



Universität Potsdam

Diether Hopf

Mathematikunterricht : eine empirische Untersuchung zur Didaktik und Unterrichtsmethode in der 7. Klasse des Gymnasiums

first published in:

Mathematikunterricht : eine empirische Untersuchung zur Didaktik und
Unterrichtsmethode in der 7. Klasse des Gymnasiums / Diether Hopf. -
Stuttgart : Klett-Cotta, 1980. - 251 S. - (Veröffentlichungen aus dem Projekt
Schulleistung ; 4) ISBN 3-12-933260-X

Postprint published at the Institutional Repository of the Potsdam University:

In: Postprints der Universität Potsdam

Humanwissenschaftliche Reihe ; 187

<http://opus.kobv.de/ubp/volltexte/2010/4531/>

<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:517-opus-45314>

Postprints der Universität Potsdam

Humanwissenschaftliche Reihe ; 187

Max-Planck-Institut für Bildungsforschung

Mathematik- unterricht

Diether Hopf

Eine empirische Untersuchung
zur Didaktik und
Unterrichtsmethode in der
7. Klasse des Gymnasiums

Veröffentlichungen aus dem
Projekt Schulleistung Band 4

Klett-Cotta

**Veröffentlichungen
des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung**

**Veröffentlichungen
aus dem Projekt Schulleistung
Band 4**

Diether Hopf

Mathematikunterricht

Eine empirische Untersuchung zur Didaktik und
Unterrichtsmethode in der 7. Klasse des Gymnasiums

Klett-Cotta

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Hopf, Diether:

Mathematikunterricht : e. empir. Unters. zur
Didaktik u. Unterrichtsmethode in d. 7. Klasse
d. Gymnasiums / Diether Hopf. – 1. Aufl. –
Stuttgart : Klett-Cotta, 1980.

(Veröffentlichungen des Max-Planck-Instituts
für Bildungsforschung) (Veröffentlichungen
aus dem Projekt Schulleistung ; Bd. 4)

ISBN 3-12-933260-X

1. Auflage 1980

Alle Rechte vorbehalten

Fotomechanische Wiedergabe nur mit Genehmigung des Verlages
Verlagsgemeinschaft Ernst Klett — J. G. Cotta'sche Buchhandlung
Nachfolger GmbH.

© Ernst Klett, Stuttgart. Printed in Germany

Satz: Müller, Heilbronn

Druck: Röck, Weinsberg

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	11
Summary	13
1. Einführung	18
2. Analyse der systematischen Itemgruppierungen des Fragebogens	28
2.1 Lehrbuch (Items 1 bis 21)	28
2.2 Erarbeiten eines neuen Sachverhalts (Items 22 bis 48)	40
2.3 Übungen (Items 49 bis 68)	55
2.4 Wiederholung (Items 69 bis 81)	60
2.5 Hausaufgaben (Items 197 bis 208)	62
2.6 Methodenselbsteurteil (Items 82 bis 185)	67
2.6.1 Die Methoden (Spalten)	68
2.6.1.1 Das freie Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist	72
2.6.1.2 Der Lehrervortrag	75
2.6.1.3 Das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch	81
2.6.1.4 Der Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten	85
2.6.2 Die Verwendungssituationen (Zeilen)	89
2.6.2.1 In den einzelnen Verwendungssituationen bevorzugte Methoden	89
2.6.2.2 Die Zeilensummen	95
2.6.2.3 Zeilen- und spaltenweise Interkorrelationen	98
2.7 Vermischte Fragen (Items 186 bis 196)	103
2.8 Unterrichtsziele und Unterrichtsinhalte (Items 211 bis 261) ...	107
2.9 Unterrichtsorganisation (Items 262 bis 274)	128
2.10 Fragen 275 bis 286	132
2.11 Technische Hilfsmittel (Items 287 bis 297)	138
2.12 Leistungsbeurteilung (Items 298 bis 334)	139
2.13 Übernahme der Klasse (Items 335 bis 337); offene Fragen	149
2.14 Zusammenfassung der gruppeninternen Analysen	150
3. Einheitlichkeit und Vielfalt im Mathematikunterricht	157
3.1 Methodische Selbstverständlichkeiten im Mathematik- unterricht	157
3.2 Gesamtanalyse des Fragebogens	160
4. Schlußbetrachtung	191

5.	Anmerkungen	199
6.	Anhang: Der Fragebogen mit den Häufigkeitsverteilungen der Antworten	216
7.	Literaturverzeichnis	235
8.	Index	246

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1:	Verteilung der Lehrbücher für Algebra nach Bundesländern	29
Tabelle 2:	Faktor 1 – Lehrbuchzentrierter Unterricht	30
Tabelle 3:	Faktor 2 – Selbständige Arbeit mit dem Lehrbuch	31
Tabelle 4:	Summe der Items 1, 4 und 6 (lehrbuchzentrierter Unterricht)	35
Tabelle 5:	Summe der Items 5, 7 und 8 (selbständige Arbeit mit dem Lehrbuch)	35
Tabelle 6:	Summe der Items 22, 23 und 24 (lehrerzentrierte Neueinführung)	36
Tabelle 7:	Summe der Items 36, 41 und 42 (prozeßorientierte Neueinführung)	36
Tabelle 8:	Faktor 1 – Lehrerzentrierte, auf rasches Vorankommen gerichtete Erarbeitung neuer Sachverhalte	42
Tabelle 9:	Arithmetischer Mittelwert der aufsummierten Items 22, 23 und 24. Nach Bundesländern	45
Tabelle 10:	Faktor 2 – Sokratisch-mäeutische, prozeßorientierte Einführung eines neuen Sachverhalts	46
Tabelle 11:	Faktor 3 – Induktive Neueinführung durch den Lehrer	49
Tabelle 12:	Faktor 4 – Lehrerzentrierte Reaktion auf fehlerhaften Vorschlag eines Schülers	51
Tabelle 13:	Faktor 5 – Induktives Unterrichtsverfahren bei der Neudurchnahme	52
Tabelle 14:	Faktor 1 – Schülerorientierte Übungen	56
Tabelle 15:	Faktor 2 – Traditionelle Übungsform	57
Tabelle 16:	Faktor 3 – Problemorientiertes Üben	59
Tabelle 17:	Faktor 1 – Problemorientierte, individualisierende Wiederholung	61
Tabelle 18:	Faktor 1 – Stundenprotokoll als Hausaufgabe	62
Tabelle 19:	Summenwerte der Antworten zu den Items 36, 41, 42, 47 und 48 ..	63
Tabelle 20:	Faktor 2 – Individualisierende Hausaufgaben, die selbständige Leistungen erfordern	63
Tabelle 21:	Faktor 4 – Systematische Kontrolle der Haushefte	64
Tabelle 22:	Faktor 1 – Übungen, Wiederholung und Hausaufgaben	66
Tabelle 23:	Situationen, in denen das freie Unterrichtsgespräch häufig verwendet wird	72
Tabelle 24:	Situationen, in denen das freie Unterrichtsgespräch selten verwendet wird	72
Tabelle 25:	Faktor 1 – Freies Unterrichtsgespräch (FUG)	73
Tabelle 26:	Faktor 1 – Freies Unterrichtsgespräch	75

Tabelle 27:	Situationen, in denen der Lehrervortrag häufig verwendet wird ...	76
Tabelle 28:	Situationen, in denen der Lehrervortrag selten verwendet wird ...	77
Tabelle 29:	Faktor 2 – Lehrervortrag (LV)	77
Tabelle 30:	Faktor 1 – Lehrervortrag	78
Tabelle 31:	Faktor 2 – Lehrervortrag	79
Tabelle 32:	Faktor 3 – Lehrervortrag	80
Tabelle 33:	Faktor 4 – Lehrervortrag	80
Tabelle 34:	Situationen, in denen das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch häufig verwendet wird	81
Tabelle 35:	Situationen, in denen das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch seltener verwendet wird	82
Tabelle 36:	Faktor 3 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch (FEUG)	83
Tabelle 37:	Faktor 1 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch	83
Tabelle 38:	Faktor 2 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch	84
Tabelle 39:	Faktor 3 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch	84
Tabelle 40:	Situationen, in denen der Frage-und-Antwort-Unterricht häufig verwendet wird	85
Tabelle 41:	Situationen, in denen der Frage-und-Antwort-Unterricht selten verwendet wird	86
Tabelle 42:	Verwendung des Frage-und-Antwort-Unterrichts über ganze Stunden hinweg	86
Tabelle 43:	Faktor 4 – Frage-Antwort-Unterricht (FAU)	87
Tabelle 44:	Faktor 1 – Frage-und-Antwort-Unterricht	88
Tabelle 45:	Faktor 2 – Frage-und-Antwort-Unterricht	89
Tabelle 46:	Sach- und problembezogene Unterrichtssituationen	90
Tabelle 47:	Schülerorientierte Verwendungssituationen	91
Tabelle 48:	Faktor 5 – Zuordnung von Methoden und Verwendungs- situationen	92
Tabelle 49:	Rangordnung der Verwendungssituationen nach ihrer Häufigkeit (gemittelte Zeilensummen)	96
Tabelle 50:	Interkorrelationen über 0.10	99
Tabelle 51:	Faktor 1 – Vermischte Fragen	106
Tabelle 52:	Korrelationen zwischen den Unterrichtszielen in <i>dieser</i> (Items 215 bis 221) und in einer <i>durchschnittlichen</i> (Items 222 bis 228) Klasse	115
Tabelle 53:	Mittelwertunterschiede zwischen den Unterrichtszielen in <i>dieser</i> und in einer <i>durchschnittlichen</i> Klasse	116
Tabelle 54:	Erschwerende Umstände bei der Unterrichtsgestaltung	118
Tabelle 55:	Behandlung der Unterrichtsstoffe	120
Tabelle 56:	Behandlung von Dreieck und Viereck	122
Tabelle 57:	Stoffbereich Prozentsatz (mit Anwendungen). Nach Bundesländern	123
Tabelle 58:	Faktor 1 – Unterrichtsstoffe und -ziele	125
Tabelle 59:	Faktor 3 – Unterrichtsstoffe und -ziele	126

Tabelle 60:	Gruppenarbeit im Unterricht und gruppenteilige Klassenarbeiten	129
Tabelle 61:	Faktor 1–Gruppenarbeit im Unterricht	130
Tabelle 62:	Faktor 4–Gruppenarbeit im Unterricht	131
Tabelle 63:	Korrelationen zwischen den Items 316 bis 319 (Zweck der Klassenarbeit)	142
Tabelle 64:	Gewichtung der Kriterien bei der Zensierung einer Klassenarbeit .	143
Tabelle 65:	Korrelationen über 0.10 zwischen den Zensierungskriterien (Items 320 bis 325)	145
Tabelle 66:	Faktor 1–Gesamtanalyse	162
Tabelle 67:	Faktor 2–Gesamtanalyse	164
Tabelle 68:	Faktor 3–Gesamtanalyse	166
Tabelle 69:	Faktor 4–Gesamtanalyse	168
Tabelle 70:	Faktor 5–Gesamtanalyse	169
Tabelle 71:	Faktor 6–Gesamtanalyse	170
Tabelle 72:	Faktor 8–Gesamtanalyse	171
Tabelle 73:	Faktor 9–Gesamtanalyse	173
Tabelle 74:	Faktor 12–Gesamtanalyse	174
Tabelle 75:	Faktor 14–Gesamtanalyse	176
Tabelle 76:	Faktor 15–Gesamtanalyse	177
Tabelle 77:	Faktor 24–Gesamtanalyse	178
Tabelle 78:	Faktor 25–Gesamtanalyse	179
Tabelle 79:	Faktor 27–Gesamtanalyse	180
Tabelle 80:	Faktor 28–Gesamtanalyse	182
Tabelle 81:	Faktor 29–Gesamtanalyse	183
Tabelle 82:	Faktor 30–Gesamtanalyse	185
Tabelle 83:	Faktor 34–Gesamtanalyse	188
Tabelle 84:	Faktor 37–Gesamtanalyse	189

Schaubilderverzeichnis

Schaubild 1: Beziehungen zwischen den Unterrichtsmethoden nach Maßgabe ihrer positiven und negativen Interkorrelationen	101
Schaubild 2: Modaler Mathematikunterricht: Summenwerte besonders häufiger und besonders seltener Items	158
Schaubild 3: Lokalisierung von Faktoren auf der Dimension „Klassenklima“ ..	193
Übersicht 1: Variablengruppen in der Unterrichtsforschung	19

Vorwort

Der vorliegende Bericht enthält die Ergebnisse einer empirischen Untersuchung zur Didaktik und Methodik des Mathematikunterrichts in der 7. Klasse des Gymnasiums. Sie basiert auf einer Befragung von Mathematiklehrern, bei denen es sich um eine repräsentative Stichprobe handelte. Diesen Lehrern wurde ein umfangreicher Fragebogen vorgelegt, in welchem der Versuch unternommen wird, unterrichtsmethodische Überlegungen und Entscheidungen des Lehrers nicht isoliert, sondern im Zusammenhang mit einem großen Spektrum weiterer Komponenten des Unterrichts zu erfassen. Die Arbeit ist als Teil des interdisziplinären Projekts Schulleistung entstanden, an dem Wolfgang Edelstein, Gerda Meischner, Fritz Sang, Werner Stegelmann, Hartmut J. Zeiher, Helga Zeiher und, mit einem Teil ihrer Zeit, Mario von Cranach, Hans-Ludwig Freese und ich selbst mitgearbeitet haben. Das Projekt verfolgt das Ziel, den Zusammenhang zwischen dem Ertrag des Schulbesuchs und wichtigen schulischen und außerschulischen Entstehungsbedingungen für die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik zu klären. Im Vordergrund stehen dabei Fragen nach den sozialen, kognitiven und motivationalen Bedingungskonstellationen, unter denen Lernergebnisse und Zensuren zustande kommen. Die Untersuchungen fanden zwischen 1968 und 1970 statt; erfaßt wurden — in einer für das Bundesgebiet und West-Berlin repräsentativen Stichprobe — etwa 14000 Schüler der 7. Klassen an 417 Gymnasien und die Lehrer und Eltern dieser Schüler¹.

Der Untersuchungsansatz der vorliegenden Studie über die Lehrerstrategien im Mathematikunterricht ist im Rahmen des Gesamtprojektes entstanden, die Befragung erfolgte im Zusammenhang mit der Erhebung der übrigen Daten. Wie alle Teilstudien des Projekts ist auch diese mehrfach mit allen Mitarbeitern diskutiert worden, insbesondere mit Mario von Cranach, Wolfgang Edelstein und Hans-Ludwig Freese in der Phase der Konzeptbildung sowie mit Werner Stegelmann und Gerda Meischner in der Phase der Konstruktion und Erprobung des auf den Mathematikunterricht bezogenen Fragebogens. Von unschätzbarem Wert war in dieser Phase vor allen Dingen die Unterstützung durch die Mathematiklehrer, die zugleich an der Konstruktion des Mathematiktests für das Projekt mitarbeiteten: Eberhard Bahr (Berlin), Helga Kreuzfeldt (Frankfurt), Horst Lochhaas (Darmstadt), Günter Lube (Braunschweig) sowie Eberhard Oettinger (Mannheim). Bei der Verkodung der ausgefüllten Fragebogen war Herr Pechthold (Berlin) eine große Hilfe. Als Sachbearbeiterinnen und Sekretärinnen haben sich Irene Beyersdorff, Re-

gina Ganter, Gertraud Korteweg und Birgit Sandri große Verdienste erworben; Peter Wittek war bei den Korrekturarbeiten eine große Hilfe. Die Datenverarbeitung erfolgte teils im Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung, teils im Großrechenzentrum Berlin und wurde von der EDV-Abteilung des Instituts, insbesondere von Martin Zemke, durchgeführt.

Zur Rohfassung meines Forschungsberichts habe ich von vielen Kollegen innerhalb und außerhalb des Instituts konstruktiv-kritische Kommentare und wertvolle Verbesserungsvorschläge erhalten, so von Eberhard Bahr (Berlin), Heinrich Bauersfeld (Bielefeld), Urban Lißmann (Landau), Eberhard Oettinger (Mannheim), Hendrik Radatz (Bielefeld), Peter Martin Roeder (Berlin) und Gert Schubring (Bielefeld). Die Redaktion des Manuskripts lag in den Händen von Beate Hoerkens. Von ganz besonderer Bedeutung waren für mich in dieser Phase die ausführlichen Gespräche mit Peter Damerow und Christine Keitel, denen diese Arbeit im Detail wie im ganzen Wesentlichen verdankt. Allen Genannten möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.

Es bleibt zu hoffen, daß die vorgelegte Untersuchung nicht nur einen Beitrag zur Unterrichtsforschung leistet, sondern auch als Diskussionsgrundlage in der Lehrerbildung genutzt wird, bietet sie doch die Möglichkeit, an die Stelle von Vermutungen oder notwendigerweise begrenzten Erfahrungen einige gesicherte Auskünfte über die didaktischen und methodischen Strategien der Mathematiklehrer zu setzen. Für die Lehrerbildung dürfte insbesondere die Erkenntnis von Bedeutung sein, daß es im Mathematikunterricht nicht selbstverständlich zu sein scheint, Unterricht als Ganzes zu konzipieren, sondern daß sich das Interesse des Lehrers schwerpunktmäßig auf nur eine Unterrichtsphase, etwa die Neueinführung eines Sachverhalts, richtet. Vielleicht bietet der drastische Rückgang der Schülerzahlen, den die Sekundarschulen etwa vom Jahr 1982 an zu spüren bekommen, eine besonders gute Chance zu einer didaktischen und methodischen Neubesinnung, die nicht nur die didaktische Diskussion beeinflusst, sondern auch das Unterrichtsgeschehen.

Summary

Teaching Mathematics. An Empirical Study of the Didactics and Methodology of Mathematics Instruction in the 7th Grade at Gymnasium

The present report contains the results of an empirical study on the didactics and methodology of mathematics instruction in the 7th Grade at Gymnasium. Data for the study were gathered by means of a representative survey of mathematics teachers; in designing our questionnaire, we hoped to find out how teachers' conceptions of their own methods related to a broad spectrum of other influencing factors rather than concentrating on methodology alone. The study was conceived as part of an interdisciplinary School Achievement Project conducted at the Max-Planck-Institute for Educational Research. The common denominator of this project was the focus on questions of pupils' achievement in the subjects German, English and Mathematics and on the factors that influence this achievement, both in school and out; particular emphasis was placed on the social, cognitive and motivational conditions under which both school achievement and grading come about. For purposes of the present investigation, which was carried out between 1968 and 1970, a sample was chosen, representative for West Germany and West Berlin, of about 14,000 7th Grade students at 417 Gymnasias, and their parents and teachers.

The main goal of our study was to describe 7th Grade mathematics instruction, particularly its methodological aspects, from the teachers' point of view and against the background of their professional skills. Proceeding on the assumption that teaching methods are largely determined by the subject taught and by teachers' specific training and experiences in their field, we diverged from the general line of research on classroom instruction by making our questionnaire subject-specific, with the help of a group of experienced mathematics teachers. Each query was conceived, tested many times over, and amended in the light of classroom observation to make the questionnaire as complete as possible in terms both of pedagogical practice and mathematical method. On the one hand, we felt that teachers should be given a chance to report on as many instruction-related aspects of their activity as possible to lend our description the comprehensiveness we desired and to reveal relationships that might otherwise have remained hidden; on the other, we did not want the teachers to feel that they were being asked to provide information of too specific a nature, or answer questions whose relevance and selection might seem doubtful to them, but wished to give them the opportunity to report, as experts, on their experience in general. In choosing this approach

we hoped to avoid overly detailed, specialized replies and to come closer to the everyday reality of teaching practice.

Even though the final questionnaire comprised 337 items and thus took a considerable amount of time to fill out, the return quota was over 90 percent. The questionnaire was divided into the following twelve groups of thematically related queries: ways of using the textbook, presentation of new material, assignments, repetition of material, evaluation of own teaching methods, homework, teaching aims, instruction content, organization of instruction, technical aids, evaluation of student achievement, and questions relating to student participation in instruction.

The questions were designed to cover most aspects of classroom instruction, with the exception of disciplinary problems, teachers' reactions to disturbances in class, and the planning and organization of extracurricular activities. Important as these complexes are, we decided not to take them into account in our study and to concentrate on instruction in the narrower sense. Also, we attempted to formulate the items to reflect actual teaching practice, and kept the inference level low so as not to be faced later with too wide a range of interpretation. The one most significant exception to this principle was made in the questions relating to teaching aims, in which we requested information about teachers' personal goals of a medium and long-term nature.

Since we were dealing with a field that had been given little attention by researchers up to that point, wherever it was feasible we used simple and transparent statistical methods to analyze our material (e.g. distribution curves, cross-reference tables, and correlations). Beyond this, we subjected to factor analysis both the systematic item-groupings listed above and the questionnaire results as a whole. Only in a few cases were variables such as teachers' age, sex or previous training used to test special hypotheses.

After an introduction describing the approach and procedures of our study we go on in Chapter Two to discuss our analysis of the systematic (or "natural") item-groupings and present the results of this analysis. In addition to a large number of separate findings that should prove of interest to the discussion about the didactics and methods of mathematics teaching in the schools, we found surprisingly wide agreement among the teachers in our sample on a number of questions concerning methodology, statements of which their approval or disapproval was almost unanimous.

There was general agreement, for example, that one of the most important aims of instruction was to pass on the techniques of mathematics, i. e. skill in the use of the basic tools of arithmetic and geometry, and to foster those problem-solving strategies which enable a pupil to grasp a complex mathematical problem, break it down into its components, and work out a procedure to solve it. It is apparently also general practice among mathematics

teachers to check homework assignments in class the next day, on a sample basis rather than going through all the papers individually; this homework serves to give pupils a chance to practice material learned the day before, and is generally given to the class as a whole rather than having separate assignments for individual pupils or groups of pupils. Also, most teachers seem to place great store in neatly drawn geometry diagrams.

The introduction of new material is characterized particularly by a method the teachers call "asking and explaining", a participatory discussion whose course they direct; aside from this, the spectrum of methods is very broad. Seldom, however, does one find a strictly deductive strategy, which would consist in the teacher's giving the solution to a problem and then going back to explain the steps that led to it. Technical teaching-aids, aside from the traditional colored chalk and mimeographed material, were used hardly at all by the teachers in our sample.

A critical point in the discussion of new material comes when the teacher has to decide how to react to a pupil's incorrect suggestion. Typically, our mathematics teachers would let the other students recognize and correct the mistake themselves rather than exercise their own prerogative. However, there were a few teachers who would react in a situation of this kind in accordance with Wagenschein's genetic approach, i.e. by asserting that the wrong answer was correct in order to get a good discussion going.

This introductory phase is then followed by an exercise phase in which the class generally participates as a whole rather than being divided into groups; usually the teacher begins with simple problems and moves gradually up the scale of difficulty, taking the problems to be discussed, as a rule, from the textbook. The textbook seems to play a very important role in mathematics instruction, since it is used for many and varied purposes — though very rarely, we found, as a reference for pupils to work out problems on their own or look up information on areas that are not touched upon in classroom instruction.

