



Humanwissenschaftliche Fakultät

Finja Gallit | Anne Wyschkon | Nadine Poltz | Svenja Moraske |
Karin Kucian | Michael von Aster | Günter Esser

Henne oder Ei

Reziprozität mathematischer
Vorläufer und Vorhersage des Rechnens

Suggested citation referring to the original publication:

Lernen und Lernstörungen 7 (2018) 81–92

DOI <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00766>

ISSN (print) 2235-0977

ISSN (online) 2235-0985

Postprint archived at the Institutional Repository of the Potsdam University in:

Postprints der Universität Potsdam

Humanwissenschaftliche Reihe ; 632

ISSN 1866-8364

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus4-441356>

DOI <https://doi.org/10.25932/publishup-44135>

Henne oder Ei: Reziprozität mathematischer Vorläufer und Vorhersage des Rechnens

Finja Gallit¹, Anne Wyschkon¹, Nadine Poltz¹, Svenja Moraske¹, Karin Kucian², Michael von Aster³ und Günter Esser⁴

¹Lehrstuhl für Klinische Psychologie und Psychotherapie, Universität Potsdam

²Zentrum für MR-Forschung, Universitäts-Kinderspital, Zürich

³DRK-Kliniken Berlin|Westend, Berlin

⁴Akademie für Psychotherapie und Interventionsforschung (API), Potsdam

Zusammenfassung: *Fragestellung:* Ziel war die Untersuchung der Entwicklung und wechselseitigen Beziehung von Zahlen- und Mengenvorwissen (ZMW), Arbeitsgedächtnis (AG) und Intelligenz sowie deren Vorhersagekraft für die Rechenleistung in der ersten Klasse. *Methodik:* 1897 Kindergartenkinder nahmen an dieser Studie teil. Ein Teil dieser Kinder wurde 9 Monate später und erneut in der ersten Klasse untersucht. *Ergebnisse:* Während des Kindergartenjahres verbesserten sich die Kinder in allen untersuchten Leistungen. Reziproke Zusammenhänge zwischen den drei erhobenen Vorläuferfähigkeiten konnten nachgewiesen werden. Das ZMW erwies sich als guter Prädiktor für die AG- und Intelligenzleistung. Bei der Überprüfung der Vorhersage des Rechnens erwies sich das ZMW als bester Prädiktor der späteren Rechenleistung. Erwartungsgemäß zeigten die zu t_1 erfassten allgemein-kognitiven Leistungen indirekte Effekte über das ZMW auf die Rechenleistung. Die Intelligenz und das AG zu t_2 konnten direkt zur Vorhersage des Rechnens in der ersten Klasse beitragen. *Schlussfolgerungen:* Die Ergebnisse verdeutlichen, dass das AG und die Intelligenz zwar an dem Aufbau des ZMW beteiligt sind, aber vor allem selbst durch dieses vorhergesagt werden. Die Daten sprechen dafür das Potenzial des ZMWs in Trainingsprogrammen zu nutzen, durch dessen Förderung auch intellektuelle und Gedächtnisleistungen zunehmen können, die allesamt die schulische Rechenleistung positiv beeinflussen.

Schlüsselwörter: Zahlen- und Mengenvorwissen, Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, Rechenleistung, Vorläuferfähigkeiten

Chicken or egg: Reciprocity of mathematical precursor skills and the prediction of mathematics school achievement

Abstract: *Objective:* The present study examines the development and reciprocal relation between specific (basic quantity-number competencies [QNC]) and general mathematical precursor skills (working memory [WM] and intelligence), and their predictive value for mathematics achievement in the first grade. *Methods:* 1897 children in kindergarten participated in the present study. These children were retested 9 month later and during the first year of primary school. Cross-lagged panel analysis was used to investigate the longitudinal reciprocal relations between the specific and general mathematical precursor skills in kindergarten. *Results:* During the last year of kindergarten children showed improvements in all applied measures. Reciprocal relations between the three mathematical precursor skills were found. Basic QNC proved to be a good predictor of WM and intelligence. Results also emphasized basic QNC as the best predictor of mathematics achievement in first grade. As hypothesized, general mathematical precursors at t_1 showed indirect effects via QNC on mathematics school achievement. Intelligence and WM at t_2 contributed directly to mathematics school achievement. *Conclusions:* Results reveal that WM and intelligence predict growth in QNC, and furthermore are predicted by QNC themselves. The data emphasize the potential of QNC in training programs, as they might improve intellectual and WM performance, which have a positive impact on mathematics school achievement.

Keywords: basic quantity-number competencies, working memory, intelligence, precursor skills, mathematics

Einleitung

Das mathematische Verständnis beginnt nicht erst mit Schulbeginn, sondern hat seine Grundlagen bereits im Kleinkind- und Vorschulalter, wo sich wichtiges Vorwissen und die nötigen Vorläuferfähigkeiten

ten für das mathematische Wissen entwickeln (Weinhold Zulauf, Schweiter & von Aster, 2003). Krajewski (2003) unterscheidet dabei zwischen *spezifischen* und *unspezifischen* Vorläuferfähigkeiten des mathematischen Verständnisses. Als *spezifisch* bezeichnet sie solche Fertigkeiten, die ausschließlich für das Rechnen relevant sind.

Dagegen werden unter dem Oberbegriff der unspezifischen Vorläuferfähigkeiten jene zusammengefasst, die universell für verschiedene Schulleistungen von Bedeutung sind, also auch für das Lesen oder Rechtschreiben. Im Folgenden werden das Zahlen- und Mengenvorwissen (ZMW) als wichtigste spezifische Vorläuferfertigkeit des Rechnens sowie die Intelligenz und das Arbeitsgedächtnis (AG) als unspezifische kognitive Fertigkeiten vorgestellt.

Zahlen- und Mengenvorwissen

Eine Vielzahl korrelativer Prädiktionsstudien belegen die bedeutende Rolle des ZMWs für die spätere Rechenleistung (Dornheim, 2008; Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006). In den Regressionsanalysen ($N = 126$) von Krajewski (2003) lieferte der Kompetenzbereich Zahlenvorwissen (Zahlenfolge, Ziffernkenntnis, Anzahlvergleich, Rechenfertigkeiten) 6 Monate vor Einschulung den größten Beitrag zur Vorhersage der Rechenleistung in der ersten Klasse und konnte über die Intelligenz hinaus noch 26 % der Varianz erklären. Insgesamt ließen sich so 50 % der Unterschiede in der Rechenleistung erklären. Auch in den linearen Strukturgleichungsmodellen zum Zusammenwirken der vorschulischen Prädiktoren bestätigte sich der direkte Einfluss des Zahlenvorwissens auf die Rechenleistung der ersten Klasse (37 % Varianzaufklärung). Das Mengenvorwissen (Seriation, Längenvergleich, Mengenvergleich) zeigte lediglich einen indirekten Einfluss über das Zahlenvorwissen ($\beta = .46, p < .01$). Krajewski und Schneider (2006) zeigten an einer Stichprobe von 153 Kindern, dass sich Unterschiede in den Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit durch die bereits vor Schuleintritt erfassten Zahlen- und Mengenkompetenzen (Anzahlseriation und Mengenvergleich) am besten erklären ließen. Weißhaupt und Kollegen (2006) gelang mit 50 % Varianzaufklärung eine hohe Vorhersageleistung der Rechenfertigkeiten am Ende der ersten Klasse durch die im Vorschulalter erfassten Komponenten mathematischen Vorwissens (6 und 2 Monate vor Schulbeginn) mittels des Diagnostikums zur Entwicklung des Zahlkonzepts ($N = 129$). Darin enthalten sind u. a. Aufgaben zum Mengenvergleich, der Simultanerfassung und dem flexiblen Umgang mit der Zahlenwortreihe. Das mathematische Vorwissen erwies sich im Kindergarten als höchst stabil ($b = .92, p < .01$). Dornheim (2008) gelang durch das Zahlenvorwissen 9 Monate ($N = 131$) bzw. 3 Monate vor Einschulung ($N = 132$) die beste Vorhersage der Rechenleistung in der ersten Klasse. Unabhängig von der allgemeinen Intelligenz ließen sich damit 25 % bzw. 24 % der Varianz der Rechenleistung erklären.

