, warum sich die Aussagen der Schülerinnen und Schüler beider Stichproben systematisch voneinander unterscheiden sollten, zusammengefasst und gemeinsam den weiteren Auswerteschritten unterzogen. Tab. 6.1 gibt Aufschluss über die wichtigsten Kenngrößen der jeweiligen Befragungsgruppen.

Das beschriebene Vorgehen führte zu einer Vielzahl von Antworten. Exemplarisch sind in der folgenden Abb. 6.2 die Antworten dreier Lernender der 10. Klassen auf die Frage „Was ist Physik?“ angeführt.

Die erhobenen Antworten stellen eine so umfangreiche Menge an Informationen dar, dass eine Reduktion dieser Informationsflut notwendig ist. Diesem Ziel entsprechend wurde eine computergestützte (MAXQDA 2007) qualitative Inhaltsanalyse zur Auswertung des Materials durchgeführt, da sie es ermöglicht, die Vorteile einer „systematischen Technik zu nutzen, ohne in vorschnelle Quantifizierungen abzurutschen“ (Mayring, 2002, S.114). Dabei handelt es sich zwar nicht um den typischen Einsatzrahmen der qualitativen Inhaltsanalyse, weil hier kaum zusammenhängende Texte vorliegen, in angepasster Form konnten die zusammenfassende und strukturierende Funktion dieses Auswerteverfahrens aber dennoch gewinnbringend eingesetzt werden (vgl. die folgenden Ergebnisse).

Dazu wurde in Anlehnung an das durch Mayring vorgeschlagene Schema der induktiven Kategorienbildung (Mayring, 2003, S. 75) an einem Teil des Materials der SchülerInnenpopulation induktiv ein Kategoriensystem gewonnen, das beim weiteren Durchgang durch die Daten erweitert und verfeinert wurde, bis alle Antworten erfasst waren.



- Berechnung von physikalischen Sachverhalten
- Erklärung der Technik im Bereich Physik
- Veranschaulichung von physikalischen Sachverhalten
- Behandlung von Optik, Bewegung, Magnetismus...
- Logisches Denken, Formeln
-

- Definitionen von Stoffgebieten / Sachverhalten
- physikalische Berechnungen
- Diagramme auswerten
- Zusammenhänge versch. Größen herstellen

- rechnen
- Formeln
- physikalische Grundkenntnisse
- Experimente
-

Abb. 6.2: Beispielantworten von Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe auf die Frage „Was ist Physik?“

Bevor die so gewonnenen Kategoriensysteme vorgestellt und ausgewertet werden, soll kurz auf die Reliabilität dieser Kategoriensysteme eingegangen werden.

6.1.1 Reliabilität der Kategorisierungen

Durch Anwendung der Inhaltsanalyse ist es möglich, das qualitative Ausgangsmaterial auf wenige(r) quantitativ analysierbare Daten zu reduzieren. Die darauf aufbauenden Aussagen sind im Rahmen des hier zur Anwendung kommenden Forschungsparadigmas nur dann sinnvoll, wenn die Zuverlässigkeit der so entstandenen Daten, das heißt, das Ausmaß ihrer Intersubjektivität, akzeptabel ist.

Die Frage nach dem „Warum?“ einer Reliabilitätsuntersuchung beantwortet Krippendorff (2004, S. 212) wie folgt.

> Data, by definition are the trusted ground for reasoning, discussion, or calculation. To stand on indisputable ground, content analysts must be confident that their data (a) have been generated with all conceivable precautions in place against known pollutants, distortions, and biases, intentional or accidental, and (b) mean the same thing for everyone who uses them. Reliability grounds this confidence empirically.

Man kann diese Aussage zuspitzen und mit Neuendorf (2005, S. 141) feststellen: „Without the establishment of reliability, content analysis measures are useless.“ Dabei sollte man jedoch nicht vergessen, dass es sich bei der Intercoderreliabilität um ein Konstrukt handelt, das gleichzeitig Aussagen über mindestens drei Dinge macht, nämlich die Daten, die Kodierer und das Kodiersystem bzw. deren Zusammenspiel.

Die Intercoderreliabilität, das Ausmaß mit dem mehrere (hier zwei) unabhängige Kodierer unter Anwendung des Kodierleitfadens zu gleichen Kategoriezuordnungen kommen, kann durch verschiedene Maße erfasst werden. Im Folgenden wird kurz auf eine Auswahl in Frage kommender Maße für Nominaldaten eingegangen.

Der einfachste Ansatz besteht in der Angabe der prozentualen Übereinstimmung. Diese Idee liegt dem Übereinstimmungskoeffizient[1] A_O (A_O von observed agreement) für zwei Kodierer zugrunde.

$$A_O = \frac{2M}{N_I + N_{II}}$$

wobei M für die Anzahl an übereinstimmenden Kodierungen der beiden Kodierer und N_I bzw. N_{II} für die Anzahl an Kodierungen durch Kodierer I bzw II stehen. Diese Gleichung geht für den Fall, dass eine feste Anzahl von Kodiereinheiten (N)

[1] Warum dieser oft auch als „Übereinstimmungskoeffizient nach Holsti“ bezeichnet wird, ist unklar. Zunächst stammt er nicht von Holsti, obwohl dies oft durch den Verweis auf Holsti (1969, S. 140) suggeriert wird, zum Anderen argumentiert Holsti - aus den schon damals bekannten Gründen - gegen seine Verwendung.

vorliegt, die von beiden Kodierern zugeordnet werden, in die folgende Gleichung über

$$A_O = \frac{M}{N}.$$

Ein offensichtlicher Nachteil dieses intuitiven Ansatzes besteht darin, dass die bereits rein zufällig zu erwartenden Übereinstimmungen nicht berücksichtigt werden. (Holsti (1969) verweist auf Bennett u. a. (1954), der diese Kritik erstmals vorgebracht zu haben scheint.) Diese Autoren waren es auch, die eine alternative Maßzahl konstruierten, den S-Koeffizienten, der scheinbar von vielen anderen Forschern nachentdeckt wurde (vgl. Krippendorff, 2004, S. 245). In ihn geht die Wahrscheinlichkeit der zufälligen Zuordnung einer Kodiereinheit in eine von k gleichwahrscheinlichen Kategorien mit ein:

$$S = \frac{A_O - \frac{1}{k}}{1 - \frac{1}{k}}.$$

Da die Annahme einer Gleichverteilung der zufälligen Zuordnungen nur äußerst selten zutreffend ist, wurde auch dieser Koeffizient kritisiert. Scott (1955) stellt einen Reliabilitätsindex π vor, der wenig später von Cohen (1960) modifiziert und κ genannt wurde.

$$\pi = \frac{A_0 - P_S}{1 - P_S} \qquad \text{bzw.} \qquad \kappa = \frac{A_0 - P_C}{1 - P_C}.$$

Man erkennt deutlich, dass beide Koeffizienten „baugleich“ sind und die prozentuale Übereinstimmung durch Auftretenswahrscheinlichkeiten (P_S bzw. P_C) für zufällig übereinstimmende Kodierungen korrigieren. Sie unterscheiden sich lediglich in der Berechnung dieser Wahrscheinlichkeiten. Während Scott die Kodierer dabei als austauschbar betrachtet und deren Kodierungen in ihrer Gesamtheit (gemittelt über alle Kodierer) als die beste Vorhersage für die Wahrscheinlichkeit, mit der eine bestimmte Kategorie gewählt wird, ansieht, versucht Cohen die theoretisch unbestreitbare Kodiererabhängigkeit dieser Wahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. Die Korrekturwahrscheinlichkeiten berechnen sich nach

$$P_S = \sum_i \left(\frac{N_{I_i} + N_{II_i}}{N_I + N_{II}} \right)^2 \qquad \text{bzw.} \qquad P_C = \sum_i \frac{N_{I_i} \cdot N_{II_i}}{N_I N_{II}},$$

wobei N_I und N_{II} für die Gesamtzahl der von Kodierer I und II vorgenommenen Kodierungen stehen und N_{I_i} bzw. N_{II_i} für die vom jeweiligen Kodierer vorgenommenen Kodierungen, die auf Kategorie i entfallen, bedeuten.

Dieser zunächst sehr plausibel klingende Ansatz Cohens hat einige entscheidende Nachteile, wie Krippendorff (2004, S. 46 ff.) zeigt. Allerdings ist das dort angegebene Beispiel eher pathologischer Natur. In der praktischen Anwendung differieren die Werte von Scotts π und Cohens κ nur geringfügig, in dieser Studie erst an der fünften Nachkommastelle.

Der leistungsfähigste Reliabilitätsindex wird von Krippendorff (1970) vorgelegt, Krippendorffs α. Er hat mehrere Vorzüge, die allerdings einem hohen Zeit- und Rechenaufwand gegenüberstehen, sofern man nicht über geeignete Software verfügt. Krippendorffs α berechnet sich in seiner allgemeinen Form wiefolgt:

$$\alpha = 1 - \frac{D_o}{D_e},$$

wobei D_o ein Maß der beobachteten Unterschiede in den Kodierungen (mehrerer) Kodierer ist, während D_e ein Maß für die rein zufällig zu erwartenden Unterschiede in den Kategoriezuordnungen darstellt. Für Details und eine gut lesbare Erläuterung der vorgestellten Konzepte sei auf Krippendorff (2004, Kap. 11) verwiesen.

MAXQDA 2007 bietet keine Möglichkeit Krippendorffs α oder ein anderes Reliabilitätsmaß zu berechnen. Daher wird auf die Verwendung von Krippendorffs α verzichtet, weil Aufwand und Nutzen in keinem vernünftigen Verhältnis stünden. In der vorliegenden Arbeit werden stattdessen die Übereinstimmungskoeffizienten Scotts π und Cohens κ (letzterer nicht wegen der daraus zusätzlich zu erwartenden Erkenntnis, sondern wegen seiner weiten Verbreitung) angegeben. Die Berechnung erfolgt dabei mit Hilfe der Tabellenkalkulation von OpenOffice 3.0. Die geringen Unterschiede zwischen diesen Reliabilitätsmaßen legitimieren zumindest für diese Arbeit auch den Verzicht auf die Berechnung von Krippendorffs α-Wert, der aus theoretischer Sicht überlegen ist. Während der Übereinstimmungskoeffizient als eher liberales Reliabilitätsmaß betrachtet wird, gelten Scotts π und Cohens κ als eher konservative Maße (vgl. Neuendorf, 2005, S. 145 ff.). Allgemein akzeptierte Grenzwerte gibt es bisher nicht. Neuendorf (2005, S.143) sichtet die relevante Lieratur und kommt diesbezüglich zu folgendem Schluss.

> It's clear from a review of the work on reliability that coefficients of .90 or greater would be acceptable to all, .80 or greater would be acceptable in most situations, and below that, there exists great disagreemant. In general, the beyond-chance statistics, such as Scott's π and Cohen's κ, are afforded a more liberal criterion.

Vor allem zu explorativen Zwecken gibt man sich nach Neuendorf (2005, S. 143) in vielen Untersuchungen auch mit Werten kleiner als 0,70 zufrieden.

Die Reliabilitätsmaße wurden in der vorliegenden Arbeit anhand des Datenmaterials von mindestens 25% der Probanden und den Zuordnungen zweier Kodierer ermittelt. Dabei wurde eine hinsichtlich der Gruppenzugehörigkeit (Klassenstufen 10 und 12 sowie Studierende) und hinsichtlich der Geschlechtsverteilung in den Gruppen repräsentative Zufallsstichprobe gezogen, deren Zusammensetzung Tab. 6.2 zu entnehmen ist.

	Klasse 10	Klasse 12	Studierende	
männlich	76 (27%)	28 (27%)	21 (26%)	125 (27%)
weiblich	86 (25%)	23 (25%)	15 (26%)	124 (25%)
	162 (29%)	51 (26%)	36 (26%)	249 (26%)

Tab. 6.2: Zusammensetzung der Stichprobe zur Bestimmung der Intercoderreliabilität (ICR)

Werte der Reliabilitätsmaße	Was ist Physik?		Rolle der Mathematik in der Physik?	
	vor kV	nach kV	vor kV	nach kV
$IR < 0{,}7$	13	1	5	3
$0{,}7 \leq IR < 0{,}8$	9	3	5	–
$0{,}8 \leq IR < 0{,}9$	18	7	12	3
$IR > 0{,}9$	25	54	33	49
zu geringe Besetzung	4	4	9	9
Summe	69	69	64	64

Tab. 6.3: Anzahl der Kategorien nach Ausmaß an Intercoderreliabilität. IR - Intercoderreliabilität, kV - kommunikative Validierung.

Anhand einer weiteren Stichprobe (zufällig gewählte 10% der Befragten) wurde Kodierer 2 mit dem jeweiligen Kodierleitfaden und dem Kodierungsvorgang bekannt gemacht (Dauer ca. 3h). Nach der vollständigen Lektüre des Kodierleitfadens, wurde dann die gezogene repräsentative Stichprobe durch Kodierer 2 kodiert. Das Training fiel also eher gering aus, was die z. T. geringen Übereinstimmungsraten vor der kommunikativen Validierung erklärt. Nach einer ersten Kodierung durch beide Kodierer wurden anschließend unter Berufung auf den Kodierleitfaden Diskrepanzen diskutiert. Dabei wurden alle Fehler, die durch mangelndes Training entstanden sind, also bei Befolgen des Kodierleitfadens vermeidbar gewesen wären, korrigiert. Es bleibt ein geringer(er) Interpretationsspielraum, wie aus den Maßzahlen für die Intercoderreliabilitäten bezogen auf die einzelnen Kategorien hervorgeht. Die Werte der Reliabilitätsindizes vor und nach der kommunikativen Validierung sind Anhang B.3 und B.4 zu entnehmen.

Dabei fällt zunächst auf, dass bei der hier angegebenen Genauigkeit keine Unterschiede zwischen den Werten des Übereinstimmungskoeffizienten, Scotts π und Cohens κ vorliegen.[2]

Tab. 6.3 ist in verkürzter Form zu entnehmen, wie die Reliabilitätsmaße ausfallen. Es ist also deutlich erkennbar, dass die kommunikative Validierung die

[2] Der Betrag der Differenz zwischen Übereinstimmungskoeffizient und den beiden anderen Maßen liegt in der Größenordnung von 10^{-3}, der Betrag der Differenz zwischen den beiden konservativen Maßen liegt in der Größenordnung von 10^{-5}.

Reliabilitätsmaße steigert. In Verbindung mit dem sehr begrenzten Training des 2. Kodierers und der Tatsache, dass lediglich die Kodierungen geändert wurden, die nach Aussage des Kodierleitfadens zweifelsfrei falsch kodiert worden sind, lässt sich hieraus eine überaus hohe Reliabilität des Instrumentes entnehmen.

So sind die Kategorien, für die nach der kommunikativen Validierung Reliabilitäten kleiner als 0,7 ermittelt wurden, durchweg gering besetzt (weniger als 10 Kodiereinheiten), so dass sich bereits wenige Abweichungen spürbar auswirken. Für 4 („Was ist Physik“) bzw. 9 Kategorien („Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik“) ist die Besetzung in dieser Stichprobe zu gering (keine oder eine Kodiereinheit), was die Angabe von Reliabilitätsmaßen nicht nur wenig sinnvoll, sondern unmöglich macht. Dies ist insofern unproblematisch, als diese gering besetzten Kategorien auch in der Gesamtauswertung einen nur geringen Einfluss haben. Es bestünde die Möglichkeit des Zusammenfassens der Unterkategorien der entsprechenden Oberkategorie. Damit würden Besetzungsprobleme vermieden, die Darstellung würde aber an Transparenz verlieren.

Insgesamt lässt sich die Reliabilität als gut bezeichnen, so dass interpretierbare Daten zur Verfügung stehen, auf deren Grundlage die im Folgenden darzustellenden Ergebnisse basieren.

6.2 Ergebnisse

Aufgrund des vorgegebenen Antwortformats sind in nahezu allen Fällen klar trennbare Kodiereinheiten entstanden. Im Allgemeinen sind die Antworten auf den ersten Blick eher naiv und oberflächlich, wenig elaboriert und selten argumentativ. Zumindest letzteres ist bei der gegebenen Aufgabenstellung („Beschreibe ...“) allerdings auch nicht anders zu erwarten (vgl. Abb. 6.1). Im Datenmaterial kommt es außerdem häufig zu Übereinstimmungen zwischen den Antworten verschiedener befragter Personen. Je jünger die Befragten sind, desto zutreffender sind diese Aussagen. Dies könnte zum Einen durch das Aufgabenformat, das zu Stichworten einlädt, verursacht worden sein, zum Anderen liegt es nahe anzunehmen, dass die Aufgabe viele Schülerinnen und Schüler, aber eben auch viele Studierende überfordert, was wohl auch mit der geringen Beachtung wissenschaftstheoretischer Fragestellungen in Unterricht und Studium zusammenhängen dürfte, wo meist fachsystematische Strukturen bestimmend sind.[3]

6.2.1 Ergebnisse der Befragung – „Was ist Physik?“

Wichtigstes Ergebnis dieser Auswertung ist das in Abb. 6.3 dargestellte Kategoriensystem. Es ist zu erkennen, dass sieben Hauptkategorien vorliegen: „Überbegriffe“, „Hilfsmittel“, „Inhalte“, „Eigenschaften“, „Tätigkeiten“ und „Unterricht“ (nur

[3] Eine kurze Darstellung der Problematik findet man z. B. bei Höttecke (2001, S. 5 ff.).

bei den Schülerinnen und Schülern) bzw. „komplexe Aussagen“ (nur bei den Studierenden). Die Hauptkategorien Überbegriffe, Unterricht und komplexe Aussagen werden nicht weiter unterteilt. Alle anderen Hauptkategorien sind in Systeme von Unterkategorien aufgegliedert. Um eine grobe Vorstellung über die Inhalte der Hauptkategorien zu erlangen, sollten die in Abb. 6.3 dargestellten Unterkategorien genügen. Für Details sei auf Anhang B.1 verwiesen. Besetzt werden nur Kategorien, die keine Unterkategorien mehr enthalten. Insgesamt gibt es 69 Kategorien, zwischen denen ein Kodierer wählen muss. Diese relativ hohe Zahl an Kategorien ist durchaus überschaubar, da einzelne Oberkategorien immer wieder auf gleiche Art und Weise ausdifferenziert werden. Diese hohe Zahl von Kategorien ist Resultat der induktiven Kategorienbildung und könnte für andere Zwecke durchaus verkleinert werden.

Die Häufigkeiten der auf die einzelnen Kategorien entfallenden Codings sind dem Anhang beigefügt (vgl. Anhang B.5). Mit Hilfe dieses Kategoriensystems lassen sich verschiedene Fragen beantworten, z. B. bezüglich der Verbindung von Physik und Alltag, Natur, Technik etc. oder hinsichtlich des Verhältnisses von Theorie und Experiment. Im Folgenden wird ausschließlich auf die für diese Arbeit relevante Fragestellung nach der Rolle der Mathematik in der Physik fokussiert. Zwischenergebnisse und eine Überblicksdarstellung der Kategorien finden sich in Krey und Mikelskis. Lediglich auf die Tatsache, dass sich emotionale Bewertungen positiver und negativer Art in etwa ausgleichen, sei hier hingewiesen, denn dies steht im Widerspruch zu den Erwartungen, die man aufgrund der Aussagen der IPN-Interessenstudie zur Beliebtheit des Faches Physik haben könnte (vgl. Hoffmann u. a., 1998). Die geringe Besetzung der Ausschusskategorie, die hier deutlich weniger als 10% der Kodiereinheiten umfasst, ist Ausdruck für die Qualität der Befragung und für die Angemessenheit des entwickelten Kategoriensystems.

In Hinblick auf die hier interessierende Fragestellung ist dem Kategoriensystem zu entnehmen, dass mehrere Antworten explizit einen Mathematikbezug herstellen. Diese Antworten führen zu Kodierungen in den Kategorien „Hilfsmittel/ mathematisch-[...] Art“, „Eigenschaften/ Mathematikbezug“ und „Tätigkeiten/ mathematisch formal“ bzw. „Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll“. In der Gruppe der Studierenden spielt zusätzlich die Kategorie „Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte/ mathematischer Art“ eine Rolle. Die genannten Kategorien sind in der im Anhang enthaltenen Tabelle grau unterlegt (vgl. Anhang B.5). Die relativ große Kategorie „Eigenschaften/ Logik“ wird ausgeklammert, da der eventuell vorhandene Mathematikbezug nicht zweifelsfrei besteht. Die folgenden Betrachtungen basieren also auf einer eher konservativen Auswahl des in Frage kommenden Materials.

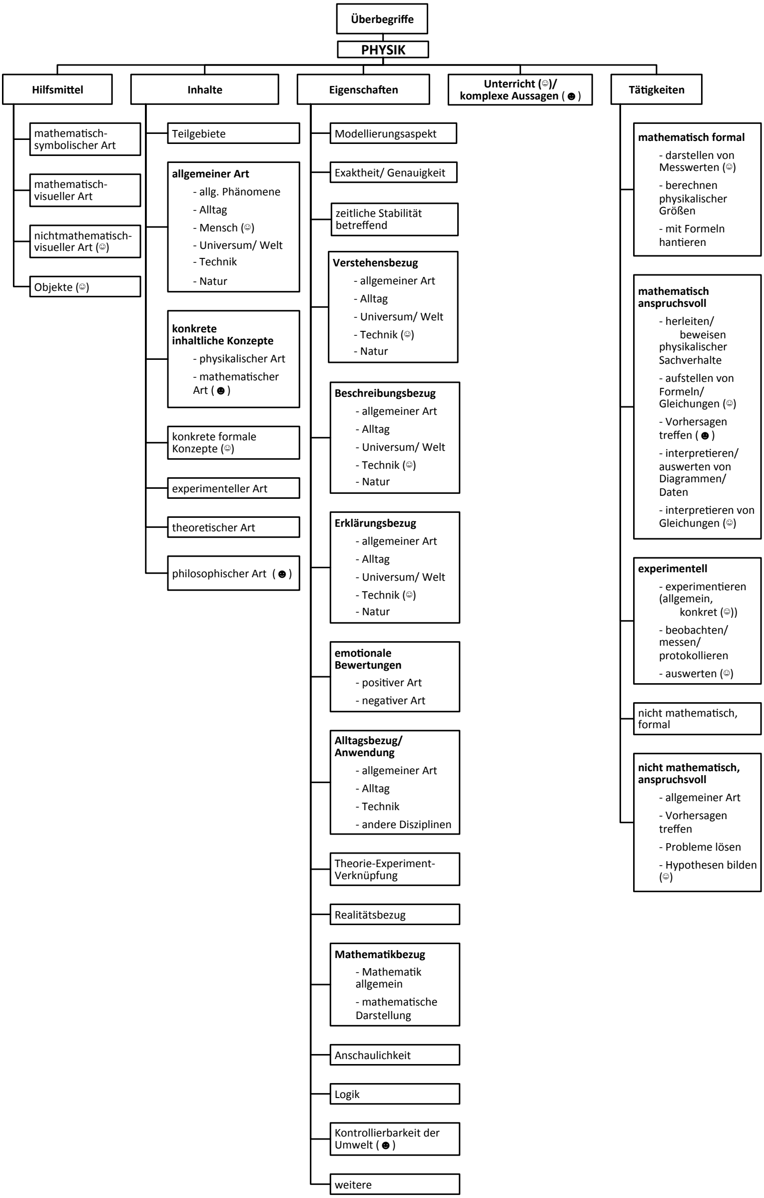


Abb. 6.3: Kategoriensystem – „Was ist Physik?“ (☻: nur Studierende, ☺: nur Schülerinnen und Schüler)

Eine quantitative Betrachtung[4] ergibt, dass bei den Schülerinnen und Schülern ca. ein Viertel aller Codings in eine der oben genannten Kategorien mit explizitem Mathematikbezug fallen. Bei den Studierenden sind es weniger als 10% der Codings, die einen expliziten Mathematikbezug herstellen.[5] Innerhalb der Gruppen unterscheiden sich männliche und weibliche Befragte in Bezug auf den Mathematikbezug nicht in ihrem Antwortverhalten. Um diese Aussage statistisch abzusichern wurde Verteilungsgleichheit zwischen den Geschlechtern angenommen und ein χ^2-Test durchgeführt. Die ermittelten χ^2-Werte sind Tab. 6.4 zu entnehmen. Sind sie kleiner als $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$, so bedeutet dies, dass die angenommene Hypothese aufrecht erhalten werden kann, sonst wird die Hypothese abgelehnt. Der Unterschied zwischen der 10. und 12. Klassenstufe erweist sich auf diesem Wege als zufällig und kann vernachlässigt werden. Der Unterschied zwischen SchülerInnen und Studierenden hingegen erweist sich als belastbar (kleiner Effekt).

Es muss also festgehalten werden, dass für die befragten Schülerinnen und Schüler Physik relativ stark an Mathematik gekoppelt zu sein scheint. Anders ist der mit 25% relativ hohe Anteil an Codings, die einen Mathematikbezug herstellen, nicht zu erklären. Dies ist bei Studierenden in deutlich geringerem Maße der Fall. Das Ergebnis ist zunächst überraschend, da davon ausgegangen werden muss, dass Studierende einen ungleich mathematikhaltigeren Umgang mit Physik erleben und praktizieren. Es scheint, als würde die Rolle der Mathematik in der Physik von Schülerinnen und Schülern auf der einen und Studierenden auf der anderen Seite

[4] Die folgenden χ^2-Tests werden in Anlehnung an Bortz (2005, S. 156 ff.) durchgeführt. Es werden zweiseitige Tests verwendet. Dennoch wird aus Gründen der Sprachökonomie und des Sprachflusses bewusst (und genau genommen falsch) davon gesprochen, dass Anteile größer oder kleiner statt nur verschieden sind. Leserinnen und Lesern wird dadurch hoffentlich die Lektüre erleichtert, sie müssen sich aber der mit solchen Formulierungen einhergehenden Suggestion bewusst sein. Signifikanzen auf dem Niveau $\alpha = 0{,}05$ werden mit „*“, solche auf dem Niveau $\alpha = 0{,}01$ mit „**“gekennzeichnet. Als minimale Zellenbesetzung für die Durchführung eines χ^2-Tests wird hier 10 festgelegt (vgl. Bortz, 2005, S. 159). Entweder wird auf die Angabe von formal berechneten χ^2-Werten verzichtet oder das Besetzungsproblem wird explizit erwähnt. Sofern es sich um paarweise Vergleiche handelt, ist der Freiheitsgrad immer $df = 1$. Bei Angabe des kritischen Vergleichswertes der jeweiligen χ^2-Verteilung, ist er auch dieser Angabe entnehmbar, z. B. $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$. χ^2-Werte werden mit vier Stellen nach dem Komma angegeben. Diese Genauigkeit ist inhaltlich sinnfrei und ausschließlich der Tatsache geschuldet, dass in den gängigen Tabellen der χ^2-Verteilung diese Genauigkeit verwendet wird und somit der Vergleich des ermittelten und tabellierten Wertes mit maximaler Genauigkeit möglich wird. Zur Angabe von Effektstärken dient der w-Wert (vgl. Rasch u. a., 2006, S. 181), ein standardisiertes Maß für die Abweichung zwischen erwarteten und beobachteten Häufigkeiten mit $w = \sqrt{\frac{\chi^2}{N}}$, wobei χ^2 der χ^2-Wert des jeweiligen Tests ist und N die Stichprobengröße. Von einem kleinen Effekt spricht man ab $w = 0{,}10$, von einem mittleren Effekt ab $w = 0{,}30$ und von einem großen Effekt ab $w = 0{,}50$.

Schließlich sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass es sich hier um eine Querschnittstudie, nicht um eine Längsschnittstudie handelt. Formulierungen, die eine Entwicklung implizieren oder suggerieren, werden ausschließlich der besseren Lesbarkeit wegen gewählt und weitgehend vermieden.

[5] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{10/12} = 0{,}4763 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 \ll \chi^2_{10/St} = 86{,}1055^{**} < \chi^2_{12/St} = 94{,}8387^{**}$, die zugehörigen w-Werte lauten $w_{10/St} = 0{,}17$ und $w_{12/St} = 0{,}25$.

	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Gesamtzahl der Codings	969	1440	2409	434	415	849	382	259	641
Mathematikbezug (ohne „Logik“)	231	335	566	101	107	208	35	16	51
Mathematikbezug (ohne „Logik“ in %)	23,8	23,3	23,5	23,3	25,8	24,5	9,2	6,2	8,0
χ^2-Werte (♂vs. ♀)	$\chi^2_{(1)} = 0{,}262$			$\chi^2_{(1)} = 1{,}466$			$\chi^2_{(1)} = 2{,}772$		
χ^2-Wert (10. vs. 12. Klassenstufe)	$\chi^2_{(1)} = 0{,}476$								
χ^2-Wert (SchülerInnen vs. Studierende)	$\chi^2_{(1)} = 88{,}352^{**}; w = 0{,}15$								

Tab. 6.4: Häufigkeit der Codings mit Mathematikbezug und relevante χ^2-Werte.
** – hoch signifikanter Unterschied

grundsätzlich verschieden bewertet werden und so zu unterschiedlichen Antworten auf die Frage „Was ist Physik?“ führen. Einen ersten Hinweis darauf liefert auch ein Blick auf die Kategorie „Hilfsmittel/mathematisch-symbolischer Art“, hinter der vor allem das Coding „Formel“ steht, sowie die Kategorie „Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen physikalischer Größen“. Die prozentualen Anteile dieser Kategorien an der Gesamtheit der Codings mit Mathematikbezug betragen für SchülerInnen der 10. Klassenstufe 47,2% bzw. 18,4%, für SchülerInnen der 12. Klassenstufe 27,9% bzw. 18,8% und für Studierende 13,7% bzw. 5,9%. χ^2-Tests bestätigen, dass der Unterschied der Anteile, der auf beide Kategorien entfallenden Kodiereinheiten, zwischen allen Gruppen bedeutsam ist (kleine bis mittlere Effekte).[6] Während also der zumeist rechnerische Umgang mit Formeln für Schülerinnen und Schüler einen Großteil des Mathematikbezuges ausmacht, ist dies bei Studierenden nicht der Fall. Es liegt die Vermutung nahe, dass dies auf die Unterrichtserfahrungen der Schülerinnen und Schüler (Häufigkeit von Rechenaufgaben) sowie auf die mit dem Umgang mit Formeln verbundene kognitive Anstrengung, die mit dem Alter, also zunehmender Erfahrung im Umgang mit physikalischen Sachverhalten und deren mathematischer Beschreibung, abnehmen dürfte, zurückzuführen ist. Die Fähigkeit mit mathematischen Gleichungen sicher umgehen zu können, lässt diese möglicherweise weniger bedeutungsvoll erscheinen.

[6] Hier gilt $\chi^2_{10/12} = 32{,}9467^{**}; w = 0{,}21$, $\chi^2_{10/St} = 47{,}6622^{**}; w = 0{,}28$ bzw. $\chi^2_{12/St} = 14{,}9689^{**}; w = 0{,}24$. Der interessierende Schwellenwert beträgt $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Tätigkeiten	46,7	49,4	48,4	45,0	44,0	44,5	27,5	32,9	29,8
Auswirkungen	10,3	11,6	11,1	22,0	20,6	21,3	51,1	44,3	48,2
subjektive Beurteilungen	7,0	4,1	5,1	4,7	3,2	4,0	0,0	1,2	0,5
mathematische Inhalte	17,2	22,4	20,5	16,0	19,9	17,8	4,8	6,0	5,3
abstrakte Beziehungsaussagen	9,6	5,4	6,9	5,0	7,1	6,0	8,3	7,8	8,1
Ausschuss	9,2	7,2	7,9	7,2	5,3	6,3	8,3	7,8	8,1

Tab. 6.5: Prozentuale Verteilung der Kodiereinheiten auf die Hauptkategorien – nach Geschlecht und Befragungsgruppe

6.2.2 Ergebnisse der Befragung – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?"

Das wichtigste Ergebnis der qualitativen Inhaltsanalyse ist auch hier ein Kategoriensystem, das in Abb. 6.4 dargestellt ist. Hier ließ sich das vorliegende Datenmaterial in fünf Hauptkategorien erfassen: „Tätigkeiten", „Auswirkungen", „mathematische Inhalte", „abstrakte Beziehungsaussagen", „subjektive Beurteilungen". Jede dieser 5 Hauptkategorien unterteilt sich in mehrere Unterkategorien. Besetzt werden nur Kategorien, die keine Unterkategorien mehr enthalten. Insgesamt stehen den Kodierern 64 solche Kategorien zur Verfügung. Um eine grobe Vorstellung über die Inhalte der Hauptkategorien zu erlangen, sollten die in Abb. 6.4 dargestellten Unterkategorien genügen. Für Details sei auf Anhang B.2 verwiesen.

Die Verteilung der Codings auf die einzelnen Kategorien ist der Tabelle des Anhangs zu entnehmen (vgl. Anhang B.6); sie dient als Grundlage für die nachfolgenden quantitativen Auswertungen.

Die Antworten der Befragten lassen zunächst erkennen, dass sich die Rolle der Mathematik in der Physik für sie in Tätigkeiten, Auswirkungen, Emotionen (subjektive Beurteilungen) und mathematischen Inhalten widerspiegelt. Zusätzlich wird von einigen Befragten der Versuch unternommen, mit Hilfe abstrakter Beziehungsaussagen die Relation zwischen Mathematik und Physik zu beschreiben. Zur besseren Übersicht werden in Tab. 6.5 die prozentualen Anteile der Codings je Hauptkategorie angeführt. Die folgenden Analysen kann man mit Hilfe von Abb. 6.4 nachvollziehen. Will man die Rechnungen abgleichen, benötigt man jedoch die Tabelle des Anhangs B.6.

Zunächst fällt auf, dass sich jeweils deutlich weniger als 10% der Codings in der Kategorie Ausschuss befinden. Dies spricht für die Angemessenheit des Kategoriensystems sowie für die Qualität der Durchführung der Befragung.

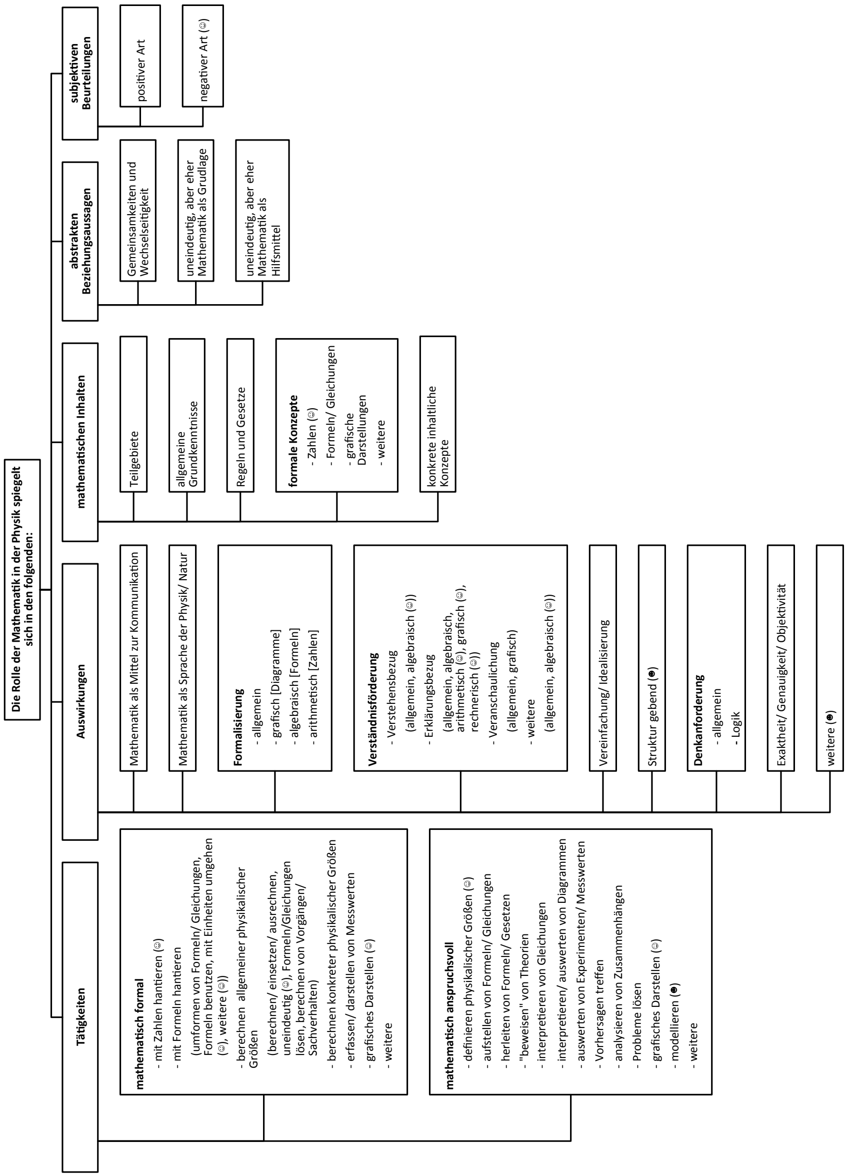


Abb. 6.4: Kategoriensystem – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“ (☻: nur Studierende, ☺: nur Schülerinnen und Schüler)

Der Tabelle ist weiterhin zu entnehmen, dass die Hauptkategorien „Tätigkeiten“, „Auswirkungen“ und „mathematische Inhalte“ zusammen mehr als 80% aller Codings umfassen, dass also vor allem in ihnen das Bild von der Rolle der Mathematik in der Physik „enthalten“ ist. Bevor die genauere Analyse dieser Kategorien vorgenommen wird, sollen im Folgenden die verbleibenden Kategorien kurz beleuchtet werden.

Der Anteil an Kodiereinheiten, der abstrakte Beziehungsaussagen liefert, ist erstaunlich konstant. χ^2-Tests zeigen, dass Abweichungen zwischen den Gruppen bezüglich des Anteils der Kodiereinheiten, die jeweils auf diese Kategorie entfallen, durch Zufall erklärt werden können. Der χ^2-Wert für den Vergleich der drei Gruppen unter der Annahme der Gültigkeit der Verteilung der 10. Klassenstufe lautet $\chi^2_{10/12/St} = 1{,}6181 < \chi^2_{(2;95\%)} = 5{,}9915$.[7] Bedeutsame Unterschiede zwischen den Geschlechtern ergeben sich hier nur für die Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 (sehr kleiner Effekt).[8] Eine genauere Betrachtung der Unterkategorien wäre zwar interessant, ein Gruppenvergleich aufgrund der geringen Besetzung einzelner Kategorien jedoch in den meisten Fällen nicht vertretbar. Statistisch gestützt werden kann aber die Vermutung, dass Schülerinnen und Schüler die Mathematik eher als Grundlage für die Physik sehen[9] , während die Abweichung von einer Gleichverteilung der Anteile der Codings der Studierenden, die auf die Kategorien „eher Mathe als Hilfsmittel“ bzw. „eher Mathe als Grundlage“ entfallen, durch Zufall erklärt werden können.[10] Die Äußerungen der Studierenden lassen demnach ebenso oft erkennen, dass die Mathematik als Grundlage der Physik betrachtet wird wie als deren Hilfsmittel. Einschränkend ist zu bemerken, dass die Kodiereinheiten, die auf die jeweiligen Kategorien entfallen, nicht eindeutig zugeordnet werden können. Die hier vorgenommenen Auswertungen stehen also unter dem Vorbehalt, dass der Kodierleitfaden mit seinen Deutungsvorschriften dem gerecht wird, was die Befragten sagen wollten (vgl. die Ausführungen im Kodierleitfaden auf Seite 309 f.).

An dieser Stelle kann man sich nun fragen, ob dieser Unterschied Indiz für eine Entwicklung ist, also durch höhere kognitive Fähigkeiten der Studierenden bzw. deren größere Expertise im Umgang mit Physik zu erklären ist oder ob er auf die fortschreitende Selektion der erfolgreichen Physikschülerinnen und -

[7] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{10/12} = 0{,}8105$, $\chi^2_{10/St} = 0{,}8076$ bzw. $\chi^2_{12/St} = 3{,}0400$ und sind damit alle kleiner als der kritische Wert $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$. Im Folgenden werden wegen des größeren Informationsgehaltes nur noch paarweise Vergleiche angeführt.

[8] Die χ^2-Werte für die Vergleiche innerhalb einer Gruppe lauten $\chi^2_{10} = 22{,}1890^{**}; w = 0{,}11$, $\chi^2_{12} = 2{,}5063$ bzw. $\chi^2_{St} = 0{,}0577$. Der kritische Wert beträgt $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

[9] Der χ^2-Wert für den Test auf Gleichverteilung bei den Schülerinnen und Schülern lautet $\chi^2_{SuS,GV} = 28{,}7686^{**} > \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$, was bedeutet dass die Hypothese der Gleichverteilung verworfen werden muss.

[10] Der χ^2-Wert für den Test auf Gleichverteilung bei den Studierenden lautet $\chi^2_{St,GV} = 0{,}5714 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$, was bedeutet dass die Hypothese der Gleichverteilung aufrecht erhalten werden kann.

		leistungsstärker			leistungsschwächer		
		♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Anzahl der Personen	absolut	32	39	71	33	60	93
	in %	11,3	11,3	11,2	11,6	17,3	14,7
Anzahl der Codings	absolut	97	130	227	75	153	228
	in %	10,0	9,0	9,4	7,7	10,6	9,5

Tab. 6.6: Zusammensetzung der Vergleichsstichproben für den „Test auf Entwicklung“

schüler zurückzuführen ist. Dies kann hier leider nicht entschieden werden, da die Datenlage das nicht zulässt, wie sich gleich zeigen wird. Im Folgenden wird aber ein Verfahren beschrieben, das zusätzliche Informationen liefern könnte und von dem im Weiteren auch immer wieder Gebrauch gemacht wird.

Um einer Antwort auf die oben gestellte Frage näher zu kommen, wurden die Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 anhand ihrer Noten geordnet und dann die oberen und unteren 10 bis 15% miteinander verglichen. Dabei wurden der leistungsstärkeren Gruppe Schülerinnen und Schüler mit den Notenkombinationen 1-1, 1-2, 1-3, 2-1 in Physik-Mathematik und der leistungsschwächeren Gruppe Schülerinnen und Schüler mit den Notenkombinationen 6-6, 5-6, 5-5, 5-4, 5-3, 4-5, 4-4, 4-3 in Physik-Mathematik zugeordnet. Kenngrößen dieser Stichproben sind Tab. 6.6 zu entnehmen.

Auf diese Stichprobe beziehen sich alle folgenden Überlegungen dieser Art. Die Anzahl der je Gruppe auf die einzelnen Kategorien entfallenden Kodiereinheiten ist Anhang B.7 zu entnehmen. Dabei fällt auf, dass die Anzahl der von beiden Gruppen jeweils produzierten Kodiereinheiten gleich groß ist, obwohl die Gruppe der leistungsschwächeren Schülerinnen und Schüler (low achieving, la) größer ist als die der leistungsstärkeren Schülerinnen und Schüler (high achieving, ha). Hinsichtlich der Zusammensetzung nach den Geschlechtern lässt ein χ^2-Test die Behauptung zu, dass beide Gruppen die Gesamtheit der Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 repräsentieren.[11]

Mit diesen Voraussetzungen könnte man nun versuchen, die oben aufgeworfene Frage zu beantworten, ob der Unterschied in den Besetzungen der Kategorien „Mathematik eher als Grundlage“ bzw. „eher als Hilfsmittel“ durch das besondere Interesse bzw. den Erfolg der Lernenden in der Physik verursacht wird oder entwicklungsbedingt ist. Leider ist, wie schon erwähnt, eine Überprüfung der entsprechenden Hypothesen in diesem Fall nicht möglich, da eine der Zellen nicht besetzt ist.

[11] Die χ^2-Werte für den Vergleich mit der Grundgesamtheit lauten $\chi^2_{gesamt/ha} = 0{,}000 < \chi^2_{gesamt/la} = 3{,}459 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

Der Anteil der Aussagen, die auf die Hauptkategorie „subjektive Beurteilungen“ entfallen, ist bei Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe größer als bei Schülerinnen und Schülern der 12. Klassenstufe und bei diesen wiederum größer als bei Studierenden. Dabei unterscheiden sich die Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassen nur zufällig voneinander. Die Unterschiede zwischen den Schülergruppen und Studierenden sind zwar signifikant, aber eher unbedeutend (sehr kleine Effekte).[12] Schülerinnen und Schüler sind also ein wenig eher geneigt, emotional auf die gestellte Frage zu reagieren. Überraschend ist, dass bei den Schülerinnen und Schülern der Anteil an positiven Bewertungen deutlich höher ausfällt als der Anteil negativer Bewertungen.[13]

Betrachtet man die Hauptkategorie „mathematische Inhalte“, so fällt zunächst auf, dass der Anteil an Kodiereinheiten, der auf diese Kategorie entfällt um so größer ist, je älter die Befragten sind. Dabei erweist sich der Unterschied zwischen den SchülerInnen der 10. und 12. Jahrgangsstufe als zufällig, der Unterschied zwischen den Schülergruppen und den Studierenden jedoch als statistisch bedeutsam.[14] Die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik wird also von Studierenden (mit zunehmender Expertise und kognitiver Fähigkeit (und/oder fortschreitender Selektion)) deutlich weniger durch den Bezug auf konkrete mathematische Inhalte beantwortet. Es stellt sich heraus, dass bei den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe der Anteil der Kodiereinheiten, die auf die Kategorie „mathematische Inhalte“ entfallen, größer ist als bei ihren leistungsstärkeren Mitschülerinnen und Mitschülern.[15] Dies kann im einfachsten Fall als Indiz für die stärkere Wirkung der Selektion gewertet werden.[16]

Dieser Befund lässt sich analog auch bei der Hauptkategorie „Tätigkeiten“ erkennen. Auch hier entfällt bei den Schülerinnen und Schülern ein größerer Anteil der Äußerungen über die Rolle der Mathematik in der Physik auf konkrete Tätigkeiten als bei Studierenden. [17] Der Vergleich der Leistungskontrastgruppen aus

[12] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{10/12} = 1{,}6004 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{12/St} = 12{,}5964^{**} < \chi^2_{10/St} = 17{,}4497^{**}$. Die zugehörigen Effekstärken lauten $w_{10/St} = 0{,}11$ und $w_{12/St} = 0{,}09$.

[13] Der χ^2-Wert für den Test auf Gleichverteilung von positiv und negativ konnotierten emotionalen Aussagen lautet bei $df = 1$: $\chi^2_{10\cup 12,GV} = 64{,}1455^{**}; w = 0{,}30$ und führt zur Ablehnung dieser Hypothese. Für die Studierenden entfällt eine analoge Aussage wegen zu geringer Zellenbesetzung.

[14] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{10/12} = 2{,}6219 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{12/St} = 42{,}4317^{**} < \chi^2_{10/St} = 56{,}1274^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten $w_{12/St} = 0{,}21$ und $w_{10/St} = 0{,}16$.

[15] Der χ^2- Wert beträgt $\chi^2_{la/ha} = 8{,}079^{**} > \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414; w = 0{,}13$.

[16] Es soll noch einmal betont werden, dass es sich hierbei um statistische Indizien handelt. Und dass selbst, wenn man diesen Bedeutung beimisst, die implizierte Argumentation alles andere als zwingend ist. Es könnte ja z. B. der Fall sein, dass die Schülerinnen und Schüler, die hier gute Noten bekommen auch sonst einen „Entwicklungsvorsprung“ haben.

[17] Dieχ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{10/12} = 3{,}6841 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{12/St} = 34{,}6574^{**} < \chi^2_{10/St} = 54{,}9616^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten $w_{12/St} = 0{,}19$ bzw. $w_{10/St} = 0{,}16$.

Klassenstufe 10 ergibt auch hier die gleiche Tendenz, dass nämlich die relative Häufigkeit der auf die Hauptkategorie „Tätigkeiten" entfallenden Kodiereinheiten bei leistungsschwächeren Lernern der Klassenstufe 10 größer ist, als bei den leistungsstärkeren Lernern.[18] Diese Unterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern auf der einen und Studierenden auf der anderen Seite dürften darauf zurückzuführen sein, dass es Studierenden (kognitiv weiter entwickelten und/ oder erfolgreicheren Lernern) in der Regel leichter fällt, in abstrakten Kategorien zu denken, während Schülerinnen und Schüler sich eher an konkrete Inhalte oder Tätigkeiten erinnern, sozusagen aus konkreten Situationen heraus antworten. Diese Argumentation wird auch durch die Häufigkeiten, die auf die Hauptkategorie „Auswirkungen" entfallen, gestützt (vgl. das Folgende).

Innerhalb der Tätigkeiten lässt sich eine Unterscheidung in eher formale (v. a. umstellen und rechnen) und eher anspruchsvolle Tätigkeiten vornehmen. Es ist zu beobachten, dass der Anteil an formalen Tätigkeiten an der Gesamtheit aller Tätigkeiten mit dem Alter der Befragten ab-, der Anteil der anspruchsvollen Tätigkeiten hingegen zunimmt (große Effekte).[19] Dies ist zunächst eine erfreuliche Tendenz, deren Ursache unter anderem auch darin liegen kann, dass hier durch bestehende Wahlmöglichkeiten (Kurssystem an den Schulen in der Oberstufe und das Studienfach bei den Studierenden) mit zunehmendem Alter nur noch eine spezielle Lernergruppe, nämlich die der vergleichsweise interessierten und erfolgreichen Lerner, vorliegt. Zugleich legt dieser Befund den Verdacht nahe, dass im Physikunterricht der Sekundarstufe I ein algorithmischer, formaler, wenig verständnisorientierter Umgang mit Mathematik praktiziert wird. Ein Vergleich der Leistungskontrastgruppen der Klassenstufe 10 zeigt, dass der Anteil genannter formaler Tätigkeiten an allen genannten Tätigkeiten bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern größer ist als bei leistungsschwächeren.[20] Dies kann der angeführten Hypothese widersprechend interpretiert werden.

Eine Untersuchung unter geschlechtsspezifischem Gesichtspunkt lässt erkennen, dass der Anteil an Kodiereinheiten, die innerhalb der Hauptkategorie „Tätigkeiten" auf die Kategorie „mathematisch formal" entfallen, bei den weiblichen Befragten im Vergleich zu ihren gleichaltrigen männlichen Peers überzufällig häufig auftritt. Umgekehrt verhält es sich demzufolge bei der Kategorie „mathematisch anspruchsvoll". Für die Schülerinnen und Schüler ist dieser Effekt eher unbedeutend, während er für die Studierenden sehr relevant ist (große Effektstärke).[21] Der Anteil der Kodiereinheiten, der bei weiblichen und männlichen Befragten auf

[18] Der χ^2- Wert beträgt $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{la/ha} = 5{,}4065^{*}; w = 0{,}11$.

[19] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{10/12} = 24{,}5554^{**} < \chi^2_{12/St} = 43{,}4259^{**} < \chi^2_{10/St} = 120{,}1867^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten $w_{10/12} = 0{,}15$, $w_{12/St} = 0{,}33$ und $w_{10/St} = 0{,}36$.

[20] Der Unterschied ist statistisch bedeutsam: $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{la/ha} = 13{,}6368^{**}; w = 0{,}25$.

[21] Die χ^2-Werte für den Test auf geschlechtsspezifische Unterschiede innerhalb der Gruppen lauten $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{12} = 4{,}9437^{*} < \chi^2_{10} = 6{,}5195^{*} < \chi^2_{St} = 32{,}1309^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten $w_{12} = 0{,}14$, $w_{10} = 0{,}09$ und $w_{St} = 0{,}52$

die Hauptkategorie „Tätigkeiten“ entfällt, ist dabei innerhalb einer Altersgruppe nur zufällig voneinander verschieden, was den angestellten Vergleich erlaubt.[22] Eine plausible Erklärung für diesen Befund liegt bisher nicht vor. Interessant ist, dass der Leistungskontrastgruppenvergleich für die 10. Klassenstufe innerhalb der Gruppen keine geschlechtsspezifischen Besonderheiten aufweist, dass Jungen beider Gruppen sich nicht signifikant voneinander unterscheiden, dass aber zwischen den Mädchen beider Gruppen signifikante Unterschiede nachzuweisen sind. Während „nur“ 75% der von den leistungsstarken Mädchen genannten Tätigkeiten auf die Kategorie formal entfällt, sind dies bei den leistungsschwächeren Mädchen 87%. Dies legt den Verdacht nahe, dass jedenfalls für die Lernenden der Klassenstufe 10 gerade die leistungsschwächeren Mädchen den oben dargestellten Unterschied zwischen den Geschlechtern hervorrufen.[23]

Es bleibt die Hauptkategorie „Auswirkungen“ zu betrachten. Hier lässt sich eine im Vergleich zu den Hauptkategorien „mathematische Inhalte“ und „Tätigkeiten“ umgekehrte Tendenz erkennen. Der Anteil der Kodiereinheiten, der jeweils auf diese Hauptkategorie entfällt ist, um so größer, je älter die befragten Probanden sind. Es ist jedoch nicht nur ein großer Unterschied zwischen SchülerInnen und Studierenden festzustellen, sondern auch ein deutlicher Unterschied zwischen SchülerInnen der 10. und 12. Klassenstufe.[24]

Auch hier ist anzunehmen, dass die kognitive Entwicklung bzw. die fortschreitende Selektion der Befragten als ursächlich betrachtet werden können, denn das Betrachten von Auswirkungen der Anwendung von Mathematik auf Physik ist ein relativ abstrakter Prozess. Dies passt auch zur der Tatsache, dass innerhalb der drei Gruppen kein signifikanter Unterschied zwischen männlichen und weiblichen Befragten nachzuweisen ist.[25] Auch der Kontrastgruppenvergleich innerhalb der 10. Klassenstufe reproduziert dieses Ergebnis. Danach entfallen in der Gruppe der leistungsstärkeren Schülerinnen und Schüler signifikant mehr Antworten auf die Kategorie „Auswirkungen“ als bei den leistungsschwächeren Lernenden.[26]

Der oben beschriebene Zusammenhang zwischen Alter und Anteil aller Kodiereinheiten, die auf die Hauptkategorie „Auswirkungen“ entfallen, kommt vor allem durch einen deutlichen Anstieg der auf die größte Kategorie „Formalisierung“ ent-

[22] Die entsprechenden χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{12} = 0{,}1133 < \chi^2_{St} = 2{,}4629 < \chi^2_{10} = 3{,}0052 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

[23] Die χ^2-Werte für die Vergleichstests anhand der Kontrastgruppen betragen $\chi^2_{ha,♂/ha,♀} = 0{,}0286 < \chi^2_{la,♂/la,♀} = 1{,}2347 < \chi^2_{la,♂/ha,♂} = 2{,}8543 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{la,♀/ha,♀} = 9{,}5069^{**}; w_{la,♀/ha,♀} = 0{,}26$.

[24] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche der auf die Kategorie „Formalisierung“ entfallenden Anteile an der Gesamtheit aller Kodiereinheiten lauten $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 \ll \chi^2_{10/12} = 63{,}3644^{**} < \chi^2_{12/St} = 170{,}7331^{**} < \chi^2_{10/St} = 552{,}0165^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten: $w_{10/12} = 0{,}17$, $w_{12/St} = 0{,}41$ und $w_{10/St} = 0{,}52$.

[25] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{12} = 0{,}3431 < \chi^2_{10} = 1{,}9379 < \chi^2_{St} = 3{,}0724 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

[26] Der χ^2-Wert für den Vergleichstest beträgt $\chi^2_{ha/la} = 21{,}1647^{**} > \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414; w = 0{,}22$.

fallenden Kodiereinheiten zustande.[27] Das heißt, das Bewusstsein dafür, dass Mathematik der formalen Beschreibung physikalischer Sachverhalte dient, scheint bei Studierenden ausgeprägter zu sein als bei Schülerinnen und Schülern der 12. Klassenstufe und bei diesen wiederum ausgeprägter als bei Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe. Die Betrachtung der Kontrastgruppen der 10. Klassenstufe ergibt hier die gleiche Lesart. Der Anteil aller Kodiereinheiten, der auf die Kategorie „Formalisierung" entfällt, ist bei leistungsstärkeren Lernenden deutlich größer als bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 10.[28] Eine weitere Kategorie, die für den großen Zuwachs der Hauptkategorie „Auswirkungen" verantwortlich ist, ist die Kategorie „Verständnisförderung". Der Anteil, der bei den Studierenden auf diese Kategorie entfällt, ist doppelt so groß wie der Anteil bei den Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe. Die Äußerungen der Befragten der 12. Klassenstufe fallen deutlich häufiger in diese Kategorie als die Äußerungen der Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe, jedoch statistisch gesehen nicht weniger häufig als die Äußerungen der Studierenden.[29] Mit zunehmender Expertise der Befragten - so könnte man meinen - ist also die Meinung, dass Mathematik das Verständnis von Physik fördert (das Verstehen, Erklären, Veranschaulichen erleichtert) häufiger anzutreffen. Dies kann aber anhand der vorliegenden Daten nicht bestätigt werden, da die minimalen Effektstärken darauf hindeuten, dass diese signifikanten Unterschiede eher unbedeutend sind.[30] Geschlechtsspezifische Unterschiede liegen hier nicht vor. Zwar liegt ein signifikanter Unterschied der Verteilungen von Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 10 vor, dieser wird aber anhand der Effektstärke als unbedeutend entlarvt.[31]

Weitere Beiträge zur Zunahme des Anteils der auf die Hauptkategorie „Auswirkungen" entfallenden Kodiereinheiten leisten mit einer Ausnahme alle weiteren Kategorien, vor allem auch die Kategorie „weitere". Dies zeigt, dass die Auswirkungen, die von Studierenden benannt werden, erwartungsgemäß deutlich vielseitiger sind als die Aussagen der Schülerinnen und Schüler. Die Antworten der Studierenden umfassen z. B. die Kommunikation mit Hilfe von Mathematik, die Möglichkeit, Struktur gebend zu wirken, den Einfluss auf Exaktheit, Genauigkeit

[27] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche der Anteile aller Kodiereinheiten, die auf die Kategorie „Auswirkungen" entfallen, lauten $\chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 \ll \chi^2_{10/12} = 67{,}833^{**} < \chi^2_{12/St} = 83{,}6931^{**} < \chi^2_{10/St} = 460{,}9718^{**}$. Die zugehörigen Effektstärken lauten $w_{10/12} = 0{,}17$, $w_{12/St} = 0{,}29$ und $w_{10/St} = 0{,}47$.

[28] Der χ^2-Wert für den Vergleichstest beträgt $\chi^2_{ha/la} = 41{,}6457^{**} > \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414; w = 0{,}30$.

[29] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche der auf die Kategorie „Verständnisförderung" entfallenden Anteile bezogen auf alle Kodiereinheiten lauten $\chi^2_{12/St} = 0{,}2478 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{10/St} = 17{,}7416^{**} < \chi^2_{10/12} = 19{,}0401^{**}$. Für die Effektstärken gilt: $w_{10/St} = 0{,}09$ und $w_{10/12} = 0{,}09$.

[30] Daher ist es auch nicht überraschend, dass dieser Unterschied sich zwischen den Leistungskontrastgruppen der Klassenstufe 10 nicht nachweisen lässt. Der χ^2-Wert für den Vergleichstest beträgt $\chi^2_{ha/la} = 3{,}1621 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414; w = 0{,}08$.

[31] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{12} = 0{,}0670 < \chi^2_{St} = 1{,}7541 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{10} = 9{,}1193^{**}; w_{10} = 0{,}07$.

RF	Bezug	Klassenstufe 10 ♂	Klassenstufe 10 ♀	Klassenstufe 10 gesamt	Klassenstufe 12 ♂	Klassenstufe 12 ♀	Klassenstufe 12 gesamt	Studierende ♂	Studierende ♀	gesamt
grafisch	absolut	34	93	127	14	17	31	7	3	10
	% KE	5,6	8,8	7,6	4,4	6,0	5,2	3,1	1,8	2,5
	% RF	16,3	21,2	19,6	16,9	17,9	17,4	29,2	9,1	17,5
algebraisch	absolut	175	346	521	69	78	147	17	30	47
	% KE	28,6	32,6	31,1	21,7	27,7	24,5	7,4	18,0	11,9
	% RF	83,7	78,8	80,4	83,1	82,1	82,6	70,8	90,9	82,5

Tab. 6.7: Verteilung der Kodiereinheiten (KE) auf die Repräsentationsformen (RF) grafisch und algebraisch – absolut und prozentual (bezogen auf RF und die Gesamtheit aller KE)

und Objektivität usw. Bei der erwähnten Ausnahme handelt es sich um die Kategorie „Denkanforderungen“, hinter der vor allem Kodiereinheiten wie „Logik“ bzw. „logisches Denken“ stehen. Hier unterscheiden sich die Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufen zwar signifikant aber unbedeutend von den anderen beiden Gruppen. Ihren Antworten ist also nur scheinbar häufiger zu entnehmen, dass Mathematik logisches Denken in die Physik bringt oder dass dieses Denken durch die Mathematik erforderlich wird.[32] Hier lässt sich auch zwischen den Kontrastgruppen der 10. Jahrgangsstufe kein signifikanter Unterschied nachweisen.[33]

Abschließend soll eine weitere Auffälligkeit herausgestellt werden. Dabei handelt es sich um die von den Schülern angegebene mathematische Repräsentationsform – nämlich eine grafische und eine algebraische. Zur Untersuchung der Häufigkeitsverteilungen wird ein „pooling“ vorgenommen, das heißt, die Häufigkeiten relevanter Kategorien werden addiert. Der Gesamtkategorie „grafische Repräsentationsform“ werden dabei alle Kategorien zugeordnet, die in ihrem Namen das Wort „grafisch“ oder „Diagramm“ enthalten, während unter der Gesamtkategorie „algebraische Repräsentationsform“ alle Kategorien zusammengefasst werden, die in ihrem Namen „algebraisch“ oder „Formel“ enthalten. Es handelt sich dabei um ein konservatives Vorgehen, da z. B. das Berechnen physikalischer Größen hier nicht berücksichtigt wird, obwohl die Vermutung nahe liegt, dass hinter den Äußerungen in dieser Kategorie auch Bezüge zu algebraischen Repräsentationsformen stecken. Das Ergebnis findet sich in Tab. 6.7.

Ihr entnimmt man, dass zunächst einmal der Anteil der Kodiereinheiten, der auf die Kategorie „grafische Repräsentationsform“ entfällt, in allen Altersgruppen deutlich geringer ist als der Anteil algebraischer Repräsentationen. Statistische Untersuchungen zeigen, dass sich die Verteilungen der Anteile in den verschiede-

[32] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{12/St} = 0{,}5748$;, $\chi^2_{10/12} = 5{,}3179^*$; $w_{10/12} = 0{,}05$ und $\chi^2_{10/St} = 5{,}6484^*$; $w_{10/St} = 0{,}05$.

[33] Der χ^2-Wert für den Vergleichstest beträgt $\chi^2_{ha/la} = 0{,}2354 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

nen Gruppen nicht signifikant voneinander unterscheiden.[34] Das Verhältnis von grafischer zu algebraischer Repräsentationsform beträgt dabei in etwa 1:5. Auffällig ist, dass sich sowohl für die 10. Klassenstufe (kleiner Effekt) als auch für die Studierenden (mittlerer Effekt) signifikante geschlechtsspezifische Differenzen in der Verteilung finden lassen.[35] Bei Schülerinnen der 10. Klassenstufe ist der Anteil der grafischen Repräsentationsform größer als bei ihren männlichen Altersgenossen. Bei den Studierenden ist das Gegenteil der Fall. Zur Rolle der Mathematik in der Physik wird also scheinbar wesentlich stärker der Umgang mit Formeln als der Umgang mit grafischen Darstellungen assoziiert. Die Betrachtung der Leistungskontrastgruppen der 10. Klassenstufe ergibt hier ebenfalls eine Verteilungsgleichheit zwischen den beiden Gruppen[36] und auch zwischen den Geschlechtern einer Gruppe.[37]

6.2.3 Zusammenfassung und Diskussion

Aus der Auswertung der Antworten auf die Frage „Was ist Physik?“ lässt sich erkennen, dass für Schülerinnen und Schüler Physik durch einen deutlichen Mathematikbezug charakterisiert zu sein scheint. Ca. ein Viertel aller Äußerungen weisen einen solchen Bezug auf, während dies nur bei ca. 10% der Äußerungen der Studierenden der Fall ist. Unterschiede zwischen den Klassenstufen 10 und 12 oder zwischen den Geschlechtern innerhalb der jeweiligen Gruppe sind nicht festzustellen. Dieser Befund passt zu anderen Untersuchungen, nach denen Schülerinnen und Schüler quantitatives Vorhersagen und Berechnungen als überrepräsentiert in ihrem Physikunterricht empfinden (vgl. die Ausführungen zur IPN-Interessenstudie von Hoffmann u. a., 1998) und auch zu Befunden, wonach die Mathematikhaltigkeit als charakteristisch für die Physik wahrgenommen wird (vgl. z. B. Larochelle und Désautels, 1991; Angell u. a., 2004).

Dieser Mathematikbezug äußert sich für die Schülerinnen und Schüler vorwiegend im formalen Umgang mit Formeln, während der Anteil an Kodiereinheiten mit Mathematikbezug, der auf formalen Umgang hindeutet bei den Studierenden deutlich geringer ist. Es liegt die Vermutung nahe, dass dies den Umgang mit Mathematik im Physikunterricht/ Studium widerspiegelt. Dieser erste Eindruck wird durch die Auswertung der Antworten auf die Frage „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“ noch differenziert. So lässt sich für die befragten Schülerinnen und Schüler sagen, dass sie vor allem auf mathematische Inhalte

[34] Die χ^2-Werte für die paarweisen Vergleiche lauten $\chi^2_{12/St} = 0{,}0007 < \chi^2_{10/St} = 0{,}1527 < \chi^2_{10/12} = 0{,}5383 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

[35] Die χ^2-Werte für die geschlechtsspezifischen Vergleiche innerhalb der Gruppen lauten $\chi^2_{12} = 0{,}0715 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414 < \chi^2_{St} = 6{,}4377^{*} < \chi^2_{10} = 7{,}7905^{**}$ mit den Effektstärken $w_{St} = 0{,}34$ und $w_{10} = 0{,}11$.

[36] Der χ^2-Wert für den Vergleichstest beträgt $\chi^2_{ha/la} = 1{,}3379 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

[37] Die χ^2-Wert für den Vergleichstest betragen $\chi^2_{ha,♂/♀} = 0{,}0035 < \chi^2_{la,♂/♀} = 1{,}5034 < \chi^2_{(1;95\%)} = 3{,}8414$.

und Tätigkeiten zurückgreifen, um diese Frage zu beantworten, während Studierende vor allem die Auswirkungen der Anwendung von Mathematik in Physik anführen. Dabei sind die aufgeführten Tätigkeiten um so formaler, je jünger bzw. umso anspruchsvoller, je älter die Befragten sind. Allein dieser Befund legt eine nicht überraschende Entwicklung der Vorstellungen nahe, die bei Kenntnis der insbesondere in den Abschnitten 3.4 bis 3.7 vorgestellten Befunde nicht überrascht. Die festgestellte, insbesondere für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 ausgeprägte Assoziation formaler Tätigkeiten passt ebenfalls zu bereits bekannten Befunden (vgl. z. B. Schecker (1985, S. 199) oder Hammer (1994)), wie sie in Abschnitt 3.7 dieser Arbeit skizziert wurden.

Auch emotional gefärbte subjektive Bewertungen lassen sich bei Schülerinnen und Schülern häufiger finden. Negativ konnotierte emotionale Äußerungen treten jedoch weitaus seltener als erwartet und auch seltener als positiv konnotierte emotionale Äußerungen auf. Dies ist erfahrungsgemäß einigermaßen überraschend, passt aber beispielsweise zu Befunden wie dem von Müller und Heise (2006), der im Theorieteil vorgestellt wurde (vgl. S. 123).

Auch die Ansicht, dass Mathematik die Grundlage von Physik bzw. Physik angewandte Mathematik ist, ist einer Entwicklung unterworfen und bei Schülerinnen und Schülern deutlich häufiger anzutreffen. Die Einsicht, dass Mathematik hilft, physikalische Sachverhalte zu beschreiben, nimmt mit dem Alter ebenso zu wie die Überzeugung, dass Mathematik hilft, Physik zu verstehen. Letztere Überzeugung (bei Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe) ebenso wie die Nennung von anspruchsvollen Tätigkeiten (alle Altersgruppen) ist bei weiblichen Befragten deutlich weniger zu erkennen als bei den gleichaltrigen männlichen Befragten. Eine wirkliche Begründung für geschlechtsspezifische Unterschiede liegt nicht vor, ihr Auftreten insbesondere in mathematischen Kontexten ist jedoch gut dokumentiert (vgl. Abschnitt 3.5.4).

Alle Befragten scheinen mit Mathematik eher symbolisch-algebraische als grafische Darstellungsformen zu verbinden. Dies legitimiert erneut die auf dem Hintergrund von Kapitel 4 getroffene Entscheidung in die weiteren Untersuchungen eine Unterscheidung danach vorzunehmen, ob sich Konstrukte auf grafische Darstellungen oder physikalische Gleichungen beziehen.

Aus den hier dargestellten Ergebnissen ergibt sich, dass das Bild von Mathematik vor allem in der Sekundarstufe I in mathematischen Inhalten und Tätigkeiten enthalten ist. Für ältere Schülerinnen und Schüler sowie für Studierende spielen Auswirkungen der Anwendung von Mathematik eine wesentliche Rolle (vgl. z. B. die diesen Befund unterstützende und differenzierende Ergebnisse von Maaß (2006), wie sie in Abschnitt 3.5.3 vorgestellt wurden).

6.3 Methodenkritik

Die hier durchgeführte Analyse lässt sich – wie jede Untersuchung – unter verschiedenen Gesichtspunkten kritisieren. Dies ist weder erstaunlich, noch verwerflich, sondern normaler Bestandteil wissenschaftlicher Arbeit. Einige Kritikpunkte, die unter bestimmten Argumentations- und Bewertungsperspektiven für eine Relativierung oder Fragwürdigkeit der oben genannten Ergebnisse sprechen, seien dennoch vorweggenommen.

Zunächst steht fest, dass die gewählte Methode nicht geeignet ist, individuelle Ansichten festzustellen oder den Meinungen einzelner Befragter gerecht zu werden. Dies ist hier auch nicht beabsichtigt.

Bei der Interpretation der Ergebnisse ist grundsätzlich zu bedenken, dass bei den 12. Klassen und den Studierenden nur noch besonders erfolgreiche und interessierte Lerner befragt werden. Das heißt, mindestens zwei voneinander nicht zu unterscheidende Einflüsse, nämlich der kognitive Entwicklungsstand und die Selektion besonders interessierter bzw. erfolgreicher Lerner, können für die festgestellten Gruppenunterschiede verantwortlich sein. Untersuchungen für entsprechende Kontrastgruppen wurden vorgenommen, geben aber bestenfalls zusätzliche Informationen. Eine Entscheidung für eine der beiden Alternativen oder die Unterstützung der These einer gemeinsamen Wirkung ist hier nicht möglich und in der Anlage der Arbeit auch nicht beabsichtigt.

Man könnte weiterhin einwenden, dass die Schülerinnen und Schüler vermutlich gar nicht auf die gestellten Fragen geantwortet hätten, sondern lediglich Assoziationen zum Thema „Was ist Physik?“ bzw. „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“ geäußert haben. Dies kann nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, es scheint sogar in Anbetracht des zu Stichpunkten einladenden Aufgabenformats naheliegend. Vielleicht ist diese Befürchtung in Kombination mit einer zu erwartenden Überforderung der Befragten auch ein Grund dafür, dass bisherige Forschung auf das Stellen dieser direkten Fragen verzichtet hat. Hier wird davon ausgegangen, dass auch die Assoziationen zu der Frage „Was ist Physik?“ ein Bild von Physik vermitteln und dass dieses nicht weniger zuverlässig oder gültig ist als ein durch andere Erhebungsverfahren rekonstruiertes Bild.

Problematisch und bewusst in Kauf genommen wird ebenfalls, dass hier nicht zwischen proximalen (auf die Welt der Befragten bezogenen) und distalen (auf die Welt der Wissenschaft Physik bezogenen) Vorstellungen unterschieden werden kann. Zu vermuten ist, dass sich beide Vorstellungen aus den Lernerfahrungen, also zu großen Teilen aus dem erlebten Unterricht speisen.

Selbstverständlich sind weitergehende im wesentlichen qualitative Untersuchungen (z. B. auf der Grundlage von Interviews, Aufsätzen oder Bildern) und der Versuch, Typen zu bilden, sinnvolle Vertiefungen, die an die Ergebnisse dieser Untersuchung anschließen könnten und sollten, ja sogar müssen, wenn man die oben genannten Probleme umgehen und die Frage nach den Vorstellungen der

Schülerinnen, Schüler und Studierenden genauer beantworten möchte. Für die vorliegende Arbeit wurde jedoch ein anderer Schwerpunkt gesetzt.

7 Skalenkonfirmation und die Überprüfung ihrer Gruppeninvarianz

Zentrales Anliegen des folgenden Kapitels ist es, Antworten auf die Forschungsfragen II., III. und IV. zu geben. Gleichzeitig werden in den folgenden Abschnitten die im Fragebogen verwendeten Skalen vorgestellt. Zur Beantwortung der genannten Forschungsfragen bieten sich Strukturgleichungsmodelle an. Mit Hilfe von AMOS 17.0 werden einerseits konfirmatorische Faktorenanalyen vorgenommen, andererseits wird parallel dazu die Gruppeninvarianz der angenommenen Skalen überprüft. Für Konstrukte, die erstmals in der Hauptstudie verwendet wurden, werden mit Hilfe exploratorischer Faktorenanalysen Skalen identifiziert, deren Gruppeninvarianz dann untersucht wird.

Die Kenntnis der gängigen Rotationstechniken und Schätzalgorithmen im Zusammenhang mit exploratorischen Faktorenalysen wird vorausgesetzt. Im Allgemeinen kommt die Hauptkomponentenanalyse mit einer Promax-Rotation und dem Abbruchkriterium „Eigenwert größer als Eins“ zum Einsatz. Nur wenn die Korrelation zwischen den so gefundenen Faktoren kleiner als 0,10 ist, wird der leichteren Interpretierbarkeit wegen die rotierte Lösung der Varimax-Rotation angegeben. Für Details und ausführliche Begründungen sei auf Bühner (2006, Kap. 5) und die dort angegebene Literatur verwiesen.

Im Folgenden wird zunächst auf Strukturgleichungsmodelle im Allgemeinen und die Notwendigkeit der Durchführung von Mehrgruppenvergleichen im Besonderen eingegangen. Anschließend wird am „Themenfeld Selbsterleben im Umgang mit Mathematik“ das Vorgehen exemplarisch demonstriert. Im Haupttext werden dann ausschließlich die Ergebnisse analoger Untersuchungen in den anderen Themenfeldern zusammenfassend vorgestellt. Die detaillierten Darstellungen der Ergebnisse und ihre näheren Erläuterungen sind nach Themenfeldern sortiert in Anhang C zu finden, da diese detaillierten Darstellungen vermutlich für die meisten Leser irrelevant sind, aber durchaus interessante Informationen darstellen, wenn man die Skalen einsetzen oder modifizieren will.

7.1 Strukturgleichungsmodelle

Strukturgleichungsmodelle (SGM)[1] erfreuen sich in der empirischen Sozialforschung großer Beliebtheit.[2] Die Ursache dafür mag einerseits in den ständig zunehmenden Anforderungen an empirische Forschung(smethoden) zu finden sein, andererseits auch in der Zugänglichkeit entsprechender Literatur und Software. Immer wieder finden sich Aussagen wie diese von Hoyle (1995, S. 15):

> The SEM approach is a more comprehensive and flexible approach to research design and data analysis than any other single statistical model in standard use by social and behavioral scientists.

Die Möglichkeit, konfirmatorische Faktorenanalysen und gleichzeitig die Tests auf Gruppeninvarianz eines interessierenden Modells durchzuführen, illustriert beispielhaft diese Aussage und ist Argument für die Verwendung von Strukturgleichungsmodellen zur Durchführung der nachfolgenden Analysen.

Seit Beginn der Entwicklung von Strukturgleichungsmodellen[3] ist dieses Werkzeug zum Standardrepertoire der quantitativen empirischen Forschung geworden und inzwischen sind mehrere gut lesbare Einführungen und Überblickswerke zu dieser Thematik vorhanden (vgl. z. B. Backhaus u. a., 2008; Bühner, 2006; Byrne, 2009; Kline, 2005; Mühlhaus und Weiber, 2010). Daher wird auf eine systematische Einführung des grundsätzlichen Ansatzes, der verwendeten Terminologie sowie der verschiedenen Lösungsalgorithmen und Gütekriterien verzichtet. Es werden im Allgemeinen relevante Entscheidungen und Voraussetzungen für die Anwendung mitgeteilt, lediglich auf die Mehrgruppenanalyse wird ausführlicher eingegangen.

7.1.1 Allgemeine Grundlagen

Strukturgleichungsmodelle[4] werden im Folgenden immer entsprechend der allgemeinen Notation veranschaulicht (vgl. z. B. Backhaus u. a., 2008; Bühner, 2006; Mühlhaus und Weiber, 2010; Byrne, 2009). Der einfachste Fall ist in Abb. 7.1 dargestellt.

Faktoren/latente Variablen werden also durch Ellipsen, Items/Indikatoren durch Rechtecke und Fehlervariablen (e_i) durch Kreise symbolisiert. Die Ladung des

[1] Dieser Begriff wird im folgenden verwendet, auch wenn es sich um einfache konfirmatorische Faktorenanalysen handelt. Zur Abgrenzung der Begriffe „lineares Strukturgleichungsmodell“, „Kausalmodell“, „Pfadanalyse“, „konfirmatorische Faktorenanalyse“, „Kovarianzstrukturanalyse“, „allgemeines lineares Modell“ usw. siehe z. B. Bühner (2006), Kline (2005), Backhaus u. a. (2008).

[2] Für einen historischen Überblick vgl. Reinecke (2005, S. 7 ff).

[3] Erste Arbeiten gehen auf den Genetiker Wright (1921) zurück (vgl. Reinecke, 2005, S. 7).

[4] Strukturgleichungsmodelle bestehen immer aus mindestens einem Messmodell (ein Faktor/latente Variable und die zugehörigen Indikatoren/Items mit ihren Fehlervariablen). Wird nur dieses Messmodell untersucht, so handelt es sich um eine konfirmatorische Faktorenanalyse. Im allgemeineren Fall liegen mindestens zwei Messmodelle vor und zwischen den latenten Variablen wird ein regressiver oder korrelativer Zusammenhang postuliert. Dieses postulierte Modell über die Beziehungen der latenten Variablen wird im Allgemeinen als Strukturmodell bezeichnet.

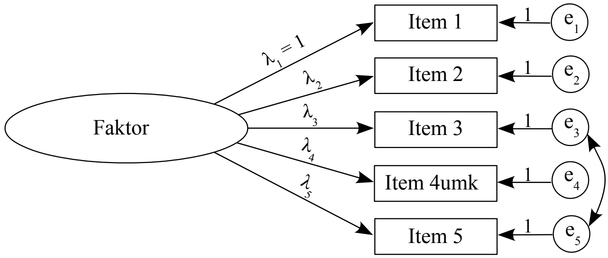


Abb. 7.1: Beispiel eines Messmodells (Zeichenerklärung im Text)

Items i auf den eindeutig benannten Faktor wird mit λ_i bezeichnet und durch einen Pfeil ($\longrightarrow$) symbolisiert. Korrelationen bzw. Kovarianzen zwischen Variablen werden durch einen Doppelpfeil ($\longleftrightarrow$) symbolisiert und bezogen auf das Beispiel z. B. mit $r(e_3,e_5)$ bzw. $cov(e_3,e_5)$ bezeichnet. Die Bezeichnung „umk" deutet an, dass ein Indikator rekodiert wurde. Auf die Verwendung algebraischer Notationen zur Darstellung eines Modells wird im Allgemeinen verzichtet.

Im Hinblick auf die Mehrgruppenanalyse (Schülerinnen und Schüler der 10. bzw. 12. Klassenstufe sowie die Studierenden) werden Metriken über Referenzvariablen eingeführt (vgl. z. B. Bühner, 2006, S. 244), was dem gängigen Standard entspricht (vgl. Chen, 2007, S. 477). Hierbei wird eine Faktorladung auf 1 gesetzt und die Faktorladungen der anderen Indikatoren werden in der unstandardisierten Lösung in Relation zu dieser Referenzvariable angegeben. Bei Mehrgruppenanalysen, bei denen auf die Gleichheit der Faktorladungen hin untersucht wird, ist dieses Vorgehen problematisch, da hier bereits die Gleichheit einer Faktorladung in den Gruppen unterstellt wird. Dies kann, muss aber nicht, zutreffend sein und zu Beurteilungsfehlern führen (vgl. Cheung und Rensvold, 1999). Eine Möglichkeit der systematischen Variation des Referenzindikators wird von Cheung und Rensvold (1999) ebenfalls beschrieben.

Hier wird der Empfehlung von Bühner (2006, S. 244) gefolgt, der schreibt:

> Führen verschiedene Arten der Parameterfixierung zu identischen Ergebnissen, ist man auf der sicheren Seite.

Dem entsprechend werden immer mindestens die Hälfte der Indikatoren (zufällige Auswahl) als Referenzvariable verwendet. Im Falle einer relevanten Abweichung wird diese berichtet.

Empfehlungen für die minimale Stichprobengröße (N) sind nicht einheitlich. Oft findet man Empfehlungen wie $N > 100$ (Bühner, 2006, S. 251) oder auch $N > 5t$ bzw. $N - 5t > 50$, wobei t jeweils für die Anzahl der zu schätzenden Parameter steht (Internetergänzung zu Backhaus u. a., 2008, Kap. 11, S. 49). In der Regel sind alle genannten Voraussetzungen erfüllt, in jedem Fall ist aber mindestens einer dieser Anforderungen genüge getan.

Items, zwischen denen eine Korrelation $r > 0{,}85$ herrscht, werden zu einem Indikator zusammengefasst (Parceling), um Schätzprobleme zu vermeiden (vgl. Bühner, 2006, S. 262).

Die Standardmethode zur Berechnung der zu bestimmenden Parameter ist die Maximum-Likelihood-Methode (ML-Methode). Sie basiert unter Anderem auf einer Normalverteilungsannahme für alle Indikatoren, was in der Realität selten der Fall ist. Grundsätzlich lassen sich mindestens vier verschiedene Vorgehensweisen unterscheiden, mit diesem Problem umzugehen (vgl. Kline, 2005, S. 194 ff.):

- Normalisierung der Indikatoren und Verwendung der ML-Methode,
- Einsatz einer „corrected normal theory method" (Analyse mit Hilfe der ML-Methode, unter Verwendung von korrigierten Test-Statistiken),
- Wahl einer voraussetzungsärmeren Schätzmethode,
- Einsatz der ML-Methode unter Benutzung von bootstrapping.

In der vorliegenden Arbeit wird der letztgenannte Ansatz verfolgt. Eine Legitimation für diese Entscheidung findet man bei Bühner (2006), der unter Verweis auf verschiedene Simulationsstudien schreibt:

> Bei Stichprobengrößen $N > 100$ und multivariater Normalverteilung oder einer Schiefe und einem Exzess innerhalb der [...] vorgegebenen Grenzen[5] kann die Durchführung einer ML-Methode als Standard empfohlen werden (Bühner, 2006, S. 251).

Ein Abweichen von dieser Empfehlung oder die Verletzung der genannten Voraussetzungen werden explizit mitgeteilt.

Zur Beurteilung der Modellgüte stehen verschiedene Gütekriterien zur Verfügung, die sich grob in lokale und globale Kriterien unterscheiden lassen. Auf der Ebene der Indikatoren sind die Signifikanzen der Faktorladungen (FL) und die quadrierten Faktorladungen (Indikatorreliabilitäten) zu betrachten. Auf der Ebene der Faktoren sind die Faktorreliabilität, die durchschnittlich je Faktor extrahierte Varianz und zur Beurteilung der Diskriminanzvalididtät ggf. das Fornell-Larcker-Kriterium zu verwenden. Alle Faktorladungen der als brauchbar erkannten und weiterverwendeten Skalen finden sich in Anhang C.9. In der Regel liegen alle Faktorladungen oberhalb von 0,6. Auf die Angabe der lokalen Gütekriterien auf Faktorebene wird verzichtet. Stattdessen wird der weit verbreitete Reliabilitätskoeffizient nach Cronbach $\alpha_{Cronbach}$ angegeben. Dies entspricht dem Standard in referierten psychologischen Zeitschriften (vgl. z. B. Trautwein u. a., 2006). Bei der Überprüfung der Modelle wird ebenfalls darauf geachtet, dass keine korrelierten Fehlervarianzen auftreten, denn nur dann kann der Reliabilitätskoeffizient

[5] Unter Verweis auf eine Arbeit von West, Finch und Curran (1995) werden Schiefe kleiner als zwei und Exzess kleiner als sieben gefordert. (Diese Fußnote ist nicht Bestandteil des Zitats. O. K.)

nach Cronbach als Mindestschätzung für die Reliabilität angesehen werden (vgl. Moosbrugger und Kelava, 2008, S. 124 f.).

Die anzustrebende Höhe der Realibilität hängt von verschiedenen Faktoren ab. Moosbrugger und Kelava (2008) gehen auf viele von ihnen genauer ein, ohne jedoch genauere Empfehlungen zu geben. In der Individualdiagnostik, so ihre Feststellung, sind Skalen mit $\alpha_{Cronbach} > 0{,}90$ einerseits die Regel (Bsp.: Intelligenztests), während andererseits auch Skalen mit Reliabilitäten um 0,70 (Bsp.: gängige Persönlichkeitstests) anzutreffen sind. Für die in der fachdidaktischen Forschung häufig vorliegende Situation wird bemerkt:

> Sollen Merkmale untersucht werden, für die es keine besser geeigneten Testverfahren gibt, so kann der Einsatz eines niedrig reliablen Messinstruments immer noch aufschlussreicher sein als der gänzliche Verzicht auf den Einsatz von Tests.
>
> [...]
>
> Dient ein Verfahren [...] der Kollektivdiagnostik, beispielsweise bei der Beantwortung einer Forschungsfrage nach Unterschieden zwischen Personengruppen, so ist mangelnde Messgenauigkeit zwar störend, da Fehlervarianz den inferenzstatistischen Nachweis von Gruppenunterschieden erschwert. Die Gruppenmittelwerte würden aber auch bei individuell stärker messfehlerbehafteten Testwerten korrekt geschätzt (Moosbrugger und Kelava, 2008, S. 129).

In diesem Sinne sind bei der hier typischen Anzahl von Items (zwischen vier und sieben) und bei Beachtung des vorliegenden Forschungsgebietes Werte oberhalb von 0,60 durchaus zufriedenstellend. Bei geringerer Itemanzahl oder in begründeten Ausnahmefällen können auch kleinere Werte in Betracht kommen.

Die globale Güte des Modells wird in dieser Arbeit vorwiegend anhand der χ^2-Werte (durch bootstrapping korrigierter Wert), des Root-Mean-Square-Error-of-Approximation (RMSEA) und des Comparative Fit Index (CFI) beurteilt.[6] Bei der Auswahl der globalen Gütekriterien, die auch in Hinblick auf die Mehrgruppenanalyse erfolgte, wurde Wert darauf gelegt, dass die Kriterien unter den vorliegenden Bedingungen (relativ geringe Stichprobengröße, selten Normalverteilungen, Verwendung der ML-Schätzmethode, ...) interpretierbar sind und gleichzeitig die Breite der vorliegenden Ansätze zur Beurteilung der Passung von Modellen abdecken.[7] Auf der Grundlage der genannten Literatur ergeben sich die in Tab. 7.1 aufgeführten Cut-Off-Werte.

Schließlich sei darauf hingewiesen, dass ein streng konfirmatorisches Paradigma die nachträgliche Anpassung der Modelle verbietet. „In empirischen Studien lässt sich aber der Anspruch einer streng konfirmatorischen Herangehensweise i. d. R. nicht erfüllen, so dass letztlich exploratorisch unter Zuhilfenahme statistischer Kriterien vorgegangen wird“ (Temme und Hildebrandt, 2008, S. 19). Dies trifft auch

[6] Eine genauere Beschreibung der einzelnen Kriterien findet man z. B. in der Internetergänzung zu Backhaus u. a. (2008, Abschnitt 12.2.5).

[7] Weitere Details findet man in Kline (2005, S. 133-145), Internetergänzung zu Backhaus u. a. (2008, Abschnitt 12.2.5) oder Bühner (2006, S. 254-259).

Gütekriterien	Aussage	Kriterium für guten Fit
lokal (Faktorenebene)		
		vgl. S. 195
Faktorreliabilität $\alpha_{Cronbach}$	Maß für die Zuverlässigkeit der Messung des Faktors	i. d. R. $\alpha > 0{,}60$
global (Modellebene)		
χ^2-Anpassungstest	Maß für die Abweichung von modelltheoretischer und empirischer Kovarianzmatrix	$\frac{\chi^2}{df} < 3{,}0^{*}$ $\frac{\chi^2}{df} < 2{,}5^{**}$
RMSEA	berücksichtigt die Modellkomplexität (über *df*) und ist wenig abhängig von der Stichprobengröße	$< 0{,}08^{*}$ $< 0{,}06^{**}$
CFI	Güte des angenommenen Modells im Vergleich zum Basismodell (independence model) unter Berücksichtigung von Modellkomplexität (über *df*) und Verteilungsverzerrungen	$> 0{,}90^{*}$ $> 0{,}95^{**}$

Tab. 7.1: Verwendete Güterkriterien für Strukturgleichungsmodelle (* – gute Modellpassung, ** – sehr gute Modellpassung)

auf diese Studie zu, ist schon aus forschungsökonomischen Gründen nicht zu umgehen und entspricht dem explorativen Charakter der gesamten Arbeit. Bezogen auf die nicht pilotierten Skalen kommt sogar eine Kombination explorativer und konfirmativer Verfahren zum Einsatz, indem exploratorische und konfirmatorische Faktorenanalyse miteinander kombiniert werden. Eine solche Kombination wird z. B. von Marsh u. a. (2009) oder Asparouhov und Muthen (2009) sogar ausdrücklich empfohlen.

Neben der durchaus angreifbaren Entscheidung, auf die Angabe lokaler Gütekriterien zu verzichten[8] und lediglich die Werte für Cronbachs α mitzuteilen, könnte eine weitere Kritik darin bestehen, die einzelnen Konstrukte isolierten Prüfungen zu unterziehen, statt sie gemeinsam in einem Modell zu simulieren. Dieses Vorgehen wäre zugegebener Maßen wünschenswert und auch sinnvoll, wenn sich die empirische Modellierung auf einen breiten und ausgereiften theoretischen Hintergrund stützen könnte. Dies ist hier jedoch leider nicht der Fall, weshalb über ein solches Vorgehen zwar kurz berichtet wird, die Darstellungen aber nicht darauf fokussieren.

7.1.2 Mehrgruppenanalyse zur Überprüfung der Messäquivalenz mit Hilfe der Strukturgleichungsmethodik

Für einen Teil der zu betrachtenden Skalen wurden die meisten Items bereits pilotiert, weshalb für diese Skalen eine konfirmatorische Faktorenanalyse zu wählen ist. Die Adäquatheit des Einsatzes der Strukturgleichungsmethodik ist in diesem Fall sicher unbestritten und findet auch in fachdidaktischen Arbeiten gelegentlich Anwendung.

Weniger offensichtlich scheint die Notwendigkeit der Überprüfung der Gruppeninvarianz der verwendeten Messmodelle vor deren Einsatz zum Vergleich der Gruppen zu sein. So schreibt Byrne (2004, S. 272)

> In substantive research that focuses on multigroup comparisons, it is typically assumed that the instrument of measurement is operating in exactly the same way, and that the underlying construct being measured has the same theoretical structure for each group under study. As evidenced from reviews of the literature, however, these two critically important assumptions are rarely, if ever, tested statistically.

Dass eine pragmatische Orientierung an diesem „Standard“ innerhalb der (gerade auch fachdidaktischen) Community hier nicht in Frage kommt, soll kurz noch einmal explizit gemacht werden.

Es handelt sich hier um eine explorative Studie, deren Sinn darin besteht, erste Informationen über Vorstellungen von Lernenden zur Rolle der Mathematik in der Physik zu erhalten. Gleichzeitig sollen (als - im Rahmen quantitativer empirischer Forschung - notwendige Voraussetzung für das Erreichen dieses Ziels und als Grundlage für weitere Forschungen) aber auch Messinstrumente für die

[8] Die Regressionsgewichte/Faktorladungen sind Anhang C.9 zu entnehmen.

Erfassung verschiedener Konstrukte und den potenziellen Einsatz in verschiedenen Populationen zur Verfügung gestellt werden. Demnach ist eine vernünftige Qualitätssicherung vorzunehmen, die eben den Nachweis der Angemessenheit der Messinstrumente, bezogen auf das Konstrukt, aber zwangsläufig auch in Hinblick auf die untersuchten Gruppen, nicht schuldig bleiben darf. Warum aber ist nun dieses Vorgehen, wie hier behauptet wird, qualitätssichernd oder anders gefragt: Welche Auswirkungen hat das Fehlen der Äquivalenz von Messmodellen? Bevor eine Antwort auf diese Frage an einem einfachen Beispiel demonstriert wird, sind einige Vorbemerkungen notwendig.

Zunächst ist die Frage der Messäquivalenz

> immer dann von Relevanz, wenn unterschiedliche Kontextbedingungen (z. B. Alter, Geschlecht, Zeitraum, [...]) zugrunde liegen, die potenziell die Beziehungen zwischen den latenten Variablen und ihren Indikatoren moderieren können. [...] Als wichtigste Methodik hat sich hier die Mehrgruppenanalyse konfirmatorischer Faktormodelle etabliert (Temme und Hildebrandt, 2008, S. 2 f.).

Eine grundlegende Arbeit zum Begriff der Messäquivalenz, der Definition der verschiedenen Arten und ihrer mathematischen Beschreibung legt Meridith (1993) vor. Aufbauend auf dieser Arbeit haben sich Arbeitsschritte etabliert, die beim Test auf Messäquivalenz zu durchlaufen sind und zunehmend schärfere Bedingungen an die Äquivalenz der betrachteten Modelle stellen. Eine aktuelle Übersicht über diese Schritte geben z. B. Chen (2007, S. 465 f.) oder Cheung und Rensvold (2002, S. 235 ff.), an der sich die folgende Darstellung orientiert.

7.1.2.1 Arten der Messäquivalenz

Die erste Stufe der Messäquivalenz stellt die *konfigurale Invarianz* (auch Forminvarianz) dar, bei der gefordert wird, dass ein und dasselbe Item in allen Gruppen auf den gleichen Faktor lädt. Hierdurch wird sichergestellt, dass zumindest ähnliche, aber nicht gleiche latente Konstrukte untersucht werden. Obwohl in nahezu allen Veröffentlichungen diese konfigurale Invarainz als Voraussetzung für die Untersuchung auf die Gültigkeit strengerer Formen der Messäquivalenz betrachtet wird, weist Byrne unter Berufung auf eine Arbeit von Werts u. a. (1976) darauf hin, dass diese keine notwendige Bedingung ist.