In all phases of instruction the teachers in our sample would make sure that every pupil participated, if need be by calling on those who did not raise their hands — a method, of course, that is well suited to normal classroom instruction as opposed to working in groups, which in any case was extremely untypical for the teachers who replied to our questionnaire. On the whole, there seemed to be very little opportunity for pupils to make independent contributions, either where amount and type of homework and written tests were concerned or with respect to the course of instruction itself, e.g. the sequence in which the material was to be learned, the selection of material from given assigned areas, or the discussion and design of classroom work.

Written tests, we found, served primarily as a basis on which to grade stu-

dents' achievement. These tests usually comprised a mixture of simple, moderately difficult and difficult problems and were administered in one school hour (45 minutes). Informal tests by contrast had almost no significance as an achievement-measuring instrument. In grading written tests, the teachers in our sample generally concentrated more on the right approach to the problem and the correct procedure in solving it than on correct answers, a clear style, neatness or good handwriting. Pupils' oral contributions in class were, as a rule, weighted quite heavily when it came to determining final grades.

Beyond the teaching styles already mentioned, a small number of teachers apparently use individual variations in method, some of which are more or less at odds with tradition, such as Wagenschein's genetic approach. It was obvious in this connection that the better a teacher's mathematical training is, the less dependent he will be on the textbook and the easier he will find it to develop flexible and individual methods of instruction.

In Chapter Three the results of our overall analysis of the replies to our questionnaire are presented. One of the most remarkable of these results was that the groupings that appeared with factor analysis matched to a large extent those we found when analyzing the systematic item-groupings mentioned above. Thus we arrived at the surprising finding that the data which describe mathematics instruction in general terms evince, on the one hand, a loose bundle of relatively trivial practices which the majority of teachers either affirm or reject, and on the other that almost no general structures emerged which would suggest the existence of general teaching approaches, let alone consistent conceptions with regard to method. What we do find in the teachers' replies is a multiplicity of heterogeneous, independent "styles" of instruction or, perhaps better, patterns by which they interpret their teaching practice.

This would suggest, to put it drastically, that in mathematics teaching there are no differentiable methodological approaches at all — except as they apply to each separate phase of instruction (introduction of new material, assignments, repetition of material, etc.); and that we will not succeed, even drawing on the previous research in this field, in finding a way to integrate these phases and, from the separate factors, to frame some hypothetical style of instruction that would be relevant to the process as a whole. In other words, if we take their answers at face value, teachers of mathematics at Gymnasium did not seem to possess (at least at the time of investigation) a broad methodological conception that would serve to unify their teaching practice over all phases of instruction or even a small part of them. On the contrary, our results suggest that they had a specific approach to each separate phase, and that these diverse approaches, far from forming a consistent picture, often seemed mutually contradictory.

There are a number of reasons we could list for this phase-specificity of mathematics teaching, and though they all may augment one another it will suffice at this point to name only the central one: The importance of a consistent methodology is something only rarely referred to in the literature used in the training of mathematics teachers. The explanations and suggestions for teaching methods that are given in these books usually relate to specific phases of the lessons, particularly to the phase of introduction of new material. From the group-specificity of the factors, then, we may deduce that during their training and ongoing education mathematics teachers are confronted with a number of different methodologies and pedagogical “schools” which have emerged from the long tradition of mathematics instruction at Gymnasium, which now exist there with a certain autonomy, and each of which concentrates its interest on one particular phase of instruction.

1. Einführung

Die vorliegende Untersuchung befaßt sich mit dem Mathematikunterricht in den 7. Klassen des Gymnasiums, das heißt mit einem Ausschnitt des schulischen Geschehens, über den man bislang nur wenig weiß. Zwar verfügen wir über eine Reihe von Methodiken und Didaktiken des Mathematikunterrichts und damit über ein Potential langjähriger Erfahrungen in diesem Bereich, doch beruhen die Informationen der Autoren weder auf repräsentativen und systematischen Erhebungen, noch kann man über die Rezeption der darin enthaltenen — aufgrund disparater Positionen sich teilweise widersprechenden — Empfehlungen zur Gestaltung des Unterrichts mehr als bloße Vermutungen anstellen¹. Die Ergebnisse der Unterrichtsforschung sowie der Stand der Theoriebildung sind nun, und zwar aus verschiedenartigen Gründen², weder dazu angetan, das hier interessierende Forschungsfeld überzeugend zu strukturieren, noch lassen sie sich für die Erklärung von Lernfortschritten bei den Schülern mit befriedigendem Erfolg verwenden³.

In einer solchen Situation ist die Deskription des Feldes als Grundlage für die Generierung von Forschungshypothesen über mögliche Wirkungszusammenhänge vorrangige Aufgabe der Unterrichtsforschung⁴. Das Hauptziel dieser Arbeit besteht daher darin, den Mathematikunterricht in der 7. Klasse des Gymnasiums, vor allem seine methodischen Aspekte, aus der Sicht der Mathematiklehrer und vor dem Hintergrund ihres didaktischen Wissens⁵ zu beschreiben und zu diesem Zweck Daten auszubreiten, auf denen weitere Forschung gezielt aufbauen kann, die aber auch in der Lehreraus- und -weiterbildung als empirische (und nicht als präskriptive) Normenwerte eine sinnvolle Funktion erfüllen können. Der Leser sollte daher nicht erwarten, daß im folgenden Text aus bisheriger Forschung abgeleitete Hypothesen geprüft, Kontroversen der gegenwärtigen didaktischen Diskussion entschieden oder Befunde aus der experimentellen Laborforschung aufgegriffen und auf ihre Umsetzbarkeit untersucht werden; vielmehr wird er sich der mühevollen Aufgabe unterziehen müssen, eine Fülle oft disparater Einzelbefunde sowie eine übergreifende Gesamtanalyse des Fragebogens durchzuarbeiten, die der breiten — freilich keineswegs vollständigen⁶ — Darstellung des erhobenen empirischen Materials zum Mathematikunterricht insgesamt dienen sowie eine erste, vorsichtige Strukturierung des Feldes in Angriff nehmen.

Der Stellenwert der Analysen im pädagogischen Gesamtzusammenhang sei in einer Übersicht⁷ verdeutlicht, welche die wichtigsten Variablengruppen zeigt, die in der Unterrichtsforschung eine Rolle spielen (vgl. Übersicht 1).

Übersicht 1: Variablengruppen in der Unterrichtsforschung

<i>Ausgangsvariablen</i>		
<i>Lehrer</i>	<i>Schüler</i>	<i>Eltern</i>
— Alter	— Alter	— Soziale Schicht
— Geschlecht	— Geschlecht	— Erziehungsverhalten
— Familienstand	— Soziale Schicht	— Interesse an der Schule usw.
— Ausbildung	— Geschwister	
— Dienststellung	— Schulweg	
— Unterrichtserfahrung	— Nachhilfe	
— Einstellungen usw.	— IQ	
	— Leistungsmotivation	
	— Fachinteresse	
	— Schulkarriere usw.	
<i>Kontextvariablen</i>		
— Schulgröße	— Klassengröße	— Unterrichtsinhalte (Lehrpläne, Lehrbücher)
— Einzugsgebiete	— Zusammensetzung der Klasse	
— Anfahrtswege	— architektonische Gegebenheiten	
	— Ausstattung der Klasse	
<i>Prozeßvariablen</i>		
— Lehrerverhalten im Unterricht		
— Schülerverhalten im Unterricht		
<i>Produktvariablen</i>		
— Zensuren		
— Lernergebnisse		
— Fachbeliebtheit		
— Schulangst		
— Leistungsmotivation		
— Fehlhäufigkeit usw.		

Aus der Übersicht geht hervor, daß die meisten Variablen sich nicht auf das aktuelle Geschehen in der Klasse beziehen, sondern entweder zeitlich früher entstandene Merkmale der Beteiligten betreffen oder gleichzeitig existierende Rahmenbedingungen für das Verhalten von Lehrern und Schülern abgeben oder, als Produktvariablen, die Auswirkungen des Unterrichts unter den gegebenen Bedingungen erfassen. Die Unterrichtsmethoden der Lehrer dagegen gehören zur Gruppe der Prozeßvariablen, unabhängig davon, ob sie mit Hilfe von Verhaltensbeobachtungen oder durch Befragung ermittelt werden. Mit dem für die vorliegende Untersuchung entwickelten Fragebogen wurde ein Versuch unternommen, die Vorgänge im Unterricht selbst zu erfassen; berücksichtigt wurden darin auch mögliche Einflüsse einiger Randbedingungen (wie etwa Curriculum- oder Lehrermerkmale). Da es sich bei der vorliegenden Untersuchung um eine Repräsentativerhebung handelt, lassen sich von den gewonnenen Daten Rückschlüsse auf alle Lehrer der Zielpopulation ziehen. Diese besteht ausschließlich aus Gymnasiallehrern. Die an ihnen gewonnenen Erkenntnisse lassen sich mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht auf die Lehrer derselben Altersstufen in den Real- und Hauptschulen übertragen, weil, wie Damerow (1977) überzeugend dargelegt hat, gerade in den Jahren bis kurz vor Erhebung der Daten die didaktische Diskussion, die Reformbestrebungen, kurz, alle auf Methodik und Didaktik bezogenen Veränderungen gymnasialspezifisch verliefen. Für die betroffene Altersstufe lassen sich die Ergebnisse schultypspezifisch allerdings strenggenommen nur für den Zeitraum der Erhebung verallgemeinern, obwohl aller Anschein dafür spricht, daß sich in der gymnasialen Schulwirklichkeit trotz den seit der Kultusministerkonferenz von 1968 in Gang gesetzten Reformbestrebungen⁸ nicht viel hinsichtlich der im Fragebogen erfaßten Merkmale der Unterrichtsgestaltung geändert hat.

Der im Anhang abgedruckte Fragebogen ist das Resultat von Literaturstudien, Unterrichtsbeobachtungen und Diskussionen mit Fachlehrern und Fachdidaktikern. Er wurde — anders als in den meisten bisher vorliegenden Untersuchungen über Lehrerverhalten und Unterrichtsmethoden⁹ — fachspezifisch konzipiert, und zwar aufgrund der Überlegung, daß Unterrichtsmethoden nicht im luftleeren Raum existieren, sondern an Inhalte und fachspezifische Vorerfahrungen gebunden sind, daß also beispielsweise ein Unterrichtsgespräch im Deutschunterricht anders strukturiert ist und häufig anderes bezweckt als das Gespräch im Mathematik- oder Fremdsprachenunterricht; oder daß die Formen der Mitbestimmung der Schüler an der Unterrichtsgestaltung in den Fächern — begründbar — voneinander abweichen; oder daß Lehrer auf fehlerhafte Schülervorschläge bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts in Deutsch und Mathematik unterschiedlich reagieren und je nach Fach höchst unterschiedliche „Fehler“-Begriffe haben.

Die Konstruktion des Fragebogens durchlief mehrere Stadien. Nach der Aufarbeitung der relevanten Literatur zur Didaktik und Methodik des Mathematikunterrichts und zur Unterrichtsforschung, nach theoretischen und forschungspraktischen Vordiskussionen fanden zwei Konferenzen mit denjenigen Mathematiklehrern statt, die auch an der Konstruktion des Schulleistungstests für Mathematik im Rahmen des Projekts Schulleistung mitarbeiteten. Es entstanden mehrere Probefassungen des Fragebogens. Diese enthielten zunächst Items¹⁰ von unterschiedlichem Format, beispielsweise offene Fragen, geschlossene Fragen oder auch Vorgaben, die methodische Sequenzen bei der Neueinführung eines Sachverhalts erfassen sollten. Für alle Items wurde der Versuch unternommen, sie einigen wichtigen, aus der Forschungsliteratur bekannten Dimensionen des Lehrerverhaltens im Unterricht aufgrund theoretischer Vorüberlegungen zuzuordnen. Die Items wurden dann unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Vorversuchen allmählich in die endgültige Form gebracht, die bei den Lehrern wegen der Verständlichkeit der Formulierungen und wegen des relativ geringen Zeitaufwandes bei der Bearbeitung Anklang fand.

Die Erprobungen sowie die alle Phasen der die Fragebogenkonstruktion (und weitgehend auch die Zeit der Datenauswertung) begleitenden Unterrichtsbesuche im gymnasialen Mathematikunterricht dienten dem Ziel, den Fragebogen hinsichtlich didaktischer und methodischer Gesichtspunkte möglichst vollständig zu machen. Dies war aus zwei Gründen wichtig. Einerseits sollten die Lehrer über alle unterrichtsmethodisch relevanten Aspekte ihres professionellen Handelns um Auskunft gebeten werden, weil nur so die erforderliche Breite bei der Deskription erreicht werden konnte und nur so die Entdeckung unbekannter Zusammenhänge möglich schien. Andererseits sollten die Lehrer das Gefühl haben, nicht nur spezielle Fragen beantworten zu müssen, deren Relevanz und Auswahl ihnen mehr oder weniger einleuchten mochte, sondern als Experten umfassend ihre Erfahrungen einbringen zu können; durch diese Vorgehensweise sind Anlässe zu überpointierter Darstellung vielleicht entfallen zugunsten einer größeren Handlungsnähe der Antworten.

Die Haupterhebung fand in den Jahren 1969/70 statt. 417 Schulen nahmen an denjenigen Messungen teil, in deren Rahmen auch die Strategiebefragung stand. Acht Lehrer weigerten sich explizit, den Fragebogen auszufüllen, von weiteren Lehrern kamen die Fragebogen entweder nicht zurück, oder sie waren so unvollständig ausgefüllt, daß sie nicht berücksichtigt werden konnten. Für die Auswertung blieben schließlich 397 verwendbare Fragebogen übrig, ein gemessen an den durchschnittlich erzielten Quoten bei Fragebogenerhebungen außergewöhnlich gutes Ergebnis¹¹.

Die in der Hauptuntersuchung verwendete Endfassung des Erhebungsin-

strumentes teilt sich in zwölf Gruppen thematisch zusammengehöriger Fragen: Lehrbuch, Erarbeiten eines neuen Sachverhalts, Übungen, Wiederholung, Methodenselbsturteil, Hausaufgaben, Ziele, Inhalte, Unterrichtsorganisation, Technische Hilfsmittel, Leistungsbeurteilung sowie einige vermischte Items. Die inhaltlich zusammengehörigen Fragen wurden im Fragebogen nicht miteinander vermischt — wofür oft statistisch-methodische Argumente beigebracht werden —, sondern als „natürliche“ Itemgruppen präsentiert, da die Lehrer nicht einerseits als professionelle Experten angesprochen und zugleich mit einem Fragebogen konfrontiert werden konnten, der in ihren Augen nur chaotisch hätte wirken können.

Die Fragen decken den überwiegenden Teil des Unterrichtsgeschehens thematisch — und wohl auch zeitlich¹² — ab. Lediglich Fragen zur „Disziplin“, über die Reaktionen des Lehrers bei Unterrichtsstörungen sowie über die Organisation und Planung außerunterrichtlicher Aktivitäten blieben als größere inhaltliche Komplexe außer Betracht, da der Schwerpunkt der — nicht beliebig ausdehnbaren — Befragung auf Unterricht im engeren Sinne¹³ liegen sollte. Darauf bezieht sich demzufolge auch die überwiegende Zahl der insgesamt 337 Items; sie gehören also in der oben präsentierten Übersicht zu den „Prozeßvariablen“. Beispiel hierfür sind die Fragen zur Erarbeitung eines neuen Sachverhalts (22—48). Daneben gibt es einige Fragen zu den „Kontextvariablen“, wie z. B. die nach den verwendeten Lehrbüchern (Items 10—16) oder den behandelten Unterrichtsstoffen (229—261).

Ein wichtiges Prinzip bei der Konstruktion des Fragebogens bestand darin, die Items verhaltensnah und auf niedrigem Abstraktionsniveau zu formulieren, um den Spielraum für eine Interpretation des Einzelitems möglichst zu begrenzen. Natürlich stellen die Antworten der Lehrer auch bei sorgfältigster Konstruktion der Fragen gleichwohl Urteile dar, die bis zu einem gewissen Grade durch Wunschvorstellungen, durch das Selbstbild des Befragten, durch eine pädagogische Ideologie, also durch Faktoren gesteuert sein können, die auch bei bestem Willen, sich objektiv darzustellen, Wahrnehmungen und Gedächtnisinhalte beeinflussen beziehungsweise verändern, so daß man die Antworten nicht unbefragt als Abschilderungen des tatsächlichen Verhaltens wird hinnehmen dürfen¹⁴.

Die Wahrscheinlichkeit von Verzerrungen ist freilich bei den einzelnen Items, wie die Interpretation zeigen wird, in sehr unterschiedlichem Ausmaß gegeben. Am größten dürfte sie bei den — wenigen — „high-inference“-Items¹⁵ des Fragebogens sein, den Fragen also, die von den Lehrern ein relativ hohes Maß an Deutung des eigenen Verhaltens oder des Schülerverhaltens verlangen, was wiederum die Interpretation der Antworten erschwert und unsicher macht. Beispiel: „Wie oft verwenden Sie Übungsaufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler

dadurch verunsichert werden sollten?“ (58). Bei den „low-inference“-Items dagegen — Beispiel: „Lassen Sie Senkrechte und Parallele mit Zirkel und Lineal konstruieren?“ (195) — dürfte sich das Ausmaß der Verzerrungen in den Antworten in Grenzen halten. Die Entscheidung für die überwiegende Verwendung von „low-inference“-Items war wegen des Mangels an deskriptiven Daten in diesem Forschungsfeld notwendig, obwohl es durchaus auch Argumente — etwa solche der höheren prognostischen Gültigkeit in bezug auf Produktvariablen¹⁶ — für „high-inference“-Items gab. Nur wenn für „high-inference“-Items keine brauchbare Alternative bestand, wurden sie in den Fragebogen aufgenommen, dann aber besonders sorgfältig hinsichtlich ihrer Bedeutungskonnotationen vorerprobt und diese bei der Auswertung überprüft (beispielsweise durch Betrachtung der Zusammenhänge mit anderen Antworten im Fragebogen).

Die wichtigste Gruppe von „high-inference“-Items stellen die Fragen nach den im Unterricht bevorzugten Zielen (Items 215 bis 228) dar. Diese Ziele wurden zwar in Zusammenarbeit mit praktizierenden Lehrern unterrichtsnah formuliert und mehrfach nicht nur auf ihre Verständlichkeit, sondern vor allem auf ihre Operationalisierbarkeit durch Testaufgaben überprüft; die Fragen nach der Zielpräferenz verlangen jedoch vom Lehrer Auskünfte über seine (langfristigen) Unterrichtsabsichten, Äußerungen also von einem viel höheren Allgemeinheitsgrad, als es die Fragen etwa nach dem verwendeten Lehrbuch oder nach der Häufigkeit von Kopfrechenperioden sind¹⁷.

Es ist klar, daß die Optionen der Lehrer für bestimmte Unterrichtsziele aus unterschiedlichen Gründen erfolgen können, beispielsweise nach langjähriger Unterrichtserfahrung, aus Enttäuschung über die engen Grenzen des Machbaren in der Schule, aus Vorstellungen über die Selektionsfunktion der Schule im allgemeinen und des Mathematikunterrichts im besonderen, aus der Überzeugung, daß im Gymnasium entweder alle Schüler oder besonders die schwachen oder aber die hochbegabten gefördert werden sollten. Insofern dürften die Ziele nicht ganz unabhängig von den Einstellungen der Lehrer sein¹⁸; sie gehören nicht zu den Prozeßvariablen im engeren Sinne, wenngleich sie in einer größeren inhaltlichen Nähe zum Unterricht stehen und möglicherweise für die Steuerung des Verhaltens im Unterricht bedeutsamer sind als jene Einstellungen¹⁹. Denn im Grunde sind auch die Antworten auf die Fragen nach den Unterrichtszielen Beschreibungen beziehungsweise Deutungen eigenen (vergangenen) Verhaltens und nicht Hinweise auf hypothetisch dahinterliegende kognitive oder affektive Dispositionen; jedenfalls nicht primär, weil die Fragen im professionellen Kontext festgelegte Deutungsmuster ansprechen.

Neben den Fragen über die Unterrichtsziele der Lehrer bedarf noch eine andere Gruppe von Items in diesem Zusammenhang der Erwähnung, weil sie

ebenfalls, wenn auch in anderer Weise, den „high-inference“-Items zuzurechnen sein dürften. Nach der Befragung zum Lehrbuch, zur Neueinführung, Übung und Wiederholung folgt eine umfangreiche Itemmatrix (82 bis 161), in welcher die Lehrer ein Urteil über die Verwendung geläufiger Unterrichtsmethoden, wie sie in der didaktischen Literatur abgehandelt werden, in bestimmten, vorgegebenen Situationen und zu bestimmten Zielen abzugeben hatten. Damit wird also einerseits eine generalisierende Selbstwahrnehmung der Lehrer abgerufen, die aus den Einzelerfahrungen mindestens eines Schuljahres resultiert, andererseits ein Konsens über die inhaltliche Bedeutung der vorgegebenen Unterrichtsmethoden vorausgesetzt, der nicht zweifelsfrei unterstellt werden konnte. Wenn dennoch die Analyse dieses Fragebogenabschnittes plausible Ergebnisse erbracht hat, so bleibt gleichwohl die Unsicherheit ihres Zustandekommens ein Problem, welchem sich nur in methodisch anders konzipierten Untersuchungen näherkommen läßt.

Die Mehrheit der Fragebogenitems dürfte aufgrund der bei der Konstruktion verfolgten Prinzipien zu Antworten geführt haben, welche das tatsächliche Verhalten der Lehrer im Unterricht relativ unverzerrt widerspiegeln, zumal bei der Formulierung von Fragen, welche nach Maßgabe der didaktischen Diskussion wünschenswerte oder abzulehnende Verhaltensweisen betrafen, Reizwörter vermieden und die Fragen auf diejenigen Aspekte zugespitzt wurden, die nach unserer Kenntnis zentral für ein bestimmtes methodisches Konzept waren und die ohne Erwähnung eines in der Diskussion besetzten, globalen Begriffs mit Hilfe gängiger Bezeichnungen für unterrichtliches Handeln erfragt werden konnten²⁰.

Angesichts der Tatsache, daß mit der Strategiebefragung ein weitgehend unbekanntes Forschungsfeld zum Gegenstand der Betrachtung gewählt wurde, stellt sich die Frage, warum dieser wichtige, komplexes Interaktionsverhalten betreffende Bereich nicht mit Hilfe von Beobachtungen anstelle von Befragungen analysiert wurde. Abgesehen davon, daß eine solche Vorgehensweise bei über 400 Lehrern schon aus Gründen der Machbarkeit ausschied, gibt es auch Argumente dafür, daß Befragungsergebnisse den üblichen Befunden aus Unterrichtsbeobachtungen in einer wichtigen Beziehung überlegen sein können. In Beobachtungsstudien wird nämlich in der Regel zwar die Interrater-Reliabilität überprüft und berichtet, aber keine Anstrengung unternommen, Informationen über die Konstanz und Generalität von Verhalten über Situationen und Personengruppen hinweg zu sammeln²¹. Vielmehr beschränken sich die meisten Studien auf punktuelle Messungen beziehungsweise auf zeitlich kurze Beobachtungsperioden und auf das Verhalten der Lehrer in nur einer Klasse. Die Situations- und/oder Personenspezifität des Lehrerverhaltens mag daher ein wichtiger Grund dafür sein, daß zahllose Beobachtungsstudien einander in ihren Ergebnissen widersprechen²².