Intelligenz

Der Einfluss der vorschulischen Intelligenz auf die Rechenleistung wurde zwar bereits nachgewiesen (Alloway & Alloway, 2010; Krajewski, 2003), fiel jedoch bei Kontrolle der AG-Leistung bzw. des ZMWs gering aus oder verschwand ganz. In den Analysen von Alloway und Alloway (2010) sagte das AG bei Fünfjährigen die numerische Kompetenz sechs Jahre später besser vorher als die Intelligenz der Kinder ($N = 98$). In den hierarchischen Regressionsanalysen verringerte sich der Einfluss der nonverbalen Intelligenz beträchtlich, wenn zuerst das AG in die Analyse aufgenommen wurde. Schuchardt, Piekny, Grube und Mähler (2014) fanden bei 132 Fünfjährigen keinen bedeutsamen Beitrag der Intelligenz, während sich das visuell-räumliche AG neben der Abrufgeschwindigkeit aus dem Langzeitgedächtnis als wichtiger Einflussfaktor der ein Jahr später erhobenen numerischen Leistungen erwies. Krajewski (2003) fand in der ersten Klasse zwar noch einen direkten Einfluss der Intelligenz, dieser nahm jedoch bei Berücksichtigung des Vorwissens 2 Monate vor Schulbeginn ab und sagte nur indirekt über das ZMW und die Gedächtniskapazität (sprach- und nicht-sprachlich gebundene auditive Zahlenspanne) die Rechenleistung in der zweiten Klasse vorher ($N = 132$). Allerdings wurde die Intelligenz erst in der ersten Klasse erhoben. Andere Studien stützen ebenfalls die Annahme eines indirekten Effekts der Intelligenz über das ZMW (Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006).

Arbeitsgedächtnis

Während die Intelligenz im Kontext der schulischen Leistung eine lange Forschungstradition innehat, gewann das AG erst in den letzten zwei Jahrzehnten vermehrt an Interesse und gilt seitdem als gut belegter Prädiktor für individuelle Unterschiede numerischer Fertigkeiten (Dornheim, 2008; Hornung, Schiltz, Brunner & Martin, 2014; Krajewski, 2003, Krajewski & Schneider, 2009).

Im wohl einflussreichsten Modell von Baddeley (1986) wird das AG als aktives, kapazitätsbegrenztes Gedächtnissystem zur kurzfristigen Speicherung und Weiterverarbeitung von Informationen beschrieben. Danach besteht es aus drei Komponenten: der zentralen Exekutive (ZE) als übergeordnete Steuerungs- und Kontrolleinheit, der phonologischen Schleife (PLS) für die kurzfristige Speicherung sprachlich-klanglicher Informationen und dem visuell-räumlichen Notizblock (VRN) für die kurzfristige Speicherung von visuellen und räumlichen Informationen. Krajewski und Schneider (2009) wiesen an einer Stichprobe von 91 Kindern zwar direkte Auswirkungen des visuell-räumlichen AG auf die basalen Zahlenkompetenzen nach, jedoch keine direkten Effekte auf die Mathematikleistung

in der dritten Klasse. Die linearen Strukturgleichungsmodelle von Dornheim (2008) zeigten indirekte Effekte der 9 Monate vor der Einschulung erhobenen zentral-exekutiven (Zahlen nachsprechen rückwärts) und der visuell-räumlichen AG-Leistung (Matrixaufgabe) über das Zahlenvorwissen auf die Rechenleistung der ersten Klasse. Ein signifikanter Pfad der phonologischen AG-Leistung fand sich erst, als die 3 Monate vor Einschulung erhobenen Leistungen im Zahlenvorwissen und phonologischen AG genutzt wurden. Ebenso bestätigte eine luxemburgische Studie an 165 Kindergartenkindern alle drei Komponenten des AG als zentrale Säule für die Entwicklung vorschulischer numerischer Kompetenzen und diese wiederum als wichtigen Prädiktor der schulischen Rechenleistung (Hornung et al., 2014).

Reziproke Beziehung

Die referierten Studien prüften in Strukturgleichungsmodellen und Regressionsanalysen vor allem die allgemein-kognitiven Fertigkeiten als Prädiktoren des ZMWs und wiesen so indirekte Effekte auf die Rechenleistung nach. Die Entwicklungsforschung deutet allerdings auf eine Zunahme der Kompetenzen während der Vorschuljahre hin (Clements, Sarama & Germeroth, 2016; de Abreu, Conway & Gathercole, 2010; Krajewski, Nieding & Schneider, 2008), sodass auch ein übergeordneter Entwicklungsprozess anzunehmen wäre, der sich in einem bidirektionalen Zusammenhang zeigen könnte. Im Bereich der exekutiven Funktionen wurden bereits reziproke Beziehungen zwischen diesen und dem ZMW nachgewiesen (siehe Review von Clements et al., 2016). Welsh, Nix, Blair, Biermann und Nelson (2010) untersuchten bei 164 Viereinhalbjährigen den Zusammenhang von exekutiven Funktionen und den spezifischen Vorläuferfähigkeiten mathematischer Leistung im Verlauf eines Jahres und ihre relativen Beiträge zur Vorhersage der späteren Rechenleistung am Ende des Kindergartens. Die exekutiven Funktionen erwiesen sich als Prädiktoren der frühen mathematischen Fertigkeiten, wurden zugleich aber auch durch diese vorhergesagt. Auch Fuhs, Nesbitt, Farran und Dong (2014) fanden in ihrer Längsschnittstudie mit 488 Kindern nach Kontrolle vorheriger Leistungen in den exekutiven Funktionen und mathematischen Kompetenzen starke bidirektionale Zusammenhänge zwischen diesen beiden Konstrukten im Kindergarten. Eine weitere Längsschnittstudie von Watts und Kollegen (2015) untersuchte die Mediatoren des starken Zusammenhangs zwischen früher und später Rechenleistung an 1362 Kindern. Entgegen ihrer Erwartung zeigten sich zwar keine Mediatoreffekte durch die exekutiven Funktionen, die frühe Rechenleistung sagte allerdings die Leistung in beiden Testverfahren der exekutiven Funktionen

vorher. Das Wissen über mögliche reziproke Zusammenhänge zwischen den spezifischen und unspezifischen Vorläuferfähigkeiten mathematischer Leistung könnte neue wichtige Informationen für die Praxis liefern, um Präventions- und Trainingsprogramme möglichst effektiv zu gestalten.

Die vorliegende Studie

Die referierten Studien konnten den indirekten Einfluss von AG und Intelligenz über das ZMW auf die Rechenleistung der ersten Klasse belegen. Anhand einer epidemiologischen Stichprobe werden nun erstmals die reziproken Zusammenhänge dieser Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten untersucht. Die mathematischen Vorläufer liegen dafür jeweils zu zwei Messzeitpunkten vor, sodass zunächst die *Entwicklung der mathematischen Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten* analysiert wird. Es ist zu erwarten, dass die Kinder im Verlauf der Kindergartenzeit signifikante Zuwächse im ZMW, dem AG und der Intelligenz zeigen (Hypothese 1). Hinsichtlich der *reziproken Beziehung der Vorläuferfähigkeiten* kann auf Basis der bisherigen Befunde angenommen werden, dass die zu t_1 erfassten Leistungen im AG und der Intelligenz die Leistung im ZMW zu t_2 vorhersagen (Hypothese 2a). Obgleich die Studienbasis hinsichtlich der umgekehrten Wirkrichtung noch sehr schmal ist, führen die referierten Ergebnisse im Bereich der exekutiven Funktionen zu der Annahme, dass die zu t_1 erfassten Leistungen im ZMW die Leistungen im AG und der Intelligenz zu t_2 vorhersagen (Hypothese 2b).

Ein weiteres Ziel besteht in der Replikation bisheriger Ergebnisse bezüglich der *Vorhersage der Rechenleistung* in der ersten Klasse. Um eine Vergleichbarkeit zu den berichteten Studien zu gewährleisten, wird der Deutsche Mathematiktest für erste Klasse (DEMAT 1+; Krajewski, Knüspert & Schneider, 2002), als gut etabliertes Testverfahren zur Überprüfung der schulischen Rechenleistung, eingesetzt. Da alle Prädiktoren zu jeweils zwei Messzeitpunkten vorliegen, lassen sich zudem Unterschiede in der Relevanz der Vorläuferfähigkeiten im Verlauf des Kindergartens für die Rechenleistung untersuchen sowie mögliche indirekte Effekte feststellen. Diesbezüglich wird angenommen, dass die Leistungen im ZMW unter Kontrolle der unspezifischen Vorläuferfähigkeiten (AG und Intelligenz) die Rechenleistung in der ersten Klasse vorhersagen (Hypothese 3a). Weiterhin wird erwartet, dass die zu t_1 erfassten Leistungen im AG und der Intelligenz indirekt über das ZMW zu t_2 auf die Rechenleistung der ersten Klasse wirken, während die zu t_2 erfassten allgemein-kognitiven Leistungen direkte Effekte auf die Rechenleistung in der ersten Klasse zeigen (Hypothese 3b).

Methodik

Untersuchungsablauf und Stichprobe

Die Probanden entstammen der *SCHUES-Studie (Schulbezogene Umschriebene Entwicklungsstörungen – Prävention und Therapie unter Einbezug neuronaler Korrelate und des Entwicklungsverlaufs, 1. Phase)*, einer großen epidemiologischen Längsschnittstudie, die vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert wurde (Förderkennzeichen 01 GJ 1011).