> Although the bulk of the literature suggests that the number of factors must be equivalent across groups before further tests of invariance can be conducted, this strategy represents a logical starting point only, and is not a necessary condition. Indeed, only the similarly specified parameters within the same factor need to be equated (Byrne, 2004, S. 274).

Diese Diskrepanz ist für die vorliegende Arbeit nicht von Relevanz, weshalb ihr nicht weiter nachgegangen wird. Hier wird konfigurale Invarianz immer als notwendige Voraussetzung für den Nachweis metrischer und skalarer Invarianz betrachtet.

Die zweite Stufe der Messäquivalenz wird anhand der Faktorladungen getestet. Es wird untersucht, inwiefern die lineare Beziehung zwischen einer latenten Variable und den zugeordneten Items von gleicher Stärke ist. Sind die Faktorladungen gruppeninvariant, liegen dem Faktor in den verschiedenen Gruppen gleiche Metriken (Skalenabstände) zugrunde. Diese Form der Messäquivalenz ist notwendige Voraussetzung für den Vergleich von Regressionsanstiegen oder Mittelwert*differenzen*. Sind alle bisherigen Invarianzbedingungen erfüllt, spricht man von schwacher faktorieller oder *metrischer Invarianz*.

Die dritte Stufe der Messäquivalenz bezieht sich auf die Konstanten in den linearen Messmodellen (Intercepts). Zeigen sich die Intercepts als gruppeninvariant, haben die Skalen, auf denen die Ausprägung des latenten Konstruktes gemessen wird, den gleichen Ursprung. Ist diese Bedingung zusätzlich zur metrischen Invarianz erfüllt, spricht man von strenger faktorieller oder *skalarer Invarianz*. Liegt diese vor, lassen sich auch Mittelwerte zwischen den Gruppen miteinander vergleichen.

Die vierte Stufe der Messäquivalenz bezieht sich auf die Fehlervariablen der Indikatoren. Hier werden gruppeninvariante Residualvarianzen gefordert. Ist diese Bedingung zusätzlich zur skalaren Invarianz erfüllt, so liegt strikte faktorielle oder residuale Invarianz bzw. *vollständige Messinvarianz* vor. Sie stellt sicher, dass gemessene Unterschiede in der Ausprägung eines Konstruktes ausschließlich auf die spezifischen Eigenschaften der Gruppe zurückzuführen sind. Die bisher genannten Formen der Messäquivalenz werden gelegentlich auch als Kategorie-1-Invarianzen bezeichnet (Cheung und Rensvold, 2002, S. 234), da sie sich durchweg auf das Messmodell beziehen. Kategorie-2-Invarianzen beziehen sich dann auf die Frage nach der Gruppeninvarianz von Eigenschaften der latenten Konstrukte und ihrer Beziehungn untereinander. Ist man beispielsweise am Intergruppenvergleich von Korrelationen zwischen latenten Variablen interessiert, muss neben der metrischen Invarianz auch die Gleichheit der Faktorvarianzen vorliegen.

7.1.2.2 Auswirkungen fehlender Messäquivalenz

Für den Vergleich von Mittelwerten muss also streng genommen skalare Invarianz vorliegen. Um die oben aufgeführte Begründung (das Vorhandensein gleicher Skalenabstände und Nullpunkte) ein wenig klarer zu machen, soll hier eine kurze Überlegung vorgestellt werden.

Dazu sei an den Grundgedanken der Strukturgleichungsmethodik (hier: konfirmatorischen Faktorenanalyse) erinnert, bei der versucht wird, die beobachteten Varianzen/Kovarianzen und ggf. Mittelwerte über einen linearen Zusammenhang zwischen den latenten Variablen (η) und ihren Indikatoren zu „erklären". Als Faktormodell für den Indikator y und seinen Mittelwert μ ergeben sich demnach Gleichungen der Form

$$y = \nu + \lambda\eta + \varepsilon, \tag{7.1}$$

$$\mu = \nu + \lambda\alpha, \tag{7.2}$$

wobei ν eine Konstante, λ die Faktorladung, ε den zufälligen Messfehler und α den latenten Mittelwert symbolisieren.

Mit Hilfe von Gleichung 7.2 soll nun für einen Indikator gezeigt werden, wie sich fehlende Messäquivalenzen zwischen Gruppen auf die Vergleichbarkeit von gruppenspezifischen Mittelwerten auswirken können (vgl. Temme und Hildebrandt, 2008, S. 3 ff.). Der besseren Überschaubarkeit wegen wird im ersten Schritt zunächst angenommen, dass die latente Variable in zwei Gruppen A und B den gleichen Mittelwert aufweist ($\alpha_A = \alpha_B$). Bei Gültigkeit der Messinvarianzannahme müssten dann auch die Indikatormittelwerte μ_A und μ_B die gleichen Werte annehmen ($\mu_A = \mu_B$). Ist diese Voraussetzung jedoch verletzt, gilt also z. B. nur die Annahme der Gleichheit der Konstanten $\nu_A = \nu_B$, unterscheiden sich die Mittelwerte μ_A und μ_B um so stärker voneinander, je größer die Differenz zwischen den Faktorladungen λ_A und λ_B ist. Bezogen auf eine fünfstufige Ratingskala ist dieser Sachverhalt in Abb. 7.2 illustriert. Auch anhand der Grafik kann man deutlich erkennen, dass mit zunehmendem Abstand vom Nullpunkt der latenten Skala, der Betrag der Differenz der beobachteten Mittelwerte (bei gleichen Mittelwerten für die latente Variable) zunimmt.

Betrachtet man nun im zweiten Schritt eine zusätzliche dritte Gruppe C, für die zwar die Faktorladung (λ_C) mit der Faktorladung aus Gruppe A (λ_A), aber nicht die Konstanten übereinstimmen ($\lambda_A = \lambda_C \wedge \nu_A \neq \nu_C$), so kommt eine konstante Verzerrung der Mittelwerte zustande. Das heißt, Mittelwertvergleiche auf Indikatorebene sind, unabhängig von der Größe der Mittelwerte auf der Konstruktebene, konstant verzerrt, Mittelwertdifferenzen könnten jedoch sinnvoll miteinander verglichen werden (siehe Abb. 7.2).

Nun wurde hier vereinfachend nur ein Indikator hinsichtlich der Auswirkung gruppenvarianter Faktorladungen auf Mittelwerte betrachtet. Dies ist relevant, weil in der Realität meist das arithmetische Mittel (wie in dieser Arbeit) oder die Summe über mehrere solche Indikatormittelwerte für Gruppenvergleiche herangezogen werden. Bei den angeführten Operationen (Durchschnitts- oder Summenbildung) können sich die hier beschriebenen Verfälschungen nun verstärken oder abschwächen. Ohne einen expliziten Test auf Gruppeninvarianz der Faktorladungen kann jedoch die Aussagekraft von entsprechenden Mittelwertvergleichen nicht beurteilt werden.

Neben den hier angesprochenen Auswirkungen fehlender Messäquivalenz auf die Vergleichbarkeit von Mittelwerten bei fehlender metrischer oder skalarer Invarianz lässt sich auch das Fehlen anderer Invarianzbedingungen auf ähnliche Art einsichtig machen. Für Details sei auf Temme und Hildebrandt (2008) und die dort angegebene Literatur verwiesen. Tab. 7.2 gibt einen zusammenfassenden Überblick über die möglichen Folgen der Verletzung einiger Messäquivalenzbedingungen.

Der Kern der nachfolgenden Untersuchungen besteht im Test auf konfigurale, metrische (und skalare) Invarianz. Dabei sei darauf hingewiesen, dass Veröffentlichungen vorliegen, in denen explizit darauf hingewiesen wird, dass metrische Invarianz genügt, um Gruppenvergleiche vornehmen zu können (vgl. z. B. Krafft

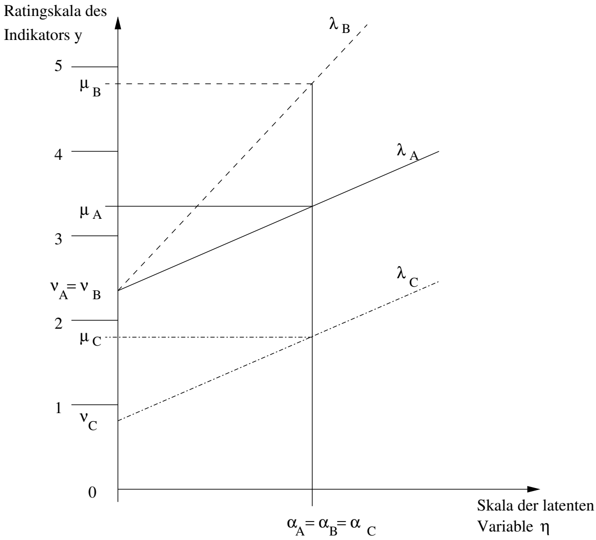


Abb. 7.2: Auswirkung des Fehlens von metrischer oder skalarer Invarianz auf Mittelwertvergleiche (Temme und Hildebrandt, 2008, S. 4)

Unterschiede zwischen den Faktormodellen	verletzte Messäquivalenzbedingung	mögliche Konsequenzen
Indikatoren sind den Faktoren nicht oder unterschiedlich zugeordnet	konfigurale Invarianz	es werden unterschiedliche Konstrukte miteinander verglichen
Messkonstanten und/ oder Faktorladungen sind ungleich	skalare/ metrische Invarianz	Mittelwertunterschiede sind verzerrt, strukturelle Beziehungen (zwischen latenten Variablen) sind verzerrt
Messfehlervarianzen unterschiedlich	Invarianz der Messfehlervarianzen	Reliabilität und Selektionsgenauigkeit unterscheiden sich

Tab. 7.2: Arten fehlender Messäquivalenz und ihre Konsequenzen (nach Temme und Hildebrandt, 2008, S. 10)

und Litfin, 2002). Dies scheint der oben angeführten Überlegung zu widersprechen. Der Grund für diese unterschiedlichen Beurteilungen kann dem folgenden Zitat entnommen werden.

> [...] this test [der Test auf skalare Invarianz, O. K.] has been interpreted by some as a test for systematic response bias (e.g., leniency) differences between the groups [...] for comparisons in which latent mean group differences are not otherwise expected. [...] On the other hand, intercept differences may not reflect biases (undesirable) but response threshold differences that might be predicted based on known group differences (desirable), for example, between inexperienced versus highly experienced employees. Thus, whether this invariance test should be undertaken depends greatly on the substantive context underlying the study (Vandenberg und Lance, 2000, S. 38).

Fehlende skalare Invarianz kann also Ausdruck tatsächlicher Unterschiede statt mangelnder Skalenqualität sein. Der Test auf Konstantengleichheit ist somit kontextabhängig. Da über die vorliegenden Skalen und ihr Einsatzfeld keinerlei Vorwissen vorliegt, kann auch nicht entschieden werden, wie sinnvoll ein solcher Test ist. Es ist jedoch davon auszugehen, das Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 und 12 bzw. Studierenden, die Mathematik in der Physik betreffend, sich unterscheiden, da kognitive Fähigkeiten und Expertise im Umgang mit Mathematik in der Physik mit der Zeit zunehmen. Der Test auf skalare Invarianz wird hier durchgeführt, um Invarianzen zu identifizieren und dem Leser so ein informiertes Urteil über die Daten und deren Interpretation zu ermöglichen.

Die Forderung nach der Invarianz der Residualvarianzen wird im Allgemeinen als sehr starke Forderung angesehen, die für die Vergleichbarkeit von Mittelwerten - die hauptsächlich intendierte Anwendung in dieser Arbeit - entbehrlich ist.

7.1.2.3 Formen partieller Invarianz

Relevant sind hingegen Ansätze, die partielle metrische und partielle skalare Invarianzen zulassen und dies damit begründen, dass der Einfluss einer Minderheit varianter Faktorladungen oder/und Regressionskonstanten sich nicht oder kaum auf die Vergleichbarkeit der Mittelwerte auswirkt. Einige Autoren gehen so weit, dass die Annahme der metrischen oder skalaren Invarianz für alle bis auf eine Indikatorvariable (neben dem Referenzindikator) verletzt sein darf. Vorsichtiger äußern sich Vandenberg und Lance (2000, S. 38) in ihrem Reviewartikel, wenn sie nur eine Minderheit varianter Faktorladungen zulassen, sofern weitere gute Gründe für diesen Schritt vorliegen. Dieser Empfehlung scheint auch eine erste empirische Studie von Millsap und Kwok (2004) nicht zu widersprechen, obwohl die Autoren sich explizit nicht dazu in der Lage sehen, generalisierbare, praxistaugliche Empfehlungen zu geben. In dieser Arbeit wird sich im Interesse hoher Qualitätsstandards der strengeren Forderung von Vandenberg und Lance (2000) angeschlossen. Damit darf höchstens für die Hälfte der Indikatoren die Annahme der Gruppeninvarianz der Faktorladungen verletzt sein. Bezogen auf die skalare Invarianz werden, wie oben beschrieben, die invarianten Intercepts identifiziert.

7.1.2.4 Vorgehen und Kriterien

Im Folgenden soll nun noch dargelegt werden, wie der Mehrgruppenvergleich grundsätzlich vorgenommen wird. Vandenberg und Lance (2000) identifizieren mehrere in der Literatur anzutreffende Vorgehensweisen. In dieser Arbeit wird wie folgt vorgegangen:

1. Test auf konfigurale Invarianz
2. Test auf Gleichheit aller Faktorladungen bei Variation des Referenzindikators (metrische Invarianz) bzw. einzelner Faktorladungen (partielle metrische Invarianz) (Als Referenzmodell dient das Modell aus Schritt 1.)
3. Test auf Gleichheit aller bzw. einzelner Intercepts ((partielle) skalare Invarianz) (Als Referenzmodell dient das Modell aus Schritt 2.)
4. Test auf Gleichheit aller Residualvarianzen (Als Referenzmodell dient das Modell aus Schritt 3.)
5. Test auf Gleichheit der Faktorvarianzen und -kovarianzen (Als Referenzmodell dient das Modell aus Schritt 2.)

Diese Kette wird abgebrochen, sobald eine (partielle) Invarianz nicht nachweisbar ist. Im Verlauf der Analyse werden also zunehmend spezifiziertere Modelle mit einem Referenzmodell verglichen. Ist das zusätzlich spezifizierte, also eingeschränkte Modell signifikant schlechter in der Lage die Daten zu erklären, so muss es abgelehnt werden. Es stellt sich die Frage, wie zwei Modelle miteinander verglichen werden sollen. Das gängigste Instrument basiert auf der χ^2-Statistik, denn die Differenzen der χ^2-Werte zweier Modelle bilden ebenfalls eine χ^2-Verteilung bezüglich der Differenz der Freiheitsgrade dieser Modelle. Diese Differenzenverteilung zur Beurteilung des Qualitätsunterschiedes zweier Modelle hat daher die gleichen bekannten Schwächen wie der χ^2-Test zur Beurteilung der globalen Modellgüte eines Eingruppenmodells (vgl. Mühlhaus und Weiber, 2010, S. 160 f.). Nur wenige Arbeiten liegen vor, die die Möglichkeit einer Benutzung alternativer globaler Gütekriterien (Fit-Indizes) untersuchen. Cheung und Rensvold (2002) legen eine Studie vor, aus der sie erste Empfehlungen u. a. für den Comparative- Fit-Index (CFI) ableiten. Diese Empfehlung wird auch von Vandenberg und Lance (2000, S. 46) aufgegriffen und unterstützt.[9] Meade u. a. (2006) erklären diese Angaben bezüglich des CFI für nicht konsistent mit den übrigen Empfehlungen von Cheung und Rensvold (2002) und schlagen andere (auch schon von Cheung und Rensvold (2002) untersuchte) Indizes für den Vergleich zweier Modelle vor, die aber zumeist nicht in AMOS 17.0 verfügbar sind. Chen (2007) nimmt auf Grund seiner Studien eine Spezifizierung (nach Stichprobengröße und Art der zu untersuchenden Invarianz) der Empfehlung des CFI vor und gibt eine weitere Empfehlung zur Verwendung des RMSEA (und des hier nicht benutzten standardized

[9] Vandenberg und Lance (2000) beziehen sich dabei auf ein Konferenzpapier von Cheung und Rensvold aus dem Jahr 1999, das aber, bezogen auf die Angaben hinsichtlich des CFI, mit dem hier benutzten Artikel von 2002 weitgehend übereinstimmt.

root mean square residuals (SRMR)). Verschlechtert sich beim Test auf metrische oder skalare Invarianz der CFI um maximal 0,010 (Abnahme des CFI), während sich der RMSEA um maximal 0,015 verschlechtert (Zunahme des RMSEA), so kann die Annahme der Äquivalenz der Modelle beibehalten werden. Diese Aussagen treffen auf den vorliegenden Fall $N_{ges} > 300$ zu.[10] Auf diesem Gebiet sind weitere Forschungen notwendig, von denen sich besser erprobte und gesicherte Kriterien erwarten lassen. In der vorliegenden Arbeit werden die von Chen (2007) empfohlenen Werte und die χ^2-Statistik verwendet, um zwei Modelle miteinander zu vergleichen.

Damit sollte ausreichend dargelegt sein, warum und wie im Folgenden die Messäquivalenz der Modelle in den verschiedenen Gruppen überprüft werden soll.[11] Im Folgenden werden nun die einzelnen Konstrukte und vermeintlichen Skalen einer Mehrgruppenanalyse unterzogen, um Informationen zur Verfügung zu stellen, die eine Bewertung der Daten und ihrer Interpretationen zulassen. Der Nachweis der Messäquivalenz wird dabei zwischen den Altersgruppen versucht. Es wird nicht untersucht, inwiefern weibliche und männliche Befragte sich hier unterscheiden. Dies liegt zum Einen an der geringen Stichprobengröße und wird zum Anderen dadurch legitimiert, dass die vorliegende Untersuchung Hypothesen generieren soll und eher explorativen Charakter hat. Der folgende Abschnitt ist eher technisch und dient im Wesentlichen dazu, Vorgehen und Methodik exemplarisch für den Themenbereich „Selbsterleben im Umgang mit Mathematik“ transparent zu machen. Die Darstellungen für die weiteren Themenbereiche sind Anhang C zu entnehmen. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse dieser recht detaillierten Darstellungen findet man, dieses Kapitel abschließend, in Abschnitt 7.3.

7.2 Ein Beispiel: Selbsterleben im Umgang mit Mathematik

In die Hauptstudie gingen die in Tab. 7.3 aufgeführten Items ein.[12]

Ein gleichzeitiges Testen der Messmodelle für beide Skalen, das insbesondere für die Beantwortung von Forschungsfrage IV. aufschlussreich wäre, bereitete einige Probleme bei der Identifikation der nicht passenden Restriktionen.[13] Daher

[10] Für $N_{ges} \leq 300$ werden die tolerierbaren Verschlechterungen jeweils um 0,050 verringert.

[11] Abschließend sei angemerkt, dass die Mehrgruppenanalyse konfirmatorischer Faktormodelle den dominierenden Ansatz zur Überprüfung der Invarianz von Messmodellen darstellt. Daneben bietet aber auch die Item-Response-Theorie eine weitere Möglichkeit. Eine abschließende Beurteilung der Leistungsfähigkeit beider Ansätze steht noch aus (Für einen Überblick vgl. Temme und Hildebrandt, 2008, S. 11 ff.).

[12] Die hier gewählten Abkürzungen setzen sich aus der Bezeichnung des Konstruktes (hier Selbsterleben (SE)) und den Buchstaben D wie Diagramm (für grafische Darstellungen) bzw. F wie Formel (für physikalische Gleichungen) zusammen. In den Abkürzungen folgender Skalen werden auch p bzw. d zur Kennzeichnung **p**roximaler bzw. **d**istaler Konstrukte verwendet.

[13] Das Gesamtmodell (zweifaktorielle Struktur bestehend aus den im folgenden dargestellten Einzelskalen) spiegelt die Daten im uneingeschränkten Modell gut wider (($\chi^2_{(99)} = 258{,}640$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 2{,}613$, CFI=0,919, RMSEA=0,055). Und das eingeschränkte Modell (volle

Item	Itemlabel
Es bereitet mir Freude, mit physikalischen Formeln umzugehen. (*)	SE-F-1
Formeln machen die Physik für mich verständlicher. (*)	SE-F-2
Durch Formeln wird die Physik für mich unverständlich. (*)(-)	SE-F-3
Formeln sind für mich das Langweiligste in der Physik. (*)(-)	SE-F-4
Formeln sind für mich das Schönste in der Physik. (*)	SE-F-5
Mir helfen Formeln dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen. (*)	SE-F-6
Es bereitet mir Freude, mit grafischen Darstellungen in der Physik umzugehen. (*)	SE-D-1
Grafische Darstellungen machen die Physik für mich verständlicher.	SE-D-2
Durch grafische Darstellungen wird die Physik für mich unverständlich. (-)	SE-D-3
Grafische Darstellungen sind für mich das Langweiligste in der Physik. (-)	SE-D-4
Grafische Darstellungen sind für mich das Schönste in der Physik.	SE-D-5
Mir helfen grafische Darstellungen dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen. (*)	SE-D-6

Tab. 7.3: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Selbsterleben beim Umgang mit Mathematik“. Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet, (-) steht für eine negative Kodierung.

wird der Transparenz wegen jede Skala einzeln behandelt. Im Folgenden wird zunächst die SE-F-Skala genauer betrachtet, danach die SE-D-Skala. Die Stichproben für die folgenden Untersuchungen umfassen 230 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 170 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 132 Studierende.

7.2.1 Untersuchung der SE-F-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst eine zu geringe Indikatorreliabilität für Item 3, weshalb dieses entfernt wird. Damit ergibt sich das in Abb. 7.3 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird.

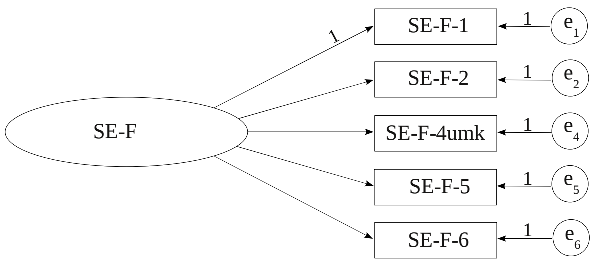


Abb. 7.3: Messmodell – Selbsterleben im Umgang mit Gleichungen/Formeln

Das Modell weist in allen Gruppen akzeptable bis sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. 7.4 hervorgeht.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten sehr gut wider ($\chi^2_{(12)} = 18{,}778$, $p = 0{,}094$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}565$, CFI=0,994, RMSEA=0,033). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen.

Tab. 7.5 ist zu entnehmen, dass volle metrische Invarianz vorliegt. Darüber hinaus liegt auch partielle skalare Invarianz vor, da die Intercepts für Item 2 und 5 gleichgesetzt werden dürfen. Die zusätzliche Gleichsetzung der Intercepts von Item 6 führt zu einer Verschlechterung der Gütekriterien. Der χ^2-Wert legt eine

metrische Invarianz und Gleichheit der Korrelation zwischen den Faktoren) stellt keine wesentliche Verschlechterung dar, kann also ebenfalls akzeptiert werden (($\chi^2_{(117)} = 286{,}986$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 2{,}479$, CFI=0,912, RMSEA=0,053). Die Kovarianz zwischen den Konstrukten kann sogar auf $cov(SE-D; SE-F) = 0$ gesetzt werden, ohne eine Verschlechterung des Modells in Kauf nehmen zu müssen. Dies spricht für die Trennbarkeit der Konstrukte, auch wenn dem beschriebenen Vorgehen entsprechend keine Gütekriterien 2. Ordnung betrachtet werden.)

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(4)} = 8{,}610$	$\chi^2_{(4)} = 4{,}840$	$\chi^2_{(4)} = 5{,}327$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}157$	$p = 0{,}618$	$p = 0{,}343$
$\frac{\chi^2}{df}$	2,153	1,210	1,332
CFI	0,992	0,997	0,995
RMSEA	0,071	0,035	0,050

Tab. 7.4: SE-F – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

Ablehnung des Modells nahe, während CFI und RMSEA eine Annahme des Modells ermöglichen. Das Modell wird hier angenommen, da zwei von drei Kriterien dafür sprechen. Damit ist die Gruppeninvarianz der Intercepts einer Mehrheit der Items gezeigt. Zwischen der 10. und 12. Klassenstufe darf skalare Invarianz angenommen werden. Offenbar liegt der Grund für die nur partielle skalare Invarianz in der Gruppe der Studierenden, so dass durchaus von einem systematischen und dann auch gewollten Effekt ausgegangen werden kann.

Cronbachs Alpha beträgt für die SE-F-Skala: $\alpha_{Cronbach} = 0{,}87$ (5 Items). Damit ist diese Skala von hoher Qualität.

7.2.2 Untersuchung der SE-D-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst eine zu geringe Indikatorreliabilität für Item 3, weshalb dieses entfernt wird. Damit ergibt sich das in Abb. 7.4 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird.

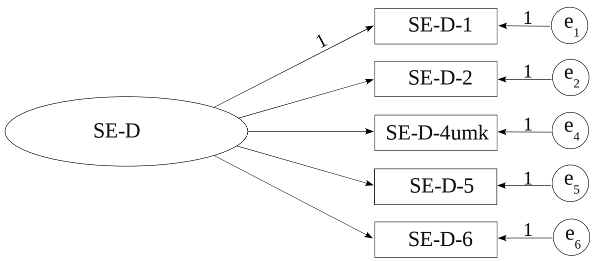


Abb. 7.4: Messmodell – Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen

Das Modell weist in allen Gruppen sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. 7.6 hervorgeht.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,994	0,033
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	9,552	8	$p = 0{,}298$	0,993	0,028
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	72,679	10	$p < 0{,}010$	0,939	0,067
Modell 2a (Aufhebung der Interceptgleichheit für Item 1, 2, 4, 5 oder 6); Referenz: Modell 1	≥35,662	8	$p < 0{,}010$	≤0,969	≥0,049
Modell 2b (Aufhebung der Interceptpleichheit für zwei der Items 1, 2, 4, 5 und 6); Referenz: Modell 1 (angegebene Lösung für Freisetzung der Intercepts der Items 1 und 4)	≥19,010	6	$p < 0{,}010$	≤0,983	≥0,038
Modell 2c (Aufhebung der Interceptgleichheit für drei der Items 1, 2, 4, 5 und 6); Referenz: Modell 1 (angegebene Lösung für Freisetzung der Intercepts der Items 1, 4 und 6)	≥9,714	4	$p \leq 0{,}046$	≤0,988	≥0,033
Modell 3a (skalare Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: Modell 1	5,757	5	$p = 0{,}331$	0,992	0,026
Modell 3b (skalare Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	69,001	5	$p < 0{,}010$	0,938	0,074
Modell 3c (skalare Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	35,368	5	$p < 0{,}010$	0,967	0,054

Tab. 7.5: Mehrgruppenanalyse des SE-F-Messmodells

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(4)} = 1{,}145$	$\chi^2_{(4)} = 3{,}155$	$\chi^2_{(4)} = 5{,}381$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}923$	$p = 0{,}582$	$p = 0{,}268$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,268	0,789	1,345
CFI	1,000	1,000	0,989
RMSEA	0,000	0,000	0,051

Tab. 7.6: SE-D – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten sehr gut wider ($\chi^2_{(12)} = 9{,}690$, $p = 0{,}643$, $\frac{\chi^2}{df} = 0{,}808$, CFI=1,000, RMSEA=0,000). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen.

Tab. 7.7 ist zu entnehmen, dass partielle metrische Invarianz vorliegt. Die Faktorladung von Item 6 ist gruppenvariant über alle Gruppen. Zusätzlich lässt sich zeigen, dass volle metrische Invarianz zwischen den Klassenstufen 10 und 12 bzw. zwischen Klassenstufe 12 und den Studierenden, nicht aber zwischen Klassenstufe 10 und den Studierenden vorliegt. Auf der Grundlage partieller metrischer Varianz über alle Gruppen lässt sich auch die Gleichheit der Intercepts für die Items 2 und 5 zeigen. Damit liegt partielle skalare Invarianz (ohne vollständige metrische Invarianz) zwischen allen Gruppen vor. Zwischen den Klassenstufen 10 und 12 besteht sogar im Rahmen der nachgewiesenen partiellen metrischen Invarianz größtmögliche skalare Invarianz.

Cronbachs Alpha über alle Probanden beträgt für die SE-D-Skala: $\alpha_{Cronbach} = 0{,}78$ (5 Items). Die Skala erweist sich damit als gut annehmbar und geeignet.

Damit sprechen die statistischen Befunde dafür, davon auszugehen, dass für das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen (SE-D) und auch für das Selbsterleben im Umgang mit physikalischen Gleichungen (SE-F) reliable Skalen vorliegen, die in den drei befragten Personengruppen ein identisches Konstrukt erfassen.

Das hier exemplarisch dargestellte Vorgehen, wurde auch für die Skalen der anderen Themenbereiche angewendet. Details findet man in Anhang C. Aus diesen Untersuchungen ergibt sich die nun darzustellende Zusammenfassung.

7.3 Zusammenfassung: Übersicht über Qualität und Eignung der Skalen

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die durchgeführten und in diesem Kapitel bzw. in Anhang C dokumentierten Analysen eine Vielzahl von Skalen herausstellen, die für den Gruppenvergleich zwischen Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 10, Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 12 sowie Studierenden

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	1,000	0,000
Modell 1 (metrische Invarianz); Referenz: baseline model	18,340	8	$p = 0{,}019$	0,988	0,028
Modell 1a: Modell 1, ohne Faktorladungsgleichheit bei Item 6; Referenz: baseline model	4,140	6	$p = 0{,}658$	1,000	0,000
Modell 2a (metrische Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: baseline model	4,461	4	$p = 0{,}347$	1,000	0,000
Modell 2b (metrische Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: baseline model	16,468	4	$p < 0{,}010$	0,985	0,035
Modell 2c (metrische Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: baseline model	8,442	4	$p = 0{,}077$	0,997	0,016
Modell 3 (partielle skalare Invarianz, außer Item 6); Referenz: Modell 1a	62,118	8	$p < 0{,}010$	0,926	0,060
Modell 3a (partielle skalare Invarianz, außer Item 6 und 4); Referenz: Modell 1a	34,374	6	$p < 0{,}010$	0,964	0,044
Modell 3b (partielle skalare Invarianz, außer Item 6, 4 und 1); Referenz: Modell 1a	7,682	4	$p = 0{,}104$	1,000	0,000
Modell 4a (partielle skalare Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe, ohne Item 6); Referenz: Modell 1a	4,849	4	$p = 0{,}303$	1,000	0,000
Modell 4b (partielle skalare Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden, ohne Item 6); Referenz: Modell 1a	38,894	4	$p < 0{,}010$	0,954	0,051
Modell 4c (partielle skalare Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden, ohne Item 6); Referenz: Modell 1a	48,306	4	$p < 0{,}010$	0,941	0,059

Tab. 7.7: Mehrgruppenanalyse des SE-D-Messmodells

geeignet sind. Einige Skalen sind für diesen intendierten Vergleich als ungeeignet erkannt worden, häufig entgegen den Erkenntnissen, die explorative Faktorenanalysen liefern. Wenig überraschend ist, dass die Operationalisierung epistemologischer Vorstellungen vergleichsweise oft fehlschlug oder zu wenig befriedigenden Ergebnissen führte. Dies steht in Einklang mit den Ergebnissen anderer Untersuchungen im Bereich der NdN-Forschung. Insgesamt wurden 32 Skalen untersucht, von denen 16 bedenkenlos und 7 eingeschränkt nutzbar sind. Als bedenkenlos einsetzbar für den Gruppenvergleich gilt eine Skala hier dann, wenn mindestens partielle metrische Invarianz vorliegt und die Mindestschätzung ihrer Reliabilität einen Wert $\alpha_{Cronbach} \geq 0{,}60$ ergibt. Eingeschränkt nutzbar ist eine Skala dann, wenn ebenfalls mindestens partielle metrische Invarianz vorliegt und für ihre Reliabilität $0{,}40 \leq \alpha_{Cronbach} \leq 0{,}60$ gilt. Als unbrauchbar gilt eine Skala, wenn ihre Reliabilität noch geringer ist oder wenn nicht einmal partielle metrische Invarianz vorliegt. Tab. 7.8 zeigt die Verteilung der untersuchten Skalen auf diese Kategorien. Lediglich die Skalen zur Ästhetik grafischer Darstellungen und physikalischer Gleichungen (Nr. 31 und 32) sind hier nicht aufgeführt. Sie konnten nicht mit Hilfe der Strukturgleichungsmethodik untersucht werden. Die exploratorischen Faktorenanalysen ergeben jedoch eindimensionale Konstrukte mit hohen Faktorladungen aller Items und sehr guter Reliabilität. Sie werden daher unter Vorbehalt weiter verwendet. Das Urteil über die Interpretierbarkeit der daraus resultierenden Daten wird also dem Leser übertragen. Es bleibt der Verdacht bestehen, dass das intendierte Konstrukt für die Lernenden so nicht existiert. Mit anderen Worten, die von Fachphysikerinnen und -physikern oft bemerkte Ästhetik im Zusammenhang mit mathematischen Darstellungen ist für Lernende in der Regel scheinbar nicht erkennbar oder nachzuvollziehen.

Eignung der überprüften Skalen für den Gruppenvergleich		
unbedenklich (partielle metrische Invarianz und $\alpha_C \geq 0{,}60$)	eingeschränkt (partielle metrische Invarianz und $0{,}40 \leq \alpha_C \leq 0{,}60$	unbrauchbar (weniger als partielle metrische Invarianz)
1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 21	6, 15, 19, 20, 26, 27, 29	7, 9, 22, 23, 24, 25, 28, 30

Tab. 7.8: Verteilung der Skalen auf die Qualitätsgruppen. Die angegebenen Skalennummern beziehen sich auf Tab. 7.9

Von den acht Skalen, bei denen eine Operationalisierung nicht gelungen ist, handelt es sich bei zwei um proximale, bei sechs jedoch um distale Konstrukte. Letztere scheinen also entweder schwieriger operationalisierbar zu sein oder sie treffen bei den Lernenden nicht oder selten auf ausgebildete Vorstellungen. Der letzte Punkt scheint wahrscheinlicher zu sein, würde eine konsistente Reaktion auf die zusammengehörigen Items doch eine recht genaue Vorstellung von der Arbeit einer Physikerin oder eines Physikers voraussetzen. Dies zu erwarten, scheint unangemessen. Überlegenswert wäre es bei weniger stabilen Konzepten, wie epistemologischen Vorstellungen, darauf zu verzichten, die Items einer Skala über den gesamten Fragebogen zu streuen und stattdessen die Items einer Skala in ihrer Gesamtheit an einer Stelle des Fragebogens zu präsentieren und als zusammengehörig zu kennzeichnen, z. B. durch eine thematische Überschrift.

7.3.1 Überblick über geeignete Skalen

Einen detaillierteren Überblick über die Qualität der einzelnen Skalen gibt zusammenfassend Tab. 7.9. In dieser Tabelle werden folgende Symbole und Abkürzungen verwendet:

✓	partielle metrische/skalare Invarianz (mindestens die Hälfte aller Indikatoren),
✓✓	volle metrische/skalare Invarianz,
◯	schwächere Formen der metrischen/skalaren Invarianz,
◇	ungeeignete Skala,
⋆	Skala geeignet bei partieller metrischer Invarianz,
⋆⋆	Skala geeignet bei voller metrischer Invarianz,
⋆⋆⋆	Skala geeignet bei mindestens partieller skalarer Invarianz,
m. I.	metrische Invarianz,
s. I.	skalare Invarianz,
EGF	Einzelgruppenfit,
eFA	explorative Faktorenanalyse.

Tab. 7.9: Qualität der Skalen und ihre Eignung für den Gruppenvergleich

Nr.	Skalenbezeichnung	m. I.	s. I.	Bemerkungen	Eignung für GV	α_C
1	**Selbsterleben** beim Umgang mit Gleichungen (SE-F), 5 Items	✓✓	✓	s. I. zw. 10/12	⋆⋆⋆	0,87
2	**Selbsterleben** beim Umgang mit grafischen Darstellungen (SE-D), 5 Items	✓	✓	s. I. zw. 10/12, m. I. zw. 12/St	⋆⋆⋆	0,78
3	**Kognitive Entlastung** durch grafische Darstellungen (KE-D), 5 Items	✓✓	◯	s. I. zw. 10/12	⋆⋆	0,74

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Nr.	Skalenbezeichnung	m. I.	s. I.	Bemerkungen	Eignung für GV	α_C
4	**Kognitive Entlastung** durch Gleichungen (KE-F), 5 Items	✓✓	◯	s. I. zw. 10/12	⋆⋆	0,82
5	**Exaktheit** durch die Verwendung von Mathematik (Ex-allg), 4 Items	✓✓	◯	s. I. zw. 10/12	⋆⋆	0,71
6	**Exaktheit** durch Begriffsexplikation (Ex-Begr), 4 Items	✓✓	◯	partielle s. I. zw. 10/12	⋆⋆	0,49
7	**Kommunikation** durch Mathematik - *distal* (Komm-D,F-d), 8 Items	EGF mißlingt			◇	-
8	Subfaktor *grafisch* (Komm-D-d), 4 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,68
9	Subfaktor *symbolisch* (Komm-F-d), 4 Items	◯	◯	-	◇	-
10	**Kommunikation** durch Mathematik - *proximal* (Komm-D,F-p), 8 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,62
11	Subfaktor *grafisch* (Komm-D-p), 4 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,73
12	Subfaktor *symbolisch* (Komm-F-p), 4 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,82
13	**Kommunikationseffizienz** durch die Verwendung von Mathematik - *distal* (Komm-Eff-d), 6 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,65
14	Subfaktor *grafisch* (Komm-Eff-D-d), 3 Items	✓✓	✓✓	-	⋆⋆⋆	0,67
15	Subfaktor *symbolisch* (Komm-Eff-F-d), 2 Items	✓✓	✓✓	-	⋆⋆⋆	0,57

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Nr.	Skalenbezeichnung	m. I.	s. I.	Bemerkungen	Eignung für GV	α_C
16	**Kommunikations-effizienz** durch die Verwendung von Mathematik - *proximal* (Komm-Eff-p), 6 Items	✓✓	◯	s. I. zw. 10/12	⋆⋆	0,61
17	Subfaktor *grafisch* (Komm-Eff-D-p), 3 Items	✓✓	◯	s. I. zw. 10/12	⋆⋆⋆	0,64
18	Subfaktor *symbolisch* (Komm-Eff-F-p), 2 Items	✓✓	✓	s. I. zw. 10/12	⋆⋆⋆	0,67
19	**Objektivität** durch Verwendung von grafischen Darstellungen (O-D), 3 Items	✓✓	✓	-	⋆⋆⋆	0,53
20	**Objektivität** durch Verwendung von Gleichungen (O-F), 3 Items	✓	-	m. I. zw. 12/St, 10/St	⋆	0,43
21	**Beweisbarkeit** physikalischer Gleichungen (distal) (Epi-Beweis-d), 3 Items	✓✓	◯	-	⋆⋆	0,60
22	**Beweisbarkeit** physikalischer Gleichungen (proximal) (Epi-Beweis-p), 3 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			◇	-
23	**Verwendung und Nutzen** physikalischer Gleichungen (distal) (Epi-forminh-d), 3 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			◇	-
24	**Verwendung und Nutzen** physikalischer Gleichungen (proximal) (Epi-forminh-p), 3 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			◇	-
25	**Erkenntnisgewinnung** durch Gleichungen (distal) (Epi-ErkGew-d), 3 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			◇	-

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Nr.	Skalenbezeichnung	m. I.	s. I.	Bemerkungen	Eignung für GV	α_C
26	**Erkenntnisgewinnung** durch Gleichungen (proximal) (Epi-ErkGew-p), 3 Items	✓✓	◯	-	⋆⋆	0,53
27	**naiv realistische Auffassung** von Gleichungen (distal) (Epi-Abbild-d), 3 Items	Mehrgruppenanalyse ist nicht durchführbar.			?	0,50
28	**naiv realistische Auffassung** von Gleichungen (proximal) (Epi-Abbild-p), 3 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			⋄	-
29	**zeitliche Veränderung** von Gleichungen (distal) (Epi-Zeit-d), 4 Items	✓✓	◯	-	⋆⋆⋆	0,54
30	**zeitliche Veränderung** von Gleichungen (proximal) (Epi-Zeit-d), 4 Items	explorativ ermittelte Faktorenstruktur ist gruppenvariant			⋄	-
31	**Ästhetik** grafischer Darstellungen (Aest-D), 4 Items	keine Modellpassung in den Einzelgruppen, eFA spricht für den Einsatz				0,90
32	**Ästhetik** physikalischer Gleichungen (Aest-F), 3 Items	keine Modellpassung in den Einzelgruppen, eFA spricht für den Einsatz				0,73

7.3.2 Rückblick und Zwischenfazit

Das vorliegende Kapitel (und Anhang C) dokumentieren den relativ aufwendigen Mehrgruppenvergleich auf Grundlage von Strukturgleichungsmodellen. Vereinfacht gesprochen handelt es sich um konfirmatorische Faktorenanalysen und die Frage, ob aus statistischer Sicht, das zur Diskussion stehende Konstrukt gruppeninvariant konzipiert wurde und somit Mittelwertvergleiche zulässig sind. Dabei wurden relevante Kriterien zur Beurteilung der Güte der anvisierten Modelle mitgeteilt. In der Mehrzahl der Fälle handelte es sich um einfaktorielle Modelle. Für diese sind globale Gütekritierien (Modellebene) angegeben. Aus der Tabelle in Anhang C.9 lassen sich zudem die lokalen Gütekriterien auf Itemebene (Faktorladungen) entnehmen. Sie ermöglichen eine Beurteilung der Qualität, mit der die Items das jeweilige Konstrukt indizieren. Nicht konsequent genutzt wurde die

Möglichkeit, von Gütekriterien auf der Konstruktebene Gebrauch zu machen, die die Strukturgleichungsmethodik durchaus zulässt (vgl. z. B. Internetergänzung zu Mühlhaus und Weiber, 2010, Kap. 4). Hier wurde der großen Verbreitung wegen lediglich Cronbachs Alpha mitgeteilt. Damit liegt eine hinreichende Qualitätssicherung der einzelnen Skalen vor. Komplexere Modelle wurden zwar betrachtet, standen aber nicht im Zentrum der Aufmerksamkeit. Insbesondere im Bereich Kommunikation wurde dies erfolglos versucht. Der Grund für diese Erfolglosigkeit liegt hier in der kaum vorhandenen Trennbarkeit distaler und proximaler Konstrukte. Soviel zum methodischen Vorgehen, nun zu zusammenfassenden Aussagen, die sich als Antwort auf die anvisierten Forschungsfragen verstehen.

Anliegen dieses Kapitels war es den Forschungsfragen II., III. und IV. (vgl. S. 162) nachzugehen. Es ist festzustellen, dass für eine Vielzahl von Konstrukten eine gruppenübergreifende Operationalisierung gelungen ist und dass insbesondere im Bereich epistemologischer Vorstellungen die Bemühungen erwartungsgemäß weniger erfolgreich waren (Forschungsfrage II.).

In der Regel konnte außerdem gezeigt werden, dass die Trennung der Repräsentationsformen sich als durchweg gerechtfertigt erwiesen hat und die durchgeführten Untersuchungen die Annahme einer Verschiedenheit der Konstrukte stützen (Forschungsfrage IV.).

Als problematisch erweist sich hingegen die Unterscheidung zwischen proximalen und distalen Konstrukten. Hier konnte mit Hilfe der gewählten Operationalisierungen zwar in der Regel nachgewiesen werden, dass jede der Konstruktebenen eine konsistente Beschreibung des anvisierten Konstruktes liefert, jedoch ist eine gegenseitige Abgrenzung nicht möglich. Modelle, in denen beide Konstruktebenen als getrennte Faktoren gleichzeitig verwendet werden, weisen durchweg schlechte Passungen auf. Insofern ist bei den gegebenen Operationalisierungen eine strukturelle Unterscheidbarkeit nicht mit Hilfe von statistischen Befunden zu stützen. Dies kann natürlich an der ungeeigneten Wahl der Operationalisierung liegen. Will man sich auf diesen Standpunkt stellen, so ist klar, dass die Unterscheidung zwischen Physikerinnen und Physikern und der Wissenschaft Physik auf der einen bzw. Schülerinnen und Schülern und dem Lernen von Physik im Unterricht auf der anderen Seite nicht nur durch die unterschiedliche Wortwahl herauszustellen ist, sondern elaboriertere Operationalisierungen zum Einsatz kommen müssen (Forschungsfrage III.).

Damit liegen erste wesentliche Erkenntnisse und Antworten auf weitere Forschungsfragen vor. Inwieweit sich auf den geeigneten Skalen Gruppenunterschiede in der Ausprägung verschiedener Vorstellungen finden, soll das folgende Kapitel klären.

8 Auswertung der Skalen: Gruppenvergleiche

Im vorliegenden Kapitel werden die entwickelten Instrumente (vgl. Kapitel 7 und Anhang C) zur Beantwortung der Forschungsfrage V. verwendet. Gleichzeitig werden die Forschungsfragen IV. und III. vertiefend betrachtet (vgl. S. 163 f.). Dies ist in Bezug auf Forschungsfrage IV. legitim, für Forschungsfrage III. unter Berücksichtigung der vorliegenden Befunde aus Kapitel 7 bzw. Anhang C lediglich von heuristischem Wert. Bevor die Ergebnisse differenziert dargestellt werden, sollen zunächst die hier relevanten Forschungsfragen erneut explizit benannt sowie die zu ihrer Beantwortung verwendete Methode vorgestellt und begründet werden (vgl. Abschnitt 8.1). Im Anschluss daran wird exemplarisch am Themenbereich „Selbsterleben im Umgang mit Mathematik“ gezeigt, wie diese Methode funktioniert und welche Informationen sie liefert (vgl. Abschnitt 8.2). Eine analoge Darstellung für die anderen Themenbereiche ist in Anhang D enthalten. Im Haupttext werden ausschließlich Informationen quer zu den Themenbereichen dargestellt. Ziel ist es, den Einfluss der Innersubjektfaktoren (Repräsentationsform (Abschnitt 8.3) und Konstruktebene (Abschnitt 8.4) und der Zwischensubjektfaktoren (Geschlecht (Abschnitt 8.5), Personengruppe (Abschnitt 8.6) und Leistung (Abschnitt 8.7)) anhand der Ergebnisse der statistischen Auswertung zu beschreiben.

8.1 Datenaufbereitung und Datenauswertung

An dieser Stelle seien noch einmal die Forschungsfragen in Erinnerung gerufen. Bei der hier zentralen Forschungsfrage V. handelt es sich um drei Teilfragen, nämlich

1. Inwiefern unterscheiden sich die drei befragten Personengruppen von Physiklernenden hinsichtlich der Ausprägung der erhobenen Vorstellungen?
2. Welche geschlechtsspezifischen Unterschiede lassen sich hinsichtlich der Ausprägung einzelner Vorstellungen finden?
3. Welche leistungsspezifischen Unterschiede lassen sich hinsichtlich der Ausprägung einzelner Vorstellungen finden?

Bezüglich Forschungsfrage IV. wird hier in Vertiefung der Ergebnisse aus Kapitel 7 bzw. Anhang C gefragt:

4. Inwiefern liegen (in einzelnen Untergruppen) Unterschiede in den Bewertungen von symbolischer und grafischer Repräsentationsform vor?

Und schließlich wird bezüglich Forschungsfrage III. trotz der ernüchternden Ergebnisse aus Kapitel 7 bzw. C heuristisch gefragt:

5. Inwiefern liegen (in einzelnen Untergruppen) Unterschiede im Antwortverhalten auf proximale und distale Operationalisierungen vor?

Diesen Fragen wird im Folgenden mit Hilfe der gängigen Statistiksoftware SPSS in der Version 17.0 nachgegangen. Im Wesentlichen kommen dabei Mittelwertvergleiche zum Einsatz, also varianzanalytische Methoden. Einen Überblick über das Auswertungsdesign bietet Abb. 8.1.

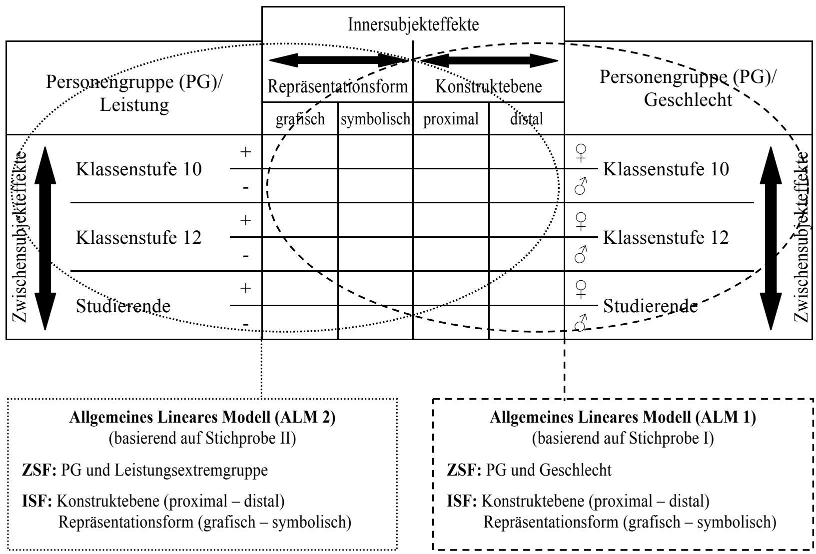


Abb. 8.1: Auswertungsdesign im Überblick. ZSF - Zwischensubjektfaktor, ISF - Innersubjektfaktor

Ein Verfahren, das es erlaubt, möglichst viele der Fragestellungen gleichzeitig zu beantworten, ist das Allgemeine Lineare Modell (ALM). Vier der fünf Fragestellungen (nämlich die Fragen 1, 2, 3 und 4 oder 1, 2, 3 und 5) können damit gleichzeitig untersucht werden.[1]

[1] Die hier verwendete Terminologie orientiert sich an den SPSS-Standards. Einführende Texte und Hinweise auf weiterführende Literatur findet man z. B. bei Bortz (2005), Field (2009), Tabachnick und Fidell (2001) oder Weinfurt (2000). Alternative Bezeichnungen beinhalten z. B. „Zwischen-Innersubjekt-Design“ („between within designs“, (z. B. Stevens, 1992, S. 439)) oder „mixed ANOVA“ (z. B. Field, 2009, Kapitel 14). Dem mit Längsschnittstudien vertrauten Leser mag die Bezeichnung „dreifaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung auf einem Faktor“ als Anker dienen, denn genau um das dort verwendete mathematische Werkzeug handelt es sich auch hier. Da die abhängige Variable hier nur zweistufig ist (grafische vs. symbolische Repräsentationsform bzw. proximale vs. distale Vorstellungen), sind Vorüberlegungen, die den Einsatz einer multivariaten Varianzanalyse (MANOVA) ge-

Je nach Themenbereich werden Repräsentationsformen (grafisch vs. symbolisch) oder Konstruktebenen (distal vs. proximal) miteinander verglichen. Das heißt, in das ALM geht zunächst ein Innersubjektfaktor ein. Je nach Fragestellung (4 oder 5) handelt es sich dabei um den Faktor Repräsentationsform, mit den Faktorstufen (Ausprägungen) grafisch und symbolisch oder um den Faktor Konstruktebene mit den Faktorstufen (Ausprägungen) proximal und distal.

In jedem Themenbereich wird außerdem der Einfluss der Faktoren Personengruppe (dreifach gestuft, mit den Faktorstufen Klassenstufe 10, Klassenstufe 12, Studierende), Geschlecht (offensichtlich zweifach gestuft, mit den Faktorstufen männlich und weiblich) und Leistungsextremgruppe (zweifach gestuft, mit den Faktorstufen hohe Leistung (=leistungsstark) und geringe Leistung (=leistungsschwach)) untersucht.

Zu den relevanten Voraussetzungen der Anwendung eines solchen Modells gehören die schon für mehrfaktorielle univariate ANOVA zu fordernden Bedingungen z. B. nach Weinfurt (2000, S. 328):

- Normalverteilung der Daten in allen Zellen,
- Varianzhomogenität der Daten in allen Zellen,
- Gleichheit der Besetzungsstärke der Zellen.

Die ersten beiden Voraussetzungen sind bei den vorliegenden Daten häufig verletzt. Auf Normalverteilung wird mit dem Kolmogorov-Smirnov-Test, auf Varianzhomogenität mit dem Levene-Test untersucht (vgl. Brosius, 2006, S. 401). Das zur Anwendung kommende Verfahren ist gegen die Verletzung dieser Voraussetzungen glücklicherweise sehr robust, solange die Abweichungen nicht extrem[2] und die Besetzungsstärken der Untersuchungsgruppen gleich sind.

Im Rahmen der Erhebung sind in den unterschiedlichen Gruppen verschieden viele Personen befragt worden, so dass die dritte Voraussetzung nicht erfüllt ist.[3] Um sie in den Untersuchungen dennoch zu erfüllen, wird hier eine Zufallsstichprobe so gezogen, dass diese hinsichtlich der Zwischensubjektfaktoren Personengrup-

gen den Einsatz des hier gewählten Ansatzes gegeneinander abwägen, nicht erforderlich, denn beide Methoden liefern in diesem Fall das gleiche Ergebnis (vgl. z. B. Weinfurt, 2000, S. 334). Im Übrigen gibt SPSS 17.0 den MANOVA-Output ohnehin mit aus. Vorüberlegungen hinsichtlich der Zirkularitätsbedingung (im englischen Sprachraum „cirularity“ oder „sphericity“) (Bortz, 2005, S. 354) entfallen aus dem gleichen Grund (vgl. z. B. Field, 2009, S. 459).

[2] Dies wird für die Normalverteilung zusätzlich mit Hilfe von Normalverteilungsdiagrammen sichergestellt (vgl. Brosius, 2006, S. 399 f.).

[3] Ein statistisch gesehen optimales Vorgehen würde daher darin bestehen, ein nichtparametrisches (robustes) Verfahren zu nutzen, das voraussetzungsärmer ist. Solche Verfahren stellt Wilcox (2005, Kapitel 8) für das Statistikpacket R (siehe http://www.r-project.org) zur Verfügung. Da diese Verfahren aber in der Community bisher wenig verbreitet sind, wird hier im Interesse der Nachvollziehbarkeit versucht, statistische Analysen auf die in SPSS 17.0 zur Verfügung stehenden Funktionen zu beschränken. Der dabei in Kauf genommene potenzielle Fehler ist durch die Vorüberlegungen in diesem Abschnitt und die Robustheit der Verfahren gegenüber den Verletzungen der theoretischen Modellannahmen hinreichend klein.

pe und Geschlecht und Leistung ungefähr gleiche Zellenbesetzungsstärken aufweisen. Wie sich zeigt, ist es nahezu unmöglich, alle drei Bedingungen gleichzeitig zu erfüllen. Aus diesem Grunde wird nicht nur eine Stichprobe gezogen, sondern es werden zwei Zufallsstichproben derart gezogen, dass in der einen Stichprobe gleich viele Probanden auf jede der aus Personengruppe und Geschlecht gebildeten 3 mal 2 Zellen entfallen (Stichprobe I). In der anderen Stichprobe werden aus jeder der drei Personengruppen die 21 (± 1) leistungsstärksten und die 21 (± 1) leistungsschwächsten Befragten ermittelt (Stichprobe II). Die so entstandenen Kriterien bezüglich der Physiknote und bezüglich des Abschneidens im Leistungstest (vgl. S. 161), bei dem es maximal 17 Punkte zu erreichen gab, sind Tab. 8.1 zu entnehmen.

	Klassenstufe 10 (jeweils $N = 21$)	Klassenstufe 12 (jeweils $N = 22$)	Studierende (jeweils $N = 20$)
leistungsschwache Gruppe	Note 3 oder schlechter und höchstens 3 Punkte im Test	Note 3 oder schlechter und höchstens 5 Punkte im Test	Note 3,0 oder schlechter und höchstens 10 Punkte im Test
leistungsstarke Gruppe	Note 1 oder 2 und mindestens 5 Punkte im Test	Note 3 oder besser und mindestens 10 Punkte im Test	Note 2,0 oder besser und mindestens 14 Punkte im Test

Tab. 8.1: Kriterien für die Zugehörigkeit zur Gruppe leistungsstarker bzw. leistungsschwacher Lernender

Damit ergeben sich zwei Stichproben, die es ermöglichen das ALM unter Berücksichtigung der mathematisch notwendigen Voraussetzungen anzuwenden und die Ergebnisse für den Faktor Personengruppe anhand der jeweils anderen Stichprobe abzusichern. Nicht zu überprüfen ist allerdings die mögliche Interaktion der Faktoren Leistungsextremgruppe und Geschlecht.

Stichprobe I wurde dabei so gezogen, dass bei zu erwartenden schwachen bis mittleren Effektstärken ($f = 0{,}20$) für den Haupteffekt des Faktors Personengruppe und die Interaktionseffekte (z. B. Personengruppe x Geschlecht) bei einem α-Fehlerniveau von $\alpha = 0{,}05$ eine angestrebte Teststärke von $1 - \beta = 0{,}95$ zu erreichen ist. Die Gesamtstichprobengröße ergibt sich unter diesen Bedingungen zu $N = 330$.[4] In die folgenden Untersuchungen werden demnach 330 Personen aufgenommen, 110 je Personengruppe (Studierende, Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 sowie Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12) gleichmäßig auf die Geschlechter verteilt (Stichprobe I). Damit wird eine sinnvolle Anwendung

[4] Diese Zahlen basieren auf Berechnungen mit Hilfe des Programmes G*Power in der Version 3.1.2 für Windows (vgl. Faul u. a. (2007) und Faul (2009)). Es wurde eine Korrelation zwischen den abhängigen Variablen von 0,3 angenommen.

der genutzten statistischen Verfahren sichergestellt. Bewusst in Kauf genommen wird damit ein Informationsverlust (Reduzierung des Stichprobenumfangs gegenüber der insgesamt erhobenen Daten), der zu verschmerzen ist, da es sich erstens um explorative Studien handelt und so schlimmstenfalls schwache Effekte, die es in der Population gibt, nicht entdeckt werden und zweitens ohnehin kein Anspruch auf Repräsentativität der Daten erhoben wird. A priori ist mit Unterschieden zwischen den Antworten der Gruppe der Studierenden und denen der Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 10 bzw. 12 zu rechnen. Diese Vermutung lässt sich z. B. aus den Ergebnissen der Auswertung der offenen Fragestellungen, aber auch aus der institutionellen Trennung der Gruppen ableiten. Insofern ist die Analyse einfacher Kontraste angemessen, um Haupteffekte genauer zu betrachten. Da paarweise Vergleiche oder Post-Hoc-Verfahren (einer Empfehlung Fields folgend wird die Prozedur nach Bonferroni verwendet (vgl. Field, 2009, S. 374 f.)) ohnehin auch immer mitbetrachtet werden, werden deren Ergebnisse, sofern relevant und nicht im Widerspruch zu den Kontrasten stehend, berichtet.

Der Ziehung von Stichprobe II liegt die gleiche Idee zugrunde wie der Ziehung von Stichprobe I (Gewährleistung gleicher Zellenbesetzungsstärke). Um diese Idee umzusetzen, muss man die jeweils ca. 42 Befragten jeder Personengruppe auswählen, die den Leistungsextremgruppen angehören. Hierzu wurden anhand zweier Kriterien, nämlich der jeweiligen Note in Physik bzw. des Testergebnisses (Übersetzung von beschriebenen realen Situationen in grafische und symbolische Darstellungen) die leistungsstärksten und leistungsschwächsten Probanden jeder Personengruppe identifiziert. Es sind so zwischen 40 und 44 Lernende pro Personengruppe (jeweils die Hälfte entfällt dabei auf leistungsstarke und leistungsschwache Lernende) ausgewählt worden (Stichprobe II). Die Auswahl anhand zweier Kriterien erschien notwendig, da Zensuren mit den spätestens seit Ingenkamp (1965) bekannten Problemen behaftet sind und der Test erwartungsgemäß nicht in allen Gruppen gleich gut funktioniert hat (Bodeneffekte für Klassenstufe 10, keine Normalverteilungen der Testergebnisse). Die Korrelationen zwischen Notenskala und Testergebnis sind signifikant auf dem 5%-Niveau und liegen zwischen 0,170 (Klassenstufe 12) und 0,292 (Studierende), sind also eher schwach. Die Verteilung der im Test erreichten Punkte ist personengruppenspezifisch Abb. 8.2 zu entnehmen.

Dieses Vorgehen liefert eine Zellenbesetzung von 21 ± 1 Probanden, was unter Annahme einer Effektstärke von $f = 0{,}3$ bei $\alpha = 0{,}05$ und einer angenommenen Korrelation zwischen den abhängigen Variablen von 0,2 eine Teststärke von $1-\beta = 0{,}92$ liefert.[5]

Zur Beantwortung aller Forschungsfragen werden also pro Themenbereich zwei Analysen (ALM 1 in Stichprobe I mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht und ALM 2 in Stichprobe II mit den Zwischensubjektfakto-

[5] Diese Zahlen basieren erneut auf dem Programm G*Power in der Version 3.1.2 für Windows (vgl. Faul u. a. (2007) und Faul (2009)). Die Annahme, dass bezogen auf den Faktor Leistungsextremgruppe mit stärkeren Effekten zu rechnen ist als hinsichtlich des Faktors Geschlecht, sollte aus der bekannten NdN-Forschung ersichtlich sein.

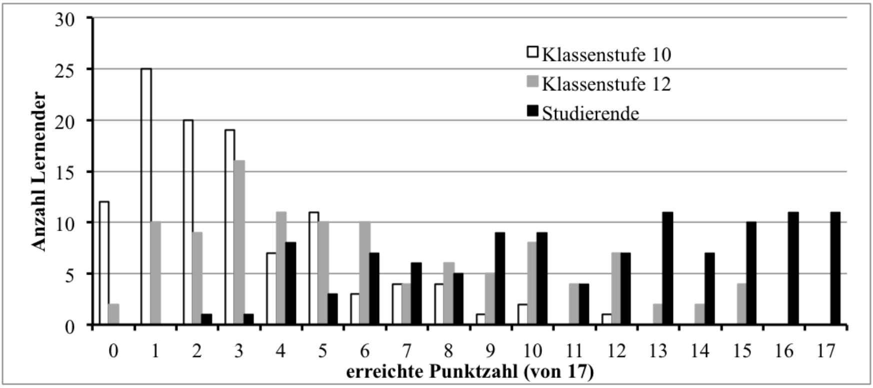


Abb. 8.2: Verteilung der Punkte im Leistungstest (Übersetzung von beschriebenen realen Situationen in grafische und symbolische mathematische Darstellungen)

ren Personen- und Leistungsextremgruppe) durchgeführt. Als Innersubjektfaktor kommt dabei entweder die Repräsentationsform oder die Konstruktebene zum Einsatz.

Bei dieser Untersuchung deuten also signifikante ($\alpha \leq 0{,}05$) Innersubjekteffekte Unterschiede in der Bewertung grafischer und symbolischer Repräsentationsformen bzw. distaler und proximaler Konstruktebenen an. Gibt es einen Haupteffekt des jeweiligen Innersubjektfaktors (Interaktionseffekte zwischen Innersubjektfaktor und einem oder mehrerer Zwischensubjektfaktoren), so ist von (gruppenspezifischen) Unterschieden zwischen den Stufen des Innersubjektfaktors auszugehen. Um diesen Unterschieden im Detail auf die Spur zu kommen, werden einfache Haupteffektanalysen und paarweise Vergleiche mit Bonferroni-Korrektur verwendet (vgl. z. B. Field, 2009, S. 442). Die gefundenen und weiterverfolgten Innersubjekteffekte geben damit Argumentationsstützen zur Beantwortung der Fragen 4 und 5.

Bei der Interpretation der Zwischensubjekteffekte ist zu beachten, dass die Gleichheit der Gruppen in Bezug auf den Mittelwert der abhängigen Variablen (Stufen des Innersubjektfaktors) getestet wird. Will man also aufdecken, auf welche der beiden Skalen signifikante Zwischensubjekteffekte zurückzuführen sind, so sind univariate Varianzanalysen anzuschließen, die im SPSS-Syntax zusammen mit den paarweisen Vergleichen angefordert werden können. Damit werden auch Argumentationsstützen zur Beantwortung der Fragen 1 bis 3 geliefert.

Signifikanzen auf dem 5%-Niveau werden mit *, auf dem 1%-Niveau mit ** gekennzeichnet. Als Maß für die Effektstärken wird trotz der bekannten Nachteile (vgl. z. B. Rasch u. a., 2006, S. 112) η^2 verwendet. Als Orientierung zur Bewertung der Effektstärken dienen in Abwesenheit inhaltlicher Kriterien die Empfehlungen von Cohen (1988). Er gibt für den F-Test einer ANOVA, die in Tab. 8.2 aufgeführten Werte für den Index f an. Diese wurden über

$$\eta^2 = \frac{f}{1-f}$$

umgerechnet.

Effektstärke-index	Effektstärke klein	mittel	groß
f	0,10	0,25	0,40
η^2	0,01	0,07	0,19

Tab. 8.2: Bewertung von Effektgrößen nach Cohen (1988)

Im Folgenden werden die im Themenbereich „Selbsterleben im Umgang mit Mathematik" zur Verfügung stehenden Skalen exemplarisch ausgewertet. Am Ende dieses Abschnittes findet man eine vereinfachte, Details ausblendende Zusammenfassung der Ergebnisse in diesem Themenbereich. Die Darstellung der Ergebnisse der statistischen Auswertung sortiert nach Themenbereichen, ist in Anhang D zu finden. Im Haupttext werden die Ergebnisse in Hinblick auf die oben genannten Forschungsfragen zusammengestellt und diskutiert. Der Leser wird also ausdrücklich dazu ermutigt, die für sein Interesse geeignete Darstellung auszuwählen.[6]

8.2 Ein Beispiel: Selbsterleben im Umgang mit Mathematik

Im Themenbereich Selbsterleben im Umgang mit Mathematik handelt es sich um den Innersubjektfaktor Repräsentationsform. Das heißt, das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen (SE-D) wird dem Selbsterleben im Umgang mit physikalischen Gleichungen (SE-F) gegenüber gestellt. Zunächst seien hier die relevanten Mittelwerte der Stichproben I (ALM 1) und II (ALM 2) und ihre Standardfehler mitgeteilt (vgl. Tab. 8.3 bzw. Tab. 8.4).

Das ALM 1, also die Einbeziehung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht in Stichprobe I, liefert zunächst einen signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1;324) = 5{,}378^{*}; \eta^2 = 0{,}016$). Da keine Interaktionen des Innersubjektfaktors mit den Faktoren Personengruppe ($F(2;324) = 0{,}473; p = 0{,}623$) oder Geschlecht ($F(1;324) = 2{,}657; p = 0{,}104$) oder beiden ($F(2;324) = 2{,}030; p = 0{,}133$) vorliegen, ist davon auszugehen, dass grafische Darstellungen (MW: 0,35; StAbw: 0,73) und physikalische Gleichungen (MW: 0,19; StAbw: 0,90) gruppenübergreifend leicht verschieden wahrgenommen und bewertet werden. Das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen wird dabei

[6] Abschließend sei daran erinnert, dass sich die Skalen über das Intervall [-2;2] erstrecken.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
SE-F	Klasse 10	weiblich	-0,10	0,95	55
		männlich	0,20	1,03	55
		gesamt	0,05	1,00	110
	Klasse 12	weiblich	-0,06	0,95	55
		männlich	0,15	0,78	55
		gesamt	0,05	0,87	110
	Studierende	weiblich	0,49	0,77	55
		männlich	0,47	0,77	55
		gesamt	0,48	0,77	110
	gesamt	weiblich	0,11	0,93	165
		männlich	0,28	0,87	165
		gesamt	0,19	0,90	330
SE-D	Klasse 10	weiblich	0,37	0,70	55
		männlich	0,12	0,88	55
		gesamt	0,25	0,80	110
	Klasse 12	weiblich	0,24	0,78	55
		männlich	0,25	0,66	55
		gesamt	0,25	0,72	110
	Studierende	weiblich	0,50	0,68	55
		männlich	0,59	0,52	55
		gesamt	0,54	0,61	110
	gesamt	weiblich	0,37	0,73	165
		männlich	0,32	0,73	165
		gesamt	0,35	0,73	330

Tab. 8.3: Mittelwerte der Skalen SE-F und SE-D nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personen-gruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittel-wert	Standard-abweichung	N
SE-F	Klasse 10	geringe Leistung	-0,20	0,80	21
		hohe Leistung	0,96	0,78	21
		gesamt	0,38	0,98	42
	Klasse 12	geringe Leistung	-0,35	0,81	23
		hohe Leistung	0,51	0,77	22
		gesamt	0,07	0,89	45
	Studierende	geringe Leistung	0,13	0,71	20
		hohe Leistung	0,79	0,56	20
		gesamt	0,46	0,72	40
	gesamt	geringe Leistung	-0,15	0,79	64
		hohe Leistung	0,75	0,73	63
		gesamt	0,30	0,88	127
SE-D	Klasse 10	geringe Leistung	0,19	0,86	21
		hohe Leistung	0,40	0,71	21
		gesamt	0,30	0,78	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,22	0,78	23
		hohe Leistung	0,35	0,55	22
		gesamt	0,28	0,67	45
	Studierende	geringe Leistung	0,67	0,56	20
		hohe Leistung	0,51	0,63	20
		gesamt	0,59	0,59	40
	gesamt	geringe Leistung	0,35	0,77	64
		hohe Leistung	0,42	0,62	63
		gesamt	0,38	0,70	127

Tab. 8.4: Mittelwerte der Skalen SE-F und SE-D nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

von allen hier betrachteten Gruppen leicht positiver beurteilt (schwacher Effekt). Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergibt sich für das ALM 1 ein signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 16{,}897^{*}; \eta^2 = 0{,}094$), jedoch nicht für den Faktor Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}960; p = 0{,}328$) oder die Interaktion der beiden Faktoren ($F(2;324) = 0{,}221; p = 0{,}802$). Univariate Varianzanalysen bestätigen diesen Haupteffekt sowohl für das Selbsterleben im Umgang mit physikalischen Gleichungen ($F(2;324) = 8{,}847^{**}; \eta^2 = 0{,}052$) als auch für das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen ($F(2;324) = 6{,}351^{**}; \eta^2 = 0{,}038$). Nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche bestätigen die Annahme, dass diese Effekte auf Bewertungsunterschiede zwischen den Studierenden und den Schülerinnen und Schülern zurückzuführen sind. Die Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassenstufen unterscheiden sich hingegen nicht voneinander. Das Selbsterleben der Studierenden ist dabei auf beiden Skalen positiver als das der Schülerinnen und Schüler (vgl. Tab. 8.3).

Die Auswertung des ALM 2, also die Betrachtung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe in Stichprobe II, ergibt einen signifikanten Interaktionseffekt der Faktoren Repräsentationsform und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 19{,}439^{**}; \eta^2 = 0{,}138$). Dies bedeutet, dass der Bewertungsunterschied zwischen dem Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen einerseits und physikalischen Gleichungen andererseits stark leistungsabhängig ist. Eine genauere Analyse dieses Interaktionseffektes wird hier einmal exemplarisch durch Abb. 8.3 unterstützt. Auf diese Veranschaulichung wird in den folgenden Themenbereichen jedoch verzichtet.

Leistungsschwache Befragte erleben den Umgang mit physikalischen Gleichungen leicht negativ (MW: -0,15, StAbw: 0,79), den Umgang mit grafischen Darstellungen hingegen eher positiv (MW: 0,35, StAbw: 0,77). Grafische Darstellungen werden als deutlich positiver als Gleichungen beurteilt (MW-Diff$_{-}$ = 0,50; $F(1;121) = 14{,}099^{**}; \eta^2 = 0{,}104$). Diese Mittelwertdifferenz errechnet sich durch Verwendung des Mittelwertes auf der SE-D-Skala als Minuend und des Mittelwertes auf der SE-F-Skala als Subtrahend. Die leistungsstarken Befragten hingegen bewerten sowohl den Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,42, StAbw: 0,62) als auch mit Gleichungen (MW: 0,75, StAbw: 0,73) positiv und den Umgang mit Gleichungen sogar positiver als den mit grafischen Darstellungen (MW-Diff$_{+} = -0{,}33; F(1;121) = 6{,}175^{*}; \eta^2 = 0{,}049$). Der hier erkennbare große Unterschied zwischen den Mittelwertdifferenzen (Δ MW-Diff: 0,83), also das leistungsabhängige Ausmaß an Bewertungsunterschieden zwischen den Repräsentationsformen, spiegelt sich in dem mittelstarken Interaktionseffekt zwischen Selbsterleben im Umgang mit mathematischen Darstellungen und der Leistungsextremgruppe wider (vgl. Tab. 8.4 und Abb. 8.3).

Der bereits bekannte Haupteffekt für den Zwischensubjektfaktor Personengruppe zeigt sich auch im ALM 2 ($F(2;121) = 5{,}240^{*}; \eta^2 = 0{,}080$). Außerdem liegt ein starker Effekt für den Zwischensubjektfaktor Leistung vor ($F(1;121) = 300{,}414^{**}; \eta^2 = 0{,}201$). Eine Interaktion der Zwischensubjektfaktoren liegt hier nicht vor

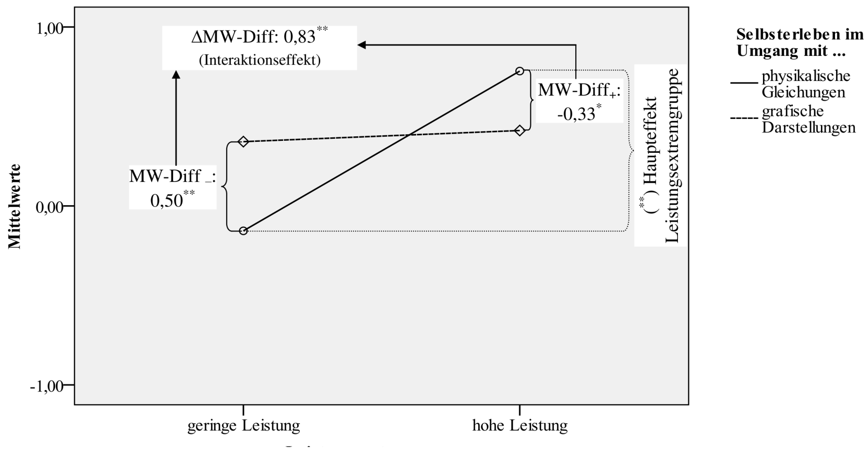


Abb. 8.3: Interaktionseffekt im Themenbereich Selbsterleben im Umgang mit Mathematik: Repräsentationsform x Leistungsextremgruppe

($F(2;121) = 2{,}037; p = 0{,}135$). Univariate Varianzanalysen zeigen, dass dieser Effekt auf die höchst unterschiedliche Bewertung von physikalischen Gleichungen zurückzuführen ist ($F(1;121) = 45{,}177^{**}; \eta^2 = 0{,}272$), nicht jedoch auf auf einen leistungsabhängigen Unterschied in der Bewertung des Selbsterlebens beim Umgang mit grafischen Darstellungen ($F(1;121) = 0{,}257; p = 0{,}613$). Der Umgang mit physikalischen Gleichungen wird dabei von den leistungsstarken Befragten (MW: 0,75, StAbw: 0,73) deutlich positiver erlebt, als von den leistungsschwachen Befragten (MW: -0,15, StAbw: 0,79). Das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen wird leicht positiv wahrgenommen.

8.2.1 Zusammenfassung

Das Selbsterleben beim Umgang mit grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen wird von den Befragten leicht verschieden wahrgenommen. Im Allgemeinen werden zwar sowohl der Umgang mit grafischen Darstellungen als auch mit physikalischen Gleichungen leicht positiv bewertet, das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen fällt jedoch etwas positiver aus (kleiner Effekt). Während das Ausmaß dieses Bewertungsunterschiedes nicht von der Zugehörigkeit zu einer bestimmten Personengruppe oder dem Geschlecht der Befragten abhängt, hat die Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe deutliche Konsequenzen. Während leistungsschwache Befragte, dem allgemeinen Trend entsprechend, den Umgang mit grafischen Darstellungen positiver bewerten als den Umgang mit physikalischen Gleichungen, kehrt sich dies für leistungsstarke Befragte um (mittlerer

Effekt). Allerdings unterscheiden sich die durch die Leistungsextremgruppen vorgenommenen Bewertungen des Selbsterlebens im Umgang mit grafischen Darstellungen nicht voneinander. Ein deutlicher Unterschied ist hingegen für den Umgang mit physikalischen Gleichungen zu erkennen. Dieser wird von leistungsstarken Befragten deutlich positiv, von leistungsschwachen Befragten hingegen eher negativ erlebt. Schließlich erleben Studierende den Umgang mit grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen deutlich positiver als Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassenstufe (mittlerer Effekt).

Damit sollte das Vorgehen hinreichend illustriert und die Art der zu erwartenden Ergebnisse umrissen sein. Für weitere thematisch sortierte Ergebnisdarstellungen sei erneut auf Anhang D verwiesen. Im folgenden Haupttext werden die Darstellungen auf die Beantwortung der Forschungsfragen fokussiert.

8.3 Im Fokus: Innersubjektfaktor Repräsentationsform – grafische vs. symbolische Darstellungen

Hier soll auf Forschungsfrage IV. (In der Aufzählung zu Beginn dieses Kapitels wurde sie auch als Frage 4 bezeichnet.) eine zusammenfassende Antwort gegeben werden. Inwiefern liegen also (in einzelnen Untergruppen) Unterschiede in den Bewertungen von symbolischer und grafischer Repräsentationsform vor? Den Ausführungen in Kapitel 7 ist zu entnehmen, dass auf struktureller Ebene (aus Sicht der Strukturgleichungsmethodik) eine solche Unterscheidung auf Grundlage der empirischen Daten zu legitimieren ist. In diesem Kapitel wird nun nach Unterschieden in den Ausprägungen der Vorstellungen bezogen auf die beiden Repräsentationsformen gefragt. Zur Beantwortung dieser Frage werden in jedem relevanten Themenbereich zwei allgemeine lineare Modelle mit der Repräsentationsform als Innersubjektfaktor herangezogen. Mit dieser Methode werden je zwei Zufallsstichproben betrachtet. In Stichprobe I wurden 330 Befragte aus drei Personengruppen und zwei Geschlechtern zufällig so gezogen, dass eine Gleichbesetzung aller Zellen entsteht. In Stichprobe II wurden 127 Befragte aus drei Personengruppen und zwei Leistungsextremgruppen zufällig so gezogen, dass auch hier eine hinreichende Gleichbesetzung ($\pm$ 2 Personen) aller Zellen entsteht. Die hier darzustellenden Ergebnisse dieser Analysen betreffen Haupt- und Interaktionseffekte des jeweiligen Innersubjektfaktors Repräsentationsform.

Der hier interessierende Vergleich konnte in folgenden Themenfeldern vorgenommen werden:

- Selbsterleben im Umgang mit mathematischen Darstellungen,
- kognitive Entlastung durch mathematische Darstellungen,
- proximale Kommunikationsfunktion mathematischer Darstellungen,
- proximale Kommunikationseffizienz mathematischer Darstellungen,
- distale Kommunikationseffizienz mathematischer Darstellungen,

- Objektivität mathematischer Darstellungen,
- Ästhetik mathematischer Darstellungen.

Einen Überblick über die Ergebnisse liefert Abb. 8.4. Ihr ist bereits zu entnehmen, dass in allen Themenbereichen mit Ausnahme der distalen Kommunikationseffizienz (nicht signifikanter Haupteffekt für den Innersubjektfaktor in Stichprobe I: $F(1;324) = 2{,}580; p = 0{,}109$) Unterschiede in der Wahrnehmung von grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen vorliegen. Es lässt sich vermuten, dass Lernende Physikerinnen und Physikern kategorisch hohe Kompetenzen im Umgang mit mathematischen Darstellungen jeder Art zuordnen, so dass eine differenzierte Betrachtung der einzelnen Darstellungsformen für sie nicht relevant ist. Es handelt sich schließlich um Physikerinnen und Physiker, zu deren Beruf der Umgang mit mathematischen Darstellungen jeder Art nun einmal gehört.

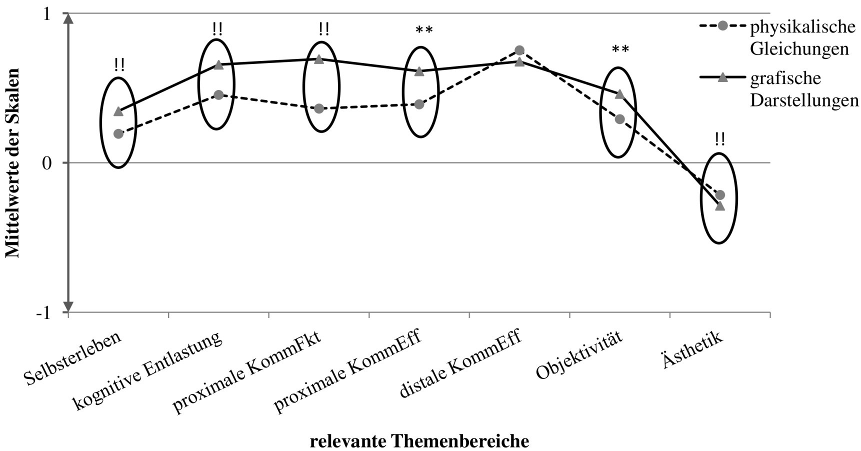


Abb. 8.4: Überblick über den Vergleich zwischen grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen (** - hochsignifikanter Haupteffekt des Innersubjektfaktors, !! - Interaktion des Innersubjektfaktors mit einem Zwischensubjektfaktor)

Bezogen auf alle verbleibenden (meist proximalen) Themenbereiche lassen sich relevante signifikante Effekte nachweisen. Besonders einfach ist der Befund bei den Bereichen proximale Kommunikationseffizienz (Stichprobe I: $F(1;324) = 16{,}419^{**}$; $\eta^2 = 0{,}048$) und Objektiviät (Stichprobe I: $F(1;324) = 20{,}735^{**}; \eta^2 = 0{,}060$) zu interpretieren. Hier liegen einfache Haupteffekte, aber keine Interaktionseffekte vor. Das heißt, die wahrgenommene, mit dem Einsatz von grafischen Darstellungen einhergehende Kommunikationseffizienz (MW: 0,61, StAbw: 0,69) und Objektivität (MW: 0,46, StAbw: 0,59) ist gruppenübergreifend, also unabhängig von

Personengruppe, Leistung oder Geschlecht, und übertrifft die wahrgenommene Kommunikationseffizienz (MW: 0,39, StAbw: 0,83) und Objektivität (MW: 0,29, StAbw: 0,58) für den Umgang mit physikalischen Gleichungen. Es handelt sich jedoch, das muss einschränkend gesagt werden, um kleine Effekte.

Während dieser Befund für den Themenbereich Objektivität unerwartet ausfällt, erscheint er für die proximale Kommunikationseffizienz durchaus plausibel. Für den Themenbereich Objektivität scheint es wenig plausibel zu sein, dass grafische Darstellungen, um deren Manipulierbarkeit und Suggestionskraft Lerner auch aus eigener Erfahrung (z. B. Mathematikunterricht) wissen, Überprüfungen eher zulassen oder ermöglichen sollen, also als die Objektivität fördernder wahrgenommen werden, als Gleichungen. Für Kommunikationseffizienz hingegen ist es wenig überraschend, dass Lernende bestimmte Informationen durch grafische Darstellungen als leichter und schneller zugänglich wahrnehmen, als durch Gleichungen.

Für den Themenbereich Ästhetik ergibt sich kein signifikanter Haupteffekt für den Innersubjektfaktor (Stichprobe I: $F(1;324) = 3{,}821; p = 0{,}051$, Stichprobe II: $F(1;121) = 2{,}057; p = 0{,}154$). In Stichprobe I liegt jedoch ein schwacher signifikanter Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und der Personengruppe vor ($F(2;324) = 4{,}081^{*}; \eta^2 = 0{,}025$), der allerdings in Stichprobe II nicht nachzuweisen ist ($F(2;121) = 2{,}167; p = 0{,}119$). Sofern man diesen kleinen Effekt interpretieren möchte, legt er nahe, dass die Frage, ob Lernende grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen hinsichtlich ihrer Ästhetik unterschiedlich wahrnehmen, sich nicht pauschal beantworten lässt, sondern personengruppenspezifisch ist. Während Schülerinnen und Schüler beide Repräsentationsformen gleichermaßen unästhetisch finden (MW: ca. -0,50), also in ihrem Urteil über die Repräsentationsformen keinen Unterschied machen, differenzieren Studierende sehr wohl ($F(1;324) = 10{,}062^{**}; \eta^2 = 0{,}030$). Sie halten Gleichungen (MW: 0,41, StAbw: 0,79) für ästhetischer als grafische Darstellungen (MW: 0,21, StAbw: 0,80). Es handelt sich wie erwähnt um einen kleinen Effekt.

Für die verbleibenden drei Themenbereiche, das Selbsterleben, die kognitive Entlastung und die proximale Kommunikationsfunktion, ergeben sich signifikante Innersubjekteffekte in beiden Stichproben. (In Stichprobe I gilt für die Haupteffekte im Bereich Selbsterleben $F(1;324) = 5{,}378^{*}; \eta^2 = 0{,}016$, im Bereich kognitive Entlastung $F(1;324) = 14{,}006^{**}; \eta^2 = 0{,}041$ und im Bereich proximale Kommunikationseffizienz $F(1;324) = 29{,}458^{**}; \eta^2 = 0{,}083$.) Physikalische Gleichungen und grafische Darstellungen werden also in allen drei Themenfeldern grundsätzlich verschieden wahrgenommen, grafische Darstellungen werden positiver bewertet als physikalische Gleichungen. Das Ausmaß dieser Verschiedenheit, so zeigen signifikante Interaktionseffekte zwischen Innersubjektfaktor und Leistungsextremgruppe in Stichprobe II (im Bereich Selbsterleben $F(1;121) = 19{,}439^{**}; \eta^2 = 0{,}138$, im Bereich kognitive Entlastung $F(1;121) = 5{,}835^{*}; \eta^2 = 0{,}046$ und im Bereich proximale Kommunikationsfunktion $F(1;121) = 5{,}813^{*}; \eta^2 = 0{,}046$), ist dabei abhängig von der Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe.

Für den Bereich des Selbsterlebens lässt sich sagen, dass leistungsschwache Befragte den Umgang mit physikalischen Gleichungen leicht negativ (MW: -0,15, StAbw: 0,79), den Umgang mit grafischen Darstellungen hingegen eher positiv (MW: 0,35, StAbw: 0,77) erleben. Grafische Darstellungen werden also von ihnen deutlich positiver beurteilt als Gleichungen ($\Delta MW = 0{,}50; F(1;121) = 14{,}099^{**}$; $\eta^2 = 0{,}104$). Die leistungsstarken Befragten hingegen bewerten sowohl den Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,42, StAbw: 0,62) als auch mit Gleichungen (MW: 0,75, StAbw: 0,73) positiv und den Umgang mit Gleichungen sogar positiver als den mit grafischen Darstellungen ($\Delta MW = -0{,}33; F(1;121) = 6{,}175^{*}; \eta^2 = 0{,}049$). Es handelt sich dabei in der Regel um mittlere Effekte.

Sowohl für den Bereich kognitive Entlastung als auch für den Bereich der proximalen allgemeinen Kommunikationsfunktion lässt sich sagen, dass für leistungsstarke Befragte praktisch kein Unterschied zwischen der grafischen und symbolischen Repräsentationsform besteht. Die leistungsstarken Befragten bewerten die kognitive Entlastung durch den Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,82, StAbw: 0,51) und auch durch den Umgang mit Gleichungen (MW: 0,84, StAbw: 0,64) gleich positiv (MW-Diff: $-0{,}02$; $F(1;121) = 0{,}065; p = 0{,}798$). Ebenfalls positiv bewerten leistungsstarke Befragte grafische Darstellungen (MW: 0,87, StAbw: 0,64) und physikalische Gleichungen (MW: 0,80, StAbw: 0,69) hinsichtlich der allgemeinen Kommunikationsfunktion (MW-Diff: $0{,}07; F(1;121) = 0{,}283; p = 0{,}596$).

Leistungsschwache Befragte hingegen nehmen einen deutlichen Unterschied zwischen grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen wahr. So nehmen sie die kognitive Entlastung beim Umgang mit physikalischen Gleichungen (MW: 0,27, StAbw: 0,74), weniger positiv wahr als beim Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,63, StAbw: 0,61). Die Mittelwertdifferenz beträgt MW-Diff: 0,36 ($F(1;121) = 10{,}052^{**}; \eta^2 = 0{,}077$). Die Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (MW: 0,68, StAbw: 0,67) wird von leistungsschwachen Befragten ebenfalls positiver bewertet als die physikalischer Gleichungen (MW: 0,20, StAbw: 0,75). Die Mittelwertdifferenz beträgt hier MW-Diff: 0,48 ($F(1;121) = 15{,}663^{**}; \eta^2 = 0{,}115$).

Daraus ergibt sich für die Organisation von Lehr-Lernprozessen der Hinweis auf den Einsatz grafischer Darstellungen, um vor allem die auf diese Hilfe angewiesenen leistungsschwachen Lerner zu erreichen. Umgekehrt erhärtet der Befund die These, dass Verstehen und hohe Leistungsfähigkeit sich im unbeschwerten Wechsel zwischen Repräsentationsformen zeigen.

Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass Lernende die Repräsentationsformen sehr wohl differenziert bewerten und dass vor allem leistungsschwache Befragte grafische Darstellungen multikriterial positiver beurteilen als physikalische Gleichungen.

8.4 Im Fokus: Innersubjektfaktor Konstruktebene – proximale vs. distale Vorstellungen

Hier soll auf Forschungsfrage III. (In der Aufzählung zu Beginn dieses Kapitels wird sie auch als Frage 5 bezeichnet.) eine zusammenfassende Antwort gegeben werden. Inwiefern liegen (in einzelnen Untergruppen) Unterschiede im Antwortverhalten auf proximale und distale Operationalisierungen vor? Eine Teilantwort gaben bereits die konfirmatorischen Faktorenanalysen, die die Existenz und Eindimensionalität solcher Konstrukte nur in wenigen Fällen stützten. Aus Kapitel 7 ist außerdem bekannt, dass die gemeinsame Modellierung beider Konstrukte nicht gelingt, dass also ihre Unterscheidbarkeit mit Hilfe der Strukturgleichungsmethodik nicht gestützt werden kann. Ein weiterer Teil der Antwort, der damit lediglich von heuristischer Bedeutung ist, soll im Folgenden anhand der Ausprägungen der einzelnen Konstrukte gegeben werden.

Dazu wurden in jedem relevanten Themenbereich allgemeine lineare Modelle auf die Stichproben I und II angewendet. Die hier darzustellenden Ergebnisse dieser Analysen betreffen Haupt- und Interaktionseffekte des Innersubjektfaktors Konstruktebene. Da es nicht durchweg gelungen ist, Skalen zu konstruieren, die die beiden Konstruktebenen zuverlässig abbilden, ist der hier interessierende Vergleich leider nur in den folgenden drei Themenfeldern vorzunehmen:

- Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen,
- Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen,
- Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen.

Einen Überblick über die Ergebnisse liefert Abb. 8.5. Es ist ersichtlich, dass hinsichtlich der allgemeinen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen kein signifikanter Unterschied zwischen distalem (MW: 0,76, StAbw: 0,58) und proximalem (MW: 0,69, StAbw: 0,69) Konstrukt vorliegt (Stichprobe I: $F(1;324) = 3{,}886; p = 0{,}050$, Stichprobe II: $F(1;121) = 0{,}732; p = 0{,}394$). Auch Interaktionseffekte liegen nicht vor. Grafischen Darstellungen wird also hinsichtlich ihrer allgemeinen Kommunikationsfunktion durch die Befragten für Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler und die Lernenden selbst gleiche Nützlichkeit unterstellt.

Hinsichtlich der Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen liegt, wie man anhand des Diagrammes vermuten darf, kein signifikanter Haupteffekt für den Innersubjektfaktor vor (Stichprobe I: $F(1;324) = 3{,}461; p = 0{,}064$, Stichprobe II: $F(1;121) = 0{,}052; p = 0{,}820$). Das heißt, zunächst liegt keine generelle Unterscheidung der Ausprägungen von proximalem und distalem Konstrukt vor. Die Kommunikationseffizienz, die mit der Verwendung grafischer Darstellungen einhergeht, wird also für die eigene Person sowie Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler gleich positiv bewertet.

Allerdings zeigt sich ein signifikanter Interaktionseffekt für den Innersubjektfaktor und den Faktor Personengruppe (Stichprobe I: $F(2;324) = 7{,}327^{**}; \eta^2 =$

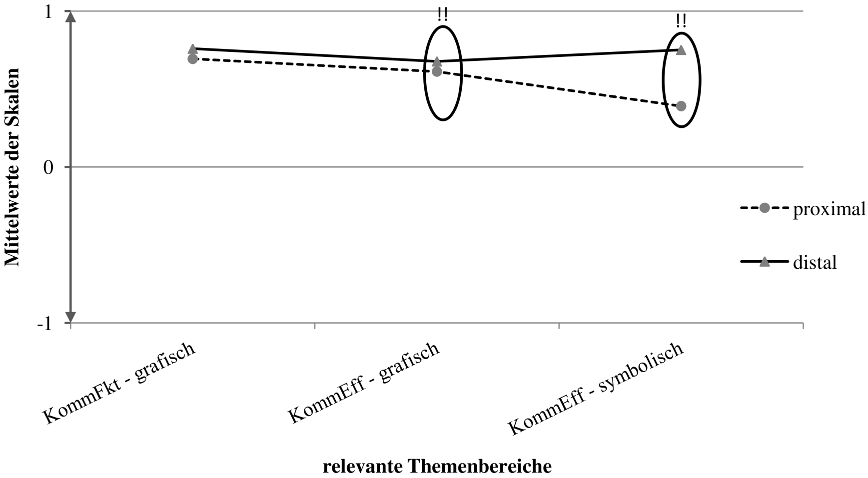


Abb. 8.5: Überblick über den Vergleich zwischen proximalen und distalen Konstrukten verschiedener Themenbereiche (** - hochsignifikanter Haupteffekt des Innersubjektfaktors, !! - Interaktion des Innersubjektfaktors mit einem Zwischensubjektfaktor)

0,043, Stichprobe II: $F(2;121) = 3{,}535^{*}; \eta^2 = 0{,}055$). Während die Befragten der Klassenstufe 12 ($F(1;324) = 1{,}283; p = 0{,}258$) und die Studierenden ($F(1;324) = 2{,}761; p = 0{,}098$) in ihrer Beurteilung der Kommunikationseffizienz bei Verwendung grafischer Darstellungen nicht zwischen proximaler und distaler Kommunikationseffizienz unterscheiden, ist dies für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 durchaus der Fall ($F(1;324) = 14{,}070^{**}; \eta^2 = 0{,}042$). Hier wird die proximale Kommunikationseffizienz (MW: 0,49, StAbw: 0,78) pessimistischer gesehen als die distale (MW: 0,71, StAbw: 0,65), die mit der Verwendung von grafischen Darstellungen einhergeht. Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler verwenden grafische Darstellungen nach Meinung Lernender der Klassenstufe 10 also effizienter zum Austausch von Informationen, als sie selbst dies tun. Ältere Befragte differenzieren ihr Urteil nicht mehr mit Blick auf die Nutzerinnen und Nutzer grafischer Darstellungen. Allerdings handelt es sich auch hier um einen kleinen Effekt. Signifikante Interaktionseffekte des Innersubjektfaktors mit anderen Faktoren liegen nicht vor.