Die Selbstdarstellung der Betroffenen entgeht tendenziell genau diesen Schwierigkeiten: Die befragten Lehrer ziehen zum Befragungszeitpunkt quasi die Summe ihres Verhaltens im abgelaufenen Schuljahr, generalisieren also vermutlich selbst über Situationen hinweg — was in Beobachtungsstudien nur mittels Längsschnittuntersuchungen geleistet werden könnte. Soweit die Fragebogenvorgabe ihnen erlaubte, ihr Verhalten zudem in einer als durchschnittlich vorgestellten Klasse zu beschreiben, konnten sie darüber hinaus auch über Schulklassen hinweg generalisieren²³. Die überraschende Ähnlichkeit der Auskünfte über das Verhalten in der aktuellen und in der vorgestellten durchschnittlichen Klasse läßt sich als gewichtiges Argument für die Durchschnittlichkeit und Generalisierbarkeit des aus den Fragebogenantworten erschlossenen Lehrerverhaltens begreifen. Sie kann freilich auch Ausdruck ein und derselben weder auf die aktuelle Klasse noch auf eine vorgestellte Klasse konkret beziehbaren pädagogischen Ideologie sein, die unabhängig vom tatsächlichen Verhalten im Unterricht nur in den Köpfen der Lehrer existiert. Daß die zuletzt beigebrachte Interpretation wenig Plausibilität besitzt, geht aus der oben geführten Diskussion über die Verhaltensnähe der meisten Fragebogenitems hervor.

Die zur Analyse der Fragebogenantworten eingesetzten *statistischen Verfahren* wurden nach dem Prinzip höchstmöglicher Einfachheit und Transparenz ausgewählt, was bei einem noch weitgehend unerforschten Untersuchungsfeld, über welches es zunächst deskriptive Daten auszubreiten gilt, die gegebene Vorgehensweise darstellen dürfte. Am häufigsten finden sich in dem Untersuchungsbericht folglich einfache *Häufigkeitsauszählungen*; beigefügte Prozentwerte beziehen sich in der Regel auf eine Lehrerschaft, die nicht weit von 397, der Gesamtzahl der Lehrer in der bearbeiteten Stichprobe, entfernt liegt. Anzahl der Lehrer und Prozentwerte sind im übrigen für jedes Item in dem im Anhang abgedruckten Fragebogen wiedergegeben. Sofern *Mittelwerte* von Verteilungen aufgeführt werden, handelt es sich vorwiegend um das arithmetische Mittel, wobei die Antwort „nie“ mit 0, „selten“ mit 1 usw. gezählt wurde, so daß bei Normalverteilung der Mittelwert bei „manchmal“ (2) liegt. Ferner wurden gelegentlich die *Standardabweichungen* von Verteilungen angegeben; bei normaler Verteilung liegen dann im Intervall vom Mittelwert plus eine Standardabweichung bis zum Mittelwert minus eine Standardabweichung etwa zwei Drittel aller Fälle. Besonders häufig wird in der vorliegenden Arbeit schließlich von Maßen des Zusammenhangs zwischen zwei und mehr Items Gebrauch gemacht. Zunächst finden sich einige Berechnungen der statistischen Bedeutsamkeit des gemeinsamen Auftretens zweier Items, und zwar einerseits *Chi²* einer vollständig präsentierten Kreuztabelle, andererseits des *Korrelationskoeffizienten* (*r*). Während beim *Chi²* das statistische Signifikanzniveau meist angeführt wird, habe ich für die Kor-

relationen auf diese Angabe verzichtet, da dort schon sehr niedrige Werte wegen der großen Lehrerzahl hohe statistische Bedeutsamkeit erreichen. Die Koeffizienten sind gewöhnlich das Ergebnis der Produkt-Moment-Korrelation, in einigen Fällen auch nicht-parametrischer Verfahren²⁴.

Das wichtigste statistische Verfahren für die vorliegende Untersuchung besteht in der *Faktorenanalyse*. Die Faktorenanalyse hat, grob gesprochen, die Funktion, für die Matrix der Korrelationen zwischen allen in die Berechnung eingegebenen Items eine begrenzte Zahl von Faktoren zu bestimmen, welche die komplexen Zusammenhänge zwischen den Items auf sparsame Weise zu beschreiben erlauben; sie deutet also die umfangreiche Korrelationsmatrix als durch wenige Faktoren verursacht²⁵. Die errechneten Faktoren bestehen jeweils aus einer Gruppe von Items, die auf dem Faktor mehr oder weniger hoch und mit wechselnden Vorzeichen „laden“.

Die Aufgabe des Interpretieren besteht darin, die aus der Berechnung hervorgegangene Itemkonstellation auf ihren gemeinsamen Bedeutungsgehalt zu untersuchen, wobei er zugleich zu berücksichtigen hat, welche Items aus der eingegebenen Menge nicht auf einem bestimmten Faktor laden. In den unten dargestellten Faktorenanalysen werden, von wenigen Ausnahmen abgesehen, für jeden Faktor die Items und ihre Ladungen sowie die Gesamtgruppe der eingegebenen Items ausgewiesen, so daß der Leser die angebotene Interpretation prüfen (und gegebenenfalls durch eine ihm plausibler erscheinende ersetzen) kann. Die Faktorenanalysen dienen dem Hauptzweck der Untersuchung, nämlich eine überschaubare Beschreibung des Forschungsfeldes zu leisten²⁶, das heißt Formen von Mathematikunterricht in der 7. Klasse des Gymnasiums zu identifizieren, wie sie sich in den Antworten der befragten Lehrer niedergeschlagen haben. Über die Häufigkeit des Auftretens solcher Unterrichtsformen ist damit noch nichts gesagt — gewisse Anhaltspunkte lassen sich allenfalls den Verteilungen der den Faktor leitenden Items entnehmen —, wohl aber über ihre Unabhängigkeit voneinander: Denn von wenigen, jeweils gekennzeichneten Ausnahmen abgesehen, stehen die Faktoren „orthogonal“ zueinander, das heißt, es läßt sich nicht voraussagen, ob ein Lehrer, der auf einem Faktor hohe Werte erreicht, in einem anderen ebenfalls hoch oder aber mittel oder niedrig liegt; alle Kombinationen sind möglich. Innerhalb jedes einzelnen Faktors dagegen kann man davon ausgehen, daß ein Lehrer, welcher in einem Item des Faktors hohe Werte erreicht, ebenfalls zu „oft“ tendierende Antworten auf die anderen Fragen des Faktors gegeben hat, sofern diese dasselbe Vorzeichen tragen (und umgekehrt); je höher die Items laden, desto größer ist auch die Wahrscheinlichkeit ihres gemeinsamen Auftretens bei demselben Lehrer.

Möglicherweise wird den Leser die große Zahl der hier dargestellten Faktoren befremden. Dies ist in der Tat für derartige Forschungsarbeiten etwas

Ungewöhnliches, erklärt sich aber sogleich, wenn man sich den ebenfalls ungewöhnlichen Umfang und die Struktur des Fragebogens vor Augen hält, der in Form der „natürlichen“ Itemgruppen (zum Beispiel Lehrbuch, Erarbeiten eines neuen Sachverhalts) gleichsam eine Vielzahl von Fragebogen normalen Umfangs umfaßt, von denen bei getrennten Erhebungen ohnehin jeder einzelne einer ausführlichen Analyse unterzogen worden wäre²⁷. Man kann daher den Abschnitt über die Analyseergebnisse der natürlichen Itemgruppierungen wie eine Aneinanderreihung getrennter Erhebungen aufnehmen (obwohl er eine Vielzahl von Querverweisen enthält). In dem darauf folgenden Abschnitt werden die Querverbindungen zwischen den natürlichen Itemgruppen in den Mittelpunkt der Betrachtung gestellt, wobei die Faktorenanalyse sowohl unerwartete Zusammenhänge aufdeckt als auch Beziehungen zwischen Items und Itemgruppen aufweist, über die zuvor im Zuge der ersten Analysen Hypothesen aufgestellt worden waren.

Sowohl bei den gruppeninternen als auch bei den übergreifenden Analysen werden Faktoren immer dann vorgeführt und interpretiert, wenn sie eine verstehbare Bedeutung besitzen, und zwar auch dann, wenn die von ihnen aufgeklärte Varianz gering ist. Denn die hiermit gekennzeichnete Erklärungskraft ist möglicherweise gering nur im Kontext der in die Faktorenanalyse eingegangenen Itemgruppe, könnte aber in einem anderen Itemkontext oder gar in anderen Forschungszusammenhängen einen auch statistisch hohen Erklärungswert gewinnen²⁸.

In zahlreichen Fällen wurde aus der gesamten Datenmenge eine Unterstichprobe nach dem Zufall ausgewählt und an dieser die Faktorenanalysen durchgeführt; sodann an einer weiteren Zufallsstichprobe usw. Hierbei traten im wesentlichen unveränderte Faktorenstrukturen zutage, so daß man die Stabilität der Faktoren als befriedigend ansehen kann. Diese Gegenprüfung wurde zwar nicht bei jeder Analyse, immerhin aber doch häufig genug vorgenommen, um eine solche Aussage gerechtfertigt erscheinen zu lassen. Außerdem fanden sich zahlreiche Faktoren in unterschiedlichen Itemzusammenstellungen, vor allem in den Gesamtanalysen, relativ unverändert wieder und erweisen damit noch zusätzlich ihre Robustheit.

2. Analyse der systematischen Itemgruppierungen des Fragebogens

2.1 Lehrbuch (Items 1 bis 21)

Die erste, „natürliche“ Gruppe von Items des Fragebogens diente der Erhebung der im Mathematikunterricht benutzten Lehrbücher und deren Verwendung im Unterricht sowie der Erfassung sonstiger durch die Lehrer genutzter didaktischer Literatur. Die Frage nach dem in der Klasse benutzten Lehrbuch (Items 10 bis 16) sollte die Möglichkeit eröffnen, Zusammenhänge zwischen dem benutzten Lehrwerk und dem methodischen Vorgehen im Unterricht aufzudecken sowie Änderungen der Verteilung der Lehrbücher gegenüber der Stoffbefragung des Projekts Schulleistung von 1964¹ festzustellen.

Die Verteilung der Lehrbücher

Tabelle 1² zeigt die Verteilung der im Mathematikunterricht der 7. Klassen zum Zeitpunkt der Befragung 1969/70 verwendeten Lehrbücher für die Bundesrepublik Deutschland und die einzelnen Bundesländer. Die Angaben in der Tabelle beziehen sich lediglich auf die Algebrabücher, da aufgrund der Formulierung der Frage im Fragebogen nur wenige Lehrer sowohl das Algebrabuch als auch das Geometriebuch aufgeführt haben, die Mehrzahl der Antworten sich aber auf das Algebrabuch bezieht.

Der Lambacher-Schweizer (Klett-Verlag) ist nach Auskunft der Tabelle demnach das am weitesten verbreitete Lehrbuch; es wird in fast allen Ländern häufiger als andere Bücher verwendet. Da die Schulen im allgemeinen einen nicht unerheblichen Einfluß darauf haben, welches von den zugelassenen Lehrwerken sie einführen³, läßt sich aus dieser Verteilung der Schluß ziehen, daß der Lambacher-Schweizer für den normalen Mathematikunterricht der sechziger Jahre als das geeignetste Buch angesehen wurde.

Die Tabelle bestätigt die Tendenz nach der relativen Bedeutung der Verlage bei der Lehrmittelproduktion für die 7. Klasse des Gymnasiums, die schon in der Stoffbefragung des Projekts Schulleistung fünf Jahre zuvor deutlich geworden war⁴. Der Lambacher-Schweizer (Klett-Verlag) beherrscht nach wie vor etwa die Hälfte des Marktes. Der Diesterweg-Verlag hat mit der Einführung des neuen, modernen Lehrwerks von Schröder-Uchtmann an Bedeu-

Tabelle 1: Verteilung der Lehrbücher für Algebra nach Bundesländern

Verlag	Berlin	Bremen	Rheinland-Pfalz	Baden-Württemberg	Bayern	Hessen	Hamburg	Niedersachsen	NRW	Saarland	Schleswig-Holstein	Zeilensumme ^a
Diesterweg	2 7.1	5 25.0	2 5.7	1 2.0	0 0.0	3 6.8	3 14.3	4 9.3	0 0.0	0 0.0	0 0.0	20 5.0
Schroedel/ Schoeningh	1 3.6	1 5.0	2 5.7	0 0.0	0 0.0	9 20.5	5 23.8	6 14.0	12 19.4	1 7.1	15 48.4	52 13.1
Klett	19 67.9	11 55.0	21 60.0	41 80.4	0 0.0	25 56.8	5 23.8	20 46.5	26 41.9	10 71.4	11 35.5	189 47.6
Schwann	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	6 9.7	0 0.0	0 0.0	6 1.5
Bayerischer Schulbuchverlag	1 3.6	0 0.0	1 2.9	3 5.9	38 79.2	0 0.0	0 0.0	0 0.0	1 1.6	0 0.0	0 0.0	44 11.1
Vieweg	1 3.6	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	1 2.3	4 19.0	1 2.3	0 0.0	0 0.0	0 0.0	7 1.8
Lindauer	0 0.0	0 0.0	2 5.7	0 0.0	1 2.1	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	0 0.0	3 0.8
Kein Lehrbuch Algebra	1 3.6	3 15.0	3 8.6	3 5.9	6 12.5	5 11.4	2 9.5	8 18.6	12 19.4	3 21.4	1 3.2	47 ^b 11.8
Keine Angabe	3 10.7	0 0.0	4 11.4	3 5.9	3 6.3	1 2.3	2 9.5	4 9.3	5 8.1	0 0.0	4 12.9	29 7.3
Insgesamt												397 100

^a Die obere der beiden Ziffern gibt jeweils die Anzahl, die untere den prozentualen Anteil von der Spaltensumme an.

^b Die hohe Zahl der Lehrer, die kein Lehrbuch für Algebra angeben, kommt dadurch zustande, daß diese Lehrer lediglich ein Geometriebuch anführen, da nicht getrennt nach Algebra- und Geometriebuch gefragt wurde. Unter der Annahme, daß diese Lehrer ein Algebrabuch desselben Verlages benutzten, erhöht sich der prozentuale Anteil für Diesterweg um rund 1 %, für Schroedel um rund 2 %, für Klett um rund 4.5 %, für Schwann um rund 0.5 % und für den Bayerischen Schulbuchverlag um rund 3.5 %.

tung verloren. Offenbar war der Markt noch nicht auf ein solches Lehrbuch vorbereitet; die Revision der gymnasialen Lehrpläne setzte erst später, das heißt nach den Beschlüssen der Ständigen Konferenz der Kultusminister vom 3. 10. 1968, voll ein⁵. Einbußen mußte auch der Schroedel-Verlag mit seinem Unterrichtswerk von Reidt-Wolff-Athen hinnehmen. Der Bayerische Schulbuchverlag konnte, wohl aufgrund der Kooperation mit dem Lindauer-Verlag, seinen Marktanteil gegenüber dem Beginn des Schuljahres 1964/65 vergrößern⁶. Die nur wenig veränderte Rangfolge der Marktanteile der Verlage darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß zur Zeit der Strategiebefragung, deren Ergebnisse im vorliegenden Buch interpretiert werden, nur noch wenige Lehrer mit denselben Büchern arbeiteten, die sie 1964 in der Stoffbefragung genannt hatten, sondern mit überarbeiteten Fassungen oder, in einzelnen Fällen, mit neuen Lehrwerken. Wesentliche didaktische und methodische Veränderungen waren allerdings im allgemeinen mit der Revision der alten Lehrbücher nicht verbunden. Darüber wird später noch zu sprechen sein.

Die Benutzung der Lehrbücher im Mathematikunterricht

Überlegungen zur Verbreitung und Veränderung der Lehrbücher wären überflüssig, wenn man nicht davon ausgehen könnte, daß die Lehrbücher oft benutzt werden und den Unterricht erheblich beeinflussen. Zunächst zeigt schon ein Blick auf die Verteilung der Items 1 bis 8⁷, daß das Lehrbuch⁸ für eine große Zahl von Lehrern ein oft verwendetes Hilfsmittel darstellt, welches nicht nur zu Spezialzwecken, sondern, nach Ausweis von Kreuztabulierungen, von denselben Lehrern sowohl als methodischer Leitfaden als auch zur Übung eines erarbeiteten Sachverhalts und als Aufgabensammlung für

Tabelle 2: Faktor 1 - Lehrbuchzentrierter Unterricht

Ladung	Item Nr.	Text
.71	4	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde zur Übung eines bereits erarbeiteten Sachverhalts
.62	6	Verwendung des Lehrbuchs als Aufgabensammlung für Hausaufgaben
.51	1	Verwendung des Lehrbuchs als methodischer Leitfaden
.37	3	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde zur Einführung eines neuen Sachverhalts
.33	17	Verwenden Sie ein Lehrerbegleitheft?

Hausaufgaben benutzt wird. Die Lehrbuchverwendung zu mehreren unterschiedlichen Zwecken zeigt auch Faktor 1 der Faktorenanalyse, der als genereller Lehrbuchfaktor zu verstehen ist und neben anderen die am häufigsten genannten Items auf sich vereinigt⁹ (vgl. Tabelle 2).

In wichtigen Phasen des Unterrichts sowie zur Vorbereitung und als methodische Leitlinie des Unterrichts (1) wird das Lehrbuch, teilweise zusammen mit dem Lehrerbegleitheft (17) verwendet. Außerdem dient es — übrigens nahezu allen Lehrern — als Aufgabensammlung für Hausaufgaben. Lehrer, die alle oder fast alle Items dieses Faktors positiv beantwortet haben¹⁰, halten sich demnach in der Vorbereitung und der Durchführung des Unterrichts sowie in der Hausaufgabenstellung eng an das Lehrbuch¹¹. Bei Einschluß von Item 9 (Ablehnung des Lehrbuches) in die Faktorenanalyse läßt dies erwartungsgemäß negativ auf Faktor 1 und bestätigt damit den Faktor als Beschreibung des verbreiteten lehrbuchzentrierten Unterrichts.

Neben dem generellen Lehrbuchfaktor taucht bei der Faktorenanalyse ein weiterer Faktor auf, der eine spezifische Zielrichtung der Lehrbuchbenutzung beschreibt (vgl. Tabelle 3).

Tabelle 3: Faktor 2 - Selbständige Arbeit mit dem Lehrbuch

Ladung	Item Nr.	Text
.81	8	Verwendung des Lehrbuchs als weitere Informationsquelle für den Schüler (z. B. Bereiche, die nicht behandelt werden können)
.59	7	Verwendung des Lehrbuchs als Nachschlagewerk für den Schüler
.50	5	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts
.32	3	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde zur Einführung eines neuen Sachverhalts

Das Lehrbuch wird hier in den Dienst der selbständigen Arbeit des Schülers gestellt: Es dient als zusätzliche Informationsquelle für den Schüler, beispielsweise zur Orientierung über Bereiche, die im Unterricht nicht behandelt werden können (8), und als Nachschlagewerk für den Schüler (7). Außerdem findet es als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts (5, 3) Verwendung. (Item 3 erweist sich als doppeldeutig: in Faktor 1 ist der Aspekt der Einführung eines neuen Sachverhalts durch den Lehrer, in Faktor 2 die Einarbeitung des Schülers angesprochen.)

Die Items 5 (selbständige Erarbeitung) und 8 (weitere Informationsquelle) fallen durch die starke Besetzung der rechten Antwortspalten auf: Es sind jeweils etwa 75 Prozent der Lehrer, die „selten“ oder „nie“ ankreuzen. Bei näherer Betrachtung der benutzten Lehrbücher zeigt sich dann, daß die meisten Bücher aufgrund der sehr knappen Darstellung der Gegenstände zur selbständigen Erarbeitung eines Sachverhaltes durch die Schüler kaum geeignet sind. Allenfalls das Lehrwerk von Schröder-Uchtmann erfüllte durch Verständlichkeit und Ausführlichkeit zumindest teilweise die Voraussetzungen für ein Selbststudium. Nun werden keineswegs nur diejenigen Bücher zum Selbststudium genutzt, die dafür gute Voraussetzungen zu bieten scheinen: so wird — auch relativ — am häufigsten der Lambacher-Schweizer als das Lehrwerk genannt, das als Grundlage zur selbständigen Erarbeitung eines Sachverhaltes herangezogen wird: 9.7 Prozent der Benutzer des Lambacher-Schweizer kreuzen bei Item 5 „oft“ oder „sehr oft“ an (gegenüber 5.9 Prozent bei Schröder-Uchtmann, 3.3 Prozent bei Reidt-Wolff-Athen, 2.2 Prozent bei Kratz und 0 Prozent bei Titze)¹². Dies verwundert insofern, als die Einführung neuer Sachverhalte im Lambacher-Schweizer in mathematisch nicht sonderlich befriedigender Weise durch einfache Darbietung eines Problembeispiels erfolgt; Beweisführungen sind eine Rarität, und der Schwerpunkt liegt auch quantitativ eher auf der Darbietung von Übungsaufgaben.

Item 7 (Lehrbuch als Nachschlagewerk), zu dem sich die Antworten annähernd normal auf die fünf Antwortspalten verteilen, könnte von der offenen Formulierung her Kritik am Lehrbuch implizieren, etwa: der Lehrer hält es für ungeeignet und benutzt es deshalb nicht als Nachschlagewerk, oder es könnte signalisieren, daß der Lehrer mit seinem Stoff im Unterricht häufiger nicht fertig wird und deshalb die Schüler nachschlagen lassen muß. Aus dem Kontext des Faktors schließen sich solche Deutungen jedoch aus, und bei Lehrern, welche die Schüler „oft“ oder „sehr oft“ das Lehrbuch als Nachschlagewerk benutzen lassen, besteht auch ein enger Zusammenhang zwischen den Items 5 (selbständige Erarbeitung) und 8 (weitere Informationsquelle) ($\text{Chi}^2 = 54.99$, $\text{df} = 16$, $p = 0.0$).

Die *oblique Lösung* derselben Items ordnet diese in Faktor 1 in die Reihenfolge 4, 6, 1, 17 und in Faktor 2 in 8, 7 und 5. Die Faktoren bleiben also erhalten; lediglich das doppeldeutige Item 3 verschwindet. Zugleich zeigt sich erwartungsgemäß eine negative Korrelation von -0.43 zwischen Faktor 1 und Faktor 2; wer in Faktor 1 hohe Werte erreicht, wird demnach mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit im Faktor 2 niedrig liegen (und umgekehrt). Lehrer, die das Lehrbuch für die in Faktor 2 bezeichneten Zwecke heranziehen, stehen somit in einer gewissen Distanz zu der überwiegend praktizierten, eher undifferenzierten Lehrbuchverwendung.