Zum ersten Messzeitpunkt (t_1) sind 1897 Kindergartenkinder von April bis Januar 2012 getestet worden. Im Mittel 9 Monate später ($SD = 1.78$; t_2 -Erhebungszeitraum: März bis August 2012) sind 1724 Kinder (90.1%), kurz vor Schuleintritt, erneut untersucht worden, 59 weitere Kinder nahmen zu t_2 erstmalig teil. Zum dritten Untersuchungszeitpunkt (t_3 -Erhebungszeitraum: März bis September 2013) ist die Erhebung für die Mehrheit der 1354 (75.9% der Ausgangsstichprobe) Kinder in der Mitte des zweiten Halbjahres des ersten Schuljahres durchgeführt worden. Zwischen t_1 und t_3 lagen im Mittel 21 Monate ($SD = 2.41$).

Für die nachfolgenden Analysen sind die Daten von denjenigen Kindern ausgewählt worden, die zu t_1 und mindestens einem der zwei weiteren Messzeitpunkte teilgenommen haben ($n = 1782$). Weiterhin wurden Kinder ausgeschlossen, die zu t_1 eine Intelligenzminderung im Sinne der ICD-10 ($IQ < 70$, $n = 43$) aufwiesen und solche die zu t_3 noch im Kindergarten verblieben ($n = 112$), um tatsächlich die *schulische* Rechenleistung überprüfen zu können. Drei Kinder waren zu t_3 bereits im zweiten Halbjahr der zweiten Klasse und wurden ebenfalls nicht in die Analysen einbezogen.

Die so entstandene Stichprobe umfasst 1624 Kinder (49.6% Mädchen, $\chi^2(1) = .10$; $p = .747$). Das Alter der Kinder ist jeweils an dem individuellen Testtag bestimmt worden. Zu t_1 waren die Kinder im Mittel 63 Monate alt ($SD = 4.29$; min = 54, max = 80), zu t_2 72 Monate ($SD = 4.13$; min = 63, max = 88) und zu t_3 85 Monate ($SD = 4.29$; min = 75, max = 101). Von 1511 Kindern lagen Daten zum höchsten Schulabschluss pro Elternpaar vor. Dabei hatten 38.0% einen Hochschulabschluss, 25.9% Abitur, 31.3% einen Realschulabschluss und 4.8% einen niedrigeren oder keinen Schulabschluss. Laut Elternangaben sprachen 98.5% der Kinder zu Hause mit mindestens einem Elternteil deutsch. Zu t_3 waren die Kinder über 202 Grundschulen verteilt, die sich überwiegend im Raum Potsdam, Berlin, Potsdam-Mittelmark, Stadt Brandenburg und Teltow-Fläming befanden. Um zu untersuchen, ob die Variablen einem systematischen Dropout unterlagen, wurden logistische Regressionen berechnet, in denen der Dropout zu einem Messzeitpunkt nach t_1 als Kriterium festgelegt wurde und die zu untersuchenden Variablen der Studie als Prädikto-

ren eingingen. Diejenigen Kinder, die zu einem der beiden Messzeitpunkte aus der Studie ausgestiegen waren, waren weniger intelligent ($p = .004$), schlechter im ZMW ($p = .033$) und deren Eltern hatten einen niedrigeren Schulabschluss ($p < .001$) als diejenigen, die zu allen Messzeitpunkten teilnahmen.

Messinstrumente

Alle nachfolgend beschriebenen Aufgaben wurden durch intensiv geschulte und regelmäßig supervidierte studentische und wissenschaftliche Hilfskräfte als Einzeltestungen in fester Untertestabfolge in den Kindergärten durchgeführt. Die Reliabilitäten der Messinstrumente wurden auf Basis der vorliegenden Stichprobe berechnet.

Das ZMW wurde über einen Untertest der Basisdiagnostik Umschriebener Entwicklungsstörungen im Vorschulalter – Version III erfasst (BUEVA-III; Esser & Wyschkon, 2016). In diesem Untertest werden Zählfertigkeiten (vorwärts und rückwärts), Größen- und Mengenerfassung, Zahlenlesen sowie einfache Additionen und Subtraktionen gemessen, welche überwiegend durch Abzählen, in Teilen aber auch im Kopf, zu lösen sind. Die auf Basis der vorliegenden Stichprobe ermittelte Reliabilität (Cronbachs Alpha) lag zu t_1 bei $\alpha = .87$ und zu t_2 bei $\alpha = .80$ und ist damit zu beiden Messzeitpunkten als gut zu bewerten.

Zur Ermittlung der *Intelligenz* werden in der BUEVA-III die T-Werte aus den Untertests zur nonverbalen und verbalen Intelligenz gemittelt. Im Untertest *Nonverbale Intelligenz* soll der Proband aus mehreren Alternativen jenes Bild auswählen, welches nicht zu den anderen passt. Die Reliabilität ist mit $\alpha = .83$ bzw. $\alpha = .81$ als gut zu bewerten. Der Test *Verbale Intelligenz* fordert vom Kind einen Satz zu ergänzen, in dem eine Analogie gebildet werden muss. Die interne Konsistenz für die verbale Intelligenz weist zu t_1 und t_2 auf eine gute Reliabilität hin ($\alpha = .84$ bzw. $\alpha = .80$). Die Kennwerte für Cronbachs Alpha lagen für den Gesamtscore Intelligenz bei $\alpha = .88$ bzw. $\alpha = .86$.

Das AG wurde, in Anlehnung an das Modell von Baddeley (1986), über drei Untertests erfasst. Die Leistung der *Zentralen Exekutive* wurde in Anlehnung an Schmid, Zolch und Roebers (2008) über eine Hörspannenaufgabe mit perzeptuellem Urteil erfasst. Hierbei bekamen die Kinder zwei Aufgabenstellungen gleichzeitig zur Bearbeitung: Der Testleiter präsentierte für zwei Sekunden die in blau oder rot eingefärbte Zeichnung eines Gegenstandes oder Tieres und benannte diese dabei (z.B. „Zange“). Dann wurde ein leeres Blatt aufgedeckt. Das Kind war nun aufgefordert, ohne Worte auf die vor ihm liegende blaue oder rote Karte zu tippen, um anzuzeigen, ob die soeben gesehene Figur blau oder rot war. Für das nächste Bild (z.B. „Brille“) wurde genauso vorgegangen. Nach der Präsentation der beiden Bilder sollte das Kind die gesehenen

Objekte in der richtigen Reihenfolge aufzählen (z. B. „Zange – Brille“). Im Laufe des Untertests wurden den Kindern bis zu 4 Bildern in einer Sequenz präsentiert, wenn das Abbruchkriterium nicht vorher erreicht war. Pro Sequenz gab es vier verschiedene Items. Die ermittelten internen Konsistenzen sind zu t_1 und t_2 als gut zu bewerten ($\alpha = .84$ bzw. $\alpha = 83$).

Der *visuell-räumliche Notizblock* wurde mittels einer Corsi-Block-Aufgabe (Milner, 1971) geprüft. Zur Anpassung der zu erwartenden Leistungen an das Alter der untersuchten Kindergartenkinder ist eine 6-Block-Version eingesetzt worden (Roebers & Zoelch, 2005; Schmid et al., 2008). Sechs rote Blöcke waren auf einem Holzbrett verteilt angebracht. Die Kinder sollten einen vom Testleiter vorgezeigten Weg, der über zwei bis maximal fünf Blöcke führte, unmittelbar im Anschluss nachtippen. Den Kindern wurden zunächst vier Wege vorgegeben, die aus zwei Blöcken bestanden (= 2er Sequenz). Die ersten beiden Wege beinhalteten nahe beieinanderliegende Blöcke (= einfach), die beiden folgenden Wege beinhalteten zwei Blöcke, die relativ weit auseinanderlagen. Hierbei ging der Weg über andere Blöcke hinweg (= komplex). Dieses Vorgehen (1. einfache Wege, 2. komplexe Wege) wurde innerhalb jeder der vier Sequenzen (Wege über 2, 3, 4 bzw. 5 Blöcke) gewählt. Die interne Konsistenz des Tests ist zu t_1 mit $\alpha = .82$ als gut und zu t_2 als befriedigend ($\alpha = .79$) zu bewerten.

Zur Prüfung der *Phonologischen Schleife* wurde eine gekürzte Version des Untertests *Phonologisches Arbeitsgedächtnis für Kunstwörter* aus dem Sprachentwicklungstest für 3- bis 5-jährige Kinder (SETK 3-5; Grimm, 2001) gemäß der Testinstruktion verwendet. Bei diesem Test hat das Kind die Aufgabe, zehn auditiv dargebotene Nichtwörter unterschiedlicher Länge nachzusprechen. Nur vollständig und korrekt reproduzierte Nichtwörter werden mit einem Punkt bewertet, so dass maximal 10 Punkte erzielt werden können. Die interne Konsistenz ist zu beiden Messzeitpunkten als ausreichend zu beurteilen ($\alpha = .68$ bzw. $\alpha = .61$). Die Validität der drei AG-Aufgaben wurde in der Originalversion von Schmid et al. (2008) geprüft. Auf Grund der nur geringfügigen Änderungen in den hier durchgeführten Versionen ist von einer mindestens ausreichenden Validität der Aufgaben auszugehen.