Anhand von Abb. 8.5 lässt sich vermuten, dass für den Themenbereich Kommunikationseffizienz bei Verwendung physikalischer Gleichungen ein signifikanter Haupteffekt des Innersubjektfaktors vorliegt. Die Untersuchungen bestätigen dies (Stichprobe I: $F(1;324) = 54{,}574^{**}; \eta^2 = 0{,}144$ bzw. Stichprobe II: $F(1;121) = 22{,}454^{**}; \eta^2 = 0{,}157$). Hier wird also von den Befragten zwischen der Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen für Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler auf der einen Seite und für die eigene Person auf der anderen Seite unterschieden.

Das Ausmaß dieser Unterscheidung ist zudem leistungsabhängig, wie ein schwacher Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor Konstruktebene und der Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 4{,}778^{*}; \eta^2 = 0{,}031$) nahelegt. Nachfolgeuntersuchungen zeigen, dass leistungsstarke Befragte den Unterschied zwischen proximaler (MW: 0,71, StAbw: 0,79) und distaler (MW: 0,90, StAbw: 0,78) Kommunikationseffizienz durch Verwendung von physikalischen Gleichungen (MW-Diff: 0,20) nicht in statistisch relevantem Ausmaß wahrnehmen ($F(1;121) = 3{,}235; p = 0{,}075$), also den Einfluss physikalischer Gleichungen auf sich selbst und auf Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler ähnlich positiv beurteilen, während leistungsschwache Befragte einen mittelstarken signifikanten Unterschied wahrnehmen. Dabei wird die distale Kommunikationseffizienz (MW: 0,75, StAbw: 0,77) durch die Verwendung physikalischer Gleichungen deutlich positiver beurteilt als die proximale Kommunikationseffizienz (MW: 0,21, StaAbw: 0,86). Die Mittelwertdifferenz beträgt 0,54 ($F(1;121) = 24{,}142^{**}; \eta^2 = 0{,}166$). Es liegt nahe zu vermuten, dass hier Selbsterwartungen und -einschätzungen moderierend wirken. Andere hier untersuchte Faktoren haben keinen statistisch relevanten Einfluss auf die Unterscheidung von proximaler und distaler Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass hier in einem von drei Fällen Indizien für einen pauschalen Unterschied in der Ausprägung distaler und proximaler Einschätzungen gefunden wurden (Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen). In einem weiteren Fall sind Indizien für eine solche Unterscheidung in bestimmten Subgruppen aufgetreten (Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen). Betrachtet man zusätzlich die Tatsache, dass es für viele Konstrukte bereits auf struktureller Ebene nicht gelungen ist, deren Stabilität zu zeigen, kann man zu dem Schluss kommen, dass die Frage nach der Unterscheidung zwischen proximalen und distalen Konstrukten, so plausibel sie auf theoretischer Ebene auch sein mag, lediglich aufwändig, gruppen- und domänenspezifisch zu beantworten sein wird.

8.5 Im Fokus: Zwischensubjektfaktor Geschlecht

In diesem Abschnitt soll auf Forschungsfrage V.2. (In der Aufzählung zu Beginn dieses Kapitels wird sie auch als Frage 2 bezeichnet.) eine zusammenfassende Antwort gegeben werden. Inwiefern liegen also geschlechtsspezifische Unterschiede hinsichtlich der Ausprägung einzelner Vorstellungen vor? Zu ihrer Beantwortung werden die Tests auf Zwischensubjekteffekte im Rahmen der durchgeführten Varianzanalysen herangezogen. Der hier relevante Forschungsfrage wurde auf Grundlage der Zufallsstichprobe I nachgegangen (330 Befragte aus drei Personengruppen und zwei Geschlechtern wurden zufällig so gezogen, dass eine Gleichbesetzung aller Zellen entsteht). In Themenbereichen, wo ein Vergleich von proximaler vs. distaler Konstruktebene bzw. grafischer vs. symbolischer Repräsentationsform nicht möglich war, ein allgemeines lineares Modell also nicht zur Anwendung kam, werden die Ergebnisse der mehrfaktoriellen univaraten Varianzanalysen ausgewertet. Hier sind also die Zwischensubjektfaktoren und ihre Interaktionen von Bedeutung.

Für jede der verwendeten 21 Skalen liegen Ergebnisse vor, die ein relativ einheitliches Bild zeichnen. Einen Überblick über die Ergebnisse liefert Abb. 8.6. Tab. 8.5 bestätigt den Eindruck, dass es auf keiner der interessierenden Skalen einen Haupteffekt für den Faktor Geschlecht gibt. Damit ist festzuhalten, dass es generell keine Anzeichen für geschlechtsspezifische Unterschiede in der Beurteilung der Rolle der Mathematik in der Physik anhand der vorliegenden Konstrukte gibt.

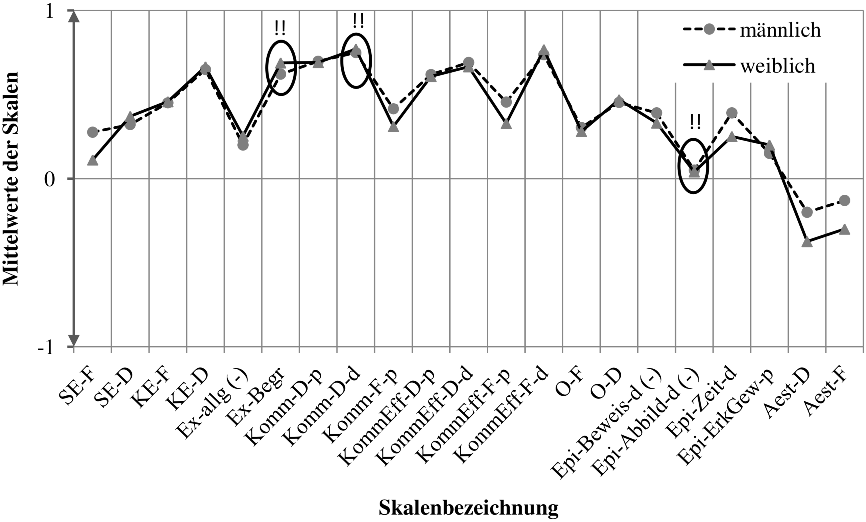


Abb. 8.6: Überblick über den Vergleich zwischen männlichen und weiblichen Befragten (!! - Interaktion des Faktors Geschlecht mit dem Faktor Personengruppe, (-) - hohe Werte auf diesen Skalen sprechen für unerwünschte Vorstellungen)

Diese generelle Aussage muss für drei Skalen präzisiert werden. Auf den Skalen zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen ($F(2;324) = 7{,}278^{**}; \eta^2 = 0{,}043$), zur Exaktheit durch Begriffsexplikation ($F(2;324) = 3{,}593^{*}$; $\eta^2 = 0{,}022$) und im Bereich zur Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen ($F(2;324) = 3{,}248^{*}; \eta^2 = 0{,}020$) finden sich nämlich (schwache) Interaktionseffekte zwischen den Faktoren Geschlecht und Personengruppe.

Themenbereich	Skala	$F(1;324)$	p	η^2
Selbsterleben	SE-F SE-D	0,96	0,328	0,003
kognitive Entlastung	KE-F KE-D	0,057	0,812	0,000
Exaktheit	Ex-allg	0,387	0,534	0,001
	Ex-Begr	1,056	0,305	0,003
KommFkt - grafisch	Komm-D-p Komm-D-d	0,012	0,912	0,000
KommFkt - proximal	Komm-D-p Komm-F-p	1,030	0,311	0,003
KommEff - grafisch	KommEff-D-p KommEff-D-d	0,086	0,769	0,000
KommEff - symbolisch	KommEff-F-p KommEff-F-d	0,466	0,495	0,001
KommEff - proximal	KommEff-D-p KommEff-F-p	1,233	0,268	0,004
KommEff - distal	KommEff-D-d KommEff-F-d	0,002	0,966	0,000
Objektivität	O-F O-D	0,005	0,946	0,000
Epistemologische Überzeugungen	Epi-Beweis-d	0,660	0,417	0,002
	Epi-Abbild-d	0,038	0,845	0,000
	Epi-Zeit-d	F(1;320)=3,153	0,077	0,010
	Epi-ErkGew-p	0,372	0,542	0,001
Ästhetik	Aest-D Aest-F	4,200	0,041	0,013

Tab. 8.5: Für den Vergleich männlicher und weiblicher Befragter relevante Ergebnisse der allgemeinen linearen Modelle bzw. univariaten Varianzanalysen

Auf der Skala zur Exaktheit durch Begriffsexplikation findet sich innerhalb von Klassenstufe 12 ein signifikanter Unterschied ($F(1;324) = 5{,}300^{*}; \eta^2 = 0{,}016$) zwischen Schülern (MW: 0,39, StAbw: 0,61) und Schülerinnen (MW: 0,65, StAbw: 0,51). Offenbar ist weiblichen Befragten einsichtiger, dass einer Mathematisierung eine Begriffsexplikation vorausgehen sollte. In Klassenstufe 10 ($F(1;324) = 2{,}090; p = 0{,}149$) und in der Gruppe der Studierenden ($F(1;324) = 0{,}853; p = 0{,}356$) zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den Geschlechtern.

Ein ähnliches Bild ergibt sich bei der Interpretation des Interaktionseffektes der Faktoren Geschlecht und Personengruppe auf der Skala zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen ($F(2;324) = 7{,}278^{**}; \eta^2 = 0{,}043$). Während sich in Klassenstufe 10 Schülerinnen (MW: 0,05, StAbw: 0,80) und Schüler (MW: 0,38, StAbw: 0,79) in ihrem Urteil signifikant voneinander unterscheiden ($F(1;324) = 5{,}033^{*}; \eta^2 = 0{,}015$), ist dies für Schülerinnen (MW: 0,01, StAbw: 0,77) und Schüler (MW: 0,16, StAbw: 0,68) der Klassenstufe 12 nicht der Fall ($F(1;324) = 1{,}032; p = 0{,}143$). Bei den Studierenden zeigt sich erneut ein signifikanter Unterschied ($F(1;324) = 8{,}530^{**}; \eta^2 = 0{,}026$) zwischen männlichen (MW: -0,38, StAbw: 0,74) und weiblichen Befragten (MW: 0,04, StAbw: 0,72), allerdings diesmal mit umgekehrtem Vorzeichen. Will man (unzulässiger Weise) aus einer Entwicklungsperspektive auf die Daten blicken, so stellt sich heraus, dass weibliche Befragte aller Altersgruppen gleichartig unentschieden auf die Items reagieren ($F(2;324) = 0{,}047; p = 0{,}954$), während männliche Befragte von einer eher unangemessenenen Vorstellung in Klassenstufe 10 zu einer eher angemessenen Vorstellung im Studium finden ($F(2;324) = 14{,}582^{**}; \eta^2 = 0{,}083$). Wie dies zu begründen sein könnte, bleibt hier offen. Plausibel wäre es interessengeleitete Einflüsse, Sozialisationsunterschiede etc. als Ursachen für diese Unterschiede in Betracht zu ziehen.

Ein genauerer Blick in den Themenbereich zur Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen ergibt zunächst einen signifikanten Interaktionseffekt für die Faktoren Geschlecht und Personengruppe ($F(2;324) = 3{,}248^{*}; \eta^2 = 0{,}020$). Nachfolgeuntersuchungen zeigen, dass dieser Effekt auf die Skala zur distalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen zurückgeht ($F(2;324) = 3{,}516^{*}; \eta^2 = 0{,}021$), nicht aber auf die Skala zur proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen ($F(2;324) = 1{,}914; p = 0{,}149$). Weitere Nachfolgeuntersuchungen zeigen, dass innerhalb der 10. Klassenstufe ($F(1;324) = 3{,}075; p = 0{,}080$) oder innerhalb der 12. Klassenstufe ($F(1;324) = 0{,}488$) oder in der Gruppe der Studierenden ($F(1;324) = 3{,}574; p = 0{,}060$) keine Mittelwertsunterscheide zwischen den Geschlechtergruppen vorliegen. Erst der Blick auf die „Entwicklung“ der männlichen vs. weiblichen Befragten bietet eine mögliche Interpretation für diesen Effekt. Univariate Varianzanalysen zeigen nämlich, dass der Faktor Personengruppe einen signifikanten Effekt für die männlichen Befragten bewirkt ($F(2;324) = 3{,}193^{*}; \eta^2 = 0{,}019$), während das für weibliche Befragte nicht der Fall ist ($F(2;324) = 0{,}775; p = 0{,}462$). Paarweise Vergleiche zeigen schließlich, dass Schüler der Klassenstufe 10 (MW: 0,62, StAbw: 0,59) die distale Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen positiver bewerten als Studenten (MW: 0,90, StAbw: 0,52). Es handelt sich um einen sehr schwachen Effekt.

Schließlich sei darauf hingewiesen, dass das allgemeine lineare Modell (ALM) mit dem Innersubjektfaktor Repräsentationsform für den Themenbereich Ästhetik, in dem das Auftreten geschlechtsspezifischer Unterschiede durchaus erwartbar wäre, einen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Geschlecht liefert ($F(1;324) = 4{,}200^{*}; \eta^2 = 0{,}013$). Dieser lässt sich jedoch nicht auf mindestens einer der Skalen verorten (grafisch: $F(1;324) = 3{,}719; p = 0{,}055$, symbolisch: $F(1;324) = 3{,}337; p = 0{,}069$) und ist außerdem an der Grenze zur Bedeutungslosigkeit, weshalb ihm hier keine weitere Beachtung geschenkt wird.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Geschlecht der Befragten bestenfalls von marginalem Einfluss auf ihr Antwortverhalten zu sein scheint.

8.6 Im Fokus: Zwischensubjektfaktor Personengruppe

Im Folgenden soll auf Forschungsfrage V.1. (In der Aufzählung zu Beginn dieses Kapitels wird sie auch als Frage 1 bezeichnet.) eine zusammenfassende Antwort gegeben werden. Inwiefern unterscheiden sich also die drei befragten Personengruppen von Physiklernenden (Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 10 und 12 bzw. Studierende) hinsichtlich der Ausprägung der erhobenen Einstellungen? Zu ihrer Beantwortung werden die Tests auf Zwischensubjekteffekte im Rahmen des angewendeten ALM verwendet. Der hier relevanten Forschungsfrage wurde auf Grundlage der Stichproben I und II nachgegangen. Es sind lediglich der Zwischensubjektfaktor Personengruppe und seine Interaktionen von Bedeutung.

Für jede der verwendeten 21 Skalen liegen Ergebnisse vor, die ein relativ einheitliches Bild zeichnen. Einen Überblick über die Ergebnisse liefert Abb. 8.7. Haupteffekte für den Faktor Personengruppe finden sich auf 17 von 21 verwendeten Skalen (vgl. Tab. 8.6).

Man kann also davon ausgehen, dass es im Allgemeinen Unterschiede zwischen mindestens zwei der drei Befragungsgruppen gibt. Lediglich auf den Skalen zur allgemeinen distalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-d), zur distalen Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen (KommEff-D-d) und physikalischer Gleichungen (KommEff-F-d) sowie auf der Skala zur Erkenntnisgewinnung mit Hilfe physikalischer Gleichungen (Epi-ErkGew-p) sind keine gruppenspezifischen Unterschiede festzustellen. In der Regel handelt es sich dabei um distale Beurteilungsgegenstände, die Kommunikation von Physikerinnen und Physikern betreffend. Hierüber allerdings scheinen Schülerinnen und Schüler ebenso spekulativ oder vorurteilsbeladen zu urteilen wie Studierende. Dies ist insofern erklärbar, als allen Beteiligten echte wissenschaftliche Kommunikationssituationen unbekannt sein dürften. Dies gilt auch für Studierende und ändert sich in der Regel mit der Erstellung einer Bachelorarbeit und auch nur dann, wenn Studierende im Rahmen dieser Arbeit an Forschungsprojekten beteiligt werden.

Themenbereich	Skala	$F(1;324)$	p	η^2
Selbsterleben	SE-F	8,847	0,000	0,052
$(F(2;324) = 16{,}897^{**}; \eta^2 = 0{,}094)$	SE-D	6,351	0,002	0,038
kognitive Entlastung	KE-F	8,288	0,000	0,049
$(F(2;324) = 18{,}707^{**}; \eta^2 = 0{,}104)$	KE-D	9,495	0,000	0,055
Exaktheit	Ex-allg	34,278	0,000	0,175
	Ex-Begr	9,573	0,000	0,056
KommFkt - grafisch	Komm-D-p	entfällt		
$(F(2;324) = 1{,}980; p = 0{,}140)$	Komm-D-d			
KommFkt - proximal	Komm-D-p	3,054	0,049	0,019
$(F(2;324) = 6{,}994^{**}; \eta^2 = 0{,}041)$	Komm-F-p	3,259	0,040	0,020
KommEff - grafisch	KommEff-D-p	7,276	0,001	0,043
$(F(2;324) = 3{,}649^{*}; \eta^2 = 0{,}022)$	KommEff-D-d	1,126	0,326	0,007
KommEff - symbolisch	KommEff-F-p	4,545	0,011	0,027
$(F(2;324) = 4{,}162^{*}; \eta^2 = 0{,}025)$	KommEff-F-d	1,685	0,187	0,010
KommEff - proximal	KommEff-D-p	7,276	0,001	0,043
$(F(2;324) = 9{,}812^{**}; \eta^2 = 0{,}057)$	KommEff-F-p	4,545	0,011	0,027
KommEff - distal	KommEff-D-d	entfällt		
$(F(2;324) = 1{,}324; p = 0{,}268)$	KommEff-F-d			
Objektivität	O-F	3,282	0,039	0,020
$(F(2;324) = 5{,}463^{**}; \eta^2 = 0{,}033)$	O-D	4,137	0,017	0,025
Epistemische Überzeugungen	Epi-Beweis-d	25,844	0,000	0,138
	Epi-Abbild-d	7,350	0,001	0,043
	Epi-Zeit-d	19,997	0,000	0,111
	Epi-ErkGew-p	0,117	0,890	0,001
Ästhetik	Aest-D	30,102	0,000	0,157
$(F(2;324) = 44{,}401^{**}; \eta^2 = 0{,}215)$	Aest-F	45,261	0,000	0,218

Tab. 8.6: Für den Vergleich der Personengruppen relevante Ergebnisse der allgemeinen linearen Modelle bzw. univariaten Varianzanalysen auf Grundlage von Stichprobe I

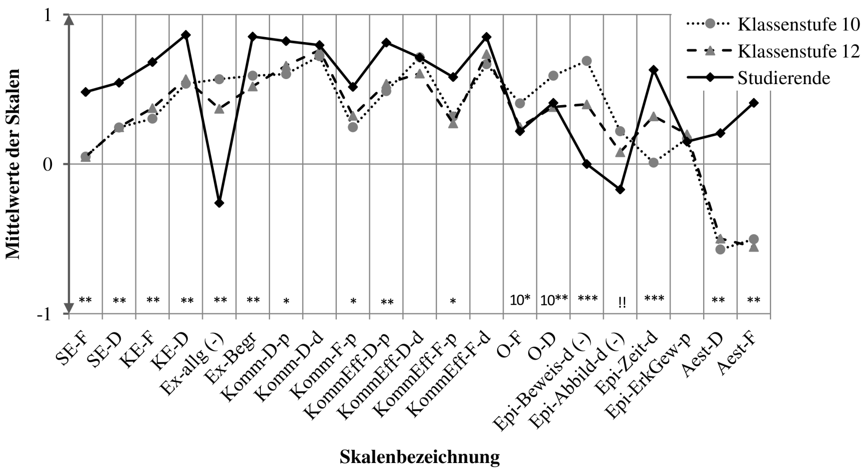


Abb. 8.7: Überblick über den Vergleich der Personengruppen (*** - hochsignifikante paarweise Unterschiede zwischen den Personengruppen, *(*) - Studierende unterscheiden sich (hoch)signifikant von beiden Gruppen der Schülerinnen und Schülern, 10*(*) - Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe unterscheiden sich (hoch)signifikant von Schülerinnen und Schülern der 12. Klassenstufe sowie von Studierenden, !! - Interaktion des Faktors Personengruppe mit dem Faktor Leistungsextremgruppe ohne Haupteffekt des Faktors Personengruppe, (-) hohe Werte auf diesen Skalen sprechen für unerwünschte Vorstellungen)

Nimmt man zu explorativen Zwecken eine Entwicklungsperspektive ein, deutet die Erhebung also unzulässiger Weise als Quasilängsschnittstudie, so lassen sich in nahezu allen Bereichen Entwicklungen in die erwünschte Richtung, also hin zu angemesseneren Vorstellungen, feststellen. Allerdings bleibt das Problem der mit dem Institutionenwechsel einhergehenden Selektion deutlich sichtbar. Wie im nächsten Abschnitt ersichtlich wird, verschärft es sich dahingehend, dass auf den meisten Skalen auch deutliche Unterschiede zwischen den Leistungsextremgruppen festgestellt werden konnten. Es ist also in der Regel nicht zweifelsfrei zu entscheiden, ob zunehmende Selektion oder längere Exponiertheit gegenüber der Physik und ihrer mathematischen Methoden zu dieser „Entwicklung“ führen.

Neben den bereits in 8.5 diskutierten Interaktionen mit dem Faktor Geschlecht liegt hier eine weitere Interaktion mit dem Faktor Leistungsextremgruppe vor. Dieser Interaktionseffekt betrifft die Skala zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen. Hier findet sich für die 10. Klassenstufe ein signifikanter Unterschied (mittlerer Effekt) zwischen den leisungsstarken (MW: 0,63, StAbw: 0,82) und leistungsschwachen (MW: -0,04, StAbw: 0,89) Lernern ($F(1;121) = 10{,}080^{**}; \eta^2 = 0{,}077$). Während leistungsschwache Lernende den Aussagen im

Mittel eher unentschlossen gegenüber stehen, sind leistungsstarke Lernende der Klassenstufe 10 eher der Überzeugung, dass physikalische Gleichungen direkte Abbilder der Realität darstellen. In der Klassenstufe 12 ($F(1;121) = 0{,}273; p = 0{,}602$) und bei den Studierenden ($F(1;121) = 2{,}584; p = 0{,}111$) sind die Mittelwertunterschiede hingegen nicht (mehr) signifikant.

Die problematische Einnahme der Entwicklungsperspektive führt dazu, dass man Unterschiede in den „Entwicklungsverläufen" leistungsschwacher Befragter ($F(2;121) = 0{,}327; p = 0{,}722$), die sich eben bezüglich ihrer Beurteilung des Abbildcharakters physikalischer Gleichungen nicht entwickeln, auf der einen und leistungsstarker Befragter ($F(2;121) = 7{,}940^{**}; \eta^2 = 0{,}116$), die sich auf eine angemessene Vorstellung zubewegen, auf der anderen Seite beobachtet. Nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche zeigen, dass sich die leistungsstarken Lerner der 10. Klassenstufe signifikant von den leistungsstarken Studierenden unterscheiden. Beide Gruppen unterscheiden sich jedoch nicht signifikant von den leistungsstarken Lernern der Klassenstufe 12.

Es bleibt festzuhalten, dass sich Lernende der Klassenstufen 10 und 12 in aller Regel nicht signifikant voneinander unterscheiden, zwei Jahre Physikunterricht also keinen signifikanten Einfluss auf die Ausbildung von Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik zu haben scheinen bzw. dass dieser Einfluss nicht zu einer Veränderung der Vorstellungen führt. Überraschenderweise reagieren Schülerinnen und Schüler in nahezu allen Themenbereichen (Ausnahmen sind der Bereich Ästhetik und einzelne epistemologische Vorstellungen.) nicht unangemessen auf die Items. Der durchgängige Unterschied zur Ausprägung der Vorstellungen von Studierenden ist so gerichtet, dass Studierende erwartungsgemäß angemessenere Vorstellungen zeigen. Dieser Befund kann und muss unter Berücksichtigung der zunehmenden Selektion bzw. des veränderten Lehr-Lern-Feldes gesehen werden. Für die nicht zu unterschätzende Relevanz des ersten Faktors sprechen relativ starke Effekte der Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe.

8.7 Im Fokus: Zwischensubjektfaktor Leistungsextremgruppe

Abschließend soll nun auf Forschungsfrage V.3. (In der Aufzählung zu Beginn dieses Kapitels wird sie auch als Frage 3 bezeichnet.) eine zusammenfassende Antwort gegeben werden. Inwiefern unterscheiden sich also die Ausprägungen der Vorstellungen leistungsschwacher und leistungsstarker Befragter? Dabei wurden die Gruppen der als leistungsschwach bzw. leistungsstark bezeichneten Befragten gebildet, indem anhand der Kriterien Testergebnis (vgl. Abschnitt 5.3.1) und Physiknote[7] jeweils die schlechtesten bzw. besten 22 (± 2) Personen bestimmt wurden. Bei dem eingesetzten Test handelt es sich um einen für die vorliegende Arbeit inhaltlich passenden Test, mit dem versucht wird zu erfassen, wie gut die

[7] Bei Schülerinnen und Schülern handelt es sich um die letzte Zeugnisnote im Fach Physik, bei Studierenden entweder um die Zwischenprüfungsnote oder, sofern diese nicht vorliegt, den Durchschnitt ihrer Experimentalphysikklausurnoten.

Befragten von gegebenen Situationen in mathematische Darstellungen übersetzen können. Es handelt sich also nicht um einen klassischen physikalischen Wissenstest, sondern um einen Test, der eine relativ spezifische, in der Physik bedeutsame Teilfähigkeit, testet.

Um Tendenzen verstärkt erfassen zu können und weil der Test nicht in allen Populationen gleich gut funktioniert hat (Decken- und Bodeneffekte), wurden Leistungsextremgruppen verglichen und nicht etwa eine Kovarianzanalyse durchgeführt. Für die Zufallsstichprobe II wurden 127 Befragte aus drei Personengruppen und zwei Leistungsextremgruppen zufällig so gezogen, dass eine ungefähre Gleichbesetzung (± 2 Personen) aller Zellen entsteht.

Zur Beantwortung der gestellten Frage werden die Tests auf Zwischensubjekteffekte im Rahmen der durchgeführten dreifaktoriellen Varianzanalysen mit Messwiederholung auf einem Faktor (oder anders ausgedrückt: des jeweils verwendeten allgemeinen linearen Modells) verwendet. In Themenbereichen, in denen ein Vergleich von proximaler vs. distaler Konstruktebene bzw. grafischer vs. symbolischer Respräsentationsform nicht möglich war, ein allgemeines lineares Modell also nicht zur Anwendung kam, werden die Ergebnisse der mehrfaktoriellen univaraten Varianzanalysen ausgewertet. Es sind lediglich Zwischensubjektfaktoren und deren Interaktion von Bedeutung.

Auf allen 21 verwendeten Skalen hätten sich grundsätzlich leistungsabhängige Effekte zeigen können. Auf 13 von ihnen finden sich tatsächlich Effekte, die erwartungsgemäß relativ stark ausfallen. Einen ersten Überblick über die Ergebnisse liefert Abb. 8.8. Die F-Werte für die Haupteffekte des Faktors Leistungsextremgruppe finden sich in Tab. 8.7.

Ein durchaus auch für die praktische Gestaltung von Lernprozessen relevanter Befund ist die Tatsache, dass sich das Selbsterleben leistungsstarker und leistungsschwacher Lerner im Umgang mit grafischen Darstellungen (SE-D) nicht (MW: 0,38, StAbw: 0,70), im Umgang mit Gleichungen (SE-F) aber sehr stark unterscheidet (geringe Leistung: MW: -0,15, StAbw: 0,79, hohe Leistung: MW: 0,75 StAbw: 0,73). Will man also leistungsschwachen Lernenden entgegenkommen und die emotionale Konnotation von physikalischem Lernen positiv gestalten, so sollte man - sofern möglich - auf grafische Darstellungen zurückgreifen.

In Einklang mit diesem Befund stehen die Feststellungen, dass sowohl im Bereich der kognitiven Entlastung als auch im Bereich der allgemeinen proximalen Kommunikationsfunktion die gleiche Tendenz vorliegt.[8] Während grafische Darstellungen in beiden Themenbereichen gleich positiv bewertet werden, halten leistungsschwache Befragte physikalische Gleichungen hinsichtlich beider Funktionen

[8] Die Kennwerte im Bereich kognitive Entlastung lauten für grafische Darstellungen (KE-D) MW: 0,72, StaAbw: 0,57, für physikalische Gleichungen (KE-F) bei Befragten mit geringer Leistung MW: 0,27, StAbw: 0,74 und bei Befragten mit hoher Leistung MW: 0,84, StAbw: 0,64. Für den Bereich der allgemeinen proximalen Kommunikationsfunktion ergeben sich für den Umgang mit grafischen Darstellungen (Komm-D-p) MW: 0,77, StAbw: 0,66 und für den Umgang mit physikalischen Gleichungen (Komm-F-p) bei den leistungsschwachen Befragten MW: 0,20, StAbw: 0,75 und bei den leisstungsstarken Befragten MW: 0,80, StAbw: 0,69.

Themenbereich	Skala	$F(1;121)$	p	η^2
Selbsterleben	SE-F	45,177	0,000	0,272
($F(1;121) = 30{,}414; \eta^2 = 0{,}201$)	SE-D	0,257	0,613	0,002
kognitive Entlastung	KE-F	21,381	0,000	0,150
($F(1;121) = 22{,}574^{**}; \eta^2 0{,}157$)	KE-D	3,558	0,062	0,029
Exaktheit	Ex-allg	0,252	0,617	0,002
	Ex-Begr	1,497	0,224	0,012
KommFkt - grafisch	Komm-D-p Komm-D-d	2,327	0,130	0,019
KommFkt - proximal	Komm-D-p	2,596	0,110	0,021
($F(1;121) = 20{,}134^{**}; \eta^2 = 0{,}143$)	Komm-F-p	22,332	0,000	0,156
KommEff - grafisch	KommEff-D-p	9,472	0,003	0,073
($F(1;121) = 8{,}343^{**}; \eta^2 = 0{,}065$)	KommEff-D-d	4,500	0,036	0,036
KommEff - symbolisch	KommEff-F-p	11,284	0,001	0,085
($F(1;121) = 7{,}092^{**}; \eta^2 = 0{,}055$)	KommEff-F-d	1,163	0,283	0,010
KommEff - proximal	KommEff-D-p	9,472	0,003	0,073
($F(1;121) = 17{,}280^{**}; \eta^2 = 0{,}125$)	KommEff-F-p	11,284	0,001	0,085
KommEff - distal	KommEff-D-d KommEff-F-d	3,585	0,061	0,029
Objektivität	O-F O-D	0,113	0,737	0,001
Epistemische Überzeugungen	Epi-Beweis-d	0,000	0,991	0,000
	Epi-Abbild-d	1,385	0,242	0,011
	Epi-Zeit-d	1,550	0,216	0,013
	Epi-ErkGew-p	0,217	0,642	0,002
Ästhetik	Aest-D	10,594	0,001	0,081
($F(1;121) = 16{,}642^{**}; \eta^2 = 0{,}121$)	Aest-F	16,934	0,000	0,123

Tab. 8.7: Für den Vergleich der Leistungsextremgruppen relevante Ergebnisse der allgemeinen linearen Modelle bzw. univariaten Varianzanalysen auf der Grundlage von Stichprobe II.

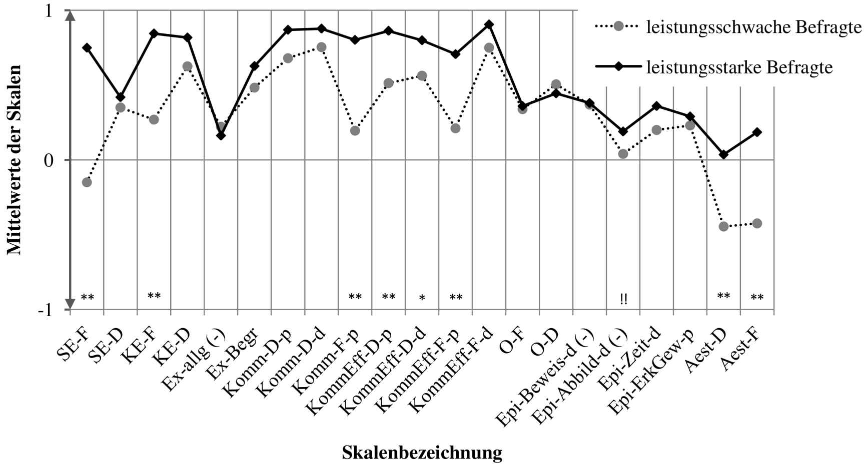


Abb. 8.8: Überblick über den Vergleich der Leistungsextremgruppen (*(*) - (hoch)signifikanter Unterschied zwischen den Leistungsextremgruppen, !! - Interaktion des Faktors Personengruppe mit dem Faktor Leistungsextremgruppe, (-) - hohe Werte auf diesen Skalen sprechen für unerwünschte Vorstellungen)

für weniger nützlich. Lediglich in Bezug auf die proximale Kommunikationseffizienz unterscheiden sich die Leistungsextremgruppen sowohl hinsichtlich der Bewertung physikalischer Gleichungen, als auch hinsichtlich der Bewertung grafischer Darstellungen.[9] Schließlich fällt auf, dass leistungsschwache Befragte mathematischen Darstellungen eine gewisse Ästhetik deutlich absprechen, während leistungsstarke Befragte dies nicht tun und physikalischen Gleichungen tendenziell sogar eine gewisse Ästhetik zugestehen.[10]

Hinsichtlich der epistemologischen Vorstellungen unterscheiden sich die Leistungsextremgruppen nicht voneinander. Hier tritt also der postulierbare Zusammenhang von epistemologischen Vorstellungen und Leistung nicht in Erscheinung. Gleiches gilt für die Themenbereiche Objektivität und Exaktheit, die auch inhalt-

[9] Auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz im Umgang mit grafischen Darstellungen (KommEff-D-p) erreichen leistungsschwache Befragte MW: 0,51, StAbw: 0,70 und leistungsstarke Befragte MW: 0,86, StAbw: 0,57. Auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz im Umgang mit physikalischen Gleichungen (KommEff-F-p) erreichen leistungsschwache Befragte MW: 0,21, StAbw: 0,86 und leistungsstarke Befragte MW: 0,71, StAbw: 0,79.

[10] Auf der Skala zur Ästhetik grafischer Darstellungen (Aest-D) erreichen leistungsschwache Lerner MW: -0,45, StAbw: 0,86 und leistungsstarke Lerner MW: 0,04, StAbw: 0,93. Auf der Skala zur Ästhetik physikalischer Gleichungen (Aest-F) erreichen leistungsschwache Lerner MW: -0,42, StAbw: 0,90 und leistungsstarke Lerner MW: 0,19, StAbw: 0,93.

lich in die Nähe epistemologischer Fragestellungen rücken.[11] Während viele Skalenwerte tendenziell in eine erwünschte, das heißt angemessene Richtung zeigen, ist vor allem die Vorstellung, dass es sich bei physikalischem Wissen, hier in Form von Gleichungen, um ein beweisbares[12] Abbild der Natur[13] handelt, problematisch. Auf diesen Skalen bedeuten positive Werte unerwünschte Vorstellungen.

Zusammenfasend lässt sich festhalten, dass gerade in den Bereichen, die das eigene Lernen von Physik betreffen, Unterschiede zwischen den Leistungsextremgruppen festzustellen sind. Während grafische Darstellungen dabei in der Regel von allen Befragten positiv beurteilt werden, sind die Bewertungen physikalischer Gleichungen in diesen Bereichen diskrepant. Leistungsstarke Schüler beurteilen sie überaus positiv, leistungsschwache Befragte bestenfalls vorsichtig positiv. Vor allem hinsichtlich epistemologischer Fragestellungen ist in der Regel keine unterschiedliche Positionierung der Leistungsextremgruppen festzustellen.

[11] Die Werte für die Skala zur allgemeinen Exaktheit (Ex-allg) lauten MW: 0,19, StAbw: 0,83, für die Skala zur Exaktheit durch Begriffsexplikation (Ex-Begr) MW: 0,55, StAbw: 0,62, für die Skala zur Objektivität grafischer Darstellungen (O-D) MW: 0,48, StAbw: 0,61, für die Skala zur Objektivität physikalischer Gleichungen (O-F) MW: 0,35, StAbw: 0,62, für die Skala zur Veränderbarkeit physikalischer Gleichungen (Epi-Zeit-d) MW: 0,28, StAbw: 0,73 und zur proximalen Erkenntnisgewinnung mit Hilfe physikalischer Gleichungen (Epi-ErkGew-p) MW: 0,26, StAbw: 0,74.

[12] Die Werte für die Skala zur Beweisbarkeit (Epi-Beweis-d) physikalischer Gleichungen lauten MW: 0,38, StAbw: 0,75.

[13] Die Werte für die Skala zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen (Epi-Abbild-d) lauten MW: 0,11, StAbw: 0,72.

9 Zusammenfassung, Diskussion und Ausblick

In diesem letzten Kapitel werden die wesentlichen Ergebnisse des empirischen Teils dieser Arbeit noch einmal zusammengefasst und mit einigen bekannten Befunden und Konzepten früherer Forschung, wie sie in Teil I dieser Arbeit vorgestellt wurden, in Beziehung gesetzt.

Vorweg sei noch einmal auf Kapitel 2 Bezug genommen. Dieses hat sich im Rahmen dieser Arbeit als überdimensioniert für die sinnvolle Interpretation von Vorstellungen Lernender erwiesen. Es bietet aber einen geordneten Zugriff auf Diskussionen der Wissenschaftstheoretikerinnen und -theoretiker. Dieser Zugriff ist eine notwendige Voraussetzung für das Finden einer begründeten Position zur Rolle der Mathematik in der Physik und im Physikunterricht. Wer es mit der Frage nach der Natur der Naturwissenschaften (Physik) ernst meint, der kann die Frage nach der Rolle der Mathematik dabei nicht ignorieren und wird, wie auch schon zur Beantwortung der ersten Frage, Wissenschaftstheorie und -geschichte als hilfreiche Informationsquellen zu schätzen wissen. Erst auf der Grundlage einer solchen Positionierung werden sich unter Einbeziehung der Vorstellungen der Lernenden fundierte Konzeptionen für den Umgang mit der Mathematik beim Lernen von Physik in konkreten Unterrichtskontexten entwickeln lassen. Diesem Fernziel entsprechend wurden in Kapitel 2 verschiedene Positionen zu den Fragen nach der Natur der Physik und Mathematik und zur Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik bzw. zur Frage nach der (verwunderlichen?) Anwendbarkeit vorgestellt.

Im Rahmen des empirischen Teils wurde versucht, Vorstellungen Physiklernender zur Rolle der Mathematik in der Physik zu ermitteln. Unter Vorstellungen wurde dabei Folgendes verstanden (vgl. Abschnitt 3.1.4):

> Vorstellungen sind zugängliche mentale Repräsentationen von Objekten, Vorgängen, Sachverhalten, Personen, Begriffen oder anderen „Dingen“, die kognitive, affektive und motivationale (evt. auch behaviorale) Komponenten besitzen und in mehr oder weniger strukturierte Vorstellungssysteme eingebunden sind. Sie sind Einheiten menschlicher Kognition, die Denken, Fühlen und Handeln beeinflussen und zeitlichen Veränderungen unterliegen.

Solche Vorstellungen wurden mit Hilfe eines Fragebogens erhoben. Die bisher vorliegenden Forschungsbefunde in angrenzenden Forschungsfeldern legten es dabei nahe, die Faktoren Alter, Geschlecht und Leistung als einflussreiche Faktoren hinsichtlich der Vorstellungsausprägung zu betrachten (vgl. Abschnitt 3.5 ff.) und die Vorstellungen hinsichtlich des eigenen Lernens von Physik und des wissenschaftlichen Physikbetriebes zu unterscheiden. Schließlich wurde auch eine Unterscheidung der Vorstellungen bezüglich symbolischer und grafischer Repräsentationsformen vorgenommen.

9.1 Ergebnisse der Inhaltsanalyse

Insbesondere dienten zwei offene Fragen dazu, einen ersten Eindruck von den Vorstellungen der Lernenden zu erhalten. Diese offenen Fragestellungen lieferten Daten, aus denen sich ein wenig elaboriertes Bild der Vorstellungen von der Mathematik in der Physik rekonstruieren lässt. Insbesondere konnten in den Antworten keine oder kaum Hinweise auf ein ausgeprägtes wissenschaftstheoretisches Vorverständnis gefunden werden. Versuche, die Fragen nach dem Wesen der Physik und der Rolle der Mathematik in der Physik aus historischer Perspektive zu beantworten, sind ebenfalls nicht erkennbar. Insofern sind die Ausführungen in Kapitel 2 als Reflexionsfolie für die Vorstellungen wenig adäquat (zu elaboriert); mit ihrer Darstellung wurde dieser Zweck allerdings auch nur bedingt verfolgt. Am ehesten spiegeln die Ausführungen der Lernenden stark vereinfachte Versionen allgemeiner Auffassungen wider, wie sie z. B. in Lexika oder eben Schulbüchern zu finden sind (vgl. Abschnitt 2.1). Dies ist für Schülerinnen und Schüler kaum anders zu erwarten, für zukünftige Lehrerinnen und Lehrer hingegen problematisch.

Fest steht jedoch, dass Mathematik als Bestandteil von Physik wahrgenommen wird; bei den Schülerinnen und Schülern ist davon auszugehen, dass es sich um einen wesentlichen Bestandteil handelt (immerhin ein Viertel aller Kodiereinheiten lassen bei konservativer Schätzung einen Mathematikbezug erkennen). Dies deckt sich nicht nur mit der Erfahrung von Lehrkräften sondern auch mit fachdidaktischen Forschungsbefunden, wie sie in der Literatur zu finden sind und insbesondere in Abschnitt 3.7 dargestellt wurden (z. B. der Denkrahmen Formelfixierung nach Schecker (1985, S. 199) oder die Befunde von Angell u. a. (2004, S. 696)). Erstaunlich und in gewissem Widerspruch zu vorliegenden Forschungsergebnissen (z. B. den gängigen Interpretationen der Ergebnisse der IPN-Interessenstudie (Hoffmann u. a., 1998)) ist die Tatsache, dass die befragten Lernenden im Allgemeinen wenig emotional auf die Fragen reagiert haben (Studierende noch weniger als Schülerinnen und Schüler) und dass dann überwiegend positive Assoziationen zur Physik und zur Rolle der Mathematik in der Physik vorzuliegen scheinen. Das Verhältnis der beiden Wissenschaften wird von Schülerinnen und Schülern insofern verzerrt beurteilt, als sie im Mittel die Mathematik eher als Grundlage für die Physik, die Physik also als angewandte Mathematik verstehen. Studierende neigen seltener zu dieser Beurteilung, und im Mittel wird hier der Werkzeugcharakter der Mathematik aus Sicht der Physik ebenso häufig betont. Vorstellungen über das Wechselspiel der beiden Wissenschaften oder ihre gegenseitige Abhängigkeit sind meines Erachtens bisher nicht Gegenstand physik- oder mathematikdidaktischer Forschung.

Das Kernergebnis dieser Untersuchung ist jedoch nicht die Feststellung, dass Schülerinnen und Schüler der Mathematik eine Rolle in der Physik zusprechen, also über Vorstellungen in diesem Bereich verfügen, sondern das sich ergebende rekonstruierte Bild von der Rolle der Mathematik in der Physik. Dieses äußert sich in den Beschreibungen der Schülerinnen und Schüler insbesondere durch das

Rekurrieren auf konkrete Erfahrungen, nämlich den Umgang mit konkreten mathematischen Inhalten bzw. den Verweis auf mathematische Tätigkeiten. Für die Studierenden hingegen stehen Auswirkungen des Einsatzes von Mathematik im Vordergrund, wenn sie versuchen, die Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik zu beantworten.

Insbesondere bei den Schülerinnen und Schülern, so scheint es, ist das Bild von der Rolle der Mathematik in der Physik durch den rechnerischen Umgang mit Formeln und überwiegend formale Tätigkeiten geprägt. Mathematik wird nicht als Strukturen sichtbar machendes Werkzeug verstanden. Dieses Bild steht in Einklang mit Befunden von Schecker (1985), Grigutsch (1996), Köller u. a. (2000), Tuminaro (2004), Angell u. a. (2004), Bing (2008) u. a. (vgl. insbesondere Abschnitt 3.7, aber auch 3.5), ist jedoch unter Anwendung einer anderen Methode (Inhaltsanalyse) entstanden. Die Vorstellung, dass Mathematik in der Physik mit der Verwendung von Formeln gleichzusetzen ist, die jedoch nicht mit negativen subjektiven Beurteilungen einhergeht, deutet in eine ähnliche Richtung wie Befunde von Müller und Heise (2006), wonach Formeln als hilfreich wahrgenommen werden können. Für die Studierenden ist die Assoziation von Formeln und formalen Tätigkeiten zur Mathematik scheinbar wesentlich geringer ausgeprägt. Hingegen ist Studierenden (bzw. leistungsstarken Schülerinnen und Schülern) die Formalisierung, die mit der Verwendung von Mathematik einhergeht, wesentlich gegenwärtiger als (leistungsschwachen) Schülerinnen und Schülern. Wie stark das Bild von der Rolle der Mathematik in der Physik an physikalische Gleichungen gebunden ist, zeigt auch die Tatsache, dass auf eine symbolisch-algebraische Darstellungsform ca. fünfmal so oft rekurriert wird wie auf eine grafische Repräsentationsform (vgl. Kapitel 4).

9.2 Ergebnisse der Skalenauswertungen: Funktionen der Mathematik in der Physik

Der zweite Teil empirischer Ergebnisse basiert auf entwickelten und mittels Strukturmodellen als qualitativ hochwertig identifizierten Skalen, deren Eignung für den Mehrgruppenvergleich ebenfalls unter Verwendung der Strukturmodellmethodik nachgewiesen wurde. Es handelt sich dabei um Skalen zu Vorstellungen von den Funktionen, die der Mathematik in der Physik zukommen und um Skalen zu epistemologischen Vorstellungen im Zusammenhang mit der Rolle der Mathematik in der Physik. Zusätzlich wurde das Selbsterleben im Umgang mit mathematischen Darstellungen erhoben. Die Auswahl der Konstrukte orientierte sich an der Frage, ob und wie Mathematik beim Lernen von Physik sinnstiftend verwendet werden kann.

Bezüglich dieses letzten Punktes zeigt sich auch hier relativ überraschend, dass das Selbsterleben im Umgang mit mathematischen Darstellungen nicht negativ erlebt wird. Die Lernenden scheinen der Mathematik eher neutral gegenüber zu stehen, was in Anbetracht anderer Ergebnisse (z. B. Hoffmann u. a. (1998)) erstaunt, insbesondere aber unter Berücksichtigung der Tatsache, dass Mathematik als ausgesprochen nützlich betrachtet wird (z. B. Kislenko, 2009; Kaiser und Maaß, 2006; Maaß, 2006), auch nachvollziehbar ist (vgl. Abschnitt 3.5). Während das Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen generell leicht positiver betrachtet wird als das Selbsterleben im Umgang mit physikalischen Gleichungen, ist insbesondere ein leistungsabhängiger Unterschied relevant, der als Hinweis dafür angesehen werden kann, wie möglicherweise der Umgang mit Mathematik in der Physik zielorientiert beeinflusst werden kann. Es zeigt sich nämlich, dass sich leistungsschwache und leistungsstarke Lernende im Umgang mit grafischen Darstellungen ähnlich positiv erleben, während der Umgang mit physikalischen Gleichungen von den leistungsstarken Lernenden deutlich positiver erlebt wird als von den leistungsschwachen Lernenden. Während dieser Befund auch den Beobachtungen einiger Lehrkräfte entspricht, ist er dennoch nicht trivial und meines Wissens bisher nicht in der vorliegenden Allgemeinheit sondern lediglich problemspezifisch in engen Kontexten festgestellt worden (vgl. z. B. Presmeg (2006)). Die Relevanz des Selbsterlebens lässt sich dabei auch aus psychologischen Untersuchungen wie sie in Abschnitt 3.2 vorgestellt wurden begründen (vgl. z. B. Abb. 3.3). Neben dieser leistungsspezifischen Wahrnehmung des Selbsterlebens ist - je nach Lesart - diesen Befund stützend oder ergänzend festzustellen, dass sich Studierende für ein Lehramt im Fach Physik beim Umgang mit beiden Repräsentationsformen positiver erleben als die befragten Schülerinnen und Schüler. Beide Befunde bestätigen die auch in anderen Untersuchungen zu findende und plausible Relevanz von Alter und Leistung bei der Erhebung von Vorstellungen (vgl. Abschnitt 3.4 ff.).

Für den Bereich der kognitiven Entlastung werden sowohl grafische Darstellungen als auch physikalische Gleichungen eher positiv beurteilt. Im Umgang mit ihnen wird also eine kognitiv entlastende Funktion wahrgenommen, wie sie zunächst theoretisch postuliert bzw. von Experten wahrgenommen wird (vgl. Abschnitt 2.3.3.1). Erneut zeigt sich ein zu erwartender Einfluss des Faktors Leistung. Während leistungsstarke Lernende repräsentationsformunabhängig eine Entlastung wahrnehmen, werden grafische Darstellungen von leistungsschwachen Lernenden zwar ebenso entlastend wahrgenommen, gegenüber physikalischen Gleichungen aber deutlich präferiert. Erneut zeigt sich die aus dem Bereich des Selbsterlebens bekannte Situation beim Vergleich der Schülerinnen und Schüler mit den Studierenden. Insofern erhärtet sich der oben benannte Hinweis auf eine Beeinflussung konkreter Lehr-Lernprozesse und legt es z. B. nahe, insbesondere für leistungsschwächere Lernende auf den Einsatz grafischer Darstellungen zu setzen oder gerade bei diesen Lernenden den Umgang mit Gleichungen spezifisch zu fördern. Erstaunlich ist die grundsätzlich wahrgenommene kognitive Entlastung insofern, als weithin die Meinung besteht, dass Physik gerade durch die Verwendung von Mathematik „schwer" ist, die Mathematik also Barrieren in den Weg stellt, die für einige Lernende zu hoch sind, um sie zu überwinden (vgl. z. B. Michelsen, 2005, S. 202). Andererseits beziehen sich die Operationalisierungen auf bestimmte

Repräsentationsformen, so dass genau genommen diese als kognitiv entlastend bewertet werden, was schon weniger überraschend ist (vgl. die Ausführungen dazu in Kapitel 4). Der Befund spezifiziert in gewisser Hinsicht Ergebnisse, nach denen Mathematik im Allgemeinen als nützlich (vgl. Abschnitt 3.5) oder von einigen Lernenden als „informationshaltig“ betrachtet wird (vgl. insbesondere Abschnitt 3.7).

Eine weitere Funktion, die die Mathematik in der Physik übernimmt und die auch von Lernenden erkannt wird, ist die Kommunikationsfunktion (vgl. Abschnitt 2.3.3.3 und die Ausführungen in Abschnitt 2.3.3.1). Für beide Repräsentationsformen werden auf den entsprechenden Skalen hohe Werte erzielt. Die Kommunikationsfunktion wird also im Allgemeinen anerkannt. Dies ist in gewisser Weise überraschend, da bei der Erstellung und Dekodierung grafischer und algebraischer Darstellungen ein unter Umständen nicht unerheblicher kognitiver Aufwand betrieben werden muss. Diesem Gedanken entsprechend ist es dann auch nicht verwunderlich, dass bezüglich der Vorstellungen zur allgemeinen Kommunikationsfunktion der Faktor Leistung differenzierend wirkt. Während Lernende durchweg grafische Darstellungen in eigenen (und professionellen) physikalischen Kommunikationsprozessen als hilfreich betrachten, ist dies für physikalische Gleichungen nicht der Fall. Leistungsstarke Lernende nehmen zwar physikalische Gleichungen für eigene Kommunikationsprozesse als ebenso hilfreich wahr wie grafische Darstellungen, leistungsschwache Lernende hingegen tun dies in weitaus geringerem Umfang. Zwar werden in der fachdidaktischen Literatur Sprachebenen unterschieden, die auch anhand der verwendeten Repräsentationsformen charakterisiert werden (vgl. Kapitel 4), eine Beurteilung der Nützlichkeit solcher Darstellungsformen aus Sicht der Lernenden, liegt meines Wissens nicht vor.

Zur Frage nach der Kommunikationseffizienz liegen ähnlich einsichtige Ergebnisse vor. Während Lernende grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen für ähnlich förderlich für die Kommunikation zwischen Physikerinnen und Physikern halten, ist dies im Bereich persönlicher Kommunikation nicht so. Hier werden grafische Darstellungen ähnlich positiv gesehen, physikalischen Gleichungen gegenüber sind die Lernenden jedoch deutlich skeptischer. Leistungsspezifische Unterschiede fallen erwartungsgemäß und der allgemeinen Darstellung entsprechend aus. Das heißt, grafische Darstellungen werden von allen Lernenden leistungsunabhängig sowohl für persönliche physikbezogene Kommunikationsprozesse als auch für die Kommunikation zwischen Wissenschaftlern als förderlich und die Effizienz steigernd betrachtet. Während sich die Leistungsextremgruppen für den Bereich der physikalischen Gleichungen in ihrem Urteil über deren Förderlichkeit für die Kommunikation zwischen Physikerinnen und Physikern einig sind und eine effizienzsteigernde Wirkung wahrnehmen, unterscheiden sie sich in der Bewertung hinsichtlich ihrer eigenen Kommunikationsprozesse. Leistungsstarke Lernende nehmen physikalische Gleichungen diesbezüglich deutlich positiver wahr als leistungsschwache Lernende. Damit verfestigt sich der Hinweis darauf, dass leistungsschwache Lernende multikategorial den Umgang mit grafischen Darstellungen positiver bewerten als den Umgang mit physikalischen Gleichungen. Dass auch Gleichungen in relativ hohem Ausmaß eine Kommunikationsfunktion zugeschrieben wird, ist z. B. mit Befunden von Müller und Heise (2006) vereinbar.

Dass Mathematik einen gewissen universellen Wahrheits- und Gültigkeitsanspruch erhebt, wird z. B. von Ullmann (2008) eindrücklich vertreten. Dieser Anspruch ergibt sich aus der Strenge und Exaktheit, mit der die Mathematik vorgeht (vgl. Abschnitt 2.2). Dass sich aus der ebenfalls bezweifelbaren (vgl. Heintz (2000)) Exaktheit noch kein Gültigkeits- oder Wahrheits- oder Zuständigkeitsanspruch zwangsläufig ableiten lässt und dass insbesondere die Exaktheit physikalischer Aussagen im Allgemeinen nicht an die mathematische Darstellung gebunden ist, scheint eine Erkenntnis zu sein, die sich im Verlauf des Lernprozesses entwickelt (Es handelt sich lediglich um eine Quasi-Längsschnittstudie!). Schülerinnen und Schüler sind jedenfalls eher der Meinung, dass diese Verbindung besteht, während Studierende solche Behauptungen eher ablehnen. Gleichzeitig – und hier sind Bezüge zu den theoretischen Überlegungen von Frey (1967) zu erkennen (vgl. Abschnitt 2.3.3.2) – ist es allen Befragten eher einsichtig, dass Begriffsklarheit und Mathematisierung einander bedingen. Dies ist für Studierende in stärkerem Ausmaß der Fall als für Schülerinnen und Schüler. Diese Befunde sind leistungsunabhängig.

Hinsichtlich der Frage nach der wahrgenommenen Objektivität, die mit dem Einsatz von Mathematik einhergeht und hier im Sinne von Überprüfbarkeit operationalisiert wurde (vgl. die Items der Skalen auf S. 356), ist festzustellen, dass mathematischen Darstellungen eine die Überprüfbarkeit erleichternde bzw. Objektivität erzeugende Funktion tendenziell zugesprochen wird. Grafische Darstellungen werden diesbezüglich positiver bewertet als physikalische Gleichungen. Dieses Ergebnis überrascht einigermaßen, denn gerade grafische Darstellungen lassen sich bekanntlich sehr einfach gezielt manipulieren. Dies sollte auch schon Schülerinnen und Schülern bekannt sein. Scheinbar ist dies aber erst für ältere Schülerinnen und Schüler der Fall. Befragte der 10. Klassenstufe beurteilen die durch mathematische Darstellungen erreichte Objektivität jedenfalls positiver. Hier eine Verbindung zu theoretischen Ansätzen wie dem von Ullmann (2008) zu konstruieren, wäre sicher nicht legitim – insbesondere in Anbetracht der vorliegenden Operationalisierung von Objektivität. Allerdings stimmt es dennoch vorsichtig optimistisch, dass fortgeschrittene Lernende hinsichtlich der mit mathematischen Darstellungen in der Physik einhergehenden Exaktheit und Objektivität eine kritischere Perspektive einnehmen als jüngere Lernende – insbesondere da zu Mathematik an sich und unabhängig vom Alter der Befragten Sicherheit assoziiert wird (vgl. die Ausführungen von de Corte u. a. (2002) in Anknüpfung an Hofer und Pintrich (1997); S. 107 in dieser Arbeit).

Die oftmals von Physikerinnen und Physikern behauptete Ästhetik (vgl. z. B. das Feynman-Zitat auf S. 71) und ggf. auch deren Rolle bei der Generierung physikalischen Wissens (vgl. insbesondere die Ausführungen zum Anwendungsproblem in Abschnitt 2.3.2.1) ist für Lernende eher nicht nachvollziehbar. Schülerinnen und Schüler und gruppenübergreifend die leistungsschwachen Befragten beurteilen die Ästhetik beider Repräsentationsformen jedenfalls ablehnend. Studierende und gruppenübergreifend die leistungsstarken Befragten hingegen beurteilen beide Repräsentationsformen leicht positiv. Ob hier eine Art Sozialisation zum Tragen kommt oder gänzlich andere Faktoren wirken, muss offen bleiben. Anzunehmen ist jedoch, dass es sich dabei nicht um einen monokausalen Zusammenhang handelt - vorausgesetzt, man ist auf der Grundlage der Daten dieser Querschnittsstudie gewillt, überhaupt eine Entwicklung zu unterstellen. Hingewiesen sei einschränkend ebenfalls auf die nur aspekthafte Operationalisierung von „Ästhetik“.

9.3 Ergebnisse der Skalenauswertungen: epistemologische Vorstellungen zur Mathematik in der Physik

Für den Bereich der epistemologischen Vorstellungen konnten vier Skalen entwickelt werden. Diese erfassen die Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen im persönlichen Lernprozess (proximal), die Ausprägungen einer naiv realistischen Vorstellung von physikalischen Gleichungen, einer Vorstellung von der zeitlichen Veränderbarkeit des in physikalischen Gleichungen enthaltenen Wissens und einer Vorstellung über die Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen. Eine Operationalisierung dieser Konstrukte war schwierig und hat zu brauchbaren, aber nicht sehr guten Ergebnissen geführt. Insofern sind hier Vorbehalte angebracht. Die Skalen zur „Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen“ und zur „Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen“ lassen sich dabei als domänenspezifische Aspekte der Dimension „Quelle des Wissens (source of knowledge)“ in den Modellen von Schommer (1990) oder Hofer und Pintrich (1997) verstehen, wie sie in Abschnitt 3.4 vorgestellt wurden. Die Skala zur „zeitlichen Veränderbarkeit physikalischer Gleichungen“ stellt domänenspezifische Bezüge zur Dimension „Sicherheit (certainty bzw. certain knowledge)“ in den Modellen von Hofer und Pintrich (1997) bzw. Schommer (1990) dar (vgl. Abschnitt 3.4). Die Skala zur „naiv realistischen Deutung physikalischer Gleichungen“ stellt Bezüge zu einer platonistischen Sichtweise (vgl. Ernest (1989a, 1991) oder Abschnitt 3.5.1) her.

Mit diesem Bezug zu epistemologischen Vorstellungen (vgl. Abschnitt 3.4) ist es nicht überraschend, dass sich hier ähnliche Befunde feststellen lassen. Insbesondere passen auch die vorliegenden Daten zu einer unterstellten Entwicklung der Vorstellungen, wie sie schon von Schommer (1993b) beschrieben wurde. So sind die erwünschte Vorstellung von der Veränderbarkeit physikalischen Wissens auch in Form von Gleichungen bzw. die inadäquate Vorstellung von der Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen einer Entwicklung unterworfen, die in die gewünschte Richtung verläuft. Aber auch bei den Studierenden sind deutliche Verbesserungspotenziale vorhanden. Die naiv realistische Vorstellung, dass physikalische Gleichungen ein Abbild der Natur sind, entwickelt sich für leistungsschwache Lernende praktisch nicht. In der Gruppe der leistungsstarken Lernenden ist eine Entwicklung in die gewünschte (abnehmende) Richtung auch hier festzustellen. Diese Befunde deuten einen Zusammenhang zwischen epistemologischen Vorstellungen und Leistung an. Lediglich die Vorstellungen von der Rolle physikalischer Gleichungen bei der Erkenntnisgewinnung im Rahmen persönlicher Lernprozesse scheint unabhängig von allen erhobenen Faktoren konstant leicht positiv zu sein. Dies ist insofern verwunderlich, als das Ausmaß mathematischer Beschreibungen im Studium erheblich größer ist als in der Schule. Scheinbar wird aber kein persönlicher Erkenntnisgewinn mit diesem größeren Anteil an Mathematik verknüpft.

Bezüglich der epistemologischen Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik lässt sich damit ein überraschend positives Fazit ziehen. Zwar sind die Vorstellungen in allen Gruppen ausbaufähig, sie unterliegen aber im Wesentlichen einer Entwicklung in die gewünschte Richtung.

9.4 Forschungsfragen und Forschungsantworten

In Abschnitt 5.4 (siehe Seite 162 ff.) dieser Arbeit wurden fünf zentrale Forschungsfragen formuliert. Hier soll noch einmal explizit auf sie Bezug genommen werden. Antworten auf diese Fragen sind in der Arbeit enthalten und zum Teil in diesem letzten Kapitel bereits zusammengefasst worden. Dies trifft insbesondere auf die Forschungsfragen I. (vgl. Abschnitt 9.1) und II. bzw. V.1.-3. (vgl. Abschnitte 9.2 und 9.3) zu. Bezüglich beider Fragen haben sich die bisherige Forschung ergänzende, nicht triviale Ergebnisse ergeben. Insbesondere scheint eine „Formelorientierung“ empirisch nachweisbar zu sein, und die Faktoren Personengruppe und Leistung stellen sich als besonders einflussreich heraus. Außerdem werden ausbaufähige Instrumente für etwaige Anschlussforschungen zur Verfügung gestellt. Bezüglich der Forschungsfragen IV. bzw. V.5. sind ebenfalls Andeutungen gemacht worden. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass eine Unterscheidung der Repräsentationsformen sinnvoll ist und den empirischen Daten entspricht. Vor allem für ihr persönliches Lernen werden hier von den Befragten relevante Unterschiede wahrgenommen. Diese Wahrnehmungsunterschiede sind zumeist leistungsabhängig und fallen durchweg zugunsten grafischer Darstellungen aus; insbesondere ist dies für leistungsschwächere Lernende zutreffend. Und schließlich hat sich bezüglich der Forschungsfragen III. und V.4. herausgestellt, dass eine Unterscheidbarkeit der Konstruktebenen, wie sie von Hogan (2000) postuliert wird, hier mit den verwendeten Operationalisierungen auf struktureller Ebene nicht nachgewiesen werden konnte (vgl. Kapitel 7). Ignoriert man diesen Befund und vergleicht die Ausprägungen auf den jeweiligen (durch konfirmatorische Faktorenanalyse bestätigten) Skalen, so findet man ein gemischtes Bild (vgl. Abschnitt 8.4). Insofern bleibt das Konstrukt gerade auch wegen seiner theoretischen Plausibilität attraktiv, scheint aber kontextspezifisch zu sein und einer aufwendigeren Operationaliserung zu bedürfen, als sie hier vorgenommen wurde.

9.5 Ausblick

In dieser Arbeit, die von ihrem Autor als Beitrag zur physikdidaktischen Lehr-Lern-Forschung – ohne direkten Anwendungsbezug – verstanden wird, wurde versucht, Vorstellungen Lernender zur Rolle der Mathematik in der Physik zu identifizieren. Dabei handelt es sich um einen insbesondere im deutschsprachigen Raum ersten Zugriff diesen Umfangs in der neueren physikdidaktischen Forschung.[1] In ihr wurde versucht, eine breite multidisziplinäre Grundlage für die weitere physikdidaktische Auseinandersetzung mit der Frage nach der Rolle der Mathematik in der Physik zu schaffen. Sollte sich im Rahmen weiterer unterrichtsnäherer Überlegungen herausstellen, dass dieser Rahmen zu breit gewählt ist, so wäre dies keine Überraschung. Eine begründete Einengung des relevanten Rahmens scheint mir jedenfalls vielversprechender als eine unterrichtsnahe Auseinandersetzung auf der Grundlage von unreflektierten Vorstellungen, Denk- und Handlungsgewohnheiten, Ideologien, Visionen, etc., deren Beschränktheit in der Regel erst nachträglich sichtbar werden. Der empirische Teil dieser Arbeit macht über weite Strecken Gebrauch von vereinfachenden Operationalisierungen und versteht sich als einen ersten Zugriff auf das Forschungsfeld.

Anschlussstudien sind nicht nur wünschenswert, sondern dringend notwendig, denn eine reflektierte und nach wissenschaftlichen Erkenntnissen auf der Höhe Zeit und der Multiperspektivität des Feldes gerecht werdende Empfehlung für den praktischen Umgang mit der Mathematik im Physikunterricht, die ggf. normative Setzungen offen legt, ist ein Forschungsziel, dessen Erreichen in weiter Ferne liegt. Die vorliegende Arbeit stellt einen Schritt auf dem Weg dorthin dar.

Neben Arbeiten, die dieses Fernziel aus völlig anderen Perspektiven ansteuern können, scheinen mir bezogen auf den einen kleinen Baustein der Vorstellungen Lernender über die Mathematik in der Physik, unter Anderem Arbeiten sinnvoll, die

- die vorliegenden Ergebnisse mit anderen (insbesondere qualitativen) Methoden zu replizieren versuchen, um sie so abzusichern oder in Frage zu stellen und gleichzeitig das vorhandene Bild zu erweitern und zu vertiefen,
- die vorliegenden Instrumente verbessern und erweitern,
- Ergebnisse und Fragestellungen sinnvoll zu anderen physikdidaktischen Forschungsfeldern, insbesondere der Forschung in den Bereichen „Natur der Naturwissenschaften“ und „Problemlöseexpertise“ in Beziehung setzen,
- den Einfluss von Vorstellungen über die Rolle der Mathematik in der Physik auf physikhaltige Lehr-Lern-Prozesse genauer untersuchen,

[1] Die letzte umfängliche und systematische, thematisch aber völlig anders geartete Auseinandersetzung mit dem Thema stammt von Liebers (1983).

- der zeitlichen Stabilität, Situativität, Kontextabhängigkeit und Domänenspezifizität von Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik nachgehen.

Mit diesen und weiteren Arbeiten ließen sich einige Anhaltspunkte für die Konzeption eines schülerorientierten, sinnstiftenden und verständigen Einsatzes von Mathematik beim Lernen von Physik gewinnen, während zugleich einige Instrumente zur Evaluation entsprechender Lernarrangements erprobt würden.

Ausdrücklich gewarnt werden soll an dieser Stelle vor einer – aus Sicht des Autors vorschnellen und daher hier konsequent unterbliebenen – Ableitung praxisrelevanter Empfehlungen. Die vorliegenden Forschungsergebnisse (jedenfalls die in dieser Arbeit enthaltenen) lassen sich auf verschiedene Weise interpretieren und führen je nach Vorwissen, eigenen Wertvorstellungen etc. zu ganz verschiedenen möglichen „Handlungsrezepten“. Dies liegt schlicht und einfach an dem defizitären Forschungsstand auf diesem Gebiet.

Beispielsweise wäre es naheliegend aufgrund der vorgestellten Ergebnisse den verstärkten Einsatz von grafischen Darstellungen zu empfehlen, um motivationale und kognitive Ressourcen der Lernenden zu aktivieren und insbesondere leistungsschwächere Lernende zu unterstützen, ohne leistungsstärkeren Lernenden im Weg zu stehen. Man kann diese Vermutung stringent aus den vorliegenden Ergebnissen generieren, eine begründete Empfehlung aussprechen kann man jedoch nicht. Denn hier wurden lediglich Selbstauskünfte eingeholt, die vermeintlich kontextunabhängig und domänenübergreifend erhoben wurden. Ob eine „objektivere“ Erhebung (Fremdeinschätzung) in einer konkreten Unterrichtssituation, bei der Behandlung eines konkreten Gegenstandes aus der Mechanik, Elektrizitätslehre oder Optik zu gleichen Ergebnissen führt oder nicht, bleibt hier völlig offen. Weiterhin liegen andere Forschungsbefunde vor, die große Schwierigkeiten Lernender im Umgang mit grafischen Darstellungen aufzeigen (Wilhelm, 2005). Ein Bezug zu hier implizit bleibenden, übergeordneten und konkreten Zielen des Physikunterrichts schließlich hat entscheidenden Einfluss auf die Beurteilung der oben exemplarisch und probeweise formulierten Empfehlung. Einen konkreten Beitrag zur Beantwortung der Frage nach dem Umgang mit der Mathematik im Physikunterricht stellt die Arbeit aus meiner Sicht zwar dar, sie ist aber nicht die Lösung selbst und diese kann auch nicht aus ihr allein heraus generiert werden.

Es war Motivation dieser Arbeit, dass sich mir gerade der Umgang mit Mathematik im Physikunterricht als Schlüsselproblem des Physikunterrichts darstellte und darstellt, von dessen Lösbarkeit und Lösungsnotwendigkeit ich überzeugt bin. Wenn ich mich dennoch gegen das Aussprechen von Handlungsempfehlungen entscheide, dann aus forschungsethischen Gründen, die eine Verantwortung des Forschenden für seine Ergebnisse implizieren – in diesem Fall gegenüber der Community selbst, deren Glaubwürdigkeit ich für relevant halte, gegenüber Lehrerinnen und Lehrern sowie Schülerinnen und Schülern, denen mit elaborierten Vermutungen nicht geholfen ist.

***

„Data is not information, information is not knowledge,
knowledge is not understanding, understanding is not wisdom."
(C. Stoll & G. Schubert[2])

***

„Not everything that can be counted counts, and not everything
that counts can be counted."
(W. B. Cameron[3])

***

[2] zitiert nach Keeler (2006, S. 112)
[3] Cameron (1963, S. 13)

A Anhang: Erhebungsinstrumente

A.1 Leitfaden für die Interviews im Rahmen der Pilotstudie

Die im Rahmen der Pilotstudie durchgeführten Interviews orientierten sich an dem folgenden, das Gespräch grob strukturierenden Interviewleitfaden.

<table>
<tr><th></th><th>Gesprächsinhalte und Anstrukturierung des Gesprächs</th></tr>
<tr><td>Einleitung</td><td>Begrüßung, Vorhaben erklären (Meinungserhebung: kein richtig/falsch, nicht versuchen zu erraten, was ich hören will!)
einfache Fragen zum Warmwerden: Alter, Lieblingsfächer, Berufswunsch, Noten (Ma, Phy), Selbsteinschätzung (Ma, Phy).</td></tr>
<tr><td>Hauptteil</td><td>Folgende Fragen sollten während des Gesprächs flexibel angesprochen werden (ca. 30 min):

• Was verstehst du unter Physik?
• Was verstehst du unter Mathematik?
• Welche Rolle spielt die Mathematik deiner Ansicht nach in der Physik? (mögliche Nachfragen: Wie verhalten sich Physik und Mathematik zueinander? Was sind Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Mathematik und Physik?)
• Wie ergeht es dir im Umgang mit Mathematik im Physikunterricht? Kannst du ein Beispiel schildern?
• Welche Voraussetzungen sollte jemand mitbringen, der gut in Physik sein will?
• Warum benutzen Physiker Mathematik – Gleichungen und grafische Darstellungen? (mögliche Nachfrage: Welche Funktionen erfüllt die Mathematik in der Physik?)
• Findest du es erstaunlich, dass die Mathematik so gut auf die Natur passt? Warum (nicht)?
• Wie kommt man vom Phänomen zur Formel?

Fragebogen durchgehen und laut denken lassen. Primäres Ziel: Verständnisschwierigkeiten identifizieren (ca. 30 min).
explizit nach „grafischen Darstellungen“ und „Formeln“ fragen, Beschriftung der Abstufungen kommentieren lassen (unipolar/bipolar?)</td></tr>
<tr><td>Abschluss</td><td>Dank und viel Erfolg ...</td></tr>
</table>

A.2 Fragebogen der Pilotstudie

Fragebogen zur Rolle der Mathematik in der Physik
- Version 0.g -

Olaf Krey, Prof. Helmut F. Mikelskis

Universität Potsdam

Bitte entwickeln Sie zunächst entsprechend der folgenden Anleitung eine Kennung, die ihre Anonymität sichert.

1. erster Buchstabe des Vornamens Ihrer leiblichen Mutter
2. erster Buchstabe Ihres Geburtsortes
3. letzter Buchstabe Ihres Vornamens
4. zweite Ziffer Ihres Geburtstages (Bsp. 9. März = 09. März ==>9)
5. erste Ziffer ihrer Hausnummer (Teststr. 9 ==>9, Schafstr. 12 ==>1)

☐☐☐☐☐

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

vielen Dank für Ihre Bereitschaft, sich an dieser Umfrage zu beteiligen.

Im Physikunterricht spielt die Mathematik eine wesentliche Rolle. Kaum ein Thema der Physik kommt ohne eine Formel oder ein Diagramm aus. Um mehr darüber zu erfahren, wie Sie die Rolle der Mathematik in der Physik einschätzen, ist der folgende Fragebogen entworfen worden, in dem Ihnen verschiedene Aufgaben präsentiert werden. Zum Teil werden Sie um eigene Ideen gebeten, zum Teil besteht Ihre Aufgabe lediglich darin, ihre Meinung zu einer Aussage durch ein Kreuz zu kennzeichnen. Bitte lesen Sie sich alle Aufgabenstellungen aufmerksam durch.

Es gibt bei der Beantwortung der Fragen kein richtig oder falsch! Wir sind ausschließlich an Ihrer Meinung interessiert, nicht an der eines Lehrers oder eines Schulbuches.

Ausschließlich aus Gründen der Lesbarkeit wurden in den Aufgaben nur die männlichen Formen von Schülerinnen und Schülern, Physikerinnen und Physikern usw. verwendet. Wir meinen immer Personen beider Geschlechter.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Olaf Krey,
Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

1. Füllen Sie bitte zunächst die folgenden drei Tabellen aus!

Alter	Klasse	Geschlecht	letzte Zeugnisnote in		
			Physik	Mathe	Deutsch

Meine drei Lieblingsfächer sind ...		
1. Wahl:	2. Wahl:	3. Wahl:

Studienfach- bzw. Berufswunsch nach dem Schulabschluss		
1. Wahl:	2. Wahl:	3. Wahl:

- 2 -

2. Was zeichnet Physik aus? Nennen Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Physik.

- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________

3. Was zeichnet Mathematik aus? Nennen Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Mathematik.

- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________

4. Beschreiben Sie kurz die Rolle der Mathematik in der Physik.

- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________
- ______________________

- 3 -

5. Im Folgenden werden Ihnen Aussagen vorgelegt. Achten Sie darauf, dass sich einige Aussagen auf die Physik als Wissenschaft und andere auf Ihr persönliches Lernen von Physik in der Schule beziehen. Geben Sie an, inwieweit die folgenden Aussagen auf Sie zutreffen.

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
1	Physiker verringern die Komplexität eines Problems, indem sie grafische Darstellungen benutzen.					
2	In der Physik kann man erst sinnvoll mathematisieren, wenn die zugrunde liegenden Begriffe exakt definiert sind.					
3	Das Ziel der Physik besteht darin, die Natur mathematisch zu beschreiben.					
4	Für Physiker ist ein physikalisches Gesetz einfacher zu verstehen, wenn es grafisch dargestellt ist.					
5	Im Physikunterricht dient die Mathematik oft der Verständigung.					
6	Physiker sparen durch das Benutzen mathematischer Formeln Zeit.					
7	Physiker verringern die Komplexität eines Problems, indem sie Formeln benutzen.					
8	Es fällt mir leichter jemandem einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich grafische Darstellungen benutze.					

- 4 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
9	Physiker verständigen sich mit Hilfe der Mathematik.					
10	Wenn im Physikunterricht keine Mathematik vorkäme, dann wären die physikalischen Inhalte weniger exakt.					
11	Grafische Darstellungen helfen mir, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
12	In der Physik sind die mathematischen Beschreibungen wichtiger als die Naturphänomene an sich.					
13	Mathematische Formeln helfen mir, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
14	Für Physiker sind grafische Darstellungen hilfreiche Werkzeuge.					
15	Experimente, die nicht zu mathematischen Formeln führen, sind sinnlos.					
16	Physikern helfen grafische Darstellungen, Missverständnisse zu vermeiden.					
17	Im Physikunterricht sind Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, für mich relativ schnell zu erfassen.					

- 5 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
18	Wenn ich einen physikalischen Sachverhalt in Formeln darstellen will, bin ich gezwungen, mir genau zu überlegen, was ich mit einem mathematischen Symbol meine.					
19	Es fällt mir leichter, jemandem einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich Formeln benutze.					
20	Wenn ich bei der Auswertung eines Experiments im Physikunterricht einen Zusammenhang grafisch darstellen soll, bin ich gezwungen, die Sache distanzierter zu betrachten.					
21	Es fällt mir leichter in Physik etwas zu verstehen, wenn Erklärungen durch grafische Darstellungen unterstützt werden.					
22	In der Physik unterstützen Formeln abstraktes Denken.					
23	In 100 Jahren werden Schüler die gleichen Formeln lernen wie ich heute.					
24	Den Physikern helfen grafische Darstellungen dabei, objektiv zu sein.					
25	Im Physikunterricht sind Worte für mich nur vorläufig. Erst eine Formel ist für mich eine gesicherte Erkenntnis.					

- 6 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
26	In der Physik kann eine Aussage in Worten nicht so genau sein wie eine Formel.					
27	Ob eine physikalische Gleichung wirklich stimmt, kann nur experimentell überprüft werden.					
28	Für Physiker erleichtern die mathematischen Symbole das Nachdenken über ein physikalisches Problem.					
29	Wenn man in der Physik einen Sachverhalt in einer Gleichung formuliert hat, ist dieser Sachverhalt leichter zu überprüfen.					
30	Die heutigen physikalischen Begriffe wären auch entstanden, wenn man in der Physik niemals Mathematik benutzt hätte.					
31	Physikalische Gleichungen sind immer zuverlässiger als physikalische Aussagen in Worten.					
32	Physikern helfen grafische Darstellungen, Zeit zu sparen.					
33	Physik ist eine exakte Naturwissenschaft, weil in ihr so viel Mathematik benutzt wird.					

- 7 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
34	Ob in meinem Lehrbuch eine physikalische Aussage in Worten, in einer grafischen Darstellung oder als Formel dargestellt wird, ist für deren Sicherheit egal.					
35	Mathematische Formeln erleichtern es den Physikern, neue Erkenntnisse mitzuteilen.					
36	Das Ausrechnen einer physikalischen Größe, ermöglicht die experimentelle Überprüfung von physikalischen Zusammenhängen.					
37	Wenn ich versuche, mir physikalische Zusammenhänge klar zu machen, dann benutze ich meist Formeln.					
38	Physik wäre auch ohne die Verwendung von Mathematik eine exakte Naturwissenschaft.					
39	Physikalische Erkenntnisse gewinnt man vorwiegend durch Experimente.					
40	Formelzeichen kann ich erst benutzen, wenn ich mir die physikalischen Begriffe völlig klar gemacht habe.					
41	In der Physik unterstützen grafische Darstellungen abstraktes Denken.					

- 8 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
42	Die grafische Darstellung eines physikalischen Sachverhalts erleichtert es, diesen Sachverhalt zu überprüfen.					
43	Physikalische Erkenntnisse gewinnt man vorwiegend durch theoretische Überlegungen anhand von Gleichungen.					
44	In der Physik ist die Sicherheit von Aussagen unabhängig davon, ob sie in Worten oder in mathematischer Form gemacht wurden.					
45	Für Physiker ist ein physikalisches Gesetz einfacher zu verstehen, wenn es in einer Formel angegeben ist.					
46	Es fällt mir leichter, eine physikalische Gleichung zu überprüfen, als die Richtigkeit eines Textes zu beurteilen.					
47	Durch mathematische Vorhersagen werden physikalische Erkenntnisse experimentell überprüfbar.					
48	In der Physik stellen Gleichungen Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern.					
49	Den Inhalt einer physikalischen Formel kann ich relativ schnell erfassen.					

- 9 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
50	Grafische Darstellungen entlasten mich beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge.					
51	In der Physik werden neue physikalische Gesetze gewonnen, indem man bekannte physikalische Gleichungen umformt oder mit anderen Gleichungen kombiniert.					
52	Formeln sind für mich im Physikunterricht immer genauer als Worte.					
53	In der Physik sind grafische Darstellungen immer zuverlässiger als Aussagen, die in Worten formuliert werden.					
54	Den Physikern helfen Formeln dabei, objektiv zu sein.					
55	In meinem Lehrbuch wirkt eine Formel auf mich sicherer als die zugehörige grafische Darstellung.					
56	Durch die Verwendung von grafischen Darstellungen wird ein physikalisches Problem für mich übersichtlicher.					
57	Es fällt mir leichter, eine Formel zu verstehen, als eine Beschreibung in Worten.					

- 10 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	stark ablehne
58	Je mehr Mathematik im Physikunterricht vorkommt, desto exakter erscheint er mir.					
59	In der Physik sind Gleichungen immer zuverlässiger als grafische Darstellungen.					
60	Für den Erkenntnisfortschritt in der Physik sind die physikalischen Formeln unwichtig. Sie sind nur Endprodukte einer Entwicklung.					
61	Wenn ich bei der Auswertung eines Experiments im Physikunterricht einen Zusammenhang in Formeln darstellen soll, bin ich gezwungen, die Sache distanzierter zu betrachten.					
62	In meinem Lehrbuch wirkt eine grafische Darstellung auf mich sicherer als die Beschreibungen in Textform.					
63	Durch die Verwendung von Formeln wird ein physikalisches Problem für mich übersichtlicher.					
64	Es fällt mir leichter, eine grafische Darstellung zu überprüfen, als die Richtigkeit eines Textes zu beurteilen.					

- 11 -

6. Im Folgenden werden Ihnen acht Tätigkeiten genannt, in denen Mathematik im Physikunterricht eine Rolle spielt. Ordnen Sie diese Tätigkeiten mithilfe der Tabelle nach Ihren persönlichen Vorlieben. Beginnen Sie mit der beliebtesten Tätigkeit. (Bitte beachten Sie, dass sie die gegebenen Tätigkeiten miteinander vergleichen sollen. Sie sollen nicht bewerten, ob Ihnen diese Tätigkeiten überhaupt Spaß machen.)

1. definieren physikalischer Größen mithilfe mathematischer Gleichungen
2. erfassen von Messwerten in Tabellen und deren graphische Darstellung
3. auswerten von Messwerten mit Hilfe von Formeln
4. aufstellen von physikalischen Gleichungen zur Beschreibung von physikalischen Annahmen und Bedingungen
5. theoretisches Herleiten physikalischer Gesetze
6. erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Gleichungen
7. erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Diagrammen
8. berechnen von physikalischen Größen

	am beliebtesten							am unbeliebtesten
Nr. der Tätigkeit								

- 12 -

7. Einige Personen sprechen von der Schönheit mathematischer Objekte (z. B. Gleichungen). Geben Sie den Grad ihrer Zustimmung/Ablehnung gegenüber den folgenden Aussagen in diesem Zusammenhang an.

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
1	Physikalische Gleichungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.					
2	Ich kann an den physikalischen Gleichungen nichts Schönes finden.					
3	Durch die mathematische Beschreibung geht die Schönheit der Natur verloren.					
4	Einige graphische Darstellungen, die in der Physik auftreten, sind richtige Kunstwerke.					
5	Mit Kunst haben graphische Darstellungen in der Physik nichts zu tun.					
6	In physikalischen Gleichungen liegt eine gewisse Eleganz.					
7	Physikalische Gleichungen sind hässlich.					

- 13 -

8. In den folgenden Aussagen geht es um die Frage, warum die Mathematik so gut auf die Natur passt. Kennzeichnen Sie den Grad Ihrer Zustimmung/Ablehnung zu den einzelnen Aussagen.

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
1	Die Mathematik passt gar nicht so gut auf die Natur.					
2	Mit Mathematik lässt sich die Natur nie vollständig, sondern immer nur ausschnittsweise beschreiben.					
3	Die Natur ist vollständig durch Mathematik beschreibbar.					
4	Es ist völlig normal, dass man die Vorgänge in der Realität mathematisch beschreiben kann.					
5	Es wundert mich, dass die mathematischen Gleichungen der Physik die Realität so gut beschreiben.					
6	Die Natur ist auf der Grundlage mathematischer Gesetze gemacht.					
7	In der Physik interessieren nur die Aspekte der Natur, die auch mathematisch beschrieben werden können.					
8	Dass die Mathematik so gut auf die physikalischen Vorgänge in der Realität passt, liegt daran, dass die Mathematik von Menschen entwickelt wurde, die durch diese Realität geprägt wurden.					
9	Mathematik ist die geeignetste Sprache zur Beschreibung der Natur.					

- 14 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
10	Mathematische Gleichungen sind manchmal klüger als deren Benutzer.					
11	Die Mathematik passt so gut auf die physikalischen Gegebenheiten, weil sie gerade dafür entwickelt wurde.					
12	Wie die Mathematik mit der Physik zusammenhängt, ist egal. Hauptsache man kann sie anwenden.					

- 15 -

9. Die folgenden Aussagen beziehen sich auf Ihre persönlichen Erlebnisse und Begegnungen mit der Mathematik im Physikunterricht. Kennzeichnen Sie das Ausmaß Ihrer Zustimmung/Ablehnung.

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
1	Es bereitet mir Freude, mit physikalischen Formeln umzugehen.					
2	Es bereitet mir Freude, mit physikalischen Diagrammen umzugehen.					
3	Durch Mathematik wird die Physik für mich nur unverständlich.					
4	Mathematik ist für mich der langweiligste Teil der Physik.					
5	Ich sehe Mathematik als Notwendigkeit in der Physik.					
6	Die mathematischen Bestandteile sind für mich das Beste am Physikunterricht.					
7	Die Inhalte des Mathematikunterrichts haben mit dem Physikunterricht nichts zu tun.					
8	Was ich im Mathematikunterricht lerne, das kann ich bald danach auch im Physikunterricht anwenden.					
9	Dinge aus dem Physikunterricht finde ich auch im Mathematikunterricht wieder.					

- 16 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
10	Wenn ich im Physikunterricht sehe, wofür die ganze Mathematik wirklich da ist, dann verstehe ich auch besser, was ich im Mathematikunterricht lernen sollte.					
11	Mir helfen Diagramme, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					
12	Mir helfen Formeln dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					
13	Alles im Physikunterricht, wofür man Mathematik braucht, ist für mich nutzlos.					
14	Um in Physik gut zu sein, muss man vor allem alles ausrechnen können.					
15	Um in Physik gut zu sein, muss man vor allem die Bedeutungen der physikalischen Gleichungen verstehen.					
16	Jemand, der gute Physikleistungen hat, muss abstrakt denken können.					
17	Jemand, der gute Physikleistungen hat, muss kreativ sein.					
18	Wenn ich besser in Mathe wäre, dann würde ich Physik besser verstehen.					
19	Die physikalischen Gleichungen kann ich nicht verstehen.					
20	Ohne meinen Lehrer würde ich nie auf die physikalischen Gleichungen kommen.					

- 17 -

10. Man kann die mathematische Beschreibung physikalischer Phänomene auch als Modellierung verstehen. Geben Sie den Grad Ihrer Zustimmung/Ablehnung gegenüber den folgenden Aussagen in diesem Zusammenhang an.

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
1	Mathematische Modelle unterscheiden sich deutlich von den realen Gegenständen oder Vorgängen, die durch das Modell beschrieben werden.					
2	Mathematische Modelle dienen als Werkzeuge, um Informationen über schwer zugängliche Phänomene zu erhalten.					
3	Mathematische Modelle stellen wissenschaftliche Erkenntnisse über einen Gegenstand oder Prozess dar.					
4	Mathematische Modelle unterstützen Entscheidungsfindungen in Medizin, Technologie, Gesellschaft usw.					
5	Zwischen dem mathematischen Modell und dem modellierten Gegenstand oder Prozess besteht eine Analogie (Ähnlichkeit).					
6	Mithilfe eines mathematischen Modells kann man physikalische Vorgänge vorhersagen.					
7	Vorhersagen, die man durch mathematische Modelle erhält, müssen überprüft werden, bevor man sie für korrekt hält.					

- 18 -

Nr.	Aussagen	stimme stark zu	stimme eher zu	bin unentschieden	lehne eher ab	lehne stark ab
8	Unterschiede zwischen einem mathematischen Modell und dem modellierten Gegenstand oder Vorgang, sind für den Physiker oft nützlich.					
9	Mathematische Modelle sind immer ein Kompromiss zwischen Einfachheit des Modells und möglichst originalgetreuer Beschreibung des modellierten Gegenstandes oder Vorgangs.					
10	Die Entwicklung eines mathematischen Modells erfordert Kreativität.					
11	Zu einem Modellierungsgegenstand kann es mehrere akzeptierte mathematische Modelle geben.					
12	Wenn es mehrere mathematische Modelle zu einem Gegenstand oder Vorgang gibt, dann lässt sich meist anhand objektiver Kriterien (z. B. Präzision, Kosten, Aufwand, ...) entscheiden, welches Modell am besten geeignet ist.					
13	Mathematische Modelle können zu Experimenten anregen.					
14	Experimente können zu neuen, verbesserten mathematischen Modellen führen.					

- 19 -

11. Geben Sie bitte an, inwieweit die folgenden Aussagen auf Sie zutreffen.

Nr.	Aussagen	stimmt volkommen	stimmt überwiegend	stimmt zum Teil	stimmt nur etwas	stimmt gar nicht
1	Wenn ich in Physik einen Misserfolg habe, schaue ich mir mein Vorgehen in allen Einzelheiten an und versuche zu verstehen, was schief gelaufen ist.					
2	Um in Physik etwas Schwieriges zu erreichen, mache ich mir vorher klar, wie ich vorgehen muss, um zum Ziel zu kommen.					
3	Um ein physikalisches Problem zu bewältigen, muss ich mir erst ein genaues Bild der gesamten Situation machen.					
4	Wenn ich in Physik ein wichtiges Ziel erreichen möchte, schaue ich mir an, wie ich vorgehen kann, um die Situation zu meistern.					
5	Wenn ich in Physik ein Ziel nicht erreiche, versuche ich herauszufinden, ob ich mein Vorgehen ändern muss, um doch noch ans Ziel zu gelangen.					
6	Um ein physikalisches Problem zu lösen, ist es für mich wichtig, mein eigenes Vorgehen genau zu beobachten.					

Vielen Dank für Ihre Teilnahme!

- 20 -

A.3 Verzeichnis der verwendeten (potenziellen) Skalenbezeichnungen in dieser Arbeit

Kurzbezeichnung	Langbezeichnung	Subkonstrukte
Äst	Ästhetik mathematischer Darstellungen	D, F
Epi-Abbild	Naiv realistische Auffassung physikalischer Gleichungen	p, d
Epi-Beweis	Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen	p, d
Epi-ErkGew	Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen	p, d
Epi-forminh	Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen	p, d
Epi-Zeit	Zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen	p, d
Ex-allg	allgemeine Exaktheit durch Verwendung mathematischer Darstellungen	–
Ex-Begr	Exaktheit durch Begriffsexplikation	–
KE	Kognitive Entlastung durch Mathematik	D, F
Komm	Kommunikation	D, F bzw. p, d
KommEff	Kommunikationseffizienz	D, F bzw. p, d
O	Objektivität durch Verwendung von Mathematik	D, F
SE	Selbsterleben im Umgang mit Mathematik	D, F

Tab. A.1: Übersicht über Skalentitel und ihre Abkürzungen. D wie Diagramm steht für grafische Repräsentationsform, F wie Formel für symbolische Repräsentationsform, p - proximal, d - distal. Sortiert nach Kurbezeichnung.

A.4 Fragebögen der Hauptstudie

A.4.1 Version für Schülerinnen und Schüler – Teil 1

Fragebogen zur Rolle der Mathematik in der Physik

-Teil 1; Version 1.0 s -

Olaf Krey, Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

Universität Potsdam

Bitte entwickeln Sie zunächst eine Kennung, die ihre Anonymität sichert.

1. erster Buchstabe des Vornamens Ihrer leiblichen Mutter
2. erster Buchstabe Ihres Geburtsortes
3. letzter Buchstabe Ihres Vornamens
4. zweite Ziffer Ihres Geburtstages (Bsp. 9. März = 09. März ==>9)
5. erste Ziffer ihrer Hausnummer (Teststr. 9 ==>9, Schafstr. 12 ==>1)

☐☐☐☐☐

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

vielen Dank für Ihre Bereitschaft, sich an dieser Umfrage zu beteiligen.

Im Physikunterricht spielt die Mathematik eine wesentliche Rolle. Kaum ein Thema der Physik kommt ohne eine Formel oder ein Diagramm aus. Um mehr darüber zu erfahren, wie Sie die Rolle der Mathematik in der Physik einschätzen, ist der folgende Fragebogen entworfen worden.

Er besteht aus zwei Teilen. Dieser erste Teil stellt Ihnen einige allgemeine Fragen und konfrontiert Sie mit zwei nicht ganz einfachen Aufgaben, in denen Sie reale Situationen in die Sprache der Mathematik übersetzen sollen.

Ausschließlich aus Gründen der Lesbarkeit wurden in den Formulierungen nur die männlichen Formen von Schülerinnen und Schülern, Physikerinnen und Physikern usw. verwendet. Wir meinen immer Personen beider Geschlechter.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Olaf Krey,
Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

1. Machen Sie bitte zunächst einige Angaben zu Ihrer Person.

Alter	Klasse	Geschlecht	Lieblingsfach	geplante/gewählte Leistungskurse	letzte Zeugnisnote	
					Physik	Mathe
				1. ____________ 2. ____________		

Mein Studien- oder Berufswunsch ist ______________________________.

	sehr interessant	interessant	mittel	weniger interessant	ganz uninteressant
Das Fach Mathe finde ich ...	☐	☐	☐	☐	☐
Das Fach Physik finde ich ...	☐	☐	☐	☐	☐

2. Bitte vervollständigen Sie die folgenden Sätze durch Ankreuzen der auf Sie zutreffenden Ergänzung.

Nr.	Aussage	sehr gut	gut	mittel	schlecht	sehr schlecht
1	Ich verstehe den Stoff in Physik ...					
2	Ich behalte den Stoff in Physik ...					
3	Ich beteilige mich am Physikunterricht ...					
4	Ich glaube, dass mich meine Mitschüler in Physik für ... halten.					
5	Ich glaube, dass mein Physiklehrer meine Leistungen in Physik als ... einschätzt.					
6	Ich erwarte, dass in Zukunft meine Leistungen in Physik ... sein werden.					