Die Verteilungen der Items 1 bis 8 und ihre Zusammenhänge (von den Faktoren vor allem Faktor 1; Faktor 2 beschreibt einen selteneren Zweck des Bucheinsatzes) weisen insgesamt auf die Wichtigkeit der Lehrbücher für die Unterrichtsgestaltung hin. In dieselbe Richtung deuten auch die Antworten der Lehrer auf die Frage, ob sie das Lehrbuch aus methodischen Gründen ablehnen (Item 9): nur 9.7 Prozent der Lehrer antworten zustimmend, 90.3 Prozent stehen dem Lehrbuch nicht kritisch gegenüber, jedenfalls nicht aus methodischen Gründen. Somit scheint die Annahme berechtigt, daß die Lehrbücher den Unterricht in hohem Maße bestimmen, vor allem wegen der detaillierten, auf die Unterrichtspraxis zugeschnittenen Vorgaben, welche für den Lehrer eine erhebliche Arbeitsentlastung darstellen. Der Einfluß der Lehrbücher wird sehr wahrscheinlich den der geltenden Lehrpläne weit übersteigen¹³, was freilich nur dort ins Gewicht fällt (und geprüft werden könnte), wo Lehrplan und Lehrbuch voneinander abweichen. So wäre es interessant zu verfolgen, in welcher Weise sich beispielsweise in Hessen, wo es seit 1967 einen neuen Lehrplan für Gymnasien gab, die Diskrepanzen zwischen Lehrbuch und Lehrplan auf den Unterricht ausgewirkt haben. In Hamburg wurde 1962 ein inhaltlich und methodisch vom vorherigen stark abweichender Lehrplan eingeführt; bei diesem Lehrplan wurde der Versuch unternommen, die unvollständig gebliebenen Reformen Felix Kleins vom Beginn des Jahrhunderts fortzuführen¹⁴. Er stieß jedoch bald auf Kritik und wurde 1968 wieder zurückgenommen. Die Kontroverse um den neuen Lehrplan spiegelt sich vermutlich in der ungewöhnlich heterogenen Lehrbuchverwendung in Hamburg (vgl. oben, Tabelle 1): Es lassen sich vier Gruppen von Lehrern identifizieren, die je verschiedene Bücher im Unterricht benutzen: Lambacher-Schweizer, Reidt-Wolff-Athen, Schröder-Uchtmann sowie das Lehrwerk von Hahn-v. Hanxleden im Vieweg-Verlag, welches sich explizit nach dem neuen Lehrplan richtete. In Nordrhein-Westfalen schließlich wurde 1963 ein neuer Lehrplan eingeführt, der nicht begleitet war durch das Angebot eines darauf abgestimmten Lehrbuchs; hier hätten die Lehrer sich aus anderen Quellen vorbereiten müssen, etwa um die im Lehrplan vorgeschlagenen „Leitideen“¹⁵ in den Unterricht einzubringen.

Hinweise auf die Lehrbuchorientiertheit des Mathematikunterrichts in den 7. Klassen geben schließlich, wenn auch nur mittelbar, die spärlichen Antworten zu den Items 20 (Benutzung von Zeitschriften) und 21 (Benutzung von Methodiken). Wäre eine größere Gruppe von Lehrern daran interessiert gewesen, einen anderen Unterricht zu machen als den durch die Lehrbücher nahegelegten, dann hätten sie vermutlich wesentlich öfter methodisch von den verbreiteten Lehrbüchern abweichende Hilfsmittel genannt¹⁶.

Unterschiede in den Aussagen der Lehrer über das im Strategiefragebogen angesprochene Unterrichtsverhalten feststellen und auf die Lehrbücher zu-

rückführen zu können, wäre ein willkommener, weiterer Beleg für die Lehrbuchabhängigkeit des Mathematikunterrichts; interessant wäre dies aber auch unter dem Gesichtspunkt, methodisch voneinander abweichende Gruppen von Lehrern zu identifizieren. Dieser Frage ließe sich unter bestimmten Voraussetzungen auf zweierlei Weise nachgehen.

Wir hatten oben festgestellt, daß in dem für die vorliegende Untersuchung relevanten Zeitraum erhebliche Bewegungen auf dem Lehrmittelmarkt (Neuaufgaben und Neuerscheinungen) zu beobachten sind. Wenn man davon ausgeht, daß die Lehrbücher im Mathematikunterricht im allgemeinen eine zentrale Rolle spielen (so daß sich vielleicht schon aufgrund einer Lehrbuchanalyse grob abschätzen ließe, was und wie im Mathematikunterricht gelernt und gelehrt wird), dann stellt sich die Frage, ob es bedeutsame konzeptionelle Unterschiede zwischen den alten und neuen Versionen der jeweiligen Lehrwerke gibt. Dies ist nun nicht der Fall: Lediglich das Lehrwerk des Diesterweg-Verlages hat sich wesentlich verändert (Wechsel von Reinhardt-Zeisberg auf Schröder-Uchtmann, ein Buch, welches weitaus weniger Übungsaufgaben anbietet, dafür aber Textaufgaben enthält, die mehr auf allgemeine Strukturkenntnis als auf Rechentechniken abheben). Da das neue Buch dieses Verlages zum Zeitpunkt der Erhebung 1969/70 aber nur von 3.3 Prozent der Lehrer benutzt wurde, dürften sich durch die Entwicklungen auf dem Lehrmittelmarkt keine großen Veränderungen in der lehrbuchbedingten Unterrichtsgestaltung vollzogen haben, soweit die Lehrer jeweils bei den Büchern ein und desselben Verlages geblieben sind¹⁷.

Die zweite Möglichkeit, lehrbuchbedingte Unterschiede in den Unterrichtsstrategien zu identifizieren, hängt vom Grad der inhaltlichen und vor allem der methodischen Verschiedenheit der zum Zeitpunkt der Untersuchung gebräuchlichen Lehrwerke ab. Auch hier aber gibt es, wie Damerow (in Vorbereitung) zeigt, keine gewichtigen Diskrepanzen, wenn man wiederum von Schröder-Uchtmann absieht.

In diesem Zusammenhang ist es von Interesse zu überprüfen, wie sich die Verteilungen der hoch ladenden Items der oben interpretierten beiden Lehrbuchfaktoren bei den Lehrergruppen, die unterschiedliche Lehrbücher benutzen, voneinander unterscheiden. Zu diesem Zweck wurden die Items 4, 6 und 1 aus dem Faktor 1 beziehungsweise die Items 8, 7 und 5¹⁸ aus Faktor 2 addiert und der Summenwert mit den drei am häufigsten benutzten Algebra-Lehrwerken in Beziehung gesetzt. Die Tabellen 4 und 5 zeigen die Mittelwerte für die Gesamtgruppe der Lehrer, für die Benutzer der drei Lehrwerke und die jeweilige Restgruppe sowie die Ergebnisse der Unterschiedsprüfung zwischen den Mittelwerten durch t-Tests.

Die Verteilungen der summierten Antworten zu den Items 1 (Lehrbuch als methodischer Leitfaden), 4 (Lehrbuch zur Übung) und 6 (Lehrbuch als Auf-

Tabelle 4: Summe der Items 1, 4 und 6 (lehrbuchzentrierter Unterricht)

	Restgruppe		
	\bar{X}	\bar{X}	p
Gesamtgruppe der Lehrer	8.96	-	-
Lambacher-Schweizer	9.31	8.49	0.00
Reidt-Wolff	7.81	9.20	0.00
Titze	9.49	8.89	0.07

Tabelle 5: Summe der Items 5, 7 und 8 (selbständige Arbeit mit dem Lehrbuch)

	Restgruppe		
	\bar{X}	\bar{X}	p
Gesamtgruppe der Lehrer	3.88	-	-
Lambacher-Schweizer	4.03	3.68	-
Reidt-Wolff	3.39	3.99	0.07
Titze	4.09	3.86	-

gabensammlung) bewegen sich zwischen den Extremwerten 0 (bei denjenigen Lehrern, die alle drei Fragen mit „nie“ beantwortet haben) und 12 (bei den Lehrern, die jeweils „sehr oft“ angekreuzt haben); der Mittelwert der aufsummierten Antworten entspricht der Kategorie „oft“ (8.96 geteilt durch 3). Die Verteilung des Summenwertes für die Items 5 (Lehrbuch zur selbständigen Erarbeitung), 7 (Lehrbuch als Nachschlagewerk) und 8 (Lehrbuch als weitere Informationsquelle) weist zwar dieselben Extremwerte auf, doch liegt sein Mittelwert zwischen „selten“ und „manchmal“ (3.88 geteilt durch 3). Wie oben bereits erwähnt, handelt es sich also um eine seltenere Verwendungsart des Lehrbuchs. Lehrbuchzentrierten Unterricht machen die Benutzer des Lambacher-Schweizer und des Titze signifikant häufiger als die jeweilige Restgruppe, die Benutzer des Reidt-Wolff dagegen seltener. Der Reidt-Wolff wird ebenfalls seltener als Grundlage selbständiger Arbeit verwendet. Die Analysen deuten also auf statistisch signifikante Unterschiede in der unterrichtsmethodischen Nutzung der Lehrbücher hin. Freilich sind die Effekte in der Größenordnung nicht bedeutend: Der mit Abstand größte Unterschied beträgt für die Summenvariable aus den Items 1, 4 und 6: 1.39 (Reidt-Wolff) und entspricht somit einem Schritt von weniger als einer halben Skalenstufe.

Noch weniger fallen mit dem Lehrbuch in Zusammenhang stehende Unterschiede ins Gewicht — dies sei vorgreifend berichtet —, wenn man die me-

thodische Nutzung in der Phase der Neueinführung eines Sachverhalts betrachtet. Dies zeigen die Tabellen 6 und 7, in denen die Summenwerte der drei wichtigsten Items im ersten Faktor (lehrerzentrierte Neueinführung, vgl. Abschnitt 2.2), nämlich 22, 23 und, mit negativem Vorzeichen, 24, sowie die drei Leititems des zweiten Faktors (prozeßorientierte Neueinführung; Items 36, 41 und 47) aufgeführt und miteinander verglichen werden.

Tabelle 6: Summe der Items 22, 23 und 24 (lehrerzentrierte Neueinführung)

	Restgruppe		
	\bar{X}	\bar{X}	p
Gesamtgruppe der Lehrer	1.79	-	-
Lambacher-Schweizer	1.83	1.77	-
Reidt-Wolff	1.91	1.77	-
Titze	2.74	1.67	0.02

Tabelle 7: Summe der Items 36, 41 und 42 (prozeßorientierte Neueinführung)

	Restgruppe		
	\bar{X}	\bar{X}	p
Gesamtgruppe der Lehrer	6.58	-	-
Lambacher-Schweizer	6.61	6.47	-
Reidt-Wolff	6.47	6.56	-
Titze	6.23	6.56	-

Die Summenvariable für die drei Items des Faktors 1 schwankt hier zwischen -4 (solche Lehrer, die in den Items 22 und 23 „nie“ und in 24 „sehr oft“ angekreuzt haben) und +8 (Items 22 und 23 „sehr oft“, Item 24 „nie“); dies ist der Grund für die niedrig liegenden Mittelwerte. Bei sämtlichen Vergleichen zeigt sich nur ein einziger, mit der Benutzung der Lehrbücher kovariierender Unterschied: Das Lehrbuch von Titze wird signifikant — wiederum aber nicht substantiell — häufiger bei lehrerzentrierter, auf rasches Vorankommen gerichteter Erarbeitung neuer Sachverhalte verwendet.

Die dargestellten Befunde zeigen insgesamt, daß es zwar einzelne unterrichtsmethodisch relevante Unterschiede im Lehrbucheinsatz gibt, diese aber trotz statistischer Signifikanz inhaltlich von geringer Bedeutung sind. Angesichts der Lehrbuchorientiertheit des Mathematikunterrichts einerseits und der konzeptionellen Ähnlichkeit der meisten Lehrbücher andererseits drängt sich also der Schluß auf, daß der Mathematikunterricht insgesamt recht ein-

heitlich verläuft, daß also beispielsweise die Diskussion über „genetischen“ Unterricht allenfalls bei einer kleinen Lehrerguppe zu einer Veränderung der Unterrichtsstrategien geführt haben kann.

Für die Suche nach Lehrern, die in ihrem Unterricht einem anderen als dem traditionellen Ansatz folgen, ist Item 9 von besonderer Bedeutung. Denn die dort zustimmenden, also das Lehrbuch aus methodischen Gründen ablehnenden 37 Lehrer (sowie diejenigen, welche das Lehrbuch nie oder selten als methodischen Leitfaden verwenden, siehe Item 1¹⁹) sind deshalb besonders interessant, weil man unter ihnen, wenn überhaupt, Vertreter der von traditionellen methodischen Ansätzen abweichenden Positionen, insbesondere des genetischen Lehrens, finden müßte; keines der gebräuchlichen Lehrbücher nämlich bietet die notwendigen Hilfen für einen solchen Unterricht, vielmehr stehen das umfangreiche Angebot an Übungsaufgaben und die Art der Einführung neuer Sachverhalte meist geradezu im Widerspruch zu dem Grundpostulat genetischen Unterrichts, die Entstehung von Routinen bei den Schülern zu vermeiden.

Die genauere Betrachtung der 37 Lehrer, die sich in Item 9 von ihrem Lehrbuch distanzieren haben — rund 60 Prozent von ihnen geben an anderer Stelle an, das eingeführte Lehrbuch habe die Möglichkeit, den Unterricht nach eigenen Vorstellungen zu planen und zu gestalten, besonders eingeschränkt (Item LEHRBUCH) —, zeigt in der Tat, daß es sich hier um eine in mancher Hinsicht besondere Lehrerguppe handelt, nämlich um fachlich besonders gut ausgebildete, überwiegend männliche Lehrer, die höhere Examina abgelegt haben und etwas häufiger Oberstufenunterricht geben als der durchschnittliche Lehrer dieser Befragung. Umgekehrt neigen Lehrer mit schlechter Fachausbildung stärker dazu, ihren Unterricht methodisch eng am Lehrbuch zu orientieren: nur 1.8 Prozent der Mathematiklehrer ohne Fakultas in diesem Fach gegenüber 11 Prozent der Lehrer mit Fakultas distanzieren sich in Item 9 vom Lehrbuch²⁰. Ganz entsprechend stellt sich im übrigen die differentielle Verteilung des Items 1 dar: 27.4 Prozent der Hauptfachlehrer antworten auf die Frage, ob sie das Lehrbuch als methodischen Leitfaden benutzen, mit „selten“ oder „nie“, während nur 9.4 Prozent der Lehrer ohne Fakultas diese Antwort geben. Umgekehrt verwenden 67.9 Prozent der Lehrer ohne Fakultas gegenüber nur 47.7 Prozent der Hauptfachlehrer „oft“ oder „sehr oft“ das Lehrbuch als methodischen Leitfaden. Ähnlich verteilen sich die Antworten auf die Frage, ob die Lehrer das Lehrbuch als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde (2) sowie insbesondere zur Einführung eines neuen Sachverhalts (3) oder zur Übung eines bereits erarbeiteten Sachverhalts (4) benutzen. Es spricht daher manches für die Annahme, daß der Unterricht um so weniger lehrbuchbezogen ist, je mehr die Lehrer auf ihre Fachkompetenz vertrauen können²¹.

Für die Bevorzugung genetischen Unterrichts durch diese Lehrer findet sich allerdings kein Anhaltspunkt: Weder gibt es eine Kovariation mit Item 42 (Verwendung des Streitgesprächs, wenn ein Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag macht) noch mit Item 278, in welchem die Bevorzugung entwickelnd-genetischer Lehrgänge direkt erfragt wurde²².

Neben der Fachkenntnis scheint es die Unterrichtserfahrung zu sein, die Einfluß darauf hat, ob Lehrer sich vom Lehrbuch distanzieren. Es zeigt sich nämlich, daß bei niedriger Dienststellung des Lehrers — und das heißt grosso modo bei kürzerer Unterrichtserfahrung — das Lehrbuch häufiger aus methodischen Gründen abgelehnt wird: 15.9 Prozent der Assessoren gegenüber 8.2 Prozent der Studienräte und 5.8 Prozent der Oberstudienräte lehnen das Lehrbuch in Item 9 ab²³. Ob sich in der steigenden Lehrbuchorientierung positive Erfahrungen mit der Lehrbucharbeit oder zunehmende anderweitige Belastungen spiegeln, die keinen Raum mehr für aufwendige, lehrbuchferne Unterrichtsvorbereitungen lassen, oder ob sich es hierbei schlicht um Bequemlichkeit handelt, ist anhand der verfügbaren Daten nicht zu entscheiden.

Auch die Betrachtung der Antworten auf die Frage, ob und welche didaktische Literatur von den Lehrern benutzt wird (Items 18 bis 21), liefert nur spärliche Hinweise auf die Existenz einer Lehrergruppe, die sich in ihrem methodischen Ansatz vom Durchschnitt unterscheidet. „Sonstige didaktische Literatur“ (Item 18) benutzen 201 der befragten Mathematiklehrer (= 52.8 Prozent). Von diesen geben 107 Lehrer Lehrbücher und Schulbücher an (zum Beispiel ältere Lehrwerke, andere als die im Unterricht verwandten Bücher), 53 Lehrer orientieren sich durch Lektüre von Zeitschriften (leider meist ohne genaue Angaben, so daß eine Aufteilung etwa nach Lesern der Zeitschrift „Der Mathematikunterricht“ und „Praxis der Mathematik“ nicht möglich ist). 71 Lehrer führen Methodiken und sonstige Literatur auf, allen voran Lietzmann, Methodik und Didaktik des mathematischen Unterrichts (20 Nennungen; hier dürfte im allgemeinen nicht die Urfassung, sondern die reduzierte Fassung von Lietzmann-Stender gemeint sein), von den traditionellen Büchern ferner Wolff, Handbuch der Schulmathematik (14), Oehl, Didaktik (1), und Fettweis-Schlechtweg, Didaktik und Methodik des Rechenunterrichts (1); von den neueren Ansätzen Dienes, Bruchrechnen (6), Papy, Elemente der modernen Mathematik (6), Meschkowski (2) sowie Wittenberg (2), Polya (1) und Piaget (1), letztere ohne Nennung von Titeln. Wagensein wird erstaunlicherweise von keinem Lehrer erwähnt²⁴. Aufgrund der vielfach unvollständigen Angaben, vor allem aber der geringen Zahl der Nennungen läßt sich demnach auch hier keine hinreichend große Lehrergruppe herauslösen, die sich auf andere als die üblichen Texte stützt oder di-

rekt als Vertreter des genetischen Ansatzes identifizierbar wäre. Angesichts der Heterogenität der gemachten Angaben verwundert es im übrigen nicht, daß Item 18 in der Faktorenanalyse in keinem Faktor auftaucht.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß der Mathematikunterricht in den 7. Klassen der Gymnasien wahrscheinlich in hohem Maße von den Lehrbüchern bestimmt wird und daß die Lehrwerke einander konzeptionell ähneln. Schon aufgrund der Lehrbuchanalyse läßt sich also annehmen, daß der Mathematikunterricht methodisch relativ einheitlich verläuft und allenfalls kleine Gruppen von Lehrern zu identifizieren sein werden, die ein vom traditionellen Ansatz abweichendes methodisches Konzept verfolgen. Diese Lehrer werden freilich ständig gegen den Einfluß der in den Schulen ja vorhandenen Lehrbücher anzugehen haben und der Versuchung widerstehen müssen, die durch das Lehrbuch angebotenen erheblichen Arbeitshilfen und Entlastungen in Anspruch zu nehmen. So wäre es nicht überraschend, wenn sich herausstellte, daß Lehrer ihren Wunsch nach methodischer Distanzierung vom Lehrbuch nur in bestimmten Phasen des Unterrichts verwirklichen (und vielleicht auch dann nur gelegentlich), nicht aber nach einem alles umfassenden methodischen Konzept arbeiten. Unterschiedliche Unterrichts-„Typen“ könnten dann eher innerhalb der natürlichen Itemgruppierungen des Fragebogens als über den gesamten Fragebogen hinweg auftauchen. Unterrichtsfächer, die, wie etwa der Deutschunterricht (vgl. Edelstein, in Vorbereitung), einen höheren Freiheitsgrad in der Unterrichtsgestaltung und in der Wahl der Unterrichtsmittel aufweisen, erlauben wahrscheinlich die Ausprägung umfassenderer Unterrichts-„Typen“, vor allem, wenn sie zusätzlich ideologisch überhöht und damit einstellungsrelevanter sind als der inhaltlich und methodisch durch die Vorgaben eng determinierte Mathematikunterricht.

Für die Entwicklung des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I stellt das Jahr 1968, wie bereits angedeutet, einen Wendepunkt dar (vgl. Keitel, 1980). In diesem Jahr beschloß die Ständige Konferenz der Kultusminister (KMK) „Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts in den allgemeinbildenden Schulen“, in denen die Schulmathematik aller Schultypen erstmals als Einheit gesehen wird. Vor allem aber gilt in diesen Richtlinien, im Unterschied etwa zum „Tutzingener Maturitätskatalog“ von 1958 oder der „Saarbrücker Rahmenvereinbarung“ von 1960, plötzlich die Mathematik als Fach von höchstem Bildungswert und als zentraler Gegenstand der Bildungsreform. Diese Beschlüsse trafen nicht nur die Fachdidaktiker, sondern auch die Lehrmittelverlage, von wenigen Ausnahmen abgesehen, trotz der drei Jahre zuvor erarbeiteten, inhaltlich verwandten „Nürnberger Lehrpläne des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts“ von 1965 völlig unvorbereitet (vgl. Keitel, 1980). Wenn die oben gegebene Interpretation zu-

trifft, daß der Mathematikunterricht in starkem Maße von den Lehrbüchern geprägt wird, so wird man davon ausgehen können, daß die KMK-Beschlüsse von 1968 zunächst nur die Fachwelt, nicht aber den Mathematikunterricht in Bewegung brachten. Erst wenn der Nachweis erbracht werden kann, daß die Beschlüsse auch in den Lehrbüchern ihren Niederschlag gefunden haben und diese veränderten Lehrbücher verbreitet und benutzt werden, kann von einer veränderten inhaltlichen und methodischen Gestaltung des Mathematikunterrichts gesprochen werden.

2.2 Erarbeiten eines neuen Sachverhalts (Items 22 bis 48)

Die 26 Items²⁵ dieser Gruppe befassen sich mit einem bedeutsamen Abschnitt des Mathematikunterrichts, der Neudurchnahme eines Stoffgebietes. Die Fragen berühren Situationen, in denen der Lehrer Tätigkeiten an Schüler delegiert, ferner den „Einstieg“ in die Neudurchnahme, die Vorbereitung des Lehrers auf eine Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, sowie zwei kritische Punkte in dieser Phase: Verhalten des Lehrers angesichts eines Fehlers, den ein Schüler beim Erarbeiten eines neuen Sachverhalts macht, sowie sein Verhalten bei einem Schüler-Vorschlag, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung im Sinne eines großen inhaltlichen Fortschritts darstellt.