Aus den drei normierten Untertests wurde anschließend der Mittelwert gebildet, der als individuelles Maß der AG Leistung in die folgenden Berechnungen einging. Die Reliabilität des aggregierten Maßes ist zu t_1 und t_2 als gut zu bewerten ($\alpha = .86$).

Zu t_3 wurde die *Rechenleistung* mit dem DEMAT 1+ erfasst, der folgende Untertests enthält: Mengen-Zahlen, Zahlenraum, Addition und Subtraktion, Zahlenzerlegung-Zahlenergänzung, Teil-Ganzes, Kettenaufgaben, Ungleichungen und Sachaufgaben. Auf Basis der eigenen Stich-

probe ergibt sich eine interne Konsistenz von $\alpha = .90$, die als sehr gut zu bewerten ist. Die Retestreliabilität wird mit $r = .65$ angegeben (Krajewski et al., 2002). Es erfolgte eine eigene Normierung in Schulhalbjahresschritten, da die Originalnormen erst für das Ende der ersten Klasse gelten, die eigene Stichprobe aber zu t_3 im Zeitraum zwischen März und September untersucht wurde.

Die Rohwerte der Kinder wurden entsprechend des BUEVA-Manuals in T-Werte umgewandelt. Die Leistungen in den Untertests zum AG wurden im Anschluss an die Datenerhebung an der Gesamtstichprobe normiert und in T-Werte umgewandelt (zur genaueren Erläuterung der Vorgehensweise siehe Poltz, Wyschkon, Höse, von Aster & Esser, 2015). Die Normierung erfolgte in Halbjahresschritten, um so den Zeitabständen der Messzeitpunkte und den Altersspannen zu begegnen. Diese berücksichtigen die Leistungszuwächse über die Zeit und machen die Ergebnisse verschiedener Halbjahre vergleichbar. Der Tabelle 1 sind die deskriptiven Statistiken der erfassten Variablen zu entnehmen.

Ergebnisse

Entwicklung der erhobenen Leistungen

Um zu überprüfen, ob Leistungszuwächse von t_1 zu t_2 vorlagen, wurden Varianzanalysen mit Messwiederholung auf Basis der Rohwerte mit der Software IBM SPSS Statistics Version 24 berechnet. Zur Einschätzung der Größe des Effekts wird das partielle Eta-Quadrat angegeben. Nach Cohen (1992) lassen sich Effekte in klein ($\eta^2 = .01$), mittel ($\eta^2 = .06$) und groß ($\eta^2 = .14$) unterscheiden. In Übereinstimmung mit der Hypothese 1 zeigen die Ergebnisse der Varianzanalyse bei großen Effekten, signifikante Leistungszuwächse im ZMW ($F_{(1,1566)} = 2638.379, p < .001, \eta^2 = .63$). Ebenso verbessern sich die Kinder signifikant in den Tests der nonverbalen Intelligenz ($F_{(1,1566)} = 1160.55, p < .001, \eta^2 = .43$) und der verbalen Intelligenz ($F_{(1,1566)} = 1261.19, p < .001, \eta^2 = .45$), wobei auch hier große Effekte vorliegen. Auch die Zuwächse in den drei AG-Aufgaben zur Überprüfung der phonologischen Schleife ($F_{(1,1493)} = 155.00, p < .001, \eta^2 = .09$), des visuell-räumlichen Notizblocks ($F_{(1,1494)} = 318.67, p < .001, \eta^2 = .18$) und der zentralen Exekutiven erweisen sich als bedeutsam ($F_{(1,488)} = 396.503, p < .001, \eta^2 = .21$) und liegen im mittleren bis hohen Effektstärkebereich.

Korrelationen

Einen Überblick über die Korrelationen zwischen den Konstrukten gibt die Tabelle 2. Alle Korrelationen sind auf einem Niveau von $p < .001$ signifikant. Zu t_1 zeigen sich

Tabelle 1. Deskriptive Statistiken der erhobenen Variablen

	N	Rohwerte			T-Werte		
		M	SD	Min - Max	M	SD	Min - Max
Zahlen- und Mengenvorwissen t ₁	1624	15.05	5.26	0–24	49.28	8.45	21–60 ¹
Zahlen- und Mengenvorwissen t ₂	1567	19.61	3.58	1–24	49.94	8.31	20–60 ¹
Phonologische Schleife t ₁	1589	6.67	2.19	0–10	49.81	8.28	25–60 ¹
Phonologische Schleife t ₂	1519	7.39	1.88	0–10	49.72	8.28	19–60 ¹
Visuell-räumlicher Notizblock t ₁	1587	7.42	3.49	0–16	50.54	9.78	23–80
Visuell-räumlicher Notizblock t ₂	1523	9.20	3.23	0–16	50.26	9.66	19–80
Zentrale Exekutive t ₁	1581	4.21	2.14	0–12	50.76	9.61	30–81
Zentrale Exekutive t ₂	1521	5.35	2.30	0–12	50.51	9.52	24–74
Nonverbale Intelligenz t ₁	1624	20.41	4.35	0–28	49.33	8.25	21–60 ¹
Nonverbale Intelligenz t ₂	1567	23.86	3.65	8–28	50.20	8.33	19–60 ¹
Verbale Intelligenz t ₁	1624	17.04	4.28	0–23	49.46	8.44	22–60 ¹
Verbale Intelligenz t ₂	1567	19.74	3.17	0–23	50.30	8.33	21–60 ¹
Gesamtwerte							
Arbeitsgedächtnis t ₁	1579	18.32	5.72	0–35	50.39	6.61	28–71
Arbeitsgedächtnis t ₂	1517	21.96	5.33	4–35	50.17	6.56	28–71
Intelligenz t ₁	1624	37.45	7.32	9–51	50.31	9.30	30–69
Intelligenz t ₂	1567	43.61	5.73	15–51	51.42	9.24	24–69
Rechnen t ₃	1077	22.80	7.61	2–36	50.15	9.92	19–78

Anmerkungen: ¹ Da in der BUEVA-III durchweg leichte bis mittelschwere Items vorgegeben werden, wurde der maximal erreichbare T-Wert pro Untertest auf 60 begrenzt. Mit gleicher Begründung ist auch für die phonologische Schleife kein T-Wert oberhalb von 60 vergeben worden.

mittlere bis hohe Korrelationen zwischen allen erhobenen Variablen. Zu t₂ lässt sich ein ähnliches Muster der Zusammenhänge feststellen. Die Korrelationen des ZMW mit der Intelligenz fallen zu beiden Messzeitpunkten signifikant höher aus als die zum AG ($z = 3.40$ und $z = 3.29$). Die Korrelation zwischen AG und Intelligenz liegt zu beiden Messzeitpunkten in vergleichbarer Höhe ($r = .45$). Auch die Korrelationen zwischen den gleichen Konstrukten (Stabilitäten) liegen durchweg im mittleren bis hohen Bereich. Das ZMW zeigt die höchste Stabilität ($r = .74$), aber auch die Intelligenz und das AG weisen hohe Stabilitäten auf ($r = .67$ bzw. $r = .56$). Alle Vorläuferfähigkeiten korrelieren mit der zu t₃ erhobenen Rechenleistung in der ersten Klasse, wobei das ZMW sowohl zu t₁ als auch zu t₂ die höchsten Zusammenhänge dazu zeigt, wobei die Korrelationen in vergleichbarer Höhe liegen ($r = .58$ vs. $r = .59$). Die Korrelation der Rechenleistung mit den allgemein-kognitiven Leistungen fallen zu t₂ signifikant höher aus als zu t₁ (Intelligenz $r = .40$ vs. $r = .44$, $z = 2.22$ und AG $r = .39$ vs. $r = .44$, $z = 2.41$).

Reziproke Effekte

Zur Überprüfung der wechselseitigen Beziehung der vorschulischen Prädiktoren wurden die Daten mittels Mplus 7 (Muthén & Muthén, 2012) analysiert. Fehlenden Werten wurde dabei mit der *Full Information Maximum Likelihood* Methode (FIML) begegnet. FIML schätzt fehlende Datenwerte direkt, ohne sie für jeden einzelnen Parameter zu imputieren (Enders, 2001). Die Behandlung fehlender Daten mit FIML verbessert die Genauigkeit und die Leistungsfähigkeit der Analysen gegenüber herkömmlichen Methoden zum Umgang mit fehlenden Werten, wie z.B. listenweiser oder paarweiser Fallausschluss oder Mittelwertsersetzung, und führt zu ähnlich guten Ergebnissen wie die multiple Imputation (Schlomer, Bauman & Card, 2010). Wald-Tests wurden berechnet, um Unterschiede zwischen zwei Regressionskoeffizienten auf Signifikanz zu testen.