2

3. Was ist Physik? Was zeichnet Physik aus? Beschreiben Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Physik (keine Teilgebiete wie z. B. Kernphysik, Mechanik, etc.).

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________

4. Was ist Mathematik? Was zeichnet Mathematik aus? Beschreiben Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Mathematik (keine Teilgebiete wie Geometrie etc.)

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________

5. Mathematik wird in der Physik benutzt. Warum und wofür? Beschreiben Sie kurz die Rolle der Mathematik in der Physik aus Ihrer Sicht.

- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________
- ______________________________

3

6. Auf dieser Seite geht es um Ihre Meinung zu der Frage, ob und ggf. warum eine mathematische Beschreibung der Natur möglich ist.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

☐ Die Natur ist durch Mathematik nicht zu beschreiben.
☐ Die Natur ist vollständig durch Mathematik beschreibbar.
☐ Mit Mathematik lassen sich Ausschnitte der Natur beschreiben.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

☐ Es ist normal, dass man Vorgänge in der Natur mathematisch beschreiben kann.
☐ Es ist verwunderlich, dass physikalische Gleichungen natürliche Vorgänge beschreiben können.
☐ Wie die Mathematik mit der Physik zusammenhängt, ist völlig egal.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

Mit Mathematik kann man unsere Welt beschreiben, weil ...

☐ die Natur auf der Grundlage mathematischer Gesetze gemacht ist.
☐ in der Physik nur die Aspekte der Natur interessieren, die überhaupt mathematisch beschrieben werden können.
☐ die Mathematik von Menschen entwickelt wurde, die durch diese Welt geprägt wurden.
☐ die Mathematik ursprünglich genau dafür entwickelt wurde.
☐ ______________________________
______________________________.

Ich würde im Unterricht gerne mehr über die Verbindung zwischen Mathematik und Physik erfahren.

☐ Ja, das klingt interessant. ☐ Nein, das ist uninteressant.

4

7. Im Folgenden werden Ihnen acht Tätigkeiten genannt, bei denen Mathematik im Physikunterricht eine Rolle spielt. Ordnen Sie diese Tätigkeiten mithilfe der Tabelle nach Ihren persönlichen Vorlieben. Beginnen Sie mit der beliebtesten Tätigkeit. (Bitte beachten Sie, dass Sie die gegebenen Tätigkeiten miteinander vergleichen sollen. Sie sollen nicht bewerten, ob Ihnen diese Tätigkeiten überhaupt Spaß machen.)

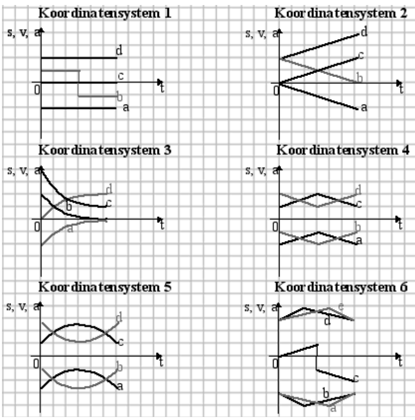
1. Definieren physikalischer Größen mit Hilfe mathematischer Gleichungen
2. Erfassen von Messwerten in Tabellen und deren grafische Darstellung
3. Auswerten von Messwerten mit Hilfe von Formeln
4. Aufstellen von physikalischen Gleichungen zur Beschreibung von physikalischen Annahmen und Bedingungen
5. Theoretisches Herleiten physikalischer Gesetze
6. Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Gleichungen
7. Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Diagrammen
8. Berechnen von physikalischen Größen

	am beliebtesten							**am unbeliebtesten**
Nr. der Tätigkeit								

8. Wählen Sie den (am besten) passenden Kurvenverlauf für die angegebenen Diagramme aus und ergänzen Sie die Nummer des Koordinatensystems und den Buchstaben der Kurve.

Reale Ausgangssituation		Ein Spielzeugauto steht auf einer glatten ebenen Unterlage, auf der es widerstandsfrei bewegt werden kann. Als Weg wird der Abstand vom Ausgangspunkt in Richtung x-Achse betrachtet.	
1. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Das Spielzeugauto wird kurz und kräftig angestoßen und rollt dann in Richtung der x-Achse (nach links).**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___
2. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Ein Teppich wird auf die glatte Unterlage gelegt. Das Spielzeugauto wird kurz und kräftig angestoßen rollt auf dem Teppich in Richtung der x-Achse (nach links) und wird gleichmäßig langsamer bis es steht.**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___
3. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Die Startposition des Autos befindet sich links vom Nullpunkt. Das Auto rollt widerstandsfrei in Richtung der x-Achse bis zu einer elastischen Wand, von der es abprallt und zurück zur Startposition rollt.**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___

Wählen Sie die Nummer des Koordinatensystems in dem sich die gesuchte Kurve befindet und übertragen Sie diese ebenso wie den Buchstaben der Kurve in die Tabelle auf der linken Seite.



9. In der Abbildung sehen Sie – dank Google Earth – die Manhattan Bridge in New York, die Brooklyn mit Manhattan verbindet. Zur räumlichen Orientierung wurde die x-Richtung festgelegt. Wir betrachten ein fahrendes Auto auf dieser Brücke. In der folgenden Tabelle sind ein Beispielvorgang und eine ihn beschreibende Gleichung angegeben.

Geben Sie mit Hilfe der Tabelle auf der nächsten Seite an, wie die Koeffizienten in dieser Gleichung geändert werden müssen, um diese Gleichung auf die beschriebenen Vorgänge 1-5 anzupassen.

Dabei wird für den Beobachtungsbeginn immer t=0 angesetzt.

(<u>Wichtige Idealisierung:</u> Das Auto ändert die Geschwindigkeit immer gleich stark. Das heißt, es wird beim Gasgeben genauso schnell schneller, wie es beim Bremsen langsamer wird. Es sei denn, es wird anders beschrieben!)

	Realer Vorgang	den realen Vorgang beschreibende Gleichung	
Beispielvorgang	Der Fahrer des mit konstanter Geschwindigkeit Richtung Brooklyn fahrenden Autos fängt bei Beobachtungsbeginn an, Gas zu geben, so dass die Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt.	$v(t)=k\cdot t+l$ t steht für die Zeit v steht für die Geschwindigkeit k,l stehen (bei Vernachlässigung von Einheiten) für positive reelle Zahlen	
Beschreibung ähnlicher Vorgänge und Änderung der Variablen (k,l)			
		k	l
1. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto beschleunigt (ausnahmsweise) stärker.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
2. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto beschleunigt aus dem Stand.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
3. Vorgang	Es wird der Beispielvorgang beschrieben, aber die Beobachtung beginnt einige Sekunden später.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
4. Vorgang	Das Auto des Beispielvorgangs fährt Richtung Manhattan. Zu Beobachtungsbeginn wird es abgebremst bis es anhält und fährt sofort zurück Richtung Brooklyn.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
5. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto fährt Richtung Manhattan, ohne zu beschleunigen/ bremsen.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht

9

Das war der erste Teil!

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

10

A.4.2 Version für Schülerinnen und Schüler – Teil 2

Fragebogen zur Rolle der Mathematik in der Physik

- Teil 2; Version 1.0 s -

Universität Potsdam

Olaf Krey, Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

Bitte entwickeln Sie zunächst eine Kennung, die ihre Anonymität sichert.

1. erster Buchstabe des Vornamens Ihrer leiblichen Mutter
2. erster Buchstabe Ihres Geburtsortes
3. letzter Buchstabe Ihres Vornamens
4. zweite Ziffer Ihres Geburtstages (Bsp. 9. März = 09. März ==>9)
5. erste Ziffer ihrer Hausnummer (Teststr. 9 ==>9, Schafstr. 12 ==>1)

☐☐☐☐☐

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

vielen Dank für Ihre Bereitschaft, sich an dieser Umfrage zu beteiligen.

Sie erinnern sich? Wir wollten mehr über Ihre Sicht auf die Rolle der Mathematik in der Physik erfahren.

In diesem zweiten Teil des Fragebogens werden Ihnen eine Vielzahl von Aussagen über verschiedene Ansichten zur Rolle der Mathematik in der Physik vorgelegt. Viele der Formulierungen werden für Sie ähnlich klingen und Sie werden sich denken: „Das habe ich doch eben schon beantwortet.“ Diese Wiederholungen sind aus statistischen Gründen notwendig. Bitte lassen Sie sich davon nicht frustrieren.

Es gibt bei der Bearbeitung der Aussagen kein richtig oder falsch! Wir sind ausschließlich an Ihrer Meinung interessiert.

Aus Gründen der Lesbarkeit wurden in den Formulierungen nur die männlichen Formen von Schülerinnen und Schülern usw. verwendet. Wir meinen immer Personen beider Geschlechter.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Olaf Krey,
Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

1. Mathematik und Physik.

Geben Sie das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Wenn ich eine Klausur (ohne Formelsammlung) schreibe und mir eine Formel entfallen ist, gibt es kein (legales!) Mittel, sie sich doch noch zu beschaffen.					
2	In der Wissenschaft Physik gewinnen Physiker neue physikalische Gesetze, indem bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniert werden.					
3	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.					
4	In der Physik ist eine Formel nie so genau wie eine Aussage in Worten.					
5	Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind Formeln eher unwichtig.					
6	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, Ergebnisse konkreter physikalischer Probleme zu berechnen.					
7	In der Wissenschaft Physik ist eine Formel so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.					
8	Jede Kurve in einem Diagramm stellt einen Zusammenhang zwischen exakt definierten Größen dar.					

2

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
9	Wenn ich im Physikunterricht eine neue Erkenntnis gewinne, sind vor allem Experimente beteiligt.					
10	In der Wissenschaft Physik stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern					
11	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu,Vermutungen zu untersuchen.					
12	Je mehr Mathematik im Physikunterricht vorkommt, desto exakter ist er.					
13	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.					
14	In der Wissenschaft Physik werden die heutigen Formeln in 100 Jahren noch genauso richtig sein wie heute.					
15	In der Physik kann man erst sinnvoll mathematisieren, wenn die zugrunde liegenden Begriffe exakt definiert sind.					
16	In der Wissenschaft Physik werden physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art verstanden.					
17	Formeln sind im Physikunterricht immer genauer als Worte.					
18	Ein wissenschaftliches Lehrbuch der Physik wird in 100 Jahren die gleichen Formeln enthalten wie die physikalischen Lehrbücher von heute.					

3

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
19	In der Wissenschaft Physik werden Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen gewonnen.					
20	Formelzeichen kann ich erst benutzen, wenn ich mir die zugehörigen physikalischen Begriffe klar gemacht habe.					
21	In der Wissenschaft Physik kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.					
22	In der Wissenschaft Physik zeigen Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.					
23	Physikalische Gleichungen sind immer zuverlässiger als physikalische Aussagen in Worten.					
24	Im Physikunterricht ist eine Formel für mich so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.					
25	Im Physikunterricht verstehe ich physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art.					
26	Wenn ich einen physikalischen Sachverhalt in Formeln darstellen will, überlege ich mir genau, was ich mit einem mathematischen Symbol meine.					
27	Im Physikunterricht gewinne ich neue Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen.					
28	Im Physikunterricht sind Worte nur vorläufig, erst eine Formel ist eine gesicherte Erkenntnis.					

4

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unent-schieden	stimme eher zu	stimme stark zu
29	Im Physikunterricht stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern.					
30	Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, Vermutungen zu untersuchen.					
31	In der Wissenschaft Physik muss man Formeln einfach auswendig lernen.					
32	Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.					
33	Hinter jedem Formelzeichen steht ein genau definierter Begriff.					
34	In 100 Jahren werden Schüler im Physikunterricht die gleichen Formeln lernen, wie ich heute.					
35	In der Wissenschaft Physik gibt es für einen Physiker, der eine Formel vergessen hat, nur die Möglichkeit sie nachzuschlagen.					
36	In meinem Lehrbuch sind die Beschreibungen in den Texten immer exakter als die physikalischen Formeln.					
37	Im Physikunterricht zeigen mir Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.					
38	Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind vor allem Experimente wichtig.					

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unent-schieden	stimme eher zu	stimme stark zu
39	Ein Physikschulbuch wird in 100 Jahren die gleichen Formeln enthalten wie Schulbücher von heute.					
40	Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, Ergebnisse konkreter physikalischer Aufgaben zu berechnen.					
41	Auch ohne eine genaue Definition der verwendeten Formelzeichen ist es möglich, physikalische Sachverhalte durch Gleichungen zu beschreiben.					
42	Im Physikunterricht muss ich Formeln einfach auswendig lernen.					
43	Wenn ich im Physikunterricht neue Erkenntnisse gewinne, sind physikalische Formeln eher selten beteiligt.					
44	Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.					
45	Im Physikunterricht kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.					
46	Grafische Darstellungen kann man nur interpretieren, wenn die verwendeten physikalischen Größen klar sind.					
47	Im Physikunterricht gewinne ich neue physikalische Gesetze oft, indem ich bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniere.					

5

6

2. Mehr Physik und Mathematik.

Geben Sie bitte erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unent-schieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Mit Kunst haben grafische Darstellungen nichts zu tun.					
2	In der Wissenschaft Physik entstehen physikalische Gleichungen durch die Wissenschaftler.					
3	Im Physikunterricht beweise ich Gleichungen durch Experimente.					
4	Physikalische Gleichungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.					
5	Außerirdische Wissenschaftler müssten zwangsläufig zu unseren physikalischen Gleichungen kommen, wenn sie versuchen, die Erde zu verstehen.					
6	Im Physikunterricht kann ich Gleichungen eindeutig beweisen.					
7	Ich kann an physikalischen Gleichungen nichts Schönes finden.					
8	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck aufgestellt.					
9	Im Physikunterricht leite ich Gleichungen eindeutig aus Experimenten ab.					
10	In physikalischen Gleichungen liegt eine gewisse Eleganz.					
11	In der Wissenschaft Physik beschreiben Gleichungen, wie Natur wirklich ist.					

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unent-schieden	stimme eher zu	stimme stark zu
12	Im Physikunterricht erhalte ich durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.					
13	Physikalische Gleichungen sind nicht schön.					
14	In der Wissenschaft Physik sind die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig zu entnehmen.					
15	Im Physikunterricht kommt es vor, dass verschiedene Schüler aus ein und demselben Experiment verschiedene physikalische Gleichungen ableiten.					
16	Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in grafischen Darstellungen beschrieben werden, ist beeindruckend.					
17	Im Physikunterricht erschaffe ich physikalische Gleichungen aktiv für mich.					
18	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen durch Experimente bewiesen.					
19	Grafische Darstellungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.					
20	Wenn ich im Physikunterricht einen beliebigen Vorgang der Natur mathematisch beschreiben soll, dann gibt es nur ein richtiges Ergebnis.					
21	In der Wissenschaft Physik können Gleichungen eindeutig bewiesen werden.					
22	Ich kann an grafischen Darstellungen nichts Schönes finden.					

7

8

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
23	Im Physikunterricht stelle ich Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck auf.					
24	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen eindeutig aus Experimenten abgeleitet.					
25	In grafischen Darstellungen liegt eine gewisse Eleganz.					
26	Im Physikunterricht beschreiben meine Gleichungen, wie Natur wirklich ist.					
27	In der Wissenschaft Physik erhält man durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.					
28	Grafische Darstellungen sind nicht schön.					
29	Im Physikunterricht kann ich die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig entnehmen.					
30	In der Wissenschaft Physik kann man aus ein und demselben Experiment oft mehrere Gleichungen ableiten.					
31	Einige grafische Darstellungen sind richtige Kunstwerke.					
32	Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in physikalischen Gleichungen beschrieben werden, ist beeindruckend.					

9

3. Ihre Erfahrungen mit Mathematik in der Physik.

Geben Sie bitte erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Alles im Physikunterricht, wofür man grafische Darstellungen braucht, ist in der Wirklichkeit für mich sowieso nutzlos.					
2	Formeln helfen, in der Physik objektiv zu sein.					
3	Es bereitet mir Freude, mit physikalischen Formeln umzugehen.					
4	Grafische Darstellungen ermöglichen die experimentelle Überprüfbarkeit physikalischer Aussagen.					
5	Mir helfen grafische Darstellungen dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					
6	Anhand von Formeln kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen.					
7	Formeln machen die Physik für mich verständlicher.					
8	Mit Hilfe von grafischen Darstellungen lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen.					
9	Grafische Darstellungen sind für mich das Schönste in der Physik.					
10	Mit Formeln kann man jemandem unmissverständlich sagen, was man meint.					
11	Durch Formeln wird die Physik für mich unverständlich.					

10

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
12	Die Ergebnisse physikalischer Experimente kann man mit grafischen Darstellungen überprüfen.					
13	Grafische Darstellungen sind für mich das Langweiligste in der Physik.					
14	Ob eine Formel richtig ist, können zwei Personen in einem Gespräch relativ schnell entscheiden.					
15	Formeln sind für mich das Langweiligste in der Physik.					
16	Ob eine grafische Darstellung richtig ist, können zwei Personen in einem Gespräch relativ schnell entscheiden.					
17	Durch grafische Darstellungen wird die Physik für mich unverständlich.					
18	Die Ergebnisse physikalischer Experimente kann man mit Formeln überprüfen.					
19	Formeln sind für mich das Schönste in der Physik.					
20	Mit grafischen Darstellungen kann man jemandem unmissverständlich sagen, was man meint.					
21	Grafische Darstellungen machen die Physik für mich verständlicher.					
22	Mit Hilfe von Formeln lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen.					
23	Mir helfen Formeln dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					

11

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
24	Anhand von grafischen Darstellungen kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen.					
25	Es bereitet mir Freude, mit grafischen Darstellungen in der Physik umzugehen.					
26	Formeln ermöglichen die experimentelle Überprüfung physikalischer Aussagen.					
27	Alles im Physikunterricht, wofür man Formeln braucht, ist in der Wirklichkeit für mich sowieso nutzlos.					
28	Grafische Darstellungen helfen, in der Physik objektiv zu sein.					

12

4. Diskutieren und Nachdenken über Physik mit Hilfe von Mathematik.
Geben Sie bitte erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Für mich sind grafische Darstellungen eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben.					
2	Für mich machen grafische Darstellungen ein Problem noch komplexer.					
3	Für mich werden Inhalte im Physikunterricht durch grafische Darstellungen unverständlich.					
4	Für mich werden Inhalte im Physikunterricht durch Formeln unverständlich.					
5	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie Formeln verwenden.					
6	Mich entlasten grafische Darstellungen beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge.					
7	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie grafische Darstellungen verwenden.					
8	Für mich erleichtert Mathematik die Verständigung im Physikunterricht.					
9	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich Formeln verwende.					

13

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
10	Mich entlasten Formeln beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge.					
11	Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer grafischen Darstellung entnehmen kann.					
12	Physikern erleichtert Mathematik die Verständigung.					
13	In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in Formeln enthalten sind, schnell erfassen.					
14	Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von grafischen Darstellungen übersichtlicher.					
15	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen verwendet werden.					
16	Mir helfen grafische Darstellungen im Physikunterricht, Missverständnisse zu vermeiden.					
17	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln benutzt werden.					
18	Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von Formeln übersichtlicher.					
19	Für mich sind grafische Darstellungen eines physikalischen Sachverhaltes zur Verständigung nicht hilfreich.					

14

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
20	Physikern helfen grafische Darstellungen, Missverständnisse zu vermeiden.					
21	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln verwendet werden.					
22	Mir helfen grafische Darstellungen, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
23	In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.					
24	Mir helfen Gleichungen im Physikunterricht, Missverständnisse zu vermeiden.					
25	Ich kann Informationen, die in physikalischen Formeln enthalten sind, schnell erfassen.					
26	Mir helfen Formeln, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
27	Ich kann Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.					
28	Physikern helfen Gleichungen, Missverständnisse zu vermeiden.					
29	In der Wissenschaft Physik ist die Darstellung eines Sachverhaltes in Formeln für die Verständigung verwirrend.					
30	Grafische Darstellungen ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.					

15

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
31	In der Wissenschaft Physik sind grafische Darstellungen eines Sachverhaltes für die Verständigung nicht hilfreich.					
32	Mir helfen physikalische Gleichungen im Physikunterricht beim fachlichen Austausch mit anderen, Zeit zu sparen.					
33	Für mich sind Formeln eines physikalischen Sachverhaltes bei der Verständigung verwirrend.					
34	Formeln ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.					
35	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen benutzt werden.					
36	Physikern helfen Gleichungen beim fachlichen Austausch untereinander, Zeit zu sparen.					
37	In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer Formel entnehmen können.					
38	Mich strengt das Entschlüsseln grafischer Darstellungen zusätzlich an.					
39	In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer grafischen Darstellung entnehmen können.					

16

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
40	Mir helfen grafische Darstellungen im Physikunterricht beim fachlichen Austausch mit anderen, Zeit zu sparen.					
41	Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer physikalischen Formel entnehmen kann.					
42	Mich strengt das Entschlüsseln einer Formel zusätzlich an.					
43	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich grafische Darstellungen verwende.					
44	Physikern helfen grafische Darstellungen beim fachlichen Austausch untereinander, Zeit zu sparen.					
45	In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch grafische Darstellungen unverständlich.					
46	In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch Gleichungen unverständlich.					
47	Für mich sind Formeln eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben.					
48	Für mich machen Formeln ein Problem noch komplexer.					

17

5. Wie sieht Ihr Physikunterricht im Allgemeinen aus?

Geben Sie an, wie häufig die folgenden Tätigkeiten in der Regel vorkommen.

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
1	Wir beobachten Naturphänomene.					
2	Wir entwickeln eigene Fragestellungen.					
3	Wir führen selbständig experimentelle Untersuchungen durch.					
4	Wir arbeiten wie Wissenschaftler.					
5	Wir präsentieren unsere Ergebnisse oder Experimente.					
6	Unser(e) Lehrer(in) erklärt uns physikalisches Wissen.					
7	Wir rechnen Übungsaufgaben.					
8	Wir erklären Alltagsphänomene.					
9	Wir arbeiten an umfangreichen physikalischen Projekten (mindestens eine Woche).					
10	Wir entwickeln eigene Aufgaben und Tests für unsere Mitschüler.					
11	Wir bewerten uns gegenseitig.					
12	Unser(e) Lehrer(in) demonstriert uns einen physikalischen Versuch und dann erklären wir das Ergebnis.					
13	Wir diskutieren über die Interpretation eines Experimentes.					

18

6. Mathematik in Ihrem Physikunterricht.

Geben Sie bitte an, wie häufig die folgenden mathematischen Tätigkeiten in Ihrem Physikunterricht auftreten.

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
1	Definieren physikalischer Größen mithilfe mathematischer Gleichungen					
2	Erfassen von Messwerten in Tabellen und deren grafische Darstellung					
3	Auswerten von Messwerten mit Hilfe von Formeln					
4	Aufstellen von physikalischen Gleichungen zur Beschreibung von physikalischen Annahmen und Bedingungen					
5	Theoretisches Herleiten physikalischer Gesetze					
6	Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Gleichungen					
7	Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Diagrammen					
8	Berechnen von physikalischen Größen					

19

7. Umgang mit physikalischen Gleichungen in Ihrem Physikunterricht.

Geben Sie bitte an, wie häufig Sie physikalische Gleichungen auf die beschriebene Art und Weise verwenden.

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
	Wenn wir im Unterricht physikalische Gleichungen ...					
1	... aufstellen, dann sagen wir vorher ganz deutlich für welchen Zweck wir das tun.					
2	... aufstellen, dann, um objektiver über einen Sachverhalt reden zu können.					
3	... aufstellen, dann, weil es in einer Aufgabe verlangt wird.					
4	... aufstellen, dann, um einen Zahlenwert zu berechnen.					
5	... aufstellen, dann, um uns gegenseitig etwas zu erklären.					
6	... aufstellen, dann, um Ergebnisse von Überlegungen oder Experimenten zu präsentieren.					
7	... aufstellen, dann erläutern wir uns gegenseitig, warum wir das gerade so und nicht anders tun.					
8	... aufstellen, dann, um uns beim Nachdenken zu entlasten und den Überblick zu behalten.					
9	... betrachten, dann überlegen wir uns immer, welcher reale Vorgang damit beschrieben wird.					
10	... verwendet haben, dann fragen wir uns immer, warum diese Gleichung jetzt hilfreich war.					

20

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
	Wenn wir im Unterricht physikalische Gleichungen ...					
11	... betrachten, dann überlegen wir uns immer, warum diese Formel gerade so und nicht anders (verwendete Variablen, Rechenzeichen, ...) aussieht.					
12	...verwenden, dann, um zu einer neuen Erkenntnis zu gelangen.					
13	... betrachten, dann versuchen wir sie auch in ein oder mehrere Diagramme zu übersetzen.					
14	Diagramme und Formeln haben bei uns im Physikunterricht nichts miteinander zu tun.					

21

8. Umgang mit Diagrammen in Ihrem Physikunterricht.

Geben Sie an, wie häufig Sie Diagramme auf die beschriebene Art und Weise verwenden.

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
	Wenn wir im Unterricht Diagramme ...					
1	... erstellen, dann sagen wir vorher ganz deutlich für welchen Zweck wir das tun.					
2	... erstellen, dann, um objektiver über einen Sachverhalt reden zu können.					
3	... erstellen, dann, weil es in einer Aufgabe verlangt wird.					
4	... erstellen, dann, um einen Wert abzulesen.					
5	... erstellen, dann, um uns gegenseitig etwas zu erklären.					
6	... erstellen, dann, um Ergebnisse von Überlegungen oder Experimenten zu präsentieren.					
7	... erstellen, dann erläutern wir uns gegenseitig, warum wir das gerade so und nicht anders tun.					
8	... erstellen, dann, um uns beim Nachdenken zu entlasten und den Überblick zu behalten.					
9	... lesen, dann überlegen wir uns immer, welcher reale Vorgang damit beschrieben wird.					
10	... verwendet haben, dann fragen wir uns immer, warum dieses Diagramm jetzt hilfreich war.					

22

Nr.	Aussagen	nie	selten	manchmal	oft	fast immer
	Wenn wir im Unterricht Diagramme ...					
11	... lesen, dann überlegen wir uns immer, warum das Diagramm gerade so und nicht anders (Skalierung, Kurvenverlauf, ...) aussieht.					
12	... verwenden, dann, um zu einer neuen Erkenntnis zu kommen.					
13	... betrachten, dann versuchen wir es in eine Formel zu übersetzen.					

Geschafft!

Vielen Dank für ihre Mitarbeit!

23

A.4.3 Version für Studierende

Fragebogen zur Rolle der Mathematik in der Physik

- Version 1.0 st -

Olaf Krey, Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

Universität Potsdam

Bitte entwickeln Sie zunächst eine Kennung, die ihre Anonymität sichert.

1. erster Buchstabe des Vornamens Ihrer leiblichen Mutter
2. erster Buchstabe Ihres Geburtsortes
3. letzter Buchstabe Ihres Vornamens
4. zweite Ziffer Ihres Geburtstages (Bsp. 9. März = 09. März ==>9)
5. erste Ziffer ihrer Hausnummer (Teststr. 9 ==>9, Schafstr. 12 ==>1)

☐☐☐☐☐

Liebe Studentin, lieber Student,

vielen Dank für Ihre Bereitschaft, sich an dieser Umfrage zu beteiligen.

In der Physik spielt die Mathematik eine wesentliche Rolle. Kaum ein Thema der Physik kommt ohne eine Formel oder ein Diagramm aus. Um mehr darüber zu erfahren, wie Sie die Rolle der Mathematik in der Physik einschätzen, ist der folgende Fragebogen entworfen worden.

Es gibt bei der Beantwortung der Fragen kein richtig oder falsch! Wir sind ausschließlich an Ihrer Meinung interessiert, nicht an der einer anderen Person oder eines Lehrbuches.

Die Begriffe Formel und Gleichung meinen in den Formulierungen immer das Gleiche. Ausschließlich aus Gründen der Lesbarkeit wurden in den Formulierungen nur die männlichen Formen von Physikerinnen und Physikern usw. verwendet. Wir meinen immer Personen beider Geschlechter.

Viele der Fragen werden für Sie ähnlich klingen und Sie werden sich denken: „Das habe ich doch eben schon beantwortet.“ Diese Wiederholungen sind aus testtheoretischen Gründen notwendig. Bitte lassen Sie sich davon nicht frustrieren.

Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

Olaf Krey,
Prof. Dr. Helmut F. Mikelskis

1. Machen Sie bitte zunächst einige Angaben zu Ihrer Person.

Alter	Geschlecht	Studienfächer	Leistungskurse in der Sek. II	Zwischenprüfungsnote Physik[1]
		1. ____________ 2. ____________	1. ____________ 2. ____________	

Mein angestrebter Abschluss befähigt mich, in der ... zu unterrichten.

☐ Primarstufe ☐ Sekundarstufe I ☐ Sekundarstufe II

Ich studiere Physik im ____ Fachsemester.

	sehr interessant	interessant	mittel	weniger interessant	ganz uninteressant
Die Experimentalphysik ist ...	☐	☐	☐	☐	☐
Die theoretische Physik ist ...	☐	☐	☐	☐	☐

2. Warum haben Sie sich entschieden, Physik für ein Lehramt zu studieren?

Ich habe mich für dieses Studium entschieden, weil ...

____

____

____

1 Sollten Sie noch keine Zwischenprüfung absolviert haben, geben Sie bitte Ihren Notendurchschnitt (gemittelt über alle Physikveranstaltungen) an.

2

3. Was ist Physik? Was zeichnet Physik aus? Beschreiben Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Physik (keine Teilgebiete wie z. B. Kernphysik, Mechanik, etc.).

- ____
- ____
- ____
- ____
- ____

4. Was ist Mathematik? Was zeichnet Mathematik aus? Beschreiben Sie mindestens vier wichtige Merkmale von Mathematik (keine Teilgebiete wie Geometrie etc.)

- ____
- ____
- ____
- ____
- ____

5. Mathematik wird in der Physik benutzt. Warum und wofür? Beschreiben Sie kurz die Rolle der Mathematik in der Physik aus Ihrer Sicht.

- ____
- ____
- ____
- ____
- ____

3

6. Auf dieser Seite geht es um Ihre Meinung zu der Frage, ob und ggf. warum eine mathematische Beschreibung der Natur möglich ist.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

☐ Die Natur ist durch Mathematik nicht zu beschreiben.
☐ Die Natur ist vollständig durch Mathematik beschreibbar.
☐ Mit Mathematik lassen sich Ausschnitte der Natur beschreiben.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

☐ Es ist normal, dass man Vorgänge in der Natur mathematisch beschreiben kann.
☐ Es ist verwunderlich, dass physikalische Gleichungen natürliche Vorgänge beschreiben können.
☐ Wie die Mathematik mit der Physik zusammenhängt, ist völlig egal.

Kennzeichnen Sie bitte die Aussage mit einem Kreuz, der Sie (am ehesten) zustimmen. Bitte setzen Sie nur ein Kreuz!

Mit Mathematik kann man unsere Welt beschreiben, weil ...

☐ die Natur auf der Grundlage mathematischer Gesetze gemacht ist.
☐ in der Physik nur die Aspekte der Natur interessieren, die überhaupt mathematisch beschrieben werden können.
☐ die Mathematik von Menschen entwickelt wurde, die durch diese Welt geprägt wurden.
☐ die Mathematik ursprünglich genau dafür entwickelt wurde.
☐ ____
____ .

Ich würde im Studium gerne mehr über die Verbindung zwischen Mathematik und Physik erfahren.

☐ Ja, das klingt interessant. ☐ Nein, das ist uninteressant.

4

7. Mathematik und Physik.

Geben Sie an, in wieweit die folgenden Aussagen auf Sie zutreffen.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Wenn ich eine Klausur (ohne Formelsammlung) schreibe und mir eine Formel entfallen ist, gibt es kein (legales!) Mittel, sie sich doch noch zu beschaffen.					
2	In der Wissenschaft Physik gewinnen Physiker neue physikalische Gesetze, indem bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniert werden.					
3	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.					
4	In der Physik ist eine Formel nie so genau wie eine Aussage in Worten.					
5	Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind Formeln eher unwichtig.					
6	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, Ergebnisse konkreter physikalischer Probleme zu berechnen.					
7	In der Wissenschaft Physik ist eine Formel so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.					
8	Jede Kurve in einem Diagramm stellt einen Zusammenhang zwischen exakt definierten Größen dar.					

5

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
9	Wenn ich im Physikstudium eine neue Erkenntnis gewinne, sind vor allem Experimente beteiligt.					
10	In der Wissenschaft Physik stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern					
11	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu,Vermutungen zu untersuchen.					
12	Je mehr Mathematik in den Lehrveranstaltungen auftritt, desto exakter sind sie.					
13	In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.					
14	In der Wissenschaft Physik werden die heutigen Formeln in 100 Jahren noch genauso richtig sein wie heute.					
15	In der Physik kann man erst sinnvoll mathematisieren, wenn die zugrunde liegenden Begriffe exakt definiert sind.					
16	In der Wissenschaft Physik werden physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art verstanden.					
17	Formeln sind im Physikstudium immer genauer als Worte.					
18	Ein wissenschaftliches Lehrbuch der Physik wird in 100 Jahren die gleichen Formeln enthalten wie die physikalischen Lehrbücher von heute.					

6

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
19	In der Wissenschaft Physik werden Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen gewonnen.					
20	Formelzeichen kann ich erst benutzen, wenn ich mir die zugehörigen physikalischen Begriffe klar gemacht habe.					
21	In der Wissenschaft Physik kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.					
22	In der Wissenschaft Physik zeigen Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.					
23	Physikalische Gleichungen sind immer zuverlässiger als physikalische Aussagen in Worten.					
24	Im Physikstudium ist eine Formel für mich so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.					
25	Im Physikstudium verstehe ich physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art.					
26	Wenn ich einen physikalischen Sachverhalt in Formeln darstellen will, überlege ich mir genau, was ich mit einem mathematischen Symbol meine.					
27	Im Physikstudium gewinne ich neue Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen.					

7

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
28	In einer Physikvorlesung sind Worte nur vorläufig, erst eine Formel ist eine gesicherte Erkenntnis.					
29	Im Physikstudium stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern.					
30	Im Physikstudium dienen mir Formeln vor allem dazu, Vermutungen zu untersuchen.					
31	In der Wissenschaft Physik muss man Formeln einfach auswendig lernen.					
32	Im Physikstudium dienen mir Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.					
33	Hinter jedem Formelzeichen steht ein genau definierter Begriff.					
34	In der Wissenschaft Physik gibt es für einen Physiker, der eine Formel vergessen hat, nur die Möglichkeit sie nachzuschlagen.					
35	In meinem Lehrbuch sind die Beschreibungen in den Texten immer exakter als die physikalischen Formeln.					
36	Im Physikstudium zeigen mir Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.					
37	Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind vor allem Experimente wichtig.					

8

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
38	Im Physikstudium dienen mir Formeln vor allem dazu, Ergebnisse konkreter physikalischer Aufgaben zu berechnen.					
39	Auch ohne eine genaue Definition der verwendeten Formelzeichen ist es möglich, physikalische Sachverhalte durch Gleichungen zu beschreiben.					
40	Im Physikstudium muss ich Formeln einfach auswendig lernen.					
41	Wenn ich im Physikstudium neue Erkenntnisse gewinne, sind physikalische Formeln eher selten beteiligt.					
42	Im Physikstudium dienen mir Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.					
43	Im Physikstudium kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.					
44	Grafische Darstellungen kann man nur interpretieren, wenn die verwendeten physikalischen Größen klar sind.					
45	Im Physikstudium gewinne ich neue physikalische Gesetze oft, indem ich bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniere.					

9

8. Im Folgenden werden Ihnen acht Tätigkeiten genannt, bei denen Mathematik im Physikstudium eine Rolle spielt. Ordnen Sie diese Tätigkeiten mithilfe der Tabelle nach Ihren persönlichen Vorlieben. Beginnen Sie mit der beliebtesten Tätigkeit. (Bitte beachten Sie, dass Sie die gegebenen Tätigkeiten miteinander vergleichen sollen. Sie sollen nicht bewerten, ob Ihnen diese Tätigkeiten überhaupt Spaß machen.)

1. Definieren physikalischer Größen mit Hilfe mathematischer Gleichungen
2. Erfassen von Messwerten in Tabellen und deren grafische Darstellung
3. Auswerten von Messwerten mit Hilfe von Formeln
4. Aufstellen von physikalischen Gleichungen zur Beschreibung von physikalischen Annahmen und Bedingungen
5. Theoretisches Herleiten physikalischer Gesetze
6. Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Gleichungen
7. Erklären oder Vorhersagen physikalischer Vorgänge durch Interpretieren von Diagrammen
8. Berechnen von physikalischen Größen

	am beliebtesten →							am unbeliebtesten
Nr. der Tätigkeit								

10

9. Mehr Physik und Mathematik.
Geben Sie erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Mit Kunst haben grafische Darstellungen nichts zu tun.					
2	In der Wissenschaft Physik entstehen physikalische Gleichungen durch die Wissenschaftler.					
3	Im Physikstudium beweise ich Gleichungen durch Experimente.					
4	Physikalische Gleichungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.					
5	Außerirdische Wissenschaftler müssten zwangsläufig zu unseren physikalischen Gleichungen kommen, wenn sie versuchen, die Erde zu verstehen.					
6	Im Physikstudium kann ich Gleichungen eindeutig beweisen.					
7	Ich kann an physikalischen Gleichungen nichts Schönes finden.					
8	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck aufgestellt.					
9	Im Physikstudium leite ich Gleichungen eindeutig aus Experimenten ab.					
10	In physikalischen Gleichungen liegt eine gewisse Eleganz.					
11	In der Wissenschaft Physik beschreiben Gleichungen, wie Natur wirklich ist.					

11

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
12	Im Physikstudium erhalte ich durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.					
13	Physikalische Gleichungen sind nicht schön.					
14	In der Wissenschaft Physik sind die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig zu entnehmen.					
15	Im Physikstudium kommt es vor, dass verschiedene Studenten aus ein und demselben Experiment verschiedene physikalische Gleichungen ableiten.					
16	Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in grafischen Darstellungen beschrieben werden, ist beeindruckend.					
17	Im Physikstudium erschaffe ich physikalische Gleichungen aktiv für mich.					
18	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen durch Experimente bewiesen.					
19	Grafische Darstellungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.					
20	Wenn ich im Physikstudium einen beliebigen Vorgang der Natur mathematisch beschreiben soll, dann gibt es nur ein richtiges Ergebnis.					
21	In der Wissenschaft Physik können Gleichungen eindeutig bewiesen werden.					
22	Ich kann an grafischen Darstellungen nichts Schönes finden.					

12

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
23	Im Physikstudium stelle ich Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck auf.					
24	In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen eindeutig aus Experimenten abgeleitet.					
25	In grafischen Darstellungen liegt eine gewisse Eleganz.					
26	Im Physikstudium beschreiben meine Gleichungen, wie Natur wirklich ist.					
27	In der Wissenschaft Physik erhält man durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.					
28	Grafische Darstellungen sind nicht schön.					
29	Im Physikstudium kann ich die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig entnehmen.					
30	In der Wissenschaft Physik kann man aus ein und demselben Experiment oft mehrere Gleichungen ableiten.					
31	Einige grafische Darstellungen sind richtige Kunstwerke.					
32	Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in physikalischen Gleichungen beschrieben werden, ist beeindruckend.					

13

10. Ihre Erfahrungen mit Mathematik in der Physik.

Geben Sie bitte erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Alles im Physikstudium, wofür man grafische Darstellungen braucht, ist in der Wirklichkeit für mich nutzlos.					
2	Formeln helfen, in der Physik objektiv zu sein.					
3	Es bereitet mir Freude, mit physikalischen Formeln umzugehen.					
4	Grafische Darstellungen ermöglichen die experimentelle Überprüfbarkeit physikalischer Aussagen.					
5	Mir helfen grafische Darstellungen dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					
6	Anhand von Formeln kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen.					
7	Formeln machen die Physik für mich verständlicher.					
8	Mit Hilfe von grafischen Darstellungen lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen.					
9	Grafische Darstellungen sind für mich das Schönste in der Physik.					
10	Mit Formeln kann man jemandem unmissverständlich sagen, was man meint.					
11	Durch Formeln wird die Physik für mich unverständlich.					

14

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
12	Die Ergebnisse physikalischer Experimente kann man mit grafischen Darstellungen überprüfen.					
13	Grafische Darstellungen sind für mich das Langweiligste in der Physik.					
14	Ob eine Formel richtig ist, können zwei Personen in einem Gespräch relativ schnell entscheiden.					
15	Formeln sind für mich das Langweiligste in der Physik.					
16	Ob eine grafische Darstellung richtig ist, können zwei Personen in einem Gespräch relativ schnell entscheiden.					
17	Durch grafische Darstellungen wird die Physik für mich unverständlich.					
18	Die Ergebnisse physikalischer Experimente kann man mit Formeln überprüfen.					
19	Formeln sind für mich das Schönste in der Physik.					
20	Mit grafischen Darstellungen kann man jemandem unmissverständlich sagen, was man meint.					
21	Grafische Darstellungen machen die Physik für mich verständlicher.					
22	Mit Hilfe von Formeln lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen.					
23	Mir helfen Formeln dabei, die physikalischen Konzepte besser zu verstehen.					

15

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
24	Anhand von grafischen Darstellungen kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen.					
25	Es bereitet mir Freude, mit grafischen Darstellungen in der Physik umzugehen.					
26	Formeln ermöglichen die experimentelle Überprüfung physikalischer Aussagen.					
27	Alles im Physikstudium, wofür man Formeln braucht, ist in der Wirklichkeit für mich sowieso nutzlos.					
28	Grafische Darstellungen helfen, in der Physik objektiv zu sein.					

16

11. Diskutieren und Nachdenken über Physik mit Hilfe von Mathematik.
Geben Sie bitte erneut das Ausmaß Ihrer Zustimmung/ Ablehnung an.

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
1	Für mich sind grafische Darstellungen eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben.					
2	Für mich machen grafische Darstellungen ein Problem noch komplexer.					
3	Für mich werden Inhalte im Physikstudium durch grafische Darstellungen unverständlich.					
4	Für mich werden Inhalte im Physikstudium durch Formeln unverständlich.					
5	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie Formeln verwenden.					
6	Mich entlasten grafische Darstellungen beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge.					
7	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie grafische Darstellungen verwenden.					
8	Für mich erleichtert Mathematik die Verständigung im Physikunterricht.					
9	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich Formeln verwende.					

17

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
10	Mich entlasten Formeln beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge.					
11	Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer grafischen Darstellung entnehmen kann.					
12	Physikern erleichtert Mathematik die Verständigung.					
13	In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in Formeln enthalten sind, schnell erfassen.					
14	Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von grafischen Darstellungen übersichtlicher.					
15	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen verwendet werden.					
16	Mir helfen grafische Darstellungen im Physikstudium, Missverständnisse zu vermeiden.					
17	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln benutzt werden.					
18	Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von Formeln übersichtlicher.					
19	Für mich sind grafische Darstellungen eines physikalischen Sachverhaltes zur Verständigung nicht hilfreich.					

18

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
20	Physikern helfen grafische Darstellungen, Missverständnisse zu vermeiden.					
21	In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln verwendet werden.					
22	Mir helfen grafische Darstellungen, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
23	In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.					
24	Mir helfen Gleichungen im Physikstudium, Missverständnisse zu vermeiden.					
25	Ich kann Informationen, die in physikalischen Formeln enthalten sind, schnell erfassen.					
26	Mir helfen Formeln, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen.					
27	Ich kann Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.					
28	Physikern helfen Gleichungen, Missverständnisse zu vermeiden.					
29	In der Wissenschaft Physik ist die Darstellung eines Sachverhaltes in Formeln für die Verständigung verwirrend.					
30	Grafische Darstellungen ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.					

19

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
31	In der Wissenschaft Physik sind grafische Darstellungen eines Sachverhaltes für die Verständigung nicht hilfreich.					
32	Mir helfen physikalische Gleichungen beim Austausch mit anderen über Physik, Zeit zu sparen.					
33	Für mich sind Formeln eines physikalischen Sachverhaltes bei der Verständigung verwirrend.					
34	Formeln ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.					
35	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen benutzt werden.					
36	Physikern helfen Gleichungen beim Austausch untereinander, Zeit zu sparen.					
37	In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer Formel entnehmen können.					
38	Mich strengt das Entschlüsseln grafischer Darstellungen zusätzlich an.					
39	In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer grafischen Darstellung entnehmen können.					
40	Mir helfen grafische Darstellungen beim Austausch mit anderen über Physik, Zeit zu sparen.					

20

Nr.	Aussage	lehne stark ab	lehne eher ab	bin unentschieden	stimme eher zu	stimme stark zu
41	Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer physikalischen Formel entnehmen kann.					
42	Mich strengt das Entschlüsseln einer Formel zusätzlich an.					
43	Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich grafische Darstellungen verwende.					
44	Physikern helfen grafische Darstellungen beim fachlichen Austausch untereinander, Zeit zu sparen.					
45	In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch grafische Darstellungen unverständlich.					
46	In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch Gleichungen unverständlich.					
47	Für mich sind Formeln eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben.					
48	Für mich machen Formeln ein Problem noch komplexer.					

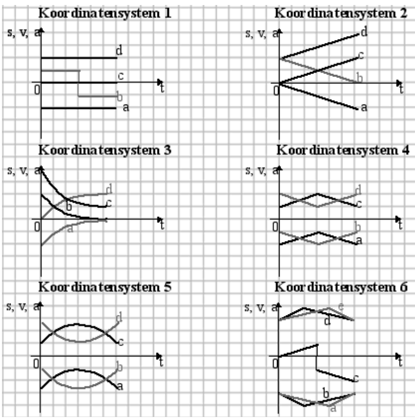
21

12. Wählen Sie den (am besten) passenden Kurvenverlauf für die angegebenen Diagramme aus und ergänzen Sie die Nummer des Koordinatensystems und den Buchstaben der Kurve.

Reale Ausgangssituation		Ein Spielzeugauto steht auf einer glatten ebenen Unterlage, auf der es <u>widerstandsfrei</u> bewegt werden kann. Als Weg wird der Abstand vom Ausgangspunkt in Richtung x-Achse betrachtet.	
1. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Das Spielzeugauto wird kurz und kräftig angestoßen und rollt dann in Richtung der x-Achse (nach links).**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___
2. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Ein Teppich wird auf die glatte Unterlage gelegt. Das Spielzeugauto wird kurz und kräftig angestoßen rollt auf dem Teppich in Richtung der x-Achse (nach links) und wird gleichmäßig langsamer bis es steht.**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___
3. Situationsveränderung Beschreibung/ Diagramme	**Die Startposition des Autos befindet sich links vom Nullpunkt. Das Auto rollt widerstandsfrei in Richtung der x-Achse bis zu einer elastischen Wand, von der es abprallt und zurück zur Startposition rollt.**		
	Weg-Zeit-Diagramm	Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm	Beschleunigung-Zeit-Diagramm
	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___	Koord.system: ___ Buchstabe ___

22

Wählen Sie die Nummer des Koordinatensystems in dem sich die gesuchte Kurve befindet und übertragen Sie diese ebenso wie den Buchstaben der Kurve in die Tabelle auf der linken Seite.



23

13. In der Abbildung sehen Sie – dank Google Earth – die Manhattan Bridge in New York, die Brooklyn mit Manhattan verbindet. Zur räumlichen Orientierung wurde die x-Richtung festgelegt. Wir betrachten ein fahrendes Auto auf dieser Brücke. In der folgenden Tabelle sind ein Beispielvorgang und eine ihn beschreibende Gleichung angegeben.

Geben Sie mit Hilfe der Tabelle auf der nächsten Seite an, wie die Koeffizienten in dieser Gleichung geändert werden müssen, um diese Gleichung auf die beschriebenen Vorgänge 1-5 anzupassen.

Dabei wird für den Beobachtungsbeginn immer t=0 angesetzt.

(<u>Wichtige Idealisierung:</u> Das Auto ändert die Geschwindigkeit immer gleich stark. Das heißt, es wird beim Gasgeben genauso schnell schneller, wie es beim Bremsen langsamer wird. Es sei denn, es wird anders beschrieben!)

24

	Realer Vorgang	den realen Vorgang beschreibende Gleichung	
Beispielvorgang	Der Fahrer des mit konstanter Geschwindigkeit Richtung Brooklyn fahrenden Autos fängt bei Beobachtungsbeginn an, Gas zu geben, so dass die Geschwindigkeit gleichmäßig zunimmt.	$v(t)=k\cdot t+l$ t steht für die Zeit v steht für die Geschwindigkeit k, l stehen (bei Vernachlässigung von Einheiten) für positive reelle Zahlen	
Beschreibung ähnlicher Vorgänge und Änderung der Variablen (k, l)			
		k	l
1. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto beschleunigt (ausnahmsweise) stärker.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
2. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto beschleunigt aus dem Stand.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
3. Vorgang	Es wird der Beispielvorgang beschrieben, aber die Beobachtung beginnt einige Sekunden später, während der Beschleunigungsphase.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
4. Vorgang	Das Auto des Beispielvorgangs fährt Richtung Manhattan. Zu Beobachtungsbeginn wird es abgebremst, bis es anhält, und fährt sofort zurück Richtung Brooklyn.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht
5. Vorgang	Alles bleibt wie im Beispielvorgang, aber das Auto fährt Richtung Manhattan, ohne zu beschleunigen/ bremsen.	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht	□ Betrag wird größer □ Betrag wird kleiner □ ändert das Vorzeichen □ wird Null □ bleibt gleich □ weiß ich nicht

25

GESCHAFFT!
Vielen Dank für Ihre Mitarbeit!

26

B Ergänzung zu Kapitel 6: Inhaltsanalyse der offenen Fragestellungen

B.1 Kodierleitfaden – „Was ist Physik?“

Im folgenden Kodierleitfaden sind Abschnitte, die Kategorien vorstellen, die nur für die Kodierung der Aussagen von Schülerinnen und Schülern relevant sind mit ☺ gekennzeichnet. Kategorien, die nur für die Kodierung von Äußerungen der Studierenden relevant sind, sind durch ☻ gekennzeichnet.

B.1.1 Beschreibung der Kategorien

Um eine möglichst eindeutige Kodierung zu gewährleisten, werden nachfolgend die angegebenen Kategorien näher beschrieben und voneinander abgegrenzt, Signalwörter benannt sowie Ankerbeispiele angefügt.

Synonym verwendet werden: Code = Kategorie, Coding = Sinneinheit/ Teil einer Sinneinheit.

B.1.1.1 Überbegriffe

Diese Oberkategorie enthält alle Aussagen, die auf eine übergeordnete Sichtweise auf die Physik schließen lassen. Die enthaltenen Codings würden in einem hierarchischen Begriffssystem dem Begriff Physik übergeordnet sein. Es handelt sich also um Überbegriffe im weitesten Sinne. Es wird festgelegt, dass das Coding „Lehre von ...“ nicht als Überbegriff kodiert wird, sondern der Gegenstandsbereich die Kategorienzugehörigkeit festlegt (vgl. Beispiel 18, S. 299). Als Synonym angesehen werden Codings wie „Naturwissenschaft“ und „Wissenschaft der Natur“. Dieser Kategorie werden nur Substantive zugefügt.

Ankerbeispiele: Wissenschaft; Naturwissenschaft; Allgemeinbildung; Wissen; Forschung; Bildung

B.1.1.2 Hilfsmittel

Mit der Oberkategorie Hilfsmittel sind innerphysikalische Hilfsmittel gemeint und nicht Äußerungen, wie: „Physik an sich dient als Hilfsmittel für...“. Somit enthält diese Kategorie alle Codings, die zum Beschreiben, Darstellen und Verknüpfen von physikalischen Inhalten nötig sind. Die aufgeführten Hilfsmittel helfen, mit Physik in Schule und Forschung umzugehen, und bestimmen bzw. erleichtern folglich das Arbeiten mit den Inhalten der Physik. Die Kategorie „Hilfsmittel“ wird in vier Hauptunterkategorien eingeteilt und enthält selbst keine Codings.

mathematisch-symbolischer Art Diese Hauptunterkategorie enthält Werkzeuge und Hilfsmittel mathematischer Art, die dem Rechnen und Beschreiben bzw. Formalisieren physikalischer Inhalte und Zusammenhänge dienen.

Ankerbeispiele: Zahlen; Gleichungen; viele Formeln; Formeln; besteht aus vielen Formeln; mathematische Formeln; Kombination von Formeln; Formeln zeichnen Physik aus

mathematisch-visueller Art Diese Hauptunterkategorie enthält mathematische Hilfsmittel, die zur Visualisierung, Veranschaulichung und Illustration von physikalischen Inhalten beitragen. Darunter fallen zum Beispiel Diagramme, jedoch nicht dreidimensionale, reale (vgl. Hilfsmittel/ Objekte). „Grafische Darstellungen"/ „Grafiken" werden ebenfalls immer dieser Hauptunterkategorie zugefügt, da diese Schlüsselbegriffe wahrscheinlich synonym für „Diagramme" verwendet werden und daher einen mathematischen Bezug aufweisen.

Ankerbeispiele: Diagramme; Tabellen; Grafiken; grafische Darstellungen

nicht-mathematisch-visueller Art (☺) Diese Hauptunterkategorie enthält allgemeine Hilfsmittel, die zur Visualisierung, Veranschaulichung und Illustration von physikalischen Inhalten beitragen. Darunter fallen zeichnerische Darstellungen und Schaubilder, aber keine dreidimensionalen Objekte und Gegenstände (vgl. Hilfsmittel/ Objekte).

Ankerbeispiele: Skizzen; Zeichnungen; Darstellungen

Objekte (☺) Zu dieser Hauptunterkategorie werden Sinneinheiten hinzugefügt, die auf Sachgegenstände abzielen, die als Hilfsmittel von Physiktreibenden und Physiklernenden in Schule und Universität eingesetzt werden. Dazu zählen Nachschlagewerke und Rechenhilfen. Es handelt sich dabei also um die materielle Ausstattung einer Bildungseinrichtung bzw. das Arbeitsmaterial von Schülern, Studenten und Physikern.

Ankerbeispiele: Periodensystem; Tafelwerk; Physikraum; Taschenrechner

B.1.1.3 Inhalte

Diese Oberkategorie enthält alle Aussagen, die Bezug auf physikalische Inhalte, Themengebiete und Stoffelemente nehmen. Sie wird in sieben Hauptunterkategorien eingeteilt und enthält selbst keine Codings.

Teilgebiete In diese Hauptunterkategorie werden alle Codes zur Untergliederung der physikalischen Inhalte in die jeweiligen Teilgebiete der Physik einsortiert.

Ankerbeispiele: Optik; Atomphysik; Mechanik; Thermodynamik; Elektrizitätslehre; Kernphysik

allgemeiner Art Mit der Hauptunterkategorie Inhalte/ allgemeiner Art sind alle Angaben gemeint, die eindeutig als physikalischer Inhalt anzusehen sind, aber wiederum problemlos weiter spezifiziert werden können. Inhalte/ allgemeiner Art gliedert die physikalischen Inhalte demzufolge nur in einer groben und oberflächlichen Art und Weise. Diese Kategorie enthält selbst keine Codings, wird aber in weitere fünf Unterkategorien geteilt.

allgemeine Phänomene Diese Unterkategorie enthält die Aussagen, die die Physik hauptsächlich durch die Beschäftigung mit Inhalten wie Tatbeständen, Prozessen, Verläufen und Entwicklungen charakterisieren. Die Antworten sind unspezifisch und lassen nur eine generelle bzw. grobe Tendenz erkennen. Alle durch Adjektive usw. näher beschriebenen Phänomene, Sachverhalte, etc. gehören nicht in diese Kategorie. So gehören beispielsweise Aussagen, wie „technische Abläufe“ in die Kategorie Inhalte/ allgemeiner Art/ Technik.

Ankerbeispiele: Sachverhalte; physikalische Vorgänge; Phänomene; Abläufe; Prozesse; Verhältnisse; Zusammenhänge bestimmter Dinge; Abläufe von Vorgängen; Hintergründe von Sachverhalten; Eigenschaften von Stoffen; mechanische Prozesse

Alltag Der Unterkategorie Alltag, werden alle Codings zugefügt, die aussagen, dass in der Physik alltagsbezogene Themen behandelt werden.

Ankerbeispiel: alltägliche Phänomene/ Vorgänge; Alltag; wie Dinge im Alltag funktionieren; tägliches Leben; Lehre des Alltags

Mensch (☺) In diese Unterkategorie gehören alle Codings, die den Menschen als Inhalt der Physik ausweisen. Dabei geht es nicht darum, was der Mensch tut oder was seine Eigenschaften sind, sondern um den Menschen als Thema der Physik an sich oder seiner Verbindung zur Physik.

Ankerbeispiel: Mensch; Lehre über das Zusammenspiel von Mensch und Technik

Universum/ Welt Diese Unterkategorie beinhaltet alle Aussagen zu Umwelt und Universum, die diese damit als Inhalte der Physik ausweisen.

Ankerbeispiele: Universum; Umwelt; Welt; Aufbau der Welt; untersucht Zusammenhänge in der Welt; Erforschung der Erde

Technik Diese Unterkategorie weist die Technik als einen Inhalt der Physik aus. Die angegebenen Ankerbeispiele sind selbsterklärend.

Ankerbeispiele: Technik; technische Vorgänge; entwickelt neue Geräte; Zusammenspiel von Natur und Technik; technische Zusammenhänge; Funktionsweise von Geräten

Natur In diese Unterkategorie gehören alle Codings, die die Natur als Bestandteil der Physik auszeichnen.

Ankerbeispiele: Natur; Naturphänomene; Vorgänge in der Natur; Abhängigkeiten in der Natur; Lehre von Naturereignissen; beschäftigt sich mit der nicht lebenden Natur; Zusammenspiel von Natur und Technik; etwas über Naturerscheinungen lernen

konkrete inhaltliche Konzepte Die Hauptunterkategorie Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte enthält Fachbegriffe, also Begriffe mit klar definierten fachlichen Inhalten, die in der Physik bzw. Mathematik thematisiert werden. Auch konkrete Naturphänomene/ Geräte, wie beispielsweise Kraftwerk, Wetter, Motor etc. werden dieser Kategorie zugefügt. Die Codings sind unter anderem daran zu erkennen, dass sie oft Elemente der verschiedenen Teilgebiete der Physik bzw. Mathematik sind. So spielen beispielsweise „Atome“ in der Atomphysik eine essenzielle Rolle.

physikalischer Art **Ankerbeispiele:** Kräfte; Atome; Strom; Energie; Elektrizität; Magnete; Licht; Schaltkreise; Windkraft; Motor; Wetter; mechanische Abläufe; Kräfteerscheinungen; Relationen zwischen Körpern; Wie entsteht Elektrizität?; Bewegung; Generator

mathematischer Art (☻) **Ankerbeispiele:** Differential-/ Integralrechnung

konkrete formale Konzepte (☺) Die Hauptunterkategorie konkrete formale Konzepte enthält solche Sinneinheiten, die eher einen äußerlichen, formellen Charakter aufweisen, also nicht auf konkrete Inhalte der Physik abzielen, sondern auf eine Art Metasprache verweisen, in der sich über Aspekte konkreter inhaltlicher Konzepte reden lässt. In gewisser Hinsicht klassifizieren sie die inhaltlichen Konzepte, sie geben ihnen Namen und weisen Eigenschaften zu. (Beispiel: Die physikalische Größe der Stromstärke (konkretes inhaltliches Konzept) hat die Einheit (konkretes formales Konzept) Ampère (konkretes inhaltliches Konzept).

Ankerbeispiele: Einheiten; Größen; Elemente; Konstanten; Vektoren; Koordinatensystem; Kenngrößen; Formelzeichen

experimenteller Art Dieser Code enthält alle Aussagen, die den experimentellen Charakter der Physik explizit ansprechen oder damit direkt in Verbindung stehen (z.B. Protokolle). Bis auf die Tätigkeit des Experimentierens, werden alle mit dem Experiment verbundenen Codings hier einsortiert.

Ankerbeispiele: Experimente; viele Experimente; physikalische Experimente; Versuche; Protokolle; Messwerte; praktische Versuche; Messfehler; Beobachtungen; Schülerexperimente

theoretischer Art Diese Hauptunterkategorie ist gewissermaßen das Komplement zur Kategorie Inhalte/ experimenteller Art, denn zu ihr gehören alle Codings, die auf theoretische Inhalte bzw. auf den theoretischen Aufbau der Physik abzielen. Damit sind jedwede Inhalte abstrakt strukturierender Art gemeint, wie beispielsweise „Definitionen“, „Beweise“ und „Gesetze“, aber auch Aussagen, die die Physik als eher theoretisch und nicht praktisch beschreiben („Theorie“). Generell werden dieser Kategorie nur Substantive, der in den Ankerbeispielen aufgelisteten Signalwörter, zugeordnet (vgl. dazu auch Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ herleiten/ beweisen physikalischer Sachverhalte etc.).

Ankerbeispiele: Gesetze; Gesetzmäßigkeiten; Theorie; Naturgesetze; Physik besitzt viele Gesetze; Regeln; Lehre der Naturgesetze; Definitionen; Hypothesen; Grundlage sind Gesetze der Natur; Nachweise; Auseinandersetzung mit Gesetzmäßigkeiten; physikalische Gesetze; Beweise

philosophischer Art (☻) Aussagen, die philosophische Betrachtungen als Inhalt der Physik kennzeichnen, werden dieser Hauptunterkategorie zugeordnet.

Ankerbeispiele: stellt Weltanschauungen zur Verfügung; naturphilosophische Betrachtungen; Suche nach Ursachen des Lebens; Woher kommen wir?; zu ergründen, „was die Welt im Innersten zusammenhält“; ein hoher Anspruch: „wahres“ Erkennen

B.1.1.4 Eigenschaften

Zu dieser Oberkategorie zählen alle Aussagen, die der Physik konkrete Merkmale zuweisen, wodurch sie letztlich näher beschrieben wird und eine genauere Vorstellung der Wissenschaft Physik entsteht. Der Code wird in fünfzehn Hauptunterkategorien untergliedert, enthält aber selbst keine Aussagen.

Modellierungsaspekt In die Hauptunterkategorie Modellierungsaspekt gehören alle Kodiereinheiten, die die Arbeit mit Modellen im Allgemeinen beziehungsweise das modellhafte Beschreiben und Darstellen als Merkmal der Physik betonen. Es wird nicht zwischen dem allgemeinen und dem mathematischen modellieren (als Teil des Modellierungsprozesses) unterschieden (vgl. Codings wie „Probleme formalisieren“). Auch Teilprozesse (z.B. Vereinfachungen) bzw. Teilergebnisse des Modellierens werden diesem Code zugeordnet.

Ankerbeispiele: vereinfachte modellhafte Darstellung unserer Umwelt; Vereinfachung; Modellbildung; orientiert sich an Modellen; modellhafte Darstellung; Probleme formalisieren

Exaktheit/ Genauigkeit Die Aussagen der Hauptunterkategorie Exaktheit/ Genauigkeit beziehen sich auf die Eigenschaft physikalischer Inhalte, mathematisch exakt und präzise formulierbar zu sein.

Ankerbeispiele: exakt definierte Begriffe; nur richtig oder falsch; Genauigkeit; genau; nur ein richtiges Ergebnis; eindeutig

zeitliche Stabilität betreffend Alle Sinneinheiten, die die Veränderlichkeit, Entwicklung beziehungsweise Stabilität von physikalischem Wissen thematisieren, werden dieser Hauptunterkategorie zugeordnet.

Ankerbeispiele: Physik ist endgültig, ist bis heute unvollständig und entwickelt sich immer weiter; in Physik steht nicht alles fest, es ist nicht alles erwiesen; es gibt noch viele Gebiete in der Physik, die teilweise noch nicht eindeutig geklärt sind; Physik im Alltag ist etwas „Feststehendes“ (vgl. Naturgesetze)

Verstehensbezug Dieser Code enthält alle Sinneinheiten, in denen betont wird, dass Physik zum Verstehen anderer Lebensbereiche, Dinge etc. hilfreich ist. Die Unterkategorien spezifizieren diese Lebensbereiche bzw. Situationen. Sie sind selbsterklärend und enthalten deshalb nur Ankerbeispiele. Alle Sinneinheiten, die mit den Signalwörtern „verstehen“, „Verständnis“ und „nachvollziehen“ verknüpft sind, gehören der Hauptunterkategorie Verstehensbezug an. (☺ Achtung: Sinneinheiten wie „nachvollziehbar“ werden der Hauptunterkategorie subjektive Beurteilungen/ positiver Art zugeordnet. Codings wie das „Verstehen von Formeln“ werden der Kategorie Aktivitäten/ interpretieren von Gleichungen zugeordnet (☺).) Diese Kategorie enthält selbst keine Codings.

allgemeiner Art **Ankerbeispiele:** Verstehen; Verstehen von Vorgängen/ Zusammenhängen; Zusammenhänge erkennen; wichtig für das Verständnis von Abläufen; Physik hilft, viele Dinge zu verstehen; wichtig für das Verstehen bestimmter Funktionen und Vorgänge; verbessert Verständnis; Phänomene verstehen; verschiedene Abläufe nachvollziehen

Alltag **Ankerbeispiele:** Phänomene des Alltags verstehen; tägliches Leben verstehen; gibt Verständnis für alltägliche Dinge; hilft, den Alltag besser zu verstehen; wichtig zum Verständnis von alltäglichen Dingen, Alltagssituationen nachvollziehen können

Universum/ Welt **Ankerbeispiele:** hilft, die Umwelt besser zu verstehen; Umwelt verstehen; Hilfe, um die Welt zu verstehen

Technik (☺) **Ankerbeispiele:** technische Vorgänge verstehen; Aufbau und Wirkungsweise der Motoren verstehen; verstehen von Technik; Verstehen technischer Dinge; Nachvollziehen, wie ein Stromkreis funktioniert; technisches Verständnis

Natur **Ankerbeispiele:** Verstehen von natürlichen Phänomenen; Verstehen von „Naturereignissen“; Verständnis der Naturphänomene; Vorgänge in der Natur besser verstehen; Naturerscheinungen verstehen; Natur verstehen; Naturereignisse nachvollziehen

Beschreibungsbezug Codings dieser Hauptunterkategorie bringen explizit zum Ausdruck, dass Physik Beschreibungen liefert. Die folgenden Unterkategorien bilden daher Überbegriffe für die Dinge und Vorgänge etc., die beschrieben werden können. Sie sind selbsterklärend und enthalten deshalb nur Ankerbeispiele. Alle Sinneinheiten, die mit den Signalwörtern „beschreiben“, „darstellen“, „Darstellung“ und „Beschreibung“ verknüpft sind, gehören der Hauptunterkategorie Beschreibungsbezug an. Alle Sinneinheiten, die auf mathematische Beschreibungen abzielen, gehören jedoch zu einem weiteren Code, nämlich zur Kategorie Mathematikbezug/ mathematische Darstellung. Die Kategorie Beschreibungsbezug enthält selbst keine Codings.

allgemeiner Art **Ankerbeispiele:** Physik beschreibt physikalische Vorgänge; Beschreibung realer Prozesse/ Ereignisse; beschreibt viele Zusammenhänge; Beschreibung von Gesetzmäßigkeiten; beschreibt, wie zum Beispiel ein Lichtstrahl aussieht

Alltag **Ankerbeispiele:** beschreibt Dinge/ Geschehen im Alltag; Alltagsituationen werden kompliziert beschrieben; man kann Alltagserscheinungen darstellen; Beschreibung alltäglicher Dinge aus wissenschaftlicher Sicht

Universum/ Welt **Ankerbeispiele:** beschreibt Prozesse in der Umwelt

Technik (☺) **Ankerbeispiele:** Beschreiben natürlicher und technischer Vorgänge; Darstellung von Vorgängen in Natur/ Technik; Physik ist die Beschreibung von Abläufen in Natur und Technik

Natur **Ankerbeispiele:** beschreibt Vorgänge in der Natur; das Beschreiben von Natur/ Naturgesetzen/ Naturphänomenen, Analyse von Naturphänomenen, durch Physik kann man Vorgänge in der Natur schematisch darstellen, Darstellung von Vorgängen in Natur

Erklärungsbezug Mit der Hauptunterkategorie Erklärungsbezug werden Sinneinheiten erfasst, die der Physik ausdrücklich einen erklärenden Charakter zuweisen, wobei die nachfolgenden fünf Unterkategorien den Gegenstand der Erklärung spezifizieren. Sie sind selbsterklärend und enthalten deshalb nur Ankerbeispiele. Alle Sinneinheiten, die mit den Signalwörtern „erklären“, „begründen“, „Begründung“ und „Erklärung“ verknüpft sind, gehören der Hauptunterkategorie Erklärungsbezug an. Die Kategorie selbst enthält keine Codings.

allgemeiner Art **Ankerbeispiele:** Erklärung bestimmter Sachverhalte/ Phänomene/ Vorgänge/ Prozesse/ Abläufe; Begründung unverständlicher Dinge; reale Ereignisse erklären; Erklärung, wie und warum etwas passiert; erklärt das Zusammenspiel von Kräften

Alltag **Ankerbeispiele:** Aufklärung in Alltagssituationen; das Erklären von alltäglichen Dingen/ Phänomenen im Alltag; man kann Alltagserscheinungen erklären

Universum/ Welt **Ankerbeispiele:** Welt/ Universum versuchen zu erklären; erklärt die Umwelt; Erklärungen für Phänomene auf der Erde; Erklärungen irdischer Phänomene; die Physik erklärt Vorgänge und Zusammenhänge auf der Erde

Technik **Ankerbeispiele:** Physik erklärt technische Dinge genauer; technische Geräte erklären können; das Erklären von Technik; Erläuterung über Funktionsweise vieler Geräte; technische Aufklärung

Natur **Ankerbeispiele:** Erklärung von Natur/ Naturerscheinungen/ Naturereignissen/ Naturgesetzen/ Naturphänomenen; Erklärung der Blitzentstehung; Naturkatastrophen werden erklärt; Erklärung von Dingen, die in der Natur passieren; Erklärung von Besonderheiten in der Natur

emotionale Bewertungen Diese Hauptunterkategorie enthält alle subjektiven Wertungen. Auch Codings, die gefühlsbetont sind, werden dieser Kategorie zugeordnet. Die Kategorie wird in zwei sich selbst erklärende Unterkategorien unterteilt und enthält selbst keine Codings.

positiver Art Als Signalwort fungiert „wichtig“. Ausnahme: „wichtig für ...“ wird nicht als emotionale Bewertung interpretiert, sondern signalisiert einen Anwendungsbezug (vgl. Eigenschaften/ Alltagsbezug/ Anwendung sowie Kodierbeispiele 5 – 7, S. 296).

Ankerbeispiele: interessant; macht Spaß; spannend; tolle Lehrer; wichtig; abwechslungsreich; vielfältig; nützlich; erstaunlich; leicht; einfach; nachvollziehbar (☺)

negativer Art **Ankerbeispiele:** unnötig; trocken; schwer verständlich; langatmig; unlogisch; uninteressant; anstrengend; langweilig; schwer; verwirrend; kompliziert; komisch; stressig

Alltagsbezug/ Anwendung Bei dieser Hauptunterkategorie steht die Eigenschaft der Anwendbarkeit, Nützlichkeit und Zweckmäßigkeit von physikalischen Inhalten in verschiedenen Bereichen (Alltag, Technik usw.) im Vordergrund. Eine Sinneinheit in Kombination mit der Wortgruppe „wichtig für ...“ wird jeweils einer der vier folgenden Unterkategorien zugeordnet (vgl. Beispiel 8, S. 296). Die Kategorie Alltagbezug/ Anwendung enthält selbst keine Codings.

allgemeiner Art **Ankerbeispiele:** praktisch; praxisnah; praktische Anwendung; Nutzen der Physik; Brauchbarkeit; Praxis; nützlich; Anwendbarkeit; praxisorientiert; Anwendung; anwenden

Alltag **Ankerbeispiele:** oft im Alltag wiederzufinden; Anwendungen im täglichen Leben; hilft im Alltag; alltagstauglich; wichtig für Zukunft

Technik **Ankerbeispiele:** Grundlage für Technik; wichtig für Konstruktionen; Grundlage für die Entwicklung neuer technologischer Innovationen; Basiswissen für Maschinen; hilft dem technischen Fortschritt; Grundvoraussetzung für heutige Technologie

andere Disziplinen **Ankerbeispiele:** sehr wichtig für die Forschung; Grundlage für alle Naturwissenschaften; für Architekten, die Statik berechnen; nützlich in Architektur; Bauwissenschaften

Theorie-Experiment-Verknüpfung In diese Hauptunterkategorie gehören alle Aussagen, die darauf verweisen, dass in der Physik, Theorie und Praxis nicht losgelöst voneinander zu betrachten sind, sondern vielmehr eng miteinander verknüpft sind bzw. wechselseitig aufeinander einwirken.

Ankerbeispiele: Theorie und Praxis; Nachweis durch Experimente; Beweise anhand von Versuchen; experimentelle Belege; Feststellung von Gesetzmäßigkeiten durch Experimente; zu beweisende Thesen; praktisch Theoretisches umsetzen; Lösung von Fragen anhand von Vorzeigebeispielen (Experimente); das Erfassen von Messwerten, um Vorüberlegungen zu bewerten (Vorüberlegungen unterlegen/ verwerfen)

Realitätsbezug In diesem Code wird die Eigenschaft der Realitätsnähe physikalischer Inhalte besonders betont, wobei meist unklar bleibt, was unter Realität/ Wirklichkeit im eigentlichen Sinne zu verstehen ist.

Ankerbeispiele: realitätsnah; real; realistisch; Verbindung zur Wirklichkeit

Mathematikbezug Alle Codings dieser Hauptunterkategorie zielen auf die Verbindung der Physik zur Wissenschaft Mathematik und heben den mathematischen Charakter der Physik hervor. Die Hauptunterkategorie Mathematikbezug wird in zwei weitere Kategorien unterteilt und enthält selbst keine Sinneinheiten.

Mathematik allgemein **Ankerbeispiele:** Mathematik; Rechenwege; Statistiken; baut auf Mathematik auf; sehr Mathematik ähnlich; angewandte mathematische Zusammenhänge; aufgebaut aus Gesetzen der Mathematik

mathematische Darstellung Unter dem mathematischen Darstellen wird sowohl das mathematische Beschreiben als auch das mathematische Erklären verstanden. Betont ein Coding diese mathematische Seite der Darstellung, dann wird es nur diesem Code zugewiesen, nicht aber den Kategorien Eigenschaften/ Beschreibungsbezug bzw. Eigenschaften/ Erklärungsbezug (siehe Beispiel 10, Seite 297). Auch eine Unterscheidung nach dem was dargestellt wird, entfällt hier (vgl. beispielweise Eigenschaften/ Erklärungsbezug)

Ankerbeispiele: in Formeln festhalten; durch Formeln erklären; mathematische Beschreibung; Versuch der mathematischen Darstellung; Umschreibung mit Formeln und Diagrammen

Anschaulichkeit Die in der Hauptunterkategorie Eigenschaften/ Anschaulichkeit enthaltenen Codings betonen die Klarheit und Deutlichkeit physikalischer Inhalte bzw. geben Auskunft über den Grad der Abstraktion.

Ankerbeispiele: anschaulich; besser vorstellbar; abstrakt; Veranschaulichung

Logik Codings dieser Hauptunterkategorie zeigen die Betonung der logischen Struktur von Physik und der daraus resultierenden Notwendigkeit des logischen Denkens bei der Auseinandersetzung mit Physik als gemeinsames Merkmal.

Ankerbeispiele: Logik;logisch; logisches Denken; logische Zusammenhänge; logische Gedankenschlüsse; Schlussfolgerungen; logisches Erschließen

Kontrollierbarkeit der Umwelt (☻) **Ankerbeispiele:** Berechenbarkeit der Umwelt; mit Hilfe der Physik lernt der Mensch, die Umwelt zu kontrollieren; „Versuch“, die Erde „in den Griff zu kriegen“

weitere In dieser Hauptunterkategorie finden sich alle Codings wieder, die physikalische Inhalte sachlich charakterisieren, aber keiner der bisher genannten Kategorien zugeteilt werden können.

Ankerbeispiele: fächerübergreifend; abstrakt; theoretisch; elementar; wissenschaftlich; anspruchsvoll; komplex; tiefgründig

B.1.1.5 Unterricht (☺)

Diese Oberkategorie enthält alle Aussagen darüber, wie Physikunterricht stattfindet, welche Sozialformen und Methoden angewandt werden.

Ankerbeispiele: Gruppenarbeit; Referate; Präsentationen; Textaufgaben; lockeres Arbeitsklima; rechnerische Aufgaben; wenig Hausaufgaben; Ausflüge; Videos

B.1.1.6 Tätigkeiten

Diese Oberkategorie enthält alle Codings, die Handlungen beschreiben, die man bei der Beschäftigung mit physikalischen Inhalten ausführt. Alle Verben sind grundsätzlich Signalwörter für die Kategorie Aktivitäten, es sei denn, sie wurden bereits als andere Kategorien charakterisierende Wörter bzw. Sinneinheiten festgelegt, wie zum Beispiel „beschreiben“ (vgl. Kategorie Eigenschaften/ Beschreibungsbezug). Die Oberkategorie wird in fünf Hauptunterkategorien unterteilt und enthält selbst keine Codings.

mathematisch formal Alle Codings, die als eher einfache, algorithmische mathematische Tätigkeiten zu charakterisieren sind, gehören in diese Hauptunterkategorie. Sie enthält selbst keine Codings. Es wurden einige Festlegungen getroffen, die in den jeweiligen Unterkategorien näher erläutert werden.

darstellen von Messwerten (☺) Die Sinneinheit „Diagramme zeichnen" wird immer dieser Unterkategorie zugeordnet und somit als mathematisch gekennzeichnet. Damit wird die Aussage interpretiert und zum Beispiel ausgeschlossen, dass es sich beim „Diagramme zeichnen", um eine schemenhafte Darstellung/ Skizze handelt, in der ein Zusammenhang repräsentiert wird. Sofern nicht weiter spezifiziert, wird unter „Diagramme zeichnen" das Eintragen von Messwerten in ein Koordinatensystem verstanden.

Ankerbeispiele: Diagramme zeichnen; Vorgänge in Diagrammen darstellen; Koordinatensystem erstellen; das Darstellen gewonnener Erkenntnisse in Diagrammen

berechnen physikalischer Größen In diese Unterkategorie werden alle Sinneinheiten eingeordnet, die „das Rechnen" thematisieren. Als Signalwörter werden „rechnen" und „lösen von..." definiert (ausgenommen: rechnen mit Einheiten, rechnen mit Formeln; siehe dazu: Aktivitäten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren). Auch die Sinneinheit „Rechnungen" wird immer diesem Code zugewiesen.

Ankerbeispiele: rechnen; Rechnungen; Berechnung von physikalischen Prozessen; Größen ausrechnen (Werte); Gleichungen lösen; Geschwindigkeitsberechnungen; Rechnen mit Formeln

mit Formeln hantieren Alle Codings, die auf die bloße Handhabung von Formeln und Gleichungen abzielen (rechnen ausgenommen, vgl. Aktivitäten/ mathematisch formal/ berechnen physikalischer Größen), werden in diesen Code einsortiert. Achtung: „Rechnen mit Formeln" wird immer dieser Kategorie zugewiesen! Alle Sinneinheiten, die das Bearbeiten von Einheiten in irgendeiner Form enthalten, werden ebenfalls dieser Kategorie zugeordnet, da es sich auch hierbei um das Hantieren mit Variablen handelt.

Ankerbeispiele: Formeln umstellen; Einheiten nachweisen; Ableiten; Umrechnungen; Arbeit mit Formeln; Umgang mit Formeln; Rechnen mit Formeln; Formeln verwenden; Umrechnungen von Größen; Gleichungen anwenden; kürzen

mathematisch anspruchsvoll Alle Codings, die eher als anspruchsvolle mathematische Handlungen gelten, die also ein hohes Maß an kognitiver Anstrengung erfordern, werden dieser Hauptunterkategorie zugeordnet.

herleiten/ beweisen physikalischer Sachverhalte Folgende Festlegung wird getroffen: „herleiten" wird im mathematischen Sinne verwendet bzw. interpretiert.

Ankerbeispiele: Formeln kombinieren; das Herleiten von allgemeinen Formeln; aus vielen kleinen Gleichungen eine große machen; Herleiten von Naturgesetzen; Formelherleitungen

Vorhersagen treffen (☻) **Ankerbeispiele:** man kann berechnen, was passieren wird; quantitative Voraussagen über physikalische Ereignisse; macht Vorhersagen über Gegenstände mit Mathe

aufstellen von Formeln/ Gleichungen (☺) **Ankerbeispiele:** Formeln/ Gleichungen aufstellen

interpretieren/ auswerten von Diagrammen/ Daten Auch in dieser Unterkategorie wird festgelegt, dass unter „Diagrammen“ ein mathematisches Gebilde, z.B. ein Graph in einem Koordinatensystem, verstanden wird.

Ankerbeispiele: interpretieren von Diagrammen; Diagramme auswerten; auswerten von Daten; auswerten von Messergebnissen

interpretieren von Gleichungen (☺) **Ankerbeispiele:** Formeln verstehen; Formeln/ Gleichungen analysieren

experimentell Die Codings dieser Hauptunterkategorie betonen das praktische, experimentelle Arbeiten im Physikunterricht bzw. beim Beschäftigen mit Physik. Der Code enthält selbst keine Sinneinheiten, untergliedert sich jedoch in drei Unterkategorien.

experimentieren

allgemein: **Ankerbeispiele:** experimentieren; untersuchen; mit physikalischen Geräten arbeiten; Experimente durchführen

konkret (☺) **Ankerbeispiele:** mit Strom arbeiten

beobachten, messen, protokollieren **Ankerbeispiele:** protokollieren; Protokolle anfertigen; messen; Messwerte erheben

auswerten (☺) **Ankerbeispiele:** Experimente auswerten; Schlussfolgerungen aus Experimenten ziehen

nicht mathematisch, formal **Ankerbeispiele:** Texte lesen; zeichnen; etwas aus dem Periodensystem raussuchen; Arbeit mit dem Tafelwerk; Formeln lernen; physikalische Elemente kennen lernen

nicht mathematisch, anspruchsvoll

allgemeiner Art **Ankerbeispiele:** Arbeit mit Modellen; Gesetzmäßigkeiten finden; interpretieren; analysieren; konstruieren; abstrahieren; nachdenken; räumliches Denken; analytisches Denken; forschen; ergründen; hinterfragen; Theorien aufstellen

Vorhersagen treffen **Ankerbeispiele:** vorhersagen; Ereignisse voraussagen

Probleme lösen **Ankerbeispiele:** Lösen von Problemen

Hypothesen bilden (☺) **Ankerbeispiele:** Vermutungen aufstellen

B.1.1.7 komplexe Aussagen (☻)

Da das Kategoriensystem anhand der Aussagen von Schülerinnen und Schülern entworfen wurde, können aufgrund ihrer Komplexität nicht alle Aussagen der Studierenden eindeutig zugeordnet werden. Soweit möglich werden Teilaspekte der Aussagen in das Kategoriensystem eingeordnet (vgl. Beispiel 19, S. 299).

Ankerbeispiele: Theorien führen weiter, als Sinnesorgane die Natur erfassen können - sind aber auch oft intuitiv nicht erfassbar; Forschung für Menschen, aber manchmal auch um der Forschung willen; die Menschen in eine bessere Zukunft bringen (bessere Technik...); „Erscheinungen" und Prozesse messbar machen, dank Physik existieren viele Errungenschaften bzw. Erfindungen, die uns helfen, ersetzen, zerstören; Physik ist das, was in den Fachbüchern steht

B.1.1.8 Ausschuss

Dieser Code enthält alle Aussagen, die nach eingehender Prüfung absolut keiner der genannten Kategorien zuzuordnen sind.

Ankerbeispiele: Erfinder; Physiker; Vorschläge zur Verbesserung; physikalische Eigenschaften; Zauberei; Überraschung; Reaktionen; allgemeine Infos; allgemeine Sache; Zusammenhänge

B.1.2 Kodierregeln

Im folgenden Kapitel werden die nachfolgenden Kodierregeln anhand von Beispielen näher erläutert sowie Besonderheiten aufgeführt.

I. Bestimmung von Sinneinheiten:

   a) Jede Aussage wird in inhaltlich begründete Sinneinheiten zerlegt (vgl. Beispiele 1 – 19, S. 295 ff.).

   b) Schrägstriche (/) teilen eine Aussage in zwei Sinneinheiten auf (vgl. Beispiele 1, S. 295 und 11, S. 297).

   c) Klammertext: Wird der Text in Klammern zum Verständnis der Aussage benötigt bzw. kann der Text in Klammern nicht ohne die restliche Aussage verstanden werden, so wird die Aussage incl. der Klammer als Sinneinheit definiert und einer Kategorie zugefügt. Wenn der Klammerinhalt insbesondere die Kategorienzugehörigkeit der „Restaussage" beeinflusst, so wird die gesamte Aussage als eine Sinneinheit aufgefasst und kodiert. Sind sowohl der Klammerinhalt als auch die restliche Aussage getrennt voneinander verständlich und bedingen sie sich nicht in Bezug auf ihre Kategorienzugehörigkeit, so handelt es sich um zwei Sinneinheiten, die separat nach den genannten Regeln kodiert werden (vgl. Beispiele 14, 15, S. 298).

   d) Aussagen, die nach einem „→" folgen, werden wie Aussagen in Klammern betrachtet (vgl. Regel Ic und Beispiel 16, 298).

   e) Mehrere Aussagen einer Person mit exakt demselben Wortlaut werden als eine Sinneinheit betrachtet und demzufolge nur einmal kodiert (vgl. Beispiel 3, S. 296).

II. Kodierung von Sinneinheiten

a) Jede Sinneinheit wird komplett einer Kategorie oder dem Ausschuss zugeordnet (vgl. Beispiele 3, 4, 6, 7, 8, S. 296f).

b) Ein Teil einer Sinneinheit wird separat kodiert, wenn dieser Teil einer anderen Kategorie zugeordnet werden kann, die „Restsinneinheit“ verständlich und ihre Kategorienzugehörigkeit unverändert bleiben (vgl. Beispiele 4, 5, 6, 11, 13, S. 296 ff.).

c) **Keine Sinneinheit wird doppelt kodiert** (vgl. Beispiel 5, S. 296 und 17, S. 299)!

d) Quasi-Doppelkodierung: Da das Mehrfachmarkieren bzw. das Markieren nicht zusammenhängender Bereiche in MAXqda nicht möglich ist, können u. U. zwei explizit voneinander trennbare Sinneinheiten nicht separat kodiert werden. Dann wird die schon kodierte Sinneinheit inkl. ihrer Erweiterung erneut kodiert (vgl. Beispiele 1, 9, 11, 12, S. 295 ff.).

e) Füllwörter oder Verbindungswörter zwischen zwei Sinneinheiten oder Teilen von Sinneinheiten werden nicht kategorisiert (vgl. Beispiele 2, S. 295 und 13, S. 298).

B.1.3 Kodierbeispiele

Im Folgenden werden die genannten Kodierregeln anhand von Beispielen illustriert und Regelabweichungen, die unter anderem softwarebedingt sind, aufgelistet.

B.1.3.1 Beispiel 1: „enthält/ beschreibt Naturphänomene“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IId, Ib	enthält/ beschreibt Naturphänomene	Inhalte/ allgemeiner Art/ Natur
Ib	beschreibt Naturphänomene	Eigenschaften/ Beschreibungsbezug/ Natur

Bemerkung: Softwarebedingt ist es nicht möglich, nur die Sinneinheit „enthält Naturphänomene“ der Kategorie Inhalte/ allgemeiner Art/ Natur zuzufügen, deshalb greift Regel IId.

B.1.3.2 Beispiel 2: „logisch und nachvollziehbar“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	logisch	Eigenschaften/ Logik
Ia	nachvollziehbar	Eigenschaften/ emotionale Bewertungen/ positiver Art

Bemerkung: Nach Regel IIe wird „und“ nicht kategorisiert.

B.1.3.3 Beispiel 3: „Formeln, Formeln, Formeln“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ie, IIa	Formeln, Formeln, Formeln	Hilfsmittel/ mathematisch-symbolischer Art

B.1.3.4 Beispiel 4: „viele Experimente“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia, IIa	viele Experimente	Inhalte/ experimenteller Art

Bemerkung: „Viele“ wird nie nach Regel IIb separat kodiert, da es keiner der Kategorien zugeordnet werden kann. Nach Regel IIa wird die komplette Aussage der genannten Kategorie zugeordnet.

B.1.3.5 Beispiel 5: „wichtige Wissenschaft“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia, IIc, IIb	Wissenschaft	Überbegriffe

Bemerkung: Nach Regel IIb ist „wichtig“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: Eigenschaften/ emotionale Bewertungen/ positiver Art). Es greift ebenfalls Regel IIc.

B.1.3.6 Beispiel 6: „Physik ist eine wichtige Wissenschaft“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIa, IIb	Physik ist eine wichtige Wissenschaft	Überbegriffe

Bemerkung: Nach Regel IIa wird nicht nur die Hauptaussage kodiert, sondern die komplette Sinneinheit. Nach Regel IIb ist „wichtig“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: Eigenschaften/ emotionale Bewertungen/ positiver Art).

B.1.3.7 Beispiel 7: „Physik ist wichtig“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIa	Physik ist wichtig	Eigenschaften/ emotionale Bewertungen/ positiver Art

B.1.3.8 Beispiel 8: „wichtig für Wissenschaft“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIa	wichtig für Wissenschaft	Eigenschaften/ Alltagsbezug/ Anwendung/ andere Disziplinen

Bemerkung: „Wichtig für“ wird nicht als emotionale Bewertung gedeutet.

B.1.3.9 Beispiel 9: „Arbeit mit Formeln und Modellen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Arbeit mit Formeln	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren
IId	Arbeit mit Formeln und Modellen	Tätigkeiten/ nicht mathematisch anspruchsvoll/ allgemeiner Art

Bemerkung: Softwarebedingt ist es nicht möglich nur die Sinneinheit „Arbeit mit Modellen“ der Kategorie Tätigkeiten/ nicht mathematisch anspruchsvoll/ allgemeiner Art zuzufügen. Deshalb greift Regel IId.

B.1.3.10 Beispiel 10: „Mathematische Beschreibung der Natur“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Beschreibung der Natur	Eigenschaften/ Mathematikbezug/ mathematische Darstellung

Bemerkung: Die Betonung liegt auf der mathematischen Beschreibung! Es findet keine weitere Untergliederung nach dem Gegenstand (hier Natur) statt.

B.1.3.11 Beispiel 11: „Alltagsdinge logisch herleiten/ erklären“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia, Ib	Alltagsdinge logisch herleiten	Ausschuss
IId, Ib	Alltagsdinge logisch herleiten/ erklären	Eigenschaften/ Erklärungsbezug/ Alltag

Bemerkung: Nach Regel IIb ist „logisch“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: Eigenschaften/ Logik).

B.1.3.12 Beispiel 12: „Interpretation des Geschehens, der Beobachtungen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Interpretation des Geschehens	Tätigkeiten/ nicht mathematisch anspruchsvoll/ allgemeiner Art
IId	Interpretation des Geschehens, der Beobachtungen	Eigenschaften/ Erklärungsbezug/ Alltag

Bemerkung: Hier tritt eine Besonderheit bei der Quasi-Doppeltkodierung auf. Da beide Sinneinheiten zu derselben Kategorie gehören, ist die technische Umsetzung der Quasi-Doppeltkodierung nicht möglich. Aus diesem Grunde wird zum einen die Sinneinheit „Interpretation des Geschehens“ und zum anderen nur das Wort „Beobachtungen“ der Kategorie Tätigkeiten/ nicht mathematisch anspruchsvoll/ allgemeiner Art zugefügt.

B.1.3.13 Beispiel 13: „Formeln zum Berechnen physikalischer Größen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	zum Berechnen physikalischer Größen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen physikalischer Größen

Bemerkung: Nach Regel IIb ist „Formeln“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: Hilfsmittel/ mathematisch-symbolischer Art).

B.1.3.14 Beispiel 14: „elektrischer Strom (z.B. Prinzip der Glühlampe)“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ic	elektrischer Strom	Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte/physikalischer Art
Ic	Prinzip der Glühlampe	Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte/physikalischer Art

Bemerkung: Beide Sinneinheiten sind getrennt voneinander zu verstehen bzw. kategorisierbar.

B.1.3.15 Beispiel 15: „Allgemeinwissen (bei physikalischen Naturgesetzen)“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ic	Allgemeinwissen (bei physikalischen Naturgesetzen)	Überbegriffe

Bemerkung: Die Sinneinheit in der Klammer ist nicht ohne die vorangegangene Sinneinheit zu verstehen. Deshalb werden sie zu einer Sinneinheit zusammengefasst und zusammen kodiert.

B.1.3.16 Beispiel 16: „Bildentstehung → Linsen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Id	Bildentstehung	Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte/physikalischer Art
Id	Linsen	Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte/physikalischer Art

Bemerkung: Beide Sinneinheiten sind getrennt voneinander zu verstehen bzw. kategorisierbar.

B.1.3.17 Beispiel 17: „Lehre über das Zusammenspiel von Natur und Mensch“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
	Lehre über das Zusammenspiel von Natur und Mensch	Inhalte/ allgemeiner Art/ Natur
	Lehre über das Zusammenspiel von Natur und Mensch	Inhalte/ allgemeiner Art/ Mensch

Bemerkung: Das Signalwort „Zusammenspiel“ führt zu der einzigen Ausnahme von Regel IIc.

B.1.3.18 Beispiel 18: „Lehre der unbelebten Natur“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Lehre der unbelebten Natur	Inhalte/ allgemeiner Art/ Natur

Bemerkung: Der Gegenstandsbereich „Natur“ legt die Kategorienzugehörigkeit fest.

B.1.3.19 Beispiel 19: „quantisiert Phänomene“ (☻)

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Quantisiert Phänomene	Eigenschaften/ Modellierungsaspekt bzw. komplexe Aussagen

B.2 Kodierleitfaden – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Im folgenden Kodierleitfaden sind Abschnitte, die Kategorien vorstellen, die nur für die Kodierung der Aussagen von Schülerinnen und Schülern relevant sind mit ☺ markiert. Kategorien, die nur für die Kodierung von Äußerungen der Studierenden relevant sind, sind durch ☻ gekennzeichnet.