Die Inspektion der Verteilung der Items ergibt nur wenige auffällige Befunde. Unbesetzt oder nur von einzelnen Lehrern angekreuzt blieb die Antwortspalte „nie“ bei den Items 25, 26, 27, 32, 33, 36, 40, 43 und 46. Die in diesen Items erfaßten Verhaltensweisen kommen demnach im Unterricht praktisch aller Mathematiklehrer vor (oder spiegeln deren durchgängig vorhandene Meinung wider); sie stellen sozusagen methodische Selbstverständlichkeiten dar (wenngleich sich die Lehrer in der Häufigkeit, in der sie solche Verhaltensweisen zu praktizieren angeben, sehr wohl unterscheiden).

Item 25:

- Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte ($\bar{X} = 3.26$, also zwischen „oft“ und „sehr oft“).

Ein solches Vorgehen gehört zu den altbewährten didaktisch-methodischen Verfahren, das insbesondere deshalb als sinnvoll betrachtet wird, weil die Schüler gewöhnlich aus einer anderen Unterrichtsstunde in den Mathematikunterricht kommen und daher Hilfen zur langsamen Umgewöhnung an neue Inhalte und Fragestellungen benötigen²⁶.

Häufig genannt werden ferner die Items 26 und 27:

Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie damit, daß Sie

- mehrere Beispiele vorgeben (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen ($\bar{X} = 2.85$),
- Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen ($\bar{X} = 2.25$)

Bei diesen beiden Items handelt es sich wohl einerseits um Elemente induktiven Vorgehens, andererseits um die Absicht, die Schüler durch Vorführen der Praxisrelevanz zu motivieren²⁷. Ebenfalls weit verbreitet und nur von einzelnen Lehrern als für sie unzutreffend bezeichnet sind

Item 32:

- Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer:
Beginn der Stunde detailliert geplant, weiterer Verlauf entsprechend den Fragen und Antworten der *Schüler* ($\bar{X} = 2.65$),

und Item 33:

- Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer:
Detailplanung für den Beginn, Steuerung des weiteren Verlaufs durch Fragen und Impulse des *Lehrers* ($\bar{X} = 2.47$).

Gemeinsam ist ihnen die detaillierte Vorplanung des Stundenbeginns und eine mehr oder weniger große Offenheit im weiteren Verlauf. (Fast alle Lehrer betreiben gelegentlich eine Detailplanung für die gesamte Stunde: nur 16.6 Prozent geben in Item 34 die Antwort „nie“.)

Verbreitet ist ferner die Aufforderung an die Schüler, bei der Einführung eines neuen Sachverhalts an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt (36; $\bar{X} = 2.68$); schließlich die Items 40 ($\bar{X} = 3.09$), 43 ($\bar{X} = 2.97$) und 46 ($\bar{X} = 2.67$):

Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhaltes einen falschen Vorschlag machen,

- lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und dann von den Schülern korrigieren.

Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt,

- loben Sie den Schüler,

— greifen Sie den Vorschlag auf und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle.

Umgekehrt weisen einzelne Items eine relativ starke Besetzung der Antwort „nie“ auf, werden also von einer größeren Zahl von Lehrern nicht praktiziert: Item 30 (39.1 Prozent; $\bar{X} = 0.91$, „Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie ein Ergebnis vorgeben und danach den Weg erarbeiten, der zu diesem Ergebnis hinführt?“) und Item 42 (42.4 Prozent; $\bar{X} = 0.92$, „Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, bezeichnen Sie den Vorschlag als richtig, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten?“). Es handelt sich hier also einerseits um eine Form der Neueinführung, für die es nur selten Anlaß geben dürfte, zum Beispiel bei der Beweisführung in Geometrie, andererseits um eine zur genetischen Methode gehörige Verhaltensweise.

In der *Faktorenanalyse* der Items 22 bis 48 (ohne Item 35) erwiesen sich die ersten fünf Faktoren als interpretierbar²⁸. Sie erklären 40.9 Prozent der Gesamtvarianz (13.2; 8.9; 6.9; 6.4; 5.6 Prozent).

Tabelle 8: Faktor 1^a - Lehrerzentrierte, auf rasches Vorankommen gerichtete Erarbeitung neuer Sachverhalte

Ladung	Item Nr.	Text
.71	22	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Beweise werden vom Lehrer an der Tafel geführt
.68	23	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Formeln und Sätze werden vom Lehrer abgeleitet und die Ableitung dann zur Diskussion gestellt
-.67	24	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Beweis und Ableitung werden durch die Schüler vorgenommen
.42	31	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie den mathematischen Sachverhalt darstellen und dann zu den Anwendungen übergehen?

^a Der Faktor erwies sich auch in Analysen mit zusätzlichen Items als stabil, kam aber auch ohne Item 24 zustande.

Bei der lehrerzentrierten, auf rasches Vorankommen gerichteten Erarbeitung neuer Sachverhalte (vgl. Tabelle 8) steht der Lehrer im Mittelpunkt des Unterrichts, führt selbst die Beweise (22 vs. 24) beziehungsweise leitet Formeln und Sätze selbst ab und stellt danach die Ableitungen zur Diskussion (23). Rasches Vorankommen wird gewährleistet durch Vermeidung von

Schüleraktivitäten, die notgedrungen zeitraubend sind, wenn die Schüler selbst Beweise und Ableitungen erarbeiten (24). Elemente deduktiven (und damit wiederum für eine gegebene Stoffmenge Umwege und Zeit sparenden) Unterrichts enthält vor allem Item 31: zunächst Darstellung des neuen mathematischen Sachverhalts durch den Lehrer und erst dann Übergang zu den Anwendungen.

Der Begriff „Beweis“ in den Items 22 und 24 ist nicht eindeutig. Mathematische Beweise im strengen Sinne kommen im Lehrstoff der Klasse 7 kaum vor. Vielmehr gibt es dort neben den Beweisführungen in der Geometrie vor allem die Herleitung bestimmter Gesetze, wie etwa der binomischen Formel oder der quadratischen Ergänzung. Derartige Beweise und Ableitungen bringen die meisten Lehrer selbst in den Unterricht ein, wie die Verteilungen der Items 22 und 24 sowie deren Kreuztabulierung ausweisen: nur 12 Lehrer kreuzen sowohl in dem einen als auch in dem anderen Item zugleich „nie“ oder „selten“ an. Es ist anzunehmen, daß diese Lehrer bei der Beantwortung der Frage die engere mathematische Bedeutung von Beweis vor Augen hatten.

Die Verteilung des Items 24 ($\bar{X} = 2.20$) überrascht, da die selbständige Ableitung und das Führen von Beweisen auch im nicht streng mathematischen Sinn bei einer Neudurchnahme meist außerordentlich hohe Anforderungen an den Schüler stellen dürften. So spricht manches dafür, daß die Lehrer auch an eine eingeschränkte Schüleraktivität gedacht haben, etwa die Teilnahme an eher lehrergesteuerten Frage-Antwort-Verfahren in engen Schritten oder Unterrichtsphasen, in denen es mehr um Wiederholung als um Neudurchnahme geht; oder die Lehrer hatten die kurzen, fast routinemäßig zu leistenden Ableitungen im Auge, die von den Lehrbüchern oft angeboten werden (vgl. zum Beispiel Lambacher-Schweizer, Algebra 1, 3. Aufl., S. 88). Im Kontext dieses Faktors freilich ist in Item 24 vor allem der Bedeutungsaspekt der Schüleraktivität beim Erarbeiten eines neuen Sachverhalts angesprochen.

Bei Item 31 ist der Begriff „Anwendungen“ problematisch. Aufgrund der vom Lehrbuch bestimmten Vorprägung haben die meisten Lehrer vermutlich darunter auch Übungen und Übungsaufgaben verstanden und nicht nur Anwendungen im strengen Sinn, das heißt eine Übertragung des Erlernten auf einen relativ neuartigen Problembereich (vgl. Lietzmann, Bd. I, S. 151). Die Verteilung der Antworten zeigt allerdings, daß diese Auffassung nicht die vorherrschende unter der Gesamtgruppe der Lehrer gewesen sein kann. Im Zusammenhang des 1. Faktors ist vor allem die erste Hälfte des Satzes angesprochen: der Lehrer stellt den Sachverhalt dar (und nicht der Schüler). Die niedrige Ladung des Items auf Faktor 1 (und Faktor 4) erklärt sich vermutlich einerseits aus der nicht ganz eindeutigen Formulierung, andererseits

auch aus dem sequentiellen Aspekt („... und dann ...“), der im zweiten Halbsatz angesprochen ist und nicht nur zu der Aussage in Item 31, sondern auch in 22, 23, 24, 26 und 27 paßt.

Es ist zu erwarten, daß Lehrer, deren Verhalten stets (oder sehr häufig) den für diesen Faktor typischen Items entspricht, im Lehrplan rasch vorankommen, freilich auch den Erwerb von Problemlösungsstrategien bei den Schülern nicht gerade fördern dürften, entspricht ihr Unterricht doch geradezu dem Gegenbild eines „prozeßorientierten“ Lehrens.

Carroll (1973) hat in seinem Modell schulischen Lernens auf die hohe (und ungerechtfertigte) Bedeutung der verbalen Intelligenz von Schülern in einem Unterricht hingewiesen, in dem die Formulierungen des Lehrers den Mittelpunkt bilden. Dies ist in einem eher deduktiven Unterricht, wie er sich in Faktor 1 andeutet, stärker der Fall als bei induktiven Verfahren, in welchen die Schüler aktiv an der Bearbeitung des Problems teilhaben. Es spricht einiges für die Vermutung, daß die Mathematikleistungen in Klassen mit stärker verbalem, lehrerzentriertem Unterricht eine relativ große Streuung aufweisen beziehungsweise daß verbal kompetente Schüler durch solchen Unterricht relativ besser gefördert werden.

Angesichts der schon in den traditionellen Lehrplänen der sechziger Jahre für den Mathematikunterricht (vgl. Damerow, 1977, S. 181) erkennbaren Tendenz, den Lehrern ein induktives Unterrichtsverfahren naheulegen, bei welchem Sätze, Formeln oder Beweise aus Praxisproblemen oder sonstigen Beispielen in Versuch und Irrtum erschlossen und abgeleitet werden („vom Besonderen zum Allgemeinen“), muß die Verteilung einzelner Items verwundern: 17.2 Prozent der Lehrer kreuzten bei Item 22 („Beweise werden vom Lehrer an der Tafel geführt“) „sehr oft“ an; bei Item 23 waren es 9 Prozent der Lehrer, das heißt, sie stellen sich selbst bei der Einführung von Sachverhalten in den Mittelpunkt. Daß es aber — nach Auskunft der Lehrer — auch anders geht, zeigt die Verteilung des Items 24: Beweis und Ableitung lassen 12.1 Prozent der Lehrer „sehr oft“ durch die Schüler vornehmen.

Insgesamt handelt es sich bei den in diesem Faktor angesprochenen Items um relativ verbreitete Verhaltensweisen. Dies zeigt die bereits erwähnte Verteilung der aufsummierten Leititems des Faktors (22, 23 und, mit negativem Vorzeichen, 24), die sich zwischen Extremwerten von -4 und $+8$ bewegt und eine annähernd normale Form aufweist (arithmetischer Mittelwert = 1.79). Während im vorangehenden Kapitel, abgesehen von einer Ausnahme, kein Zusammenhang mit dem benutzten Lehrbuch festgestellt werden konnte, zeigen sich erhebliche Unterschiede in den Mittelwerten dieser Summenvariable zwischen den Bundesländern. Tabelle 9 enthält die für die einzelnen Länder errechneten Mittelwerte, geordnet nach ihrer Größe.

In der Varianzanalyse tritt der Faktor Bundesland erwartungsgemäß signifi-

Tabelle 9: Arithmetischer Mittelwert der aufsummierten Items 22, 23 und 24. Nach Bundesländern

Bundesland	Arithmetischer Mittelwert
Bayern	3.06
Rheinland-Pfalz	2.51
Baden-Württemberg	2.39
Schleswig-Holstein	2.39
Saarland	2.21
Hamburg	1.81
Niedersachsen	1.70
Hessen	1.39
Bremen	1.20
Berlin	0.64
Nordrhein-Westfalen	0.56
BRD insgesamt	1.79

kant in Erscheinung ($F = 3.79$; $p = 0.0$), und der Unterschied zwischen den extremen Ausprägungen (Bayern und Nordrhein-Westfalen) ist mit 2.50 in der Tat beträchtlich, bedeutet er doch fast eine ganze Skalenstufe (0.83). Über die Bedeutung dieser Befunde lassen sich in der vorliegenden Untersuchung nur Vermutungen äußern. Als wahrscheinlichste Ursache dürfte hier die — tatsächliche oder wahrgenommene — Verbindlichkeit der Lehrpläne sowie die Effektivität der Kontrolle ihrer Einhaltung in Betracht kommen. In Interviews²⁹ und Schulbegehungen³⁰ wurde mehrfach deutlich, wie unterschiedlich sich die Lehrer durch die Lehrpläne, denen die Lehrbücher hinzuzurechnen sind, gebunden fühlen: die einen sahen darin eine strenge Vorschrift und fanden sich unter Zeitdruck gesetzt — in Bayern gab es seinerzeit regelmäßige Beurteilungen der Gymnasiallehrer durch die Schulleiter —, andere Lehrer betrachteten sie als anregende, jedenfalls nicht als reglementierende Rahmenvorgaben³¹. Die Interpretation des 1. Faktors als lehrerzentrierte, auf rasches Vorankommen gerichtete Erarbeitung neuer Sachverhalte erfährt durch die beschriebenen Länderunterschiede eine weitere Bestätigung³².

Einen richtigen, aber unerwartet weit ausgreifenden Vorschlag eines Schülers zunächst in Frage zu stellen, dann gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle nachzuvollziehen (47); an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde den Schülern Gelegenheit bieten, durch Versuch und Irr-

Tabelle 10: Faktor 2 – Sokratisch-mäeutische, prozeßorientierte Einführung eines neuen Sachverhalts

Ladung	Item Nr.	Text
.54	47	Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt, zweifeln Sie die Richtigkeit des Vorschlags an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle?
.47	36	Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?
.46	41	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, nehmen Sie den Vorschlag zunächst ohne Kommentar an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern die Konsequenzen, bis der Fehler offenkundig wird?
.45	42	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, bezeichnen Sie den Vorschlag als richtig, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten?
.39	48	Verwenden Sie bei der Einführung eines neuen Sachverhalts „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?

tum festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt (36); den falschen Vorschlag eines Schülers zunächst zu akzeptieren, dann gemeinsam mit den Schülern auf seine Konsequenzen zu überprüfen (41); einen Fehler zunächst als richtig zu bezeichnen, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten (42); „offene“ Fragen zu verwenden, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum lassen (48) — Verhaltensweisen wie diese charakterisieren „prozeßorientierten“ Unterricht³³; sie finden sich auch (vor allem 41 und 42) in den sokratischen Dialogen, wenn es darum geht, dem Gesprächspartner Einsichten zu vermitteln, ihn in die Entwicklung eines Gedankens einzubeziehen und dabei Fehler produktiv zu nutzen³⁴. Intendiert wird damit weniger der Erwerb abfragbaren Wissens als die Förderung von problemlösendem Denken, beispielsweise durch „Versuch und Irrtum“ (36).

Das geringe Ausmaß an steuernden Eingriffen durch den Lehrer (zum Beispiel 48, 36; vgl. Tabelle 10), die Einbeziehung der Schüler in die Steuerung von Niveau und Arbeitstempo dieser Unterrichtsphase (41, 47, 48) sowie der geringe Zeitdruck (36, 41, 42, 47) machen deutlich, daß es hier auf das Verstehen neuer Sachverhalte und weniger auf rasches Vorankommen ankommt. Bei Lehrern, die mehrere der im Faktor erfaßten Verhaltensweisen

häufiger praktizieren, wird man nach der Theorie des prozeßorientierten Unterrichts mit eher hoch motivierten Schülern rechnen, sofern die Antworten auf die Items nicht die Ideologie dieses Unterrichts, sondern das tatsächliche Unterrichtsverhalten widerspiegeln. Es läßt sich außerdem vermuten, daß Lehrer, die hohe Werte in den Items dieses Faktors erreichen, auch bestimmte inhaltliche Schwerpunkte setzen, beispielsweise weniger Zeit für die Routinestoffe Dreisatz und Rechnen mit Dezimalbrüchen verwenden. Kreuztabulierungen der Summenvariable aus den Items 36, 41, 42, 47 und 48 mit den Fragen, in welchen über die in der 7. Klasse behandelten Unterrichtsinhalte Auskunft erbeten wurde, zeigen allerdings nur mit dem Stoffgebiet Permutationen einen statistisch signifikanten Zusammenhang ($\text{Chi}^2 = 30.39$; $\text{df} = 15$; $p = 0.01$). Aus den unten in Abschnitt 2.8 näher erläuterten Gründen muß man allerdings alle mit den Stofffragen in Zusammenhang stehenden Aussagen mit besonderer Vorsicht aufnehmen.

In Faktor 2 sind mehr als in den anderen Faktoren diejenigen Items versammelt, die ein dem Konzept des genetischen Unterrichts³⁵ nahestehendes Verhalten beschreiben. Wegen der im allgemeinen großen Homogenität des Mathematikunterrichts, über die oben gesprochen wurde, verdienen daher die den Faktor 2 konstituierenden Items eine genauere Betrachtung.

Zunächst fallen die Items 42 und 47 durch die „dramatischen“ Elemente auf, die sie enthalten: Einen falschen Vorschlag als richtig zu bezeichnen, um ein Streitgespräch darüber in Gang zu setzen, und die Richtigkeit eines weit ausgreifenden Schülervorschlags anzuzweifeln, um dann gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle zu verfolgen — solche Verhaltensweisen erzeugen Spannung und werden zwangsläufig zu Unterrichtsphasen führen, die deutlich anders als die lehrbuchorientierte Neudurchnahme aussehen. Der Vorstellung von genetischem Unterricht — vor allem in der Wagen-scheinschen Ausprägung — entsprechen beide; überzufällig viele Lehrer äußern sich ebenfalls gleichsinnig auf diese Frage ($\text{Chi}^2 = 103.31$; $\text{df} = 16$; p kleiner 0.1 Prozent), und insgesamt sind es 22 Prozent aller Lehrer, die sowohl in Item 42 als auch in 47 „manchmal“, „oft“ oder „sehr oft“ ankreuzen. Gleichwohl bestehen nicht statistisch zu sichernde Zusammenhänge mit Item 278, in dem die Verwendung entwickelnd-genetischen Unterrichts direkt erfragt wurde (was freilich an der überraschenden Verteilung dieses Items liegen mag: Mehr als drei Viertel aller Lehrer geben an, diesen Ansatz zu bevorzugen!)³⁶.

Bei der Interpretation beider Items bereitet es Schwierigkeiten, konkret zu beschreiben, was die Lehrer unter einem „falschen Vorschlag“ oder einem „großen Sprung“ verstanden haben mögen. Wie man weiß, bezeichnen nicht nur Sozialwissenschaftler und Lehrer, sondern auch Lehrer untereinander sehr verschiedenartige Dinge als falsch. Für manchen Lehrer mag es zum Bei-

spiel als Fehler gelten, wenn der Schüler einen anderen Rechengang wählt als den im Unterricht sonst üblichen; einige werden einfache Rechenfehler vor Augen gehabt, andere wieder an grundlegende Denkfehler gedacht haben. Wäre es möglich gewesen (wie zeitweise intendiert), im Fragebogen verzweigte Lösungsprozesse einzelner Aufgaben vorzugeben und den Lehrer zu bitten, seine Reaktionen auf Fehler in unterschiedlichen Phasen des Lösungsprozesses zum Ausdruck zu bringen, hätten sich vermutlich qualitativ sehr unterschiedliche Reaktionen auf Fehler identifizieren lassen. — Ähnlich heterogene Vorstellungen können die Antworten auf die Items 43 bis 47 geleitet haben: der „große Sprung“ kann als individuelles Verlassen eines Lernplateaus oder als richtige Zufallsantwort oder als vorausgreifende Antwort eines notorisch guten Mathematikers aufgefaßt worden sein: in jedem dieser Fälle wäre eine unterschiedliche Reaktion angemessen. Die mögliche Mehrdeutigkeit der Items 42 und 47 verleiht ihrem gemeinsamen Auftreten in Faktor 2 sowie dem Zusammenhang in der Kreuztabulierung besonderen Wert beziehungsweise macht ihren hier interpretierten gemeinsamen Bedeutungsaspekt deutlich.

Die geringe Häufigkeit von Item 42 (Streitgespräch) — 42.4 Prozent der Lehrer kreuzen „nie“ an — erklärt sich wahrscheinlich aus dem Widerspruch der darin beschriebenen Reaktion zu den Regeln der traditionellen Didaktik³⁷: der Lehrer sollte nichts Falsches sagen oder anschreiben geschweige denn etwas Falsches als richtig bezeichnen (schon gar nicht in der Mathematik); Lehrer, die dies dennoch tun, müssen von dem Wert eines anderen methodischen Vorgehens überzeugt sein. Darüber hinaus aber bestehen auch auf seiten der Schüler Schwierigkeiten, in der 7. Klasse mit dem durchweg als überlegen und kompetent wahrgenommenen Lehrer in ein sachbezogenes Streitgespräch einzusteigen. Um so interessanter dürfte es sein, der Frage nachzugehen, was die in den beiden Items 42 und 47 vertretene Lehrergruppe von den übrigen Lehrern unterscheidet. Zunächst ist nur soviel sicher, daß es sich nicht um dieselben Lehrer handelt, welche sich in Item 9 vom Lehrbuch distanzieren haben, was man erwarten müßte, wenn sie genetischen Unterricht betrieben. Einen Ausweg aus der Schwierigkeit, der traditionellen Methodik zu folgen und dennoch Elemente genetischen Unterrichts aufzunehmen, bietet Item 41: hier bezeichnet der Lehrer den falschen Schülervorschlag nicht als richtig (wie in Item 42), sondern nimmt ihn kommentarlos entgegen und verfolgt dann dessen Konsequenzen gemeinsam mit den Schülern. Beide Items lassen sich, unter den bezeichneten Kautelen, der genetischen Methode zurechnen; in Item 41 fehlt dabei vor allem die motivierende Komponente, die das Streitgespräch darstellt.