Die Hypothesen 2a (zu t₁ erfassten Leistungen im AG und der Intelligenz sagen die Leistung im ZMW zu t₂ vor-

Tabelle 2. Interkorrelationen der Konstrukte sowie Stabilitäten von ZMW, Arbeitsgedächtnis und Intelligenz (N = 1624)

	1	2	3	4	5	6	7
1. Zahlen- und Mengenvorwissen t ₁	-	.74***	.57***	.53***	.50***	.51***	.58***
2. Zahlen- und Mengenvorwissen t ₂		-	.52***	.56***	.45***	.49***	.59***
3. Intelligenz t ₁			-	.67***	.45***	.43***	.40***
4. Intelligenz t ₂				-	.43***	.45***	.44***
5. Arbeitsgedächtnis t ₁					-	.56***	.39***
6. Arbeitsgedächtnis t ₂						-	.44***
7. Rechnen t ₃							-

Anmerkung: *** p < .001.

her) und 2b (zu t₁ erfassten Leistungen im ZMW sagen die Leistungen im AG und der Intelligenz zu t₂ vorher) wurden anhand einer Cross-lagged Panel-Analyse getestet. Dabei werden in einem Modell simultan die Autokorrelationen (Stabilität) der vorschulischen Leistungen (ZMW, AG und Intelligenz) und die Kreuzpfade zwischen diesen Leistungen berücksichtigt. Korreliert die nach Auspartialisierung der Autokorrelation übrig gebliebene Varianz zu t₂ mit einem zu t₁ erhobenen Prädiktor, so ist die Veränderung der jeweiligen Leistung über die Zeit durch diesen erklärbar. Es kann nicht nur eine Wirkrichtung getestet werden, sondern simultan auch die entgegengesetzte Wirkrichtung überprüft werden (Reinders, 2006).

Die entsprechende Analyse, die als saturiertes Modell spezifiziert wurde (Abb. 1), zeigt unter Kontrolle der Autokorrelationen reziproke Effekte der Vorläuferfähigkeiten. Im Einklang mit Hypothese 2a tragen die zu t₁ erhobenen Leistungen im AG und der Intelligenz zur Vorhersage des ZMWs zu t₂ bei (β = .07 bzw. β = .14). Konform mit der Hypothese 2b trägt das zu t₁ erfasste ZMW zur Vorhersage von AG und Intelligenz (β = .26 bzw. β = .19) zu t₂ bei. Diese Wirkrichtung erweist sich jeweils als signifikant höher als die umgekehrte (Wald(1) = 12.01, p < .001 bzw. Wald(1) = 7.07, p = .008). Zur Prüfung, auf welche Subkomponenten die Effekte zurückgehen, wurden ergänzende Analysen getrennt nach den Subkomponenten des Arbeitsgedächtnisses vorgenommen. Anstelle des AG-Mittelwerts wurde jede AG-Leistung einzeln im Modell betrachtet, sodass sich drei differenzierte Modelle ergeben (Abb. 2-4 [ESM]). Die Ergebnisse zeigen, dass das ZMW zu t₁ jede einzelne Subkomponente zu t₂ (ZE: β = .17; PLS: β = .20; VRN: β = .23) vorhersagt. Die höchste Effektstärke ergibt sich bei der Vorhersage des VRN. Der Effekt vom AG zu t₁ auf das ZMW zu t₂ geht auf den VRN (β = .04) und die PLS (β = .06) zurück. Zwischen der ZE zu t₁ und dem ZMW zu t₂ besteht kein direkter Pfad (Abb. 4).

Auch zwischen dem AG und der Intelligenz zeigen sich reziproke Zusammenhänge. Das zu t₁ erfasste AG sagt

die 9 Monate später erhobene Intelligenz unter Kontrolle des autoregressiven Pfades vorher (β = .09), die Intelligenz zu t₁ ebenso das AG zu t₂ (β = .12). Die Pfade unterscheiden sich in ihren Effektstärken nicht signifikant voneinander (Wald(1) = 1.74, p = .187). Durch das spezifizierte Modell werden insgesamt 57% der Varianz im ZMW erklärt. Es lassen sich 39% der Varianz im AG und 49% der Varianz in der Intelligenz erklären. Die drei ergänzenden Analysen mit den einzelnen AG-Leistungen (Abb. 2-4 [ESM]) verdeutlichen, dass die reziproken längsschnittlichen Zusammenhänge zwischen der Intelligenz und dem AG auf die PLS (β = .11 / β = .06) und die ZE (β = .15 / β = .08) zurückzuführen sind. Aus dem Mo-

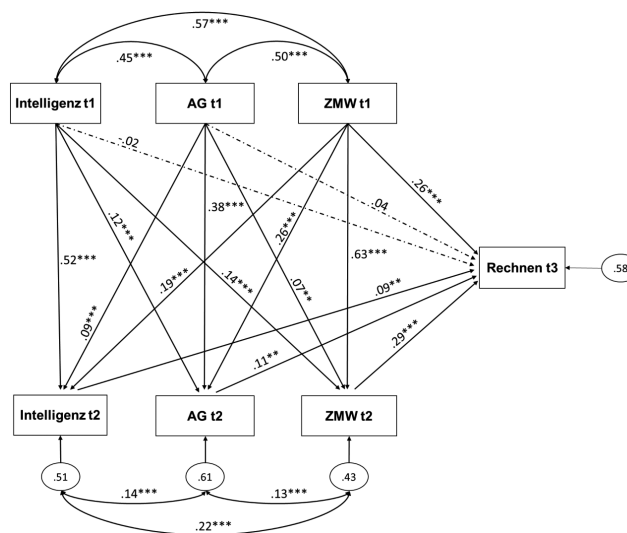


Abbildung 1. Reziproke Effekte zwischen den Vorläuferfähigkeiten und die Vorhersage der Rechenleistung in der ersten Klasse (t₁: Erster Messzeitpunkt; t₂: Zweiter Messzeitpunkt; t₃: Dritter Messzeitpunkt; AG: Arbeitsgedächtnis; ZMW: Zahlen- und Mengenvorwissen. Gestrichelte Linien sind nicht signifikant (p ≥ .05). Die Zahlen in den Kreisen stellen die Residualvarianzen dar. *p < .05. **p < .01. ***p < .001).

dell mit dem VRN (Abbildung 3) ist erkennbar, dass sich diese AG-Komponente längsschnittlich weder signifikant durch die Intelligenz erklären lässt, noch diese vorhersagt.

Vorhersage der Rechenleistung

Hypothesenkonform erweist sich das ZMW zu beiden Messzeitpunkten (t_1 : $\beta = .26$, t_2 : $\beta = .29$) als signifikanter Prädiktor der Rechenleistung in der ersten Klasse (Hypothese 3a). Die Regressionskoeffizienten unterscheiden sich nicht signifikant in ihrer Größe (Wald(1) = 0.28, $p = .596$). Ein signifikanter Effekt vom AG zu t_2 ($\beta = .11$) auf die Rechenleistung in der ersten Klasse ist ebenfalls nachweisbar. Die ergänzenden Berechnungen mit den einzelnen AG-Komponenten zeigen, dass sich dieser auf die PLS ($\beta = .06$) und die ZE ($\beta = .09$) zurückführen lässt. Der Pfad vom VRN zu t_2 auf die Rechenleistung verfehlte knapp das Signifikanzniveau ($\beta = .05$, $p = .062$). Die zu t_2 erfasste Intelligenz erweist sich ebenfalls als signifikanter Prädiktor ($\beta = .09$) der Rechenleistung. Die t_1 -Messungen der allgemein-kognitiven Leistungen tragen im Gesamtmodell (Abbildung 1) nicht direkt zur Vorhersage der Rechenleistung bei, sondern indirekt über das ZMW. Die Analysen getrennt nach den AG-Komponenten zeigen jedoch, dass der VRN als einziger unspezifischer Prädiktor einen direkten signifikanten Beitrag zur Vorhersage der Rechenleistung leistet ($\beta = .07$).