B.2.1 Beschreibung der Kategorien

Um eine möglichst eindeutige Kodierung zu gewährleisten, werden nachfolgend die angegebenen Kategorien näher beschrieben und voneinander abgegrenzt, Signalwörter benannt sowie Ankerbeispiele angeführt.

Synonym verwendet werden: Code = Kategorie, Coding = Sinneinheit/ Teil einer Sinneinheit.

Im Allgemeinen ist festzustellen, dass nicht immer eindeutig ist, wann eine Aussage zur Rolle der Mathematik in der Physik eine subjektbezogene bzw. eine objektbezogene Äußerung darstellt. Deutlich wird dies beispielsweise an dem Coding „Logik“. Es ist nicht offensichtlich erkennbar, ob damit das logische Denken des sich mit Physik beschäftigenden Menschen gemeint ist (subjektbezogen), oder aber die logische Struktur der Mathematik (Objektbezug). Dieses Beispiel zeigt jedoch, dass sich subjekt- und objektbezogene Eigenschaften gegenseitig bedingen bzw. ineinander übersetzbar sind. Denn wenn der Mensch logisch denken muss, dann weil das Objekt eine logische Struktur aufweist und umgekehrt. Demnach erfolgt die Kategorisierung danach, ob die Sinneinheit *eher* subjekt- (Oberkategorie: Tätigkeiten) oder *eher* objektbezogen (Oberkategorie: Eigenschaften/ Auswirkungen) ist. Folglich ist es möglich, dass einige Unterkategorien subjektbezogene, aber auch objektbezogene Codings enthalten, wie es zum Beispiel innerhalb der Unterkategorie Vorhersagen treffen der Fall ist. Sie enthält unter anderem das Coding „Vorhersagen treffen“ (eher subjektbezogen) aber auch die Aussage „die Mathematik erlaubt das Treffen von Voraussagen“ (eher objektbezogen).

B.2.1.1 Tätigkeiten

Diese Oberkategorie enthält alle Aussagen, die darauf hinweisen, dass sich die Rolle der Mathematik in den Tätigkeiten, die man in der Physik ausführt, widerspiegelt. Der Code enthält selbst keine Codings und untergliedert sich in zwei Hauptunterkategorien.

Alle Verben sind grundsätzlich Signalwörter für die Kategorie Tätigkeiten, es sei denn, sie werden als andere Kategorien charakterisierende Wörter bzw. Sinneinheiten festgelegt, wie zum Beispiel „darstellen“ (vgl. Kategorie Eigenschaften/ Auswirkungen/ Formalisierung).

mathematisch formal Alle Codings, die als eher einfache, algorithmische mathematische Tätigkeiten zu charakterisieren sind, gehören in diese Hauptunterkategorie. Sie enthält selbst keine Codings. Es wurden einige Festlegungen getroffen, die in den jeweiligen Unterkategorien näher erläutert werden.

mit Zahlen hantieren (☺) **Ankerbeispiele:** Umgang/ Arbeit mit Zahlen; man muss mit Zahlen umgehen können; rechnen mit Zahlen; mit Werten arbeiten/ rechnen; es werden Zahlen verwendet

mit Formeln hantieren Alle Codings, die auf die bloße Handhabung von Formeln und Gleichungen abzielen („rechnen“ ausgenommen, vgl. dazu Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen), werden in diesen Code einsortiert. Achtung: „rechnen mit Formeln“ wird immer dieser Kategorie zugewiesen (Unterkategorie: umformen von Formeln/ Gleichungen). Alle Sinneinheiten, die das Bearbeiten von Einheiten in irgendeiner Form enthalten, werden der Unterkategorie mit Einheiten umgehen zugeordnet, ebenso Aussagen wie „umrechnen physikalischer Größen“ (z. B. 1cm = 10mm), da es sich hierbei auch um das Hantieren mit Variablen handelt.

umformen von Formeln/ Gleichungen **Ankerbeispiele:** Formeln einsetzen; Formeln vereinfachen; umformen/ umstellen von Formeln; ohne Mathematik können Formeln nicht umgestellt werden; Formeln umwandeln; Gleichungen umschreiben; mit Formeln rechnen

Formeln benutzen **Ankerbeispiele:** mit Formeln umgehen; Formeln (be-)nutzen/ anwenden/ verwenden; Arbeit mit Formeln; Umgang mit Formeln; man benötigt Formeln

mit Einheiten umgehen (☺) **Ankerbeispiele:** Einheitenrechnung; rechnen mit Einheiten; Rechnen mit Maßeinheiten; das Errechnen von Einheiten; Einheiten kürzen; Einheitennachweis; Einheitenkontrolle; Einheiten umrechnen; umrechnen von Größen

weitere (☺) **Ankerbeispiele:** rechnen mit Variablen

berechnen allgemeiner physikalischer Größen In diese Unterkategorie werden alle Sinneinheiten eingeordnet, die die Rolle der Mathematik im Berechnen und Ausrechnen von physikalischen Größen darstellen. Auch wenn zum Teil fragwürdig ist, ob z.B. Zusammenhänge bzw. Vorgänge berechnet werden können, so werden im Zweifelsfall die Wörter „berechnen“ und „lösen“ als Signalwörter für diese Unterkategorie definiert (Ausnahme: „rechnen mit Einheiten“, siehe dazu: Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren bzw. „rechnen mit Zahlen“, siehe dazu Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Zahlen hantieren). Auch wird festgelegt, dass mit den Sinneinheiten „Einsetzen“ und „*in* Formeln einsetzen“ das Berechnen physikalischer Größen gemeint ist, da wahrscheinlich Zahlen gemeint sind, die in Formeln eingesetzt werden sollen. „Formeln einsetzen“ wird nicht diesem Code zugewiesen, da auch Formeln in Formeln eingesetzt werden können (Substitution), und dann auf einer eher abstrakteren Ebene nicht notwendigerweise das Berechnen gemeint sein muss (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umstellen von Formeln/ Gleichungen). Auch die Sinneinheit „(Be)Rechnung(en)“ wird immer diesem Code zugewiesen. Das Coding „Ergebnisse“ wird als Rechenergebnis interpretiert. Diese Unterkategorie enthält vier sich selbst erklärende Codes und enthält selbst keine Sinneinheiten.

berechnen/ einsetzen/ ausrechnen Ankerbeispiele: in Formeln einsetzen; rechnen; Werte berechnen; ausrechnen; weil man rechnen muss; Berechnungen; Rechnungen; ausrechnen konkreter Lösungen; ermitteln von Werten; Zahlen/ Werte berechnen; in der Physik wird vorrangig gerechnet; Rechnungen durchführen; um Ergebnisse zu erlangen; Größen bestimmen, zur Berechnung von Aufgaben

uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen) (☺) **Ankerbeispiele:** Formeln berechnen

Lösen von Formeln/ Gleichungen Ankerbeispiele: Formeln/ Gleichungen lösen; physikalische Rechenaufgaben lösen; Gleichungssysteme lösen

berechnen von Vorgängen/ Sachverhalten Ankerbeispiele: errechnen von möglichen Vorgängen; physikalische Zusammenhänge berechnen; theoretische Berechnungen zu praktischen Vorgängen; ohne Mathematik keine Berechnung verschiedener Sachverhalte

berechnen konkreter physikalischer Größen **Ankerbeispiele:** berechnen von Masse/ Kraft/ Geschwindigkeit

erfassen/ darstellen von Messwerten Alle Sinneinheiten, die das Arbeiten mit Messwerten und deren Darstellung in Diagrammen und Grafiken beinhalten, werden in diese Unterkategorie eingeordnet. Dabei geht es nur um das Visualisieren und Tabellieren, nicht um die Auswertung von Experimenten (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ auswerten von Experimenten) bzw. der erstellten grafischen Darstellungen (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ auswerten von Diagrammen). Die Sinneinheit „Diagramme zeichnen“ wird der Unterkategorie grafisches Darstellen zugewiesen, weil aus ihr nicht eindeutig hervorgeht, dass mit Messwerten gearbeitet wird.

Ankerbeispiele: zur grafischen Darstellung von Werten; darstellen von Messreihen; protokollieren; zeichnen von Graphen als Auswertung von Experimenten; Erhebung von Messwerten

grafisches Darstellen (☺) Zur Abgrenzung der Unterkategorie vergleiche: Tätigkeiten/ mathematisch formal/ erfassen/ darstellen von Messwerten.

Ankerbeispiele: Diagramme zeichnen/ erstellen; Koordinatensysteme erstellen; Körper zeichnen; Graphen/ Funktionen zeichnen

weitere In diesen Code werden alle Tätigkeiten eingeordnet, die keiner vorherigen Kategorie eindeutig zuordenbar sind.

Ankerbeispiele: Taschenrechner bedienen, Definitionen lernen, von Diagrammen ablesen, Statistiken aufstellen, mit Winkeln arbeiten, kürzen, Brüche berechnen

mathematisch anspruchsvoll Alle Codings, die eher als anspruchsvolle mathematische Handlungen gelten, die also ein hohes Maß an kognitiver Leistungsfähigkeit und Anstrengung erfordern, werden dieser Hauptunterkategorie zugeordnet.

definieren physikalischer Größen (☺) Diese Unterkategorie ist selbsterklärend.

Ankerbeispiele: um Größen zu definieren; definieren physikalischer Größen

aufstellen von Formeln/ Gleichungen „Gesetze aufstellen“ wird interpretiert als „Formeln aufstellen“. Generell wird „Formeln aufstellen“ von der Aussage „Formeln herleiten“ abgegrenzt. Unter „Formeln aufstellen“ wird eher ein Teilschritt der mathematischen Modellbildung verstanden, z.B. auf der Grundlage experimenteller Daten, wobei quasi von der physikalischen Ebene in die Mathematik übersetzt wird (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch/ anspruchsvoll/ herleiten von Formeln/ Gesetzen). Betont ein Coding hingegen die mathematische Beschreibung bzw. Darstellung von physikalischen Inhalten mit Hilfe von Formeln und Gleichungen, so wird diese Sinneinheit der Kategorie Eigenschaften/ Formalisierung algebraisch (Formeln) zugeordnet.

Ankerbeispiele: Formeln/ Gleichungen aufstellen; Formeln bilden; aufstellen von Relationen/ Verhältnissen; Gesetze aufstellen; Gleichungen erstellen

herleiten von Formeln/ Gesetzen Unter „Formeln herleiten“ wird eher ein innermathematischer Prozess verstanden, so dass aus einigen Ausgangsformeln mit Hilfe mathematischer Gesetze neue Formeln entstehen. Es wird festgelegt, dass mit „Formeln entwickeln“ eher das Herleiten von Formeln als deren Aufstellung gemeint ist.

Ankerbeispiele: herleiten; Herleitungen; Gesetze/ Formeln/ Gleichungen herleiten; wichtig für die Herleitung physikalischer Gesetze; theoretisches Herleiten; Formeln entwickeln; Formeln kombinieren; Grundlage für die Entwicklung neuer Formeln

„beweisen“ von Theorien Die Anführungsstriche des Namens dieser Unterkategorie resultieren aus der Festlegung folgender Signalwörter: „überprüfen“, „belegen“ und „beweisen“. Auch Sinneinheiten wie das „Widerlegen von Theorien“ werden dieser Unterkategorie zugewiesen. „Ergebnisse“ werden als Messergebnisse interpretiert, weil sonst nur innermathematische Tätigkeiten gemeint sein können (z.B. Probe machen).

Ankerbeispiele: belegen; nachweisen; Belege/ Belegungen/ Beweise; wird benötigt, um Aussagen zu belegen; stützt Ergebnis; Tatsachen bestätigen; Experimente rechnerisch nachweisen; Theorien beweisen; Abhängigkeiten nachweisen; Vermutungen rechnerisch nachprüfen; Überprüfung von Ergebnissen

interpretieren von Gleichungen In dieser Unterkategorie finden sich alle Aussagen, die darauf abzielen, dass sich die Mathematik in der Physik hauptsächlich im Erklären von Formeln und Gleichungen widerspiegelt. Unter interpretieren/ erklären von Gleichungen wird dabei das Herstellen von Beziehungen zwischen Formeln und Realität verstanden, wobei das innermathematische Verstehen einer Gleichung/ Formel als Vorausetzung der Interpretation angesehen wird und deshalb auch alle Codings, die auf das reine mathematische Verstehen einer Formel abzielen, hier eingeordnet werden. Generell bedeutet „Formeln verstehen“ aber eher, die Repräsentationsform des physikalischen Inhaltes zu verstehen. Alle Aussagen, die allgemein darauf abzielen, dass Mathematik zum Verständnis von Physik und deren Inhalten beiträgt bzw. durch Mathematik Vorgänge und Sachverhalte erklärt werden, gehören zur Kategorie: Eigenschaften/ Auswirkungen/ das Verständnis fördernd/ Verstehensbezug etc.

Das „Verstehen von Rechenwegen“ wird der Kategorie Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ weitere zugeordnet.

Ankerbeispiele: Formeln verstehen/ begreifen; Mathe für Formelverstehen; um Formeln zu erklären; zum Erschließen physikalischer Gleichungen; Kenntnisse aus Berechnungen ziehen

interpretieren/ auswerten von Diagrammen Codings, die das Auswerten und Deuten von Grafiken, Diagrammen etc. beinhalten, werden dieser Unterkategorie zugeordnet. Resultieren die zu interpretierenden Diagramme aus Experimenten, so werden die entsprechenden Aussagen folgender Kategorie zugewiesen: Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ auswerten von Experimenten/ Messwerten.

Ankerbeispiele: interpretieren/ deuten von Diagrammen; Diagramme auswerten; auswerten von Graphen

auswerten von Experimenten/ Messwerten Festlegung: Unter „Ergebnissen" werden Messergebnisse verstanden (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ beweisen von Theorien).

Ankerbeispiele: statistische Auswertung von Experimenten/ Messergebnissen; auswerten von Ereignissen/ Ergebnissen; um Protokolle auszuwerten; auswerten von Daten

Vorhersagen treffen Diese Unterkategorie ist selbsterklärend.

Ankerbeispiele: für Voraussagen; für Prognosen; Vorhersagen treffen/ ableiten

analysieren von Zusammenhängen In diese Unterkategorie werden alle Codings sortiert, die die Rolle der Mathematik in der Physik darin sehen, Zusammenhänge und Sachverhalte zu analysieren bzw. sich Problemen auf mathematischem Wege zu nähern. Der Code erfasst dabei auch Codings, die den Prozess der Erkenntnisgewinnung durch die Verwendung von Mathematik, z.B. das Erschließen neuer Sachverhalte bzw. das Herstellen von Zusammenhängen, hervorheben. Die Unterkategorie grenzt sich zur Kategorie Eigenschaften/ Verständnisförderung/ weitere dahingehend ab, dass letztere das Verstehen von Physik im Sinne von „plötzlich" erkennen bzw. nachvollziehen thematisiert, also nicht der Prozess neuer Erkenntnis betont wird.

Ankerbeispiele: Sachverhalten genau auf den Grund gehen; Zusammenhänge herstellen/ verknüpfen; Systematisierung von Problemen; Überlegungen; logisches Herangehen an Aufgaben; sich Problemen auf theoretischer Ebene nähern; Relationen schaffen; um neue Sachverhalte zu erschließen

Probleme lösen Diese Unterkategorie ist selbsterklärend.

Ankerbeispiele: lösen von Problemen aus der Natur; Mathematik ist auf Probleme anwendbar; Hilfe zur Problemlösung

grafisches Darstellen (☺) Zur Abgrenzung der Unterkategorie vergleiche: Tätigkeiten/ mathematisch formal/ grafisches Darstellen.

Ankerbeispiele: konstruieren, technisches Zeichnen

modellieren (☻) Diese Unterkategorie ist selbsterklärend.

Ankerbeispiele: hilft, Modelle zu finden

weitere In diesen Code werden alle Tätigkeiten eingeordnet, die keiner vorherigen Kategorie eindeutig zuordenbar sind. Codings, die das Verstehen und Nachvollziehen von Rechenwegen thematisieren, werden diesem Code und nicht der Kategorie Verständnisförderung/ Verstehensbezug bzw. Verständnisförderung/ weitere zugewiesen, da ein innermathematischer Aspekt im Vordergrund steht.

Ankerbeispiele: auswerten; definieren; erfassen der Aufgabenstruktur; Konkretisierung mathematischer Probleme auf physikalischer Ebene; Rechenvorgänge deutlich zu machen; verstehen/ nachvollziehen von Rechenwegen; Simulationserstellung

B.2.1.2 Auswirkungen

Dieser Code enthält alle Aussagen, die betonen, dass die Mathematik hauptsächlich in gewissen Auswirkungen und Effekten in der Physik sichtbar wird und somit der Physik neue, durch die Mathematik hervorgerufene Eigenschaften zuweist. Diese Oberkategorie wird in neun Hauptunterkategorien gegliedert und enthält selbst keine Codings.

Mathematik als Mittel zur Kommunikation Alle Sinneinheiten, die darauf abzielen, dass die Mathematik von Menschen benutzt wird, um sich in der Physik verständigen zu können, werden dieser Hauptunterkategorie zugeordnet. Hier einzuordnende Sinneinheiten verweisen auf die Angemessenheit und Nützlichkeit, die die Verwendung der Mathematik als Sprache mit sich bringt, beispielweise einen standardisierten internationalen Wissensaustausch.

Ankerbeispiele: Überwindung von Sprachbarrieren; einheitliche Fachsprache; Mittel zur Verständigung; internationaler Wissensaustausch

Mathematik als Sprache der Physik/ Natur Diese Hauptunterkategorie grenzt sich zur Vorherigen dahingehend ab, dass die enthaltenen Sinneinheiten nicht eindeutig darüber Auskunft geben, ob die Mathematik benutzt wird, weil die Natur quasi mathematisch ist und deshalb die Mathematik auch die Sprache sein sollte, in der Physik beschrieben werden sollte, oder ob Mathematik lediglich als Kommunikationsmittel dient.

Ankerbeispiele: Mathematik ist die Sprache der Physik

Formalisierung Alle Codings dieser Hauptunterkategorie weisen darauf hin, dass die Verwendung von Mathematik der Physik einen vereinheitlichenden bzw. äußere Form verleihenden Charakter zuweist und dass das Mathematisieren eine Möglichkeit zur Darstellung und Beschreibung physikalischer Inhalte aufzeigt. „Darstellen“ und „beschreiben“ werden als Signalwörter festgelegt. Jedoch muss spezifiziert werden, ob es sich um eine grafische, algebraische oder arithmetische Beschreibung/ Darstellung handelt. Demnach werden vier Unterkategorien unterschieden.

allgemein **Ankerbeispiele:** festhalten von Erkenntnissen ohne Wörter; darstellen von physikalischen Größen; für die Umsetzung der Gedanken; Zusammenhänge/ Beziehungen darstellen; beschreiben von Abläufen/ Vorgängen; Darstellung von Gesetzen; Formulierung von Gesetzen/ Zusammenhängen; Quantifizierung der Physik (☻); quantitative Darstellung (☻)

grafisch (Diagramme) **Ankerbeispiele:** Vorgänge/ Zusammenhänge grafisch darstellen; Lösungen grafisch darstellen; Darstellung physikalischer Sachverhalte in einem Diagramm; das Darstellen gewonnener Erkenntnisse in Diagrammen

algebraisch (Formeln) Bei der Codierung muss beachtet werden, ob das Coding eher das bloße Aufstellen von Formeln meint (vgl. Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ aufstellen von Formeln/ Gleichungen), oder ob die Betonung auf der mathematischen Beschreibung und Darstellung (durch Formeln/ Gleichungen) physikalischer Inhalte liegt, also der formalisierende Charakter der Verwendung von Mathematik im Vordergrund steht.

Ankerbeispiele: Beschreibung/ Darstellung durch Formeln; das Darstellen von physikalischen Gesetzen in Form von Formeln; um die Überlegungen in die Form einer Rechnung/ Gleichung zu überführen; Formeln dienen dazu, physikalische Sachverhalte darzustellen

arithmetisch (Zahlen) **Ankerbeispiele:** um die Natur in Zahlen ausdrücken; um die Phänomene durch Zahlen festzuhalten; die Mathematik drückt die Physik in Zahlen aus; physikalische Gesetze mit Zahlen darstellen

Verständnisförderung Alle Aussagen, die ausdrücken, dass durch die Verwendung von Mathematik in der Physik Zusammenhänge klarer und physikalische Inhalte verständlicher werden, gehören in diesen Code. Die enthaltenen Codings sagen also explizit aus, dass Mathematik zum Verstehen und Erklären von Physik beiträgt bzw. notwendig ist. Aussagen, die das Verstehen und Erklären von Formeln/ Gleichungen betonen, gehören in die Unterkategorie Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ interpretieren von Gleichungen. Sinneinheiten, die auf das Verstehen und Nachvollziehen von Rechenwegen hinweisen, werden der Unterkategorie Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ weitere zugeordnet.

Folgende Signalwörter werden festgelegt: Dienen die Mathematik im Allgemeinen bzw. mathematische Regeln, Gesetze und Grundkenntnisse dem Verstehen, dem Erklären oder der Veranschaulichung, so werden die Codings in die jeweilige allgemeine Kategorie einsortiert. Wird betont, dass Formeln und Gleichungen (Zahlen) dem Verstehen, dem Erklären oder der Veranschaulichung dienen, so erfolgt die Einordnung in die jeweilige algebraische (arithmetische (☺)) Kategorie. Liegt der Schwerpunkt auf der Verwendung von Diagrammen (Rechnungen), um Verstehen, Erklären oder Veranschaulichung zu erreichen, so erfolgt die Zuordnung zur jeweiligen grafischen (rechnerischen (☺)) Kategorie. Bei der Untergliederung der einzelnen Codings zur Verständnisförderung wird demnach nicht berücksichtigt, was genau innerhalb der Physik verstanden, erklärt oder veranschaulicht wird, sondern nur welches mathematische Hilfsmittel dabei Verwendung findet. Ausnahme: Verstehen/ Erklären von Formeln und Gleichungen (siehe oben bzw. Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ interpretieren von Gleichungen).

Der Code enthält keine Codings und gliedert sich in vier sich selbst erklärende Unterkategorien.

Verstehensbezug *allgemein* **Ankerbeispiele:** Zusammenhänge verstehen; Verständnis; das Verstehen der Physik geht meistens nur über Mathe; macht manches verständlicher; um physikalische Sachverhalte besser zu verstehen

algebraisch (☺) **Ankerbeispiele:** Formeln helfen beim Verstehen physikalischer Prozesse

Erklärungsbezug Synonym verwendet werden „erklären“ und „erläutern“.

allgemein **Ankerbeispiele:** Erklärung unklarer Sachverhalte; physikalische Prozesse erklären; Erklärung der Natur; manches lässt sich über Mathematik besser erklären; um die Welt zu erklären; ohne mathematische Kenntnisse könnte man physikalische Zusammenhänge und Experimente nicht erklären

algebraisch **Ankerbeispiele:** mit Formeln wird vieles erklärt; physikalische Vorgänge mit Formeln erklären

arithmetisch (☺) **Ankerbeispiele:** Erklärung durch Zahlen

grafisch (☺) **Ankerbeispiele:** Erklärung mit Hilfe von Diagrammen

rechnerisch (☺) **Ankerbeispiele:** die Mathematik wird in der Physik zum Errechnen von bestimmten Faktoren benötigt, damit Sachen aus der Physik erklärt werden können; Rechnung dient als Erklärung

Veranschaulichung *allgemein* **Ankerbeispiele:** veranschaulichen; um Physik zu veranschaulichen; Veranschaulichung der Wirklichkeit; um Zusammenhänge / Erkenntnisse/ Sachverhalte/ Dinge zu veranschaulichen

grafisch **Ankerbeispiele:** das Veranschaulichen von Erkenntnissen (Diagramm)

weitere Zur Abgrenzung der Kategorie siehe auch die Kategorie: Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ analysieren von Zusammenhängen.

allgemein **Ankerbeispiele:** physikalische Vorgänge nur mit Mathematik nachvollziehbar; Zusammenhänge/ Gesetzmäßigkeiten erkennen; mit Hilfe der Mathematik lassen sich Ergebnisse der Physik nachvollziehen; Mathematik wird gebraucht, um physikalische Vorgänge zu verdeutlichen; um sich etwas logisch vorstellen können; macht die Physik für die Menschen greifbar

algebraisch (☺) **Ankerbeispiele:** mit Hilfe von Formeln macht man sonst unbeschreibbare Naturphänomene greifbar, durch Funktionen lassen sich Zusammenhänge erschließen

Vereinfachung/ Idealisierung Dieser Hauptunterkategorie werden Sinneinheiten zugeordnet, die nicht eindeutig erkennen lassen, ob sie einen Modellbezug besitzen (Idealisierung) oder im Sinne von Verständnisförderung gemeint sind. Als Signalwort wird „Vereinfachung“ festgelegt.

Ankerbeispiele: Vereinfachung; zum Vereinfachen von Sachverhalten; erleichtert Umgang mit physikalischen Problemen; Gesetze vereinfachen; Reduzierung auf einzelne Vorgänge mit Formeln; Näherungen; Approximationen; idealisiert Realität

Struktur gebend (☻) Dieser Hauptunterkategorie sind alle Sinneinheiten angehörig, die signalisieren, dass Mathematik Strukturen und Konzepte liefert, die dann verwendet werden können, um die Inhalte der Physik zu ordnen und zu strukturieren.

Ankerbeispiele: liefert Angebot an mathematischen Konstrukten/ Strukturen/ Modellen; Struktur der Physik; ordnet die Natur; verknüpft Phänomene auf einer Ebene; Gedankengerüst

Exaktheit/ Genauigkeit/ Objektivität Die Aussagen der Hauptunterkategorie Exaktheit/ Genauigkeit weisen darauf hin, dass durch die Verwendung von Mathematik die Physik z.B. exakter bzw. präziser formulierbar wird.

Ankerbeispiele: eindeutig; exakt; genau; korrekt; präzise; ohne Mathematik würde die Physik nicht genau sein; nur ein richtiger Weg

Denkanforderung Der Code „Denkauffassung“ enthält jedwede Aussagen, die die Rolle der Mathematik dahingehend einschätzen, dass die Verwendung von Mathematik in der Physik gewisse Eigenschaften der Physik zuweist, so dass bestimmte resultierende kognitive Fähigkeiten erforderlich sind, um sich mit physikalischen Inhalten zu beschäftigen. Gemeint sind unter Anderem das Denken an sich, aber auch sonstige mentale Modelle und Strukturen, wobei unbewusste Informationsverarbeitungsprozesse nicht ausgeschlossen werden. Es werden zwei Unterkategorien unterschieden. Der Code selbst enthält keine Codings.

allgemein **Ankerbeispiele:** räumliches Vorstellungsvermögen, zielorientiertes Denken, mathematisches Verständnis/ Zahlenverständnis/ Grundverständnis/ Größenverständnis

Logik Codings dieser Unterkategorie betonen die durch die Verwendung von Mathematik resultierende logische Struktur der Physik sowie die damit einhergehende Notwendigkeit des logischen Denkens.

Ankerbeispiele: logisch, Logik, logisches Denken, Mathematik ist das Logische in der Physik

weitere (☻) **Ankerbeispiele:** kurz; knapp; prägnant; ermöglicht fächerübergreifendes Arbeiten

B.2.1.3 mathematische Inhalte

Diese Kategorie enthält alle Aussagen, die anzeigen, dass sich die Rolle der Mathematik in der Physik hauptsächlich durch die Verwendung mathematischer Inhalte widerspiegelt. Die Art der mathematischen Inhalte wird durch die folgenden fünf Hauptunterkategorien beschrieben. Der Code enthält selbst keine Codings.

Teilgebiete In diese Hauptunterkategorie werden alle Codes zur Untergliederung der mathematischen Inhalte in die jeweiligen Teilgebiete der Mathematik einsortiert.

Ankerbeispiele: Integralrechnung; Geometrie; Vektorrechnung; Statistik

allgemeine Grundkenntnisse **Ankerbeispiele:** mathematische Grundlagen; Mathe liefert Anhaltspunkte; für Grundwissen; mathematische Kenntnisse; Anwenden von mathematischen Grundkenntnissen; meistens werden Grundlagen gebraucht; Vorkenntnisse; bestimmtes Grundlagenwissen; man muss das Wesentliche in Mathe verstanden haben (z.B. rechnen)

Regeln und Gesetze **Ankerbeispiele:** Rechenregeln; mathematische Gesetze; Rechenoperationen; Rechengesetze der Mathematik; Anwendung mathematischer Verfahren in der Physik; Rechenarten werden benötigt; Rechenwege; Sätze anwenden

konkrete inhaltliche Konzepte **Ankerbeispiele:** Sinus; Kosinus; Exponentialfunktion; Verhältnisgleichungen; Proportionalität; Winkelbeziehungen; Parabeln; Monotonie; Linearität

formale Konzepte Die Hauptunterkategorie konkrete formale Konzepte enthält solche Sinneinheiten, die auf den äußerlichen, formellen Charakter der Mathematik abzielen, also nicht auf konkrete Inhalte (vgl. mathematische Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte). Sie verweisen auf eine Art Metasprache, in der sich über Aspekte konkreter inhaltlicher Konzepte reden lässt. In gewisser Hinsicht klassifizieren sie konkrete inhaltliche Konzepte, geben ihnen Namen und weisen Eigenschaften zu. (Beispiel: In Koordinatensystemen [formales Konzept] können verschiedene Funktionen [formales Konzept], wie die Sinus- oder Exponentialfunktion [konkrete inhaltliche Konzepte], dargestellt werden.) Der Code untergliedert sich in vier selbsterklärende Unterkategorien und enthält selbst keine Codings.

Zahlen (☺) **Ankerbeispiele:** Zahlen; Hilfe bei Zahlen

Formeln/ Gleichungen **Ankerbeispiele:** Formeln; Gleichungen; Mathematik stellt die Formeln für die Physik; in Formeln; Physik besteht aus Formeln; ohne Mathe keine Formeln; für Formeln; Mathematik braucht man für Formeln

grafische Darstellungen **Ankerbeispiele:** Diagramme, Koordinatensysteme, Tabellen, Grafiken, Graphen, Skizzen, Schaubilder

weitere **Ankerbeispiele:** Funktionen, Verhältnisse, Variablen, Integrale, Statistiken, Vektoren, Gleichungssysteme

B.2.1.4 abstrakte Beziehungsaussagen

Diese Kategorie enthält alle Aussagen, die Physik und Mathematik explizit in Beziehung zueinander setzen und somit beschreiben, welche Rolle die Mathematik für die Physik spielt. Im Grunde charakterisiert jedes Coding die Beziehung zwischen der Mathematik und der Physik. Geschieht dies jedoch auf einer konkreten Ebene, z.B. durch die Sinneinheit “Formeln umstellen“, so wird dieses Coding nicht diesem Code zugeordnet (hier vgl. Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren). Nur wenn die Beziehung auf einer abstrakten Ebene beschrieben wird, wird sie den folgenden Hauptunterkategorien zugewiesen. Da die Aussagen nicht immer zweifelsfrei zuzuordnen sind, wird eine Unterscheidung lediglich dahingehend vorgenommen, ob die Mathematik eher eine untergeordnete Rolle spielt, also als eine Art Werkzeug dient (Mathematik eher als Hilfsmittel), oder ob eher das andere Extrem vorliegt und die Physik ohne die Mathematik nicht auskommt (Mathematik eher als Grundlage). Wird eine konkrete Beziehungsaussage mit einer abstrakten Beziehungsaussage gekoppelt (beispielsweise: „Mathematik ist Grundlage zum Rechnen“), so wird die Sinneinheit aufgrund der konkreten Aussage codiert (siehe dazu Beispiele 16 – 18, S. 317). Der Code enthält selbst keine Aussagen, jedoch drei Unterkategorien.

Gemeinsamkeiten und Wechselseitigkeit In diese Hauptunterkategorien werde Aussagen eingeordnet, die auf einer abstrakten Ebene Gemeinsamkeiten beider Wissenschaften betonen bzw. deren gegenseitige Verflechtung zum Ausdruck bringen.

Ankerbeispiele: Mathematik tritt häufig auf; bauen aufeinander auf; bedingen einander; das eine geht nicht ohne das andere; Zusammenhänge ähneln sich; viele Parallelen/ Verbindungen; nicht teilbar; Mathematik und Physik hängen eng zusammen; sie ergänzen/ überschneiden sich

uneindeutig, eher Mathematik als Grundlage Zu diesem Code gehören alle Codings, die zum Ausdruck bringen, dass Mathematik die Grundlage von Physik ist und dass es ohne diese keine Physik geben würde; ferner Codings, die Physik nur als Teilgebiet der Mathematik beschreiben. Als uneindeutig wird die Kategorie deshalb bezeichnet, weil nicht aus allen Codings einwandfrei hervorgeht, dass Mathematik die alleinige Grundlage der Physik ist. So werden auch Sinneinheiten wie „Mathematik ist *eine* Grundlage von Physik“ bzw. „Mathematik ist die theoretische Grundlage“ diesem Code zugeordnet.

Ankerbeispiele: Mathe ist die (theoretische) Grundlage; ohne Mathe keine Physik; Physik ist angewandte Mathematik; Physik baut auf Mathe auf; Mathe bildet die Basis; Mathe ist notwendig/ unabdingbar; eine Physik ohne Mathematik ist keine Physik

uneindeutig, aber eher Mathematik als Hilfsmittel Wenn Sinneinheiten eher so lesbar sind, dass sie die Mathematik als Hilfsmittel beschreiben, dann werden sie in diese Unterkategorie eingeordnet. (Da aus den Sinneinheiten meistens nicht eindeutig erkennbar ist, ob die Mathematik in der Physik lediglich als ein Hilfsmittel unter vielen angesehen wird oder aber das Hilfsmittel Mathematik als essentieller Bestandteil beziehungsweise Grundlage der Physik verstanden wird, bleibt diese Kategorie uneindeutig.)

Ankerbeispiele: braucht man in der Physik; ist das Handwerkszeug; Hilfswissenschaft; Mathe ist ein Bestandteil von Physik; es ist nicht unbedingt nötig gut in Mathe zu sein, um gut in Physik zu sein; Stütze; allgemeine Hilfe; man kann Gelerntes aus der Mathematik in der Physik anwenden

B.2.1.5 subjektive Beurteilungen

Diese Oberkategorie enthält alle subjektiven Wertungen. Auch Codings, die gefühlsbetont sind, werden diesem Code zugeordnet. Es werden zwei sich selbsterklärende Hauptunterkategorien unterschieden. Der Code selbst enthält keine Codings.

positiver Art „Wichtig“ wird als Signalwort festgelegt. Achtung: Die Verbindung „wichtig für“ wird ebenfalls immer als eine positive subjektive Beurteilung interpretiert, auch wenn in der Aussage evtl. nur auf Aspekte der Physik verwiesen wird („Mathe ist wichtig für das Umstellen von Formeln“). Dann wird der Aussage „wichtig für“ quasi eine transitive Eigenschaft beigemessen, denn indem Mathematik wichtig für einen Aspekt der Physik ist, wird sie auch wichtig für die gesamte Physik. Es bleibt offen, ob diese transitive Eigenschaft in der Aussage enthalten ist.

Zwar kann „wichtig für“ auch synonym für „ist notwendig für“ bzw. „wird verwendet für“ gebraucht werden und der Mathematik damit eine spezifische Rolle bzw. einen speziellen Anwendungsbezug zuweisen („wichtig fürs Rechnen“), jedoch scheint die Verwendung des Wortes „wichtig“ diesem Bezug eine besondere Bedeutung zu verleihen. Sonst bleibt fraglich, warum gerade „wichtig für“ und nicht „notwendig für“ verwendet wird. Demnach wird der Wortgruppe „wichtig für“ eine positive Beurteilung unterstellt und demnach dieser Hauptunterkategorie zugeordnet (siehe dazu auch Beispiel 2, S. 312).

Ankerbeispiele: spielt große Rolle; wichtig; wichtig für die Physik; Mathe hat einen großen Einfluss auf die Physik; besser; leichter; interessanter

negativer Art (☹) **Ankerbeispiele:** spielt kleine Rolle, weniger wichtig, kompliziert, ohne Mathe ist Physik oft einfacher, durch Mathe wird Physik langweilig, es gibt zu viel Mathematik in der Physik

B.2.1.6 Ausschuss

Dieser Code enthält alle Aussagen, die nach eingehender Prüfung absolut keiner der genannten Kategorien zuzuordnen sind.

Ankerbeispiele: für Einheiten, zur Kontrolle, um richtig umzusetzen, Zauberei, Forschung, macht schlau, Tafelwerk, Umwandlungen, Allgemeinwissen, Geschwindigkeit, Messungen, Kenngrößen, Zusammenhänge

B.2.2 Kodierregeln

Im folgenden Kapitel werden die hier aufgeführten Kodierregeln anhand von Beispielen näher erläutert sowie Besonderheiten aufgeführt.

I. Bestimmung von Sinneinheiten:

   a) Jede Aussage wird in inhaltlich begründete Sinneinheiten zerlegt (vgl. Beispiele 1 - 20, S. 312 ff.).

   b) Schrägstriche (/) teilen eine Aussage in zwei Sinneinheiten auf (vgl. Beispiele 9, 10, 19, S. 314 f).

   c) Klammertext: Wird der Text in Klammern zum Verständnis der Aussage benötigt bzw. kann der Text in Klammern nicht ohne die restliche Aussage verstanden werden, so wird die Aussage inkl. der Klammer als Sinneinheit definiert und einer Kategorie zugefügt. Wenn der Klammerinhalt insbesondere die Kategorienzugehörigkeit der „Restaussage“ beeinflusst, so wird die gesamte Aussage als eine Sinneinheit aufgefasst und kodiert. Sind sowohl der Klammerinhalt als auch die restliche Aussage getrennt voneinander verständlich und bedingen sie sich nicht in Bezug auf ihre Kategorienzugehörigkeit, so handelt es sich um zwei Sinneinheiten, die separat nach den genannten Regeln kodiert werden (vgl. Beispiele 4, 5, S. 313).

   d) Aussagen, die nach einem „→“ folgen, werden wie Aussagen in Klammern betrachtet (vgl. Regel Ic und Beispiele 5, 11, 12, S. 313 f).

   e) Mehrere Aussagen einer Person mit exakt demselben Wortlaut werden zu einer Sinneinheit zusammengefasst und demzufolge nur einmal kodiert (vgl. Beispiel 1, S. 312).

II. Kodierung von Sinneinheiten:

   a) Jede Sinneinheit wird komplett einer Kategorie oder dem Ausschuss zugeordnet (vgl. Beispiele 1, 312 und 14, 15, S. 316).

b) Ein Teil einer Sinneinheit kann separat kodiert werden, wenn dieser Teil einer anderen Kategorie zugeordnet werden kann, die „Restsinneinheit“ verständlich und ihre Kategorienzugehörigkeit unverändert bleibt (vgl. Beispiele 2, 6, 8, 13, 312 ff.).

c) Keine Sinneinheit wird doppelt kodiert (vgl. Beispiele 2, 13, 19, S. 312 ff.)!

d) Quasi-Doppeltkodierung: Da das Mehrfachmarkieren bzw. das Markieren unzusammenhängender Bereiche in MAXqda nicht möglich ist, können unter Umständen zwei explizit voneinander trennbare Sinneinheiten nicht separat kodiert werden. Dann wird die schon kodierte Sinneinheit inkl. ihrer Erweiterung erneut kodiert (vgl. Beispiele 3, 9, 13, 14, 15, 19, 312 ff.).

e) Füllwörter oder Verbindungswörter zwischen zwei Sinneinheiten oder Teilen von Sinneinheiten werden nicht kategorisiert (vgl. Beispiele 12, 14, 15, S. 315 f).

B.2.3 Kodierbeispiele

Im Folgenden werden die genannten Kodierregeln anhand von Beispielen illustriert und Regelabweichungen, die zum Teil softwarebedingt sind, diskutiert.

B.2.3.1 Beispiel 1: „Formeln, Formeln, Formeln“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIa, Ie	Formeln, Formeln, Formeln	mathematische Inhalte/ formale Konzepte/ Formeln/ Gleichungen

B.2.3.2 Beispiel 2: „für das Umstellen von Formeln wichtig“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIc, IIb	das Umstellen von Formeln	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen

Bemerkung: Bei der Aussage handelt es sich um eine Sinneinheit (Regel Ia). Nach Regel IIb ist „wichtig für“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: subjektive Bewertungen/ positiver Art). Es greift ebenfalls Regel IIc.

B.2.3.3 Beispiel 3: „Umstellen und Lösen der Formeln“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IId	Umstellen und Lösen der Formeln	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen
IId	Lösen der Formeln	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ lösen von Formeln/ Gleichungen

Bemerkung: Nach Regel Ia enthält die Aussage zwei Sinneinheiten. Softwarebedingt ist es nicht möglich, nur die Sinneinheit „Umstellen der Formeln“ der Kategorie Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen zuzufügen. Deshalb greift Regel IId.

B.2.3.4 Beispiel 4: „Mathematische Zusammenhänge helfen beim Lösen von Aufgaben (z.B. Pythagoras, Gleichungssysteme, siehe Tafelwerk)“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ic	Mathematische Zusammenhänge helfen beim Lösen von Aufgaben	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ lösen von Formeln/ Gleichungen
Ic	Pythagoras	mathematische Inhalte/ konkrete inhaltliche Konzepte
Ic	Gleichungssysteme	mathematische Inhalte/ formale Konzepte/ weitere
Ic	siehe Tafelwerk	Ausschuss

Bemerkung: Jede der vier Sinneinheiten (Regel Ia) ist getrennt voneinander versteh- und kategorisierbar (Regel Ic).

B.2.3.5 Beispiel 5: "Funktionen → Darstellung von Verläufen (Bsp.: Schwingung)“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Id	Funktionen	mathematische Inhalte/ formale Konzepte/ weitere
Ic, Id	Darstellung von Verläufen (Bsp.: Schwingung)	Auswirkungen/ Formalisierung/ allgemein

Bemerkung: Die Aussage besteht aus zwei Sinneinheiten (Regel Ia), die getrennt voneinander versteh- bzw. kategorisierbar sind (Regel Id). Der Text in der Klammer ist nicht ohne die Restsinneinheit „Darstellung von Verläufen“ zu verstehen, weshalb der Klammerinhalt zusammen mit der Hauptsinneinheit kodiert wird (Regel Ic).

B.2.3.6 Beispiel 6: „Formeln, um etwas zu berechnen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	um etwas zu berechnen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ berechnen/ einsetzen/ ausrechnen

Bemerkung: Nach Regel IIb ist „Formeln“ als Teil einer Sinneinheit separat kodierbar (Kategorie: mathematische Inhalte/ konkrete formale Konzepte/ Formeln/ Gleichungen).

B.2.3.7 Beispiel 7: „Formeln berechnen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Formeln berechnen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen)

Bemerkung: Hier ist „Formeln“ kein Teil einer Sinneinheit und kann demnach auch nicht separat kodiert werden. In der Beschreibung der Kategorie Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen) wurde „Formeln berechnen“ als eine Sinneinheit definiert und als Ankerbeispiel angefügt.

B.2.3.8 Beispiel 8: „mit Formeln wird vieles erklärt“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIb	mit Formeln wird vieles erklärt	Auswirkungen/ Verständnisförderung/ Erklärungsbezug/ algebraisch

Bemerkung: Hier kann „Formeln“ als Teil einer Sinneinheit nicht separat kodiert werden, da die Restsinneinheit „vieles wird erklärt“ dann ihre Kategorienzugehörigkeit verändern würde (Kategorie: Auswirkungen/ Verständnisförderung/ Erklärungsbezug/ allgemein).

B.2.3.9 Beispiel 9: „in der Physik müssen Formeln aufgestellt/ umgestellt und berechnet werden“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IId, Ib	in der Physik müssen Formeln aufgestellt/ umgestellt und berechnet werden	Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ aufstellen von Formeln/ Gleichungen
IId, Ib	in der Physik müssen Formeln aufgestellt/ umgestellt und berechnet werden	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen
Ia, IId	in der Physik müssen Formeln aufgestellt/ umgestellt und berechnet werden	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen)

Bemerkung: Die Aussage besteht aus drei Sinneinheiten (Regel Ia und Ib). Softwarebedingt ist es nicht möglich jede der drei Sinneinheiten getrennt voneinander einer Kategorie zuzufügen. Deshalb greift Regel IId.

B.2.3.10 Beispiel 10: „Umstellen von Formeln/ Berechnung“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ib	Umstellen von Formeln	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen
Ib	Berechnung	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ berechnen/ einsetzen/ ausrechnen

B.2.3.11 Beispiel 11: „Beschreiben physikalischer Vorgänge → durch mathematische Formeln“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Id	Beschreiben physikalischer Vorgänge → durch mathematische Formeln	Auswirkungen/ Formalisierung/ algebraisch (Formeln)

Bemerkung: Bei der Aussage handelt sich um eine Sinneinheit, denn die Extrakodierung der Aussage nach dem Pfeil würde die Kategorienzugehörigkeit von „Beschreiben physikalischer Vorgänge“ verändern (Kategorie: Eigenschaften/ Auswirkungen/ Formalisierung/ allgemein).

B.2.3.12 Beispiel 12: „Zum Formeln umstellen und Rechnen → weniger wichtige Rolle“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIe	Formeln umstellen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen
IIe	Rechnen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ berechnen/ einsetzen/ ausrechnen
Id	weniger wichtige Rolle	subjektive Beurteilungen/ negativer Art

Bemerkung: Nach Regel IIe werden „Zum“ und „und“ nicht kategorisiert. Außerdem sind alle drei Sinneinheiten unabhängig voneinander versteh- und kategorisierbar (Regel Id bzw. Ic).

B.2.3.13 Beispiel 13: „Mathematik wird in der Physik benutzt, um Physik besser darzustellen, also genauer und verständlicher zu machen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Mathematik wird in der Physik benutzt, um Physik besser darzustellen	Auswirkungen/ Formalisierung/ allgemein
IId	genauer und verständlicher zu machen	Auswirkungen/ Exaktheit/ Genauigkeit/ Objektivität
IIc	verständlicher zu machen	Auswirkungen/ Verständnisförderung/ Verstehensbezug/ allgemein

Bemerkung: Nach Regel Ia existieren drei Sinneinheiten. „Besser“ kann aufgrund von Regel IIb separat kodiert werden (subjektive Beurteilungen/ positiver Art).

B.2.3.14 Beispiel 14: „Umrechnung von Einheiten und Größen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Umrechnung von Einheiten	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ mit Einheiten umgehen
IIa, IId, IIe	Umrechnung von Einheiten und Größen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ mit Einheiten umgehen

Bemerkung: Nach Regel Ia handelt es sich um zwei Sinneinheiten. Es tritt jedoch eine Besonderheit bei der Quasi-Doppeltkodierung auf. Da beide Sinneinheiten zu derselben Unterkategorie gehören, ist die technische Umsetzung der Quasi-Doppeltkodierung (und somit die Einhaltung von Regel IIa) nicht möglich. Aus diesem Grunde wird zum einen die Sinneinheit „Umrechnung von Einheiten“ und zum anderen nur das Wort „Größen“ (unvermeidbare Verletzung von Regel IIa) der Kategorie Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ mit Einheiten umgehen zugefügt. Dabei bleibt allerdings nur eine der beiden Sinneinheiten verständlich. Nach Regel IIe wird „und“ nicht kategorisiert.

B.2.3.15 Beispiel 15: „wird benötigt um Formeln auf- und umzustellen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIa, IId	wird benötigt um Formeln auf- und umzustellen	Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ aufstellen von Formeln/ Gleichungen
IIa, IId, IIe	wird benötigt um Formeln auf- und umzustellen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ mit Formeln hantieren/ umformen von Formeln/ Gleichungen

Bemerkung: Es handelt sich um zwei Sinneinheiten. Deshalb handelt es sich um eine Sonderform der Quasi-Doppeltkodierung und ist nur scheinbar eine Ausnahme von Regel IIc.

B.2.3.16 Beispiel 16: „Hilfe zum Verstehen der Zusammenhänge“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Hilfe zum Verstehen der Zusammenhänge	Auswirkungen/ Verständnisförderung/ Verstehensbezug/ allgemein

Bemerkung: Hier handelt es sich um eine Kopplung von einer abstrakten („Hilfe“) Beziehungsaussage mit einer konkreten weiteren Aussage („Hilfe zum Verstehen“).

B.2.3.17 Beispiel 17: „Grundlage für Berechnungen“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Grundlage für Berechnungen	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ berechnen allgemeiner physikalischer Größen/ berechnen/ einsetzen/ ausrechnen

Bemerkung: Auch hier handelt es sich um eine Kopplung von einer abstrakten Beziehungsaussage („Grundlage“) mit einer konkreten weiteren Aussage („Grundlage für Berechnungen“).

B.2.3.18 Beispiel 18: „Grundlage für Physik“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Grundlage für Physik	abstrakte Beziehungsaussagen/ uneindeutig, aber eher Mathematik als Grundlage

Bemerkung: Hier handelt es sich um eine reine Beziehungsaussage.

B.2.3.19 Beispiel 19: „Graphen/ Diagramme erstellen/ auswerten“

Regel	Sinneinheit	Kategorie
IIc, Ib	Graphen/ Diagramme erstellen/ auswerten	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ grafisches Darstellen
IIc, Ib	Graphen/ Diagramme erstellen/ auswerten	Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ interpretieren/ auswerten von Diagrammen
Ib	Graphen/ Diagramme erstellen / auswerten	Tätigkeiten/ mathematisch formal/ grafisches Darstellen
IId, Ib	Graphen/ Diagramme erstellen/ auswerten	Tätigkeiten/ mathematisch anspruchsvoll/ interpretieren/ auswerten von Diagrammen

Bemerkung: Nach Regel Ia und Ib handelt es sich um vier Sinneinheiten. Aus technischen Gründen ist die Quasi-Doppeltkodierung in einer Zeile nur einmal möglich und wird hier bei „Diagramme auswerten“ angewandt. Folglich kann „Graphen erstellen“ und „Graphen auswerten“ nur kodiert werden, indem das Wort „Graph“ doppelt kodiert wird. *Dies ist die einzige Ausnahme zu Regel IIc.*

B.2.3.20 Beispiel 20: „Letztlich gehen physikalische Gesetze auch auf Experimente zurück, welche ähnliche Ergebnisreihen zeigten. Diese wurden durch Formeln verallgemeinert."

Regel	Sinneinheit	Kategorie
Ia	Letztlich gehen physikalische Gesetze auch auf Experimente zurück, welche ähnliche Ergebnisreihen zeigten. Diese wurden durch Formeln verallgemeinert.	Auswirkungen/ Formalisierung/ algebraisch (Formeln)

Bemerkung: Auch wenn die Aussage aus zwei Sätzen besteht, so handelt es sich nach Regel Ia um nur eine Sinneinheit.

B.3 Intercoderreliabilitäten – „Was ist Physik?“

Tab. B.1: Intercoderreliabilitäten – „Was ist Physik?“ (ÜK - prozentualer Übereinstimmungskoeffizient, π - Scotts π, κ - Cohens κ, N_{max} - maximale Besetzung der Kategorie in dieser Stichprobe.)

Kategorien	vor Validierung			nach Validierung			N_{max}
	ÜK	π	κ	ÜK	π	κ	
Überbegriffe	0,94	0,94	0,94	1,00	1,00	1,00	74
Hilfsmittel							
– nicht mathematisch visueller Art	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2
– mathematisch-symbolischer Art	0,96	0,96	0,96	0,98	0,98	0,98	72
– mathematisch-visueller Art	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	7
– Objekte	Besetzung zu gering						0
Inhalte							
– Teilgebiete	0,62	0,62	0,62	0,73	0,73	0,73	7
– *allgemeiner Art*							
– – allgemeine Phänomene	0,71	0,71	0,71	0,96	0,96	0,96	18
– – Alltag	0,89	0,89	0,89	0,98	0,98	0,98	21
– – Mensch	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– – Welt	0,80	0,80	0,80	1,00	1,00	1,00	3
– – Technik	0,71	0,71	0,71	1,00	1,00	1,00	17
– – Natur	0,79	0,79	0,79	0,93	0,93	0,93	24
– *konkrete inhaltliche Konzepte*							
– – physikalischer Art	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– – mathematischer Art	0,83	0,82	0,82	0,98	0,98	0,98	46
– konkrete formale Konzepte	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	9
– experimenteller Art	0,95	0,95	0,95	0,99	0,99	0,99	95
– theoretischer Art	0,80	0,80	0,80	0,94	0,94	0,94	48
– philosophischer Art	0,67	0,67	0,67	1,00	1,00	1,00	2
Eigenschaften							
– Modellierungsaspekt	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83	7
– Exaktheit/ Genauigkeit	0,67	0,67	0,67	0,80	0,80	0,80	8
– zeitliche Stabilität betreffend	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3
– *Verstehensbezug*							
– – allgemeiner Art	0,81	0,81	0,81	0,98	0,98	0,98	23
– – Alltag	0,92	0,92	0,92	1,00	1,00	1,00	7
– – Universum/ Welt	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	7
– – Technik	0,93	0,93	0,93	1,00	1,00	1,00	9
– – Natur	0,92	0,92	0,92	1,00	1,00	1,00	7

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	vor Validierung			nach Validierung			N_{max}
	ÜK	π	κ	ÜK	π	κ	
– *Beschreibungsbezug*							
– – allgemeiner Art	0,76	0,76	0,76	0,95	0,95	0,95	11
– – Alltag	0,67	0,67	0,67	1,00	1,00	1,00	2
– – Universum/ Welt	0,80	0,80	0,80	1,00	1,00	1,00	3
– – Technik							0
– – Natur	0,93	0,93	0,93	0,94	0,94	0,94	24
– *Erklärungsbezug*							
– – allgemeiner Art	0,82	0,82	0,82	0,96	0,96	0,96	26
– – Alltag	0,89	0,89	0,89	1,00	1,00	1,00	14
– – Universum/ Welt	0,67	0,67	0,67	0,89	0,89	0,89	6
– – Technik	0,67	0,67	0,67	1,00	1,00	1,00	2
– – Natur	0,88	0,87	0,87	0,98	0,98	0,98	25
– *emotionale Bewertungen*							
– – positiver Art	0,77	0,77	0,77	1,00	1,00	1,00	20
– – negativer Art	0,83	0,83	0,83	0,93	0,93	0,93	27
– *Alltagsbezug/Anwendung*							
– – allgemeiner Art	0,72	0,72	0,72	0,85	0,85	0,85	15
– – Alltag	0,82	0,82	0,82	0,91	0,91	0,91	17
– – Technik	0,67	0,67	0,67	0,93	0,93	0,93	8
– – andere Disziplinen	0,62	0,62	0,62	0,92	0,92	0,92	9
– Theorie-Experiment-Verknüpfung	0,92	0,92	0,92	0,96	0,96	0,96	13
– Realitätsbezug	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	6
– *Mathematikbezug*							
– – Mathematik allgemein	0,92	0,92	0,92	0,98	0,98	0,98	43
– – mathematische Darstellung	0,80	0,80	0,80	1,00	1,00	1,00	15
– Anschaulichkeit	0,67	0,67	0,67	1,00	1,00	1,00	6
– Logik	0,93	0,93	0,93	1,00	1,00	1,00	59
– Kontrolle der Umwelt	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	2
– weitere	0,56	0,56	0,56	0,79	0,79	0,79	32
Unterricht	0,80	0,80	0,80	0,89	0,89	0,89	16
Tätigkeiten							
– *mathematisch formal*							
– – darstellen von Messwerten	0,89	0,89	0,89	1,00	1,00	1,00	5
– – berechnen physikalischer Größen	0,94	0,94	0,94	0,99	0,99	0,99	40
– – mit Formeln hantieren	0,92	0,92	0,92	0,94	0,94	0,94	28
– *mathematisch anspruchsvoll*							
– – herleiten/ beweisen physikalischer Sachverhalte	0,71	0,71	0,71	0,95	0,95	0,95	10

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	vor Validierung ÜK	π	κ	nach Validierung ÜK	π	κ	N_{max}
– – aufstellen von Formeln/ Gleichungen	Besetzung zu gering						1
– – interpretieren/ auswerten von Diagrammen/ Daten	0,80	0,80	0,80	0,89	0,89	0,89	5
– – Vorhersagen treffen	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3
– – interpretieren von Gleichungen	Besetzung zu gering						1
– *experimentell*							
– – experimentieren							
– – – allgemein	0,92	0,92	0,92	0,96	0,96	0,96	13
– – – konkret	Besetzung zu gering						0
– – Beobachten, Messen, Protokollieren	0,62	0,62	0,62	1,00	1,00	1,00	8
– – auswerten	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– nicht mathematisch formal	0,80	0,80	0,80	0,92	0,92	0,92	26
– *nicht mathematisch anspruchsvoll*							
– – allgemeiner Art	0,70	0,70	0,70	0,91	0,91	0,91	19
– – Vorhersagen treffen	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	0,91	6
– – Probleme lösen	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	5
– – Hypothesen bilden	0,86	0,86	0,86	1,00	1,00	1,00	4
komplexe Aussagen	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5
Ausschuss	0,55	0,55	0,55	0,86	0,86	0,86	84

B.4 Intercoderreliabilitäten – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Tab. B.2: Intercoderreliabilitäten – „Welche Rollle spielt die Mathematik in der Physik?“ (ÜK - prozentualer Übereinstimmungskoeffizient, π - Scotts π, κ - Cohens κ, N_{max} - maximale Besetzung der Kategorie in dieser Stichprobe.)

Kategorien	vor Validierung ÜK	π	κ	nach Validierung ÜK	π	κ	N_{max}
Tätigkeiten							
– *mathematisch formal*							
– – mit Zahlen hantieren	0,75	0,75	0,75	1,00	1,00	1,00	5
– – *mit Formeln hantieren*	Besetzung zu gering						0
– – – umformen von Formeln/ Gleichungen	0,97	0,97	0,97	0,99	0,99	0,99	56
– – – Formeln benutzen	0,76	0,76	0,76	1,00	1,00	1,00	13
– – – mit Einheiten umgehen	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	9
– – – weitere	Besetzung zu gering						0
– – *berechnen allgemeiner physikalischer Größen*							
– – – berechnen/ einsetzen/ ausrechnen	0,89	0,89	0,89	0,98	0,98	0,98	71
– – – uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen)	0,90	0,90	0,90	1,00	1,00	1,00	26
– – – lösen von Formeln/ Gleichungen	0,92	0,92	0,92	0,96	0,96	0,96	25
– – – berechnen von Vorgängen/ Sachverhalten	0,88	0,88	0,88	0,92	0,92	0,92	20
– – berechnen konkreter physikalischer Größen	0,94	0,94	0,94	0,96	0,96	0,96	25
– – erfassen/ darstellen von Messwerten	Besetzung zu gering						1
– – grafisches Darstellen	0,87	0,87	0,87	1,00	1,00	1,00	13
– – weitere	0,50	0,50	0,50	0,57	0,57	0,57	6
– *mathematisch anspruchsvoll*							
– – definieren physikalischer Größen	Besetzung zu gering						0
– – aufstellen von Formeln/ Gleichungen	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	16
– – herleiten von Formeln/ Gesetzen	0,91	0,91	0,91	0,97	0,97	0,97	18
– – „beweisen“ von Theorien	0,93	0,93	0,93	0,98	0,98	0,98	21

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	vor Validierung ÜK	π	κ	nach Validierung ÜK	π	κ	N_{max}
– – interpretieren von Gleichungen	0,80	0,80	0,80	0,91	0,91	0,91	6
– – interpretieren/ auswerten von Diagrammen	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	8
– – auswerten von Experimenten/ Messwerten	0,78	0,78	0,78	0,90	0,90	0,90	11
– – Vorhersagen treffen	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93	8
– – analysieren von Zusammenhängen	0,60	0,60	0,60	1,00	1,00	1,00	6
– – Probleme lösen	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	6
– – grafisches Darstellen			Besetzung zu gering				1
– – modellieren			Besetzung zu gering				1
– – weitere	0,43	0,43	0,43	0,55	0,55	0,55	7
Auswirkungen							
– Vereinfachung/ Idealisierung	0,92	0,92	0,92	1,00	1,00	1,00	7
– Struktur gebend	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3
– Mathematik als Mittel zur Kommunikation	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	5
– Mathematik als Sprache der Physik/ Natur	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3
– *Formalisierung*							
– – allgemein	0,89	0,89	0,89	0,96	0,96	0,96	43
– – grafisch (Diagramme)	0,83	0,83	0,83	1,00	1,00	1,00	7
– – algebraisch (Formeln)	0,95	0,95	0,95	1,00	1,00	1,00	11
– – arithmetisch (Zahlen)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	4
– *Verständnisförderung*							
– – *Verstehensbezug*							
– – – allgemein	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	12
– – – algebraisch			Besetzung zu gering				0
– – *Erklärungsbezug*							
– – – allgemein	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	17
– – – algebraisch	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– – – arithmetisch	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– – – grafisch			Besetzung zu gering				0
– – – rechnerisch	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	3
– – *Veranschaulichung*							
– – – allgemein	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2
– – – grafisch	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1
– – *weitere*							
– – – allgemein	0,88	0,87	0,87	0,94	0,94	0,94	17
– – – algebraisch			Besetzung zu gering				1

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	vor Validierung ÜK	π	κ	nach Validierung ÜK	π	κ	N_{max}
– Exaktheit/ Genauigkeit/ Objektivität	0,93	0,93	0,93	1,00	1,00	1,00	16
– *Denkanforderung*							
– – allgemein	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3
– – Logik	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	8
– weitere	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	7
subjektive Beurteilungen							
– positiver Art	0,97	0,97	0,97	1,00	1,00	1,00	20
– negativer Art	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	2
mathematische Inhalte							
– Teilgebiete	0,75	0,75	0,75	1,00	1,00	1,00	5
– allg. Grundkenntnisse	0,73	0,73	0,73	0,86	0,86	0,86	13
– Regeln und Gesetze	0,83	0,83	0,83	0,98	0,98	0,98	22
– konkrete inhaltliche Konzepte	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	19
– *formale Konzepte*							
– – Zahlen	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	6
– – Formeln/ Gleichungen	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	51
– – grafische Darstellungen	0,89	0,89	0,89	0,97	0,97	0,97	21
– – weitere	0,89	0,89	0,89	0,96	0,96	0,96	14
abstrakte Beziehungsaussagen							
– Gemeinsamkeiten und Wechselseitigkeit	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	11
– uneindeutig, aber eher Mathe als Grundlage	0,98	0,98	0,98	1,00	1,00	1,00	29
– uneindeutig, aber eher Mathe als Hilfsmittel	0,85	0,85	0,85	0,92	0,92	0,92	14
Ausschuss	0,67	0,67	0,67	0,86	0,86	0,86	62

B.5 Häufigkeitsverteilung – „Was ist Physik?“

Tab. B.3: Häufigkeitsverteilung – „Was ist Physik?“ (Kategorien mit Mathematikbezug sind grau hinterlegt.)

Kategorien	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Überbegriffe	16	64	80	21	22	43	23	14	37
Hilfsmittel									0
– nicht mathematisch visueller Art	2	3	5	0	0	0	0	0	0
– mathematisch-symbolischer Art	116	151	267	27	31	58	3	4	7
– mathematisch-visueller Art	22	29	51	5	5	10	1	0	1
– Objekte	4	10	14	2	0	2	0	0	0
Inhalte									
– Teilgebiete	52	98	150	0	1	1	1	4	5
– *allgemeiner Art*									
– – allgemeine Phänomene	11	13	24	4	10	14	11	4	15
– – Alltag	7	17	24	3	6	9	5	3	8
– – Mensch	1	2	3	0	0	0	0	0	0
– – Welt	10	1	11	3	2	5	7	2	9
– – Technik	11	24	35	4	2	6	4	1	5
– – Natur	11	20	31	9	7	16	9	5	14
– *konkrete inhaltliche Konzepte*									
– – physikalischer Art	46	111	157	10	21	31	2	4	6
– – mathematischer Art	0	0	0	0	0	0	1	1	2
– konkrete formale Konzepte	14	16	30	6	4	10	0	0	0
– experimenteller Art	111	148	259	21	25	46	17	15	32
– theoretischer Art	47	46	93	17	19	36	15	13	28
– philosophischer Art	0	0	0	0	0	0	8	0	8
Eigenschaften									
– Modellierungsaspekt	0	2	2	6	3	9	21	8	29
– Exaktheit/ Genauigkeit	6	6	12	2	0	2	7	3	10
– zeitliche Stabilität betreffend	1	0	1	2	2	4	2	1	3

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	Klassenstufe 10 ♂	♀	gesamt	Klassenstufe 12 ♂	♀	gesamt	Studierende ♂	♀	gesamt
– *Verstehensbezug*									
– – allgemeiner Art	10	23	33	14	11	25	4	7	11
– – Alltag	3	6	9	0	1	1	5	7	12
– – Universum/ Welt	1	2	3	2	5	7	3	2	5
– – Technik	1	10	11	1	2	3	0	0	0
– – Natur	2	6	8	3	4	7	1	2	3
– *Beschreibungsbezug*									0
– – allgemeiner Art	2	8	10	10	5	15	11	1	12
– – Alltag	0	1	1	3	2	5	2	0	2
– – Universum/ Welt	0	0	0	1	0	1	5	3	8
– – Technik	0	0	0	1	1	2	0	0	0
– – Natur	11	5	16	10	4	14	12	16	28
– *Erklärungsbezug*									0
– – allgemeiner Art	12	16	28	8	12	20	17	11	28
– – Alltag	5	11	16	3	3	6	4	9	13
– – Universum/ Welt	7	3	10	1	2	3	2	4	6
– – Technik	5	4	9	2	1	3	0	0	0
– – Natur	13	18	31	12	6	18	8	7	15
– *emotionale Bewertungen*									0
– – positiver Art	40	21	61	3	9	12	8	6	14
– – negativer Art	18	43	61	12	4	16	6	3	9
– *Alltagsbezug/Anwendung*									0
– – allgemeiner Art	13	7	20	10	4	14	6	5	11
– – Alltag	17	17	34	7	12	19	4	9	13
– – Technik	6	2	8	6	6	12	1	1	2
– – andere Disziplinen	3	3	6	3	3	6	0	2	2
– Theorie-Experiment-Verknüpfung	7	12	19	9	3	12	9	4	13
– Realitätsbezug	3	2	5	9	5	14	5	2	7
– *Mathematikbezug*									0
– – Mathematik allgemein	24	35	59	18	16	34	16	5	21
– – mathematische Darstellung	4	6	10	8	5	13	6	3	9
– Anschaulichkeit	5	9	14	2	1	3	4	3	7
– Logik	56	76	132	16	21	37	13	4	17
– Kontrolle der Umwelt	0	0	0	0	0	0	3	0	3
– weitere	16	16	32	8	5	13	24	16	40
Unterricht	9	20	29	5	2	7	0	0	0

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Tätigkeiten									
– *mathematisch formal*									
– – darstellen von Messwerten	2	7	9	2	4	6	0	0	0
– – berechnen physikalischer Größen	46	58	104	19	20	39	2	1	3
– – mit Formeln hantieren	11	33	44	13	13	26	1	1	2
– *mathematisch anspruchsvoll*									0
– – herleiten/ beweisen physikalischer Sachverhalte	1	5	6	5	5	10	1	0	1
– – aufstellen von Formeln/ Gleichungen	3	2	5	1	3	4	0	0	0
– – interpretieren/ auswerten von Diagrammen/ Daten	1	7	8	3	5	8	1	0	1
– – Vorhersagen treffen	0	0	0	0	0	0	3	1	4
– – interpretieren von Gleichungen	1	2	3	0	0	0	0	0	0
– *experimentell*									
– – experimentieren									
– – – allgemein	7	26	33	7	8	15	6	4	10
– – – konkret	1	4	5	0	0	0	0	0	0
– – Beobachten, Messen, Protokollieren	6	5	11	3	1	4	1	1	2
– – auswerten	2	1	3	1	0	1	0	0	0
– nicht mathematisch formal	10	29	39	2	3	5	2	0	2
– *nicht mathematisch anspruchsvoll*									
– – allgemeiner Art	12	12	24	5	8	13	9	6	15
– – Vorhersagen treffen	0	0	0	2	3	5	8	4	12
– – Probleme lösen	3	0	3	2	1	3	5	2	7
– – Hypothesen bilden	2	1	3	1	1	2	0	0	0
komplexe Aussagen	0	0	0	0	0	0	6	1	7
Ausschuss	80	105	185	39	25	64	21	24	45

B.6 Häufigkeitsverteilung – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Tab. B.4: Häufigkeitsverteilung – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Kategorien	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Tätigkeiten									
– *mathematisch formal*									
– – mit Zahlen hantieren	7	6	13	4	4	8	0	0	0
– – *mit Formeln hantieren*									
– – – umformen von Formeln/ Gleichungen	26	90	116	15	18	33	0	7	7
– – – Formeln benutzen	15	34	49	4	8	12	0	3	3
– – – mit Einheiten umgehen	9	12	21	2	5	7	0	0	0
– – – weitere	1	0	1	1	0	1	0	0	0
– – *berechnen allgemeiner physikalischer Größen*									
– – – berechnen/ einsetzen/ ausrechnen	85	111	196	36	33	69	5	11	16
– – – uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen)	15	38	53	3	3	6	0	0	0
– – – lösen von Formeln/ Gleichungen	21	21	42	10	6	16	5	3	8
– – – berechnen von Vorgängen/ Sachverhalten	13	15	28	7	7	14	2	4	6
– – berechnen konkreter physikalischer Größen	17	52	69	2	2	4	0	2	2
– – erfassen/ darstellen von Messwerten	1	3	4	0	1	1	1	0	1
– – grafisches Darstellen	6	33	39	6	3	9	0	0	0
– – weitere	3	11	14	0	0	0	2	1	3
– *mathematisch anspruchsvoll*									
– – definieren physikalischer Größen	1	3	4	1	0	1	0	0	0
– – aufstellen von Formeln/ Gleichungen	17	17	34	5	3	8	1	1	2

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	Klassenstufe 10 ♂	Klassenstufe 10 ♀	Klassenstufe 10 gesamt	Klassenstufe 12 ♂	Klassenstufe 12 ♀	Klassenstufe 12 gesamt	Studierende ♂	Studierende ♀	Studierende gesamt
– – herleiten von Formeln/ Gesetzen	9	16	25	13	13	26	0	8	8
– – „beweisen“ von Theorien	15	18	33	7	7	14	10	2	12
– – interpretieren von Gleichungen	4	6	10	1	1	2	1	0	1
– – interpretieren/ auswerten von Diagrammen	5	17	22	2	2	4	2	1	3
– – auswerten von Experimenten/ Messwerten	3	9	12	4	1	5	8	0	8
– – Vorhersagen treffen	3	1	4	9	0	9	8	4	12
– – analysieren von Zusammenhängen	4	4	8	4	2	6	4	4	8
– – Probleme lösen	3	1	4	4	2	6	4	1	5
– – grafisches Darstellen	0	3	3	0	0	0	0	0	0
– – modellieren	0	0	0	0	0	0	5	0	5
– – weitere	3	3	6	3	3	6	5	3	8
Auswirkungen									
– Vereinfachung/ Idealisierung	1	1	2	2	2	4	4	0	4
– Struktur gebend	0	0	0	0	0	0	5	4	9
– Mathematik als Mittel zur Kommunikation	1	0	1	1	0	1	3	5	8
– Mathematik als Sprache der Physik/ Natur	0	1	1	1	0	1	7	1	8
– *Formalisierung*									
– – allgemein	16	23	39	21	18	39	47	26	73
– – grafisch (Diagramme)	0	5	5	2	2	4	3	0	3
– – algebraisch (Formeln)	4	6	10	3	6	9	6	7	13
– – arithmetisch (Zahlen)	1	2	3	3	2	5	1	1	2
– *Verständnisförderung*									
– – *Verstehensbezug*									
– – – allgemein	4	18	22	8	7	15	1	2	3
– – – algebraisch	0	0	0	0	1	1	0	0	0
– – *Erklärungsbezug*									
– – – allgemein	6	13	19	5	5	10	9	5	14
– – – algebraisch	1	1	2	1	0	1	1	0	1
– – – arithmetisch	0	0	0	1	0	1	0	0	0
– – – grafisch	1	0	1	1	0	1	0	0	0

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	Klassenstufe 10			Klassenstufe 12			Studierende		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
– – – rechnerisch	1	0	1	1	3	4	0	0	0
– – *Veranschaulichung*									
– – – allgemein	1	4	5	2	1	3	4	0	4
– – – grafisch	1	0	1	0	0	0	1	2	3
– – *weitere*									
– – – allgemein	4	13	17	6	4	10	6	2	8
– – – algebraisch	0	1	1	0	0	0	0	0	0
– Exaktheit/ Genauigkeit/ Objektivität	5	6	11	8	4	12	10	4	14
– *Denkanforderung*									
– – allgemein	4	11	15	1	1	2	0	1	1
– – Logik	12	18	30	3	2	5	1	1	2
– weitere	0	0	0	0	0	0	8	13	21
subjektive Beurteilungen									
– positiver Art	36	40	76	12	9	21	0	2	2
– negativer Art	7	3	10	3	0	3	0	0	0
mathematische Inhalte									
– Teilgebiete	1	4	5	3	2	5	1	1	2
– allg. Grundkenntnisse	6	18	24	4	6	10	1	3	4
– Regeln und Gesetze	10	23	33	17	13	30	2	2	4
– konkrete inhaltliche Konzepte	2	29	31	5	6	11	1	1	2
– *formale Konzepte*									
– – Zahlen	8	11	19	1	1	2	0	0	0
– – Formeln/ Gleichungen	53	104	157	11	14	25	3	1	4
– – grafische Darstellungen	21	35	56	3	10	13	1	0	1
– – weitere	4	14	18	7	4	11	2	2	4
abstrakte Beziehungsaussagen									
– Gemeinsamkeiten und Wechselseitigkeit	11	14	25	1	5	6	3	1	4
– uneindeutig, aber eher Mathe als Grundlage	31	35	66	9	15	24	5	7	12
– uneindeutig, aber eher Mathe als Hilfsmittel	17	8	25	6	0	6	11	5	16
Ausschuss	56	76	132	23	15	38	19	13	32

B.7 Häufigkeitsverteilung in den Leistungskontrastgruppen der Klassenstufe 10 – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Tab. B.5: Häufigkeitsverteilung der Leistungskontrastgruppen – „Welche Rolle spielt die Mathematik in der Physik?“

Kategorien	leistungsschwach			leistungsstark		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
Tätigkeiten						
– *mathematisch formal*						
– – mit Zahlen hantieren	0	0	0	0	0	0
– – *mit Formeln hantieren*						
– – – umformen von Formeln/ Gleichungen	0	13	13	8	9	17
– – – Formeln benutzen	1	4	5	3	1	4
– – – mit Einheiten umgehen	0	3	3	2	1	3
– – – weitere	0	0	0	0	0	0
– – *berechnen allgemeiner physikalischer Größen*						
– – – berechnen/ einsetzen/ ausrechnen	10	19	29	15	17	32
– – – uneindeutig (berechnen/ ausrechnen von Formeln/ Gleichungen)	3	11	14	2	4	6
– – – lösen von Formeln/ Gleichungen	4	2	6	5	4	9
– – – berechnen von Vorgängen/ Sachverhalten	2	3	5	1	3	4
– – berechnen konkreter physikalischer Größen	4	4	8	2	3	5
– – erfassen/ darstellen von Messwerten	0	0	0	0	0	0
– – grafisches Darstellen	0	2	2	2	5	7
– – weitere	0	3	3	0	1	1
– *mathematisch anspruchsvoll*						
– – definieren physikalischer Größen	0	0	0	0	1	1
– – aufstellen von Formeln/ Gleichungen	2	3	5	5	2	7
– – herleiten von Formeln/ Gesetzen	1	1	2	1	3	4
– – "beweisen"von Theorien	2	3	5	2	5	7
– – interpretieren von Gleichungen	0	1	1	0	1	1
– – interpretieren/ auswerten von Diagrammen	0	1	1	1	2	3
– – auswerten von Experimenten/ Messwerten	0	0	0	1	1	2
– – Vorhersagen treffen	0	0	0	0	0	0
– – analysieren von Zusammenhängen	0	0	0	1	0	1

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	leistungsschwach			leistungsstark		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
– – Probleme lösen	0	0	0	1	0	1
– – grafisches Darstellen	0	0	0	0	0	0
– – modellieren	0	0	0	0	0	0
– – weitere	0	0	0	2	1	3
Auswirkungen						
– Vereinfachung/ Idealisierung	0	0	0	0	1	1
– Struktur gebend	0	0	0	0	0	0
– Mathematik als Mittel zur Kommunikation	0	0	0	0	0	0
– Mathematik als Sprache der Physik/ Natur	0	0	0	0	0	0
– *Formalisierung*						
– – allgemein	0	1	1	6	3	9
– – grafisch (Diagramme)	0	0	0	0	1	1
– – algebraisch (Formeln)	0	0	0	0	0	0
– – arithmetisch (Zahlen)	0	1	1	1	0	1
– *Verständnisförderung*						
– – *Verstehensbezug*						
– – – allgemein	0	1	1	0	4	4
– – – algebraisch	0	0	0	0	0	0
– – *Erklärungsbezug*						
– – – allgemein	0	1	1	0	0	0
– – – algebraisch	0	0	0	0	0	0
– – – arithmetisch	0	0	0	0	0	0
– – – grafisch	0	0	0	0	0	0
– – – rechnerisch	0	0	0	0	0	0
– – *Veranschaulichung*						
– – – allgemein	0	0	0	0	0	0
– – – grafisch	0	0	0	0	0	0
– – *weitere*						
– – – allgemein	0	1	1	0	1	1
– – – algebraisch	0	0	0	0	1	1
– Exaktheit/ Genauigkeit/ Objektivität						
– *Denkanforderung*						
– – allgemein	1	1	2	0	0	0
– – Logik	1	2	3	4	2	6
– weitere	0	0	0	0	0	0
subjektive Beurteilungen						
– positiver Art	7	9	16	3	5	8
– negativer Art	3	2	5	0	0	0

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Kategorien	leistungsschwach			leistungsstark		
	♂	♀	gesamt	♂	♀	gesamt
mathematische Inhalte						
– Teilgebiete	0	0	0	0	1	1
– allg. Grundkenntnisse	2	5	7	1	3	4
– Regeln und Gesetze	2	3	5	1	1	2
– konkrete inhaltliche Konzepte	0	9	9	1	0	1
– *formale Konzepte*						
– – Zahlen	1	1	2	0	4	4
– – Formeln/ Gleichungen	8	17	25	1	21	22
– – grafische Darstellungen	3	9	12	3	5	8
– – weitere	0	4	4	2	0	2
abstrakte Beziehungsaussagen						0
– Gemeinsamkeiten und Wechselseitigkeit	5	3	8	1	1	2
– uneindeutig, aber eher Mathe als Grundlage	1	4	5	6	4	10
– uneindeutig, aber eher Mathe als Hilfsmittel	0	0	0	3	2	5
Ausschuss	12	6	18	9	5	14

C Ergänzung zu Kapitel 7: Skalenkonfirmation und Gruppeninvarianz

Im folgenden finden sich die Ergebnisse von Untersuchungen, wie sie exemplarisch im Haupttext der Arbeit am Beispiel des Themenbereichs „Selbsterleben im Umgang mit Mathematik"´ (vgl. Abschnitt 7.2) vorgestellt wurden. Sie sind im folgenden nach Themenbereichen geordnet und ergänzen Kapitel 7.

C.1 Selbsterleben im Umgang mit Mathematik

Der Themenbereich Selbsterleben im Umgang mit Mathematik wurde zur Verdeutlichung des Vorgehens bereits im Haupttext dargestellt (vgl. S. 204 ff.).

C.2 Kognitive Entlastung durch Mathematik

Die in Tab. C.1 aufgeführten Items gingen in die Hauptstudie ein. Die Stichproben für diese Untersuchungen umfassen 213 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 164 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 133 Studierende.

C.2.1 Untersuchung der KE-D-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst gruppenübergreifend eine zu geringe Indikatorreliabilität für die Items 5 und 7, weshalb diese entfernt werden. Damit ergibt sich das in Abb. C.1 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird. Das Modell weist in allen Gruppen eine sehr gute Passung auf, wie aus Tab. C.2 hervorgeht.

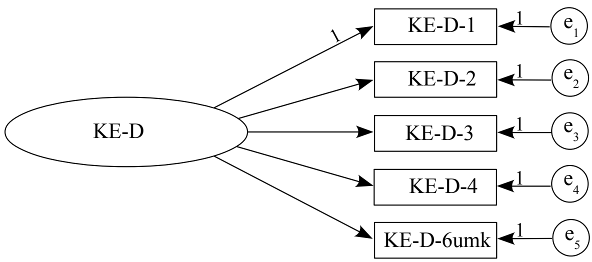


Abb. C.1: Messmodell – Kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten sehr gut wider ($\chi^2_{(12)} = 9{,}636$, $p = 0{,}648$,

Item	Itemlabel
Mich entlasten grafische Darstellungen beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge. (*)	KE-D-1
Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von grafischen Darstellungen übersichtlicher. (*)	KE-D-2
Mir helfen grafische Darstellungen, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen. (*)	KE-D-3
Grafische Darstellungen ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.	KE-D-4
Mich strengt das Entschlüsseln grafischer Darstellungen zusätzlich an. (-)	KE-D-5
Für mich sind grafische Darstellungen eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben. (-)	KE-D-6
Für mich machen grafische Darstellungen ein Problem noch komplexer. (-)	KE-D-7
Mich entlasten Formeln beim Nachdenken über physikalische Zusammenhänge. (*)	KE-F-1
Für mich wird ein physikalisches Problem durch die Verwendung von Formeln übersichtlicher. (*)	KE-F-2
Mir helfen Formeln, mit abstrakten physikalischen Begriffen umzugehen. (*)	KE-F-3
Formeln ermöglichen es mir, physikalische Zusammenhänge länger im Kopf zu behalten.	KE-F-4
Mich strengt das Entschlüsseln einer Formel zusätzlich an. (-)	KE-F-5
Für mich sind Formeln eine Behinderung beim Lösen physikalischer Aufgaben. (-)	KE-F-6
Für mich machen Formeln ein Problem noch komplexer. (-)	KE-F-7

Tab. C.1: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Kognitive Entlastung durch Mathematik“. Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet, (-) steht für eine negative Kodierung.

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(4)} = 3{,}858$	$\chi^2_{(4)} = 1{,}699$	$\chi^2_{(4)} = 4{,}076$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}421$	$p = 0{,}801$	$p = 0{,}502$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,965	0,425	1,019
CFI	1,000	1,000	0,999
RMSEA	0,000	0,000	0,012

Tab. C.2: KE-D – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

$\frac{\chi^2}{df}$ = 0,803, CFI=1,000, RMSEA=0,000). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	1,000	0,000
Modell 1 (metrische Invarianz); Referenz: baseline model	11,764	8	$p = 0{,}162$	0,997	0,012
Modell 2 (skalare Invarianz); Referenz: Modell 1	55,984	10	$p < 0{,}010$	0,899	0,056
Modell 2a: Modell 1 + Interceptgleichheit von Item 1; Referenz: Modell 1	1,465	2	$p = 0{,}481$	0,998	0,009
Modell 2b: Modell 1 + Invarianz des Intercepts für eines der Items 2,3,4 oder 6; Referenz: Modell 1	≥11,085	2	$p \leq 0{,}004$	≤0,978	≥0,031
Modell 2c: Modell 2a + Invarianz des Intercepts eines der Items 2,3,4 oder 6; Referenz: Modell 1	≥11,336	4	$p \leq 0{,}023$	≤0,981	≥0,027
Modell 3a (skalare Invarianz, 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: Modell 1	5,449	5	$p = 0{,}364$	0,996	0,012
Modell 3b (skalare Invarianz, 10. Klassenstufe und Studierende); Referenz: Modell 1	45,783	5	$p < 0{,}010$	0,910	0,058
Modell 3c (skalare Invarianz, 12. Klassenstufe und Studierende); Referenz: Modell 1	22,870	5	$p < 0{,}010$	0,959	0,039

Tab. C.3: Mehrgruppenanalyse des KE-D-Messmodells

Tab. C.3 ist zu entnehmen, dass anhand der verwendeten drei Kriterien die Annahme voller metrischer Invarianz beibehalten werden kann. Darüber hinaus liegt auch partielle skalare Invarianz vor, da die Intercepts für Item 1 gleichgesetzt werden dürfen. Allerdings ist Item 1 auch als Referenzindikator verwendet worden. Damit ist die Gruppeninvarianz der Intercepts nur für eine deutliche Minderheit der Items gezeigt. Zwischen den Gruppen der 10. bzw. 12. Klassenstufe kann vollständige skalare Invarianz angenommen werden.

Cronbachs Alpha beträgt für die KE-D-Skala bezogen auf alle Gruppen $\alpha_{Cronbach} =$ 0,74. Für die 10. Klassenstufe ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}72$, für die 12. Klassenstufe ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}74$ und für die Studierenden ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}74$ (5 Items). Fasst man die Klassenstufen 10 und 12 zusammen, so ergibt sich für die Gesamtgruppe der Schülerinnen und Schüler ein Wert von $\alpha_{Cronbach} = 0{,}73$. Diese Werte sprechen für eine gute Skalenreliabilität.

C.2.2 Untersuchung der KE-F-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst gruppenübergreifend eine zu geringe Indikatorreliabilität für die Items 5 und 7, weshalb diese entfernt werden. Damit ergibt sich das in Abb. C.2 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird.

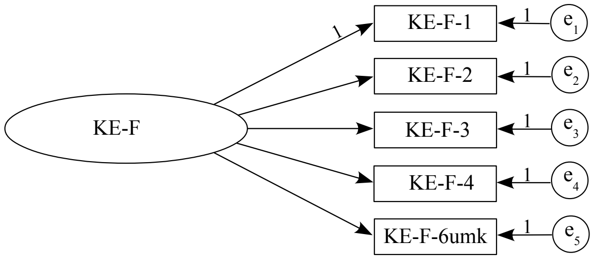


Abb. C.2: Messmodell – Kognitive Entlastung durch Formeln/Gleichungen

Das Modell weist in allen Gruppen eine sehr gute oder akzeptable Passung auf, wie aus Tab. C.4 hervorgeht. Lediglich der RMSEA-Wert für die Gruppe der Studierenden liegt ein wenig zu hoch.

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(5)} = 8{,}608$	$\chi^2_{(5)} = 0{,}822$	$\chi^2_{(5)} = 10{,}380$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}263$	$p = 0{,}981$	$p = 0{,}156$
$\frac{\chi^2}{df}$	1,722	0,164	2,076
CFI	0,989	1,000	0,972
RMSEA	0,058	0,000	0,090

Tab. C.4: KE-F – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten sehr gut wider ($\chi^2_{(15)} = 13{,}338$, $p = 0{,}468$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}112$, CFI=0,998, RMSEA=0,015). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Als Referenzindikator diente Item 1.

Tab. C.5 ist zu entnehmen, dass die Annahme voller metrischer Invarianz beibehalten werden kann. Darüber hinaus liegt auch partielle skalare Invarianz vor, da die Gleichsetzung der Intercepts für Item 2 durch zwei von drei Kriterien legitimiert wird. Damit ist die Gruppeninvarianz der Intercepts nur für eine deutliche Minderheit der Items gezeigt. Zwischen der 10. und 12. Klassenstufe kann vollständige skalare Invarianz angenommen werden.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,998	0,015
Modell 1 (metrische Invarianz); Referenz: baseline model	12,405	8	$p = 0{,}134$	0,992	0,024
Modell 2 (skalare Invarianz); Referenz: Modell 1	38,431	10	$p < 0{,}010$	0,955	0,047
Modell 2a: Modell 1 + Invarianz des Intercepts von Items 2; Referenz: Modell 1	7,960	2	$p = 0{,}019$	0,984	0,032
Modell 2b: Modell 1 + Invarianz des Intercepts von Item 1,3,4 oder 6; Referenz: Modell 1	≥13,163	2	$p < 0{,}010$	≤0,978	≥0,039
Modell 2c: Modell 2a + Invarianz der Intercepts von Item 1,3,4 oder 6	≥13,992	4	$p \leq 0{,}007$	≤0,976	≥0,031
Modell 3a (skalare Invarianz, 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: Modell 1	5,593	5	$p = 0{,}348$	0,992	0,022
Modell 3b (skalare Invarianz, 10. Klassenstufe und Studierende); Referenz: Modell 1	30,697	5	$p < 0{,}010$	0,958	0,050
Modell 3c (skalare Invarianz, 12. Klassenstufe und Studierende); Referenz: Modell 1	21,420	5	$p < 0{,}010$	0,971	0,042

Tab. C.5: Mehrgruppenanalyse des KE-F-Messmodells

Cronbachs Alpha beträgt für die KE-F-Skala bezogen auf alle Gruppen: $\alpha_{Cronbach} = 0{,}82$. Für die 10. Klassenstufe ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}81$, für die 12. Klassenstufe ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}82$ und für die Studierenden ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}79$ (5 Items). Eine Zusammenfassung der Klassenstufen 10 und 12 ergibt für die Gesamtgruppe der Schülerinnen und Schüler ein Wert von $\alpha_{Cronbach} = 0{,}81$. Diese Werte sprechen für eine hohe Skalenreliabilität. Damit liegen für den Bereich der kognitiven Entlastung zwei gut funktionierende Skalen vor.[1]

C.3 Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik

In die Hauptstudie gingen die in Tab. C.6 aufgeführten Items ein, die zwei Konstrukte abbilden sollten, zum Einen eine allgemeine Exaktheit (Ex-allg), die durch die Verwendung von Mathematik erreicht wird. Zum Anderen wird versucht, eine Ursache dafür zu operationalisieren, nämlich die notwendige Begriffsexplikation, die einer Mathematisierung vorausgeht (Ex-Begr).

Die Stichproben für diese Untersuchungen umfassen 230 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 169 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 129 Studierende.

C.3.1 Untersuchung der Ex-allg-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst eine zu geringe Indikatorreliabilität für Item 6. Dies ist auch inhaltlich plausibel, da hier das Lehrbuch als zusätzlicher Vorstellungsgegenstand auftritt. Auch die Indikatorreliabilität von Item 1 fällt zu gering aus. Hier scheint das Problem in der negativen Kodierung zu liegen. Da eine große Überschneidung mit Item 3 vorliegt, kann auch auf Item 1 verzichtet werden. Damit ergibt sich das in Abb. C.3 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird.

Das Modell weist in allen Gruppen akzeptable bis sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.7 hervorgeht. Zu erwähnen ist, dass die Einführung der in Abb. C.3 zu erkennenden Korrelation das Modell für Klassenstufe 12 und die Gruppe der Studierenden erheblich verbessert. (Für Klassenstufe 12 wird es hierdurch überhaupt erst annehmbar.) Dies ist mit einer Verschlechterung der Passung für Klassenstufe 10 verbunden, der RMSEA-Wert legt nun für diese Gruppe sogar eine Ablehnung des Modells nahe. Streng genommen ist hiermit die Voraussetzung für eine Interpretation von Cronbachs Alpha als Mindestschätzung für die Reliabilität nicht mehr gegeben.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(3)} = 3{,}416$, $p = 0{,}353$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}139$, CFI=0,999, RMSEA=0,016). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen.

[1] Der Test des Gesamtmodells (Zweifaktorenstruktur) in Hinblick auf Forschungsfrage IV. ergibt zunächst eine gute Passung für das uneingeschränkte Modell ($\chi^2_{(102)} = 129{,}792$, $p = 0{,}033$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}272$, CFI=0,978, RMSEA=0,023). Die einschränkenden Forderungen nach voller metrischer Invarianz und einer Kovarianz auf Konstruktebene $cov(KE-D; KE-F) = 0$ führen nicht zu einer Verschlechterung des Modells ($\chi^2_{(121)} = 152{,}786$, $p = 0{,}027$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}263$, CFI=0,974, RMSEA=0,023). Dies ist erneut ein starker Hinweis auf die konzeptionelle Verschiedenheit der Faktoren.

Item	Itemlabel
In der Physik ist eine Formel nie so genau wie eine Aussage in Worten. (*)(-)	Ex-allg-1
Je mehr Mathematik im Physikunterricht vorkommt, desto exakter ist er. (*)	Ex-allg-2
Formeln sind im Physikunterricht immer genauer als Worte. (*)	Ex-allg-3
Physikalische Gleichungen sind immer zuverlässiger als physikalische Aussagen in Worten. (*)	Ex-allg-4
Im Physikunterricht sind Worte nur vorläufig, erst eine Formel ist eine gesicherte Erkenntnis.	Ex-allg-5
In meinem Lehrbuch sind die Beschreibungen in den Texten immer exakter als die physikalischen Formeln. (-)	Ex-allg-6
In der Physik kann man erst sinnvoll mathematisieren, wenn die zugrunde liegenden Begriffe exakt definiert sind. (*)	Ex-Begr-1
Formelzeichen kann ich erst benutzen, wenn ich mir die zugehörigen physikalischen Begriffe klar gemacht habe. (*)	Ex-Begr-2
Wenn ich einen physikalischen Sachverhalt in Formeln darstellen will, überlege ich mir genau, was ich mit einem mathematischen Symbol meine. (*)	Ex-Begr-3
Hinter jedem Formelzeichen steht ein genau definierter Begriff.	Ex-Begr-4
Auch ohne eine genaue Definition der verwendeten Formelzeichen ist es möglich, physikalische Sachverhalte durch Gleichungen zu beschreiben. (-)	Ex-Begr-5
Grafische Darstellungen kann man nur interpretieren, wenn die verwendeten physikalischen Größen klar sind.	Ex-Begr-6
Jede Kurve in einem Diagramm stellt einen Zusammenhang zwischen exakt definierten Größen dar.	Ex-Begr-7

Tab. C.6: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik“. Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet, (-) steht für eine negative Kodierung.

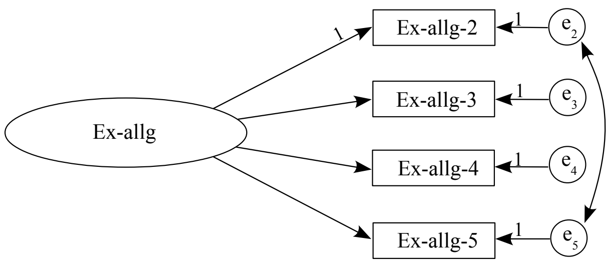


Abb. C.3: Messmodell – Allgemeine Exaktheit

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(1)} = 2{,}570$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}841$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}002$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}130$	$p = 0{,}364$	$p = 0{,}969$
$\frac{\chi^2}{df}$	2,570	0,841	0,002
CFI	0,989	1,000	1,000
RMSEA	0,083	0,000	0,000

Tab. C.7: Ex-allg: Modellpassung in den einzelnen Gruppen

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,999	0,016
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	9,600	6	$p = 0{,}143$	0,989	0,025
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	100,455	8	$p < 0{,}010$	0,743	0,104
Modell 2a: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 2, 3, 4 oder 5; Referenz: Modell 1	$\geq$27,163	8	$p < 0{,}010$	$\leq$0,922	$\geq$0,077
Modell 3a: skalare Invaraianz zwischen 10. und 12. Jahrgangsstufe; Referenz: Modell 1	7,033	4	$p = 0{,}134$	0,981	0,032
Modell 3b: skalare Invaraianz zwischen 10. Jahrgangsstufe und Studierenden; Referenz: Modell 1	93,123	4	$p < 0{,}010$	0,752	0,117
Modell 3c: skalare Invaraianz zwischen 12. Jahrgangsstufe und Studierenden; Referenz: Modell 1	60,727	4	$p < 0{,}010$	0,838	0,094

Tab. C.8: Mehrgruppenanalyse des Ex-allg-Messmodells

Tab. C.8 ist zu entnehmen, dass volle metrische Invarianz vorliegt, denn zwei von drei Kriterien lassen eine Beibehaltung dieser Hypothese zu. Die Annahme (partieller) skalarer Invarianz kann hingegen nicht aufrecht erhalten werden. Wie der Ausschluss einzelner Gruppen zeigt, liegt das Problem erneut im Antwortverhalten der Studierenden. Zwischen den Klassenstufen 10 und 12 darf volle skalare Invarianz angenommen werden.