Item 36 (Versuch und Irrtum) schließlich beschreibt ein zentrales Element entdeckenden Lernens: die induktive Erschließung von Gesetzmäßigkeiten

durch Versuch und Irrtum. Das Item hat einige Ähnlichkeit mit 26 (Kleinprobleme vorgeben) und 27 (Praxisprobleme analysieren) — und lädt auch mit .18 auf Faktor 3 —, spricht aber durch seine psychologisierende Formulierung Aspekte des Prozeßunterrichts genauer an. Empfehlungen zu solchem Unterrichtsverhalten finden sich in vielen Lehrplänen und Mathematikdidaktiken, während die den Unterricht konkret bestimmenden Lehrbücher kaum Ansätze dazu enthalten oder Hilfen anbieten³⁸. Die linksschiefe Verteilung widerspricht daher deutlich den aus Lehrbuchanalysen und Unterrichtsbeobachtungen folgenden Einschätzungen des Mathematikunterrichts in den 7. Klassen der Gymnasien, und das Fehlen von Validierungsmöglichkeiten dieses Items durch Beobachtungen wird hier besonders fühlbar³⁹.

Insgesamt läßt sich festhalten, daß mehrere Items im zweiten Faktor Elemente enthalten, welche an das Konzept des genetischen Unterrichts erinnern. Die Antworten der Lehrer auf diese Items sind unerwartet oft zustimmend und stehen mit den Vorgaben der Lehrbücher nicht in Einklang. Vielleicht drückt sich in diesem Faktor daher weniger ein bestimmtes Unterrichtsverhalten als vielmehr eine methodische Ideologie aus, und die Lehrer nutzen die Items, um in ihnen ihre Übereinstimmung mit einer vielfach als wünschenswert dargestellten didaktischen Theorie zum Ausdruck zu bringen; denn wo die Items handlungsnäher und zugleich neutraler formuliert sind, zeigt sich eine hohe Lehrbuchkonformität des Unterrichts. Eine solche Interpretation würde auch den Befund verständlich machen, daß Faktor 1 und Faktor 2, die sich inhaltlich de facto ausschließen, weder die entgegengesetzten Enden eines bipolaren Faktors bilden noch bei obliquen Rotation negativ miteinander korrelieren: Man kann zugleich in Faktor 1 und in Faktor 2

Tabelle 11: Faktor 3 – Induktive Neueinführung durch den Lehrer

Ladung	Item Nr.	Text
.66	26	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie mehrere Beispiele vorgeben (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen?
.51	25	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte
.33	27	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen?

einen hohen Faktorwert erhalten, zugleich also beispielsweise deduktiv und lehrerzentriert arbeiten und die Ideologie eines sokratisch-mäeutischen Vorgehens vertreten⁴⁰. Außerdem würde sich bei einer solchen Interpretation erklären, warum bei der gemeinsamen Faktorenanalyse dieser Items mit den Lehrbuchitems sich nicht der dort gefundene Faktor 2 (selbständige Arbeit mit dem Lehrbuch) mit diesem zusammenschließt, sondern beide getrennt in Erscheinung treten.

Der dritte Faktor (Tabelle 11) beschreibt ein Unterrichtsverfahren, bei welchem der Lehrer auf der Basis gesicherten Vorwissens (25) neue Sachverhalte induktiv durch Vorgabe mehrerer Beispiele (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen (26), beziehungsweise durch Analyse von Problemen aus der Praxis, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen (27), einführt. Induktivität und Anwendungsbezogenheit scheinen das Charakteristische an diesen Äußerungen über das Verhalten des Lehrers bei Einführung neuer Sachverhalte zu sein.

Wright und Proctor (1961) haben in Beobachtungsuntersuchungen des Mathematikunterrichts in Sekundarschulen Verhaltensweisen zu identifizieren versucht, die mit Schülerleistungen zusammenhängen könnten. Die Klassifikation der Beobachtungsdaten ergab unter anderem eine Kategorie „Induktion“ bei der Erarbeitung mathematischen Grundlagenwissens, in die auch der „Gebrauch von spezifischen Beispielen, die ausgewählt sind, um neue Generalisationen oder Relationen zu entdecken“⁴¹, fällt — Verhaltensweisen also, deren Nähe zu dem in Item 26 angesprochenen Verhalten von der Formulierung her gegeben ist. Angesichts der wahrscheinlich verbreiteten Lehrbuchabhängigkeit des Mathematikunterrichts stellt sich allerdings die Frage, wie die Lehrer die beiden, auf die Ermittlung von „induktivem“ Unterricht zielenden Items 26 und 27 im Zusammenhang der Lehrbuchvorgaben verstanden haben können. „Praxisprobleme“ bestehen dort vorwiegend bei den auf die Zwecke des gerade anstehenden Rechenbereichs zugeschnittenen, reduziert und künstlich wirkenden Textaufgaben (vgl. etwa die Einführung der Prozentrechnung anhand der Herstellung von Schokolade, Lambacher-Schweizer, S. 134), die man eher als innermathematische „Kleinprobleme“⁴² denn als wirkliche Probleme aus der Praxis bezeichnen könnte. Darüber hinaus dürfte unter „Sachverhalt“ weniger der eigentlich mathematische als vielmehr vordergründig der im Lehrbuch behandelte (zum Beispiel Prozentrechnung) verstanden worden sein. Unter der plausiblen Prämisse der Lehrbuchabhängigkeit des Unterrichts muß man demnach annehmen, daß Lehrer, die in Item 26 und/oder 27 „sehr oft“ oder „oft“ angekreuzt haben, nicht eine im strengen Sinne induktive Unterrichtsmethode verwenden beziehungsweise befürworten, sondern nur einen weiteren Hin-

weis auf ihre Abhängigkeit vom Lehrbuch geben, dessen Problembeispiele sie in der dargebotenen Form und Sequenz im Unterricht verwenden.

Tabelle 12: Faktor 4 - Lehrerzentrierte Reaktion auf fehlerhaften Vorschlag eines Schülers

Ladung	Item Nr.	Text
.66	37	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und nehmen selbst die Korrektur vor?
.64	38	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und lassen ihn durch die Schüler verbessern?
-.32	41	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, nehmen Sie den Vorschlag zunächst ohne Kommentar an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern die Konsequenzen, bis der Fehler offenkundig wird?
.32	39	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und korrigieren ihn dann selber?
.31	31	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie den mathematischen Sachverhalt darstellen und dann zu den Anwendungen übergehen?

Der Fragebogen enthält eine Gruppe von Items, die sich auf die Situation beziehen, in welcher Schüler beim Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen⁴³ (vgl. Tabelle 12). Faktor 4 führt dabei diejenigen Items zusammen, in denen der Lehrer im Mittelpunkt steht: Er charakterisiert den Schülervorschlag selbst als falsch und nimmt selbst die Korrektur vor (37), zumindest aber kennzeichnet er ihn als fehlerhaft und läßt ihn dann durch die Schüler verbessern (38), oder er korrigiert ihn selbst, nachdem die Schüler ihn als fehlerhaft erkannt haben (39). Nicht unerwartet taucht hier auch Item 31 wieder auf (Beginn einer Neueinführung durch Darstellung des mathematischen Sachverhalts, dann Übergang zu den Anwendungen), welches schon in Faktor 1 (lehrerzentrierte, auf rasches Vorankommen gerichtete Erarbeitung neuer Sachverhalte) erschienen war⁴⁴; ferner läßt auf diesem Faktor, freilich mit negativem Vorzeichen, Item 41, welches in Faktor 2 (prozeßorientierte Neueinführung) eine Rolle gespielt hatte. Der fehlerhafte

Schulervorschlag wird hier rasch erkannt und/oder verbessert (37, 38, 39), nicht aber problematisiert und produktiv gewendet (41).

Tabelle 13: Faktor 5 – Induktives Unterrichtsverfahren bei der Neudurchnahme

Ladung	Item Nr.	Text
.75	28	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie problemhaltiges Material darbieten, das in einer Unterrichtsstunde erschlossen werden kann?
.56	29	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie problemhaltiges Material darbieten, das einen umfassenden Lehrgang einleitet?
.30	27	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen?

Der Lehrer beginnt die Einführung eines neuen Sachverhalts damit, daß er problemhaltiges Material darbietet, welches in einer Unterrichtsstunde erschlossen werden kann (28) beziehungsweise einen umfassenden Lehrgang einleitet (29) (die Korrelation zwischen Item 28 und 29 beträgt .46)⁴⁵, oder dadurch, daß er Probleme aus der Praxis analysiert, die zum angezielten Sachverhalt in enger Beziehung stehen (27). Faktor 5 ähnelt dem Faktor 3, wenn man von dem dort ladenden Item 25 absieht (vgl. Tabelle 13).

Zwischen Item 28 und 29 dürften die Lehrer in der Weise unterschieden haben, wie es das Lehrbuch durch seine Unterteilung nahelegt: „Lehrgang“ bedeutet dort ein neues Aufgabengebiet, welches mehr als eine Unterrichtsstunde ausfüllt. Die Darbietung problemhaltigen Materials, an welchem über längere Zeit induktiv gearbeitet wird, ist dann aber gerade nicht mehr angesprochen; die Lehrbücher regen nicht eine Unterscheidung in der Darbietung solchen Materials für eine oder für mehrere Unterrichtsstunden an.

Ob es sich bei den Lehrern, die auf diesem Faktor hoch liegen, um Befürworter eines induktiven Unterrichts im strengen Sinne handelt oder ob sich hier nicht wiederum spiegelt, was die Lehrbücher an induktiven Elementen anbieten, läßt sich nicht völlig klären. Sämtliche Items lassen sich jedenfalls auch als Beschreibungen der Lehrbuchvorgaben verstehen, und die Lehrer werden sich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit an das von daher Gewohnte erinnern haben. Aufgrund der Uneindeutigkeit der Itemformulierungen — die bei der Konstruktion beteiligten Lehrer und Sozialwissenschaftler haben vermutlich unterschiedliche Vorstellungen mit denselben Formulie-

rungen verbunden — könnte daher dieser Faktor auch als Beschreibung der von den Lehrbüchern vorgegebenen Ausprägung von Induktivität bei der Neudurchnahme aufgefaßt werden. Im Unterschied zum Faktor 3, bei welchem die Tätigkeit des Lehrers im Mittelpunkt steht, werden hier stärkere Aktivitäten von den Schülern gefordert.

Festzuhalten bleibt, daß die Faktoren 3 und 5, die beide induktive Methoden der Neueinführung mathematischer Sachverhalte betreffen, „orthogonal“, das heißt unabhängig, zum 2. Faktor stehen, in welchem sich sokratisch-mäeutischer, prozeßorientierter Unterricht ausdrückte, der an das Konzept des genetischen Unterrichts erinnerte. Dieser Befund zeigt, daß man im Kontext dieser Faktorenanalyse der Verwaschenheit des synonymen Alltagsgebrauches von Begriffen wie „induktiver“ oder „genetischer“ Unterricht nicht folgen darf, sondern daß sich die Antworten der Lehrer anhand der in den Items vorgegebenen Operationalisierungen voneinander trennen lassen. Ein emphatischer Begriff von genetischem Unterricht findet sich erwartungsgemäß in der Gesamtanalyse wieder (vgl. Abschnitt 3.2, Faktor 30), auch dort unmißverständlich abgegrenzt von konzeptuell benachbarten Unterrichtsformen.

Von den Items, die in den interpretierten Faktoren nicht auftauchen, ist vor allem diejenige Fragegruppe bemerkenswert, die sich mit der Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, befaßt (32 bis 34). Offenbar werden mit ihnen Themen angesprochen, die unabhängig vom Fragekomplex „Erarbeiten eines neuen Sachverhalts“ sind und erst in späteren Zusammenhängen auftauchen oder die für sich allein stehen. Item 32 wird von diesen drei Items am häufigsten vertreten. Man muß bei der Bewertung der Antworten beachten, daß es sich hier um fachimmanente Aussagen handelt: Mathematiklehrer dürften, vermutlich in deutlichem Unterschied zu Deutsch- und Sozialkundelehrern, schon eine geringfügige Beteiligung der Schüler an der Steuerung des Unterrichtsverlaufs für bemerkenswert halten. Für diese Interpretation spricht die überraschend geringe Unterscheidung, die die Lehrer zwischen Item 32 und 33 gemacht haben ($r = -.11$), obwohl die Items als Alternativen formuliert und durch Unterstreichungen (Schüler/Lehrer) besonders abgesetzt waren⁴⁶. Wahrscheinlich ist der Hauptgrund für die geringe Abgrenzung der Items gegeneinander wiederum in den nivellierenden Effekten der Lehrbuchabhängigkeit zu suchen, die wenig Raum dafür läßt, daß Schüler ihre eigenen Gedanken einbringen und der Lehrer ihnen nachgeht. Gleichwohl enthält Item 32 wenigstens geringe Spuren von „Schülerzentriertheit“, wie die Korrelationen mit Item 41 (Aufnehmen eines Fehlers durch den Lehrer und gemeinsam die Konsequenzen verfolgen, $r = +.15$) und Item 122 (Verwendung des freien Unterrichtsgesprächs zur Einführung eines neuen Sachverhalts, $r = +.19$) sowie

das Auftauchen in Faktor 3 mit geringer Ladung (+.16) nahelegen. Ähnliches gilt für Item 33: es korreliert mit Item 122, $r = -.23$, und lädt mit .25 auf Faktor 4. Obwohl die Items 32 bis 34 nicht alle möglichen Formen der Vorbereitung des Unterrichts umfassen und auch eine Frage nach dem Zeitaufwand für die Vorbereitung nicht gestellt wurde, dürfte es sich lohnen, der Frage nachzugehen, ob Lehrer mit intensiverer Vorbereitung bessere Lernergebnisse erzielen, wie es beispielsweise für den Fremdsprachenunterricht in einer IEA-Untersuchung nachgewiesen werden konnte⁴⁷.

Ohne bedeutsame Ladung in der Faktorenanalyse bleiben auch die Items 43 bis 47, in welchen der Lehrer seine Reaktion angeben soll, wenn ein Schüler bei der Bearbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt. Zunächst ist nicht weiter verwunderlich, daß Item 43 (Lob des Schülers) weit verbreitet ist: Es gibt wohl kaum eine Methodik oder Unterrichtslehre, die positive Verstärkung nicht ausdrücklich empfiehlt. Gleichwohl steht eine solche Reaktion im Widerspruch zum Lehrerverhalten, das bei streng genetischem Unterricht erforderlich ist, weil dadurch klarerweise die Entwicklung eines Gedankens gestört wird, an der ernsthaft sich zu beteiligen für Schüler in dem Augenblick uninteressant wird, in dem der Lehrer durch sein Lob bereits über richtig und falsch entschieden hat. Daß es in einem solchen Unterricht andere Formen von Verstärkung und Steuerung gibt, ist damit nicht bestritten. Nur treten sie weniger direkt auf, also nicht als „falsch“ oder „richtig“, sondern als Signale, ob eine richtige oder falsche Äußerung ergiebig, interessant, weiterführend für die Entwicklung des Gedankens ist oder uninteressant und unproduktiv. Dieser Bedeutungsaspekt des Items wird aber vermutlich von zahlreichen anderen Aspekten überlagert, so daß keine Zuordnung zu einem Faktor erfolgt.

Bemerkenswert ist schließlich die Verteilung der Antworten zu Item 44, da Lehrer, die einen weit vorausseilenden Vorschlag aufgreifen und von dort aus weitergehen, in jedem Fall die Mehrzahl der Schüler einer Klasse unberücksichtigt lassen beziehungsweise überfordern werden. Nur etwa ein Viertel der Lehrer aber distanziert sich von diesem Verfahren, ein weiteres Viertel gebraucht es „selten“; die andere Hälfte benutzt es manchmal, oft oder gar sehr oft (5.7 Prozent). Vermutlich produzieren Lehrer, die sich tatsächlich so verhalten, eine große Leistungsstreuung in ihrer Klasse.

2.3 Übungen (Items 49 bis 68)

Die Teile III und IV des Fragebogens befassen sich mit den Übungen und der Wiederholung im Mathematikunterricht, mit Unterrichtsphasen also, die, wie Lehrbücher und Mathematikdidaktiken es nahelegen, sich nur schwer voneinander trennen lassen. Bei der Fragebogenkonstruktion hatte sich jedoch gezeigt, daß die Mathematiklehrer sehr wohl zwischen Übungen und Wiederholung begrifflich trennten, so daß beides schon um der Erhöhung der Augenscheingültigkeit willen in dem Fragebogen Eingang finden mußte. Der Hauptunterschied zwischen Übungen und Wiederholung dürfte darin bestehen, daß die Übungen eher der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts folgen, während die Wiederholung vor allem der Vorbereitung einer Neudurchnahme dient⁴⁸. An beide Unterrichtsphasen knüpft sich die Erwartung, bessere Lernergebnisse zu erzielen: Gelerntes soll gefestigt werden, und weiteres Lernen erfolgt auf der Basis gesicherten Grundwissens. Daß solche Erwartungen nicht unberechtigt sind, zeigen zahlreiche psychologische Forschungsarbeiten, die näher zu betrachten hier freilich nicht der Ort ist. Erwähnung verdient aber der Umstand, daß die Forschungsbefunde durchaus nicht einheitlich aussehen, vielmehr die Bedeutung von Übung und Wiederholung je nach den erstrebten Lernergebnissen unter verschiedenartigen Gesichtspunkten bewertet werden muß⁴⁹. Daß auch innerhalb der mathematikdidaktischen Diskussion die Bedeutung von Übung und Wiederholung kontrovers ist, zeigt sich beispielsweise in der besonders für die genetische Unterrichtsmethode wichtigen Aussage, daß Einschleifen und Drill den Weg zur wirklichen Einsicht in ein Problem gerade versperren können, man also nach der Einführung eines neuen Sachverhalts darauf zu achten habe, daß keine Lösungsroutinen entstehen. Bei der Konstruktion des Fragebogens waren Items in den Fragebogen aufgenommen worden, welche die Möglichkeit boten, unterschiedliche Funktionen von Übungen und Wiederholung anzusprechen. Nach den am stärksten vertretenen Antworten der Lehrer auf die einzelnen Items zu urteilen, zeichnet sich die übliche Form der Übungsphase im Mathematikunterricht dadurch aus,

- daß vor allem Übungsaufgaben verwendet werden, die im Lehrbuch stehen (54; $\bar{X} = 3.27$);
- daß einfache Aufgaben am Beginn stehen, allmählich aber eine Steigerung des Schwierigkeitsgrades erfolgt (64; $\bar{X} = 3.53$);
- daß die Übungsaufgaben entweder gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (56; $\bar{X} = 2.79$) oder neue, aber strukturell ähnliche Probleme darstellen (57; $\bar{X} = 2.79$);

- daß die Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch erfolgt (59; $\bar{X} = 3.00$);
- daß Kopfrechenperioden vom Lehrer geleitet werden (49; $\bar{X} = 2.57$).

Demgegenüber werden Übungen besonders selten in Gruppen durchgeführt (61; $\bar{X} = 0.80$), wird Kopfrechnen nur selten von Schülern geleitet (50; $\bar{X} = 1.02$) und werden selten Übungsaufgaben verwendet, die die Schüler produzieren (55; $\bar{X} = 1.16$); alle diese Fragen implizieren eine Beteiligung der Schüler am Unterricht. Schließlich gibt es kaum eine Benotung von Leistungen im Kopfrechnen (52; $\bar{X} = 0.53$).

In der Faktorenanalyse der Items 49 bis 68 wurden 3 Faktoren identifiziert, die insgesamt 32.1 Prozent der Gesamtvarianz (13.7 Prozent; 10.2 Prozent; 8.2 Prozent) erklären. Darüber hinaus wurde eine gemeinsame Faktorenanalyse der Items 49 bis 81 (Übungen und Wiederholung) gerechnet, deren Ergebnisse im folgenden ebenfalls teilweise berichtet werden. Hierbei wurden 12 Faktoren mit einem Eigenwert über 1 rotiert, die 68.1 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (11.3; 8.3; 6.2; 5.7; 4.7; 4.3; 4.1; 3.7; 3.6; 3.4; 3.3; 3.3 Prozent).

Tabelle 14: Faktor 1 – Schülerorientierte Übungen

Ladung	Item Nr.	Text
.78	50	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie von Schülern geleitet
.63	55	Verwendung von Übungsaufgaben, die die Schüler produzieren
.50	51	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie als Wettkampfspiel
.42	61	Durchführung der Übung in Gruppen
(.28	60	Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts) ^a

^a Items mit einer Ladung unter .30 sind in Klammer gesetzt.

Übungen, in welchen das Kopfrechnen von Schülern geleitet wird (50) beziehungsweise in Wettkampfform stattfindet (51; die Items 49 und 52 bilden einen eigenen Faktor), die Übungsaufgaben von den Schülern produziert werden (55; Item 54 lädt schwach negativ)⁵⁰ und die Durchführung eher innerhalb von Gruppen geschieht (61), dürften sich wegen ihrer Abstimmung auf die Kenntnisse und Interessen der Schüler sowie aufgrund der Wirkung von Wettkampfspielen motivierend auswirken. Die Interpretation wird gestützt durch die positive Ladung des Items 60 — Durchführung der Übung in selbst-

ständiger Arbeit während des Unterrichts — sowie durch den Befund, daß bei der gemeinsamen Analyse der Items 49 bis 81 (Übungen und Wiederholung) der beschriebene Faktor wieder auftritt und dabei Item 75 auf sich zieht, welches ebenfalls ein Moment der Individualisierung enthält (Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern)⁵¹. Die in diesem Faktor gebündelten Motivations- und Individualisierungstechniken werden großenteils auch in Mathematikdidaktiken empfohlen (vgl. etwa Lietzmann, 1961, S. 45); daß im Kontext dieses Faktors (vgl. Tabelle 14) bei Item 61 nicht das gemeinsame Lernen in Gruppen, sondern ebenfalls ein Konkurrenzmoment als Bedeutungsaspekt angesprochen sein kann, zeigen die bei Lietzmann, S. 46, gegebenen Beispiele. Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie sind, meist freilich unter der Leitung des Lehrers, in der 7. Klasse weit verbreitet: höchstens 2.6 Prozent der Lehrer machen davon überhaupt keinen Gebrauch. Kopfrechnen als Wettkampfspiel wird, wie die Korrelation von $r = 0.40$ zwischen Item 50 und 51 zeigt, oft von den Schülern ohne Eingreifen des Lehrers durchgeführt.

Tabelle 15: Faktor 2 - Traditionelle Übungsform

Ladung	Item Nr.	Text
.55	59	Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch
.45	64	Aufbau einer Übung: beginnend mit einfachen Aufgaben, allmählich Steigerung des Schwierigkeitsgrades
.44	63	Durchführung der Übung durch einzelne Schüler (an der Tafel)
-.34	60	Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts
.30	62	Durchführung der Übung durch den Lehrer (Vorrechnen an der Tafel)
(.25	66	Aufbau einer Übung: Wiederholung der Regeln oder Sätze zu Beginn der zugehörigen Übungen)
(.23	54	Verwendung von Übungsaufgaben, die im Lehrbuch stehen)

Bei Faktor 2 (vgl. Tabelle 15) handelt es sich meist um häufig genannte Verhaltensweisen (besonders Items 64, 59, 54; nur bei Item 62 liegt der Mittelwert unter 2; bei Item 60 ist $\bar{X} = 2.13$). Man kann davon ausgehen, daß in diesem Faktor sich die „klassische“ Form der Übung widerspiegelt: Die Übungen werden mit der Klasse gemeinsam (59), nicht in selbständiger Ein-

zularbeit (60) durchgeführt; ihr Aufbau folgt einem klaren Plan: Die zu üübenden Sätze oder Regeln werden zu Beginn wiederholt (66) und die sich anschließenden Aufgaben allmählich im Schwierigkeitsgrad gesteigert (64). Die Verwendung von Übungsaufgaben aus dem Lehrbuch (54) dürfte ebenfalls einen systematischen Aufbau der Übungsperioden begünstigen. Die Durchführung der Übungen durch einzelne Schüler an der Tafel (63) schließlich dient der genauen Kontrolle der Kenntnisse. Wenn der Lehrer, was nicht besonders häufig vorkommt, an der Tafel vorrechnet (62), so kann dies auch in der Absicht geschehen, durch deutliche Schrift den Schülern die Arbeit zu erleichtern.