Die Hypothese 3b postuliert zwei indirekte Pfade, die zur Vorhersage der Rechenleistung in der ersten Klasse beitragen: a) Ein Pfad vom AG zu t_1 über das ZMW zu t_2 auf die Rechenleistung zu t_3 und b) ein Pfad von der Intelligenz zu t_1 über das ZMW zu t_2 auf die Rechenleistung zu t_3 . Hypothesenkonform zeigt sich ein signifikanter indirekter Pfad vom AG zu t_1 über das ZMW zu t_2 auf die Rechenleistung zu t_3 ($\beta = .02$, $p = .001$). Auch der Effekt der Intelligenz zu t_1 auf die Rechenleistung wird vollständig durch das ZMW ($\beta = .04$, $p < .001$) mediiert. Darüber hinaus zeigen sich weitere indirekte Pfade vom AG zu t_1 über die Intelligenz zu t_2 auf die Rechenleistung ($\beta = .01$, $p = .028$) bzw. über das AG zu t_2 auf das Rechnen t_3 ($\beta = .04$, $p = .001$). Weiterhin findet sich ein indirekter Effekt der Intelligenz zu t_1 über das AG zu t_2 auf das spätere Rechnen ($\beta = .01$, $p = .006$) bzw. über die Intelligenz zu t_2 auf die Rechenleistung ($\beta = .04$, $p = .011$). Darüber hinaus zeigt sich ein indirekter Pfad vom ZMW zu t_1 über die Intelligenz zu t_2 auf die Rechenleistung ($\beta = .02$, $p = .015$) sowie ein indirekter Effekt vom ZMW t_1 über das AG zu t_2 auf die Rechenleistung zu t_3 ($\beta = .03$, $p = .001$). Für das AG ergibt sich ein totaler Effekt von $\beta = .11$, $p < .001$, für die Intelligenz ein totaler Effekt von $\beta = .08$, $p = .011$ und für das ZMW ein totaler Effekt von $\beta = .49$, $p < .001$.

Diskussion

Die vorliegende Studie betrachtete die Entwicklung der spezifischen und unspezifischen mathematischen Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten an einer sehr großen epidemiologischen Stichprobe. Der Fokus lag erstmals auf der Untersuchung von deren wechselseitiger Beziehung unter Berücksichtigung der Stabilitäten. Darüber hinaus wurde die Vorhersagekraft der Vorläuferfähigkeiten für die Rechenleistung in der ersten Klasse überprüft.

Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten

Wie angenommen, zeigten die Kinder im Mittel bedeutsame Verbesserungen im ZMW, im AG und der Intelligenz. Im Kindergarten vollzogen sich demnach bedeutsame Entwicklungsschritte in den mathematischen Vorläuferfähigkeiten, wobei spezifische und unspezifische Vorläuferfähigkeiten sich parallel entwickeln (vgl. de Abreu et al., 2010; Krajewski, Nieding et al., 2008). Die Ergebnisse untermauern außerdem die Ergebnisse von Weinhold und Kollegen (2003), die die Zeit bis kurz vor dem Schuleintritt als besonders entscheidend für die Entwicklung numerischer Vorläuferfertigkeiten bewerten. Die Kinder zeigten kurz vor Schuleintritt deutlich bessere Leistungen als noch 9 Monate zuvor. Die rasche Entwicklung des ZMWs im Kindergarten wird auch in Trainingsstudien deutlich, die beim Vergleich mit Kontrollgruppen nur kleine Trainingseffekte finden, da sich ein Teil der Leistungssteigerung auf natürliche Weise zu vollziehen scheint (Krajewski, Nieding et al., 2008). Interindividuelle Unterschiede blieben jedoch vergleichsweise konstant, was sich in relativ hohen Stabilitäten widerspiegelt (ZMW: $r = .74$; Intelligenz: $r = .67$; AG: $r = .56$), die den Resultaten anderer Studien entsprechen (Dornheim, 2008; Koglin, Janke & Petermann, 2009; Weißhaupt et al., 2006). Daraus lässt sich ableiten, dass die schwächsten Kinder mit großer Wahrscheinlichkeit auch im Laufe der Zeit noch zu den schwächsten zählen, obwohl sich ihre individuellen Leistungen verbessern (Dornheim, 2008; Krajewski & Schneider, 2006; von Aster, Schweiter, Weinhold & Zulauf, 2007; Weißhaupt et al., 2006). Eine Förderung der mathematischen Vorläuferfähigkeiten für Kinder mit Problemen im Vorschulalter ist demnach besonders wichtig, da sich Defizite bereits früh manifestieren und Schwierigkeiten in höheren mathematischen Leistungen zur Folge haben können (Krajewski, Nieding et al., 2008).

Reziproke Effekte

In Übereinstimmung mit einer Vielzahl früherer Studien konnten das AG und die Intelligenz als Prädiktoren des ZMWs bestätigt werden (Dornheim, 2008; Hornung et al.,

2014; Krajewski, 2003; Krajewski, Nieding et al., 2008; Krajewski & Schneider, 2009; Weißhaupt et al., 2006). Insgesamt wurden 57% der Varianz des ZMWs erklärt. Ein Teil der Veränderung des ZMWs über die Zeit ist also durch das AG, insbesondere die PLS und den VRN, und die Intelligenz erklärbar. Im Einklang mit anderen Studien, bestätigen unsere Ergebnisse den Einfluss der einzelnen Arbeitsgedächtniskomponenten auf das ZMW (Dornheim, 2008; Hornung et al., 2014). Vor allem die Beteiligung des visuell-räumlichen AG am Aufbau früher mathematischer Kompetenzen wurde bereits bestätigt (Krajewski & Schneider, 2009; Krajewski, Schneider & Nieding, 2008). Im Gegensatz zu Dornheim (2008) finden wir jedoch keinen Zusammenhang zwischen frühen zentral-exekutive Leistungen und dem ZMW vor Schuleintritt. Dieser Befund ist möglicherweise durch das angewandte Testverfahren zu erklären. Dornheim (2008) nutzte die Ziffernschritte rückwärts für die Vorhersage des Zahlenvorwissens, während in dieser Studie auf ein zahlenunabhängiges Verfahren zurückgegriffen wurde. Krajewski, Schneider et al. (2008) finden mit diesem Testverfahren allerdings keinen Einfluss der ZE auf das ZMW.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass eine hohe Intelligenz und gute AG-Leistungen schon vor Schulbeginn den Aufbau des Vorwissens begünstigen und somit auch gute Ausgangsbedingungen für die weitere mathematische Schullaufbahn schaffen (vgl. Krajewski, 2003; Helme & Weinert, 1997). Eine Stärke der vorliegenden Arbeit ist die Berücksichtigung der autoregressiven Pfade, da nur so der „instabile Teil interindividueller Unterschiede“ erklärt werden kann (Geiser, 2010, S. 132). Durch die Berücksichtigung der autoregressiven Pfade finden wir allerdings teilweise kleinere Effekte als andere Längsschnittstudien. Diese mögen auf den ersten Blick trivial wirken, sind jedoch durchaus mit anderen Studien, die autoregressive Modelle nutzen, vergleichbar (vgl. De Smedt et al., 2009; Fuhs et al., 2014). Wie Adachi und Willoughby (2015) bemerken, ist eine Interpretation der Effektstärken bei Berücksichtigung der Autoregression nach den herkömmlichen Richtlinien von Cohen (1992) nicht sinnvoll, würden sie doch entsprechend kleine Effekte trotz ihrer möglichen Bedeutsamkeit überwiegend als bedeutungslos einstufen. Leider gibt es bisher keine Richtlinien für die Bewertung der Effektstärken autoregressiver Modelle, bei moderaten bis hohen Stabilitäten lassen sich aber kleine Effektstärken durchaus als bedeutsam ansehen (Adachi & Willoughby, 2015).

Ein neues und äußerst interessantes Ergebnis ist der Nachweis des umgekehrten Pfades vom ZMW auf die allgemein-kognitiven Fertigkeiten, der sogar signifikant höher ausfällt als die andere Wirkrichtung. Somit scheinen nicht nur die allgemein-kognitiven Fertigkeiten den Aufbau des frühen ZMWs zu beeinflussen, sondern die frü-

hen numerischen Kompetenzen vor allem am Aufbau von intellektuellen und Gedächtnisfähigkeiten beteiligt zu sein. Diese Ergebnisse sind neuartig, da eine entsprechende Untersuchung für das Kindergartenalter bisher nicht durchgeführt wurde. Dennoch stehen die Ergebnisse im Einklang mit Studien zur reziproken Beziehung von frühen mathematischen Kompetenzen und exekutiven Funktionen, die die Bedeutung des ZMWs für die exekutiven Funktionen betonen (Fuhs et al., 2014; Watts et al., 2015; Welsh et al., 2011). Diese Studie verdeutlicht somit auch erneut die enge Verbindung dieser Fertigkeiten im Vorschulalter. Es lässt sich ein übergeordneter Entwicklungsprozess vermuten, der dazu führt, dass Kinder, die über gute mathematische Kompetenzen verfügen, sich anspruchsvolleren Aufgaben zuwenden. Damit verbessern sich nicht nur ihre bereichsspezifischen Fertigkeiten, sondern sie entwickeln sich auch in ihren höheren kognitiven Leistungen weiter, die wiederum den Aufbau der Zahlen- und Mengenkompetenzen begünstigen (vgl. Fuhs et al., 2014). Die Ergebnisse der reziproken Beziehungen sind nicht nur auf theoretischer Ebene interessant, sondern haben auch wichtige praktische Implikationen. Eine Förderung der Zahlen- und Mengenkompetenzen im Kindergarten könnte somit doppelten Nutzen bringen und auch die allgemein-kognitiven Fertigkeiten verbessern (Clements et al., 2016).