Berechnet man Cronbachs Alpha über alle Gruppen, so erhält man für die Ex-allg-Skala $\alpha_{Cronbach} = 0{,}71$ (4 Items). Berechnet man Cronbachs Alpha nur für die Studierenden, so erhält man $\alpha_{Cronbach} = 0{,}61$, für die 12. Klassenstufe $\alpha_{Cronbach} = 0{,}70$ und für die 10. Klassenstufe $\alpha_{Cronbach} = 0{,}64$. Die gemeinsame Berechnung über die Klassenstufen 10 und 12 ergibt $\alpha_{Cronbach} = 0{,}67$. Die Reliabilität der Skala ist damit durchweg akzeptabel.

C.3.2 Untersuchung der Ex-Begr-Skala

Bereits vor Beginn des Tests ist klar, dass mit Problemen bei den Items 6 und 7 zu rechnen ist, da diese auf grafische Darstellungen abzielen, während alle anderen Items auf Formeln und Gleichungen Bezug nehmen. Zusätzlich legen inhaltliche Überlegungen (Inhaltsgleichheit) einen Ausschluss von Item 2 oder 3 nahe. Hier wurde Item 2 entfernt.

Damit ergibt sich das in Abb. C.4 dargestellte Messmodell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird.

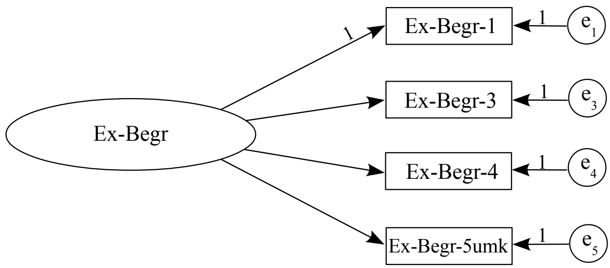


Abb. C.4: Messmodell – Exaktheit durch Begriffsexplikation

Das Modell weist für die Schülerinnen und Schüler sehr gute Passungen auf; die Passung für die Gruppe der Studierenden ist akzeptabel wie aus Tab. C.9 hervorgeht. Der RMSEA-Wert legt hier sogar eine Ablehnung des Modells nahe, während die anderen beiden Kriterien einer Annahme des Modells nicht widersprechen.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten sehr gut wider ($\chi^2_{(6)} = 6{,}435$, $p = 0{,}484$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}072$, CFI=0,995, RMSEA=0,012). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen.

Tab. C.10 ist zu entnehmen, dass volle metrische Invarianz vorliegt. Die Annahme skalarer Invarianz muss hingegen verworfen werden. Lediglich die Gleichheit des Intercepts eines Items darf anhand von zwei der drei Kriterien angenommen werden. Auch der

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(2)} = 0{,}162$	$\chi^2_{(2)} = 1{,}393$	$\chi^2_{(2)} = 4{,}869$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}930$	$p = 0{,}532$	$p = 0{,}134$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,081	0,697	2,435
CFI	1,000	1,000	0,918
RMSEA	0,000	0,000	0,106

Tab. C.9: Ex-Begr – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,995	0,012
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	5,827	6	$p = 0{,}443$	0,997	0,006
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	46,627	8	$p < 0{,}010$	0,594	0,060
Modell 2a: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 1, 3, 4, oder 5; Referenz: Modell 1	$\geq$3,907	2	$p < 0{,}142$	$\leq$0,977	$\geq$0,017
Modell a (skalare Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: Modell 1	7,012	4	$p = 0{,}135$	0,965	0,020
Modell 3b (skalare Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	32,231	4	$p < 0{,}010$	0,695	0,058
Modell 3c (skalare Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	35,509	4	$p < 0{,}010$	0,659	0,061
Modell 3d (partielle skalare Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe, ohne Item 3); Referenz: Modell 1	1,235	3	$p = 0{,}745$	1,000	0,000

Tab. C.10: Mehrgruppenanalyse des Ex-Begr-Messmodells

Ausschluss einer Gruppe führt nicht zum Nachweis skalarer Invarianz zwischen den verbleibenden Gruppen anhand aller Kriterien. Zwischen der 10. und 12. Klassenstufe lässt sich jedoch durch Aufheben der Gleichheitsannahme für die Intercepts von Item 3 die partielle skalare Invarianz nachweisen.

Cronbachs Alpha beträgt, berechnet über alle drei Gruppen, für die Ex-Begr-Skala: $\alpha_{Cronbach} = 0{,}49$ (4 Items). Berechnet man Cronbachs Alpha nur für die Studierenden, so erhält man $\alpha_{Cronbach} = 0{,}53$, für die 12. Klassenstufe $\alpha_{Cronbach} = 0{,}47$ und für die 10. Klassenstufe $\alpha_{Cronbach} = 0{,}48$. Die gemeinsame Berechnung über die Klassenstufen 10 und 12 ergibt $\alpha_{Cronbach} = 0{,}67$. Damit ist die Reliabilität dieser Skala eher gering. Die weitere Verwendung dieser Skala erfolgt daher unter Vorbehalt. Bei der Interpretation der weiteren Auswertungen darf man dieses Reliabilitätsproblem nicht aus den Augen verlieren, das sich für die Skala zur allgemeinen Exaktheit durch Verwendung von Mathematik nicht in gleicher Schärfe stellt.[2]

C.4 Kommunikation mit Hilfe der Mathematik

In die Hauptstudie gingen die in Tab. C.11 aufgeführten Items ein.

Tab. C.11: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Kommunikation mit Hilfe der Mathematik“. Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet, (-) steht für eine negative Kodierung.

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie grafische Darstellungen verwenden. (*)	Komm-D-d1
In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen verwendet werden. (*)	Komm-D-d2
In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.	Komm-D-d3
In der Wissenschaft Physik sind grafische Darstellungen eines Sachverhaltes für die Verständigung nicht hilfreich. (-)	Komm-D-d4
In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer grafischen Darstellung entnehmen können. (-)	Komm-D-d5

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

[2] Der Test des Gesamtmodells (Zweifaktorenstruktur mit den hier analysierten Einzelskalen) ergibt zunächst eine gute Passung für das uneingeschränkte Modell ($\chi^2_{(54)} = 63{,}137 p = 0{,}188$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}169$, CFI=0,981, RMSEA=0,018). Die einschränkenden Forderungen nach voller metrischer Invarianz und einer Kovarianz auf Konstruktebene $cov(KE-D; KE-F) = 0$ führen nicht zu einer wesentlichen Verschlechterung des Modells ($\chi^2_{(69)} = 86{,}374$, $p = 0{,}077$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}252$, CFI=0,974, RMSEA=0,022). Dies ist auch hier ein erster Hinweis auf die konzeptionelle Verschiedenheit der Faktoren.

Item	Itemlabel
Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich grafische Darstellungen verwende. (*)	Komm-D-p1
Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen grafische Darstellungen benutzt werden. (*)	Komm-D-p2
Ich kann Informationen, die in grafischen Darstellungen enthalten sind, schnell erfassen.	Komm-D-p3
Für mich sind grafische Darstellungen eines physikalischen Sachverhaltes zur Verständigung nicht hilfreich. (-)	Komm-D-p4
Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer grafischen Darstellung entnehmen kann. (-)	Komm-D-p5
Physikern erleichtert Mathematik die Verständigung. (*)	Komm-Eff-d1
Physikern helfen grafische Darstellungen, Missverständnisse zu vermeiden.	Komm-Eff-d2
Physikern helfen Gleichungen, Missverständnisse zu vermeiden.	Komm-Eff-d3
Physikern helfen Gleichungen, beim fachlichen Austausch untereinander Zeit zu sparen. (*)	Komm-Eff-d4
Physikern helfen grafische Darstellungen beim fachlichen Austausch untereinander, Zeit zu sparen.	Komm-Eff-d5
In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch grafische Darstellungen unverständlich. (-)	Komm-Eff-d6
In der Wissenschaft Physik werden Inhalte durch Gleichungen unverständlich. (-)	Komm-Eff-d7
Für mich erleichtert Mathematik die Verständigung im Physikunterricht. (*)	Komm-Eff-p1
Mir helfen grafische Darstellungen im Physikunterricht, Missverständnisse zu vermeiden.	Komm-Eff-p2
Mir helfen Gleichungen im Physikunterricht, Missverständnisse zu vermeiden.	Komm-Eff-p3
Mir helfen physikalische Gleichungen im Physikunterricht beim fachlichen Austausch mit anderen, Zeit zu sparen. (*)	Komm-Eff-p4
Mir helfen grafische Darstellungen im Physikunterricht beim fachlichen Austausch mit anderen, Zeit zu sparen.	Komm-Eff-p5
Für mich werden Inhalte im Physikunterricht durch grafische Darstellungen unverständlich. (-)	Komm-Eff-p6
Für mich werden Inhalte im Physikunterricht durch Formeln unverständlich. (-)	Komm-Eff-p7
In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn sie Formeln verwenden. (*)	Komm-F-d1
In der Wissenschaft Physik können Physiker Informationen, die in Formeln enthalten sind, schnell erfassen. (*)	Komm-F-d2

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik fällt es Physikern leichter, einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln verwendet werden.	Komm-F-d3
In der Wissenschaft Physik ist die Darstellung eines Sachverhaltes in Formeln für die Verständigung verwirrend. (-)	Komm-F-d4
In der Wissenschaft Physik wissen Physiker nur selten, welche Informationen sie einer Formel entnehmen können. (-)	Komm-F-d5
Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu erklären, wenn ich Formeln verwende. (*)	Komm-F-p1
Mir fällt es leichter einen physikalischen Sachverhalt zu verstehen, wenn bei den Erklärungen Formeln benutzt werden. (*)	Komm-F-p2
Ich kann Informationen, die in physikalischen Formeln enthalten sind, schnell erfassen.	Komm-F-p3
Für mich sind Formeln eines physikalischen Sachverhaltes bei der Verständigung verwirrend. (-)	Komm-F-p4
Ich weiß nur selten, welche Informationen ich einer physikalischen Formel entnehmen kann. (-)	Komm-F-p5

Die Stichproben für diese Untersuchungen umfassen 206 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 160 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 129 Studierende. Ein gleichzeitiges Testen der Messmodelle wird zu unübersichtlich, so dass zunächst die Themenbereiche bzw. Skalen getrennt überprüft werden.

C.4.1 Untersuchung der Komm-D,F-Skalen

Der Bereich der allgemeinen Kommunikation mit Hilfe von Mathematik unterteilt sich in Kommunikation mit Hilfe von grafischen Darstellungen (Komm-D) und Kommunikation mit Hilfe physikalischer Gleichungen (Komm-F). Für beide Konstrukte wurde versucht, sie in proximaler und distaler Ausprägung zu operationalisieren. Für alle zu untersuchenden Skalen stellt sich jeweils Item 5 als problematisch, weil wenig reliabel, heraus. Es wird daher folgenden Untersuchungen von vornherein vernachlässigt. Zunächst wird der distale Bereich, dann der proximale Bereich betrachtet.

C.4.2 Die distalen Komm-D,F-Skalen

Der Versuch, beide Subfaktoren gemeinsam zu behandeln, schlägt fehl,[3] weshalb im Folgenden zunächst der Subfaktor „grafisch“ und dann der Subfaktor „symbolisch“ behandelt werden. Das Messmodell ist Abb. C.5 zu entnehmen.

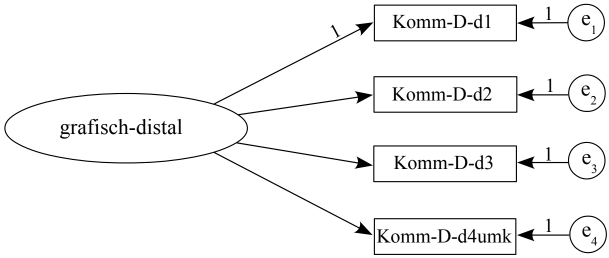


Abb. C.5: Messmodell – Kommunikation mit Hilfe von grafischen Darstellungen (distal)

Das Modell weist in allen Gruppen akzeptable bis sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.12 hervorgeht.

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(2)} = 0{,}999$	$\chi^2_{(2)} = 1{,}271$	$\chi^2_{(2)} = 5{,}807$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}797$	$p = 0{,}671$	$p = 0{,}158$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,499	0,635	2,903
CFI	1,000	1,000	0,965
RMSEA	0,000	0,000	0,022

Tab. C.12: Komm-D-d – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider

[3] Bereits das uneingeschränkte zweifaktorielle Modell weist keinen sonderlichen guten Modellfit auf ($\chi^2_{(57)} = 129{,}469$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 2{,}271$, CFI=0,904, RMSEA=0,051). Die einschränkende Forderungen nach voller metrischer Invarianz führt zu einer bedeutsamen Verschlechterung des Modells ($\chi^2_{(69)} = 157{,}956$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 2{,}289$, CFI=0,882, RMSEA=0,051). Lediglich der RMSEA-Wert spricht für die Annahme des Modells. Für die distalen Konstrukte lässt sich also eine Trennung von grafischer und symbolischer Repräsentationsform auf Konstruktebene auf diese Weise nicht stützen. Wie sich zeigen wird, gelingt für die symbolische Repräsentationsform allerdings nicht einmal die Bestätigung des distalen Konstruktes. Insofern ist dies bezüglich Forschungsfrage IV. nicht als negativer Befund zu werten.

($\chi^2_{(6)} = 8{,}086, p = 0{,}641$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}348$, CFI=0,993, RMSEA=0,027). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Die Referenzindikatoren sind Abb. C.5 zu entnehmen.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,993	0,027
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	6,720	6	$p = 0{,}348$	0,991	0,022
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	15,947	8	$p = 0{,}043$	0,965	0,033
Modell 2a: Modell 2, ohne Interceptgleichheit für Item 1, 2, 3 oder 4; Referenz: Modell 1	$\leq 12{,}275$	6	$p \geq 0{,}056$	0,970	0,032

Tab. C.13: Mehrgruppenanalyse des Komm-D-d-Messmodells

Tab. C.13 ist zu entnehmen, dass anhand aller Kriterien die volle metrische Invarianz angenommen werden darf. Die Annahme partieller skalarer Invarianz kann für eine Mehrheit der Items anhand zweier Kriterien ebenfalls aufrecht erhalten werden.

Cronbachs Alpha für das Konstrukt Komm-D-d beträgt, berechnet über alle Gruppen und die Einzelgruppen jeweils mindestens $\alpha_{Cronbach} = 0{,}68$ (4 Items). Dieser Wert ist bei nur 4 Items durchaus annehmbar.

Für den Subfaktor „symbolisch“ wurde das analoge Messmodell untersucht. Hier gelang bereits der Nachweis partieller metrischer Invarianz nicht, auch der Einzelgruppenfit mißlang für einzelne Kriterien. Daher wird diese Skala nicht weiter berücksichtigt.

C.4.2.1 Die proximalen Komm-Skalen

Die intendierte Faktorenstruktur ist Abb. C.6 zu entnehmen. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Subfaktoren „grafisch“ und „symbolisch“ zu gleichen Teilen den Faktor zweiter Ordnung ausmachen. Eine Variation dieser Setzung (z. B. 60:40 oder 70:30) ändert nichts an den im Folgenden dargestellten Ergebnissen. Das Modell weist in allen Gruppen akzeptable bis sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.14 hervorgeht.

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(19)} = 34{,}736$	$\chi^2_{(19)} = 21{,}901$	$\chi^2_{(19)} = 35{,}965$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}126$	$p = 0{,}619$	$p = 0{,}048$
$\frac{\chi^2}{df}$	1,828	1,153	1,893
CFI	0,968	0,990	0,955
RMSEA	0,064	0,031	0,84

Tab. C.14: Komm-D,F-p – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

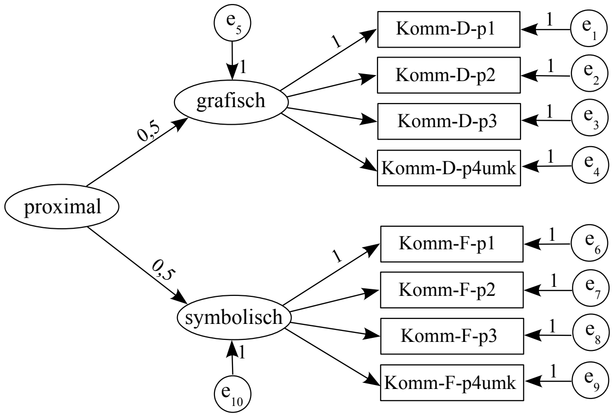


Abb. C.6: Messmodell – Kommunikation mit Hilfe von Gleichungen und grafischen Darstellungen (proximal)

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(57)}$ = 92,626,p = 0,211, $\frac{\chi^2}{df}$ = 1,625, CFI=0,970, RMSEA=0,036). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Die Referenzindikatoren sind Abb. C.6 zu entnehmen.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,970	0,036
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	21,484	12	$p = 0{,}044$	0,961	0,036
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	47,542	16	$p < 0{,}010$	0,934	0,043
Modell 2a: Modell 1 und Interceptgleichheit für Items D-p2,3 und F-p1,3; Referenz: Modell 1	19,700	8	$p = 0{,}012$	0,951	0,039

Tab. C.15: Mehrgruppenanalyse des Komm-D,F-p-Modells

Tab. C.15 ist zu entnehmen, dass anhand aller Kriterien die volle metrische Invarianz angenommen werden darf. Die Annahme partieller skalarer Invarianz kann für die Hälfte der Indikatoren anhand zweier Kriterien ebenfalls aufrecht erhalten werden.

Cronbachs Alpha für den Subfaktor Komm-F-p beträgt, berechnet über alle Gruppen, $\alpha_{Cronbach} = 0{,}82$ (4 Items), für den Subfaktor Komm-D-p $\alpha_{Cronbach} = 0{,}73$ (4 Items) und für das Gesamtkonstrukt $\alpha_{Cronbach} = 0{,}62$ (8 Items). Die Reliabilität der Subskalen ist damit gut, die der Gesamtskala befriedigend.

Für den Bereich der Kommunikation mit Hilfe von Mathematik ergeben sich damit 3 Skalen (Komm-D-d, Komm-F-p und Komm-D-p), die für varianzanalytische Auswertungen zur Verfügung stehen. Während sich die distale Kommunikationsfunktion nur bezogen auf grafische Darstellungen zuverlässig operationalisieren ließ, ist dies bei der proximalen Kommunikationsfunktion für beide Repräsentationsformen gelungen. Innerhalb des proximalen Konstrukts konnten den beiden Repräsentationsformen entsprechende Subfaktoren bestätigt werden. Dies gelingt für ein vergleichbares Modell, das die Unterscheidbarkeit von proximaler und distaler Operationalisierung innerhalb der Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen postuliert, nicht vollständig.[4]

C.4.3 Untersuchung der Komm-Eff-Skalen

Im Folgenden wird versucht, den Einfluss mathematischer Darstellungen auf die Kommunikationseffizienz in physikhaltigen Kontexten zu operationalisieren. Diesen speziellen Aspekt der Kommunikationsfunktion mathematischer Darstellungen (Erhöhung der Kommunikationseffizienz) getrennt zu operationalisieren, wurde durch die exploratorischen Faktorenanalysen in Auswertung der Pilotstudie nahegelegt.

C.4.3.1 Die Komm-Eff-d-Skala

Der Modelltest ergibt zunächst eine zu geringe Indikatorreliabilität für Item 7, was zum Ausschluss des Items führt. Inhaltlich erscheint es einsichtig, zwei Subskalen zu erwarten – eine, die sich auf symbolische (Items 3 und 4), und eine, die sich auf grafische Darstellungen (Items 2, 5 und 6) bezieht. Item 1 spricht hingegen von Mathematik im Allgemeinen. Damit ergibt sich das in Abb. C.7 dargestellte Modell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird. Das Modell weist in allen Gruppen sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.16 hervorgeht.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(21)} = 28{,}145, p = 0{,}389$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}340$, CFI=0,982, RMSEA=0,026). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Die Referenzindikatoren sind Abb. C.7 zu entnehmen.

[4] Für das uneingeschränkte Modell ergibt sich ein akzeptaber Modellfit ($\chi^2_{(57)} = 112{,}395$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}972$, CFI=0,944, RMSEA=0,044). Die Zusatzbedingungen voller metrischer Invarianz und gruppeninvariante Kovarianz auf Konstruktebene ($\chi^2_{(71)} = 125{,}897$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}773$, CFI=0,945, RMSEA=0,040) führen nicht zu einer Ablehnung des Modells. Fordert man jedoch $cov(Komm - D - p; Komm - F - p) = 0$, so ergibt sich eine substanzielle Verschlechterung des Modellfits ($\chi^2_{(72)} = 310{,}272$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 4{,}309$, CFI=0,713, RMSEA=0,082). Dieser Befund legt es nahe zu vermuten, dass die behauptete konzeptionelle Verschiedenheit von proximaler und distaler Operationalisierung von den Befragten nicht wahrgenommen wurde (vgl. Forschungsfrage III.).

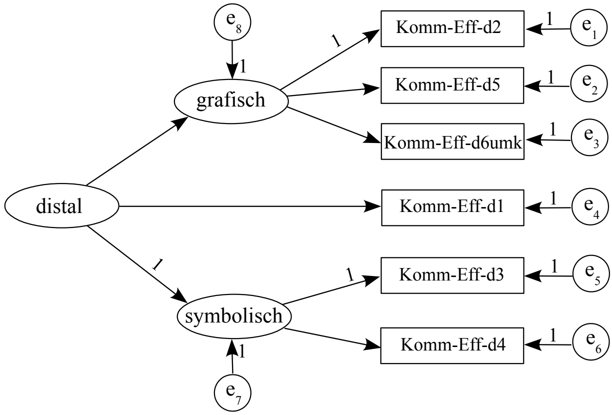


Abb. C.7: Messmodell – Kommunikationseffizienz (distal)

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(7)} = 7{,}812$	$\chi^2_{(7)} = 10{,}915$	$\chi^2_{(7)} = 9{,}410$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}615$	$p = 0{,}227$	$p = 0{,}336$
$\frac{\chi^2}{df}$	1,116	1,559	1,344
CFI	0,995	0,966	0,981
RMSEA	0,024	0,059	0,052

Tab. C.16: Komm-Eff-d – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,982	0,026
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	11,009	8	$p = 0{,}201$	0,974	0,027
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	28,132	12	$p < 0{,}010$	0,933	0,036
Modell 2a: Modell 2, ohne Interceptgleichheit für Item 1; Referenz: Modell 1	14,219	10	$p = 0{,}167$	0,963	0,027
Modell 3: Modell 2a + Gleichheit der freien Ladung im Strukturmodell; Referenz: Modell 2a	0,919	2	$p = 0{,}632$	0,966	0,026

Tab. C.17: Mehrgruppenanalyse des Komm-Eff-d-Messmodells

Der Tab. C.17 ist zu entnehmen, dass anhand aller Kriterien die volle metrische Invarianz anzunehmen ist. Die Annahme partieller skalarer Invarianz kann für eine Mehrheit der Items ebenfalls aufrecht erhalten werden. Die Ladungen 2. Ordnung (auf die Subfaktoren) sind ebenfalls als gruppeninvariant anzusehen, was für die Gleichartigkeit des Konstruktes in allen Gruppen spricht.

Cronbachs Alpha für das Konstrukt Komm-Eff-d beträgt, berechnet über alle Gruppen, $\alpha_{Cronbach} = 0{,}65$ (6 Items). Für den Faktor „symbolisch“ ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}57$ (2 Items), für den Faktor „grafisch“ $\alpha_{Cronbach} = 0{,}67$ (3 Items). Diese Werte sind durchweg akzeptabel.

C.4.3.2 Die Komm-Eff-p-Skala

Der Modelltest ergibt auch hier zunächst eine zu geringe Indikatorreliabilität für Item 7, was zum Ausschluss des Items führt. Inhaltlich erscheint es wiederum einsichtig, zwei Subskalen zu erwarten - eine, die sich auf symbolische (Items 3 und 4) und eine, die sich auf grafische Darstellungen (Items 2, 5 und 6) bezieht. Item 1 bezieht sich auf Mathematik im Allgemeinen. Damit ergibt sich das in Abb. C.8 dargestellte Modell, das im Folgenden auf Gruppeninvarianz untersucht wird. Das Modell weist in allen Gruppen sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.18 hervorgeht.

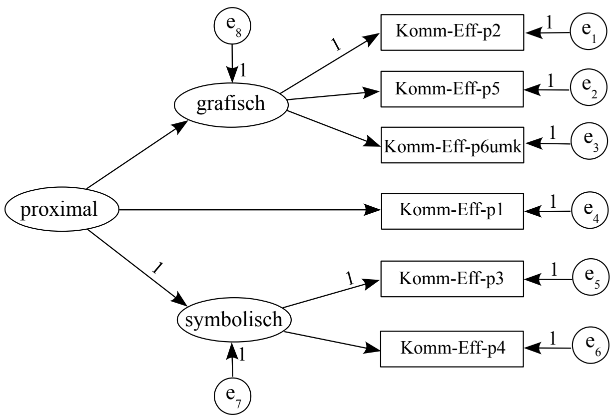


Abb. C.8: Messmodell – Kommunikationseffizienz (proximal)

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(21)} = 39{,}747, p = 0{,}054$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}893$, CFI=0,948, RMSEA=0,043). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Die Referenzindikatoren sind Abb. C.8 zu entnehmen.

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(7)} = 9{,}867$	$\chi^2_{(7)} = 8{,}272$	$\chi^2_{(7)} = 4{,}706$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}303$	$p = 0{,}290$	$p = 0{,}672$
$\frac{\chi^2}{df}$	1,410	1,379	0,672
CFI	0,977	0,986	1,000
RMSEA	0,045	0,049	0,000

Tab. C.18: Komm-Eff-p – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

Tab. C.19 ist zu entnehmen, dass anhand aller Kriterien die Hypothese der vollen metrischen Invarianz nicht verworfen werden muss. Die Annahme partieller skalarer Invarianz kann hingegen nur für eine Minderheit der Items (Items 2 und 3) aufrecht erhalten werden. Es herrscht jedoch skalare Invarianz zwischen der 10. und 12. Klassenstufe. Die Gleichheit der Ladungen innerhalb des Strukturmodells darf ebenfalls nicht für alle Gruppen angenommen werden. Cronbachs Alpha beträgt, berechnet über alle Gruppen, für das Konstrukt Komm-Eff-p $\alpha_{Cronbach} = 0{,}61$ (6 Items). Für den Faktor „symbolisch" ergibt sich $\alpha_{Cronbach} = 0{,}70$ (2 Items), für den Faktor „grafisch" $\alpha_{Cronbach} = 0{,}64$ (3 Items). Auch diese Werte sind akzeptabel.

Damit liegen für den Bereich Kommunikationseffizienz zwei (bzw. vier) verwendbare Skalen vor. Dabei werden wie dargestellt proximale und distale Kommunikationseffizienz in Bezug auf grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen betrachtet. Es stellt sich die Frage, ob man auch die Repräsentationsformen als übergeordnete Konstrukte auffassen kann, die dann in proximale und distale Subfaktoren differenziert werden können. Dies muss für beide Repräsentationsformen verneint werden.[5]

C.5 Objektivität durch die Verwendung von Mathematik

In die Hauptstudie gingen die in Tab. C.20 aufgeführten Items ein, die das Konstrukt „Objektivität durch die Verwendung von grafischen Darstellungen und Gleichungen" abbilden sollten.

Die Stichproben für diese Untersuchungen umfassen 226 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 172 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 126 Studierende. Das gewählte Messmodell ist in Abb. C.9 abgebildet. Dafür wurde Item 3 in beiden Faktoren entfernt, da die Reliabilität dieser Indikatoren zu gering ausfiel. Das Modell weist in allen Gruppen akzeptable bis sehr gute Passungen auf, wie aus Tab. C.21 hervorgeht.

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Grup-

[5] Bereits das uneingeschränkte zweifaktorielle Modell passt nicht zu den empirischen Daten - weder bei der symbolischen Repräsentationsform ($\chi^2_{(3)} = 16{,}382$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 5{,}461$, CFI=0,957, RMSEA=0,095), noch bei der grafischen ($\chi^2_{(24)} = 87{,}845$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 3{,}660$, CFI=0,890, RMSEA=0,074). Damit erweist sich die Trennung von grafischer und symbolischer Repräsentationsform erneut als stabil (Forschungsfrage IV.), die zwischen proximaler und distaler Konstruktebene hingegen als sehr labil (Forschungsfrage III.).

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifi-kanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,948	0,043
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	13,648	8	$p = 0{,}090$	0,933	0,041
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	72,304	12	$p < 0{,}010$	0,767	0,065
Modell 2a: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 2; Referenz: Modell 1	1,981	2	$p = 0{,}371$	0,933	0,040
Modell 2b: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 1, 3, 4, 5 oder 6; Referenz: Modell 1	≥6,710	2	$p \leq 0{,}034$	≤0,920	≥0,044
Modell 2c: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 2 und 3; Referenz: Modell 1	7,754	4	$p = 0{,}101$	0,922	0,042
Modell 2c: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 2 und 1, 4, 5 oder 6; Referenz: Modell 1	≥18,816	4	$p \leq 0{,}010$	≤0,892	≥0,049
Modell 2d: Modell 1 + Interceptgleichheit für Item 2 und 3 und 1, 4, 5 oder 6; Referenz: Modell 1	≥19,946	6	$p \leq 0{,}010$	≤0,894	≥0,047
Modell 3a (skalare Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: Modell 1	7,527	6	$p = 0{,}275$	0,929	0,039
Modell 3b (skalare Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	65,466	6	$p \leq 0{,}010$	0,769	0,070
Modell 3c (skalare Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: Modell 1	35,267	6	$p \leq 0{,}010$	0,852	0,056
Modell 4: Modell 1 + Gruppeninvarianz der Regressionsgewichte im Strukturmodell; Referenz: Modell 1	6,776	2	$p = 0{,}034$	0,920	0,044

Tab. C.19: Mehrgruppenanalyse des Komm-Eff-p

Item	Itemlabel
Grafische Darstellungen ermöglichen die experimentelle Überprüfbarkeit physikalischer Aussagen. (*)	O-D1
Mit Hilfe von grafischen Darstellungen lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen. (*)	O-D2
Anhand von grafischen Darstellungen kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen. (*)	O-D3
Grafische Darstellungen helfen, in der Physik objektiv zu sein. (*)	O-D4
Formeln ermöglichen die experimentelle Überprüfbarkeit physikalischer Aussagen. (*)	O-F1
Mit Hilfe von Formeln lassen sich Ergebnisse einfach überprüfen. (*)	O-F2
Anhand von Formeln kann man die Interpretationen von experimentellen Ergebnissen einer anderen Person nachvollziehen. (*)	O-F3
Formeln helfen, in der Physik objektiv zu sein. (*)	O-F4

Tab. C.20: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Objektivität durch die Verwendung von Mathematik“. Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet.

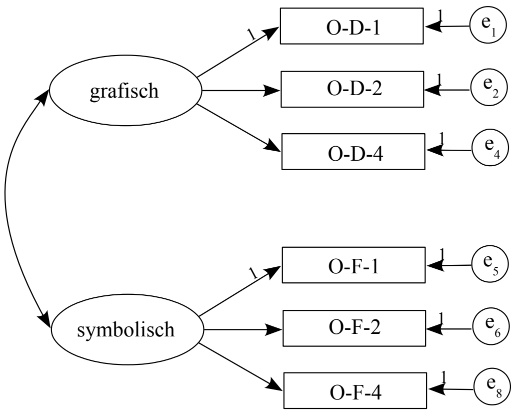


Abb. C.9: Messmodell – Objektivität durch die Verwendung von Mathematik (grafisch und symbolisch)

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(8)} = 10{,}063$	$\chi^2_{(8)} = 4{,}192$	$\chi^2_{(8)} = 8{,}875$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}490$	$p = 0{,}915$	$p = 0{,}491$
$\frac{\chi^2}{df}$	1,258	0,524	1,109
CFI	0,984	1,000	0,985
RMSEA	0,034	0,000	0,030

Tab. C.21: Objektivität: Modellpassung in den einzelnen Gruppen

pen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(24)} = 23{,}136, p = 0{,}512$, $\frac{\chi^2}{df} = 0{,}964$, CFI=0,999, RMSEA=0,005). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Die Referenzindikatoren sind Abb. C.9 zu entnehmen. Tab. C.22 ist weiterhin zu entnehmen, dass die Hypothese partieller metrischer und skalarer Invarianz zwischen den Gruppen anhand zweier Kriterien aufrecht erhalten werden kann. Zwischen der 12. Klassenstufe und den Studierenden lässt sich die Annahme vollständiger metrischer Invarianz beibehalten, ebenso zwischen der 10. Klassenstufe und den Studierenden.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	0,999	0,005
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	18,511	8	$p = 0{,}018$	0,960	0,024
Modell 1a (partielle metrische Invarianz, ohne Item F4), Referenz: baseline model	11,738	6	$p = 0{,}068$	0,980	0,018
Modell 2 (skalare Invarianz, ohne Item F4 und D1), Referenz: Modell 1a	11,738	6	$p = 0{,}068$	0,955	0,023
Modell 3a (metrische Invarianz zwischen 10. und 12. Klassenstufe); Referenz: baseline model	13,974	4	$p < 0{,}010$	0,962	0,025
Modell 3b (metrische Invarianz zwischen 10. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: baseline model	6,943	4	$p = 0{,}139$	0,991	0,017
Modell 3c (metrische Invarianz zwischen 12. Klassenstufe und Studierenden); Referenz: baseline model	3,785	4	$p = 0{,}436$	0,999	0,005

Tab. C.22: Mehrgruppenanalyse des Objektivitätsmodells

Cronbachs Alpha beträgt, berechnet über alle Gruppen, $\alpha_{Cronbach} = 0{,}53$ (3 Items) für das Konstrukt O-D und für das Konstrukt O-F $\alpha_{Cronbach} = 0{,}43$ (3 Items). Diese

Werte sind auch für 3 Items sehr gering. Das damit einhergehende Reliabilitätsproblem darf man bei der Interpretation der entsprechenden Ergebnisse nicht unberücksichtigt lassen. Die Skalen werden nur deshalb weiter verwendet, weil in diesem Themenbereich keine besseren Skalen vorliegen. Anzumerken bleibt, dass zwischen den Faktoren grafische und symbolische Repräsentationsform eine substanzielle Korrelation besteht.[6]

C.6 Ästhetik mathematischer Darstellungen

In die Hauptstudie gingen die in Tab. C.23 aufgeführten Items ein, die Einstellungen zur Ästhetik mathematischer Darstellungen abbilden sollten. Die Stichproben für diese Untersuchungen umfassen 252 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 178 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 133 Studierende. Es wird in zwei Schritten vorgegangen. Zunächst wird die Aest-D-, dann die Aest-F-Skala untersucht.

Item	Itemlabel
Grafische Darstellungen spiegeln die Schönheit der Natur wider.	Äst-D-1
Ich kann an grafischen Darstellungen nichts Schönes finden. (-)(*)	Äst-D-2
In grafischen Darstellungen liegt eine gewisse Eleganz.	Äst-D-3
Grafische Darstellungen sind nicht schön. (-)(*)	Äst-D-4
Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in grafischen Darstellungen beschrieben werden, ist beeindruckend.	Äst-D-5
Einige grafische Darstellungen sind richtige Kunstwerke. (*)	Äst-D-6
Mit Kunst haben grafische Darstellungen nichts zu tun. (-)(*)	Äst-D-7
Physikalische Gleichungen spiegeln die Schönheit der Natur wider. (*)	Äst-F-1
Ich kann an physikalischen Gleichungen nichts Schönes finden. (-)(*)	Äst-F-2
In physikalischen Gleichungen liegt eine gewisse Eleganz. (*)	Äst-F-3
Physikalische Gleichungen sind nicht schön. (-)(*)	Äst-F-4
Die Einfachheit, mit der komplizierte Zusammenhänge in physikalischen Gleichungen beschrieben werden, ist beeindruckend.	Äst-F-5

Tab. C.23: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Ästhetik mathematischer Darstellungen". Mit (*) gekennzeichnete Items wurden bereits in der Pilotstudie getestet, (-) steht für eine negative Kodierung.

C.6.1 Untersuchung der Aest-D-Skala

Ein Ausschluss der Items, die zu inhaltlichen Doppelungen führen (und negativ gepolt sind), führt dazu, dass schließlich die Items 1, 3, 5 und 6 betrachtet werden. Die konfirmatorische Faktorenanalyse ist hier nicht ohne weiteres durchführbar, da die Normalverteilungsannahme deutlich verletzt ist (Schiefe größer 2 und Exzess kleiner 7). Daher wäre die

[6] Ein Modell, dass die Kovarianz zwischen diesen Faktor auf Null festlegt, passt substanziell schlechter zu den Daten ($\chi^2_{(33)} = 85{,}276$, $p < 0{,}001$, $\frac{\chi^2}{df} = 2{,}584$, CFI=0,783, RMSEA=0,055).

Anwendung der Maximum-Likelihood-Methode nicht adäquat. (Sie führt bei Anwendung auch zur Ablehnung des postulierten Modells in allen Einzelgruppen und im baseline model der Mehrgruppenanalyse.) Alternativ wird mit der in AMOS 17.0 implementierten ADF-(Asymptotically-Distribution-Free)-Methode gearbeitet, die, wie der Name schon sagt, keine Verteilungsannahmen voraussetzt. Ihr Nachteil besteht darin, dass sie nur bei großen Stichproben ($N > 500$) und wenig komplexen Modellen (was hier kein Problem darstellt) zu genauen Ergebnissen führt (vgl. Bühner, 2006, S. 251). Damit verbietet sich die Untersuchung der Passung innerhalb der Einzelgruppen.[7] Der Versuch das baseline model für den Mehrgruppenvergleich zu legitimieren, schlägt auch unter Verwendung der ADF-Methode fehl (allerdings sprechen nur noch zwei der drei Kriterien für eine Ablehnung des Modells). Die exploratorische Faktorenanalyse ergibt unter Verwendung einer Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner als 1 und der Varimax-Rotationsmethode für alle Gruppen eine einfaktorielle Lösung. Die Faktorladungen für Klassenstufe 10 sind dabei durchweg größer als 0,90, für Klassenstufe 12 größer als 0,60 und für die Studierenden größer als 0,68. Lässt man diese Faktorenanalyse über alle drei Gruppen gemeinsam laufen, so ergeben sich Faktorladungen größer 0,83. Die Werte für Cronbachs Alpha lauten $\alpha_{Cronbach,10} = 0{,}95; \alpha_{Cronbach,12} = 0{,}76; \alpha_{Cronbach,St} = 0{,}70; \alpha_{Cronbach,gesamt} = 0{,}90$ (4 Items). Das Maß der Stichprobeneignung nach Kaiser-Meyer-Olkin liegt für alle Gruppen um 0,75. Durch den Faktor wird in allen Fällen mehr als 50% (für die Gesamtpopulation mehr als 75%) der Varianz aufgeklärt. Die Reliabilitätswerte sind gut bis sehr gut. Ein Einsatz dieser Skala für den Gruppenvergleich kann jedoch nicht über den Nachweis der Gruppeninvarianz legitimiert werden.

C.6.2 Untersuchung der Aest-F-Skala

Für diese Skala ergibt sich ein ähnliches Bild wie für die Aest-D-Skala. Zunächst wurden auch hier die inhaltlich redundanten Items entfernt, so dass lediglich drei Indikatoren (Items 1, 3 und 5) in die Untersuchung eingehen. Zwar ist hier der Einsatz der Maximum-Likelihood-Methode möglich (Normalverteilungsannahme muss nicht verworfen werden), alle oder die Mehrzahl der Kennwerte legen aber eine Ablehnung des Modells in den Einzelgruppen und auch für das baseline model der Mehgruppenanalyse nahe. Die exploratorische Faktorenanalyse ergibt unter Verwendung einer Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner als 1 und der Varimax-Rotationsmethode wiederum für alle Gruppen und die Gesamtstichprobe eine einfaktorielle Lösung. Die Faktorladungen für Klassenstufe 10 sind dabei durchweg größer als 0,76, für Klassenstufe 12 größer als 0,58 und für die Studierenden größer als 0,72. Lässt man diese Faktorenanalyse über alle drei Gruppen gemeinsam laufen, so ergeben sich Faktorladungen größer als 0,73. Die Werte für Cronbachs Alpha lauten $\alpha_{Cronbach,10} = 0{,}76; \alpha_{Cronbach,12} = 0{,}58; \alpha_{Cronbach,St} = 0{,}72; \alpha_{Cronbach,gesamt} = 0{,}73$ (3 Items). Das Maß der Stichprobeneignung nach Kaiser-Meyer-Olkin liegt für alle Gruppen um 0,75. Durch den Faktor wird in allen Fällen mindestens 50% (für die Gesamtpopulation mehr als 60%) der Varianz

[7] Ignoriert man die Forderung $N > 500$ und führt die Modellanalyse dennoch durch, ergeben sich ein sehr guter Fit für die 10. Klassenstufe, ein guter Modellfit für die 12. Klassenstufe und eine klare Ablehnung des Modells für die Studierenden. Wie erwähnt, sind diese Aussagen jedoch belanglos, da die Voraussetzungen für die sinnvolle Verwendung des Schätzalgorithmus nicht erfüllt wurden.

aufgeklärt. Ein Einsatz dieser Skala für den Gruppenvergleich kann auch hier nicht über den Nachweis der Gruppeninvarianz legitimiert werden.

An dieser Stelle wird deutlich, dass explorative Faktorenanalysen keinerlei Aussagen über die Angemessenheit des Einsatzes einer Skala in mehreren Gruppen liefern können. Während im Gegenteil die exploratorischen Faktorenanalysen hervorragende Ergebnisse liefern und den Skalen auf dieser Grundlage eine hohe Qualität zuzuschreiben wäre, zeigen die relativ aufwendigen Verfahren der Strukturgleichungsmethodik deutliche Defizite auf. In gewisser Weise legitimieren diese Befunde exemplarisch den Aufwand der diesem Kapitel zugrunde liegt. Auf einen Test des Gesamtmodells wird verzichtet.

C.7 Epistemologische Vorstellungen zur Rolle der Mathematik in der Physik

C.7.1 Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen

Mit den folgenden Items (vgl. Tab. C.24) wurde versucht, das Ausmaß der Überzeugung zu erfassen, dass Gleichungen als eine Form physikalischen Wissens durch Experimente eindeutig bewiesen oder aus ihnen abgeleitet werden können. Die Stichprobe für die folgenden Untersuchungen umfassen 225 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10, 167 Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 sowie 131 Studierende.

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen durch Experimente bewiesen.	Epi-Beweis-d1
In der Wissenschaft Physik können Gleichungen eindeutig bewiesen werden.	Epi-Beweis-d2
In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen eindeutig aus Experimenten abgeleitet.	Epi-Beweis-d3
In der Wissenschaft Physik erhält man durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.	Epi-Beweis-d4
In der Wissenschaft Physik kann man aus ein und demselben Experiment oft mehrere Gleichungen ableiten.	Epi-Beweis-d5
Im Physikunterricht beweise ich Gleichungen durch Experimente.	Epi-Beweis-p1
Im Physikunterricht kann ich Gleichungen eindeutig beweisen.	Epi-Beweis-p2
Im Physikunterricht leite ich Gleichungen eindeutig aus Experimenten ab.	Epi-Beweis-p3
Im Physikunterricht erhalte ich durch Experimente Hinweise auf die Richtigkeit physikalischer Gleichungen.	Epi-Beweis-p4
Im Physikunterricht kommt es vor, dass verschiedene Schüler aus ein und demselben Experiment verschiedene physikalische Gleichungen ableiten.	Epi-Beweis-p5

Tab. C.24: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen durch Experimente“

Zunächst wurden die distalen Items einer exploratorischen Faktorenanalyse unterworfen (KMO $\geq$ 0,68), deren Ergebnisse Tab. C.25 zu entnehmen sind. Es ist deutlich ersichtlich, dass die Faktorenstruktur gruppenvariant ist. Dies scheint an der unterschiedlichen Deutung der Items 4 und 5 in den drei Gruppen zu liegen. Welche genauen Vorstellungen oder „Störungen“ diesem Muster inhaltlich zugrunde liegen, ist nicht eindeutig zu klären, klar ist jedoch, dass die Items 4 und 5 inhaltlich nicht zu den ersten drei Items passen müssen, da sie diese nicht vollständig negieren, sondern - unter einer bestimmten Perspektive betrachtet - in Teilaspekten aufweichen. Allen Gruppen gemeinsam sind jedoch die substanziellen Ladungen der ersten drei Items auf einen gemeinsamen Faktor.

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12	Studierende	
	F1	F2	F1	F2	F1	F1	F2
Epi-Beweis-d1	0,74	0,30	0,76		0,69	0,75	0,32
Epi-Beweis-d2	0,74		0,63		0,51	0,70	
Epi-Beweis-d3	0,77		0,71		0,64	0,79	
Epi-Beweis-d4	0,25	0,74	0,68		0,69		0,80
Epi-Beweis-d5		0,74		0,98	0,57		0,71
Faktorenkorrelation	0,15		0,04			-0,05	
Cronbachs α	0,62		0,65		0,60	0,60	

Tab. C.25: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die Epi-Beweis-d-Items (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

Diese drei Items bilden also das Konstrukt der eindeutigen Ableitbarkeit physikalischer Gleichungen gut ab. Es ist wenig überraschend, dass dies auch durch eine konfirmatorische Faktorenanalyse bestätigt wird (vgl. Tab. C.26).

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(1)} = 0{,}000$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}028$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}452$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}996$	$p = 0{,}868$	$p = 0{,}501$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,000	0,028	0,452
CFI	1,000	1,000	1,000
RMSEA	0,000	0,000	0,000

Tab. C.26: Epi-Beweis-d: Modellpassung in den einzelnen Gruppen

Die Untersuchung auf Messäquivalenz wird auf Grundlage des uneingeschränkten Modells, also des Modells mit freier Parameterwahl für alle Gruppen (baseline model) durchgeführt. Dieses Modell spiegelt die Daten über alle Gruppen hinweg sehr gut wider ($\chi^2_{(3)} = 0{,}481$,$p = 0{,}923$, $\frac{\chi^2}{df} = 0{,}160$, CFI=1,000, RMSEA=0,000). Damit ist die Hypothese konfiguraler Invarianz nicht zu verwerfen. Tab. C.27 ist die vollständige metrische

Invarianz des Modells zu entnehmen. Dabei wurden, um die Identifizierbarkeit des Modells zu gewährleisten, die Faktorladungen von Item 1 und 3 jeweils auf eins festgelegt. Dieses Vorgehen liegt auch schon den Einzelgruppenuntersuchungen zugrunde und wird durch die Ergebnisse der explorativen Faktorenanalyse nahe gelegt.

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	1,000	0,000
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	0,905	2	$p = 0{,}636$	1,000	0,000
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	62,598	6	$p < 0{,}010$	0,566	0,096

Tab. C.27: Mehrgruppenanalyse des Epi-Beweis-d-Modells

Für die proximalen Items verschärft sich das Problem noch. Hier ergibt die exploratorische Faktorenanalyse (KMO $\geq$ 0,64), dass sich lediglich zwei Items, nämlich Item 1 und 3, erwartungsgemäß verhalten und in allen Gruppen auf einen Faktor laden (vgl. Tab. C.28). Eine Skala bestehend aus zwei Items zu etablieren, ergibt hier keinen Sinn, sodass festgestellt werden muss, dass die Operationalisierung dieses Konstruktes gescheitert ist.

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12		Studierende	
	F1	F2	F1	F2	F1	F1	F2	
Epi-Beweis-p1	0,74		0,78		0,68		0,70	
Epi-Beweis-p2	0,50		0,50			0,90	0,52	0,38
Epi-Beweis-p3	0,70		0,74		0,63		0,73	
Epi-Beweis-p4	0,63		0,80		0,48	0,41		0,70
Epi-Beweis-p5		0,98		0,97	0,56		-0,34	0,69
Faktoren-korrelation	0,18		0,03		0,09		-0,02	

Tab. C.28: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die Epi-Beweis-p-Items (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

C.7.2 Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen

Mit den Items der Tab. C.29 wurde versucht, das Ausmaß der Überzeugung zu erfassen, dass Gleichungen dem inhaltlichen Beschreiben und Analysieren (nicht nur dem Produzieren von konkreten Zahlenwerten) dienen. Dazu wurde auf den Zweck der Benutzung von Gleichungen (Items 1-4) bzw. auf Handlungen im Zusammenhang mit Gleichungen fokussiert, aus denen sich Aussagen über den Gegenstandsbereich ableiten lassen sollten.

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.	Epi-form-inh-d1
In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, Vermutungen zu untersuchen.	Epi-form-inh-d3
In der Wissenschaft Physik dienen Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.	Epi-form-inh-d4
In der Wissenschaft Physik werden physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art verstanden.	Epi-form-inh-d5
In der Wissenschaft Physik zeigen Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.	Epi-form-inh-d6
In der Wissenschaft Physik muss man Formeln einfach auswendig lernen.	Epi-form-inh-d7
In der Wissenschaft Physik gibt es für einen Physiker, der eine Formel vergessen hat, nur die Möglichkeit sie nachzuschlagen.	Epi-form-inh-d8
Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, bedeutungsvolle Beziehungen zwischen Größen zu beschreiben.	Epi-form-inh-p1
Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, Vermutungen zu untersuchen.	Epi-form-inh-p3
Im Physikunterricht dienen mir Formeln vor allem dazu, konkrete Ergebnisse zu berechnen.	Epi-form-inh-p4
Im Physikunterricht verstehe ich physikalische Gleichungen nicht auf intuitive Art.	Epi-form-inh-p5
Im Physikunterricht zeigen mir Herleitungen einer Formel nur, dass es in Ordnung ist, diese Formel zu benutzen.	Epi-form-inh-p6
Im Physikunterricht muss ich Formeln einfach auswendig lernen.	Epi-form-inh-p7
Wenn ich eine Klausur (ohne Formelsammlung) schreibe und mir eine Formel entfallen ist, gibt es kein (legales!) Mittel, sie sich doch noch zu beschaffen.	Epi-form-inh-p8

Tab. C.29: In der Hauptstudie verwendete Items zum Themenbereich „Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen“

Die Items d2 und p2 sind in ihrem Wortlaut identisch mit den Items d4 und p4 und versehentlich übersehen worden. Die Items d5 und p5 scheiden aus, da sie inhaltlich nicht zu den übrigen Items passen. Die verbleibenden Items sind exploratorischen Faktorenanalysen unterworfen worden, deren Ergebnisse Tab. C.30 zu entnehmen sind. Dabei lassen die KMO-Werte nur für die gesamte Stichprobe und für die Klassenstufe 10 eine Eignung der Daten zur Durchführung einer Faktorenanalyse erkennen. Die Werte liegen deutlich oberhalb von 0,60. Für die verbleibenden Gruppen liegen die KMO-Werte um 0,50. Die Stichprobe setzt sich aus 241 bzw. 173 Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 bzw. 12 sowie 130 Studierenden zusammen.

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12			Studierende		
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F3	F1	F2	F3
Epi-fi-d1		0,74		0,80			0,81		0,65	
Epi-fi-d3		0,67		0,76		0,79				0,92
Epi-fi-d4	0,28	0,61		0,61			0,63		0,68	-0,34
Epi-fi-d6	0,64		0,74			0,7			0,68	
Epi-fi-d7	0,84		0,86		0,79			0,92		
Epi-fi-d8	0,85		0,89		0,78			0,92		
Faktorkorrelationen	Die Beträge aller Korrelationen sind $\leq$ 0,10									

Tab. C.30: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die distalen Items zu Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt); „form-inh“wurde hier mit „fi “abgekürzt

Es wird ersichtlich, dass die beabsichtigte Operationalisierung hier nicht gelungen ist. Lediglich für die Klassenstufe 10 sind zwei Faktoren identifizierbar, die den Vorüberlegungen entsprechen. Die Reliabilität dieser Faktoren ist aber so gering ($\alpha_{Cronbach} \leq$ 0,35), dass eine weitere Verwendung auch hier nicht in Frage kommt.

Für die proximalen Items liefert eine exploratorische Faktorenanalyse die Ergebnisse in Tab. C.31. Hier ist zu erkennen, dass in Klassenstufe 10 und bei den Studierenden erwartungskonforme Faktoren identifiziert werden. Auch hier ist deren Reliabilität jedoch zu gering (Cronbachs α liegt für alle Faktoren um 0,35).

C.7.3 Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen

Auch hier wurde versucht, proximale bzw. distale epistemologische Vorstellungen zu erfassen. Die verwendeten Items sind Tab. C.32 zu entnehmen. Dabei ist Item 3 offensichtlich inhaltlich unpassend. Den folgenden Untersuchungen liegen die Antworten von 241 bzw. 173 Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 bzw. 12 sowie 130 Studierenden zugrunde.

Die Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die distalen Items sind Tab. C.33 zu entnehmen (KMO um 0,5). Die Reliabilität der identifizierten Faktoren liegt unterhalb von 0,20 (Cronbachs α). Damit muss man auch diese Operationalisierung als gescheitert ansehen.

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12			Studierende	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F3	F1	F2
Epi-fi-p1		0,64	0,74			0,72	0,37		0,68
Epi-fi-p3		0,62	0,66			0,33			0,71
Epi-fi-p4		0,72	0,71			0,74	-0,33	0,38	0,52
Epi-fi-p6	0,65			0,67			0,81	0,79	
Epi-fi-p7	0,67			0,60	0,64		0,47	0,69	
Epi-fi-p8	0,66			0,65	0,86			0,69	
Faktorkorrelationen	0,06		-0,07		$\leq$ 0,12			0,24	

Tab. C.31: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalayse über die proximalen Items zu Verwendung und Nutzen physikalischer Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt); „form-inh“wurde hier mit „fi “abgekürzt

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik gewinnen Physiker neue physikalische Gesetze oft, indem bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniert werden.	Epi-ErkGew-d1
Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind Formeln eher unwichtig. (-)	Epi-ErkGew-d2
Wenn in der Wissenschaft Physik neue Erkenntnisse gewonnen werden, sind vor allem Experimente wichtig.	Epi-ErkGew-d3
In der Wissenschaft Physik werden Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen gewonnen.	Epi-ErkGew-d4
Im Physikunterricht gewinne ich neue physikalische Gesetze oft, indem ich bekannte physikalische Gleichungen mit anderen kombiniere.	Epi-ErkGew-p1
Wenn ich im Physikunterricht neue Erkenntnisse gewinne, sind physikalische Formeln eher selten beteiligt. (-)	Epi-ErkGew-p2
Wenn ich im Physikunterricht eine neue Erkenntnis gewinne, sind vor allem Experimente beteiligt.	Epi-ErkGew-p3
Im Physikunterricht gewinne ich neue Erkenntnisse vorwiegend anhand von Gleichungen.	Epi-ErkGew-p4

Tab. C.32: Items zum Themenbereich „Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen“

Items	alle F1	Kl.stufe 10 F1	Kl.stufe 12 F1	Studierende F1	 F2
Epi-ErkGew-d1	0,7	0,6	0,78	0,75	0,29
Epi-ErkGew-d4	0,67	0,52	0,77	0,78	
Epi-ErkGew-d2umk	0,49	0,71			0,94
Faktorkorrelation				0,24	

Tab. C.33: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die distalen Items zur Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

Die Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalysen über die proximalen Items und die Werte für Cronbachs Alpha sind Tab. C.34 zu entnehmen (KMO größer als 0,60).

Items	alle F1	Kl.stufe 10 F1	Kl.stufe 12 F1	Studierende F1
Epi-ErkGew-p1	0,67	0,65	0,75	0,58
Epi-ErkGew-p4	0,76	0,74	0,77	0,80
Epi-ErkGew-p2umk	0,73	0,73	0,71	0,77
$\alpha_{Cronbach}$	0,53	0,50	0,60	0,54

Tab. C.34: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die proximalen Items zur Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

Die konfirmatorische Faktorenanalyse, bei der, angeregt durch die exploratorische Faktorenanalyse, die Ladungen von Item 2 und 4 auf 1 gesetzt wurden, um so genügend Freiheitsgrade für die Modellschätzung zu gewährleisten, ergibt zunächst einen guten Fit in den Einzelgruppen (vgl. Tab. C.35).

Hier wird eine Mehrgruppenanalyse angeschlossen, deren Ergebnisse Tab. C.36 zu entnehmen sind. Das Modell mit freier Parameterwahl bestätigt dabei die konfigurale Invarianz und dient als baseline model ($\chi^2_{(3)} = 0{,}314$, $p = 0{,}957$, $\frac{\chi^2}{df} = 0{,}105$, CFI=1,000, RMSEA=0,000). Es zeigt sich, dass die Faktorladungen als gruppeninvariant angenommen werden dürfen, womit diese Skala (wegen der geringen Reliabilität unter Vorbehalt) für den Gruppenvergleich eingesetzt werden kann.

C.7.4 Naiv realistische Auffassung physikalischer Gleichungen

Auch hier wurde versucht, proximale bzw. distale epistemologische Vorstellungen zu erfassen. Es geht hier um die Überzeugung, dass Gleichungen menschliche Konstruktionen sind und nicht einfach nur Abbildungen der Realität. Die verwendeten Items sind

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(1)} = 0{,}012$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}009$	$\chi^2_{(1)} = 0{,}292$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}912$	$p = 0{,}925$	$p = 0{,}589$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,012	0,009	0,292
CFI	1,000	1,000	1,000
RMSEA	0,000	0,000	0,000

Tab. C.35: Erkenntnisgewinnung durch Gleichungen (proximal) – Modellpassung in den einzelnen Gruppen

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	1,000	0,000
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	1,451	2	$p = 0{,}484$	1,000	0,000
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	22,730	6	$p < 0{,}010$	0,903	0,047

Tab. C.36: Mehrgruppenanalyse des Messmodells zur Erkenntnisgewinnung durch Gleichungen (proximal)

Tab. C.37 zu entnehmen. Den folgenden Untersuchungen liegen die Antworten von 226 bzw. 172 Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 bzw. 12 sowie 133 Studierenden zugrunde.

Die Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die distalen Items sind Tab. C.38 zu entnehmen ($0{,}53 \leq \text{KMO} \leq 0{,}57$). Es zeigt sich, dass über alle Gruppen hinweg die gleiche Faktorenstruktur zu finden ist. Die einzelnen Faktoren weisen jedoch nur eine geringe Reliabilität auf. Die Korrelation zwischen den beiden Faktoren liegt jeweils unterhalb von 0,07. Die Faktoren sind inhaltlich interpretierbar.

Die Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalysen über die proximalen Items sind Tab. C.39 zu entnehmen ($0{,}53 \leq \text{KMO} \leq 0{,}62$). Hier erweisen sich die Items 1 und 2 als problematisch, da sie auf beide Faktoren laden. Eine inhaltliche Interpretation ist nicht erkennbar, so dass auf die weitere Berücksichtigung verzichtet wird und die Operationalisierung als mißlungen anzusehen ist.

Die konfirmatorische Faktorenanalyse über den Faktor, der sich aus drei distalen Items zusammensetzt und mit „naiv realistische Auffassung von Gleichungen“ (Epi-Abbild-d) überschrieben werden kann und im Folgenden wird, ergibt für das baseline model eine akzeptable Passung ($\chi^2_{(3)} = 5{,}008$, $p = 0{,}171$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}669$, CFI=0,982, RMSEA=0,036). Das Modell vollständiger metrischer Invarianz spiegelt die Daten sogar noch besser wieder ($\chi^2_{(4)} = 5{,}431$, $p = 0{,}246$, $\frac{\chi^2}{df} = 1{,}358$, CFI=0,987, RMSEA=0,026). Die somit für den Gruppenvergleich (unter Beachtung der geringen Reliabilität) geeignete Skala gibt das Ausmaß an Zustimmung zu einem naiv realistischen Auffassung über den Abbildcharakter

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik entstehen physikalische Gleichungen durch die Wissenschaftler. (-)	Epi-Abbild-d1
Außerirdische Wissenschaftler müssten zwangsläufig zu unseren physikalischen Gleichungen kommen, wenn sie versuchen, die Erde zu verstehen.	Epi-Abbild-d2
In der Wissenschaft Physik werden Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck aufgestellt. (-)	Epi-Abbild-d3
In der Wissenschaft Physik beschreiben Gleichungen, wie Natur wirklich ist.	Epi-Abbild-d4
In der Wissenschaft Physik sind die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig zu entnehmen.	Epi-Abbild-d5
Im Physikunterricht erschaffe ich physikalische Gleichungen aktiv für mich. (-)	Epi-Abbild-p1
Wenn ich im Physikunterricht einen beliebigen Vorgang der Natur mathematisch beschreiben soll, dann gibt es nur ein richtiges Ergebnis.	Epi-Abbild-p2
Im Physikunterricht stelle ich Gleichungen immer nur für einen bestimmten Zweck auf. (-)	Epi-Abbild-p3
Im Physikunterricht beschreiben meine Gleichungen, wie Natur wirklich ist.	Epi-Abbild-p4
Im Physikunterricht kann ich die physikalischen Gleichungen der Natur eindeutig entnehmen.	Epi-Abbild-p5

Tab. C.37: Items zum Themenbereich „naiv realistische Auffassung physikalischer Gleichungen“

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12		Studierende	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Epi-Abbild-d1umk		0,75		0,67		0,77	0,30	0,67
Epi-Abbild-d3umk		0,75		0,80		0,69		0,79
Epi-Abbild-d2	0,60		0,63		0,60	-0,27	0,46	
Epi-Abbild-d4	0,80		0,80		0,76		0,82	
Epi-Abbild-d5	0,72		0,70		0,73		0,74	
$\alpha_{Cronbach}$	0,50	0,24	0,54	0,18	0,47	0,25	0,46	0,18

Tab. C.38: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die distalen Items zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

Items	alle		Kl.stufe 10		Kl.stufe 12		Studierende	
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	F1	F2
Epi-Abbild-p1umk	-0,45	-0,48	-0,65			-0,66	-0,34	0,70
Epi-Abbild-p3umk		0,84		0,88		0,80		-0,78
Epi-Abbild-p2	0,49	-0,40	0,35	-0,53	0,58		0,52	0,41
Epi-Abbild-p4	0,79		0,76		0,83		0,80	
Epi-Abbild-p5	0,78		0,79		0,72		0,78	

Tab. C.39: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die proximalen Items zur naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

von Gleichungen an. Je höher die auf dieser Skala erreichten Werte, desto ausgeprägter die Vorstellung.

C.7.5 Zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen

Auch hier wurde versucht, proximale bzw. distale epistemologische Vorstellungen zu erfassen. Es geht dabei um die Überzeugung, dass Gleichungen als eine Form physikalischen Wissens wandelbar und nicht für alle Ewigkeit feststehend sind. Die verwendeten Items sind Tab. C.40 zu entnehmen. Den folgenden Untersuchungen liegen die Antworten von 233 bzw. 176 Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 bzw. 12 sowie 132 Studierenden zugrunde.

Zunächst werden die distalen Items näher betrachtet. Es fällt auf, dass Item 4 inhaltlich abweicht, indem es Überlegungen in Bezug auf Gestaltung und Zweck von Lehrbüchern initiieren könnte, weshalb das Item gefahrlos entfernt wird. Die exploratorischen Faktorenanalysen ergeben alle eindimensionale Konstrukte mit Faktorladungen oberhalb von 0,50, weshalb hier nur die Ergebnisse der konfirmatorischen Faktorenanalyse mitgeteilt werden.

Bei der konfirmatorischen Faktorenanalyse dient Item 1 als Referenzitem. Es zeigt sich, dass das Modell in allen Gruppen eine sehr gute Passung aufzeigt (vgl. Tab. C.41).

Hier wird eine Mehrgruppenanalyse angeschlossen, deren Ergebnisse Tab. C.42 zu entnehmen sind. Das Modell mit freier Parameterwahl bestätigt dabei die konfigurale Invarianz und dient als baseline model ($\chi^2_{(6)} = 4{,}435$, $p = 0{,}666$, $\frac{\chi^2}{df} = 0{,}739$, CFI=1,000, RMSEA=0,000). Es zeigt sich, dass die Faktorladungen als gruppeninvariant angenommen werden dürfen, womit diese Skala für den Gruppenvergleich eingesetzt werden kann. Cronbachs α beträgt 0,54 (4 Items), was auch in Anbetracht der geringen Itemzahl für eine geringe Reliabilität spricht.

Bei der Erstellung der Fragebögen für die Studierenden sind versehentlich die proximalen Items 3 und 4 nicht berücksichtigt worden. Sie stehen also für diese Gruppe nicht zur Verfügung. Somit werden lediglich die Items 1, 2 und 5 einer Faktorenanalyse unterworfen, deren Ergebnis Tab. C.43 zu entnehmen ist (KMO-Werte um 0,5). Hier werden für Klassenstufe 10, entgegen der Erwartung, zwei Faktoren extrahiert. Die Untersuchungen

Item	Itemlabel
In der Wissenschaft Physik ist eine Formel so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.	Epi-zeitl-d1
In der Wissenschaft Physik stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern. (-)	Epi-zeitl-d2
In der Wissenschaft Physik werden die heutigen Formeln in 100 Jahren noch genauso richtig sein wie heute. (-)	Epi-zeitl-d3
Ein wissenschaftliches Lehrbuch der Physik wird in 100 Jahren die gleichen Formeln enthalten, wie die physikalischen Lehrbücher von heute. (-)	Epi-zeitl-d4
In der Wissenschaft Physik kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.	Epi-zeitl-d5
Im Physikunterricht ist eine Formel für mich so lange richtig, bis sie durch eine bessere ersetzt wird.	Epi-zeitl-p1
Im Physikunterricht stellen Formeln Erkenntnisse dar, die sich nicht mehr ändern. (-)	Epi-zeitl-p2
In 100 Jahren werden Schüler im Physikunterricht die gleichen Formeln lernen, wie ich heute. (-)	Epi-zeitl-p3
Ein Physikschulbuch wird in 100 Jahren die gleichen Formeln enthalten, wie Schulbücher von heute. (-)	Epi-zeitl-p4
Im Physikunterricht kommt es vor, dass eine richtige Formel durch eine andere ebenfalls richtige Formel ersetzt wird.	Epi-zeitl-p5

Tab. C.40: Items zum Themenbereich „Zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen“

Gütekriterium	Klassenstufe 10	Klassenstufe 12	Studierende
$\chi^2_{(df)}$-Wert	$\chi^2_{(2)} = 1{,}447$	$\chi^2_{(2)} = 2{,}005$	$\chi^2_{(2)} = 0{,}983$
Wahrscheinlichkeit	$p = 0{,}503$	$p = 0{,}352$	$p = 0{,}654$
$\frac{\chi^2}{df}$	0,723	1,002	0,692
CFI	1,000	1,000	1,000
RMSEA	0,000	0,004	0,000

Tab. C.41: Zeitliche Veränderung von Gleichungen (distal): Modellpassung in den einzelnen Gruppen

	$\Delta\chi^2$	Δdf	Signifikanz	CFI	RMSEA
baseline model	-	-	-	1,000	0,000
Modell 1 (metrische Invarianz), Referenz: baseline model	7,266	6	$p = 0{,}297$	1,000	0,000
Modell 2 (skalare Invarianz), Referenz: Modell 1	66,118	8	$p < 0{,}010$	0,629	0,074
Modell 2a (ohne Intercept-gleichheit von einem Item) Referenz: Modell 1	$\geq$ 37,951	6	$p < 0{,}010$	$\leq$ 0,800	$\geq$ 0,057
Modell 2b (ohne Intercept-gleichheit von zwei Item) Referenz: Modell 1	$\geq$ 24,851	4	$p < 0{,}010$	$\leq$ 0,870	$\geq$ 0,049

Tab. C.42: Mehrgruppenanalyse des Messmodells zur zeitlichen Veränderung von Gleichungen (distal)

für die Klassenstufe 12 und die Studierenden fallen erwartungskonform aus. Ein Einsatz zum Gruppenvergleich entfällt.

Items	alle	Kl.stufe 10		Kl.stufe 12	Studierende
	F1	F1	F2	F1	F1
Epi-zeitl-p1	0,75		0,92	0,76	0,60
Epi-zeitl-p5	0,56	-0,74	0,32	0,44	0,73
Epi-zeitl-p2umk	0,51	0,77	0,29	0,64	0,61

Tab. C.43: Ergebnisse der exploratorischen Faktorenanalyse über die proximalen Epi-Zeit-p-Items (Hauptkomponentenanalyse, Abbruchkriterium Eigenwert kleiner Eins, Promax-Rotationstechnik, Ladungen kleiner 0,25 unterdrückt)

C.8 Zusammenfassung

Eine Zusammenfassende Darstellung der in diesem Anhang dargestellten Ergebnisse und einen Rückbezug zu den Forschungsfragen findet man im Haupttext (in Abschnitt 7.3).

C.9 Faktorladungen der einzelnen Items

Tab. C.44: Faktorladungen der einzelnen Items für Skalen, die in dieser Arbeit zum Einsatz kommen. Bei mit * gekennzeichneten Skalen sind die Ladungen explorativen Faktorenanalysen entnommen, sonst konfirmatorischen Faktorenanalysen. Die konkreten Modelle und evt. Subfaktoren sind Kapitel 7 bzw. Anhang C zu entnehmen.

Konstrukt	Itembezeichnung	Faktorladungen		
		Kl. 10	Kl. 12	Stud.
Selbsterleben im Umgang mit grafischen Darstellungen	SE-D-1	0,798	0,821	0,712
	SE-D-2	0,524	0,548	0,399
	SE-D-4umk	0,741	0,736	0,708
	SE-D-5	0,689	0,662	0,611
	SE-D-6	0,457	0,462	0,413
Selbsterleben im Umgang mit physikalischen Gleichungen	SE-F-1	0,769	0,689	0,736
	SE-F-2	0,689	0,626	0,617
	SE-F-4umk	0,859	0,797	0,793
	SE-F-5	0,801	0,773	0,716
	SE-F-6	0,702	0,623	0,696
Kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen	KE-D-1	0,696	0,678	0,606
	KE-D-2	0,697	0,748	0,784
	KE-D-3	0,522	0,571	0,567
	KE-D-4	0,546	0,573	0,573
	KE-D-6umk	0,467	0,467	0,475
Kognitive Entlastung durch physikalische Gleichungen	KE-F-1	0,655	0,709	0,710
	KE-F-2	0,789	0,793	0,828
	KE-F-3	0,714	0,692	0,661
	KE-F-4	0,688	0,680	0,663
	KE-F-6umk	0,545	0,524	0,498
allgemeine Exaktheit	Ex-allg-2	0,258	0,280	0,214
	Ex-allg-3	0,647	0,713	0,652
	Ex-allg-4	0,850	0,950	0,909
	Ex-allg-5	0,458	0,465	0,468
Exaktheit durch Begriffsexplikation	Ex-Begr-1	0,497	0,479	0,559
	Ex-Begr-3	0,396	0,356	0,482
	Ex-Begr-4	0,477	0,486	0,482
	Ex-Begr-5umk	0,338	0,347	0,379
Kommunikation mit Hilfe grafischer Darstellungen (distal)	Komm-D-d1	0,601	0,525	0,652
	Komm-D-d2	0,748	0,692	0,833
	Komm-D-d3	0,612	0,504	0,612

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Konstrukt	Itembezeichnung	Faktorladungen Kl. 10	Kl. 12	Stud.
	Komm-D-d4umk	0,469	0,374	0,468
Kommunikation mit Hilfe grafischer Darstellungen (proximal)	Komm-D-p1	0,689	0,306	0,713
	Komm-D-p2	0,767	0,769	0,851
	Komm-D-p3	0,582	0,576	0,573
	Komm-D-p4umk	0,653	0,690	0,648
Kommunikation mit Hilfe physikalischer Gleichungen (distal)	Komm-F-p1	0,712	0,718	0,775
	Komm-F-p2	0,843	0,816	0,930
	Komm-F-p3	0,719	0,690	0,703
	Komm-F-p4umk	0,598	0,577	0,620
Kommunikationseffizienz (distal)	Komm-Eff-d1	0,435	0,427	0,506
	Komm-Eff-d2	0,569	0,653	0,612
	Komm-Eff-d3	0,744	0,573	0,763
	Komm-Eff-d4	0,742	0,587	0,737
	Komm-Eff-d5	0,583	0,710	0,667
	Komm-Eff-d6umk	0,363	0,471	0,468
Kommunikationseffizienz (proximal)	Komm-Eff-p1	0,337	0,357	0,306
	Komm-Eff-p2	0,726	0,767	0,564
	Komm-Eff-p3	0,653	0,853	0,693
	Komm-Eff-p4	0,516	0,648	0,599
	Komm-Eff-p5	0,592	0,582	0,572
	Komm-Eff-p6umk	0,466	0,535	0,457
Objektivität durch die Verwendung von grafischen Darstellungen	O-D-1	0,695	0,575	0,587
	O-D-2	0,589	0,435	0,668
	O-D-4	0,427	0,342	0,463
Ästhetik grafischer Darstellungen*	Aest-D-1	0,931	0,684	0,684
	Aest-D-3	0,951	0,890	0,853
	Aest-D-5	0,900	0,601	0,684
	Aest-D-6	0,943	0,857	0,687
Ästhetik physikalischer Gleichungen*	Aest-F-1	0,805	0,688	0,721
	Aest-F-3	0,886	0,824	0,897
	Aest-F-5	0,768	0,583	0,776
Objektivität durch die Verwendung physikalischer Gleichungen	O-F-1	0,545	0,364	0,461
	O-F-2	0,635	0,552	0,551
	O-F-4	0,386	0,341	0,344
Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen (distal)	Epi-Beweis-d1	0,598	0,499	0,574
	Epi-Beweis-d2	0,538	0,411	0,504
	Epi-Beweis-d3	0,573	0,513	0,690

Fortsetzung auf der nächsten Seite ...

Konstrukt	Itembezeichnung	Faktorladungen Kl. 10	Kl. 12	Stud.
Erkenntnisgewinnung mit Hilfe von Gleichungen (proximal)	Epi-ErkGew-p1	0,392	0,503	0,420
	Epi-ErkGew-p2umk	0,540	0,663	0,624
	Epi-ErkGew-p4	0,570	0,687	0,610
naiv realistische Auffassung physikalischer Gleichungen (distal)*	Epi-Abbild-d2	0,630	0,600	0,460
	Epi-Abbild-d4	0,800	0,760	0,820
	Epi-Abbild-d5	0,700	0,730	0,740
zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen (distal)	Epi-zeitl-d1	0,355	0,388	0,367
	Epi-zeitl-d2umk	0,542	0,621	0,725
	Epi-zeitl-d3umk	0,644	0,715	0,646
	Epi-zeitl-d5	0,222	0,258	0,266

D Ergänzung zu Kapitel 8: Skalenauswertung (thematisch geordnet)

Im folgenden finden sich die Ergebnisse von Untersuchungen, wie sie exemplarisch im Haupttext der Arbeit am Beispiel des Themenbereichs „Selbsterleben im Umgang mit Mathematik"(vgl. Abschnitt 8.2) vorgestellt wurden. Sie sind im folgenden nach Themenbereichen geordnet und ergänzen Kapitel 8.

D.1 Selbsterleben im Umgang mit Mathematik

Der Themenbereich Selbsterleben im Umgang mit Mathematik wurde zur Verdeutlichung des Vorgehens bereits im Haupttext dargestellt (vgl. S. 223 ff.).

D.2 Kognitive Entlastung durch Mathematik

In diesem Abschnitt geht als Innersubjektfaktor die Repräsentationsform ein. Das heißt, die kognitive Entlastung durch die Verwendung grafischer Darstellungen (KE-D) wird der kognitiven Entlastung durch die Verwendung physikalischer Gleichungen (KE-F) gegenübergestellt. Die relevanten Mittelwerte und ihre Standardfehler findet man in Tab. D.1 bzw. Tab. D.2.

Die Auswertungen in Stichprobe I (ALM 1), also die Betrachtung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht, liefert zunächst einen schwachen signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor, das heißt, die Repräsentationsform ($F(1; 324) = 14{,}006^{**}; \eta^2 = 0{,}041$). Da keine Interaktionen mit den Faktoren Personengruppe ($F(2; 324) = 0{,}084; p = 0{,}920$) oder Geschlecht ($F(1; 324) = 0{,}090; p = 0{,}924$) oder beiden ($F(2; 324) = 2{,}126; p = 0{,}121$) vorliegen, ist davon auszugehen, dass grafische Darstellungen (MW: 0,66; StAbw: 0,63) und physikalische Gleichungen (MW: 0,45; StAbw: 0,75) auch in Bezug auf kognitive Entlastung leicht verschieden wahrgenommen und bewertet werden (kleiner Effekt). Die kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen wird dabei von allen hier untersuchten Gruppen in ungefähr gleichem Ausmaß (dies zeigen die fehlenden Interaktionseffekte) positiver beurteilt als die kognitive Entlastung durch physikalische Gleichungen.

Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergibt sich ein signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2; 324) = 18{,}707^{**}; \eta^2 = 0{,}104$), jedoch nicht für den Faktor Geschlecht ($F(1; 324) = 0{,}057; p = 0{,}812$) oder die Interaktion der beiden Faktoren ($F(1; 324) = 1{,}072; p = 0{,}343$). Univariate Varianzanalysen zeigen, dass dieser Haupteffekt auf beiden Skalen (Kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen(KE-D): $F(1; 324) = 9{,}495^{**}; \eta^2 = 0{,}055$ und physikalische Gleichungen (KE-F): $F(1; 324) = 8{,}288^{**}; \eta^2 = 0{,}049$) vorliegt. Paarweise Vergleiche bestätigen weiterhin die Annahme, dass diese Effekte auf Bewertungsunterschiede zwischen den Studierenden und den Schülerinnen und Schülern zurückzuführen sind. Die Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassenstufen unterscheiden sich hingegen nicht voneinander. Die wahrgenommene

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KE-F	Klasse 10	weiblich	0,21	0,83	55
		männlich	0,40	0,85	55
		gesamt	0,30	0,84	110
	Klasse 12	weiblich	0,45	0,80	55
		männlich	0,30	0,66	55
		gesamt	0,38	0,73	110
	Studierende	weiblich	0,72	0,60	55
		männlich	0,65	0,60	55
		gesamt	0,68	0,60	110
	gesamt	weiblich	0,46	0,77	165
		männlich	0,45	0,72	165
		gesamt	0,45	0,75	330
KE-D	Klasse 10	weiblich	0,60	0,63	55
		männlich	0,48	0,65	55
		gesamt	0,54	0,64	110
	Klasse 12	weiblich	0,61	0,64	55
		männlich	0,52	0,62	55
		gesamt	0,57	0,63	110
	Studierende	weiblich	0,79	0,63	55
		männlich	0,94	0,47	55
		gesamt	0,86	0,56	110
	gesamt	weiblich	0,67	0,64	165
		männlich	0,65	0,62	165
		gesamt	0,66	0,63	330

Tab. D.1: Mittelwerte der Skalen KE-F und KE-D nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KE-F	Klasse 10	geringe Leistung	0,33	0,85	21
		hohe Leistung	0,88	0,80	21
		gesamt	0,60	0,86	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,00	0,71	23
		hohe Leistung	0,75	0,61	22
		gesamt	0,37	0,76	45
	Studierende	geringe Leistung	0,51	0,58	20
		hohe Leistung	0,92	0,50	20
		gesamt	0,71	0,57	40
	gesamt	geringe Leistung	0,27	0,74	64
		hohe Leistung	0,84	0,64	63
		gesamt	0,55	0,75	127
KE-D	Klasse 10	geringe Leistung	0,50	0,65	21
		hohe Leistung	0,70	0,62	21
		gesamt	0,60	0,64	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,55	0,65	23
		hohe Leistung	0,84	0,33	22
		gesamt	0,69	0,53	45
	Studierende	geringe Leistung	0,84	0,47	20
		hohe Leistung	0,92	0,56	20
		gesamt	0,88	0,51	40
	gesamt	geringe Leistung	0,63	0,61	64
		hohe Leistung	0,82	0,51	63
		gesamt	0,72	0,57	127

Tab. D.2: Mittelwerte der Skalen KE-F und KE-D nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe kognitive Entlastung durch die Studierenden ist dabei auf beiden Skalen größer als die der Schülerinnen und Schüler (vgl. Tab. D.1).

Die Auswertung auf der Grundlage von Stichprobe II unter Verwendung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ergibt für die Innersubjekteffekte einen (schon bekannten) signifikanten aber schwachen Haupteffekt für die Repräsentationsform ($F(1;121) = 4{,}213^*; \eta^2 = 0{,}034$) sowie einen schwachen Interaktionseffekt zwischen den Faktoren Repräsentationsform und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 5{,}835^*; \eta^2 = 0{,}046$). Dies bedeutet, dass die Unterschiede zwischen den Bewertungen der kognitiven Entlastung durch grafische Darstellungen (KE-D) einerseits und physikalische Gleichungen (KE-F) andererseits in den Leistungsextremgruppen signifikant verschieden ausfallen. Es liegt also eine Situation vor, wie sie bereits im Abschnitt 8.2 auftrat. Leistungsschwache Befragte nehmen die kognitive Entlastung beim Umgang mit physikalischen Gleichungen (MW: 0,27, StAbw: 0,74) weniger positiv wahr als beim Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,63, StAbw: 0,61). Die Mittelwertdifferenz beträgt MW-Diff$_- = 0{,}34$ ($F(1;121) = 10{,}052^{**}; \eta^2 = 0{,}077$). Die leistungsstarken Befragten hingegen bewerten die kognitive Entlastung durch den Umgang mit grafischen Darstellungen (MW: 0,82, StAbw: 0,51) und auch durch den Umgang mit Gleichungen (MW: 0,84, StAbw: 0,64) gleich positiv (MW-Diff$_+ = -0{,}02; F(1;121) = 0{,}065; p = 0{,}798$). Der hier erkennbare relativ große Unterschied zwischen den Mittelwertdifferenzen (ΔMW-Diff: 0,36), also das leistungsabhängige Ausmaß an Bewertungsunterschieden bezogen auf die Repräsentationsformen spiegelt sich in dem schwachen Interaktionseffekt zwischen den Faktoren kognitive Entlastung durch den Umgang mit mathematischen Darstellungen und Leistungsextremgruppe wider.

Die Unterschiede in der Bewertung der wahrgenommenen kognitiven Entlastung durch physikalische Gleichungen bzw. grafische Darstellungen hängen nicht von der Personengruppe ($F(2;121) = 1{,}448; p = 0{,}239$) oder der Interaktion der Faktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 0{,}066; p = 0{,}936$) ab.

Bei der Auswertung der Einflüsse der Zwischensubjektfaktoren zeigt sich auch hier der schon bekannte schwache Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;121) = 3{,}922^*; \eta^2 = 0{,}061$) sowie ein mittelstarker Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 22{,}574^{**}; \eta^2 = 0{,}157$). Der Interaktionseffekt Personengruppe x Leistungsextremgruppe ist hingegen nicht signifikant ($F(2;121) = 0{,}976; p = 0{,}380$). Das heißt, dass leistungsstarke und leistungsschwache Befragte sich hinsichtlich ihrer Bewertung der Repräsentationsformen (genauer: hinsichtlich des Mittelwertes aus den beiden Skalenmittelwerten (KE-D und KE-F), die als Stufen des Innersubjektfaktors Repräsentationsform in die Analyse eingegangen sind) voneinander unterscheiden. Univariate Varianzanalysen zeigen, dass dieser Befund auf die unterschiedliche Bewertung der kognitiven Entlastung durch physikalische Gleichungen ($F(1;121) = 21{,}381^{**}; \eta^2 = 0{,}150$) zurückzuführen ist (mittlerer Effekt). Hinsichtlich der Bewertung der kognitiven Entlastung grafischer Darstellungen unterscheiden sich die Leistungsextremgruppen hingegen nicht signifikant voneinander ($F(1;121) = 3{,}558; p = 0{,}062$). Physikalische Gleichungen werden also im Mittel von leistungsschwachen Befragten (MW: 0,27, StAbw: 0,74) hinsichtlich der wahrgenommenen kognitiven Entlastung deutlich weniger positiv beurteilt als von leistungsstarken Befragten (MW: 0,84, StAbw: 0,64).

D.2.1 Zusammenfassung

Die kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen bzw. physikalische Gleichungen wird von Befragten leicht verschieden wahrgenommen (kleiner Effekt). Im Allgemeinen werden zwar sowohl grafische Darstellungen als auch physikalische Gleichungen diesbezüglich eher positiv bewertet (was überraschend ist), die kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen wird jedoch höher bewertet. Während das Ausmaß dieses Bewertungsunterschiedes nicht von der Zugehörigkeit zu einer bestimmten Personengruppe oder dem Geschlecht der Befragten abhängt, hat die Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe Konsequenzen. Während leistungsschwache Befragte, dem allgemeinen Trend entsprechend, die kognitive Entlastung durch grafische Darstellungen positiver bewerten als den Umgang mit physikalischen Gleichungen, unterscheiden sich die durch leistungsstarke Befragte wahrgenommenen kognitiven Entlastungen durch physikalische Gleichungen bzw. grafische Darstellungen nicht voneinander. Dabei werden grafische Darstellungen von leistungsstarken und leistungsschwachen Befragten hinsichtlich ihrer kognitiven Entlastungsfunktion gleich positiv beurteilt. Die kognitive Entlastung durch physikalische Gleichungen wird von leistungsstarken Befragten demzufolge deutlich positiver beurteilt als von leistungsschwachen Befragten (mittlerer Effekt). Schließlich beurteilen Studierende sowohl die kognitive Entlastung durch die Verwendung von grafischen Darstellungen als auch durch die Verwendung von physikalischen Gleichungen positiver als Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassenstufe (kleiner Effekt).

D.3 Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik

Im Themenbereich „Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik“ liegen zwei Skalen vor: „allgemeine Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik“ (Ex-allg) und „Exaktheit durch Begriffsexplikation“ (Ex-Begr). Da diese Skalen komplett verschiedene Konstrukte erfassen und miteinander nicht vergleichbar sind, können sie auch nicht als Faktorstufen eines Innersubjektfaktors gedeutet werden. Demzufolge ist das ALM in der bisherigen Form nicht anwendbar. Stattdessen liegt ein Spezialfall des ALM, nämlich der einer zweifaktoriellen univariaten Varianzanalyse vor. Diese wird im Folgenden pro Skala zweimal angewendet, nämlich auf die Stichproben I und II und die ihnen entsprechenden Zwischensubjektfaktoren (Personengruppe und Geschlecht in Stichprobe I bzw. Personen- und Leistungsextremgruppe in Stichprobe II).

D.3.1 Allgemeine Exaktheit durch die Verwendung von Mathematik

Zunächst sei auf die Tabellen mit den relevanten Mittelwerten verwiesen (vgl. Tab. D.3 bzw. Tab. D.4).

Die zweifaktorielle univariate ANOVA mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht auf der Grundlage von Stichprobe I ergibt auf dieser Skala einen mittelstarken signifikanten Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 34{,}278^{**}; \eta^2 = 0{,}175$). Der Faktor Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}387; p = 0{,}534$) oder die Interkation der beiden Faktoren ($F(2;324) = 0{,}410; p = 0{,}664$) liefern keine signifikanten Effekte. Auch hier stellt sich durch Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche heraus, dass sich die Studierenden signifikant von den Schülerinnen und Schülern unterscheiden, die Schülerinnen und Schüler untereinander jedoch nicht. Dennoch ist tendenziell festzu-

Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Klasse 10	weiblich	0,54	0,71	55
	männlich	0,59	0,84	55
	gesamt	0,57	0,77	110
Klasse 12	weiblich	0,44	0,75	55
	männlich	0,30	0,88	55
	gesamt	0,37	0,81	110
Studierende	weiblich	-0,23	0,67	55
	männlich	-0,29	0,79	55
	gesamt	-0,26	0,73	110
gesamt	weiblich	0,25	0,78	165
	männlich	0,20	0,91	165
	gesamt	0,23	0,85	330

Tab. D.3: Mittelwerte der Skala Ex-allg nach Personengruppe und Geschlecht

Personengruppe	Leistungsextremgruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Klasse 10	geringe Leistung	0,53	0,69	21
	hohe Leistung	0,75	0,61	21
	gesamt	0,64	0,65	42
Klasse 12	geringe Leistung	0,24	0,71	23
	hohe Leistung	0,25	0,92	22
	gesamt	0,24	0,81	45
Studierende	geringe Leistung	-0,13	0,58	20
	hohe Leistung	-0,55	0,82	20
	gesamt	-0,34	0,73	40
gesamt	geringe Leistung	0,22	0,71	64
	hohe Leistung	0,16	0,95	63
	gesamt	0,19	0,83	127

Tab. D.4: Mittelwerte der Skala Ex-allg nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe stellen, dass die Zustimmung zu den Items um so geringer ist, je älter[1] die Befragten sind (MW: 0,57, StAbw: 0,77 (Klassenstufe 10) bzw. MW: 0,37, StAbw: 0,81 (Klassenstufe 12)). Die Studierenden lehnen die Aussagen im Mittel sogar eher ab (MW: -0,26, StAbw: 0,72). Dies deutet eine durchaus erwünschte Entwicklung an, denn die einfach durch die Verwendung mathematischer Darstellungsformen suggerierte Exaktheit wird von älteren Lernern scheinbar in Frage gestellt.

Die zweifaktorielle univariate ANOVA basierend auf Stichprobe II mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe bestätigt den signifikanten Haupteffekt für die Personengruppe ($F(2;121) = 18{,}444^{**}; \eta^2 = 0{,}234$). Für den Faktor Leistungsextremgruppe gibt es einen nicht signifikanten Haupteffekt ($F(1;121) = 0{,}252; p = 0{,}617$). Gleiches gilt für die Interaktion der beiden Faktoren ($F(2;121) = 2{,}051; p = 0{,}133$). Die Leistung der Befragten hat demnach keinen Einfluss auf die Wahrnehmung der allgemeinen Exaktheit.

D.3.2 Exaktheit durch Begriffsexplikation

Die relevanten Mittelwerte findet man in Tab. D.5 bzw. Tab. D.6. Auch hier werden in zwei Stichproben zweifaktorielle univariate Varianzanalysen durchgeführt, um Informationen über gruppenspezifische Ausprägungsunterschiede der Vorstellung, dass Begriffsexplikation Exaktheit zur Folge hat, aufzudecken.

Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Klasse 10	weiblich	0,51	0,56	55
	männlich	0,67	0,59	55
	gesamt	0,59	0,57	110
Klasse 12	weiblich	0,65	0,51	55
	männlich	0,39	0,61	55
	gesamt	0,52	0,57	110
Studierende	weiblich	0,90	0,60	55
	männlich	0,80	0,69	55
	gesamt	0,85	0,64	110
gesamt	weiblich	0,69	0,58	165
	männlich	0,62	0,65	165
	gesamt	0,65	0,61	330

Tab. D.5: Mittelwerte der Skala Ex-Begr nach Personengruppe und Geschlecht

Die zweifaktorielle univariate ANOVA mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht ergibt auf dieser Skala einen schwachen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 9{,}573^{**}; \eta^2 = 0{,}056$). Der Faktor Geschlecht

[1] Es handelt sich hier und im Folgenden immer um die drei Personengruppen, die sich in ihrem Durchschnittsalter unterscheiden.

Personengruppe	Leistungsextremgruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Klasse 10	geringe Leistung	0,54	0,51	21
	hohe Leistung	0,58	0,64	21
	gesamt	0,56	0,57	42
Klasse 12	geringe Leistung	0,31	0,64	23
	hohe Leistung	0,69	0,64	22
	gesamt	0,50	0,66	45
Studierende	geringe Leistung	0,63	0,58	20
	hohe Leistung	0,60	0,70	20
	gesamt	0,61	0,64	40
gesamt	geringe Leistung	0,48	0,58	64
	hohe Leistung	0,63	0,65	63
	gesamt	0,55	0,62	127

Tab. D.6: Mittelwerte der Skala Ex-Begr nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

($F(1;324) = 1{,}056; p = 0{,}305$) liefert keinen signifikanten, die Interkaktion der beiden Faktoren einen signifikanten schwachen Effekt ($F(2;324) = 3{,}593^*; \eta^2 = 0{,}022$).

Nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche zeigen, dass sich auch hier die Studierenden (MW: 0,85, StAbw: 0,57) signifikant von den Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 (MW: 0,59, StAbw: 0,57) und 12 (MW: 0,52, StAbw: 0,57) unterscheiden, die Schülerinnen und Schüler untereinander jedoch nicht. Innerhalb von Klassenstufe 12 bewerten männliche (MW: 0,39, StAbw: 0,61) und weibliche Befragte (MW: 0,65, StAbw: 0,51) die Aussagen signifikant verschieden ($F(1;324) = 5{,}300^*; \eta^2 = 0{,}016$). Offenbar ist weiblichen Befragten dabei eher einsichtig, dass einer Mathematisierung eine Begriffsexplikation vorausgehen sollte. In Klassenstufe 10 ($F(1;324) = 2{,}090; p = 0{,}149$) und in der Gruppe der Studierenden ($F(1;324) = 0{,}853; p = 0{,}356$) zeigen sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den Geschlechtern.

Die Untersuchung des Einflusses der Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe liefert auf dieser Skala keine signifikanten Haupteffekte ($F(1;121) = 1{,}497; p = 0{,}224$) oder Interaktionen ($F(2;121) = 1{,}325; p = 0{,}270$).

D.3.3 Zusammenfassung

Leistungsschwache und leistungsstarke Befragte unterscheiden sich weder in ihrer Beurteilung der durch mathematische Darstellungen vermeintlich erzeugten allgemeinen Exaktheit noch in der Beurteilung der Frage nach dem Zusammenhang dieser Exaktheit und einer Begriffsexplikation. Unterschiede sind hinsichtlich beider Befragungsschwerpunkte zwischen den Schülerinnen und Schülern der Klassenstufen 10 und 12 bzw. Studierenden auszumachen (kleiner Effekt). Tendenziell wird der Behauptung der allgemeinen Exaktheit durch mathematische Darstellungen um so stärker widersprochen, je älter die Befragten sind. Studierende lehnen diesen Eindruck sogar eher ab, während Schülerinnen und Schüler ihm deutlich zustimmen. Der Notwendigkeit einer Begriffsexplikation bei der Verwendung mathematischer Darstellungen wird jedoch von den Studierenden stärker zugestimmt als von den Schülerinnen und Schülern. Geschlechtsspezifische Effekte sind sofern sie auftreten schon wegen ihrer geringen Effektstärke unbedeutend.