Im Gegensatz zu Faktor 1 (schülerorientierte Übungen), bei dem das Einbringen individueller Vorschläge der Schüler und die selbständige Durchführung von Übungen angesprochen sind (50, 55, 60), beschreiben die Items in Faktor 2 eine Übungsform, bei der es auf effektives Einschleifen der Unterrichtsinhalte ankommt. Dazu dürften die in den Lehrbüchern der Sekundarstufe I angebotenen Übungsaufgaben, von denen nach Angabe in der Dissertation von R. Strässer (1974) bis zu drei Viertel rein schematisch zu lösen sind, im allgemeinen auch besonders geeignet sein. Unter dem in Item 59 enthaltenen Begriff „Unterrichtsgespräch“ muß man sich in diesem Kontext eher einen lehrergesteuerten Frage-Antwort-Unterricht als ein freies Unterrichtsgespräch vorstellen — über drei Viertel der Lehrer kreuzen für diese Unterrichtsform „oft“ oder „sehr oft“ an.

Die gemeinsame Analyse der Items 49 bis 81⁵² weist Faktor 2 ebenfalls aus, nun aber sinnvoll ergänzt um Item 77, die Angabe also, daß die Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts in der folgenden Stunde erfolgt: auch dies ein Element der traditionellen, von den Fachdidaktikern und Lehrbüchern nahegelegten Übungs- und Wiederholungsperioden (vgl. auch Faktor 3 der „Wiederholung“). Außerdem werden die Übungsinhalte näher charakterisiert, nämlich als Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation nur geringfügig geändert sind (zum Beispiel andere Zahlenbeispiele, Item 56).

Die Art der Übungsaufgaben in Faktor 3 (vgl. Tabelle 16) ähnelt der problemorientierten Einführung neuer Sachverhalte. Hier geht es nicht um Drill anhand von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation nur geringfügig verändert sind (56), sondern um die anspruchsvollere Anwendung des Gelernten auf neue, strukturell ähnliche Probleme (57). Darüber hinaus wird das Gelernte problematisiert, indem anhand von Übungsaufgaben die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten gezeigt werden (58). Am Beginn der Übungsphase verwendete „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum lassen (68), sowie die Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch (59) können dazu dienen, das

Tabelle 16: Faktor 3 – Problemorientiertes Üben

Ladung	Item Nr.	Text
.62	57	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von neuen, aber strukturell ähnlichen Problemen
.43	58	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten
(-.29)	56	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (andere Zahlenbeispiele)
(.26)	59	Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch)
(.21)	62	Durchführung der Übung durch den Lehrer (Vorrechnen an der Tafel)

Problembewußtsein sowie die speziellen Wünsche und Schwierigkeiten der Schüler zu ermitteln, deren Kenntnis eine wichtige Voraussetzung problemorientierten Übens darstellen dürfte. Item 59 ist hier in einer anderen Bedeutungsnuance angesprochen als in Faktor 1.

Es ist zu vermuten, daß die Lehrer bei der Beantwortung der Fragen 56 bis 58 eine Staffelung nach Schwierigkeit wahrgenommen haben (geringfügig geänderte Aufgaben; strukturell ähnliche Probleme; Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen). Das mag die Absicht, in der die Fragen gestellt wurden, etwas verwischt haben: Item 57 und besonders Item 58 stellen einen deutlichen Gegensatz zu Item 56 dar. Beispielsweise müßte man erwarten, daß Lehrer, die genetischen Unterricht machen wollen, in Item 57 und 58 hoch und zugleich in Item 56 niedrig liegen; dies ist zwar der Fall, doch sind die negativen Korrelationen mit $-.17$ zwischen 56 und 58 sowie mit $-.19$ zwischen 56 und 57 etwas niedriger als erwartet. Vielleicht ist die Absicht der Frage doch nicht ganz klar geworden, oder einige Lehrer wenden gleichzeitig Verfahren an, die konträren methodischen Konzepten entstammen, oder in den Antworten zu Item 58 drückt sich eher Wunsch als Wirklichkeit aus (wofür die überraschend häufige Nennung spräche; strenggenommen beschreibt dies Item nämlich ein höchst anspruchsvolles Verfahren, und selbst solche Lehrer, die es nur selten tatsächlich verwendeten, wären methodisch bemerkenswert; ähnliches gilt im übrigen für Item 68, die Einleitung einer Übungsperiode durch offene Fragen).

Betrachtet man wiederum die Analyse der Items 49 bis 81, so tritt dort der soeben beschriebene Faktor als Faktor 6 auf. Er enthält die Items 57, 58, 56,

70, 59 und 76 mit den Ladungen .71, .39, -.37, .24, .23 und -.19. Neben den schon bekannten Items treten aus dem Abschnitt „Wiederholung“ die Items 70 und 76 hinzu (wenn auch mit schwachen Ladungen): Wiederholung in Form von Abfragen des Sachverhalts in freier Form, nicht aber in Form von Übungs- oder Klassenarbeiten.

2.4 Wiederholung (Items 69 bis 81)

Bei der Betrachtung der einzelnen Items fällt zunächst die Verteilung der Antworten zu Item 69 (Wiederholung in Form von Abfragen der formulierten Merksätze) auf. Sie ist insofern bemerkenswert, als ein solches Unterrichtsverhalten in den neueren Methodiken⁵³ nicht empfohlen wird, gleichwohl aber verbreitet zu sein scheint ($\bar{X} = 2.10$). Für die Interpretation muß freilich vorher geklärt werden, was unter „Merksatz“ zu verstehen ist, und es läßt sich nicht ausschließen, daß die Lehrer recht unterschiedliche, knapp gefaßte, regelhaft wirkende Ausdrücke darunter subsumiert haben, nicht also unterschieden haben beispielsweise zwischen einer Rechenregel für die Division von zwei Brüchen und dem nur auf Konvention gründenden Satz, daß Punktrechnung vor Strichrechnung gehe. Strenggenommen geht es hier um methodisch relevante Unterscheidungen, insofern etwa die Regel für die Division von Brüchen als eingeschliffener Merksatz überflüssig sein könnte, wenn der Sachverhalt mit Hilfe der genetischen Methode eingeführt worden wäre, das Einprägen einer reinen Konvention dagegen auf keine Weise durch eine Verstehensleistung zu ersetzen ist. Trotz dieser vom mathematischen Sachverhalt her notwendigen und methodisch wichtigen Unterscheidung läßt sich gleichwohl nicht die Entlastungsfunktion übersehen, die Merksätze haben, ob sie nun eine Konvention betreffen oder nicht. Denn auch wenn ein Sachverhalt verstanden worden ist, seine Anwendung auf den konkreten Einzelfall jedoch eine langwierige Rekonstruktionsleistung erfordern würde, kann es angebracht sein, die Hilfe von Merksätzen in Anspruch zu nehmen, um sich ungehinderter neuen Sachverhalten zuwenden zu können. Die Vorstellung, daß sich Merksätze durch das im genetischen Unterricht geweckte Verständnis erübrigen würden, dürfte also eine idealisierende Überzeichnung darstellen (vgl. hierzu auch Aebli, 1963). Als Indikator für die Befürwortung älterer oder neuerer mathematikdidaktischer Ansätze dürfte sich Item 69 daher nicht eignen.

Die häufigste Form der Wiederholung besteht in Hausaufgaben für die ganze Klasse (74; $\bar{X} = 3.38$); erst an zweiter Stelle folgt das Abfragen des Sachver-

halts in freier Form (70; $\bar{X} = 2.80$). In der zeitlichen Abfolge überwiegt die Wiederholung des erarbeiteten Sachverhalts in der folgenden Stunde (77; $\bar{X} = 3.38$), und man geht gewiß nicht fehl in der Annahme, daß die beiden am häufigsten genannten Items zusammengehören: Wiederholung erfolgt üblicherweise als Besprechung der Hausaufgaben in der folgenden Stunde (die Items 74 und 77 bilden auch einen eigenen Faktor, den Faktor 3). Darüber hinaus schalten die Lehrer aber auch nicht selten Wiederholungsphasen ein, wenn sich Lücken bei den Schülern zeigen (81; $\bar{X} = 2.87$).

Hinter der Frage nach der planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreuten Wiederholung (79) steht die aus psychologischen Forschungen über Vergessen und Behalten sich herleitende Erwartung, durch mehrfache Wiederholungen desselben Sachverhalts in allmählich größer werdenden Zeitabschnitten besonders gute Behaltensleistungen zu erzielen. Die rechtsschiefe Verteilung der Antworten ($\bar{X} = 1.37$) entspricht den Vermutungen über den Ablauf des normalen Mathematikunterrichts; es wäre interessant zu überprüfen, ob Lehrer, die diese anspruchsvolle Wiederholungsform bevorzugen, in der Tat die erwünschten Effekte bei ihren Schülern erzielen.

Die Faktorenanalyse der Wiederholungitems für sich allein ergibt nur einen interpretationswürdigen Faktor⁵⁴, auf welchem mehr als zwei Items laden (vgl. Tabelle 17).

Tabelle 17: Faktor 1 – Problemorientierte, individualisierende Wiederholung

Ladung	Item Nr.	Text
.51	75	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern
.49	79	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut
.36	73	Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems
.33	72	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler

Die Items dieses Faktors unterscheiden sich deutlich von den oben interpretierten, besonders häufig genannten Items. Es geht hier um eine auf Individualisierung (75) und Problemverständnis (73, 72) zielende Wiederholungsform, die sich durch bewußte Planung auszeichnet (79). Item 73 bezeichnet dabei ein zentrales Element der genetischen Unterrichtsmethode, könnte freilich auch im Sinne von bloßer Variation der Zahlenwerte bei gleichbleibender Problemstellung mißverstanden worden sein. Im Kontext dieses Faktors dürfte jedoch der zuerst genannte Bedeutungsaspekt der relevante sein.

Diese Auffassung wird durch die gemeinsame Analyse des Übungs- und Wiederholungsteils gestützt, in welcher zu den Items des Wiederholungsfaktors 1 die Items 70, Abfragen in freier Form, und 68, Einleitung der Übungsperiode durch „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum lassen, hinzutreten⁵⁵. Insgesamt geht es hier also um problemorientiertes, individualisierendes Wiederholen und Üben⁵⁶.

2.5 Hausaufgaben (Items 197 bis 208)

Übungen, Wiederholung und Hausaufgaben stehen in enger Beziehung zueinander. Aus diesem Grunde soll bereits an dieser Stelle über die Analyse der Hausaufgabenitems sowie über eine die Übungs-, Wiederholungs- und Hausaufgabenitems umfassende Faktorenanalyse berichtet werden.

Bei weitem die häufigste Art der Hausaufgaben besteht in der Einübung besprochener Sachverhalte (197; $\bar{X} = 3.63$). Dies entspricht der Erwartung und ist ein weiterer Hinweis darauf, daß der Unterricht den Vorgaben der Lehrbücher folgt. Umfassendere Hausaufgaben, für deren Anfertigung mehr als eine Woche Zeit eingeräumt wird, werden dagegen nur vereinzelt gestellt (204; $\bar{X} = 0.28$). Die Überprüfung der Hausaufgaben im Mathematikunterricht erfolgt überwiegend durch Stichproben (205; $\bar{X} = 3.38$), besonders selten durch gegenseitige Korrektur der Schüler (207; $\bar{X} = 0.98$). — Kein Lehrer kreuzte bei sämtlichen Items „nie“ an: Hausaufgaben werden ohne Ausnahme gestellt.

In der Faktorenanalyse der Items 197 bis 208 wurden vier Faktoren mit einem Eigenwert über 1, die 53.8 Prozent der Gesamtvarianz (22.2; 12.8; 10.2; 8.4 Prozent) aufklären, rotiert.

Faktor 1 (Stundenprotokoll als Hausaufgabe) (vgl. Tabelle 18) wird von zwei Items geprägt, welche auf die Bedeutung von Hausaufgaben als Wiederholungsmaßnahmen hinweisen. Die Formulierung des Arbeitsergebnisses der

Tabelle 18: Faktor 1 - Stundenprotokoll als Hausaufgabe

Ladung	Item Nr.	Text
.70	200	Beschreibung des Ablaufs der vorangegangenen Stunde
.69	199	Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde
.33	198	Vorbereiten neuer Sachverhalte

vorangegangenen Stunde (199) sowie die Beschreibung ihres Ablaufs (200) stellen Ansprüche nicht nur an das Gedächtnis der Schüler, sondern auch an ihre Fähigkeiten, mathematische Zusammenhänge zu sehen und Lernvorgänge aktiv zu rekonstruieren. Das Auftauchen des Items 198 in demselben Faktor erweitert die gegebene Interpretation insofern, als Hausaufgaben zur Vorbereitung neuer Sachverhalte besondere, selbständige Denkleistungen von den Schülern fordern. Hierauf verweist auch der Befund, daß diejenigen Lehrer, die in den Items des 2. Faktors bei der Neueinführung eines Sachverhalts (prozeßorientierte Neueinführung, vgl. Abschnitt 2.2) hohe Summenwerte erreicht haben, statistisch signifikant häufiger von denjenigen Hausaufgabenformen Gebrauch machen, die in den Items 200, 199 und 198 angesprochen werden, wie Tabelle 19 zeigt.

Tabelle 19: Summenwerte der Antworten zu den Items 36, 41, 42, 47 und 48

Items	Hoch		Niedrig		Mittelwert- unterschied
	N	\bar{X}	N	\bar{X}	p
Vorbereiten neuer Sachverhalte (198)	196	1.73	193	1.47	0.001
Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde (199)	198	1.80	190	1.48	0.002
Beschreibung des Ablaufs der vorangegangenen Stunde (200)	197	0.81	191	0.61	0.03

Tabelle 20: Faktor 2 - Individualisierende Hausaufgaben, die selbständige Leistungen erfordern

Ladung	Item Nr.	Text
.71	202	individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben
.57	201	Hausaufgaben zur Auswahl
.40	207	Überprüfung der Hausaufgaben durch wechselseitige Korrektur der Schüler
(.21	204	umfassendere Hausaufgaben, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken (mehr als eine Woche)

Hausaufgaben, die so gestellt sind, daß die Schüler ihre individuellen Vorkenntnisse und Interessen einbringen können, (202, 201) und die Selbständigkeit in der Auswahl (201) und der Durchführung (204) erfordern, treten

in Faktor 2 (vgl. Tabelle 20) in plausibler Verknüpfung mit einem sanktionsarmen Kontrollverfahren, der Überprüfung durch wechselseitige Korrektur der Schüler (207), auf.

Die in diesen Items beschriebenen Verhaltensweisen sind erwartungsgemäß wenig verbreitet. Dies gilt insbesondere für die umfassenderen Hausaufgaben, deren Anfertigung sich über einen längeren Zeitraum erstreckt (204): 78.6 Prozent der Lehrer geben an, solche Aufgaben nie zu stellen. Freilich fallen hier auch schon diejenigen Lehrer ins Gewicht, die „selten“ ankreuzen, ergeben sich doch ohnehin während eines Schuljahres nur wenige Gelegenheiten, Hausaufgaben zu stellen, die so zeitaufwendig sind. Aufgaben dieser Art wird man am ehesten im Kontext des genetischen Unterrichts erwarten, für welchen die Diskussion längerer Problemzusammenhänge konstitutiv ist. Zwar läßt sich unter der Formulierung auch anderes verstehen (zum Beispiel das Anlegen eines Hefters zu einer Unterrichtseinheit), doch dürfte der oben genannte Bedeutungsaspekt hier der relevante sein. Daß Item 204 in der Tat in den Zusammenhang der genetischen Methode eingeordnet wird, zeigt der Befund, daß es von den nach Ausweis der Items 42 und 47 tendenziell genetisch unterrichtenden Lehrern häufiger positiv beantwortet wird. Ganz entsprechend unterscheiden sich auch die Lehrergruppen, die im Summenwert sämtlicher Items des 2. Faktors bei der Neueinführung eines Sachverhalts hohe Werte erhalten hatten (N = 198), von denjenigen, die nach ihren Angaben seltener eine prozeßorientierte Neueinführung von Sachverhalten anbieten (N = 189): Die Mittelwerte der Antworten dieser beiden Gruppen auf die Frage nach umfassenderen Hausaufgaben unterscheiden sich signifikant voneinander ($p = 0.005$).

Bei der obliquen Rotation korrelieren erwartungsgemäß die Faktoren 1 und 2 positiv miteinander ($r = +.39$). Faktor 2 korreliert darüber hinaus ($r = +.40$) mit Faktor 3, der aus den Items 203 und 201, Hausaufgaben als freiwillige Zusatzaufgaben beziehungsweise zur Auswahl, besteht (der Faktor wird hier nicht interpretiert, da er nur aus den beiden genannten Items besteht).

Tabelle 21: Faktor 4 – Systematische Kontrolle der Haushefte

Ladung	Item Nr.	Text
.61	206	Überprüfung der Hausaufgaben: durch Einsammeln aller Haushefte
.50	208	Überprüfung der Hausaufgaben: Wie oft wird jedes Hausheft von Ihnen gründlich durchgesehen (pro Halbjahr)?
-.30	205	Überprüfung der Hausaufgaben: durch Stichproben

Wie Faktor 4 (vgl. Tabelle 21) ausweist, erfolgt die Überprüfung der Hausaufgaben nicht stichprobenartig (205), sondern durch häufiges (208) Einsammeln aller Haushefte (206) (oder umgekehrt). Fast 90 Prozent der Lehrer überprüfen die Hausaufgaben „sehr oft“ oder „oft“ durch Stichproben. Pro Halbjahr wird dabei jedes Hausheft durchschnittlich 3.65mal gründlich durchgesehen (10.3 Prozent der Lehrer keinmal, 25.7 Prozent einmal, 26.3 Prozent zweimal, 14.9 Prozent dreimal, 6.5 Prozent viermal, 5.7 Prozent fünfmal, die restlichen 10.6 Prozent häufiger. Sieht man von den wenigen hohen Nennungen (7- bis 99mal) ab, so reduziert sich der Durchschnittswert auf knapp zweimal pro Halbjahr). Das Einsammeln aller Hefte stellt, selbst wenn es nur selten geschieht, eine besonders effektive Kontrolle dar, da Schüler Strategien entwickeln können, um sich stichprobenartigen Überprüfungen zu entziehen.

Die Items 206 und 208 dürften sich neben weiteren Items zur Bildung eines Indexes für das Kontrollverhalten der Lehrer eignen, welches sich vermutlich zu Schülerleistung in denjenigen Fertigkeiten und Inhalten in Verbindung bringen läßt, die besonders übungsbedürftig sind und durch häufige Wiederholung gefestigt werden können. Nach der Hypothese würden Lehrer mit starkem Kontrollverhalten dann gute Lernergebnisse in den Subtests Mathematische Techniken und Abfragbares Wissen, nicht jedoch in den Subtests zu den sogenannten höheren Unterrichtszielen (Items 217 bis 221) bewirken.

In einer die Items 49 bis 81 und 197 bis 208, also Übungen, Wiederholung und Hausaufgaben, übergreifenden Faktorenanalyse schließlich wurden 15 Faktoren mit Eigenwerten über 1 rotiert, die 61.4 Prozent der Gesamtvarianz (11.7, 6.8, 5.4, 4.7 Prozent usw.) aufklären. Geht man zunächst der Frage nach, ob die in den natürlichen Itemgruppen identifizierten Faktoren erhalten bleiben, so ergibt sich folgendes: Bei den Übungen erscheint wieder Faktor 1 (schülerorientierte Übungen), nun aber in Verbindung mit Items aus anderen Abschnitten des Fragebogens, sowie Faktor 2 (traditionelle Übungsform) mit kleineren Veränderungen. Faktor 3 (problemorientiertes Üben) tritt nun als Faktor 5 mit Item 198, der Vorbereitung neuer Sachverhalte durch Hausaufgaben, in plausible Verbindung. Die Gruppierungen der Wiederholungsisems sind weniger stabil: Faktor 1 (problemorientierte Wiederholung) taucht mit schwachen Ladungen in dem übergreifenden Faktor 1 auf; außerdem ergibt sich ein neuer, hauptsächlich aus Wiederholungsisems bestehender Faktor. Er bezeichnet eine längerfristige (78), von Übungen abgehobene (67) Form der Wiederholung, die planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut (79) wird. Dies fällt zusammen mit der Wahrnehmung von Kenntnislücken durch den Lehrer (81) oder die Schüler (80). Die Wiederholung erfolgt in Form einer Variation des ursprünglichen Problems (73).

Die Faktoren des Hausaufgabenteils erweisen sich wiederum als überwiegend stabil: Faktor 1 (Stundenprotokoll) und Faktor 4 (Hausheftkontrolle) stehen für sich allein; Faktor 3 (Zusatzaufgaben) zieht sinnvoll Item 75 (Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern) sowie 202 und 204 (individuelle, aber verbindliche sowie umfassendere Hausaufgaben) auf sich; einzig Faktor 2 (individualisierende Hausaufgaben) geht in dem die Itemgruppe überspannenden, neuen Faktor 1 auf. Dieser besteht aus den in Tabelle 22 aufgeführten Items.

Tabelle 22: Faktor 1 – Übungen, Wiederholung und Hausaufgaben

Ladung	Item Nr.	Text
.68	50	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie von Schülern geleitet
.64	51	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie als Wettkampfspiel
.61	55	Verwendung von Übungsaufgaben, die die Schüler produzieren
.48	207	Überprüfung der Hausaufgaben durch wechselseitige Korrektur der Schüler
.43	61	Durchführung der Übung in Gruppen
.30	202	individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben
.29	75	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern
.22	201	Hausaufgaben zur Auswahl
.19	203	freiwillige Zusatzaufgaben
.19	79	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt planmäßig über bestimmte Stunden gestreut
.18	53	Verwendung von Übungsaufgaben, die vom Lehrer selbst angefertigt wurden
.18	60	Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts
.17	68	Leiten Sie eine Übungsperiode durch „offene“ Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
.17	72	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler
.15	73	Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems

In diesem Faktor schließen sich sämtliche Items zusammen, die den Faktor 1 der Übungen, den Faktor 1 der Wiederholung und den Faktor 2 der Hausaufgaben bilden, nach den Bezeichnungen der voraufgehenden Analysen

also motivierende und individualisierende Übungen, problemorientierte, individualisierende Wiederholung und individualisierende Hausaufgaben, die selbständige Leistungen erfordern. Neu treten hinzu lediglich die Items 203, Hausaufgaben als freiwillige Zusatzaufgaben, 53, Verwendung von Übungsaufgaben, die vom Lehrer selbst angefertigt wurden, sowie 68, Einleitung einer Übungsperiode durch „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben. Individualisierendes und durch Wettbewerb stimulierendes Üben und Wiederholen, welches vom Schüler selbständige Leistungen erfordert, konkretisiert sich also in den Items, die diesen Faktor ausmachen.