Vorhersage der Rechenleistung

Ein weiteres Ziel bestand in der Vorhersage der Rechenleistung in der ersten Klasse. Es wurden 42% der Unterschiede in der Rechenleistung durch die Vorläuferfähigkeiten erklärt. Dies entspricht in etwa vergleichbaren Studien, die eine Varianzaufklärung zwischen 30% und 50% fanden (Krajewski, 2003; Dornheim, 2008). Hypothesenkonform erwies sich das zu t_1 erfasste ZMW unter Kontrolle der unspezifischen Vorläuferfähigkeiten als signifikanter Prädiktor der Rechenleistung in der ersten Klasse. Entsprechend ließen sich erneut die Befunde bisheriger Längsschnittstudien replizieren und die Bedeutung des ZMWs für die Rechenleistung nachweisen (Dornheim, 2008; Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006, 2009; von Aster et al., 2007; Weißhaupt et al., 2006). Wie in anderen Studien ließen sich unter Kontrolle des ZMWs keine signifikanten Beiträge der zu t_1 erhobenen unspezifischen Prädiktoren finden (Dornheim, 2008; Weißhaupt et al., 2006). Das spezifische mathematische Vorwissen erwies sich damit für die Rechenleistung erneut als wichtiger, relativ zu den allgemein-kognitiven Faktoren (Dornheim, 2008). In Übereinstimmung mit anderen Studien zeigten die zu t_1 erfassten allgemein-kognitiven Leistungen jedoch einen indirekten Effekt über das ZMW auf die Rechenleistung in der ersten Klasse (Dornheim, 2008;

Krajewski, 2003; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt et al., 2006).

Allerdings zeigten ergänzende Analysen mit den einzelnen AG-Komponenten, dass der VRN sehr wohl einen signifikanten Beitrag zur Varianzaufklärung des späteren Rechnens leistet. Dies steht im Einklang mit den Ergebnissen von Schuchardt et al. (2014) und betont die stärkere Abhängigkeit des Rechnens bei Vorschulkindern von visuell-räumlichen Strategien (Rasmussen & Bisanz, 2005).

Auch das ZMW kurz vor Schuleintritt erwies sich im Vergleich zu den allgemein-kognitiven Leistungen als stärkster Prädiktor der Rechenleistung in der ersten Klasse. Wie vermutet zeigten die kurz vor Einschulung erhobenen Leistungen im AG und der Intelligenz direkte Effekte auf die Rechenleistung. Bezüglich der AG-Komponenten waren insbesondere die PLS und ZE bedeutsam. Hier zeichnet sich scheinbar die Verschiebung von den visuell-räumlichen hin zu den verbalen Strategien ab (Rasmussen & Bisanz, 2005). Die bedeutende Rolle der ZE für das Rechnen wurde in der Vergangenheit bereits nachgewiesen (De Smedt et al., 2009). Die Ergebnisse spiegeln möglicherweise eine Verlagerung bezüglich der Nutzung der Vorläuferfähigkeiten im Laufe des Vorschulalters wider. Während jüngere Kindergartenkinder vor allem ihr bereichsspezifisches Vorwissen nutzen, verwenden Kinder am Ende Kindergartenzeit auch allgemein-kognitive Fertigkeiten für das Lösen von Rechenaufgaben.

Limitationen

Zu t_1 erstreckte sich die Untersuchung der Kinder über einen sehr ausgedehnten Zeitraum. Dies war nötig um den geplanten Stichprobenumfang zu erreichen. So befanden sich 42.9% der zugrundeliegenden Stichprobe nicht mehr im vorletzten, sondern bereits im letzten Kindergartenjahr. Die vorgenommene Normierung in Halbjahresschritten begegnet diesem Problem.

Ein Problem stellt die Reliabilität (Cronbach's Alpha) des Messinstrumentes zur phonologischen Schleife dar, die aufgrund der reduzierten Itemanzahl eher gering ausfiel (vgl. Bortz & Döring, 2006). Bei der Testdurchführung und -auswertung wurde allerdings durch standardisierte Instruktionen sowie intensive Schulungen und Supervisionen der Testleiter auf eine sehr hohe Objektivität geachtet.

Die schulische Rechenleistung konnte für einen Teil der Kinder nicht überprüft werden, da sie zu t_3 noch nicht eingeschult waren. Ein Teil der besonders schwachen Kinder wurde auf diese Weise möglicherweise aus den Analysen ausgeschlossen. Eine Vermischung der zu t_3 zurückgestellten mit den bereits eingeschulten Kindern erschien jedoch problematisch, da die Beschulung der Erstklässler möglicherweise Förderbedingungen bietet, die denen der Kindergartenkinder in keiner Weise entsprechen. Ein Einbe-

zug dieser Kinder ein Jahr später, als sie die erste Klasse erreicht hatten, erschien angesichts der Fragestellung nach Entwicklungsabläufen methodisch gleichfalls schwierig, weil in diesem Fall für die Mehrheit der Stichprobe nur ein Jahr, für einen Teil aber 2 Jahre zwischen t_2 und t_3 vergangen wären. Da die Mehrheit der untersuchten Kinder aus einem Haushalt mit vergleichsweise hohem sozioökonomischen Status stammte und weniger intelligente Kinder im Verlauf aus der Studie ausstiegen, ist zu erwarten, dass die Leistungen der Stichprobe insgesamt eher besser ausfielen.

Die vorliegende Studie nutzt mit dem BUEVA-Untertest ein eher globales Maß zur Erhebung des ZMWs. Folgeuntersuchungen sollten Tests einsetzen, die spezifische mathematische Vorläufer unterscheiden und deren gesonderten Einfluss auf das spätere Rechnen eruieren. Ebenso sollte überprüft werden, ob die reziproken Beziehungen zwischen mathematischen Fertigkeiten, Intelligenz und AG auch unter Kontrolle weiterer Bedingungsfaktoren (z.B. räumliche Wahrnehmung oder phonologische Bewusstheit) bestehen bleiben und ob diese auch über den Schuleintritt hinaus zu finden sind.

Schlussfolgerung

Insgesamt verdeutlichen die Ergebnisse, dass sich die mathematischen Vorläuferfähigkeiten im Laufe des Kindergartens substanziell weiterentwickeln und in einem engen Zusammenhang miteinander stehen. Erstmals wurde anhand kreuzverzögerter Effekte festgestellt, dass nicht nur AG und Intelligenz an dem Aufbau von ZMW beteiligt sind, sondern vor allem das ZMW die Leistungen in den allgemein-kognitiven Leistungen vorhersagt. Die Daten untermauern damit zwar erneut die Wichtigkeit der allgemein-kognitiven Fähigkeiten für das mathematische Vorwissen, sprechen aber vor allem dafür, das Potenzial des ZMWs in Trainingsprogrammen zu nutzen, durch dessen Förderung auch intellektuelle und Gedächtnisleistungen zunehmen können, die allesamt die schulische Rechenleistung positiv beeinflussen. Es handelt sich bei diesen vorläufigen Ergebnissen allerdings nur um erste Hinweise, die weiterer systematischer Untersuchungen bedürfen.

Elektronisches Supplement (ESM)

Das elektronische Supplement ist mit der Online-Version dieses Artikels verfügbar unter <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000205>.

ESM 1. Darstellung der reziproken Zusammenhänge der mathematischen Vorläuferfähigkeiten und deren Vorhersagbarkeit für die Rechenleistung in der ersten Klasse getrennt nach den drei Arbeitsgedächtniskomponenten.

Implikationen für die Praxis

Die Studie untersuchte erstmals Wechselwirkungen zwischen dem Zahlen- und Mengenvorwissen und allgemein-kognitiven Leistungen, wie dem Arbeitsgedächtnis und der Intelligenz im Kindergarten. Andere Studien konnten bereits nachweisen, dass Intelligenz -und Arbeitsgedächtnisleistungen das Zahlen- und Mengenvorwissen vorhersagen können. Diese Studie zeigt, und das ist neu, dass es auch eine umgekehrte Wirkrichtung gibt. Auch Arbeitsgedächtnis und Intelligenz, kurz vor Schuleintritt, lassen sich durch das 9 Monate zuvor erhobene Zahlen- und Mengenvorwissen vorhersagen. Diese Wirkrichtung fiel sogar höher aus, als die andere. Darüber hinaus bestätigt die Studie erneut die Vorläuferfähigkeiten im Kindergarten als Prädiktoren der Rechenleistung in der ersten Klasse. Erwartungsgemäß erweist sich dabei das Zahlen- und Mengenvorwissen als bester Prädiktor.