D.4 Kommunikation mit Hilfe der Mathematik

Im Bereich der „Kommunikation mit Hilfe der Mathematik" handelt es sich um zwei größere Themenbereiche. Zum Einen handelt es sich dabei um den Bereich „allgemeine Kommunikationsfunktion mathematischer Darstellungen" und zum Anderen um den Bereich der „Kommunikationseffizienz mathematischer Darstellungen". In jedem Bereich sollten eigentlich vier Skalen vorliegen, die die 2x2 Kombinationen von Konstruktebenen (distal vs. proximal) und Repräsentationsformen (grafisch vs. symbolisch) abdecken. Für den Bereich der allgemeinen Kommunikationsfunktion stehen für die proximalen Konstrukte Skalen zur Erfassung der wahrgenommenen Kommunikationsfunktion von grafischen Darstellungen (Komm-D-p) und physikalischen Gleichungen (Komm-F-p), für die distalen Konstrukte jedoch ausschließlich eine Skala zur Erfassung der wahrgenommenen Kommunikationsfunktion von grafischen Darstellungen (Komm-D-d), zur Verfügung. Eine eigentlich vorgesehene Skala zur Erfassung der distalen Kommunikationsfunktion physikalischer Gleichungen (Komm-F-d) erwies sich im Rahmen von Strukturgleichungsmodellen als ungeeignet (vgl. Abschnitt C.4.1). Daher können zwar für den proximalen Bereich die Repräsentationsformen miteinander verglichen werden, also die Mittelwerte der Skalen Komm-F-p und Komm-D-p, jedoch nicht für den distalen Bereich. Ebenso lassen sich zwar die Beurteilungen der distalen und proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen miteinander vergleichen, also die Mittelwerte der Skalen Komm-D-d und Komm-D-p, jedoch nicht die entsprechenden Beurteilungen physikalischer Gleichungen.

Um die wahrgenommmene Kommunikationseffizienz zu erfassen, stehen Skalen zur Verfügung, die auf beiden Konstruktebenen (proximal und distal) jeweils nach grafischen Darstellungen (Komm-Eff-D-p und Komm-Eff-D-d) und physikalischen Gleichungen fragen (Komm-Eff-F-p und Komm-Eff-F-d). Im Folgenden werden die möglichen Vergleiche der Reihe nach abgearbeitet. Für den Bereich der Kommunikationseffizienz sind dies die vier in Abb. D.1 angedeuteten Analysen. Für den Bereich der allgemeinen Kommunikation sind nur die beschriebenen zwei der vier analogen Auswertungen möglich.

Dabei kommen die schon bekannten allgemeinen linearen Modelle zum Einsatz, die in Stichprobe I mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht und in Stichprobe II mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Leistung durchgeführt werden. Der jeweils zu verwendende Innersubjektfaktor richtet sich nach der jeweiligen Fragestellung.

D.4.1 Proximale vs. distale Kommunikationsfunktion mit Hilfe grafischer Darstellungen

Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse ergeben sich durch Anwendung der ALM 1 und 2 unter Verwendung des Innersubjektfaktors Konstruktebene. Das heißt, hier wird der Frage nach einem Unterschied in der Bewertung distaler und proximaler Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (also einer bestimmten Repräsentationsform)

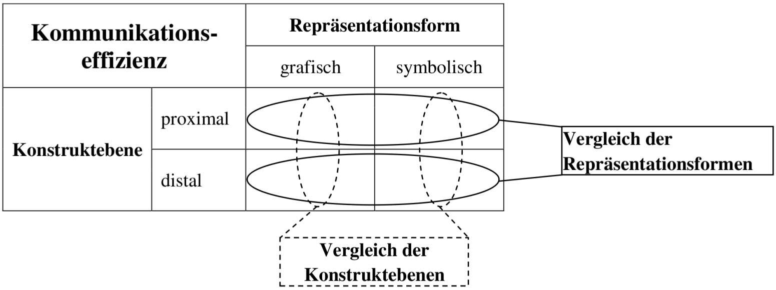


Abb. D.1: Überblick über die Analysen im Themenbereich Kommunikationseffizienz.

nachgegangen. Die für dieses Vorhaben relevanten Mittelwerte befinden sich in Tab. D.7 und Tab. D.8.

Das ALM 1 ergibt zunächst einen nicht signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1; 324) = 3{,}886; p = 0{,}051$). Auch Interaktionen mit den Faktoren Personengruppe ($F(2; 324) = 1{,}940; p = 0{,}145$) oder Geschlecht ($F(1; 324) = 0{,}175; p = 0{,}676$) oder beiden ($F(2; 324) = 0{,}280; p = 0{,}756$) liegen nicht vor, so dass davon auszugehen ist, dass grafische Darstellungen hinsichtlich ihrer Kommunikationsfunktion für die Befragten (MW: 0,69; StAbw: 0,69) und für Wissenschaftler (MW: 0,76; StAbw: 0,58) gleich bewertet werden. Sowohl proximale als auch distale Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen werden jedoch eher positiv bewertet. Dieser Haupteffekt des Innersubjektfaktors verfehlt nur knapp die Signifikanzgrenze, ist aber auch sehr schwach ($\eta^2 = 0{,}012$).

Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergeben sich in Stichprobe I keine signifikanten Haupteffekte für die Faktoren Personengruppe ($F(2; 324) = 1{,}980; p = 0{,}140$) und Geschlecht ($F(1; 324) = 0{,}012; p = 0{,}912$). Der signifikante schwache Interaktionseffekt der beiden Faktoren ($F(2; 324) = 3{,}248^*; \eta^2 = 0{,}020$) geht auf die Beurteilung der distalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-d) zurück ($F(2; 324) = 3{,}516^*; \eta^2 = 0{,}021$), auf der Skala zur proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-p) ist dieser Interaktionseffekt nicht zu finden ($F(2; 324) = 1{,}914; p = 0{,}149$). Nachfolgeuntersuchungen zeigen, dass innerhalb der 10. Klassenstufe ($F(1; 324) = 3{,}075; p = 0{,}080$) oder innerhalb der 12. Klassenstufe ($F(1; 324) = 0{,}488$) oder in der Gruppe der Studierenden ($F(1; 324) = 3{,}574; p = 0{,}060$) keine Mittelwertsunterscheide zwischen den Geschlechtergruppen vorliegen. Erst der Blick auf die „Entwicklung“ der männlichen vs. weiblichen Befragten bietet eine mögliche Interpretation für diesen Effekt. Univariate Varianzanalysen zeigen nämlich, dass der Faktor Personengruppe einen signifikanten Effekt für die männlichen Befragten bewirkt ($F(2; 324) = 3{,}193^*; \eta^2 = 0{,}019$), während dies für weibliche Befragte nicht der Fall ist ($F(2; 324) = 0{,}775; p = 0{,}462$). Paarweise Vergleiche zeigen schließlich, dass Schüler der Klassenstufe 10 (MW: 0,62, StAbw: 0,59) die distale Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen weniger positiv bewerten als Studenten (MW: 0,90, StAbw: 0,52). Es handelt sich um einen sehr schwachen Effekt, vor dessen Überinterpretation hier gewarnt wird.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standardabweichung	N
Komm-D-p	Klasse 10	weiblich	0,69	0,73	55
		männlich	0,51	0,71	55
		gesamt	0,60	0,72	110
	Klasse 12	weiblich	0,65	0,72	55
		männlich	0,67	0,69	55
		gesamt	0,66	0,70	110
	Studierende	weiblich	0,73	0,72	55
		männlich	0,91	0,53	55
		gesamt	0,82	0,64	110
	gesamt	weiblich	0,69	0,72	165
		männlich	0,70	0,67	165
		gesamt	0,69	0,69	330
Komm-D-d	Klasse 10	weiblich	0,82	0,62	55
		männlich	0,62	0,59	55
		gesamt	0,72	0,61	110
	Klasse 12	weiblich	0,80	0,55	55
		männlich	0,72	0,57	55
		gesamt	0,76	0,56	110
	Studierende	weiblich	0,69	0,63	55
		männlich	0,90	0,52	55
		gesamt	0,80	0,59	110
	gesamt	weiblich	0,77	0,60	165
		männlich	0,75	0,57	165
		gesamt	0,76	0,58	330

Tab. D.7: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (Komm-D-p) und distalen (Komm-D-d) Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Komm-D-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,54	0,78	21
		hohe Leistung	0,85	0,74	21
		gesamt	0,69	0,77	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,75	0,63	23
		hohe Leistung	0,90	0,57	22
		gesamt	0,82	0,60	45
	Studierende	geringe Leistung	0,75	0,61	20
		hohe Leistung	0,86	0,63	20
		gesamt	0,81	0,62	40
	gesamt	geringe Leistung	0,68	0,67	64
		hohe Leistung	0,87	0,64	63
		gesamt	0,77	0,66	127
Komm-D-d	Klasse 10	geringe Leistung	0,76	0,69	21
		hohe Leistung	0,83	0,64	21
		gesamt	0,80	0,66	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,83	0,58	23
		hohe Leistung	0,93	0,53	22
		gesamt	0,88	0,55	45
	Studierende	geringe Leistung	0,66	0,67	20
		hohe Leistung	0,86	0,54	20
		gesamt	0,76	0,61	40
	gesamt	geringe Leistung	0,75	0,64	64
		hohe Leistung	0,88	0,57	63
		gesamt	0,81	0,60	127

Tab. D.8: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (Komm-D-p) und distalen (Komm-D-d) Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

Die mittels ALM 2 durchgeführte Untersuchung des Einflusses der Leistung auf die Bewertung der beiden Skalen ergibt basierend auf Stichprobe II keine zusätzlichen Informationen. Der Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und der Leistung ist ebenso wenig signifikant ($F(1;121) = 0{,}732; p = 0{,}394$) wie der Interaktionseffekt zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe ($F(2;121) = 0{,}889; p = 0{,}414$) oder der Interaktionseffekt zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 1{,}024; p = 0{,}362$). Demzufolge gibt es also keine leistungsabhängigen Unterschiede zwischen den Bewertungen der proximalen und distalen Kommunikationsfunktion. Wie die nicht signifikanten Haupteffekte der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe ($F(2;121) = 0{,}379; p = 0{,}686$) und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 2{,}327; p = 0{,}130$) sowie ihr nicht signifikanter Interaktionseffekt ($F(2;121) = 0{,}033; p = 0{,}968$) zeigen, sind auf beiden Skalen keine signifikanten Unterschiede zwischen den Untergruppen zu verzeichnen. In dieser Stichprobe ergibt sich noch deutlicher auch kein signifikanter Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1;121) = 0{,}732; p = 0{,}394$). Zumindest für diesen Themenbereich lässt sich damit kein Unterschied in der Ausprägung distaler und proximaler Konstrukte feststellen.

D.4.2 Proximale Kommunikationsfunktion von grafischen Darstellungen vs. physikalischen Gleichungen

Für diese Untersuchung wird der Innersubjektfaktor Repräsentationsform verwendet, also die Mittelwerte der Skalen zur proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-p) bzw. zur proximalen Kommunikationsfunktion physikalischer Gleichungen (Komm-F-p) miteinander verglichen. Die relevanten Mittelwerte befinden sich in Tab. D.9 und Tab. D.10

Die Betrachtung des ALM 1 mit den Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht liefert zunächst einen mittelstarken signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1;324) = 29{,}458^{**}; \eta^2 = 0{,}083$). Da keine Interaktionen mit den Faktoren Personengruppe ($F(2;324) = 0{,}053; p = 0{,}948$) oder Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}642; p = 0{,}424$) oder beiden ($F(2;324) = 1{,}651; p = 0{,}194$) vorliegen, ist davon auszugehen, dass die proximale Kommunikationsfunktion von grafischen Darstellungen (MW: 0,69; StAbw: 0,69) unabhängig von den hier untersuchten Zwischensubjektfaktoren positiver beurteilt wird als die von physikalischen Gleichungen (MW: 0,36; StAbw: 0,81). Offenbar sind grafische Darstellungen für alle hier miteinander verglichenen Gruppen hinsichtlich ihrer Kommunikationsfunktion hilfreicher als Gleichungen.

Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergeben sich ein schwacher signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 6{,}994^{**}; \eta^2 = 0{,}041$), nicht signifikante Effekte für den Faktor Geschlecht ($F(1;324) = 1{,}030; p = 0{,}311$) und die Interaktion der Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2;324) = 0{,}227; p = 0{,}797$). Univariate Varianzanalysen zeigen, dass der signifikante Haupteffekt für den Faktor Personengruppe sowohl für die Bewertung der Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen ($F(2;324) = 3{,}054^{*}; \eta^2 = 0{,}019$) als auch der Kommunikationsfunktion physikalischer Gleichungen ($F(2;324) = 3{,}259^{*}; \eta^2 = 0{,}020$) zutrifft. Auf beiden Skalen ist mit Hilfe von Apriori-Kontrasten ein signifikanter Unterschied zwischen den Mittelwerten der 10. Klassenstufe und den Studierenden zu finden. Studierende erreichen auf beiden Skalen höhere Werte.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Komm-D-p	Klasse 10	weiblich	0,69	0,73	55
		männlich	0,51	0,71	55
		gesamt	0,60	0,72	110
	Klasse 12	weiblich	0,65	0,72	55
		männlich	0,67	0,69	55
		gesamt	0,66	0,70	110
	Studierende	weiblich	0,73	0,72	55
		männlich	0,91	0,53	55
		gesamt	0,82	0,64	110
	gesamt	weiblich	0,69	0,72	165
		männlich	0,70	0,67	165
		gesamt	0,69	0,69	330
Komm-F-p	Klasse 10	weiblich	0,15	0,88	55
		männlich	0,35	0,95	55
		gesamt	0,25	0,92	110
	Klasse 12	weiblich	0,28	0,86	55
		männlich	0,37	0,69	55
		gesamt	0,32	0,78	110
	Studierende	weiblich	0,50	0,75	55
		männlich	0,53	0,65	55
		gesamt	0,52	0,70	110
	gesamt	weiblich	0,31	0,84	165
		männlich	0,41	0,78	165
		gesamt	0,36	0,81	330

Tab. D.9: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-p) und physikalischer Gleichungen (Komm-F-p) nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Komm-D-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,54	0,78	21
		hohe Leistung	0,85	0,74	21
		gesamt	0,69	0,77	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,75	0,63	23
		hohe Leistung	0,90	0,57	22
		gesamt	0,82	0,60	45
	Studierende	geringe Leistung	0,75	0,61	20
		hohe Leistung	0,86	0,63	20
		gesamt	0,81	0,62	40
	gesamt	geringe Leistung	0,68	0,67	64
		hohe Leistung	0,87	0,64	63
		gesamt	0,77	0,66	127
Komm-F-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,44	0,81	21
		hohe Leistung	0,82	0,89	21
		gesamt	0,63	0,86	42
	Klasse 12	geringe Leistung	-0,04	0,61	23
		hohe Leistung	0,72	0,63	22
		gesamt	0,33	0,72	45
	Studierende	geringe Leistung	0,21	0,78	20
		hohe Leistung	0,88	0,50	20
		gesamt	0,54	0,73	40
	gesamt	geringe Leistung	0,20	0,75	64
		hohe Leistung	0,80	0,69	63
		gesamt	0,50	0,78	127

Tab. D.10: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (Komm-D-p) und physikalischer Gleichungen (Komm-F-p) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

Die Untersuchung des Einflusses der Leistung auf die Bewertung der beiden Skalen ergibt zusätzliche Informationen. Der signifikante Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und Leistungsextremgruppe ist schwach ($F(1; 121) = 5{,}813^{*}; \eta^2 = 0{,}046$). Der Haupteffekt des Innersubjektfaktors Repräsentationsform ist mittelstark ($F(1; 121) = 10{,}026^{**}; \eta^2 = 0{,}077$). Es liegen keine signifikanten Interaktionseffekte zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe ($F(2; 121) = 0{,}889; p = 0{,}414$) oder Innersubjektfaktor und Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2; 121) = 1{,}009; p = 0{,}368$) vor.

Der Interaktionseffekt zwischen Innersubjektfaktor und Leistungsextremgruppe stellt also das eigentlich interessante Ergebnis dar. Er sagt aus, dass der vorhandene Unterschied in der Bewertung der Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen und physikalischer Gleichungen leistungsabhängig ist. Während leistungsstarke Befragte grafische Darstellungen (MW: 0,87, StAbw: 0,64) und physikalische Gleichungen (MW: 0,80, StAbw: 0,69) gleich positiv beurteilen (MW-Diff$_{+} = 0{,}07; F(1; 121) = 0{,}283; p = 0{,}596$), ist für leistungsschwache Befragte die Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen (MW: 0,68, StAbw: 0,67) deutlicher nachzuvollziehen als die physikalischer Gleichungen (MW: 0,20, StAbw: 0,75) (MW-Diff$_{-} = 0{,}48; F(1; 121) = 15{,}663^{**}; \eta^2 = 0{,}115$).

Aus der Betrachtung der Zwischensubjektfaktoren ergibt sich ein mittelstarker signifikanter Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1; 121) = 20{,}134^{**}; \eta^2 = 0{,}143$). Der Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(1; 121) = 0{,}462; p = 0{,}631$) und der Interaktionseffekt der beiden Zwischensubjektfaktoren ($F(1; 121) = 0{,}132; p = 0{,}876$) sind nicht signifikant. Univariate Varianzanalysen zeigen, dass dieser Effekt der Leistungsextremgruppe auf die unterschiedliche Bewertung der Kommunikationsfunktion physikalischer Gleichungen durch leistungsstarke (MW: 0,80, StAbw: 0,69) und leistungsschwache Befragte (MW: 0,20, StAbw: 0,75) zurückgeht ($F(1; 121) = 22{,}332^{**}; \eta^2 = 0{,}156$). Hinsichtlich der Bewertung der Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen unterscheiden sich leistungsstarke und leistungsschwache Befragte nicht signifikant ($F(1; 121) = 2{,}596; p = 0{,}110$).

D.4.3 Proximale vs. distale Kommunikationseffizienz bei Verwendung von grafischen Darstellungen

Dies ist die erste Analyse im Bereich Kommunikationseffizienz, bei der proximale und distale Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen miteinander verglichen werden. Es werden also die Skalen zur proximalen Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen (KommEff-D-p) und zur distalen Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen (KommEff-D-d) als Faktorstufen des Innersubjektfaktors verwendet. Die relevanten Mittelwerte befinden sich in Tab. D.11 und Tab. D.12.

Die Anwendung des ALM 1 unter Berücksichtigung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht liefert zunächst einen schwachen signifikanten Interaktionseffekt für den Innersubjektfaktor und den Faktor Personengruppe ($F(2; 324) = 7{,}327^{**}; \eta^2 = 0{,}043$). Ein signifikanter Haupteffekt für den Innersubjektfaktor Konstruktebene ($F(1; 324) = 3{,}461; p = 0{,}064$) oder signifikante Interaktionseffekte des Innersubjektfaktors mit dem Faktor Geschlecht ($F(2; 324) = 0{,}041; p = 0{,}839$) oder mit den Faktoren Geschlecht und Personengruppe ($F(2; 324) = 1{,}327; p = 0{,}267$) liegen nicht vor. Das heißt, die Unterschiede zwischen den Bewertungen der proximalen und distalen Kommunikationseffizienz sind gruppenspezifisch. Univariate Varianzanalysen und nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche zeigen, dass dieser Bewertungsunterschied durch die Befragten der Klassen-

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KommEff-D-p	Klasse 10	weiblich	0,56	0,72	55
KommEff-D-p	Klasse 10	männlich	0,42	0,83	55
KommEff-D-p	Klasse 10	gesamt	0,49	0,78	110
KommEff-D-p	Klasse 12	weiblich	0,57	0,71	55
KommEff-D-p	Klasse 12	männlich	0,51	0,70	55
KommEff-D-p	Klasse 12	gesamt	0,54	0,70	110
KommEff-D-p	Studierende	weiblich	0,70	0,63	55
KommEff-D-p	Studierende	männlich	0,93	0,40	55
KommEff-D-p	Studierende	gesamt	0,81	0,54	110
KommEff-D-p	gesamt	weiblich	0,61	0,69	165
KommEff-D-p	gesamt	männlich	0,62	0,70	165
KommEff-D-p	gesamt	gesamt	0,61	0,69	330
KommEff-D-d	Klasse 10	weiblich	0,70	0,59	55
KommEff-D-d	Klasse 10	männlich	0,72	0,71	55
KommEff-D-d	Klasse 10	gesamt	0,71	0,65	110
KommEff-D-d	Klasse 12	weiblich	0,64	0,59	55
KommEff-D-d	Klasse 12	männlich	0,58	0,67	55
KommEff-D-d	Klasse 12	gesamt	0,61	0,63	110
KommEff-D-d	Studierende	weiblich	0,65	0,61	55
KommEff-D-d	Studierende	männlich	0,77	0,45	55
KommEff-D-d	Studierende	gesamt	0,71	0,54	110
KommEff-D-d	gesamt	weiblich	0,66	0,59	165
KommEff-D-d	gesamt	männlich	0,69	0,62	165
KommEff-D-d	gesamt	gesamt	0,68	0,61	330

Tab. D.11: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (KommEff-D-p) und distalen (KommEff-D-d) Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KommEff-D-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,44	0,81	21
		hohe Leistung	0,70	0,75	21
		gesamt	0,57	0,78	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,36	0,74	23
		hohe Leistung	0,85	0,51	22
		gesamt	0,60	0,68	45
	Studierende	geringe Leistung	0,77	0,45	20
		hohe Leistung	1,05	0,33	20
		gesamt	0,91	0,41	40
	gesamt	geringe Leistung	0,51	0,70	64
		hohe Leistung	0,86	0,57	63
		gesamt	0,69	0,66	127
KommEff-D-d	Klasse 10	geringe Leistung	0,56	0,69	21
		hohe Leistung	0,86	0,68	21
		gesamt	0,71	0,70	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,52	0,67	23
		hohe Leistung	0,71	0,53	22
		gesamt	0,61	0,60	45
	Studierende	geringe Leistung	0,62	0,64	20
		hohe Leistung	0,83	0,52	20
		gesamt	0,73	0,59	40
	gesamt	geringe Leistung	0,56	0,66	64
		hohe Leistung	0,80	0,58	63
		gesamt	0,68	0,63	127

Tab. D.12: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (KommEff-D-p) und distalen (KommEff-D-d) Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe stufe 10 hervorgerufen wird ($F(1; 324) = 14{,}070^{**}; \eta^2 = 0{,}042$). Hier wird die proximale Kommunikationseffizienz (MW: 0,49, StAbw: 0,78) deutlich pessimistischer gesehen als die distale (MW: 0,71, StAbw: 0,65), die mit der Verwendung von grafischen Darstellungen einhergeht. Sowohl bei den Befragten der Klassenstufe 12 ($F(1; 324) = 1{,}283; p = 0{,}258$) als auch bei den Befragten Studierenden ($F(1; 324) = 2{,}761; p = 0{,}098$) unterscheiden sich die Bewertungen von proximaler und distaler Kommunikationseffizienz durch die Verwendung von grafischen Darstellungen nicht signifikant voneinander.

Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergeben sich ein schwacher signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2; 324) = 3{,}649^{*}; \eta^2 = 0{,}022$) sowie nicht signifikante Effekte für den Faktor Geschlecht ($F(1; 324) = 0{,}086; p = 0{,}769$) und die Interaktion der Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2; 324) = 01{,}556; p = 0{,}213$). Univariate Varianzanalysen zeigen, dass der signifikante Haupteffekt für den Faktor Personengruppe durch die gruppenspezifischen Bewertungen der proximalen Kommunikationseffizienz bei der Verwendung grafischer Darstellungen ($F(2; 324) = 7{,}2764^{**}; \eta^2 = 0{,}043$) hervorgerufen wird, während die distale Kommunikationseffizienz bei der Verwendung grafischer Darstellungen sich zwischen den Gruppen nicht signifikant unterscheidet ($F(2; 324) = 1{,}126; p = 0{,}326$). Während eine Kommunikationseffizienz bei Verwendung grafischer Darstellungen im Wissenschaftsbetrieb von allen Personengruppen gesehen wird (MW: 0,68, StAbw: 0,61), ist dieses Bild für den persönlichen Umgang mit grafischen Darstellungen differenzierter. Hier nehmen die Studierenden (MW: 0,81, StAbw: 0,54) die mit der Verwendung grafischer Darstellungen einhergehende Kommunikationseffizienz signifikant stärker wahr als Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 10 (MW: 0,49, StAbw: 0,78) und 12 (MW: 0,54, StAbw: 0,70), zwischen denen kein signifikanter Unterschied besteht.

Die Anwendung von ALM 2 auf Stichprobe II ergibt folgende Ergebnisse. Zunächst ist der Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und dem Faktor Leistungsextremgruppe nicht signifikant ($F(1; 121) = 1{,}222; p = 0{,}271$). Dies gilt auch für den Haupteffekt des Innersubjektfaktors ($F(1; 121) = 0{,}052, p = 0{,}820$) und die Interaktion von Innersubjektfaktor und Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2; 121) = 1{,}169; p = 0{,}314$). Lediglich der schon beschriebene schwache Interaktionseffekt zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe ist auch hier zu beobachten ($F(2; 121) = 3{,}535^{*}; \eta^2 = 0{,}055$).

Die Auswertung des Einflusses der Zwischensubjektfaktoren liefert neue Erkenntnisse, denn hier gibt es einen mittleren signifikanten Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1; 121) = 8{,}343^{*}; \eta^2 = 0{,}065$). Der Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2; 121) = 1{,}630; p = 0{,}200$) und der Interaktionseffekt der beiden Faktoren ($F(2; 121) = 0{,}075; p = 0{,}928$) sind nicht signifikant. Univariate Varianzanalysen zeigen, dass der beobachtete Haupteffekt des Zwischensubjektfaktors Leistungsextremgruppe sowohl auf die proximale Skala zur Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen ($F(1; 121) = 9{,}472^{*}; \eta^2 = 0{,}073$) als auch auf die distale Skala ($F(1; 121) = 4{,}500^{*}; \eta^2 = 0{,}036$) zurückzuführen ist. Auf beiden Skalen wird die Kommunikationseffizienz bei der Verwendung von grafischen Darstellungen von leistungsstarken Befragten höher bewertet als von leistungsschwachen Befragten (vgl. Tab. D.12).

D.4.4 Proximale vs. distale Kommunikationseffizienz bei Verwendung von physikalischen Gleichungen

Im Zentrum des folgenden Abschnittes steht die Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen. Für sie sollen proximale und distale Vorstellungen miteinander verglichen werden. Dazu werden die Mittelwerte auf den Skalen zur proximalen Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen (KommEff-F-p) und zur distalen Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen (KommEff-F-d) miteinander verglichen. Diese Skalen gehen als Stufen des Innersubjektfaktors in das jeweilige ALM ein. Die relevanten Mittelwerte befinden sich in Tab. D.13 und Tab. D.14.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KommEff-F-p	Klasse 10	weiblich	0,19	0,78	55
		männlich	0,45	0,93	55
		gesamt	0,32	0,86	110
	Klasse 12	weiblich	0,29	0,89	55
		männlich	0,25	0,88	55
		gesamt	0,27	0,88	110
	Studierende	weiblich	0,50	0,82	55
		männlich	0,66	0,59	55
		gesamt	0,58	0,72	110
	gesamt	weiblich	0,33	0,83	165
		männlich	0,45	0,83	165
		gesamt	0,39	0,83	330
KommEff-F-d	Klasse 10	weiblich	0,70	0,81	55
		männlich	0,64	0,92	55
		gesamt	0,67	0,87	110
	Klasse 12	weiblich	0,77	0,67	55
		männlich	0,70	0,75	55
		gesamt	0,74	0,71	110
	Studierende	weiblich	0,83	0,66	55
		männlich	0,87	0,59	55
		gesamt	0,85	0,62	110
	gesamt	weiblich	0,77	0,72	165
		männlich	0,74	0,77	165
		gesamt	0,75	0,74	330

Tab. D.13: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (KommEff-F-p) und distalen (KommEff-F-d) Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
KommEff-F-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,36	0,92	21
		hohe Leistung	0,64	0,88	21
		gesamt	0,50	0,90	42
	Klasse 12	geringe Leistung	-0,15	0,76	23
		hohe Leistung	0,61	0,89	22
		gesamt	0,22	0,90	45
	Studierende	geringe Leistung	0,48	0,80	20
		hohe Leistung	0,88	0,53	20
		gesamt	0,68	0,70	40
	gesamt	geringe Leistung	0,21	0,86	64
		hohe Leistung	0,71	0,79	63
		gesamt	0,46	0,86	127
KommEff-F-d	Klasse 10	geringe Leistung	0,81	0,68	21
		hohe Leistung	1,02	1,01	21
		gesamt	0,92	0,85	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,61	0,96	23
		hohe Leistung	0,82	0,70	22
		gesamt	0,71	0,84	45
	Studierende	geringe Leistung	0,85	0,59	20
		hohe Leistung	0,88	0,60	20
		gesamt	0,86	0,59	40
	gesamt	geringe Leistung	0,75	0,77	64
		hohe Leistung	0,90	0,78	63
		gesamt	0,83	0,78	127

Tab. D.14: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der proximalen (KommEff-F-p) und distalen (KommEff-F-d) Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

Die Analyse von Stichprobe I mit Hilfe des ALM 1 liefert zunächst einen mittelstarken signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1;324) = 54{,}574^{**}; \eta^2 = 0{,}144$). Signifikante Interaktionseffekte für Innersubjektfaktor und Personengruppe ($F(2;324) = 1{,}348; p = 0{,}261$) oder Innersubjektfaktor und Geschlecht ($F(1;324) = 2{,}605; p = 0{,}107$) oder Innersubjektfaktor und Geschlecht und Personengruppe ($F(2;324) = 0{,}735; p = 0{,}480$) liegen nicht vor. Das heißt, es liegen gruppenübergreifend in etwa gleich große Unterschiede zwischen den Bewertungen der proximalen und distalen Kommunikationseffizienz bei Verwendung physikalischer Gleichungen vor. Wissenschaftlern wird dabei eine hohe Kommunikationseffizienz bei der Verwendung von physikalischen Gleichungen zugesprochen (MW: 0,75, StAbw: 0,74), während die Effizienz eigener Kommunikationsprozesse unter Verwendung von physikalischen Gleichungen weniger positiv bewertet wird (MW: 0,39, StAbw: 0,83). Auch hier fällt jedoch überraschend auf, dass überhaupt eine leicht positive Beurteilung vorliegt.

Bezüglich der Zwischensubjektfaktoren ergeben sich für Stichprobe I ein schwacher signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 4{,}162^{*}; \eta^2 = 0{,}025$), sowie nicht signifikante Effekte für den Faktor Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}466; p = 0{,}495$) und die Interaktion der Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2;324) = 0{,}528; p = 0{,}590$). Wie schon für die Kommuniaktionseffizienz grafischer Darstellungen zeigen univariate Varianzanalysen auch hier, dass der signifikante Haupteffekt für den Faktor Personengruppe durch die gruppenspezifischen Bewertungen der proximalen Kommunikationseffizienz bei der Verwendung physikalischer Gleichungen ($F(2;324) = 4{,}545^{*}; \eta^2 = 0{,}027$) hervorgerufen wird, während die distale Kommunikationseffizienz bei der Verwendung physikalischer Gleichungen sich zwischen den Gruppen nicht signifikant unterscheidet ($F(2;324) = 1{,}085; p = 0{,}187$). Während eine hohe Kommunikationseffizienz durch die Verwendung physikalischer Gleichungen im Wissenschaftsbetrieb von allen Personengruppen gesehen wird (MW: 0,75, StAbw: 0,74), ist dieses Bild für den persönlichen Umgang mit physikalischen Gleichungen also differenzierter. A-priori-Kontraste zeigen, dass die Studierenden (MW: 0,58, StAbw: 0,72) die Kommunikationseffizienz signifikant stärker wahrnehmen als Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 10 (MW: 0,31, StAbw: 0,86) und 12 (MW: 0,27, StAbw: 0,88), zwischen denen kein signifikanter Unterschied besteht.

Die Untersuchung von Stichprobe II hinsichtlich des Einflusses der Faktoren Personen- und Leistungsextremgruppe auf die Bewertung der beiden Skalen führt zu folgenden Resultaten. Neben dem schon beschriebenen mittelstarken Haupteffekt des Innersubjektfaktors ($F(1;121) = 22{,}454^{**}; \eta^2 = 0{,}157$) liegt ein schwacher Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und der Leistungsextremgruppe vor ($F(1;121) = 4{,}778^{*}; \eta^2 = 0{,}031$). Die Interaktionen zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe ($F(2;121) = 1{,}347; p = 0{,}264$) bzw. zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 0{,}875; p = 0{,}420$) sind hingegen statistisch nicht relevant. Demnach fallen die Bewertungsunterschiede der proximalen und distalen Kommunikationseffizienz bei Verwendung physikalischer Gleichungen für leistungsstarke Befragte anders aus als für leistungsschwache Befragte. Nachfolgeuntersuchungen zeigen, dass leistungsstarke Befragte den Unterschied zwischen proximaler (MW: 0,71, StAbw: 0,79) und distaler (MW: 0,90, StAbw: 0,78) Kommunikationseffizienz durch Verwendung von physikalischen Gleichungen (MW-Diff$_{+}$: 0,19) nicht in statistisch relevantem Ausmaß wahrnehmen ($F(1;121) = 3{,}235; p = 0{,}075$), also den Kommunnikationswert physikalischer Gleichungen für sich selbst und für Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftler ähnlich positiv beurteilen. Hingegen nehmen leistungsschwache Befragte einen mittelstarken signifikanten Unterschied wahr. Dabei wird die distale Kommunikationseffizienz (MW: 0,75, StAbw: 0,77) durch die Verwendung physikalischer Gleichungen deutlich positiver beurteilt als die proximale Kommunikationseffizienz (MW: 0,21, StAbw: 0,86) Die Mittelwertdifferenz beträgt MW-Diff$_-$ = 0,54 ($F(1;121) = 24{,}142^{**}; \eta^2 = 0{,}166$). Diese Mittelwertdifferenzen (MW-Diff$_\pm$) unterscheiden sich signifikant voneinander.

Hinsichtlich der Zwischensubjektfaktoren liefert ALM 2 einen schwachen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 7{,}092^{*}; \eta^2 = 0{,}055$). Der Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;121) = 2{,}372; p = 0{,}098$) und der Interaktionseffekt der beiden Faktoren ($F(2;121) = 0{,}539; p = 0{,}585$) sind nicht signifikant. Univariate Varianzanalysen zeigen, dass der beobachtete Haupteffekt des Zwischensubjektfaktors Leistungsextremgruppe auf die proximale Skala zur Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen, also die KommEff-F-p-Skala ($F(1;121) = 11{,}284^{**}; \eta^2 = 0{,}085$), nicht aber auf die entsprechende distale, also die KommEff-F-d-Skala ($F(1;121) = 1{,}163; p = 0{,}283$), zurückzuführen ist. Auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz bei der Verwendung von physikalischen Gleichungen erreichen leistungsstarke Befragte höhere Werte (MW: 0,71, StAbw: 0,79) als leistungsschwache Befragte (MW: 0,21, StAbw: 0,86).

D.4.5 Proximale Kommunikationseffizienz bei Verwendung von grafischen Darstellungen vs. physikalischen Gleichungen

In die Analysen, deren Ergebisse hier dargestellt werden, ging der Faktor Repräsentationsform mit seinen inzwischen bekannten Faktorstufen als Innersubjektfaktor ein. Es wird also der Frage nach Unterschieden in der Bewertung grafischer und symbolischer Repräsentationen hinsichtlich ihrer Kommunikationseffizienz nachgegangen. Die relevanten Mittelwerte sind in den bisher aufgeführten Tabellen D.11 und D.13 (nach Personengruppe und Geschlecht) bzw. den Tabellen D.12 und D.14 (nach Personengruppe und Leistung) zu finden und werden, um Wiederholungen zu vermeiden, nicht erneut aufgeführt.

Die Anwendung des ALM unter Betrachtung der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Geschlecht (ALM 1) liefert zunächst einen schwachen signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor Repräsentationsform ($F(1;324) = 16{,}419^{**}; \eta^2 = 0{,}048$). Ein signifikanter Interaktionseffekt des Innersubjektfaktors und des Faktors Personengruppe ($F(2;324) = 0{,}260; p = 0{,}771$) oder des Innersubjektfaktor und des Faktors Geschlecht ($F(1;324) = 1{,}127; p = 0{,}289$) oder des Innersubjektfaktors und der Faktoren Geschlecht und Personengruppe ($F(2;324) = 1{,}665; p = 0{,}191$) liegen nicht vor. Das heißt, es liegt ein Unterschied zwischen den Bewertungen von grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen hinsichtlich ihrer proximalen Kommunikationseffizienz vor. Dieser Unterschied ist dabei nicht gruppenspezifisch und grafische Darstellungen (MW: 0,61, StAbw: 0,69) werden positiver bewertet als physikalische Gleichungen (MW: 0,39, StAbw: 0,83).

Für die Zwischensubjektfaktoren ergeben sich bei der Untersuchung von Stichprobe I ein schwacher signifikanter Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;324) = 9{,}812^{**}; \eta^2 = 0{,}057$), sowie statistisch nicht relevante Effekte für den Faktor Geschlecht ($F(1;324) = 1{,}233; p = 0{,}286$) und die Interaktion der Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2;324) = 1{,}286; p = 0{,}278$). Univariate Varianzanalysen zeigen, dass der signifikante Haupteffekt für den Faktor Personengruppe sowohl auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz bei der Verwendung physikalischer Gleichungen ($F(2;324) = 4{,}545^*; \eta^2 = 0{,}027$) als auch auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz bei Verwendung von grafischen Darstellungen ($F(2;324) = 7{,}276^{**}; \eta^2 = 0{,}043$) wiederzufinden ist. Auf beiden Skalen wird die Kommunikationseffizienz jeweils durch Studierende höher bewertet als durch Schülerinnen und Schüler der 10. und 12. Klassenstufe, die sich nicht signifikant voneinander unterscheiden.

Die Untersuchung von Stichprobe II ergibt, abgesehen von dem schon beschriebenen schwachen Haupteffekt des Innersubjektfaktors ($F(1;121) = 7{,}575^*; \eta^2 = 0{,}059$) und dem auch hier nicht signifikanten Interaktionseffekt zwischen dem Innersubjektfaktor und der Personengruppe ($F(2;121) = 0{,}734; p = 0{,}320$), auch keine signifikanten Interaktionseffekte des Faktors Repräsentationsform mit dem Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}734; p = 0{,}393$) oder mit den Faktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 0{,}192; p = 0{,}826$).

Die Auswertung des Einflusses der Zwischensubjektfaktoren in Stichprobe II liefert – wie schon in Stichprobe I – einen schwachen signifikanten Haupteffekt für den Faktor Personengruppe ($F(2;121) = 4{,}903^*; \eta^2 = 0{,}075$) und zusätzlich einen mittelstarken Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 17{,}280^{**}; \eta^2 = 0{,}125$). Die Interaktion der beiden Faktoren liefert keinen signifikanten Effekt ($F(2;121) = 1{,}263; p = 0{,}287$). Univariate Varianzanalysen zeigen auch für diese Stichprobe, dass der beobachtete Haupteffekt des Zwischensubjektfaktors Personengruppe sowohl auf der Skala zur proximalen Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen, also der KommEff-F-p-Skala ($F(1;121) = 3{,}257^*; \eta^2 = 0{,}051$), als auch auf der die grafischen Darstellungen betreffenden KommEff-D-p-Skala ($F(1;121) = 3{,}606; \eta^2 = 0{,}056$) wiederzufinden ist. Apriori-Kontraste zeigen für beide Skalen, dass sich die Studierenden sowohl von den Schülerinnen und Schülern der 10. Klassenstufe als auch von denen der 12. Klassenstufe signifikant unterscheiden. Die Studierenden beurteilen dabei grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen hinsichtlich ihrer Kommunikationseffizienz positiver als die Schülerinnen und Schüler (vgl. Tab. D.12 und Tab. D.14).

Der mittelstarke Haupteffekt des Zwischensubjektfaktors Leistungsextremgruppe setzt sich aus zwei mittelstarken Effekten für die Bewertung der proximalen Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen ($F(1;121) = 11{,}284^{**}; \eta^2 = 0{,}085$) und physikalischer Gleichungen ($F(1;121) = 9{,}472^*; \eta^2 = 0{,}073$) zusammen. Leistungsstarke Befragte nehmen dabei sowohl grafische Darstellungen als auch physikalische Gleichungen deutlich positiver wahr (vgl. Tab. D.12 und Tab. D.14).

D.4.6 Distale Kommunikationseffizienz bei Verwendung von grafischen Darstellungen vs. physikalischen Gleichungen

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der vierten und letzten Untersuchung aus dem Bereich Kommunikationseffizienz vorgestellt. Dabei interessiert wieder der Unterschied zwischen grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen diesmal aber für die distale Kommunikationseffizienz. Entsprechend geht also der Faktor Repräsentationsform in das ALM als Innersubjektfaktor ein. Die relevanten Mittelwerte sind auch hier in den bisher aufgeführten Tabellen D.11 und D.13 (nach Personengruppe und Geschlecht) bzw. den Tabellen D.12 und D.14 (nach Personengruppe und Leistung) zu finden.

Hier entstehen für die Frage nach der Unterschiedlichkeit der Bewertungen von grafischen Darstellungen vs. physikalischen Gleichungen zwei widersprüchliche Ergebnisse. Zum einen liefert die Auswertung von Stichprobe I einen nicht signifikanten Haupteffekt für den Innersubjektfaktor ($F(1;324) = 2{,}580; p = 0{,}109$). Innerhalb von Stichprobe II erhält man jedoch einen schwachen signifikanten Haupteffekt des Innersubjektfaktors ($F(1;121) = 4{,}034^*; \eta^2 = 0{,}032$). Da eine Interaktion des Innersubjektfaktors mit dem Faktor Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}345; p = 0{,}558$) bzw. mit den Faktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}171; p = 0{,}843$) oder ein Haupteffekt des Zwischensubjektfaktors Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 3{,}585; p = 0{,}061$) bzw. eine Interaktion der Zwischensubjektfaktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}147; p = 0{,}863$) nicht vorliegen, ist es eher unwahrscheinlich, dass die eingeschränkte Auswahl der in der Stichprobe befindlichen Probanden für diesen Unterschied inhaltlich verantwortlich ist. Es scheint sich also um einen statistischen Effekt zu handeln. In diesem Fall ist der Analyse der größeren Stichprobe schon wegen der höheren Testpower (vgl. Abschnitt 8.1) der Vorzug zu geben, so dass davon auszugehen ist, dass sich physikalische Gleichungen und grafische Darstellungen hinsichtlich ihrer wahrgenommenen distalen Kommunikationseffizienz nicht unterscheiden, also ähnlich positiv bewertet werden. Auch hinsichtlich Geschlecht und/oder Personengruppenzugehörigkeit sind keine statistisch relevanten Effekte erkennbar (vgl. Tab. D.15).

D.4.7 Zusammenfassung

Auf den hier interessierenden Skalen werden durchweg relativ hohe Werte erreicht. Sowohl die Kommunikationsfunktion als auch die Kommunikationseffizienz werden also durchweg positiv bewertet. Obwohl es natürlich relativ leicht einsichtig ist, dass solche Repräsentationsformen Kommunikationsprozesse bei sinnvollem Einsatz positiv beeinflussen, erstaunt es dennoch, dass Lernende in Anbetracht des Abstraktionsgrades und notwendigen (De-)chiffrierungsprozesses dies auch so sehen.

D.4.7.1 Kommunikation: allgemein

Im Themenbereich der allgemeinen Kommunikationsfunktion liegen keine Hinweise darauf vor, dass sich die Bewertungen der proximalen und distalen Kommunikationsfunktion grafischer Darstellungen unterscheiden. Dieser Befund ist in der Regel unabhängig von der Zugehörigkeit zu einer bestimmten Personen- oder Leistungsgruppe oder dem Geschlecht der Befragten.

Die Ausprägung der Vorstellungen über die Eignung grafischer Darstellungen und physikalischer Gleichungen zur Kommunikation (proximal) unterscheiden sich hingegen deutlich voneinander. Das Ausmaß des Unterschiedes ist dabei unabhängig von Geschlecht oder Personengruppe, wird aber durch die Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe beeinflusst. Während leistungsstarke Befragte die proximale Kommunikationsfunktion von grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen ähnlich positiv beurteilen, werden grafische Darstellungen von leistungsschwachen Befragten deutlich bevorzugt. Grafische Darstellungen werden von beiden Leistungsextremgruppen gleich positiv bewertet. Während die proximale Kommunikationsfunktion physikalischer Gleichungen durch leistungsstarke Befragte stark positiv bewertet wird, ist dies für leistungsschwache Befragte in wesentlich geringerem Ausmaß der Fall (mittlerer Effekt).

			df	F	p	η^2
Stichprobe I ($N = 330$, $df_{Fehler} = 324$)	ISE	KommEff.distal (grafisch vs. symbolisch)	1	2,580	0,109	0,008
		KommEff.distal x Personengruppe	2	1,67 9	0,188	0,010
		KommEff.distal x Geschlecht	1	0,361	0,548	0,001
		KommEff.distal x Personengruppe x Geschlecht	2	0,057	0,944	0,000
	ZSE	Personengruppe	2	1,324	0,268	0,008
		Geschlecht	1	0,002	0,966	0,000
		Personengruppe x Geschlecht	2	0,546	0,580	0,003
Stichprobe II ($N = 127$, $df_{Fehler} = 121$)	ISE	KommEff.distal (grafisch vs. symbolisch)	1	4,034	0,047	0,032
		KommEff.distal x Personengruppe	2	0,208	0,812	0,003
		KommEff.distal x Leistungsgruppe	1	0,345	0,558	0,003
		KommEff.distal x Personengruppe x Leistungsgruppe	2	0,171	0,843	0,003
	ZSE	Personengruppe	2	0,847	0,431	0,014
		Leistungsgruppe	1	3,585	0,061	0,029
		Personengruppe x Leistungsgruppe	2	0,147	0,863	0,002

Tab. D.15: Ergebnisse der dreifaktoriellen Varianzanalysen im Themenbereich Kommunikationseffizienz (distal) mit Messwiederholung auf einem Faktor (ISE - Innersubjekteffekte, ZSE - Zwischensubjekteffekte)

D.4.7.2 Kommunikation: Kommunikationseffizienz

Bezüglich der Kommunikationseffizienz können vier Fragestellungen unterschieden werden, auf die nun der Reihe nach eingegangen wird. Zunächst geht es um die Frage, ob die Befragten einen Unterschied zwischen der distalen und proximalen Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen wahrnehmen. Im Allgemeinen ist dies nicht der Fall. Lediglich die Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 beurteilen die proximale Kommunikationseffizienz negativer als die distale Kommunikationseffizienz bei der Verwendung von grafischen Darstellungen. Studierende und Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe bewerten distale und proximale Kommunikationseffizienz gleich positiv. Während die distale Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen von allen Personengruppen in etwa gleich positiv bewertet wird, ist dies bei der proximalen Kommunikationseffizienz nicht der Fall. Hier fallen die Bewertungen der Studierenden positiver aus. Es handelt sich jedoch um kleine Effekte. Leistungsstarke Befragte bewerten sowohl die distale als auch die proximale Kommunikationseffizienz grafischer Darstellungen deutlich positiver, als leistungsschwache Befragte (mittlerer Effekt). Das Geschlecht der Befragten spielt auch hier keine Rolle.

Bezüglich der distalen und proximalen Kommunikationseffizienz physikalischer Gleichungen liegen personengruppen- und geschlechtsunabhängige Ausprägungsunterschiede vor. Dabei wird der Einfluss physikalischer Gleichungen auf die proximale Kommunikationseffizienz weniger positiv beurteilt als der Einfluss auf die distale Kommunikationseffizienz. Hinsichtlich der Leistungsextremgruppen ist zunächst festzustellen, dass leistungsschwache Befragte zwischen den distalen und proximalen Beurteilungen deutliche Unterschiede zugunsten der distalen Kommunikationseffizienz machen, während leistungsstarke Befragte die distale und proximale Kommunikationseffizienz gleich positiv beurteilen. Die Beurteilungen der distalen Kommunikationseffizienz unterscheiden sich zwischen den Leistungsextremgruppen nicht, leistungsschwache Befragte beurteilen allerdings den Einfluss physikalischer Gleichungen auf die Effizienz eigener Kommunikationsprozesse wesentlich weniger positiv als den Einfluss auf die Effizienz von Kommunikationsprozessen zwischen Wissenschaftlern.

Ein Unterschied (kleiner Effekt) liegt auch bei der Beurteilung physikalischer Gleichungen und grafischer Darstellungen hinsichtlich der mit ihnen verbundenen proximalen Kommunikationseffizienz vor. Weder die Personengruppe, noch das Geschlecht oder die Leistungsextremgruppe beeinflussen das Ausmaß in dem grafische Darstellungen positiver bewertet werden als physikalische Gleichungen. Grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen werden aber hinsichtlich ihres Einflusses auf die proximale Kommunikationseffizienz, wie schon erwähnt, von Studierenden deutlich positiver bewertet als von Schülerinnen und Schülern (kleiner Effekt). Ebenso werden grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen hinsichtlich ihres Einflusses auf die proximale Kommunikationseffizienz, wie schon erwähnt, von leistungsstarken Befragten positiver bewertet als von leistungsschwachen Befragten (mittlerer Effekt).

Schließlich ist die Frage, ob physikalische Gleichungen und grafische Darstellungen hinsichtlich der mit ihnen verbundenen distalen Kommunikationseffizienz verschieden wahrgenommen werden, negativ zu beantworten. Der Einfluss mathematischer Repräsentationsformen auf die distale Kommunikationseffizienz wird also relativ homogen positiv beurteilt. Weder Personengruppe noch Geschlecht oder Leistungsextremgruppe haben hier einen signifikanten Einfluss.

D.5 Objektivität bei der Verwendung mathematischer Darstellungen

Auch in diesem Themenbereich geht die Repräsentationsform als zweistufiger Innersubjektfaktor in das ALM ein. Es wird also auch hier nach Unterschieden in der Wahrnehmung physikalischer Gleichungen und grafischer Darstellungen durch die Lernenden gefragt. Die folgenden Analysen erfolgen vorbehaltlich des in Abschnitt C.5 angesprochen Reliabilitätsproblems. Auch hier sei zunächst auf die relevanten Mittelwerte und ihre Standardabweichungen verwiesen (vgl. Tab. D.16 und Tab. D.17).

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
O-F	Klasse 10	weiblich	0,38	0,62	55
		männlich	0,44	0,63	55
		gesamt	0,41	0,62	110
	Klasse 12	weiblich	0,23	0,44	55
		männlich	0,27	0,64	55
		gesamt	0,25	0,55	110
	Studierende	weiblich	0,23	0,52	55
		männlich	0,21	0,61	55
		gesamt	0,22	0,56	110
	gesamt	weiblich	0,28	0,53	165
		männlich	0,30	0,63	165
		gesamt	0,29	0,58	330
O-D	Klasse 10	weiblich	0,64	0,55	55
		männlich	0,55	0,63	55
		gesamt	0,59	0,59	110
	Klasse 12	weiblich	0,36	0,53	55
		männlich	0,41	0,56	55
		gesamt	0,38	0,55	110
	Studierende	weiblich	0,41	0,60	55
		männlich	0,41	0,63	55
		gesamt	0,41	0,62	110
	gesamt	weiblich	0,47	0,57	165
		männlich	0,45	0,61	165
		gesamt	0,46	0,59	330

Tab. D.16: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der wahrgenommenen Objektivität durch Verwendung von physikalischen Gleichungen (O-F) und grafischen Darstellungen (O-D) nach Personengruppe und Geschlecht

Für die Frage nach der Unterschiedlichkeit der Bewertungen von grafischen Darstellungen vs. physikalischen Gleichungen hinsichtlich der Objektivität bei ihrer Verwendung lässt sich in beiden Stichproben ein signifikanter schwacher Haupteffekt für den Inner-

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
O-F	Klasse 10	geringe Leistung	0,52	0,89	21
		hohe Leistung	0,54	0,39	21
		gesamt	0,53	0,68	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,14	0,63	23
		hohe Leistung	0,39	0,61	22
		gesamt	0,27	0,63	45
	Studierende	geringe Leistung	0,37	0,44	20
		hohe Leistung	0,13	0,55	20
		gesamt	0,25	0,50	40
	gesamt	geringe Leistung	0,34	0,69	64
		hohe Leistung	0,36	0,54	63
		gesamt	0,35	0,62	127
O-D	Klasse 10	geringe Leistung	0,67	0,65	21
		hohe Leistung	0,52	0,55	21
		gesamt	0,60	0,60	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,25	0,56	23
		hohe Leistung	0,44	0,60	22
		gesamt	0,34	0,58	45
	Studierende	geringe Leistung	0,63	0,67	20
		hohe Leistung	0,37	0,61	20
		gesamt	0,50	0,64	40
	gesamt	geringe Leistung	0,51	0,65	64
		hohe Leistung	0,44	0,58	63
		gesamt	0,48	0,61	127

Tab. D.17: Mittelwerte der Skalen zur Beurteilung der wahrgenommenen Objektivität durch Verwendung von physikalischen Gleichungen (O-F) und grafischen Darstellungen (O-D) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe subjektfaktor nachweisen (Stichprobe I: $F(1;324) = 20{,}735^{**}; \eta^2 = 0{,}060$ bzw. Stichprobe II: $F(1;121) = 5{,}023^{*}; \eta^2 = 0{,}040$). Die Interaktionseffekte des Innersubjektfaktors mit den Zwischensubjektfaktoren Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}516; p = 0{,}474$) oder Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}281; p = 0{,}596$) oder Personengruppe (Stichprobe I: $F(2;324) = 0{,}234; p = 0{,}791$ bzw. Stichprobe II: $F(2;121) = 1{,}076; p = 0{,}344$) sowie die Interaktionseffekte höherer Ordnung (Innersubjektfaktor x Personengruppe x Geschlecht: $F(2;324) = 0{,}570; p = 0{,}566$ bzw. Innersubjektfaktor x Personengruppe x Leistungsextremgruppe: $F(2;121) = 0{,}111; p = 0{,}895$) sind alle nicht signifikant. Die den Repräsentationsformen zugeschriebene Objektivität wird also subgruppenübergreifend ähnlich unterschiedlich bewertet. Grafischen Darstellungen (MW: 0,46, StAbw: 0,59) wird dabei eine etwas höhere Objektivität zugeschrieben als physikalischen Gleichungen (MW: 0,29, StAbw: 0,58). Dieses Ergebnis überrascht, gelten doch Gleichungen im Allgemeinen als die Darstellungsform einer Wissenschaft (der Mathematik), die im Allgemeinen mit hoher Objektivität konnotiert ist.

Die Auswertung der Zwischensubjektfaktoren ergibt nicht signifikante Haupteffekte der Faktoren Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}005; p = 0{,}946$) und Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}113; p = 0{,}737$), sowie nicht signifikante Interaktionseffekte mit dem Zwischensubjektfaktor Personengruppe (Personengruppe x Leistung: $F(2;121) = 2{,}260; p = 0{,}109$ bzw. Personengruppe x Geschlecht: $F(2;324) = 0{,}138; p = 0{,}871$) in den jeweiligen Stichproben. Hinsichtlich des Haupteffektes des Zwischensubjektfaktors Personengruppe liefern die Analysen in beiden Stichproben widersprüchliche Ergebnisse. Während in Stichprobe I ein schwacher signifikanter Haupteffekt festzustellen ist ($F(2;324) = 5{,}463^{**}; \eta^2 = 0{,}033$), der mit univariaten Varianzanalysen auf beiden Skalen wiederzufinden ist (physikalische Gleichungen: $F(2;324) = 3{,}228^{*}; \eta^2 = 0{,}020$ bzw. grafische Darstellungen: $F(2;324) = 4{,}137^{*}; \eta^2 = 0{,}025$), findet man in Stichprobe II keinen solchen Effekt ($F(2;121) = 2{,}863; p = 0{,}061$). Posthoc-Analysen nach Bonferroni zeigen, dass sich der Effekt in Stichprobe I auf einen Unterschied zwischen dem Antwortverhalten der Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 10 und den anderen Befragungsgruppen zurückführen lässt. Demnach nehmen ZehntklässlerInnen ein höheres Maß an Objektivität bei der Verwendung mathematischer Darstellungen wahr als ZwölftklässlerInnen oder Studierende. Dieser Effekt ist a) sehr schwach und b) offenbar stichprobenabhängig bzw. erst mit großer Testpower nachweisbar. Daher sollte er bestenfalls vorsichtig interpretiert werden. Lässt man sich darauf ein, so sieht es so aus, als würden Lernende mit zunehmender Fähigkeit der Aussagekraft und Gültigkeit von mathematischen Darstellungen kritischer gegenüberstehen.

D.5.1 Zusammenfassung

Die Objektivität, die mit der Verwendung mathematischer Darstellungen (also grafischer Darstellungen und physikalischer Gleichungen) einhergeht, wird wahrgenommen – allerdings in geringem Ausmaß. Subgruppenunabhängig ist davon auszugehen, dass grafischen Darstellungen eine etwas höhere Objektivität zugeschrieben wird als physikalischen Gleichungen (kleiner Effekt), was ein überraschendes Ergebnis darstellt. Außerdem liegt ein Hinweis darauf vor, dass Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe das Ausmaß der mit der Verwendung mathematischer Darstellungen einhergehenden Objektivität höher beurteilen, als Studierende oder Schülerinnen und Schüler der 12. Klassenstufe, zwischen deren Vorstellungsausprägung kein Unterschied besteht.

D.6 Ästhetik mathematischer Darstellungen

Auch in diesem Abschnitt ist der Vergleich der Repräsentationsformen beabsichtigt, weshalb dieser Faktor als Innersubjektfaktor in das ALM eingeht. Die folgenden Analysen erfolgen vorbehaltlich des in Abschnitt C.6 vorgestellten Ergebnisses der konfirmatorischen Faktorenanalysen. Diese fielen negativ aus, während exploratorische Verfahren erfolgreich angewendet werden konnten. Auch hier sei zunächst auf die relevanten Mittelwerte und ihre Standardabweichungen verwiesen (vgl. Tab. D.18 und Tab. D.19).

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Aest-D	Klasse 10	weiblich	-0,60	0,88	55
		männlich	-0,54	0,81	55
		gesamt	-0,57	0,84	110
	Klasse 12	weiblich	-0,58	0,85	55
		männlich	-0,42	0,80	55
		gesamt	-0,50	0,82	110
	Studierende	weiblich	0,06	0,75	55
		männlich	0,35	0,83	55
		gesamt	0,21	0,80	110
	gesamt	weiblich	-0,37	0,88	165
		männlich	-0,20	0,90	165
		gesamt	-0,29	0,89	330
Aest-F	Klasse 10	weiblich	-0,57	0,86	55
		männlich	-0,43	0,77	55
		gesamt	-0,50	0,81	110
	Klasse 12	weiblich	-0,63	0,90	55
		männlich	-0,47	0,94	55
		gesamt	-0,55	0,92	110
	Studierende	weiblich	0,30	0,74	55
		männlich	0,52	0,84	55
		gesamt	0,41	0,79	110
	gesamt	weiblich	-0,30	0,94	165
		männlich	-0,13	0,96	165
		gesamt	-0,22	0,95	330

Tab. D.18: Mittelwerte der Skalen zur wahrgenommenen Ästhetik grafischer Darstellungen (Aest-D) und physikalischer Gleichungen (Aest-F) nach Personengruppe und Geschlecht

Zunächst fällt auf, dass in der Regel keine den Innersubjektfaktor Repräsentationsform (grafisch vs. symbolisch) betreffenden Haupt- oder Interaktionseffekte zu verzeichnen sind (vgl. Tab. D.20). Die einzige Ausnahme bildet hier ein schwacher Interakti-

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Aest-D	Klasse 10	geringe Leistung	-0,88	0,80	21
		hohe Leistung	-0,24	1,07	21
		gesamt	-0,56	0,99	42
	Klasse 12	geringe Leistung	-0,45	0,89	23
		hohe Leistung	-0,15	0,81	22
		gesamt	-0,30	0,86	45
	Studierende	geringe Leistung	0,01	0,64	20
		hohe Leistung	0,53	0,74	20
		gesamt	0,27	0,73	40
	gesamt	geringe Leistung	-0,45	0,86	64
		hohe Leistung	0,04	0,93	63
		gesamt	-0,21	0,92	127
Aest-F	Klasse 10	geringe Leistung	-0,59	0,91	21
		hohe Leistung	-0,16	0,91	21
		gesamt	-0,37	0,92	42
	Klasse 12	geringe Leistung	-0,67	1,03	23
		hohe Leistung	-0,11	0,86	22
		gesamt	-0,40	0,98	45
	Studierende	geringe Leistung	0,03	0,52	20
		hohe Leistung	0,87	0,63	20
		gesamt	0,45	0,71	40
	gesamt	geringe Leistung	-0,42	0,90	64
		hohe Leistung	0,19	0,93	63
		gesamt	-0,12	0,96	127

Tab. D.19: Mittelwerte der Skalen zur wahrgenommenen Ästhetik grafischer Darstellungen (Aest-D) und physikalischer Gleichungen (Aest-F) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe onseffekt zwischen Innersubjektfaktor und Personengruppe in Stichprobe I, der sich in Stichprobe II nicht zeigt. Geht man ihm nach, so stellt man fest, dass lediglich Studierende grafische Darstellungen und physikalische Gleichungen verschieden bewerten ($F(1; 324) = 10{,}062^{**}; \eta^2 = 0{,}03$). Sie halten Gleichungen (MW: 0,41, StAbw: 0,79) für ästhetischer als Diagramme (MW: 0,21, StAbw: 0,80), während Schülerinnen und Schüler beide Repräsentationsformen gleichermaßen unästhetisch finden (MW: ca. -0,50).

In beiden Stichproben ergeben sich relativ starke signifikante Haupteffekte für den Faktor Personengruppe. Univariate Varianzanalysen zeigen, dass diese Effekte sowohl auf der Skala zur Ästhetik grafischer Darstellungen ($F(2; 324) = 30{,}102^{**}; \eta^2 = 0{,}157$) als auch zur Ästhetik physikalischer Gleichungen ($F(2; 324) = 45{,}261^{**}; \eta^2 = 0{,}218$) zu finden sind. Während Schülerinnen und Schüler diese Ästhetik bestreiten, stimmen Studierende den Items eher zu, wie nach Bonferroni korrigierte Mehrfachvergleiche zeigen.

Für den Faktor Geschlecht ergibt sich ein signifikanter, schwacher Haupteffekt. Der Versuch, diesen auf mindestens einer der Skalen zu verorten, schlägt allerdings fehl (grafisch: $F(1; 324) = 3{,}719; p = 0{,}055$, symbolisch: $F(1; 324) = 3{,}337; p = 0{,}069$), weshalb ihm hier keine weitere Bedeutung beigemessen wird.

Schließlich ergibt sich ein signifikanter Haupteffekt für den Faktor Leistungsextremgruppe, der sowohl auf der Skala zur Ästhetik grafischer Darstellungen ($F(1; 121) = 10{,}594^{**}; \eta^2 = 0{,}081$) als auch zur Ästhetik physikalischer Gleichungen ($F(1; 121) = 16{,}934^{**}; \eta^2 = 0{,}123$) zu verorten ist. Auf beiden Skalen wird die Ästhetik der jeweiligen Repräsentationsform von leistungsstarken Lernern positiver beurteilt, als von leistungsschwachen Lernenden, die die behauptete Ästhetik deutlich verneinen.

D.6.1 Zusammenfassung

Bei der Frage nach der Ästhetik kann man im Gegensatz zu den meisten anderen Themenbereichen keinen allgemeinen gruppenübergreifenden Unterschied in der Bewertung bzw. Wahrnehmung der verschiedenen Repräsentationsformen feststellen. Lediglich Studierende unterscheiden in ihrem Urteil zwischen der Ästhetik von grafischen Darstellungen und physikalischen Gleichungen zugunsten letzterer. Sowohl für die Bewertung der Ästhetik grafischer Darstellungen als auch für die Bewertung der Ästhetik physikalischer Gleichungen lässt sich für die Schülerinnen und Schüler eine Ablehnung, für die Studierenden eine leichte Zustimmung feststellen. Schließlich beurteilen leistungsschwache Lernende die Ästhetik beider Repräsentationsformen negativ, während leistungsstarke Befragte tendenziell positive Bewertungen abgeben.

D.7 Epistemologische Vorstellungen

Im Folgenden werden die verwendbaren Skalen zu den epistemologischen Vorstellungen (im engeren Sinne) ausgewertet. Es handelt sich dabei um Vorstellungen zur

- Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen (distal),
- Erkenntnisgewinnung mit Hilfe physikalischer Gleichungen (proximal),
- naiv realistischen Auffassung physikalischer Gleichungen (distal),
- zeitlichen Veränderung physikalischer Gleichungen (distal).

			df	F	p	η^2
Stichprobe I ($N = 330$, $df_{Fehler} = 324$)	ISE	Ästhetik (grafisch vs. symbolisch)	1	3,821	0,051	0,012
		Ästhetik x Personengruppe	2	4,081	0,018	0,025
		Ästhetik x Geschlecht	1	0,004	0,951	0,000
		Ästhetik x Personengruppe x Geschlecht	2	0,355	0,702	0,002
	ZSE	Personengruppe	2	44,401	0,000	0,215
		Geschlecht	1	4,200	0,041	0,013
		Personengruppe x Geschlecht	2	0,277	0,758	0,002
Stichprobe II ($N = 127$, $df_{Fehler} = 121$)	ISE	Ästhetik (grafisch vs. symbolisch)	1	2,057	0,154	0,017
		Ästhetik x Personengruppe	2	2,167	0,119	0,035
		Ästhetik x Leistungsextremgruppe	1	0,968	0,327	0,008
		Ästhetik x Personengruppe x Leistungsextremgruppe	2	1,774	0,174	0,028
	ZSE	Personengruppe	2	14,251	0,000	0,191
		Leistungsextremgruppe	1	16,642	0,000	0,121
		Personengruppe x Leistungsextremgruppe	2	0,268	0,765	0,004

Tab. D.20: Ergebnisse der dreifaktoriellen Varianzanalysen im Themenbereich Ästhetik mit Messwiederholung auf einem Faktor (ISE - Innersubjekteffekte, ZSE - Zwischensubjekteffekte)

Hier zeigt sich eine ähnliche Situation wie schon im Themenbereich Exaktheit durch Verwendung mathematischer Darstellungen. Die einzelnen Skalen liegen relativ isoliert vor. Weder die Konstruktion einer analogen Skala für die jeweils andere Konstruktebene oder die jeweils andere Repräsentationsform sind gelungen (vgl. C.7). Daher ist ein ALM hier nicht anwendbar, jedenfalls nicht in der bisher zumeist benutzen Form, denn der Innersubjektfaktor ist hier jeweils nur einstufig. Dies entspricht dem Fall einer univariaten Varianzanalyse, die hier für jede der Skalen in beiden Stichproben angewendet wird.

D.7.1 Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen in der Physik

Die relevanten Mittelwerte und ihre Standardabweichungen findet man in Tab. D.21 und Tab. D.22.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Beweis-d	Klasse 10	weiblich	0,63	0,63	55
		männlich	0,74	0,83	55
		gesamt	0,69	0,74	110
	Klasse 12	weiblich	0,38	0,61	55
		männlich	0,43	0,61	55
		gesamt	0,40	0,61	110
	Studierende	weiblich	-0,01	0,70	55
		männlich	0,01	0,85	55
		gesamt	0,00	0,77	110
	gesamt	weiblich	0,33	0,69	165
		männlich	0,39	0,82	165
		gesamt	0,36	0,76	330

Tab. D.21: Mittelwerte der Skala epistemologischer Vorstellungen zur Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen in der Wissenschaft Physik (Epi-Beweis-d) nach Personengruppe und Geschlecht

Auf dieser Skala unterscheiden sich weder die Leistungsextremgruppen ($F(1;121) = 0{,}000; p = 0{,}991$) noch die Geschlechter ($F(1;324) = 0{,}660; p = 0{,}417$) signifikant voneinander. Auch die Interaktionseffekte Personengruppe x Geschlecht ($F(2;324) = 0{,}108; p = 0{,}897$) bzw. Personengruppe x Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 1{,}405; p = 0{,}249$) sind nicht signifikant. In beiden untersuchten Stichproben zeigt sich jedoch ein hochsignifikanter mittelstarker Haupteffekt des Faktors Personengruppe (Stichprobe I: $F(2;324) = 25{,}844^{**}; \eta^2 = 0{,}138$, Stichprobe II: $F(2;121) = 11{,}522^{**}; \eta^2 = 0{,}160$). Nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche zeigen, dass dieser Effekt auf hochsignifikante Unterschiede zwischen den Gruppen zurückzuführen ist. Offenbar nimmt die Vorstellung, dass physikalische Gleichungen bewiesen werden können, mit dem Alter ab. Während Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe dieser These deutlich zustimmend gegenüberstehen (MW: 0,69, StAbw: 0,74), ist das Ausmaß an Zustimmung bei den Schülerinnen und Schülern der 12. Klassenstufe signifikant geringer (MW: 0,40, StAbw: 0,61) und Stu-

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Beweis-d	Klasse 10	geringe Leistung	0,72	0,83	21
		hohe Leistung	0,75	0,66	21
		gesamt	0,74	0,74	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,26	0,66	23
		hohe Leistung	0,50	0,72	22
		gesamt	0,38	0,69	45
	Studierende	geringe Leistung	0,13	0,59	20
		hohe Leistung	-0,13	0,70	20
		gesamt	0,00	0,65	40
	gesamt	geringe Leistung	0,37	0,73	64
		hohe Leistung	0,38	0,78	63
		gesamt	0,38	0,75	127

Tab. D.22: Mittelwerte der Skala epistemologischer Vorstellungen zur Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen in der Wissenschaft Physik (Epi-Beweis-d) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

dierende stimmen ihr nicht mehr zu (MW: 0,00, StAbw: 0,77), lehnen sie aber auch nicht ab. Dieser Befund ist, wie erwähnt, leistungsunabhängig.

D.7.2 Erkenntnisgewinnung durch Gleichungen im Physikunterricht

Die vorliegenden Mittelwerte (vgl. Tab. D.23 und Tab. D.24) lassen auf eine eher unentschlossene, bestenfalls geringfügig zustimmende Haltung der Befragten schließen. Demnach nehmen die Befragten den Einsatz physikalischer Gleichungen zur Erkenntnisgewinnung wahr, diese Wahrnehung ist jedoch nicht sonderlich deutlich. Weder das Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}372; p = 0{,}542$) oder die Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 0{,}217; p = 0{,}642$) noch die Zugehörigkeit zu einer Personengruppe (Stichprobe I: $F(2;324) = 0{,}117; p = 0{,}890$, Stichprobe II: $F(2;121) = 1{,}493; p = 0{,}229$) zeigen einen Effekt auf diese Einschätzung. Die Interaktionseffekte Personengruppe x Geschlecht ($F(2;324) = 0{,}700; p = 0{,}497$) bzw. Personengruppe x Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 0{,}700; p = 0{,}497$) sind ebenfalls nicht signifikant.

D.7.3 Naiv realistische Auffassung von Gleichungen

Die folgenden Analysen sind unter dem Vorbehalt zu sehen, dass über die Eignung der Skala zum Mehrgruppenvergleich keine Aussagen getroffen werden können (vgl. Abschnitt C.7.4). Je höher die erreichten Werte auf dieser Skala sind, desto eher werden physikalische Gleichungen naiv als ein realistisches Abbild der Natur gesehen. Hier stehen also hohe Skalenwerte für eher unerwünschte Einstellungen. Einen Überblick über die Mittelwerte und ihre Standardabweichungen bieten Tab. D.25 und Tab. D.26.

Auf dieser Skala kommt es zu Interaktionseffekten zwischen den Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2;324) = 7{,}278^{**}; \eta^2 = 0{,}043$) bzw. Personengruppe und Leis-

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-ErkGew-p	Klasse 10	weiblich	0,13	0,70	55
		männlich	0,21	0,76	55
		gesamt	0,17	0,73	110
	Klasse 12	weiblich	0,27	0,74	55
		männlich	0,13	0,78	55
		gesamt	0,20	0,76	110
	Studierende	weiblich	0,19	0,67	55
		männlich	0,12	0,68	55
		gesamt	0,15	0,67	110
	gesamt	weiblich	0,20	0,70	165
		männlich	0,15	0,74	165
		gesamt	0,17	0,72	330

Tab. D.23: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zur Erkenntnisgewinnung mithilfe physikalischer Gleichungen im Physikunterricht (Epi-ErkGew-p) nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-ErkGew-p	Klasse 10	geringe Leistung	0,30	0,74	21
		hohe Leistung	0,48	0,66	21
		gesamt	0,39	0,70	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,29	0,71	23
		hohe Leistung	0,24	0,99	22
		gesamt	0,27	0,85	45
	Studierende	geringe Leistung	0,08	0,65	20
		hohe Leistung	0,13	0,66	20
		gesamt	0,11	0,65	40
	gesamt	geringe Leistung	0,23	0,69	64
		hohe Leistung	0,29	0,79	63
		gesamt	0,26	0,74	127

Tab. D.24: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zur Erkenntnisgewinnung mithilfe physikalischer Gleichungen im Physikunterricht (Epi-ErkGew-p) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Abbild-d	Klasse 10	weiblich	0,05	0,80	55
		männlich	0,38	0,79	55
		gesamt	0,22	0,80	110
	Klasse 12	weiblich	0,01	0,77	55
		männlich	0,16	0,68	55
		gesamt	0,08	0,73	110
	Studierende	weiblich	0,04	0,72	55
		männlich	-0,38	0,74	55
		gesamt	-0,17	0,76	110
	gesamt	weiblich	0,04	0,76	165
		männlich	0,05	0,80	165
		gesamt	0,04	0,78	330

Tab. D.25: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zum naiv realistischen Abbildcharakter physikalischer Gleichungen in der Physik (Epi-Abbild-d) nach Personengruppe und Geschlecht

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Abbild-d	Klasse 10	geringe Leistung	-0,04	0,89	21
		hohe Leistung	0,63	0,60	21
		gesamt	0,30	0,82	42
	Klasse 12	geringe Leistung	0,03	0,69	23
		hohe Leistung	0,14	0,63	22
		gesamt	0,08	0,66	45
	Studierende	geringe Leistung	0,13	0,62	20
		hohe Leistung	-0,22	0,67	20
		gesamt	-0,04	0,66	40
	gesamt	geringe Leistung	0,04	0,73	64
		hohe Leistung	0,19	0,71	63
		gesamt	0,11	0,72	127

Tab. D.26: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zum naiv realistischen Abbildcharakter physikalischer Gleichungen in der Physik (Epi-Abbild-d) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

tungsextremgruppe ($F(2;121) = 5{,}706^{**}; \eta^2 = 0{,}086$). Die Zugehörigkeit zu einer Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 1{,}385; p = 0{,}242$) oder einem Geschlecht ($F(1;324) = 0{,}038; p = 0{,}845$) allein hingegen haben keinen signifikanten Einfluss auf die Beurteilung des gegebenen Sachverhalts. Für den einfachen Effekt der Personengruppe ergeben sich widersprüchliche Ergebnisse (Stichprobe I: $F(2;324) = 7{,}350^{**}; \eta^2 = 0{,}043$, Stichprobe II: $F(2;121) = 2{,}562; p = 0{,}081$), die hier jedoch ohnehin nicht relevant sind, da die Interpretation der Interaktionseffekte im Mittelpunkt steht.

Diese kann man als Hinweis darauf deuten, dass sich innerhalb der Personengruppen die Faktoren Leistungsextremgruppe und Geschlecht unterschiedlich auswirken. So gesehen existiert in der 10. Klassenstufe ein signifikanter Unterschied (mittlerer Effekt) zwischen den leistungsstarken (MW: 0,63, StAbw: 0,82) und leistungsschwachen (MW: -0,04, StAbw: 0,89) Lernern ($F(1;121) = 10{,}080^{**}; \eta^2 = 0{,}077$). Während leistungsschwache Lernende den Aussagen im Mittel eher unentschlossen gegenüber stehen, sind leistungsstarke Lernende der Klassenstufe 10 eher der Überzeugung, dass physikalische Gleichungen direkte Abbilder der Realität darstellen. Hier ließe sich die These aufstellen, dass eine solche Sichtweise vielleicht sogar hilfreich ist, um Physik zu lernen. In der Klassenstufe 12 ($F(1;121) = 0{,}273; p = 0{,}602$) und bei den Studierenden ($F(1;121) = 2{,}584; p = 0{,}111$) sind die Mittelwertunterschiede hingegen nicht mehr signifikant. Eine andere, potenziell bedeutungsvollere Lesart ergibt sich, wenn man (unzulässiger Weise, da es sich nicht um eine Längsschnittstudie handelt) eine mögliche Entwicklung der Leistungsextremgruppen ins Auge fasst. Dann zeigt sich für die leistungsschwachen Befragten keine Entwicklung ($F(2;121) = 0{,}327; p = 0{,}722$), während die Altersgruppen der leistungsstarken Befragten sich deutlich voneinander unterscheiden ($F(2;121) = 7{,}940^{**}; \eta^2 = 0{,}116$). Hier deutet sich eine Entwicklung an, die von unangemessenen Vorstellungen in Klasse 10 hin zu eher angemessenen Vorstellungen bei den Studierenden führt. Nach Bonferroni adjustierte paarweise Vergleiche zeigen, dass sich die leistungsstarken Lerner der 10. Klassenstufe signifikant von den leistungsstarken Studierenden unterscheiden. Beide Gruppen unterscheiden sich jedoch nicht signifikant von den leistungsstarken Lernern der Klassenstufe 12 (vgl. Tab. D.26). Dies kann man als Hinweis auf einen Zusammenhang zwischen Lernleistung und epistemologischen Vorstellungen auffassen.

Ein ähnliches Bild ergibt sich bei der Interpretation des Interaktionseffektes der Faktoren Geschlecht und Personengruppe. Während sich in Klassenstufe 10 Schülerinnen und Schüler in ihrem Urteil auf dieser Skala signifikant voneinander unterscheiden ($F(1;324) = 5{,}033^{*}; \eta^2 = 0{,}015$), ist dies für Schülerinnen und Schüler der Klassenstufe 12 nicht der Fall ($F(1;324) = 1{,}032; p = 0{,}143$). Bei den Studierenden zeigt sich erneut ein signifikanter Unterschied zwischen den Geschlechtergruppen ($F(1;324) = 8{,}530^{**}; \eta^2 = 0{,}026$), allerdings diesmal mit umgekehrtem Vorzeichen (vgl. Tab. D.25). Will man auch hier wieder (auch hier unzulässiger Weise) aus einer Entwicklungsperspektive auf die Daten blicken, so stellt sich heraus, dass weibliche Befragte aller Altersgruppen gleichartig unentschieden auf die Items reagieren ($F(2;324) = 0{,}047; p = 0{,}954$), während männliche Befragte von einer eher unangemessenenen Vorstellung in Klassenstufe 10 zu einer eher angemessenen Vorstellung im Studium finden ($F(2;324) = 14{,}582^{**}; \eta^2 = 0{,}083$). Wie dies zu begründen sein könnte, bleibt hier offen. Plausibel wäre es, Denkstile und kulturelle Einflüsse als Ursachen für diese Unterschiede in Betracht zu ziehen. Die nun im Raum stehende Frage nach einer möglichen Interaktion der Faktoren Leistungsextremgruppe und Geschlecht muss hier aus methodischen Gründen unbeantwortet bleiben.

D.7.4 Zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen

Die relevanten Mittelwerte und ihre Standardabweichungen sind Tab. D.27 und Tab. D.28 zu entnehmen. Um Missverständnissen vorzubeugen, sei noch einmal erwähnt, dass für diese Skala eine positive Orientierung vorliegt. Das heißt, je höher der erreichte Wert auf der Skala ausfällt, desto stärker ist das (erwünschte) Bewusstsein für die Veränderbarkeit physikalischen Wissens in Form von physikalischen Gleichungen ausgeprägt.

Skala	Personengruppe	Geschlecht	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Zeit-d	Klasse 10	weiblich	-0,02	0,60	54
		männlich	0,05	0,85	54
		gesamt	0,01	0,73	108
	Klasse 12	weiblich	0,33	0,62	53
		männlich	0,31	0,76	55
		gesamt	0,32	0,69	108
	Studierende	weiblich	0,44	0,76	55
		männlich	0,81	0,65	55
		gesamt	0,63	0,73	110
	gesamt	weiblich	0,25	0,69	162
		männlich	0,39	0,82	164
		gesamt	0,32	0,76	326

Tab. D.27: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zur zeitlichen Veränderung physikalischer Gleichungen in der Physik (Epi-Zeit-d) nach Personengruppe und Geschlecht

Während weder signifikante Haupteffekte für einen der Faktoren Leistungsextremgruppe ($F(1;121) = 1{,}550; p = 0{,}216$) oder Geschlecht ($F(1;324) = 3{,}153; p = 0{,}077$) vorliegen, noch Interaktionseffekte zwischen den Faktoren Personengruppe und Geschlecht ($F(2;324) = 2{,}212; p = 0{,}111$) bzw. zwischen den Faktoren Personengruppe und Leistungsextremgruppe ($F(2;121) = 0{,}307; p = 0{,}736$), ergibt sich in beiden Stichproben ein signifikanter mittelstarker Haupteffekt für den Faktor Personengruppe (Stichprobe I: $F(2;324) = 19{,}997^{**}; \eta^2 = 0{,}111$, Stichprobe II: $F(2;121) = 6{,}436^{**}; \eta^2 = 0{,}098$). Post-Hoc-Tests (nach Bonferroni) zeigen, dass sich alle drei Personengruppen hochsignifikant voneinander unterscheiden. Ein Blick auf die Mittelwerte zeigt, dass hier von einer positiven „Entwicklung“ gesprochen werden kann. Während Schülerinnen und Schüler der 10. Klassenstufe eher unentschieden auf die Items reagieren (MW: 0,01; StAbw: 0,73), stimmen Studierende den Items deutlich zu (MW: 0,63; StAbw: 0,73), sind also von der Veränderbarkeit physikalischen Wissens (auch in Form von Gleichungen) überzeugt(er).

D.7.5 Zusammenfassung

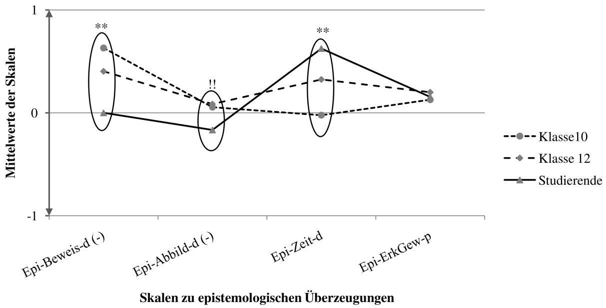
Für eine grafische Darstellung wesentlicher Ergebnisse sei zunächst auf Abb. D.2 verwiesen. Die Skala zur Erkenntnisgewinnung mit Hilfe physikalischer Gleichungen erhebt als

Skala	Personengruppe	Leistungsextrem-gruppe	Mittelwert	Standard-abweichung	N
Epi-Zeit-d	Klasse 10	geringe Leistung	-0,02	0,65	21
		hohe Leistung	0,00	0,74	20
		gesamt	-0,01	0,69	41
	Klasse 12	geringe Leistung	0,21	0,69	21
		hohe Leistung	0,40	0,75	22
		gesamt	0,31	0,72	43
	Studierende	geringe Leistung	0,41	0,72	20
		hohe Leistung	0,68	0,64	20
		gesamt	0,54	0,68	40
	gesamt	geringe Leistung	0,20	0,70	62
		hohe Leistung	0,36	0,75	62
		gesamt	0,28	0,73	124

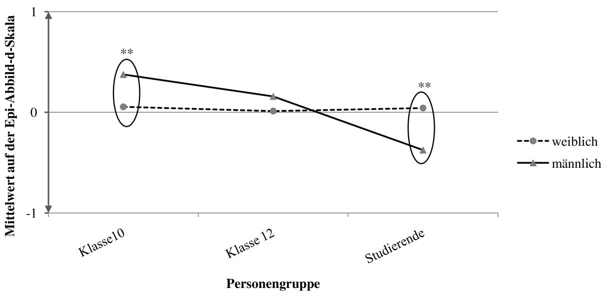
Tab. D.28: Mittelwerte der Skala zu epistemologischen Vorstellungen zur zeitlichen Veränderung physikalischer Gleichungen in der Physik (Epi-Zeit-d) nach Personengruppe und Leistungsextremgruppe

einzige im Bereich der epistemologischen Vorstellungen ein proximales Konstrukt. Die pauschale, gruppenunspezifische, vorsichtige Zustimmung auf dieser Skala bestätigt das Bekannte und Offensichtliche. Offenbar werden, so die plausible Deutung, Gleichungen im Unterricht benutzt, um neue Erkenntnisse hervorzubringen.