Die Ergebnisse zeigen erstmals, dass im Kindergarten bidirektionale Zusammenhänge zwischen den mathematischen Vorläuferfähigkeiten bestehen. Ursprünglich wurde angenommen, dass es Kindern mit guten kognitiven Fertigkeiten leichter fällt, Aufgaben und deren Problemlösung zu verstehen und dies den Aufbau von mathematischem Vorwissen begünstigt (Krajewski, 2003; Helmke & Weinert, 1997). Auf Basis der vorliegenden Studienergebnisse kann ebenso geschlossen werden, dass sich Kinder mit gutem Vorwissen vermehrt mit mathematischen Problemstellungen auseinandersetzen und dadurch auch ihre höheren kognitiven Fertigkeiten weiter ausbilden. Diese Ergebnisse sind für die Praxis durchaus relevant, da sie zeigen, dass eine Förderung der Zahlen- und Mengenkompetenzen positive Auswirkungen, nicht nur auf das spätere Rechnen, sondern auch auf die Entwicklung von Arbeitsgedächtnis und Intelligenz haben kann.

Forschungsmethoden

In den letzten Jahren widmeten sich zahlreiche Längsschnittstudien der Frage, welche unspezifischen und spezifischen Vorhersagemerkmale die Entwicklung des Rechnens begünstigen. Diese Studien belegen, dass das Arbeitsgedächtnis und die Intelligenz das spätere Zahlen- und Mengenwissen beeinflussen können, welches sich wiederum als relevant für das Rechnen in der Schulzeit erweist. Diese Studien analysieren jedoch nur diese eine Wirkrichtung. Welchen Einfluss das Zahlen- und Mengenwissen auf die Arbeitsgedächtnis- und Intelligenzleistung wurde bisher nicht betrachtet. Die statistische Analyse dieser Fragestellung erfolgte in der vorliegenden Studie durch ein Cross-lagged-Panel-Modell. Jedes Merkmal liegt dafür zu zwei Messzeitpunkten vor, sodass gleichzeitig die Stabilität jedes einzelnen Merkmals über die Zeit sowie die wechselseitigen längsschnittlichen Beziehungen bestimmt werden können. Da sich die Leistung zum vorherigen Messzeitpunkt (Stabilität) stets als bester Prädiktor erweist, wird die Chance zusätzliche Varianz zu erklären für jede weitere Variable erschwert. So wird vermieden, dass Einflüsse über-

schätzt werden und zugleich sichergestellt, dass auch der tatsächlich „instabile“ Anteil der Leistung erklärt wird.

Im Sinne der Generalisierbarkeit der Ergebnisse besteht ein bedeutsamer methodischer Vorteil der vorliegenden Studie in der sehr großen Stichprobe. Positiv hervorzuheben ist außerdem, dass die Aufgaben zur Überprüfung der Arbeitsgedächtnisleistung auf numerisches Material verzichten, um den Einfluss auf die Rechenleistung unabhängig vom Zahlenmaterial nachweisen zu können. Methodisch kritisch ist die Eingrenzung auf Kinder in der ersten Klasse zum dritten Messzeitpunkt, da die Stichprobe so möglicherweise, um schwache Kinder bereinigt wurde, die noch im Kindergarten verweilten. Eine Vermischung der bei den Zurückgestellten zu t_3 erfassten Rechenfertigkeiten mit denen der bereits eingeschulten Kinder erschien jedoch problematisch, da kein vergleichbares Recheninstrument vorlag und die Beschulung der Erstklässler möglicherweise Förderbedingungen schafft, die denen der Kindergartenkinder in keiner Weise entsprechen.

Literatur

Adachi, P. & Willoughby, T. (2015). Interpreting effect sizes when controlling for stability effects in longitudinal autoregressive models: Implications for psychological science. *European Journal of Developmental Psychology*, 12, 116 – 128.

Alloway, T. P. & Alloway, R. G. (2010). Investigating the predictive roles of working memory and IQ in academic attainment. *Journal of Experimental Child Psychology*, 106, 20 – 29.

Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: University press.

Bortz, J. & Döring, N. (2006). *Forschungsmethoden und Evaluation* (4. Aufl.). Heidelberg: Springer.

- Clements, D. H., Sarama, J. & Germeroth, C. (2016). Learning executive function and early mathematics: Directions of causal relations. *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 79–90.
- Cohen, J. (1992). A power primer. *Psychological Bulletin*, 112, 155–159.
- de Abreu, P. M. E., Conway, A. R. & Gathercole, S. E. (2010). Working memory and fluid intelligence in young children. *Intelligence*, 38, 552–561.
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B. & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 186–201.
- Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechen-schwäche: Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemeinkognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.
- Enders, C. K. (2001). A primer on maximum likelihood algorithms available for use with missing data. *Structural Equation Modeling*, 8, 128–141.
- Esser, G. & Wyschkon, A. (2016). *BUEVA-III: Basisdiagnostik Umschriebener Entwicklungsstörungen im Vorschulalter – Version III*. Göttingen: Hogrefe.
- Fuhs, M. W., Nesbitt, K. T., Farran, D. C. & Dong, N. (2014). Longitudinal associations between executive functioning and academic skills across content areas. *Developmental Psychology*, 50, 1698–1709.
- Geiser, C. (2010). *Datenanalyse mit Mplus. Eine anwendungsorientierte Einführung*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Grimm, H. (2001). *Sprachentwicklungstest für drei- bis fünfjährige Kinder (SETK 3–5)*. Göttingen: Hogrefe.
- Helmke, A. & Weinert, F. E. (1997). Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Psychologie des Unterrichts und der Schule* (S. 71–176). Göttingen: Hogrefe.
- Hornung, C., Schiltz, C., Brunner, M. & Martin, R. (2014). Predicting first-grade mathematics achievement: the contributions of domain-general cognitive abilities, nonverbal number sense, and early number competence. *Frontiers in Psychology*, 5, 272.
- Koglin, U., Janke, N. & Petermann, F. (2009). Werden IQ-Veränderungen vom Kindergarten- zum Schulalter durch psychosoziale Risikofaktoren beeinflusst? *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 41, 132–141.
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kovač.
- Krajewski, K., Küspert, P. & Schneider, W. (2002). *Deutscher Mathematiktest für erste Klassen (DEMAT 1+)*. Göttingen: Beltz.
- Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40, 135–146.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 4, 246–262.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 516–531.
- Krajewski, K., Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz bei Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 55, 100–113.
- Milner, B. (1971). Interhemispheric differences in the localization of psychological processes in man. *British Medical Bulletin*, 27, 272–277.
- Muthèn, L. K. & Muthèn, B. O. (2012). *Mplus Version 7.11* [Software]. Los Angeles: Muthèn & Muthèn.
- Poltz, N., Wyschkon, A., Höse, A., von Aster, M. & Esser, G. (2015). Vom Fingergefühl zum Rechnen. *Lernen und Lernstörungen*, 4, 177–193.
- Rasmussen, C. & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology*, 91, 137–157.
- Reinders, H. (2006). Kausalanalysen in der Längsschnittforschung. Das Crossed-Lagged-Panel Design. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung*, 1, 569–587.
- Roebbers, C. M. & Zoelch, C. (2005). Erfassung und Struktur des phonologischen und visuell-räumlichen Arbeitsgedächtnisses bei 4-jährigen Kindern. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 37, 113–121.
- Schlomer, G. L., Bauman, S. & Card, N. A. (2010). Best practices for missing data management in counseling psychology. *Journal of Counseling Psychology*, 57, 1–10.
- Schmid, C., Zoelch, C. & Roebbers, C. M. (2008). Das Arbeitsgedächtnis von 4- bis 5-jährigen Kindern: Theoretische und empirische Analyse seiner Funktionen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40, 2–12.
- Schuchardt, K., Piekny, J., Grube, D. & Mähler, C. (2014). Einfluss kognitiver Merkmale und häuslicher Umgebung auf die Entwicklung numerischer Kompetenzen im Vorschulalter. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 1, 24–34.
- von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39, 85–96.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Chen, M., Claessens, A., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K. et al. (2015). The role of mediators in the development of longitudinal mathematics achievement associations. *Child Development*, 86, 1892–1907.
- Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, 236–245.
- Weinhold Zulauf, M. W., Schweiter, M. & von Aster, M. (2003). Das Kindergartenalter: Sensitive Periode für die Entwicklung numerischer Fertigkeiten. *Kindheit und Entwicklung*, 12, 222–230.
- Welsh, J. A., Nix, R. L., Blair, C., Bierman, K. L. & Nelson, K. E. (2010). The development of cognitive skills and gains in academic school readiness for children from low-income families. *Journal of Educational Psychology*, 102, 43–53.

Manuskript eingereicht: 02.05.2017

Manuskript nach Revision angenommen: 12.10.2017



Finja Gallit

Klinische Psychologie
Universität Potsdam
Karl-Liebknecht-Straße 24 – 25
14476 Potsdam
Deutschland
finja.gallit@uni-potsdam.de