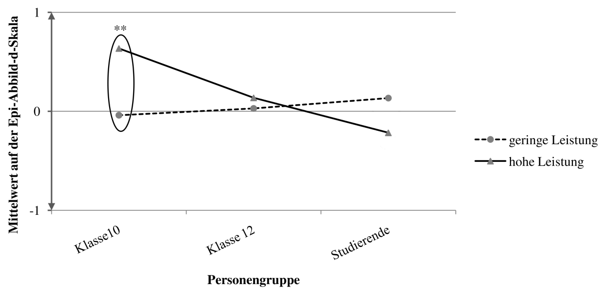
Die distalen Skalen zeigen hier interessantere Ergebnisse. Für die Skalen zur Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen und die zeitliche Veränderung physikalischer Gleichungen ergeben sich deutliche Altersgruppeneffekte. So nimmt das Bewusstsein für die Veränderung physikalischen Wissens in Form von Gleichungen mit dem Alter zu, „entwickelt“ sich also in die gewünschte Richtung. Auch die Vorstellungen zur Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen sind personengruppenspezifisch und unterliegen scheinbar einer Entwicklung, auf deren Höhepunkt (bei den Studierenden) das Vertrauen in die Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen zumindest erschüttert zu sein scheint. Komplizierter gestaltet sich das Bild innerhalb der Skala zur naiv realistischen Auffasung physikalischer Gleichungen. Schaut man auch hier aus einer (streng genommen nicht zulässigen) Entwicklungsperspektive auf die Daten, so ergeben sich differenzierte Verläufe. Während weibliche oder leistungsschwache Befragte der Klassenstufen 10 und 12 bzw. Studierende sich auf dieser Skala nicht signifikant voneinander unterscheiden, nimmt die irrige Auffassung, dass physikalische Gleichungen Abbilder der Wirklichkeit sind, von leistungsstarken Befragten der Klassenstufe 10 über diese Befragten der Klassenstufe 12 ab. Die leistungsstarken Studierenden widersprechen ihr bereits. Für die männlichen Lerner zeigt sich hier der gleiche Trend wie für leistungsstarke Lernende, für weibliche Befragte zeigt sich der gleiche Trend wie für leistungsschwache Lernende. Dies ist eine merkwürdige Parallelität. Tendenziell sind also (überraschenderweise) Entwicklungen in eine gewünschte Richtung



(a) Zusammenfassung: Epistemologische Vorstellungen nach PG



(b) Interaktionseffekt PG x Geschlecht auf der Epi-Abbild-d-Skala



(c) Interaktionseffekt: PG x Leistungsextremgruppe auf der Epi-Abbild-d-Skala

Abb. D.2: Zusammenfassung: Epistemologische Vorstellungen (PG - Personengruppe, ** - hoch signifikante Unterschiede der Mittelwerte, !! - Interaktionseffekte mit anderen Faktoren, (-) - Skalen, bei denen hohe Werte nicht für erwünschte Vorstellungen stehen) Effektstärken sind dem Text zu entnehmen.

festzustellen, die allerdings ausbaufähig sind. Abb. D.2 fasst wesentliche Hauptergebnisse zusammen, wobei hier die Mittelwerte der Skalen aufgetragen sind. Bei der Interpretation ist zu beachten, dass ein positives Vorzeichen für eine hohe Ausprägung der im Skalennamen festgehaltenen Eigenschaft steht, nicht notwendigerweise aber für eine erwünschte Ausprägung. So ist zum Beispiel die Vorstellung von der Beweisbarkeit physikalischer Gleichungen bei den Befragten um so ausgeprägter, je höher die erreichten Werte auf der Epi-Beweis-d-Skala sind. Erwünscht wären also negative Werte. Daher ist der Skalenname in Abb. D.2 mit einem (-) gekennzeichnet worden.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[Adams u. a. 2006] Adams, W K. ; Perkins, K K. ; Podolefsky, N S. ; Dubson, M ; Finkelstein, N D. ; Wieman, C E.: New Instrument for Measuring Student Beliefs about Physics and Learning Physics: The Colorado Learning Attitudes about Science Survey. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* 2 (2006), Nr. 1, S. 1–14

[Aeschlimann 1999] Aeschlimann, Ueli: *Mit Wagenschein zur Lehrkunst. Gestaltung, Erprobung und Interpretation dreier Unterrichtsexempel zu Physik, Chemie und Astronomie nach genetisch-dramaturgischer Methode.*, Philipps-Universität Marburg/Lahn, Dissertation, 1999

[Aiken 1976] Aiken, L: Update on Attitudes and Other Affective Variables in Learning Mathematics. In: *Review of Educational Research* 46 (1976), S. 293–311

[Ajzen 1991] Ajzen, I: The theory of planned behavior. In: *Organizational Behavior and Human Decision Processes* (1991), Nr. 50, S. 179–211

[Ajzen und Cote 2008] Ajzen, Icek ; Cote, Nicole G.: *Attitudes and the prediction of behavior.* S. 289–311. In: *Attitudes and Attitude Change*, Psychology Press, 2008

[Ajzen und Fishbein 2005] Ajzen, Icek ; Fishbein, Martin: *The Influence of Attitudes on Behavior.* Kap. 5, S. 173–222. In: Albarracin, Dolores (Hrsg.) ; Johnson, Blair T. (Hrsg.) ; Zanna, Mark P. (Hrsg.): *The Handbook of Attitudes*, Erlbaum, 2005

[Albarracin u. a. 2005] Albarracin, Dolores (Hrsg.) ; Johnson, Blair T. (Hrsg.) ; Zanna, Mark P. (Hrsg.): *The Handbook of Attitudes.* Erlbaum, 2005

[Albarracin u. a. 2008] Albarracin, Dolores ; Wang, Wei ; Li, Hong ; Noguchi, Kenji: *Structure of Attitudes: Judgments, Memory, and Implications for Change.* S. 19–39. In: Crano, William D. (Hrsg.) ; Prislin, Radmila (Hrsg.): *Attitudes and Attitude Change*, Psychology Press, 2008

[Allport 1935] Allport, G W.: *Attitudes.* S. 798–884. In: Murchison, C (Hrsg.): *Handbook of Social Psychology*, Clark University Press, 1935

[Alters 1997] Alters, B J.: Whose Nature of Science? In: *Journal of Research in Science Teaching* 34 (1997), S. 39–55

[Angell u. a. 2004] Angell, Carl ; Guttersrud, Ø. ; Henriksen, Ellen K. ; Isnes, Anders: Physics: Frightful, But Fun. Pupils' and Teachers' Views of Physics and Physics Teaching. In: *Science Education* 88 (2004), Nr. 5, S. 683–706

[Arons 1976] Arons, A B.: Cultivating the capacity for formal reasoning: Objectives and procedures in an introductory physical science course. In: *American Journal of Physics* 44 (1976), Nr. 9, S. 834–838

[Asparouhov und Muthen 2009] Asparouhov, Tihomir; Muthen, Bengt: Exploratory Structural Equation Modeling. In: *Structural Equation Modeling* 16 (2009), Nr. 3, S. 397–438

[Aspray und Kitcher 1988] Aspray, William; Kitcher, Philip: *Mathematical Naturalism.* S. 293–325. In: *History and philosophy of modern mathematics*, University of Minnesota Press, 1988 (Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Volume XI)

[Atiyah 1998] Atiyah, Michael: Mathematics and the Real World. In: *Quarterly of Applied Mathematics* LVI (1998), Nr. 4, S. 807–812

[Backhaus u. a. 2008] Backhaus, K; Erichson, B; Plinke, W; Weiber, R: *Multivariate Analysemethoden: Eine anwendungsorientierte Einführung.* Springer Verlag, 2008

[Balaguer 2009] Balaguer, Mark: *Realism and Anti-Realism in Mathematics.* S. 35–101. In: Irvine, Andrew D. (Hrsg.): *Philosophy of Mathematics*, North Holland Elsevier, 2009

[Ball 1988] Ball, D L.: *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: Examining what prospective teachers bring to teacher education*, Michigan State University, Dissertation, 1988

[Barmby u. a. 2008] Barmby, Patrick; Kind, Per M.; Jones, Karen: Examing Changing Attitudes in Secondary School Science. In: *International Journal of Science Education* 30 (2008), Nr. 8, S. 1075–1093

[Baroody und Ginsburg 1990] Baroody, A J.; Ginsburg, H P.: Children's Mathematical Learning: A Cognitive View. In: Davis, R B. (Hrsg.); Maher, C A. (Hrsg.); Noddings, N (Hrsg.): *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph* Bd. 4. National Council of Teaching of Mathematics, 1990, S. 79–90

[Barrow 1993] Barrow, John D.: *Die Natur der Natur. Wissen an den Grenzen von Raum und Zeit.* Spektrum Akademischer Verlag, 1993

[Barsalou 1999] Barsalou, Lawrence W.: Perceptual symbol systems. In: *Behavioral and brain sciences* 22 (1999), Nr. 4, S. 577–660

[Bassili und Brown 2005] Bassili, John N.; Brown, Rick D.: *Implicit and Explicit Attitudes: Research, Challenges, and Theory.* Kap. 13, S. 543–574. In: *The Handbook of Attitudes*, Erlbaum, 2005

[Bassok und Holyoak 1989] Bassok, M J.; Holyoak, K: Interdomain Transfer between Isomorphic Topics in Algebra and Physics. In: *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition* 15 (1989), Nr. 1, S. 153–166

[Baumgart u. a. 1982] Baumgart, U; Krüger, U.-H.; Niedderer, Hans; Schecker, Horst: Übersicht über wichtige wissenschaftstheoretische Fragestellungen und Positionen. In: *Der Physikunterricht* 16 (1982), Nr. 2

[Bazerman 1988] BAZERMAN, Charles: *Shaping written knowledge: The genre and activity of the experimental article in science.* University of Wisconsin Press, 1988. – ISBN 0299116948

[Beckmann 2003] BECKMANN, Astrid: *Fächerübergreifender Mathematikunterricht. Teil 2: Mathematikunterricht in Kooperation mit dem Fach Physik.* Hildesheim, Berlin, 2003

[Bedürftig und Murawski 2010] BEDÜRFTIG, Thomas; MURAWSKI, Roman: *Philosophie der Mathematik.* De Gruyter, 2010

[Bell und Linn 2002] BELL, Philip; LINN, Marcia C.: *Beliefs About Science: How Does Science Instruction Contribute?* Kap. 16, S. 321–346. In: HOFER, Barbara K. (Hrsg.); PINTRICH, Paul R. (Hrsg.): *Personal Epistemology: The Psychology of Beliefs About Knowledge and Knowing*, Erlbaum, 2002

[Benacerraf 1973] BENACERRAF, Paul: Mathematical Truth. In: *Journal of Philosophy* 70 (1973), Nr. 19, S. 661–679

[Bennett u. a. 1954] BENNETT, E M.; ALPERT, R; GOLDSTEIN, A C.: Communications through limited response questioning. In: *Public Opinion Quarterly* (1954), S. 303—-308, zitiert nach Hosti (1969)

[Bennett und Hogarth 2009] BENNETT, Judith; HOGARTH, Sylvia: Would You Want to Talk to a Scientist at a Party? High Scholl Students' Attitudes to School Science and to Science. In: *International Journal of Science Education* 31 (2009), Nr. 14, S. 1975–1998

[Bense 1948] BENSE, Max: *Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik.* Claassen & Goverts, 1948

[Berger 2001] BERGER, Peter: *Computer und Weltbild.* Westdeutscher Verlag, 2001

[Bing und Redish 2006] BING, Thomas J.; REDISH, Edward F.: *The Cognitive Blending of Mathematics and Physics Knowledge.* S. 26–29. In: MCCULLOUGH, L (Hrsg.); HSU, L (Hrsg.); HERON, P (Hrsg.): *Proceedings of the 2006 Physics Education Research Conference*, AIP, 2006

[Bing und Redish 2007] BING, Thomas J.; REDISH, Edward F.: Symbolic Manipulators Affect Mathematical Mindsets. In: *American Journal of Physics* 76 (2007), Nr. 4 & 5, S. 418–424

[Bing und Redish 2009] BING, Thomas J.; REDISH, Edward F.: Analyzing Problem Solving Using Math in Physics: Epistemological Framing Via Warrants. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* 5 (2009), S. 1–15

[Bing 2008] BING, Thomas J.: *An Epistemic Framing Analysis of Upper Level Physics Students' Use of Mathematics*, University of Maryland, Dissertation, 2008

[Blömeke u. a. 2008] Blömeke, Sigird; Müller, Christiane; Felbrich, Anja; Kaiser, Gabriele: *Epistemologische Überzeugungen zur Mathematik.* S. 219–246. In: Blömeke, Sigird (Hrsg.); Kaiser, Gabriele (Hrsg.); Lehmann, Rainer (Hrsg.): *Professionelle Kompetenzen angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerbildung*, Waxmann, 2008

[Bloor 1973] Bloor, David: Wittgenstein and Mannheim on the sociology of mathematics. In: *Studies In History and Philosophy of Science* 4 (1973), Nr. 2, S. 173–191. – URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V70-463PDV4-3/2/ee2c534a6deb8d1c9ea35cc83237d951`

[Bloor 1987] Bloor, David: The living foundations of mathematics. In: *Social Studies of Science* 17 (1987), Nr. 2, S. 337–357

[Bloor 1991] Bloor, David: *Knowledge and social imagery.* University of Chicago Press, 1991

[Bochner 1966] Bochner, Salomon: *The Role of Mathematics in the Rise of Science.* Princeton University Press, 1966

[Bohner und Wänke 2002] Bohner, Gerd; Wänke, Michaela: *Attitudes and Attitude Change.* Psychology Press, 2002

[Boniolo u. a. 2005] Boniolo, Giovanni; Budinich, Paolo; Trobok, Majda: *The Role of Mathematics in Physical Science. Interdisciplinary and Philosophical Aspects. Intorduction.* S. 5–10. In: Boniolo, Giovanni (Hrsg.); Budinich, Paolo (Hrsg.); Trobok, Majda (Hrsg.): *The Role of Mathematics in Physical Science. Interdisciplinary and Philosophical Aspects*, Springer, 2005

[Boniolo und Budnich 2005] Boniolo, Giovanni; Budnich, Paolo: *The Role of Mathematics in Physical Sciences and Dirac's Methodological Revolution.* S. 75–96. In: Boniolo, Giovanni (Hrsg.); Budnich, Paolo (Hrsg.); Trobok, Majda (Hrsg.): *The Role of Mathematics in Physical Science. Interdisciplinary and Philosophical Aspects*, Springer Verlag, 2005

[Bortz 2005] Bortz, Jürgen: *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler.* Springer Verlag, 2005

[Bortz und Döring 2006] Bortz, Jürgen; Döring, Nicola: *Forschungsmethoden und Evaluation für Human-und Sozialwissenschaftler.* Springer, 2006

[Bourdieu 2002] Bourdieu, Pierre: *Homo Academicus.* Suhrkamp, 2002

[Bourdieu 2004] Bourdieu, Pierre: *Science of science and reflexivity.* University of Chicago Press, 2004

[Breckler u. a. 2006] Breckler, Steven J.; Olson, James M.; Wiggins, Elizabeth C.: *Social psychology alive.* Thompson Wadsworth, 2006

[Brekke u. a. 2004] Brekke, G; Streitlien, A; Wiik, L: Affects and beliefs in school mathematics: gender differences. In: Niss, Mogens (Hrsg.): *ICME 10 in Copenhagen*, URL `http://www.icme-organisers.dk/dg19/`, 2004

[Bridgman 1936] Bridgman, Percy W.: *The Nature of Physical Theory.* Princeton University Press, 1936

[Brockhaus 1998] Brockhaus: *Brockhaus: Die Enzyklopädie in 24 Bänden.* F. A. Brockhaus, 1998

[Brosius 2006] Brosius, Felix: *SPSS 14.* Redline GmbH, 2006

[Brouwer 1983] Brouwer, Luitzen Egbert J.: *Conciousness, Philosophy and Mathematics (Reprint von 1949).* S. 90–96. In: Benacerraf, Paul (Hrsg.); Putnam, Hilary (Hrsg.): *Philosophy of Mathematics: selected readings*, Cambridge University Press, 1983

[Brown u. a. 1988] Brown, C A.; Carpenter, T P.; Kouba, V L.; Lindquist, M M.; Silver, E A.; Swafford, J O.: Secondary School Results for the Fourth NAEP Mathematics Assessment: Algebra, Geometry, Mathematical Methods, and Attitudes. In: *Mathematics Teacher* 81 (1988), Nr. 5, S. 337–347

[Brown 2009] Brown, Richard C.: *Are science and mathematics socially constructed?: a mathematician encounters postmodern interpretations of science.* World Scientific, 2009

[Buehl und Alexander 2001] Buehl, Michelle M.; Alexander, Patricia A.: Beliefs About Academic Knowledge. In: *Educational Psychology Review* 13 (2001), Nr. 4, S. 385–418

[Bueno und Colyvan 2011] Bueno, Otavio; Colyvan, Mark: An Inferential Conception of the Application of Mathematics. In: *Nous* 45 (2011), Nr. 2, S. 345–374

[Bühner 2006] Bühner, Markus: *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion.* Pearson Studium, 2006

[Burri und Dumit 2008] Burri, Regula V.; Dumit, Joseph: *Social Studies of Scientific Imaging and Visualization.* S. 297–318. In: Hackett, Edward J. (Hrsg.); Amsterdamska, Olga (Hrsg.); Lynch, Michael (Hrsg.); Wajcman, Judy (Hrsg.): *The Handbook of Science and Technology Studies*, MIT Press, 2008

[Byrne 2009] Byrne, Babara M.: *Structural Equation Modeling with AMOS: Basic Concepts, Applications, and Programming (Multivariate Applications).* Routledge Chapman & Hall, 2009

[Byrne 2004] Byrne, Barbara M.: Testing for Multigroup Invariance Using AMOS Graphics: A Road Less Traveled. In: *Structural Equation Modeling* 11 (2004), Nr. 2, S. 272–300

[Calvo und Gomila 2008] Calvo, Paco; Gomila, Toni: *Handbook of cognitive science: An embodied approach.* Elsevier, 2008

[Cameron 1963] Cameron, William B.: *Informal sociology: a casual introduction to sociological thinking.* Random House, 1963

[Campbell und Evans 1997] Campbell, K; Evans, C: Gender Issues in the Classroom: A Comparison of Mathematics Anxiety. In: *Education* 117 (1997), Nr. 3, S. 332–339

[Carey und Smith 1993] Carey, Susan; Smith, Carol: On Understanding the Nature of Scientific Knowledge. In: *Educational Psychologist* 28 (1993), Nr. 3, S. 235–251

[Carson 1999] Carson, Simon (Hrsg.): *Physics in Mathematical Mood.* Institute of Physics Publishing, 1999 (Shaping the Future)

[Cartwright 1983] Cartwright, Nancy: *How the laws of physics lie.* Oxford University Press, 1983

[Catania 1987] Catania, Giovanna: The Formalisation Problem in Teaching School Physics. In: *Physics Education* 22 (1987), S. 112–115

[Chalmers 2006] Chalmers, Alan F.: *Wege der Wissenschaft. Einführung in die Wissenschaftstheorie.* Springer, 2006

[Chandler und Sweller 1991] Chandler, Paul; Sweller, John: Cognitive load theory and the format of instruction. In: *Cognition and instruction* 8 (1991), Nr. 4, S. 293–332

[Chen 2007] Chen, Fang F.: Sensitivity of Goodness of Fit Indexes to Lack of Measurement Invariance. In: *Structural Equation Modeling* 14 (2007), Nr. 3, S. 464–504

[Cheung und Rensvold 1999] Cheung, Gordon W.; Rensvold, Roger B.: Testing Factorial Invariance Across Groups: A Reconceptualization and Proposed New Method. In: *Testing Factorial Invariance Across Groups: A Reconceptualization and Proposed New Method* 25 (1999), Nr. 1, S. 1–27

[Cheung und Rensvold 2002] Cheung, Gordon W.; Rensvold, Roger B.: Evaluating Goodness-of-Fit Indexes for Testing Measurement Invariance. In: *Structural Equation Modeling* 9 (2002), Nr. 2, S. 233–255

[Clement u. a. 1981] Clement, John; Lochhead, Jack; Monk, George S.: Translation Difficulties in Learning Mathematics. In: *American Mathematical Monthly* 88 (1981), Nr. 4, S. 286–290

[Cohen 1960] Cohen, Jacob: A coefficient of Agreement for Nominal Sclaes. In: *Educational and Psychological Measurement* 20 (1960), Nr. 1, S. 37–46

[Cohen 1988] Cohen, Jacob: *Statictical Power Analysis for the Behavioral Sciences.* 1. Auflage. Academic Press, 1988

[Collins und Ferguson 1993] Collins, A; Ferguson, W: Epistemic forms and epistemic games: Structures and strategies to guide inquiry. In: *Educational Psychologist* 28 (1993), Nr. 1, S. 25–42

[Collins 2007] Collins, Harry: Mathematical Understanding and the Physical Sciences. In: *Studies in History and Philosophy of Science* 38 (2007), S. 667–685

[Collins 1992] Collins, Harry M.: *Changing Order: Replication and Induction in Scientific Practice*. University Of Chicago Press, 1992

[Conley u. a. 2004] Conley, AnneMarie M.; Pintrich, Paul R.; Vekiri, Ioanna; Harrison, Delena: Changes in Epistemological Beliefs in Elementary Science Students. In: *Contemporary Educational Psychology* 29 (2004), S. 186–204

[de Corte u. a. 2002] Corte, Erik de; Eynde, Peter op't; Verschaffel, Lieven: *"Knowing What to Believe": The Relevance of Students' Mathematical Beliefs for Mathematical Beliefs for Mathematics Education*. Kap. 15, S. 297–320. In: Hofer, Barbara K. (Hrsg.); R., Pintrich P. (Hrsg.): *Personal Epistemology: The Psychology of Beliefs About Knowledge and Knowing*, Erlbaum, 2002

[Courant und Robbins 1992] Courant, Richard; Robbins, Herbert: *Was ist Mathematik?* Springer, 1992

[Crano und Prislin 2006] Crano, W D.; Prislin, R: Attitudes and persuasion. In: *Annual Review of Psychology* 57 (2006), Nr. 1, S. 345–374

[Czerniak u. a. 1999] Czerniak, C M.; Weber Jr, W B.; Sandmann, A; Ahern, J: A literature review of science and mathematics integration. In: *School Science and Mathematics* 99 (1999), Nr. 8, S. 421–430

[Da Ponte 1994] Da Ponte, J P.: Knowledge, beliefs, and conceptions in mathematics teaching and learning. In: Bazzini, L (Hrsg.): *Proceedings of the fifth International Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice in Mathematics Education*, ISDAF, 1994, S. 169–177

[Davis und Hersh 1981] Davis, Philip J.; Hersh, Reuben: *The Mathematical Experience*. Birkhäuser, 1981

[Dear 1995] Dear, Peter R.: *Discipline and Experience: The Mathematical Way in the Scientific Revolution*. University of Chicago Press, 1995

[Dee-Lucas und Larkin 1991] Dee-Lucas, Diana; Larkin, Jill H.: Equations in Scientific Proofs: Effects on Comprehension. In: *American Educational Research Journal* 28 (1991), Nr. 3, S. 661–682

[Dehaene 1997] Dehaene, Stanislas: *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*. Oxford University Press, 1997

[Di Martino und Zan 2001] Di Martino, Pietro; Zan, Rosetta: The Problematic Relationship between Beliefs and Attitudes. In: Soro, Riitta (Hrsg.): *Current State of Research on Mathematical Beliefs X. Proceedings of the MAVI-10 European Workshop. June 2-5, 2001*, 2001, S. 17–24

[Dietrich und Markman 2000] Dietrich, Eric; Markman, Arthur B.: Extending the classical view of representation. In: *Trends in Cognitive Sciences* 4 (2000), Nr. 12, S. 470–475

[Dirac 1940] Dirac, Paul Adrien M.: The Relation between Mathematics and Physics. Lecture delivered on presentation of the James Scott prize, February 6, 1939. In: *Proceedings of the Royal Society (Edinburgh)* Bd. 59. Edinburgh, 1940, S. 122–129

[Dirac 1963] Dirac, Paul Adrien M.: The evolution of the physicist's picture of nature. In: *Scientific American* 208 (1963), Nr. 5, S. 45–53

[DiSessa 1985] DiSessa, Andrea: Learning about knowing. In: *New Directions for Child and Adolescent Development* (1985), Nr. 28, S. 97–124

[DiSessa 1993] DiSessa, Andrea: Toward an Epistemology of Physics. In: *Cognition and Instruction* 10 (1993), Nr. 2&3, S. 105–225

[DiSessa 2004] DiSessa, Andrea: Metarepresentation: Native competence and targets for instruction. In: *Cognition and Instruction* 22 (2004), Nr. 3, S. 293–331

[DiSessa und Sherin 2000] DiSessa, Andrea; Sherin, Bruce L.: Meta-Representation: An Introduction. In: *Journal of Mathematical Behaviour* 19 (2000), S. 385–398

[Dittmann u. a. 1989] Dittmann, Helmut; Näpfel, Helmut; Schneider, Werner B.: *Die zerrechnete Physik*. Bd. 1. S. 41–46. In: Schneider, Werner B. (Hrsg.): *Wege in der Physikdidaktik. Band 1. Sammlung aktueller Beiträge aus der physikdidaktischen Forschung* Bd. 1, Palm & Enke, 1989

[Doorman 2005] Doorman, Lucas M.: *Modelling Motion: From Trace Graphs to Instantaneous Change*, Utrecht University - Freundenthal Institute, Dissertation, 2005

[Dossey u. a. 1988] Dossey, J A.; S., Mullis I V.; Lindquist, M M.; Chambers, D L.: *The mathematics report card. Are we measuring up? Trends and achievement based on the 1986 national assessment.* Educational Testing Service, 1988

[Dray und Manogue 2003] Dray, T; Manogue, C A.: Using differentials to bridge the vector calculus gap. In: *College Mathematics Journal* 34 (2003), Nr. 4, S. 283–290

[Dray und Manogue a] Dray, Tevian; Manogue, Corinne A.: *Bridging the Gap between Mathematics and Physics.* – URL `http://www.physics.orst.edu/bridge/papers/FEdgap.pdf`

[Dray und Manogue b] Dray, Tevian; Manogue, Corinne A.: *Bridging the Gap between Mathematics and the Physical Sciences.* – URL `http://www.physics.orst.edu/bridge/papers/bridge.pdf`

[Driver u. a. 1996] Driver, Rosalind; Leach, John; Millar, Robin; Scott, Phil: *Young People's Image of Science.* Open University Press, 1996

[Dubislav 1981] Dubislav, Walter: *Die Definition.* Meiner Verlag, 1981

[Duell und Schommer-Aikins 2001] Duell, Orpha K.; Schommer-Aikins, Marlene: Measures of People's Beliefs About Knowledge and Learning. In: *Educational Psychology Review* 13 (2001), Nr. 4, S. 419–449

[Duhem 1998] Duhem, Pierre; Schäfer, Lothar (Hrsg.): *Ziel und Struktur der physikalischen Theorien.* Meiner Verlag, 1998

[Duit 1990] Duit, Reinders: *Trends der Forschung zum naturwissenschaftlichen Denken - von Alltagsvorstellungen zur konstruktivistischen Sichtweise.* S. 112–131. In: Wiebel, K H. (Hrsg.): *Zur Didaktik der Physik und Chemie. Vorträge auf der Tagung für Didaktik der Physik/Chemie in Kassel, September 1989*, Leuchtturm-Verlag, 1990

[Duit u. a. 1981] Duit, Reinders; Jung, Walter; Pfundt, Helga: *Bibliography Students' Alternative Frameworks and Science Education.* Aulis-Verlag, 1981

[Dweck 1986] Dweck, C S.: Motivational Processes Affecting Learning. In: *American Psychologist* 41 (1986), S. 1040–1048

[Eagly und Chaiken 1993] Eagly, A H.; Chaiken, S: *The psychology of attitudes.* Harcourt Brace Jovanovich College Publishers, 1993

[Einstein 2002] Einstein, Albert: *Geometrie und Erfahrung.* Bd. 7. S. 382–386. In: Janssen, Michel (Hrsg.); Schulmann, Robert (Hrsg.); Illy, Jozsef (Hrsg.); Lehner, Christoph (Hrsg.); Buchwald, Diana K. (Hrsg.): *The collected papers of Albert Einstein. The Berlin Years: Writings 1918-1921* Bd. 7, Princeton University Press, 2002

[Ellermeijer und Heck 2002] Ellermeijer, Ton; Heck, André: *Differences between the use of mathematical entities in mathematics and physics and the consequences for an integrated learning environment.* S. 42–71. In: Michelini, Marisa (Hrsg.); Cobal, Marina (Hrsg.): *Developing formal thinking in physics. Selected contributions of the first Girep seminar, 2-6 September 2001, Udine, Italy*, 2002

[Ernest 1989a] Ernest, Paul: *The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics.* S. 249–254. In: Ernest, Paul (Hrsg.): *Mathematics Teaching: The State of the Art*, London, 1989

[Ernest 1989b] Ernest, Paul: The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. In: *Journal of Education for Teaching* (1989), Nr. 15, S. 13–34

[Ernest 1991] Ernest, Paul: *The Philosophy of Mathematics Education.* Falmer Press, 1991

[Evans und Green 2009] Evans, V; Green, M C.: *Cognitive linguistics: An introduction.* Edinburgh University Press, 2009

[Faul u. a. 2007] Faul, F; Erdfelder, E; Lang, A G.; Buchner, A: G*Power 3: A flexible statistical power analysis program for the social, behavioral, and biomedical sciences. In: *Behavior Research Methods* 39 (2007), S. 175–191

[Faul 2009] Faul, Franz: *G*Power 3*. 2009

[Fazio u. a. 2000] Fazio, R H.; Ledbetter, J E.; Towles-Schwen, T: On the costs of accessible attitudes: Detecting that the attitude object has changed. In: *Journal of Personality and Social Psychology* (2000), Nr. 78, S. 197–210

[Fennema und Sherman 1976] Fennema, E H.; Sherman, J A.: Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 7 (1976), Nr. 5, S. 324–326

[Fennema und Sherman 1977] Fennema, E H.; Sherman, J A.: Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. In: *American educational research journal* 14 (1977), Nr. 1, S. 51

[Fennema und Sherman 1978] Fennema, E H.; Sherman, J A.: Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: A further study. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 9 (1978), Nr. 3, S. 189–203

[Feyerabend 1986] Feyerabend, Paul: *Wider den Methodenzwang.* Suhrkamp Verlag, 1986

[Feynman 1985] Feynman, Richard P.: *The Character of Physical Law.* MIT Press, 1985

[Field 2009] Field, Andy: *Discovering Statistics Using SPSS.* SAGE Publications, 2009

[Field 1980] Field, Hartry H.: *Science without numbers: a defence of nominalism.* Princeton University Press, 1980

[Field 1989] Field, Hartry H.: *Realism, mathematics and modality.* Blackwell, 1989

[Fischer 2006] Fischer, Roland: *Materialisierung und Organisation.* Profil Verlag, 2006

[Fleck 1980] Fleck, Ludwik: *Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache (Original: 1935).* Suhrkamp, 1980

[Frank 1990] Frank, M L.: Problem Solving and Mathematical Believes. In: *Arithmetic Teacher* (1990), S. 32–34

[Frege 1993] Frege, Gottlob: *Begriffsschrift und andere Aufsätze (Nachdruck der 2. Auflage von 1964).* Georg Olms Verlag, 1993

[Frey 1967] Frey, Gerhard: *Die Mathematisierung unserer Welt.* W. Kohlhammer Verlag, 1967

[Friel u. a. 2001] Friel, Susan N.; Curcio, Frances R.; Bright, George W.: Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. In: *Journal for Research in mathematics Education* 32 (2001), Nr. 2, S. 124–158

[Furinghetti und Pehkonen 2002] Furinghetti, Fulvia; Pehkonen, Erkki: *Rethinking Characterizations of Beliefs.* Kap. 3, S. 39–57. In: Leder, Gilah C. (Hrsg.); Pehkonen, Erkki (Hrsg.); Törner, Günter (Hrsg.): *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, Kluwer Academic Publishers, 2002

[Gainsburg 2006] Gainsburg, J: The mathematical modeling of structural engineers. In: *Mathematical Thinking and Learning* 8 (2006), Nr. 1, S. 3–36

[Galilei 1896] Galilei, Galileo: *II Saggiatore.* Bd. 6. Edition Nazionale, 1896

[Galilei 1973] Galilei, Galileo; Oettingen, Arthur von (Hrsg.): *Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend.* Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1973

[Gamble 1986] Gamble, R: Simple Equation in Physics. In: *International Journal of Science Education* 8 (1986), Nr. 1, S. 27–37

[Garner 1994] Garner, R;Alexander P A. (Hrsg.): *Beliefs About Text and Instruction With Text.* Erlbaum, 1994

[Gawronski und Bodenhausen 2006] Gawronski, B; Bodenhausen, G V.: Associative and propositional processes in evaluation: An integrative review of implicit and explicit attitude change. In: *Psychological Bulletin* 132 (2006), Nr. 5, S. 692–731

[Gellert 1998] Gellert, Uwe: *Von Lernerfahrungen zu Unterrichtskonzeptionen: Eine soziokulturelle Analyse von Vorstellungen angehender Lehrerinnen und Lehrer zu Mathematik und Mathematikunterricht.* Verlag für Wissenschaft und Forschung, 1998

[Gieryn 1983] Gieryn, Thomas F.: Boundary-work and the demarcation of science from non-science: Strains and interests in professional ideologies of scientists. In: *American sociological review* 48 (1983), Nr. 6, S. 781–795

[Gill 1999] Gill, Peter: The physics/maths problem again. In: *Physics Education* 34 (1999), Nr. 2

[Gödel 1986] Gödel, Kurt: *Collected Works, Volume I: Publications 1929-1936.* Oxford University Press, 1986

[Gödel 1990] Gödel, Kurt: *Collected works, Volume II: Publications 1938–1974.* Oxford University Press, 1990

[Gödel 1997] Gödel, Kurt: *Kurt Godel collected works. Volume III: Unpublished Works and Lectures.* Oxford University Press, 1997

[Goldin 2002] Goldin, Gerald: *Affect, meta-affect, and mathematical belief structures.* S. 59–72. In: Leder, Gilah C. (Hrsg.); Pehkonen, Erkki (Hrsg.); Törner, Günter (Hrsg.): *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?*, Kluwer Academic Publishers, 2002

[Goldin u. a. 2009] Goldin, Gerald; Rösken, Bettina; Törner, Günter: *Beliefs - No Longer a Hidden Variable in Mathematical Teaching and Learning Processes.* Kap. 1, S. 1–18. In: Maass, Jürgen (Hrsg.); Schlöglmann, Wolfgang (Hrsg.): *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education*, Sense Publishers, 2009

[Goldin und Kaput 1996] Goldin, Gerald A.; Kaput, James J.: *A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics.* S. 397–430. In: Steffe, Leslie P. (Hrsg.); Nesher, Pearla (Hrsg.): *Theories of mathematical learning*, Lawrence Erlbaum Associates, 1996

[Goodman 1990] Goodman, Nicolas D.: Mathematics as natural science. In: *Journal of Symbolic Logic* 55 (1990), Nr. 1, S. 182–193

[Gradnitzer 2009] Gradnitzer, Theresa: Mathematikbezogene Beliefs von Eltern. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 2009, S. 583–586

[Green 1971] Green, T F.: *The activities of teaching.* McGraw-Hill, 1971

[Greeno 1989] Greeno, J G.: *Situations, mental models, and generative knowledge.* S. 285–318. In: Klhar, D (Hrsg.); Kotovsky, K (Hrsg.): *Complex information processing: The impact of Herbert A. Simon*, Erlbaum, 1989

[Greeno und Moore 1993] Greeno, J G.; Moore, J L.: Situativity and symbols: Response to Vera and Simon. In: *Cognitive Science* 17 (1993), Nr. 1, S. 49–59

[Grehn und Krause 2008] Grehn, Joachim (Hrsg.); Krause, Joachim (Hrsg.): *Metzler Physik.* Schroedel, 2008

[Grigutsch 1996] Grigutsch, Stefan: *Mathematische Weltbilder von Schülern. Struktur, Entwicklung, Einflußfaktoren*, Gerhard-Mercator-Universität Duisburg, Dissertation, 1996

[Grigutsch u. a. 1995] Grigutsch, Stefan; Raatz, Ulrich; Törner, Günter: *Mathematische Weltbilder bei Lehrern.* Duisburg, 1995 (Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik der Gerhard-Mercator-Universität Duisburg 296)

[Gromadecki 2008] Gromadecki, Ulrike: *Argumente in physikalischen Kontexten. Welche Geltungsgründe halten Physikanfänger für überzeugend?*, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, Dissertation, 2008

[Grosholz 1987] Grosholz, Emily: Some uses of proportion in Newton's principia, Book I: A case study in applied mathematics. In: *Studies In History and Philosophy of Science* 18 (1987), Nr. 2, S. 209–220

[Gupta u. a. 2007] GUPTA, Ayush; REDISH, Edward F.; HAMMER, David: Coordination of Mathematics and Physical Resources by Physics Graduate Students. In: *2007 Physics Education Research Conference, AIP Conference Proceedings* 951 (2007), S. 104–107

[Gutstein 2006] GUTSTEIN, Eric: "The Real World As We Have Seen It": Latino/a Patents' Voices On Teaching Mathematics For Social Justice. In: *Mathematical Thinking and Learning* 8 (2006), Nr. 3, S. 331–358

[Gutzmer 1908] GUTZMER, A: *Reformvorschläge unterbreitet der Naturforscher-Versammlung zu Meran 1905.* S. 93–148. In: GUTZMER, A (Hrsg.): *Die Tätigkeit der Unterrichtskommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte*, Teubner, 1908

[Hacking 1996] HACKING, Ian: *Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaften.* Reclam, 1996

[Hammer 1994] HAMMER, David: Epistemological Beliefs in Introductory Physics. In: *Cognition and Instruction* 12 (1994), Nr. 2, S. 151–183

[Hammer 2000] HAMMER, David: Student resources for learning introductory physics. In: *American Journal of Physics, Physics Education Research Supplement* 68 (2000), Nr. S1, S. S52—-S59

[Hamming 1980] HAMMING, R W.: The Unreasonable Effectiveness of Mathematics. In: *The American Mathematical Monthly* 87 (1980), Nr. 2, S. 81–90

[Hannula und Malmivuori 1996] HANNULA, M; MALMIVUORI, M.-L.: Feminine Structures in mathematical Beliefs. In: *Current State of Research on Mathematical Beliefs III. Proceedings of the MAVI-3 Workshop. Helsinki, August 23-26, 1996*, 1996, S. 31–38

[Hanson 1958] HANSON, Norwood R.: *Patterns of scientific discovery.* Cambridge University Press, 1958

[Härtel 2000] HÄRTEL, Hermann: *The Role of Mathematics in the Age of Computers. Paper presented at the International Conference "Physics Teacher Education beyond 2000 - PHYTEB", Barcelona, August 28 to 30.* 2000

[Hayes und Wittmann 2010] HAYES, Kate; WITTMANN, Michael C.: The role of sign in students' modeling of scalar equations. In: *The Physics Teacher* 48 (2010), April, S. 246–249

[Heintz 2000] HEINTZ, Bettina: *Die Innenwelt der Mathematik: Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin.* Springer Verlag, 2000

[Herek 1986] HEREK, G M.: The instrumentality of attitudes: Toward a neofunctional theory. In: *Journal of Social Issues* 42 (1986), Nr. 2, S. 99–114

[Herschel 2009] HERSCHEL, John Frederick W.: *A preliminary discourse on the study of natural philosophy (1830).* Cambridge University Press, 2009

[Hersh 1997] Hersh, Reuben: *What is Mathematics, Really?* Jonathan Cape, 1997

[Hertz 1895] Hertz, Heinrich; Lenard, Philipp (Hrsg.): *Gesammelte Werke. Schriften vermischten Inhalts.* Bd. 1. Barth, 1895

[Hertz 1996] Hertz, Heinrich: *Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammhange dargestellt.* Harri Deutsch, 1996 (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften; Band 263)

[Hesse 1966] Hesse, Mary B.: *Models and analogies in science.* University of Notre Dame Press, 1966

[Heyting 1931] Heyting, Arend: Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik. In: *Erkenntnis* 2 (1931), Nr. 1, S. 106–115

[Hilbert 1922] Hilbert, David: Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung. In: *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg* 1 (1922), Nr. 1, S. 157–177

[Hilbert 1930] Hilbert, David: Naturerkennen und Logik. In: *Journal of Molecular Medicine* 9 (1930), Nr. 48, S. 959–963

[Hilbert 1932] Hilbert, David: *Gesammelte Abhandlungen.* Bd. 1-3. Springer, 1932

[Hilbert 1988] Hilbert, David; Ackermann, Walter (Hrsg.): *Wissen und mathematisches Denken: Vorlesung von Prof. D. Hilbert, WS 1922/23.* Mathematisches Institut der Universität Göttingen, 1988

[Hilbert 1998] Hilbert, David: *Mathematische Probleme (Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker Kongress zu Paris 1900).* S. 22–80. In: *Die Hilbertschen Probleme*, Harri Deutsch Verlag, 1998

[Hilton und Berglund 1974] Hilton, T L.; Berglund, G W.: Sex Differences in Mathematics Achievement - A Longitudinal Study. In: *Journal of Educational Research* 67 (1974), S. 231–237

[Hofer und Pintrich 1997] Hofer, B K.; Pintrich, P R.: The Development of Epistemological Theories: Beliefs About Knowledge and Knowing and Their Relation to Learning. In: *Review of Educational Research* 67 (1997), Nr. 1, S. 88–140

[Hofer 2000] Hofer, Barbara K.: Dimensionality and Disciplinary Differences in Personal Epistemology. In: *Contemporary Educational Psychology* 25 (2000), S. 378–405

[Hofer 2006] Hofer, Barbara K.: Beliefs About Knowledge and Knowing: Integrating Domain Specificity and Domain Generality: A Response to Muis, Bendixen, and Haerle. In: *Educational Psychology Review* 18 (2006), Nr. 1, S. 67–76

[Hoffman 2004] Hoffman, Sarah: Kitcher, Ideal Agents, and Fictionalism. In: *Philosophia Mathematica* 12 (2004), Nr. 3, S. 3–17

[Hoffmann u. a. 1998] Hoffmann, Lore; Häussler, Peter; Lehrke, Manfred: *Die IPN-Interessenstudie.* IPN, 1998

[Hogan 2000] Hogan, Kathleen: Exploring a process View of Students' Knowledge about the Nature of Science. In: *Science Education* 84 (2000), Nr. 1, S. 51–70

[Holsti 1969] Holsti, Ole: *Content Analysis for the Social Sciences and Humanities.* Reading MA : Addison-Wesley, 1969

[Hössle u. a. 2004] Hössle, Corinna (Hrsg.); Höttecke, Dietmar (Hrsg.); Kircher, Ernst (Hrsg.): *Lehren und Lernen über die Natur der Naturwissenschaften - Wissenschaftspropädeutik für die Lehrerbildung und die Schulpraxis.* Bertmannsweiler, 2004

[Höttecke 2001] Höttecke, Dietmar: *Die Natur der Naturwissenschaften hisorisch verstehen. Fachdidaktische und wissenschafthistorische Untersuchungen.* Berlin, Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, Dissertation, 2001

[Höttecke und Rieß2007] Höttecke, Dietmar; Riess, Falk: Rekonstruktion der Vorstellungen von Physikstudierenden über die Natur der Naturwissenschaften - eine explorative Studie. In: *Physik und Didaktik in Schule und Hochschule* 6 (2007), Nr. 1, S. 1–14

[Hoyle 1995] Hoyle, Rick H.: *The Structural Equation Modeling Approach.* Kap. 1, S. 1–15. In: Hoyle, Rick H. (Hrsg.): *Structural Equation Modeling. Concepts, Issues and Applications*, SAGE Publications, 1995

[Hudson und McIntire 1977] Hudson, H T.; McIntire, W R.: Correlation between mathematical skills and success in physics. In: *American Journal of Phyics* 45 (1977), Nr. 5, S. 470–471

[Hudson 1982] Hudson, H T.; Liberman D.: The Combined Effect. In: *American Journal of Physics* 50 (1982), Nr. 12, S. 1117–1119

[Hughes-Hallett u. a. 2005] Hughes-Hallett, D; Gleason, A M.; McCallum, W G.; Lomen, D O.; Lovelock, D; Tecosky-Feldman, J; Tucker, T W.; Flath, D E.; Thrash, J; Rhea, K; Pasquale, A; Gordon, S; Quinney, D; Lock, P F.: *Calculus: Single Variable.* Wiley & Sons, 2005

[Huygens 1996] Huygens, Christian; Lommel, E (Hrsg.); Oettingen, A J. (Hrsg.): *Abhandlung über das Licht: Worin die Ursachen der Vorgänge bei seiner Zurückwerfung und Brechung und besonders bei der eigentümlichen Brechung des isländischen Spates dargelegt sind.* Harri Deutsch, 1996 (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften; Band 20)

[Ingenkamp 1965] Ingenkamp, Karlheinz: *Die Fragwürdigkeit der Zensurengebung.* Beltz, 1965

[Irvine 1990] Irvine, Andrew D.: *Nominalism, Realism & Physicalism in Mathematics.* S. IX—-XXVI. In: *Physicalism in Mathematics*, Kluwer Academic Publishers, 1990

[Jack 2007] Jack, M: *Fragebogen zur Erfassung von Ressourcen und Selbstmanagementfähigkeiten (FERUS). Manual.* Hogrefe, 2007

[Jammer 1964] Jammer, Max: *Der Begriff der Masse in der Physik.* Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1964

[Janich 1977] Janich, Peter: Die Sprache der Physik und die Wirklichkeit der Naturwissenschaften. In: *Dialectica* 31 (1977), Nr. 3-4, S. 301–312

[Janich 1992] Janich, Peter: *Grenzen der Naturwissenschaft.* München : C. H. Beck, 1992

[Janich 1997] Janich, Peter: *Kleine Philosophie der Naturwissenschaften.* Verlag C. H. Beck, 1997

[Jeans 1930] Jeans, James: *The mysterious universe.* Cambridge University Press, 1930

[Jehnge u. a. 1993] Jehnge, J J.; Johnson, S D.; Anderson, R C.: Schooling and Students' Epistemological Beliefs About Learning. In: *Contemporary Educational Psychology* 18 (1993), S. 23–35

[Johnson und Boynton 2010] Johnson, Blair T.; Boynton, Marcella H.: *Putting Attitudes in Their Place: Behavioral Prediction in the Face of Competing Variables.* Kap. 2, S. 19–38. In: Forgas, Joseph P;Cooper Joel;Crano William D. (Hrsg.): *The Psychology of Attitudes and Attitude Change*, Psychology Press, 2010

[Jones 2010] Jones, Steven R.: *Applying Mathematics to Physics and Engeneering: Symbolic Forms of the Integral*, University of Maryland, Dissertation, 2010

[Juter 2006] Juter, Kristina: *Limits of Functions - University Students' Concept Development*, Lulea University of Technology, Dissertation, 2006

[Kaiser und Maaß2006] Kaiser, G; Maass, K: *Vorstellungen über Mathematik und ihre Bedeutung für die Behandlung von Realitätsbezügen.* S. 83–94. In: Büchter, A (Hrsg.); Humenberger, H (Hrsg.); Huss mann, S (Hrsg.); Prediger, S (Hrsg.): *Realitätsnaher Mathematikunterricht vom Fach aus und für die Praxis*, Franzbecker, 2006

[Kaiser und Maasen 2010] Kaiser, Mario; Maasen, Sabine: *Wissenschaftssoziologie.* S. 685–705. In: Kneer, Georg (Hrsg.); Schroer, Markus (Hrsg.): *Handbuch Spezielle Soziologien*, Springer, 2010

[Kant 2003] Kant, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft. Nach der 1. und 2. Originalausgabe. Hrsg. von Jens Timmermann.* 2003

[Kardash und Scholes 1996] Kardash, Carol A.; Scholes, Roberta J.: Effects of Preexisting Beliefs, Epistemological Beliefs, and Need for Cognition on Interpretion of Controversial Issus. In: *Journal of Educational Psychology* 88 (1996), Nr. 2, S. 260–271

[Kardash und Howell 2000] KARDASH, Carol Anne M.; HOWELL, Karen L.: Effects of Epistemological Beliefs and Topic-Specific Beliefs on Undergraduates' Cognitive and Strategic Processing of Dual-Positional Text. In: *Journal of Educational Psychology* 92 (2000), Nr. 3, S. 524–535

[Kasimati und Yalamas 2000] KASIMATI, K; YALAMAS, V: The Study of the Componential Structure of Creek Pupils' (Aged 12-15) Beliefs. In: GÖTZ, Stefan (Hrsg.); TÖRNER, Günter (Hrsg.): *Research on Mathematical Beliefs. Proceedings of the MAVI-9 European Workshop*, 2000, S. 45–51

[Kato u. a. 2002] KATO, Yasuhiko; KAMII, Constance; OZAKI, Kyoko; NAGAHIRO, Mariko: Young children's representations of groups of objects: The relationship between abstraction and representation. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 33 (2002), Nr. 1, S. 30–45

[Katz 1960] KATZ, D: The functional approach to the study of attitudes. In: *Public Opinion Quarterly* (1960), Nr. 24, S. 163–204

[Keeler 2006] KEELER, Mark R.: *Nothing to Hide: Privacy in the 21st Century.* iUniverse, 2006

[Kieran 1981] KIERAN, Carolyn: Concepts Associates with the Equality Symbol. In: *Educational Studies in Mathematics* 12 (1981), S. 317–326

[Kintsch 1998] KINTSCH, Walter: *Comprehension: A paradigm for cognition.* Cambridge University Press, 1998

[Kircher 1995] KIRCHER, Ernst: *Studien zur Physikdidaktik.* IPN, 1995

[Kircher und Dittmer 2004] KIRCHER, Ernst; DITTMER, Arne: *Lehren und Lernen über die Natur der Naturwissenschaften.* S. 2–22. In: HÖSSLE, Corinna (Hrsg.); HÖTTECKE, Dietmar (Hrsg.); KIRCHER, Ernst (Hrsg.): *Lehren und Lernen über die Natur der Naturwissenschaften - Wissenschaftspropädeutik für die Lehrerbildung und die Schulpraxis*, Bertmannsweiler, 2004

[Kislenko 2009] KISLENKO, Kirsti: *'Mathematics is a bit Difficult But you Need it a Lot': Estonian Pupils' Beliefs about Mathematics.* Kap. 11, S. 143–163. In: MAASS, Jürgen (Hrsg.); SCHLÖGLMANN, Wolfgang (Hrsg.): *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education. New Research Results*, Sense Publishers, 2009

[Kitcher 1984] KITCHER, Philip: *The nature of mathematical knowledge.* Oxford University Press, 1984

[Kline 2005] KLINE, Rex B.: *Principles and Practice of Structural Equation Modeling.* The Guilford Press, 2005

[Kloostermann 1996] KLOOSTERMANN, P: *Students' Beliefs about Knowing and Learning Mathematics: Implications for Motivation.* S. 131–156. In: CARR, M (Hrsg.): *Motivation in Mathematics*, Hampton Press, 1996

[Knorr-Cetina 1981] Knorr-Cetina, Karin: *The Manufacture of Knowledge: an Essay on the Constructivist and Contextual Nature of Science.* Oxford University Press, 1981

[Knuth 2000] Knuth, Eric J.: Student understanding of the Cartesian Connection: An exploratory study. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 31 (2000), Nr. 4, S. 500–507

[Koedinger u. a. 2008] Koedinger, Kenneth R.; Alibali, Martha W.; Nathan, Mitchell J.: Trade-Offs Between Grounded and Abstract Representations: Evidence From Algebra Problem Solving. In: *Cognitive Science* 32 (2008), Nr. 2, S. 366–397

[Koedinger und Nathan 2004] Koedinger, Kenneth R.; Nathan, Mitchell J.: The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. In: *Journal of the Learning Sciences* 13 (2004), Nr. 2, S. 129–164

[Köller u. a. 2000] Köller, Olaf; Baumert, Jürgen; Neubrand, Johanna: *Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht.* Bd. 2. S. 229–269. In: Baumert, Jürgen (Hrsg.); Bos, Wilfried (Hrsg.); Lehmann, Rainer (Hrsg.): *TIMSS/III. Dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie - Mathematische und Naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn* Bd. 2, Leske + Budrich, 2000

[Krafft 1978] Krafft, Fritz: Der Weg von den Physiken zur Physik an den deutschen Universitäten. In: *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* 1 (1978), Nr. 3-4, S. 123–162. – ISSN 1522-2365

[Krafft 1982] Krafft, Fritz: *Das Selbstverständnis der Physik im Wandel der Zeit: Vorlesungen zum historischen Erfahrungsraum physikalischen Erkennens.* Physik-Verlag, 1982

[Krafft und Litfin 2002] Krafft, Manfred; Litfin, Thorsten: Adoption innovativer Telekommunikationsdienste: Validierung der Rogers-Kriterien bei Vorliegen potenziell heterogener Gruppen. In: *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung,* 54 (2002), Nr. 2, S. 64–83

[Krey 2011] Krey, Olaf: *Das Anwendungsproblem aus der Sicht von Physiklernenden.* S. 167–169. In: Hoettecke, Dietmar (Hrsg.): *Naturwissenschaftliche Bildung als Beitrag zur Gestaltung partizipativer Demokratie. GDCP Jahrestagung in Potsdam 2010*, LIT-Verlag, 2011

[Krey und Mikelskis] Krey, Olaf; Mikelskis, Helmut F.: *Was ist Physik? Antworten einer Schülerbefragung in Klasse 10.* In: *CD zur Frühjahrstagung des Fachverbandes Didaktik der Physik in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Berlin 2008*, Lehmanns Media

[Krippendorff 1970] Krippendorff, Klaus: Estimating the reliability, systematic error, and random error of interval data. In: *Educational and Psychological Measurement* 30 (1970), Nr. 1, S. 61–70

[Krippendorff 2004] Krippendorff, Klaus: *Content Analysis. An Introduction to its Methodology.* Sage Publications, 2004

[Krosnick u. a. 2005] Krosnick, J A.; Judd, C M.; Wittenbrink, B: *The Measurement of Attitudes.* S. 21–76. In: Albarracin, D (Hrsg.); Johnson, B T. (Hrsg.); Zanna, M P. (Hrsg.): *The Handbook of Attitudes*, Erlbaum, 2005

[Kuhn 1976] Kuhn, Thomas S.: *Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen.* Suhrkamp, 1976

[Kuhn 2001] Kuhn, Wilfried: *Ideengeschichte der Physik: eine Analyse der Entwicklung der Physik im historischen Kontext.* Vieweg, 2001. – ISBN 3528069716

[Kulgemeyer und Schecker 2009a] Kulgemeyer, Christoph; Schecker, Horst: Kommunikationskompetenz in der Physik: Zur Entwicklung eines domänenspezifischen Kommunikationsbegriffs. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 15 (2009), S. 131–153

[Kulgemeyer und Schecker 2009b] Kulgemeyer, Christoph; Schecker, Horst: Physikalische Darstellungsformen. Ein Beitrag zur Klärung von „Kommunikationskompetenz“. In: *MNU (Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht)* 62 (2009), Nr. 6, S. 328–331

[Kuntze und Zöttl 2008] Kuntze, Sebastian; Zöttl, Luzia: Auf Aufgaben bezogene Überzeugungen und übergreifende Beliefs von Lehramtsstudierenden. In: Vasarhelyi, Eva (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Franz Becker, 2008, S. 545–548. – URL `http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2008/BzMU-2008-alphabetisch.pdf`

[Kvasz 2006] Kvasz, Ladislav: The History of Algebra and the Development of the Form of its Language. In: *Philosophia Mathematica* 14 (2006), Nr. 3, S. 287–317

[Labudde 2000] Labudde, Peter: *Konstruktivismus im Physikunterricht der Sekundarstufe II.* Haupt, 2000

[Lakatos 1979] Lakatos, Imre; Worrall, J (Hrsg.); Zahar, E (Hrsg.): *Beweise und Widerlegungen: die Logik mathematischer Entdeckungen.* Vieweg, 1979

[Lakatos 1980] Lakatos, Imre; Worrall, J (Hrsg.); Currie, G (Hrsg.): *The methodology of scientific research programmes.* Cambridge University Press, 1980

[Lakoff und Nunez 2000] Lakoff, George; Nunez, Rafael E.: *Where Mathematics Comes from.* New York, 2000

[Lampert 1990] Lampert, M: When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. In: *American Educational Research Journal* 27 (1990), Nr. 1, S. 29–63

[Landy und Goldstone 2007a] LANDY, David; GOLDSTONE, Robert L.: Formal notations are diagrams: Evidence from a production task. In: *Memory & Cognition* 35 (2007), Nr. 8, S. 2033–2040

[Landy und Goldstone 2007b] LANDY, David; GOLDSTONE, Robert L.: How abstract is symbolic thought? In: *Learning, Memory* 33 (2007), Nr. 4, S. 720–733

[Larkin und Simon 1987] LARKIN, Jill H.; SIMON, Herbert A.: Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words. In: *Cognitive Science* 11 (1987), S. 65–99

[Larochelle und Désautels 1991] LAROCHELLE, Marie; DÉSAUTELS, Jacques: 'Of course, it's just obvious': adolescents' ideas of scientific knowledge. In: *International Journal of Science Education* 13 (1991), Nr. 4, S. 373–389

[Latour 1987] LATOUR, Bruno: *Science in Action: How to Follow Scientists and Engineers through Society*. Harvard University Press, 1987

[Latour und Woolgar 1979] LATOUR, Bruno; WOOLGAR, Steve: *Laboratory Life: The Social Construction of Scientific Facts*. Sage Publications, 1979

[Lawler und Yazdani 1987] LAWLER, R W. (Hrsg.); YAZDANI, M (Hrsg.): *Artificial Intelligence and Education: Learning Environments and Tutoring Systems*. Bd. 1. Ablex Publishing, 1987

[Laws und Thornton 1993] LAWS, Priscilla W.; THORNTON, Ronald K.: *FIPSE Interactive Physics Project (October 1989 - August 1993). Final Report*. Dickinson College, 1993

[Lederman 1992] LEDERMAN, Norman G.: Students' and teachers' conceptions of the nature of science: A review of the research. In: *Journal of research in science teaching* 29 (1992), Nr. 4, S. 331–359

[Lederman u. a. 2002] LEDERMAN, Norman G.; ABD-EL-KHALICK, Fouad; BELL, R L.; SCHWARTZ, R S.: Views of nature of science questionnaire: Toward valid and meaningful assessment of learners' conceptions of nature of science. In: *Journal of Research in Science Teaching* 39 (2002), Nr. 6, S. 497–521

[Ledgerwood und Trope 2010] LEDGERWOOD, Alison; TROPE, Yaacov: *Attitudes as Global and Local Action Guides*. Kap. 3, S. 39–58. In: FORGAS, Joseph P. (Hrsg.); COOPER, Joel (Hrsg.); CRANO, William D. (Hrsg.): *The psychology of attitudes and attitude change*, Psychology Press, 2010 (Sydney symposium in social psychology)

[Leinhardt u. a. 1990] LEINHARDT, G; ZASLAVSKY, O; STEIN, M K.: Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. In: *Review of educational research* 60 (1990), Nr. 1, S. 1–64

[Leisen 1998a] LEISEN, Josef: Förderung des Sprachlernens durch den Wechsel von Symbolisierungsformen im Physikunterricht. In: *Praxis der Naturwissenschaften Physik* 47 (1998), Nr. 2, S. 9–13

[Leisen 1998b] LEISEN, Josef: Physikalische Begriffe und Sachverhalte. Repräsentationen auf verschiedenen Ebenen. In: *Praxis der Naturwissenschaften Physik* 47 (1998), Nr. 2, S. 14–18

[Lewis 2010] LEWIS, Neil; ZALTA, Edward N. (Hrsg.): *Robert Grosseteste.* \url{http://plato.stanford.edu/archives/win2010/entries/grosseteste/}. 2010. – URL `http://www.seop.leeds.ac.uk/archives/spr2010/entries/grosseteste/`

[Liebers 1983] LIEBERS, Klaus: *Anwendung der Mathematik im Physikunterricht.* Berlin, 1983

[Lipowsky 2006] LIPOWSKY, Frank: Auf den Lehrer kommt es an. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 51 (2006), Nr. Beiheft 52, S. 47–65

[Livingston 1986] LIVINGSTON, Eric: *The ethnomethodological foundations of mathematics.* Routledge, 1986

[Losee 2001] LOSEE, John: *A Historical Inntroduction to the Philosophy of Science.* Oxford University Press, 2001

[de Lozano und Cardenas 2002] LOZANO, Silvia R. de; CARDENAS, Marta: Some Learning Problems Concerning the Use of Symbolic Language in Physics. In: *Science & Education* 11 (2002), S. 589–599

[Ludwig 1979] LUDWIG, Günther: *Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse.* Bd. 2: *Wie kann man durch Physik etwas von der Wirklichkeit erkennen?* Akademie der Wissenschaften und der Literatur, 1979

[Ludwig 1985] LUDWIG, Günther: *Einführung in die Grundlagen der Theoretischen Physik.* Bd. 1: Raum, Z. Vieweg, 1985

[Luhmann 1992] LUHMANN, Niklas: *Die Wissenschaft der Gesellschaft.* Suhrkamp, 1992

[Lynch 1985] LYNCH, Michael: *Art and Artifact in Laboratory Science: A Study of Shop Work and Shop Talk in a Research Laboratory.* Routledge & Paul, 1985

[Ma 1997] MA, X: Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. In: *The Journal of Educational Research* (1997), S. 221–229

[Maaß2006] MAASS, Katja: Bedeutungsdimensionen nützlichkeitsorientierter Beliefs. Ein theoretisches Konzept zu Vorstellungen über die Nützlichkeit von Mathematik und eine erste empirische Annäherung bei Lehramtsstudierenden. In: *mathematica didactica* 29 (2006), Nr. 2, S. 114–138

[Maddy 1990] MADDY, Penelope: *Realism in mathematics.* Oxford University Press, 1990

[Mahir 2010] Mahir, Nevin: Students' Interpretation of a Function Associated with a Real-Life Problem from its Graph. In: *PRIMUS* 20 (2010), Nr. 5, S. 392–404

[Maio und Olson 2000] Maio, G R.; Olson, J M.: *What is a value-expressive attitude?* S. 249–269. In: Maio, G R. (Hrsg.); M., Olson J. (Hrsg.): *Why we evaluate: functions of attitudes*, Erlbaum, 2000

[Malle 1993] Malle, Günther; Wittmann, Erich C. (Hrsg.): *Didaktische Probleme der elementaren Algebra.* Vieweg, 1993

[Maloney 1994] Maloney, David P.: *Research on problem solving: Physics.* S. 327–354. In: Gabel, Dorothy L. (Hrsg.): *Handbook of research on science teaching and learning*, Macmillan, 1994

[Manthei 1986] Manthei, Wolfgang: *Graphische Darstellungen im Physikunterricht.* HU Berlin, 1986

[Margenau 1962] Margenau, Henry: Is the Mathematical Explanation of Physical Data Unique? In: *Logic, methodology and philosophy of science. Proceedings of the 1960 International Congress*, Stanford University Press, 1962, S. 348–355

[Markic und Eilks 2007] Markic, Silvija; Eilks, Ingo: Vorstellungen von Lehramtsstudierenden der Physik über Physikunterricht zu Beginn ihres Studiums und ihre Einordnung. In: *Physik und Didaktik in Schule und Hochschule* 6 (2007), Nr. 2, S. 31–42

[Marrongelle 2004] Marrongelle, Karen A.: How Students Use Physics to Reason About Calculus Tasks. In: *School, Science and Mathematics* 104 (2004), Nr. 6, S. 258–272

[Marsh u. a. 2009] Marsh, Herbert W.; Muthen, Bengt; Asparouhov, Tihomir; Lüdtke, Oliver; Robitzsch, Alexander; Morin, Alexandre J S.; Trautwein, Ulrich: Exploratory Structural Equation Modeling, Integrating CFA and EFA: Application to Students' Evaluations of University Teaching. In: *Structural Equation Modeling* 16 (2009), Nr. 3, S. 439–476

[Martin u. a. 2004] Martin, M O.; Mullis, I V S.; Gonzalez, E J.; Chrostowski, S J.: *TIMSS 2003 international science report: findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eight grades.* TIMSS & PIRLS International Study Center, 2004

[Mason 2004] Mason, J: Are Beliefs believable? In: *Mathematical thinking and Learning* 6 (2004), Nr. 3, S. 343–351

[Matthews u. a. 2009] Matthews, Kelly E.; Adams, Peter; Goos, Merrilyn: Putting it into Perspective: Mathematics in the Undergraduate Science Curriculum. In: *International Journal of Mathematica Education in Science and Technology* 40 (2009), Nr. 7, S. 891–902

[Maxwell 1873] MAXWELL, James C.: *A Treatise on Electricity and Magnetism.* Bd. II. Clarendon Press, 1873

[Mayring 2002] MAYRING, Philipp: *Einführung in die qualitative Sozialforschung.* Beltz, 2002

[Mayring 2003] MAYRING, Philipp: *Qualitative Inhaltsanalyse.* Beltz, 2003

[MBJS 2008] MBJS, Land B. (Hrsg.): *Rahmenlehrplan für die Sekundarstufe I. Jahrgangsstufen 7 - 10. Physik.* 2008

[McComas u. a. 1998] MCCOMAS, William F.; CLOUGH, Michael P.; ALMAZROA, Hiya: *The Role and Character of the Nature of Science in Science Education.* Kap. 1, S. 3–40. In: MCCOMAS, William F. (Hrsg.): *The Nature of Science in Science Education. Rationales and Strategies*, Kluwer Academic Publishers, 1998

[McComas und Olson 1998] MCCOMAS, William F.; OLSON, Joanne K.: *The Nature of Science in International Science Education Standard Documents.* Kap. 2, S. 41–52. In: MCCOMAS, William F. (Hrsg.): *The Nature of Science in Science Education. Rationales and Strategies*, Kluwer Academic Publishers, 1998

[McLeod 1992] MCLEOD, D B.: *Research on Affect in Mathematics Education: A Reconcepualization.* S. 575–596. In: GROUWS, D A. (Hrsg.): *Handbook of Research on mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, Macmillan, 1992

[McNeil und Alibali 2005] MCNEIL, Nicole M.; ALIBALI, Martha W.: Why won't you change your mind? Knowledge of operational patterns hinders learning and performance on equations. In: *Child development* 76 (2005), Nr. 4, S. 883–899

[Meade u. a. 2006] MEADE, Adam W.; JOHNSON, Emily C.; BRADDY, Phillip W.: *The Utility of Alternative Fit Indices in Test of Measurement Invariance.* Paper presented at the Annual Academy of Managemant Conference, Atlanta, GA. August 2006

[Meichtry 1993] MEICHTRY, Yvonne J.: The Impact of Science Curricula on Student Views About the Nature of Science. In: *Journal of Research in Science Teaching* 30 (1993), Nr. 5, S. 429–443

[Meltzer 2002] MELTZER, David E.: The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible a „hidden variable" in diagnostic pretest scores. In: *American Journal of Physics* 70 (2002), S. 1259–1268

[Meridith 1993] MERIDITH, William: Measurement Invariance, Factor Analysis and Factorial Invariance. In: *Psychometrika* 58 (1993), Nr. 4, S. 525–543

[Merton 1938] MERTON, Robert K.: Science, technology and society in seventeenth century England. In: *Osiris* 4 (1938), S. 360–632

[Merton 1942] MERTON, Robert K.: *Science and technology in a democratic order. Journal of Legal Polital Sociololgy 1, 115–126.* 1942

[Meyling 1990] MEYLING, Heinz: *Wissenschaftstheorie im Physikunterricht der gymnasialen Oberstufe. Das wissenschaftstheoretische Schülervorverständnis und der Versuch seiner Veränderung durch expliziten wissenschaftstheoretischen Unterricht*, Universität Bremen, Dissertation, 1990

[Michelsen 2005] MICHELSEN, Claus: *Expanding the Domain - Variables and Functions in an Interdisciplinary Context between Mathematics and Physics.* S. 201–214. In: BECKMANN, A; Michelsen Claus; Sriraman B. (Hrsg.): *Proceedings of the 1st International Symposium of Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences.* Schwäbisch Gmünd, 2005

[Michelsen und Sriraman 2009] MICHELSEN, Claus; SRIRAMAN, Bharath: Does interdisciplinary instruction raise students' interest in mathematics and the subjects of the natural sciences? In: *ZDM* 41 (2009), Nr. 1, S. 231–244

[Mikelskis 1992] MIKELSKIS, Helmut F.: *Physiklernen heißt: Brücken schlagen zwischen toten Zahlen und sinnlichem Dasein.* S. 209–222. In: HÄUSS LER, Peter (Hrsg.): *Physikunterricht und Menschenbildung*, IPN, 1992

[Mikelskis 2006] MIKELSKIS, Helmut F.: *Physikunterricht als Beitrag zur Bewältigung gesellschaftlicher Schlüsselprobleme.* S. 11–38. In: MIKELSKIS, Helmut F. (Hrsg.): *Physik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufen I und II*, Cornelsen Scriptor, Berlin, 2006

[Mikelskis-Seifert und Müller 2005] MIKELSKIS-SEIFERT, Silke; MÜLLER, Christoph T.: Schülervorstellungen von der Physik als Wissenschaft. Eine Bestandsaufnahme. In: *Physik-Didaktik. DPG-Frühjahrstagung in Berlin*, Lehmanns Media, 2005

[Mill 1872] MILL, John S.: *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive.* Bd. 1-2. Longmans, Green, Reader, and Dyer, 1872

[Millsap und Kwok 2004] MILLSAP, Roger E.; KWOK, Oi-Man: Evaluating the Impact of Partial Factorial Invariance on Selection in Two Populations. In: *Psychological Methods* 9 (2004), Nr. 1, S. 93–115

[Mittelstraß1995] MITTELSTRASS, Jürgen: Galilei als Methodologe. In: *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte* 18 (1995), Nr. 1, S. 15–25

[Moosbrugger und Kelava 2008] MOOSBRUGGER, Helfried; KELAVA, Augustin: *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion.* Springer, 2008

[Mühlhaus und Weiber 2010] MÜHLHAUS, Daniel; WEIBER, Rolf: *Strukturgleichungsmodellierung: eine anwendungsorientierte Einführung in die Kausalanalyse mit Hilfe von AMOS, SmartPLS und SPSS.* Springer Verlag, 2010

[Muis u. a. 2006] MUIS, Krista R.; BENDIXEN, Lisa D.; HAERLE, Florian C.: Domain-Generality and Domain-Specificity in Personal Epistemology Research: Philosophical and Empirical Reflections in the Development. In: *Educational Psychology Review* 18 (2006), S. 3–54

[Müller und Heise 2006] Müller, Rainer; Heise, Elke: Formeln in physikalischen Texten: Einstellung und Textverständnis von Schülerinnen und Schülern. In: *Physik und Didaktik in Schule und Hochschule* 5 (2006), Nr. 1, S. 62–70

[Müller-Philipp 1994] Müller-Philipp, Susanne: *Der Funktionsbegriff im Mathematikunterricht: Eine Analyse für die Sekundarstufe I unter Berücksichtigung lernpsychologischer Erkenntnisse und der Einbeziehung des Computers als Lernhilfe.* Waxmann, 1994

[Mullins 1972] Mullins, Nicolas C.: The development of a scientific specialty: The phage group and the origins of molecular biology. In: *Minerva* 10 (1972), Nr. 1, S. 52–82

[Nardi und Steward 2003] Nardi, Elena; Steward, Susan: Is Mathematics T.I.R.E.D? A Profile of Quiet Disaffection in the Secondary Mathematics Classroom. In: *British Educational Research Journal* 29 (2003), Nr. 3, S. 345–367

[Neuendorf 2005] Neuendorf, Kimberley A.: *The Content Analysis Guidebook.* Sage Publications, 2005

[von Neumann 1961] Neumann, John von: *Method in the physical sciences.* S. 491–498. In: Taub, A H. (Hrsg.): *Collected Works Vol. VI: Theory of Games, Astrophysics, Hydrodynamics and Meteorology*, Pergamon Press, 1961

[Neurath 1931] Neurath, Otto: Soziologie im Physikalismus. In: *Erkenntnis* 2 (1931), Nr. 1, S. 393–431

[Niedderer und Schecker 1992] Niedderer, Hans; Schecker, Horst: Towards an explicit description of cognitive systems for research in physics learning. In: Duit, Reinders (Hrsg.); Goldberg, F (Hrsg.); Niedderer, Hans (Hrsg.): *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*, IPN, 1992, S. 74–98

[Niedderer und Schecker 2004] Niedderer, Hans; Schecker, Horst: *Physik lernen und das Vorverständnis der Schüler.* S. 248–263. In: Hössle, Corinna (Hrsg.); Höttecke, Dietmar (Hrsg.); Kircher, Ernst (Hrsg.): *Lehren und Lernen über die Natur der Naturwissenschaften - Wissenschaftspropädeutik für die Lehrerbildung und die Schulpraxis*, Bertmannsweiler, 2004

[Nölle 2007] Nölle, Beate E.: *Wagenschein und Lehrkunst in mathematischen Exempeln.* Franzbecker, 2007

[Norton 2000] Norton, John D.: 'Nature is the Realisation of the Simplest Conceivable Mathematical Ideas': Einstein and the Canon of Mathematical Simplicity. In: *Studies In History and Philosophy of Science Part B: Studies In History and Philosophy of Modern Physics* 31 (2000), Nr. 2, S. 135–170

[OECD 2007] OECD: *PISA 2006: Science Competencies for Tomorrow's World.* Bd. 1. OECD, 2007

[Olson und Stone 2005] Olson, James M.; Stone, Jeff: *The Influence of Behavior on Attitudes.* Kap. 6, S. 223–271. In: Albarracin, Dolores (Hrsg.); Johnson, Blair T. (Hrsg.); Zanna, Mark P. (Hrsg.): *The Handbook of Attitudes*, Erlbaum, 2005

[Op 't Eynde u. a. 2002] Op 't Eynde, Peter; De Corte, Erik; Verschaffel, Lieven: *Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. A Quest For Conceptual Clarity and A Comprehensive Categorization.* Kap. 2, S. 13–37. In: Leder, Gilah C. (Hrsg.); Pehkonen, Erkki (Hrsg.); Törner, Günter (Hrsg.): *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, Kluwer Academic Publishers, 2002

[Orton und Roper 2000] Orton, Tony; Roper, Tom: Science and Mathematics: A Relationship in Need of Counselling? In: *Studies in Science Education* 35 (2000), Nr. 1, S. 123–153

[Osborne u. a. 2003a] Osborne, Jonathan; Collins, Sue; Ratcliffe, Mary; Millar, Robin; Duschl, Rick: What 'Ideas-about-Science' Should Be Taught in School Science? A Delphi Study of the Expert Community. In: *Journal of Research in Science Teaching* 40 (2003), Nr. 7, S. 692–720

[Osborne u. a. 2003b] Osborne, Jonathan; Simon, Shirley; Collins, Sue: Attitudes Towards Science: A Review of the Literature and its Implications. In: *International Journal of Science Education* 25 (2003), Nr. 9, S. 1049–1079

[Pajares 1992] Pajares, M F.: Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning up a Messy Construct. In: *Review of Educational Research* 62 (1992), Nr. 3, S. 307–332

[Peat 1990] Peat, F D.: Mathematics and the Language of Nature. In: *Mathematics and Sciences. Word Scientific. Retrieved from http://www.fdavidpeat.com/bibliography/essays/maths.htm (4. Juni 2008)* (1990)

[Pehkonen 1995] Pehkonen, E: Pupils' View of Mathematics: Initial Report for an International Comparison Project / University of Helsinki, Department of Teacher Education. Research Report 152. Helsinki, 1995. – Forschungsbericht

[Pehkonen 1994] Pehkonen, Erkki: *Mathematische Vorstellungen von Schülern: der Begriff und einige Forschungsresultate.* Gerhard Mercator Universität Duisburg Gesamthochschule, 1994 (Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik)

[Pehkonen und Furinghetti 2001] Pehkonen, Erkki; Furinghetti, Fulvia: Problems on the Use of the Concepts Belief and Conception. In: Soro, Riitta (Hrsg.): *Current State of Research on Mathematical Beliefs X. Proceedings of the MAVI-10 European Workshop. June 2-5, 2001*, 2001, S. 47–54

[Pehkonen und Törner 1996] Pehkonen, Erkki; Törner, Günter: Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 28 (1996), Nr. 4, S. 101–108

[Perl 1979] Perl, T H.: *Discriminating Factors and Sex Differences in Electing Mathematics*, Stanford University, Dissertation, 1979

[Perry 1968] Perry, W G.: *Patterns of Development in Thought and Values of Students in a Liberal Arts College: A Validation of a scheme. Final Report.* 1968

[Perry 1970] Perry, W G.: *Forms of Intellectual and Ethical Development in the College Years: A Scheme.* Holt, Rinehart and Winston, 1970

[Petsche 2006] Petsche, Hans-Joachim: *"Hilfswissenschaften"für die Technikwissenschaften: Mathematik.* Kap. 4.1.2.1, S. 195–211. In: Banse, Gerhard (Hrsg.); Grunwald, Armin (Hrsg.); König, Wolfgang (Hrsg.); Ropohl, Günter (Hrsg.): *Erkennen und Gestalten. Eine Theorie der Technikwissenschaften*, Edition Sigma, 2006

[Pickering 1984] Pickering, Andrew: *Constructing Quarks: a Sociological History of Particle Physics.* University of Chicago Press, 1984

[Pickering 1992] Pickering, Andrew (Hrsg.): *Science as Practice and Culture.* University of Chicago Press, 1992

[Pieper-Seier 2002] Pieper-Seier, I: Lehramtsstudierende und ihr Verhältnis zur Mathematik. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, 2002, S. 395–398

[Pietschmann 2007] Pietschmann, Herbert: *Phänomenologie der Naturwissenschaft. Wissenschaftstheoretische Probleme der Physik.* Ibera/European University Press, 2007

[Pintrich u. a. 1993] Pintrich, P R.; Marx, R W.; Boyle, R A.: Beyond Cold Conceptional Change: The Role of Motivational Beliefs and Classroom Contextual Factors in the Process of Conceptual Change. In: *Review of Educational Research* 63 (1993), S. 167–199

[Planck 1920] Planck, Max: *Einführung in die allgemeine Mechanik.* S. Hirzel, 1920

[Poincaré 2003a] Poincaré, Henri: *Wissenschaft und Hypothese (Reprint der 4. Auflage 1928).* Xenomi Verlag, 2003

[Poincaré 2003b] Poincaré, Henri: *Wissenschaft und Methode (Reprint der Ausgabe von 1913).* Xenomi Verlag, 2003

[Polya 2004] Polya, George: *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton University Press, 2004

[Popper 2005] Popper, Karl: *Logik der Forschung.* Mohr Siebeck, 2005

[Port und van Gelder 1995] Port, R F.; Gelder, T van: *Mind as motion: Explorations in the dynamics of cognition.* MIT Press, 1995

[Prediger 2004] Prediger, Susanne: *Mathematiklernen in interkultureller Perspektive. Mathematikphilosophische, deskriptive und präskriptive Betrachtungen.* Profil-Verlag, 2004

[Presmeg 2006] PRESMEG, Norma C.: *Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics.* S. 205–235. In: GUTIÉRREZ, Angel (Hrsg.); PAOLO, Boero (Hrsg.): *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics education. Past, Present, Future*, Sense Publishers, 2006

[Priemer 2003] PRIEMER, Burkhard: Ein diagnostischer Test zu Schüleransichten über Physik und Lernen von Physik - eine deutsche Version des Tests „Views About Science Survey“. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 9 (2003), Nr. 1, S. 160–178

[Putnam 1972] PUTNAM, Hilary: *Philosophy of Logic.* HarperCollins Publishers, 1972

[Putnam 1975] PUTNAM, Hilary: *What is mathematical truth?* In: *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers, Volume I*, Cambridge University Press, 1975

[Pyke 2003] PYKE, Curtis L.: The use of symbols, words, and diagrams as indicators of mathematical cognition: A causal model. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 34 (2003), Nr. 5, S. 406–432

[Quine 1951] QUINE, Willard Van O.: Main trends in recent philosophy: two dogmas of empiricism. In: *The Philosophical Review* 60 (1951), Nr. 1, S. 20–43

[Quine 2003] QUINE, Willard Van O.: *Naturalisierte Erkenntnistheorie.* S. 85–106. In: *Ontologische Relativität und andere Schriften*, Klostermann, 2003

[Rabe 2007] RABE, Thorid: *Textgestaltung und Aufforderung zu Selbsterklärungen beim Physiklernen mit Multimedia.* Logos Verlag, 2007 (Studien zum Physik- und Chemielernen, Band 61)

[Rasch u. a. 2006] RASCH, Björn; FRIESE, Malte; HOFMANN, Wilhelm; NAUMANN, Ewald: *Quantitative Methoden.* Bd. 2. Springer, 2006

[Redish 2004] REDISH, Edward F.: A theoretical framework for physics education research: Modeling student thinking. In: *Proceedings of the Varenne Summer School, Enrico Fermi Course CLVI* (2004)

[Redish 2005] REDISH, Edward F.: Problem Solving and the Use of Math in Physics Courses. In: *Proceedings of the World View on Physics Education 2005: Focussing on Change Conference in Dehli* (2005), S. 1–10

[Redish und Gupta 2010] REDISH, Edward F.; GUPTA, Ayush: Making Meaning with Math in Physics: A Semantic Analysis. In: *Proceedings of the Groupe International de Recherche sur l'Enseignement de la Physique (GIREP), 2009* (2010), S. 1–15

[Redish u. a. 1996] REDISH, Edward F.; STEINBERG, R; SAUL, J: Student difficulties with math in physics: Giving Meaning to Symbols. In: *College Park, MD: 113th AAPT National Meeting*, 1996

[Reed 2006] REED, Stephen K.: Does Unit Analysis Help Students Construct Equations? In: *Cognition and Instruction* 24 (2006), Nr. 3, S. 341–366

[Reich 2004] Reich, Kersten: *Konstruktivistische Didaktik: Lehren und Lernen aus interaktionistischer Sicht.* Luchterhand, 2004

[Reif 1987] Reif, Frederick: Interpretation of Scientific or Mathematical Concepts: Cognitive Issues and Instructional Implications. In: *Cognitive Science* 11 (1987), S. 395–416

[Reif und Allen 1992] Reif, Frederick; Allen, Sue: Cognition for Interpreting Scientific Concepts: A Study of Acceleration. In: *Cognition and Instruction* 9 (1992), Nr. 1, S. 1–44

[Reinecke 2005] Reinecke, J: *Strukturgleichungsmodelle in den Sozialwissenschaften.* Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2005

[Resnik 1997] Resnik, Michael D.: *Mathematics as a Science of Patterns.* Clarendon Press, 1997

[Rohrmann 1978] Rohrmann, Bernd: Empirische Studien zur Entwicklung von Antwortskalen für die sozialwissenschaftliche Forschung. In: *Zeitschrift für Sozialpsychologie* 9 (1978), Nr. 3, S. 222–245

[Rokeach 1968] Rokeach, M: *Beliefs, attitudes, and values: A theory of organization and change.* Jossey-Bass, 1968

[Rolka und Halverscheid 2006] Rolka, Katrin; Halverscheid, Stefan: Die Mathematik im Bild - Zeichnungen zur Erforschung mathematischer Weltbilder. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Franzbecker, 2006, S. 433–436

[Roth 2003] Roth, Gerhard: *Fühlen, Denken, Handeln: Wie das Gehirn unser Verhalten steuert.* Suhrkamp, 2003

[Roth und Bowen 2001] Roth, Wolff-Michael; Bowen, G M.: Professionals read graphs: A semiotic analysis. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 32 (2001), Nr. 2, S. 159–194

[Rozier und Viennot 1991] Rozier, S; Viennot, L: Students' Reasonings in Themodynamics. In: *International Journal of Science Education* 13 (1991), Nr. 2, S. 159–170

[Ruffell u. a. 1998] Ruffell, M; Mason, J; Allen, B: Studying attitude to mathematics. In: *Educational Studies in Mathematics* 35 (1998), Nr. 1, S. 1–18

[Rukavina und Daneman 1996] Rukavina, Irene; Daneman, Meredyth: Integration and its Effect on Acquiring Knowledge About Competing Scientific Theories From Text. In: *Journal of Educational Psychology* 88 (1996), Nr. 2, S. 272–287

[Russell 1937] Russell, Bertrand: *The Principles of Mathematics.* Kimble & Bredford, 1937

[Rutherford und Ahlgren 1989] RUTHERFORD, F J.; AHLGREN, A: *Science for all Americans.* Ver{ö}ffentlichung der American Association for the Advancement of Science (AAAS). 1989. – URL `http://www.project2061.org/publications/sfaa/online/sfaatoc.htm`

[Ryan 1984] RYAN, Michael P.: Conceptions of Prose Coherence: Individual Differences in Epistemological Standards. In: *Journal of Educational Psychology* 76 (1984), Nr. 6, S. 1226–1238

[Sadler und Tai 2007] SADLER, Philip M.; TAI, Robert H.: The Two High-School Pillars Supporting College Science. In: *Science* 317 (2007), S. 457–458

[Sandoval 2005] SANDOVAL, William A.: Understanding Students' Practical Epistemologies and Their Influence on Learning Through Inquiry. In: *Science Education* 89 (2005), Nr. 4, S. 634–656

[Schecker 1985] SCHECKER, Horst: *Das Schülervorverständnis zur Mechanik. Eine Untersuchung in der Sekundarstufe II unter Einbeziehung historischer und wissenschaftshistorischer Aspekte*, Universität Bremen, Dissertation, 1985

[Scheibe 2007] SCHEIBE, Erhard: *Die Philosophie der Physiker.* C. H. Beck, 2007

[Schiffer und Bowden 1984] SCHIFFER, M M.; BOWDEN, L; AMERICA, The Mathematical A. of (Hrsg.): *The Role of Mathematics in Science.* The Mathematical Association of America, 1984

[Schoenfeld 1985] SCHOENFELD, Alan H.: *Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding.* S. 361–380. In: SILVER, E A. (Hrsg.): *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, Lawrence Erlbaum, 1985

[Schoenfeld 1992] SCHOENFELD, Alan H.: *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics.* S. 334–370. In: GROUWS, Douglas A. (Hrsg.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Macmillan, 1992

[Schommer 1990] SCHOMMER, Marlene: Effects of Beliefs About the Nature of Knowledge on Comprehension. In: *Journal of Educational Psychology* 82 (1990), Nr. 3, S. 498–504

[Schommer 1993a] SCHOMMER, Marlene: Comparisons of Beliefs About the Nature of Knowledge and Learning Among Postsecondary Students. In: *Research in Higher Education* 34 (1993), Nr. 3, S. 355–370

[Schommer 1993b] SCHOMMER, Marlene: Epistemological Development and Academic Performance Among Secondary Students. In: *Journal of Educational Psychology* 85 (1993), Nr. 85, S. 406–411

[Schommer 1998] SCHOMMER, Marlene: The Influence of Age and Schooling on Epistemological Beliefs. In: *British Journal of Educational Psychology* 68 (1998), S. 551–562

[Schommer u. a. 1992] Schommer, Marlene; Crouse, Amy; Rhodes, Nancy: Epistemologocal Beliefs and Mathematical Text Comprehension: Believing It Is Simple Does Not Make It So. In: *Journal of Educational Psychology* 84 (1992), Nr. 4, S. 435–443

[Schommer und Dunnell 1994] Schommer, Marlene; Dunnell, P A.: A Comparison of Epistemological Beliefs Between Gifted and Non-Gifted High School Students. In: *Roeper Review* 16 (1994), S. 207–210

[Schommer und Walker 1995] Schommer, Marlene; Walker, Kiersten: Are Epistemological Beliefs Similar Across Domains? In: *Journal of Educational Psychology* 87 (1995), Nr. 3, S. 424–432

[Schommer-Aikins u. a. 2000] Schommer-Aikins, Marlene; Mau, W C.; Brookhart, S; Hutter, R: Understanding Middle Students' Beliefs About Knowledge and Learning Using a Multidimensional Paradigm. In: *Journal of Educational Research* 94 (2000), S. 120–127

[Schraw u. a. 1995] Schraw, G; Dunkle, M E.; Bendixen, L D.: Cognitive Processes in Well-Defined and Ill-Defined Problem Solving. In: *Applied Cognitive Psychology* 9 (1995), S. 523–538

[Schrödinger 1980] Schrödinger, Erwin: *Ist die Naturwissenschaft milieubedingt?* S. 295–332. In: Meyenn, Karl von (Hrsg.): *Quantenmechanik und Weimarer Republik*, Vieweg, 1980

[Schurz 2008] Schurz, Gerhard: *Einführung in die Wissenschaftstheorie.* Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 2008

[Scott 1955] Scott, William A.: Reliability of Content Analysis: The Case of Nominal Scale Coding. In: *The Public Opinion Quarterly* 19 (1955), Nr. 3, S. 321–325

[Sfard 1991] Sfard, Anna: On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Refelction on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. In: *Educational Studies in Mathematics* 22 (1991), S. 1–36

[Shah und Hoeffner 2002] Shah, Priti; Hoeffner, James: Review of graph comprehension research: Implications for instruction. In: *Educational Psychology Review* 14 (2002), Nr. 1, S. 47–69

[Shapin 1974] Shapin, Steven: Property, patronage, and the politics of science: The founding of the Royal Society of Edinburgh. In: *The British journal for the history of science* 7 (1974), Nr. 1, S. 1–41

[Shapiro 1997] Shapiro, Stewart: *Philosophy of mathematics: structure and ontology.* Oxford University Press, 1997

[Shapiro 2000] Shapiro, Stewart: *Thinking about mathematics. The philosophy of mathematics.* Oxford University Press, 2000

[Sherin 1996] SHERIN, Bruce L.: *The Symbolic Basis of Physical Intuition. A Study of Two Symbol Systems in Physics Instruction*, University of California, Berkeley, Dissertation, 1996

[Sherin 2001] SHERIN, Bruce L.: How Students Understand Physics Equations. In: *Cognition and Instruction* 19 (2001), Nr. 4, S. 479–541

[Simons 2009] SIMONS, Peter: *Formalism*. S. 291–310. In: IRVINE, Andrew D. (Hrsg.): *Philosophy of Mathematics*, North Holland Elsevier, 2009

[Simonyi 2004] SIMONYI, Karoly: *Kulturgeschichte der Physik: Von den Anfängen bis heute*. Harri Deutsch Verlag, 2004

[Southerland u. a. 2001] SOUTHERLAND, Sherry A.; SINATRA, Gale M.; MATTHEWS, Michael R.: Belief, Knowledge, and Science Education. In: *Educational Psychology Review* 13 (2001), Nr. 4, S. 325–351

[Spangler 1992] SPANGLER, Denise A.: Assessing students' beliefs about mathematics. In: *The Mathematics Educator* 3 (1992), Nr. 1, S. 19–23

[Steiner 1989] STEINER, Mark: The application of mathematics to natural science. In: *The Journal of Philosophy* 86 (1989), Nr. 9, S. 449–480

[Steiner 1995] STEINER, Mark: The applicabilities of mathematics. In: *Philosophia Mathematica* 3 (1995), Nr. 2, S. 129–156

[Steiner 1998] STEINER, Mark: *The applicability of mathematics as a philosophical problem*. Harvard University Press, 1998

[Stenning und Oberlander 1995] STENNING, Keith; OBERLANDER, Jon: A cognitive theory of graphical and linguistic reasoning: Logic and implementation. In: *Cognitive science* 19 (1995), Nr. 1, S. 97–140

[Stevens 1992] STEVENS, James: *Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences*. Lawrence Erlbaum Associates, 1992

[Stevens 1936] STEVENS, Stanley S.: A scale for the Measurement of a Psychological Magnitude: Loudness. In: *Psychological Review* 43 (1936), Nr. 5, S. 405–416

[Stichweh 1994] STICHWEH, R: *Die Autopoiesis der Wissenschaft*. S. 52–83. In: *Wissenschaft, Universität, Professionen: Soziologische Analysen*, Suhrkamp, 1994

[Stichweh 1984] STICHWEH, Rudolf: *Zur Entstehung des modernen Systems wissenschaftlicher Disziplinen: Physik in Deutschland 1740–1890*. Suhrkamp, 1984

[Stodolsky 1985] STODOLSKY, S S.: Telling math: Origins of math aversion and anxiety. In: *Educational Psychologist* 20 (1985), Nr. 3, S. 125–133

[Stodolsky u. a. 1991] STODOLSKY, S S.; SALK, S; GLAESSNER, B: Student views about learning math and social studies. In: *American Educational Research Journal* 28 (1991), Nr. 1, S. 89

[Strahl u. a. 2010a] STRAHL, Alexander; GROBE, Julian; MÜLLER, Rainer: Was schreckt bei Formeln ab? Untersuchungen zur Darstellung von Formeln. In: *PhyDid B - Didaktik der Physik - Beiträge zur DPG-Frühjahrstagung in Hannover 2010* (2010)

[Strahl u. a. 2010b] STRAHL, Alexander; SCHLEUSNER, Ulf; MOHR, Matthias; MÜLLER, Rainer: Wie Schüler Formeln gliedern - eine explorative Studie. In: *PhyDid A - Physik und Didaktik in Schule und Hochschule* 9 (2010), Nr. 1, S. 18–24

[Stylianou 2002] STYLIANOU, Despina A.: On the interaction of visualization and analysis: the negotiation of a visual representation in expert problem solving. In: *The Journal of Mathematical Behavior* 21 (2002), Nr. 3, S. 303–317

[Swafford und Langrall 2000] SWAFFORD, Jane O.; LANGRALL, Cynthia W.: Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 31 (2000), Nr. 1, S. 89–112

[Sweller 2003] SWELLER, John: Evolution of human cognitive architecture. In: *Psychology of Learning and Motivation* 43 (2003), S. 215–266

[Swinbank 1999] SWINBANK, Elizabeth: *Shaping the Future.* Bd. 2: *Maths in Salters Honors Advanced Physics.* S. 21–22. In: CAMPBELL, Peter (Hrsg.); CARSON, Simon (Hrsg.): *Physics in Mathematical Mood* Bd. 2, 1999

[Tabachnick und Fidell 2001] TABACHNICK, Barbara G.; FIDELL, Linda S.: *Using Multivariate Statistics.* Allyn and Bacon, 2001

[Temme und Hildebrandt 2008] TEMME, Dirk; HILDEBRANDT, Lutz: *Gruppenvergleiche bei hypothetischen Konstrukten: die Prüfung der Übereinstimmung von Messmodellen mit der Strukturgleichungsmethodik.* SFB 649, Economic Risk, 2008 (SFB 649 discussion paper 2008 042). – URL `http://hdl.handle.net/10419/25282`

[Thompson 1992] THOMPSON, A G.: *Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research.* S. 127–146. In: GROUWS, D A. (Hrsg.): *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching*, Macmillan, 1992

[Törner 2002] TÖRNER, Günter: *Mathematical Beliefs - A Search for Common Ground.* S. 73–94. In: LEDER, Gilah C. (Hrsg.); PEHKONEN, Erkki (Hrsg.); TÖRNER, Günter (Hrsg.): *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, 2002

[Törner 2005] TÖRNER, Günter: *Epistemologische Beliefs - State-of-the-Art-Bemerkungen zu einem aktuellen mathematikdidaktischen Forschungsthema vor dem Hintergrund der Schraw-Olafson-Debatte.* S. 324–333. In: HENN, H.-W. (Hrsg.); KAISER, Gabriele (Hrsg.): *Mathematikunterricht im Spannungsfeld von Evolution und Evaluation. Festschrift für Werner Blum*, Franzbecker, 2005

[Törner und Grigutsch 1994] TÖRNER, Günter; GRIGUTSCH, Stefan: 'Mathematische Weltbilder' bei Studienanfängern - eine Erhebung. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 15 (1994), Nr. 3/4, S. 211–251

[Törner und Pehkonen 1996] Törner, Günter; Pehkonen, Erkki: *Literature on Mathematical Beliefs.* 1996 (Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik der Gerhard-Mercator-Universität Duisburg)

[Trautwein u. a. 2006] Trautwein, Ulrich; Lüdtke, Oliver; Kastens, Claudia; Köller, Olaf: Effort on Homework in Grades 5–9: Development, Motivational Antecedents, and the Association With Effort on Classwork. In: *Child Development* 77 (2006), Nr. 4, S. 1094–1111

[Traweek 1988] Traweek, Sharon: *Beamtimes and Lifetimes: The World of High Energy Physicists.* Harvard University Press, 1988

[Tuminaro und Redish 2007] Tuminaro, Johnathan; Redish, Edward F.: Elements of a Cognitive Model of Physics Problem Solving: Epistemic Games. In: *Physical Review Special Topics - Physics Education Research* 3 (2007), S. 1–22

[Tuminaro 2004] Tuminaro, Jonathan: *A Cognitive Framework for Analyzing and Describing Introductory Students' Use and Understanding of Mathematics in Physics*, University of Maryland, Dissertation, 2004

[Ullmann 2008] Ullmann, Philipp: *Mathematik, Moderne, Ideologie: Eine kritische Studie zur Legitimität und Praxis der modernen Mathematik.* UVK Verlagsgesellschaft, 2008

[Underhill 1988] Underhill, R: Mathematics Learners' Beliefs. A Review. In: *Focus on Learning Problems in Mathematics* 10 (1988), S. 55–69

[Urhahne und Hopf 2004] Urhahne, Detlef; Hopf, Martin: Epistemologische Überzeugungen in den Naturwissenschaften und ihre Zusammenhänge mit Motivation, Selbstkonzept und Lernstrategien. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 10 (2004), S. 71–87

[Vandenberg und Lance 2000] Vandenberg, Robert J.; Lance, Charles E.: A Review and Synthesis of the Measurement Invariance Literature: Suggestions, Practices, and Recommendations for Organizational Research. In: *Organisational Research Methods* 3 (2000), Nr. 1, S. 4–70

[Vehmeyer 2009] Vehmeyer, Julia K.: *Kognitiv anregende Verhaltensweisen von Lehrkräften im naturwissenschaftlichen Sachunterricht - Konzeptualisierung und Erfassung*, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Dissertation, 2009

[Visser und Cooper 2007] Visser, P; Cooper, J: *Attitude Change.* S. 197–218. In: Hogg, M H. (Hrsg.); Cooper, J (Hrsg.): *The Sage Handbook of Social Psychology*, Sage Publications, 2007

[Vollmer 2003] Vollmer, Gerhard: *Wieso können wir die Welt erkennen?* S. Hirzel Verlag, 2003

[Wagenschein 1995] Wagenschein, Martin: *Die pädagogische Dimension der Physik.* Hahner Verlagsgesellschaft, 1995

[Wagenschein 2009] Wagenschein, Martin: *Naturphänomene sehen und verstehen.* hep-Verlag, 2009

[Watt u. a. 2007] Watt, S E.; Maio, G R.; Rees, K; Hewstone, M: Functions of attitudes toward ethnic groups: Effects of level abstraction. In: *Journal of Experimental Social Psychology* (2007), Nr. 43, S. 441–449

[Weber 2007] Weber, Christof: *Mathematische Vorstellungen bilden. Praxis und Theorie von Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II.* hep-verlag, 2007

[Weinberg 1986] Weinberg, Steven: Mathematics: The Unifying Thread in Science. In: *Notices of the American Mathematical Society* 33 (1986), S. 716–733

[Weinfurt 2000] Weinfurt, Kevin P.: *Reapeated Measure Analyses: ANOVA, MANOVA, and HLM.* S. 317–361. In: Grimm, Laurence G. (Hrsg.); Yarnold, Paul R. (Hrsg.): *Reading and Understanding More Multivariate Statistics*, American Psychological Association (APA), 2000

[Weinstein u. a. 1987] Weinstein, C; Palmer, D R.; Schulte, A C.: *Learning and study strategies inventory.* H & H, 1987

[von Weizsäcker 1972] Weizsäcker, Carl F. von: *Voraussetzungen des naturwissenschaftlichen Denkens.* Herder, 1972

[von Weizsäcker 2004] Weizsäcker, Carl F. von; Lyre, Holger (Hrsg.): *Der begriffliche Aufbau der theoretischen Physik.* S. Hirzel, 2004

[Werts u. a. 1976] Werts, C E.; Rock, D A.; Linn, R L.; Jöreskog, K G.: Comparison of Correlations, Variances, Covariances, and Regression Weights with or without Measurement Error. In: *Psychological Bulletin* 83 (1976), S. 1007–1013

[Whitehead und Russell 1973] Whitehead, Alfred N.; Russell, Bertrand: *Principia Mathematica Volume 1-3 (Nachdruck der 2. Auflage von 1927).* University Press, 1973

[Widodo und Duit 2004] Widodo, Ari; Duit, Reinders: Konstruktivistische Sichtweisen vom Lehren und Lernen und die Praxis des Physikunterrichts. In: *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften* 10 (2004), S. 233–255

[Wigner 1960] Wigner, Eugene: The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. In: *Communications in Pure and Applied Mathematics* 13 (1960), Nr. 1, S. 1–14. – URL `http://www.dartmouth.edu/ matc/MathDrama/reading/Wigner.html`

[Wilcox 2005] Wilcox, Rand R.: *Robust Estimation and Hypothesis Testing.* Elsevier Academic Press, 2005

[Wilder 1968] Wilder, Raymond L.: *Evolution of mathematical concepts: An elementary study.* Wiley, 1968

[Wilder 1981] Wilder, Raymond L.: *Mathematics as a cultural system.* Pergamon Press, 1981

[Wilhelm 2005] Wilhelm, Thomas: *Konzeption und Evaluation eines Kinematik-Dynamik-Lehrgangs zur Veränderung von Schülervorstellungen mit Hilfe dynamisch ikonischer Repräsentationen und graphischer Modellbildung*, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Dissertation, 2005

[Wilhelm und Heuer 2005] Wilhelm, Thomas; Heuer, Dieter: *Ansichten deutscher Elftklässler über Physik und Lernen von Physik - Ergebnisse beim „Maryland Physics Expectations Survey"*. In: Nordmeier, Volkhard (Hrsg.); Oberländer, A (Hrsg.): *Tagungsbeiträge der Frühjahrstagung des Fachverbandes Didaktik der Physik in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. Tagungs-CD Berlin 2005*, Lehmanns Media, 2005

[Wilholt 2004] Wilholt, Torsten: *Zahl und Wirklichkeit: eine philosophische Untersuchung über die Anwendbarkeit der Mathematik.* Mentis, 2004

[Winter 2003] Winter, Martin: Einstellungen von Lehramtsstudierenden im Fach Mathematik. Erfahrungen und Perspektiven. In: *mathematica didactica* 26 (2003), Nr. 1, S. 86–110

[Wittrock 1986] Wittrock, M C.: *Students' thought processes.* S. 297–314. In: Wittrock, M C. (Hrsg.); Clark, C M. (Hrsg.); Peterson, P L. (Hrsg.): *Handbook of research on teaching*, Macmillan, 1986

[Wodzinski 1996] Wodzinski, Rita: *Untersuchungen von Lernprozessen beim Lernen Newtonscher Dynamik im Anfangsunterricht*, Goethe-Universität Frankfurt am Main, Dissertation, 1996

[Woodard 2004] Woodard, T: The Effects of MAth Anxiety on Post-Secondary Developmental Pupils as Related to Achievement, Gender, and Age. In: *Inquiry* 9 (2004), Nr. 1, S. 1–5

[Zan und Di Martino 2007] Zan, Rosetta; Di Martino, Pietro: Attitude toward Mathematics: Overcoming the Positive/Negative Dichotomy. In: *The Montana Mathematics Enthusiast* 3 (2007), S. 157–168

[Zazkis u. a. 1996] Zazkis, R; Dubinsky, E; Dautermann, J: Coordinating visual and analytic strategies: a study of students' understanding. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (1996), Nr. 4, S. 435–437

[Zhang 1997] Zhang, Jiajie: The nature of external representations in problem solving. In: *Cognitive science* 21 (1997), Nr. 2, S. 179–217

[Zhang 2000] Zhang, Jiajie: External representations in complex information processing tasks. In: *Encyclopedia of library and information science* 68 (2000), S. 164–180

[Zhang und Wang 2005] ZHANG, Jiajie; WANG, Hongbin: The effect of external representations on numeric tasks. In: *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A* 58 (2005), Nr. 5, S. 817–838

[Zhang und Wang 2009] ZHANG, Jiajie; WANG, Hongbin: An Exploration of the Relations Between External Representations and Working Memory. In: *PloS one* 4 (2009), Nr. 8, S. e6513

[Zilsel 1942] ZILSEL, Edgar: The sociological roots of science. In: *The American Journal of Sociology* 47 (1942), Nr. 4, S. 544–562

[Zuckerman und Merton 1971] ZUCKERMAN, Harriet; MERTON, Robert K.: Patterns of evaluation in science: Institutionalisation, structure and functions of the referee system. In: *Minerva* 9 (1971), Nr. 1, S. 66–100

[Zwicker und Fastl 2007] ZWICKER, E; FASTL, H: *Psychoacoustics: Facts and Models.* Springer-Verlag, 2007