2.6 Methodenselbsturteil (Items 82 bis 185)

In den Spalten der Matrix sind vier häufig verwendete Unterrichtsmethoden in ihrer landläufigen Bezeichnung aufgeführt: Lehrervortrag, Frage- und Antwort-Unterricht in engen Schritten, freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, und fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird. Die Zeilen der Matrix enthalten eine Reihe von wichtigen Intentionen beziehungsweise Verwendungsmöglichkeiten für die vier Methoden im Unterricht. Diese Verwendungssituationen lassen sich grob in drei Gruppen unterteilen:

- a) Sach- und problembezogene Unterrichtssituationen, in denen die vier Methoden mit unterschiedlicher Häufigkeit verwandt werden:
- einen neuen Sachverhalt einführen (82, 102, 122, 142),
 - den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen (83...)⁵⁷,
 - Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind (87...),
 - den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herstellen (90...),
 - Beweise führen (geometrische oder arithmetische) (85...),
 - Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik geben (100...),
 - fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herausarbeiten (84...),
 - ein Unterrichtsgespräch einleiten (97...),
 - schneller vorankommen (96...),
 - Lösungsschemata einüben (99...),
 - zusammenfassen (98...).

- b) Zeitbezogene Items:
- am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit (88...),
 - am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit (89...),
 - über ganze Unterrichtsstunden hinweg (101...).
- c) Verwendungssituationen, in denen der Lehrer sich stärker an den Schülern orientiert, ihnen Gelegenheit zur Entfaltung gibt, sie motiviert beziehungsweise unter Leistungsdruck setzt:
- Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben (92...),
 - Schülern helfen, ihre Lücken zu schließen (91...),
 - die Konzentration der Schüler erhöhen (86...),
 - die unterrichtliche Zielsetzung verdeutlichen (94...),
 - sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen (93...),
 - Leistungskontrolle (95...).

Die Lehrer hatten Gelegenheit, neben den vorgegebenen weitere Verwendungsmöglichkeiten der Unterrichtsmethoden anzugeben. Nur sieben Lehrer machten jedoch hiervon Gebrauch.

Im folgenden wird vor allem geprüft, welche charakteristischen Zuordnungen von Methoden und Verwendungssituationen aus den Fragebogenantworten der Lehrer hervorgehen, eine Frage, die seit jeher in der didaktischen Diskussion eine wichtige Rolle gespielt hat. Die Betrachtung richtet sich dabei zunächst auf die Methoden (Spalten), sodann auf die Verwendungssituationen (Zeilen).

2.6.1 Die Methoden (Spalten)

Die im Fragebogen verwendeten Bezeichnungen für die vier Methoden stellen das Ergebnis längerer Überlegungen der an der Konstruktion des Fragebogens beteiligten Mathematiklehrer und Sozialwissenschaftler dar. Da weder in den Mathematikdidaktiken noch in der Unterrichtsforschung Konsens über Bezeichnung und inhaltliche Füllung von Unterrichtsmethoden besteht, wurden Formulierungen gesucht, die häufig im Unterricht verwendete und voneinander auf plausible Weise abgrenzbare Verhaltenssyndrome bei den befragten Lehrern ansprechen konnten⁵⁸.

Die einheitlichsten Vorstellungen bezüglich der vier vorgegebenen Methoden dürften sich mit dem sogenannten *Lehrervortrag* verbinden. Lietzmann-Stender (1961, S. 35)⁵⁹ nennt die Vortragsmethode auch die didaktische oder dogmatische Methode: „Der Lehrer trägt in zusammenhängender Rede seinen Schülern den Stoff vor. Er wird dann, sei es nun gegen Ende der Stunde oder zu Anfang der nächsten Stunde, sei es in besonders dafür ange-

setzten Stunden, sich überzeugen, ob der Schüler das Vorgetragene sich zu eigen gemacht hat... Da die Schüler in der schnellen Folge des Vortrags das Neue zwar aufnehmen, nicht aber sofort verarbeiten können, wird bei dieser Methode ein beträchtlicher Teil der Arbeit auf die häusliche Tätigkeit verlegt. Dabei unterstützt den Schüler entweder das Lehrbuch, oder er ist gezwungen, während des Vortrages mitzuschreiben.“ Lietzmann verweist sodann auf die Gefahr nachlassender Aufmerksamkeit beim Schüler sowie auf die damit einhergehende Verleitung zum Drill, gewinnt dem Lehrervortrag aber auch positive Seiten ab⁶⁰.

Deutlich anders als der Lehrervortrag stellt sich das *freie Unterrichtsgespräch* dar, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist. Im Unterschied zum Lehrervortrag, aber auch den übrigen Methoden beteiligen sich hier die Schüler in besonderem Maße an der Strukturierung des Unterrichtsverlaufs, indem sie auf das Tempo des Voranschreitens, auf die Abfolge der Schritte im Lösungsprozeß und teilweise auch auf die Thematik Einfluß haben, Fehler machen, Irrwege gehen und diese in ihren Konsequenzen verfolgen können. Bei der Fragebogenkonstruktion galt die Gesprächsmethode als besonders geeignet zur Auffindung origineller Lösungen durch die Schüler, zur „prozeßbetonten“ Problemlösung überhaupt (im Unterschied zur Entwicklung von Lösungsfertigkeiten), zur Einführung eines neuen Gegenstandsbereichs oder der Aktualisierung früher gelernter Inhalte, in Phasen des induktiven Arbeitens, beim Finden einer Definition für einen Begriff. Das freie Unterrichtsgespräch betont eher die Problemlösungsprozesse, nicht aber die rasche und effektive Durcharbeitung bestimmter Inhalte. Lehrer werden sich beim freien Unterrichtsgespräch allerdings unterschiedlich weit zurücknehmen können; die Extremform ist erreicht, wenn der Lehrer vollständig zurücktritt und die Schüler unter sich das Gespräch führen. Als besonders vorteilhaft gilt es insbesondere bei der Neueinführung größerer Inhaltskomplexe (Geometrie, Mengenlehre), weil sich hierbei Grundvorstellungen im Gespräch allmählich entfalten können⁶¹.

Stärkere Lenkung des Unterrichtsgeschehens durch den Lehrer charakterisiert das *fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch*. Gleichwohl steht es, wie schon aus der Bezeichnung hervorgeht, dem freien Unterrichtsgespräch nahe, so daß mit fließenden Übergängen zwischen diesen beiden Methoden zu rechnen ist. Nach Ansicht der Fragebogenkonstruktoren bietet sich dieses methodische Vorgehen eher zur Durcharbeitung neuer Sachverhalte nach dem ersten Einstieg an, ferner zum Abrunden eines inhaltlichen Bereiches sowie zur Herstellung von Zusammenhängen mit bekannten Inhalten (zum Beispiel beim Fortschreiten von der Prozentrechnung zur Zinsrechnung). Freies Unterrichtsgespräch und fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch mobilisieren vermutlich verschiedene Gruppen von Schülern: im freien Un-

terrichtsgespräch sind mehr Kinder aktiv als im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch; und vom gelenkten Unterrichtsgespräch profitieren schlechtere Schüler insgesamt mehr als von anderen Formen.

Der *Frage-Antwort-Unterricht* in engen Schritten schließlich war eher als verkürzte Form des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs gedacht: sozusagen ein in ein Frage-und-Antwort-Spiel gekleideter Lehrervortrag. Der Lehrer stellt hierbei kurzgreifende Fragen, die in der Regel von mehreren Schülern beantwortet werden können, ruft die richtige Antwort ab, geht rasch einen kleinen Schritt voran usw. Aber auch ein durch gelegentliche Fragen unterbrochener Vortrag mag von manchen Lehrern als Frage-Antwort-Unterricht bezeichnet werden.

Die drei zuletzt aufgeführten Methoden werden in der Mathematikdidaktik gewöhnlich nicht deutlich voneinander getrennt. Dies läßt sich an der Methodik Lietzmann-Stenders (1961, S. 37 ff.)⁶² illustrieren, in der Begriffe wie Forschungsunterricht, heuristisches Verfahren, Schülergesprächsmethode, sokratische Methode, Arbeitsunterricht, Frage-Antwort-Methode usw. nicht sehr klar gegeneinander abgegrenzt werden. Schwierigkeiten entstehen aber auch bei dem Versuch, in der Unterrichtsforschung verwendete Bezeichnungen („discussion method“, „discovery method“ usw.) mit den Vorstellungen zur Deckung zu bringen, die sich bei der Fragebogenkonstruktion mit den gewählten Methodenbenennungen verbunden haben. Gleichwohl berechtigte die Befragung einer Lehrergruppe bei der Vorerprobung des Fragebogens zu der Hoffnung, daß die den Methoden gegebenen Bezeichnungen und Kurzbeschreibungen von den Lehrern in der intendierten Weise verstanden wurden; so kann im ersten Schritt der Interpretation die Betrachtung der häufig beziehungsweise selten zugeordneten Verwendungssituationen Auskunft darüber geben, wozu die befragten Lehrer die Methoden benutzen. Im Falle wenig plausibler Zuordnungen — plausibel unter dem Gesichtspunkt der in den bestehenden Methodenkonzepten enthaltenen Annahmen — muß in einem zweiten Schritt gegebenenfalls eine Revision des Methodenkonzepts beziehungsweise eine neue Abgrenzung der Methoden gegeneinander erfolgen. Die von den Lehrern zugeordneten Verwendungssituationen sollen also erst in zweiter Linie und auch nur dann der Operationalisierung der vorgegebenen Methoden dienen, wenn sich die ursprüngliche Auffassung nicht halten läßt.

Bevor wir uns den einzelnen Unterrichtsmethoden zuwenden, sei noch auf eine weitere Besonderheit hingewiesen: Die vorgegebenen Methoden wenden sich sämtlich an die ganze Klasse; individualisierende Methoden wie Gruppenarbeit werden nicht abgefragt. Nach unserer Hypothese waren solche Methoden zu wenig verbreitet, als daß eine ausführliche Nachfrage angebracht gewesen wäre. Die Antworten der Lehrer auf Item 262, in welchem

nach der Häufigkeit von gruppenteiligem Arbeiten gefragt war, zeigen neben anderen Auskünften⁶³ die Berechtigung dieser Annahme.

Wenden wir uns nun der Analyse der Antworten auf die Fragen 82 bis 185 zu. Zunächst läßt sich feststellen, daß im Mathematikunterricht der 7. Klassen am häufigsten ein fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch geführt wird, dessen Ablauf der Lehrer lenkt (FEUG)⁶⁴ (Summe der Mittelwerte von Spalte V des Fragebogens: 44.53). An zweiter Stelle folgt der Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten (FAU) (38.70), dann der Lehrervortrag (LV) (27.84) und schließlich das freie Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist (FUG) (26.71)⁶⁵.

Die Rangfolge der Spaltensummen zeigt, daß sich die Lehrer nicht gescheut haben anzugeben, auch solche Methoden häufig zu verwenden, gegen die in der methodisch-didaktischen Diskussion Bedenken erhoben werden. Dies gilt insbesondere für den LV, gegen den seit langem gewichtige Einwände vorgebracht werden, bis zu einem gewissen Grade aber auch für den kurzschrittigen FAU, obgleich bei diesem die Grenzen zum — wiederum unscharfen — Konzept der sokratischen Methode fließend sind. FAU und LV rangieren in den Antworten der Lehrer gleichwohl vor dem FUG. Man muß hierbei allerdings die fachspezifische Besonderheit des Mathematikunterrichts beachten: Anders als etwa in den Fächern Sozialkunde oder Deutsch, in welchen komplexe Probleme oft nicht nur eine richtige Lösung haben, sondern mehrere Positionen auf verschiedenen Ebenen als richtig oder plausibel gelten, kann sich der Mathematiklehrer gezwungen fühlen, um einen Sachverhalt stringent zu entwickeln und die Erarbeitung der richtigen Lösung nicht zu gefährden, die Schüler weniger zu Wort kommen zu lassen, als es beim FUG der Fall wäre. Im Konzept des genetischen Unterrichts ist aber gerade der hierin sich ausdrückende „gesunde Menschenverstand“ kritisch bewertet worden; daß der genetische Ansatz hier dennoch nicht durchschlägt, spricht dafür, daß die Lehrer hier nicht im Sinne bestimmter Argumentationsstränge der modernen didaktischen Diskussion, sondern realitätsnah geantwortet haben.

Im folgenden wird versucht, durch Gegenüberstellung der ersten und letzten Rangplätze, welche die Mittelwerte der Items entsprechend der Häufigkeit ihrer Wahl innerhalb jeder einzelnen Methode (= Spalte) einnehmen, Informationen darüber zu gewinnen, für welche der vorgegebenen 20 Verwendungssituationen beziehungsweise Intentionen (= Zeilen) die jeweilige Methode relativ häufig beziehungsweise relativ selten herangezogen wird. Die Tatsache, daß die Lehrer nicht stereotyp geantwortet haben, sondern in die einzelnen Zellen der Matrix unterschiedliche Werte, die im allgemeinen hohe Plausibilität besitzen, eingetragen haben, spricht im übrigen ebenso wie die Beobachtung, daß die Korrelationen zwischen den Items innerhalb der Zei-

len und Spalten auf verstehbare Weise variieren, für die sorgfältige Ausfüllung der 80 Zellen dieser Matrix durch die Lehrer (vgl. auch die Unterschiede zwischen den Zeilen- und Spaltensummen).

2.6.1.1 Das freie Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist

Das FUG schien den Lehrern den in Tabelle 23 aufgeführten Unterrichtszielen und Verwendungssituationen am ehesten zu entsprechen (Ränge 1 bis 7).

Tabelle 23: Situationen, in denen das freie Unterrichtsgespräch häufig verwendet wird

Item Nr.	Rangplatz	Stichwort
132	1	Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben ($\bar{X} = 2.87$)
128	2	am Anfang einer Lehrsequenz
130	3	Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herstellen
129	4	am Ende einer Lehrsequenz
137	5	(Unterrichtsgespräch einleiten)
123	6	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
122	7	neuen Sachverhalt einführen

Unmittelbar plausibel ist die Eignung des FUG, produktive Einfälle der Schüler freizusetzen. Daß es auch am Beginn einer Unterrichtseinheit eine Rolle spielt, deutet darauf hin, daß Mathematiklehrer gern eine relativ freie

Tabelle 24: Situationen, in denen das freie Unterrichtsgespräch selten verwendet wird

Item Nr.	Rangplatz	Stichwort
136	20	schneller vorankommen ($\bar{X} = 0.34$)
140	19	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
139	18	Lösungsschemata einüben
138	17	zusammenfassen
131	16	Schülern helfen, Lücken zu schließen
141	15	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
127	14	Klärung schwieriger Sachverhalte

Periode, in der sich die Schüler allmählich auf den Unterrichtsgegenstand einstimmen können, vorschalten; FAU und LV dürften dann im Mittelteil einer Lehrsequenz eine größere Rolle spielen. Am Ende einer Lehrsequenz mag das FUG die Funktion besitzen, Erarbeitetes auszuweiten, in andere Zusammenhänge einzuordnen, gelegentlich auch Neues einzuführen.

Selten wird das FUG im Hinblick auf die in Tabelle 24 angegebenen Verwendungssituationen benutzt (Ränge 20 bis 14).

Erstaunlich ist hier lediglich, wie selten das FUG sich über ganze Unterrichts-

Tabelle 25: Faktor 1 - Freies Unterrichtsgespräch (FUG)

Ladung	Item Nr.	Rangplatz der Zellenmittelwerte in Spalte IV (FUG)	FUG (Stichwort)
+.69	130	3	den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herstellen
+.68	123	6	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
+.67	122	7	neuen Sachverhalt einführen
+.62	125	12	Beweise führen
+.62	131	16	Schülern helfen, Lücken zu schließen
+.61	128	2	am Anfang einer Lehrsequenz
+.61	127	14	Klärung schwieriger Sachverhalte
+.61	132	1	Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
+.58	134	13	Zielsetzung verdeutlichen
+.58	129	4	am Ende einer Lehrsequenz
+.57	124	8	fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herausarbeiten
+.56	133	11	sichern, daß alle Schüler folgen
+.56	136	20	schneller vorankommen
+.54	139	18	Lösungsschemata einüben
+.52	126	9	Konzentration der Schüler erhöhen
+.50	138	17	zusammenfassen
+.47	135	10	Leistungskontrolle
+.47	137	5	Unterrichtsgespräch einleiten
+.37	141	15	über ganze Stunden hinweg
+.35	140	19	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik

stunden erstreckt, was sich freilich aus der fachspezifisch geringen Bedeutung dieser Methode erklärt.

In der Faktorenanalyse der Items 82 bis 161, in welcher fünf Faktoren extrahiert wurden, die eine Varianz von 43.8 Prozent aufklären, erscheinen die Items 122 bis 141 als eigener Faktor (Faktor 1 — vgl. Tabelle 25).

Der Faktor besteht aus sämtlichen Verwendungssituationen in Spalte IV der Matrix. Er erweist sich — wie auch die übrigen — in größeren Lösungen als stabil; beispielsweise tritt er in einer 10-Faktoren-Lösung und in einer 15-Faktoren-Lösung derselben Items nahezu unverändert auf: Es fehlt dort lediglich Item 140, und die Reihenfolge der Items variiert leicht. Das FUG dient nach Auskunft dieser Analyse vor allem denjenigen Zwecken, die auf diesem Faktor hoch laden. So wird beispielsweise ein Lehrer, der häufig (beziehungsweise selten) das FUG in der Situation X gebraucht, es in der Regel auch häufig (beziehungsweise selten) in der Situation Y verwenden, wenn X und Y Items in demselben Faktor sind, hohe Ladungen aufweisen und dasselbe Vorzeichen tragen; der Zusammenhang ist im allgemeinen jedoch weniger eng, wenn X und Y niedrige Faktorenladungen haben, wie sich auch an den Interkorrelationen der ersten gegenüber den letzten Items des Faktors erkennen läßt, die durchweg höher liegen.

Das FUG scheint sich demnach vor allem bei der Neueinführung von Sachverhalten, der Verdeutlichung der Zusammenhänge zwischen Sachverhalten, der individuell zugemessenen Hilfe durch Schließen von Lücken und der Klärung schwieriger Sachverhalte zu bewähren; ferner bietet es den Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten und eignet sich zum Führen geometrischer und arithmetischer Beweise (die Lehrer mögen hier an so etwas wie das von Wagenschein [1973] beschriebene „Unterrichtsgespräch zu dem Satz Euklids über das Nichtabbrechen der Primzahlen“ gedacht haben).

Betrachtet man die 3. Spalte der Tabelle 25 (Rangplätze), so fällt auf, daß zwar eine deutliche Häufung niedriger Rangplätze bei den Items mit hoher Ladung — und umgekehrt — auftritt (beispielsweise ist die Summe der ersten acht Rangplätze = 61, die der letzten acht = 113), die Übereinstimmung jedoch nicht perfekt genannt werden kann. Derartige Schwankungen wird man jedoch von vornherein erwarten, da in die Faktorenanalyse mehr Informationen (zum Beispiel die Streuungen der Items) eingehen als in die Rangordnung der Mittelwerte. Die Schwankungen sind im übrigen bei den Faktoren 2 bis 4 (LV, FEUG, FAU) geringfügiger.

Eine weitere Faktorenanalyse, die sich auf die Items 122 bis 141 allein erstreckte, ergab vier Faktoren, die eine Varianz von insgesamt 53.6 Prozent aufklären (34.8, 8.0, 5.8 und 5.1 Prozent). Der dominante erste Faktor besteht aus den in Tabelle 26 aufgeführten Items

Tabelle 26: Faktor 1 – Freies Unterrichtsgespräch

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.63	122	neuen Sachverhalt einführen
.63	123	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
.61	125	Beweise führen
.47	124	fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herausarbeiten
.47	132	Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
.46	127	Klärung schwieriger Sachverhalte
.44	141	über ganze Stunden hinweg
.37	128	am Anfang einer Lehrsequenz

Auf diesem Faktor laden überwiegend diejenigen Items, die auch den oben erwähnten Faktor der Gesamtanalyse aller Items der Methoden- und Situationsmatrix anführen (Ausnahme: Item 141). Lehrer, die in diesem Faktor hoch liegen, verwenden das FUG vor allem sachorientiert: zur Einführung neuer Sachverhalte, zur Beweisführung, zur Herstellung von Zusammenhängen sowie zur Klärung schwieriger Sachverhalte. Zugleich bietet es Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten.

Es sei an dieser Stelle vermerkt, daß die Vorbereitung der Lehrer auf Unterrichtsstunden, in welchen sie vom FUG Gebrauch machen wollen, der Tendenz nach in einer Detailplanung nur des Stundenbeginns besteht; der weitere Verlauf richtet sich nach den Fragen und Antworten der Schüler und wird nicht durch die Fragen und Impulse des Lehrers gesteuert, wie es aus den Korrelationen einiger Items mit den Items 32 und 33 hervorgeht⁶⁶. Hierin läßt sich eine gewisse Bestätigung dafür sehen, daß die Lehrer den Versuch unternehmen, ein Gespräch zustande zu bringen, in welchem nicht nur sie im Zentrum stehen.

Die übrigen Faktoren lohnen nicht eine ausführliche Darstellung: Faktor 2 wird vor allem durch Item 131 (Lücken schließen) mit einer Ladung von +.83 bestimmt; Faktor 3 faßt die fünf häufigsten und Faktor 4 die vier seltensten Items (neben wenigen anderen) zusammen.

2.6.1.2 Der Lehrervortrag

Der LV wurde nach Ausweis der Spaltensummen am dritthäufigsten von den zur Auswahl vorgegebenen Methoden im Unterricht verwendet⁶⁷ (Ränge 1 bis 7; vgl. Tabelle 27).

Tabelle 27: Situationen, in denen der Lehrervortrag häufig verwendet wird

Item Nr.	Text
100	um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
94	um die unterrichtliche Zielsetzung zu verdeutlichen
98	um zusammenzufassen
87	zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind
97	um ein Unterrichtsgespräch einzuleiten
84	um fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herauszuarbeiten
96	um schneller voranzukommen

Für diese Zwecke dürfte der LV in der Tat gut geeignet sein, da es hier vorwiegend um Übermittlung von Informationen geht, über die die Schüler nicht verfügen. Daß der LV auch immer wieder gewählt wird, um schneller voranzukommen, leuchtet ein; wie effektiv diese ökonomische Form der Informationsweitergabe ist — gemessen an dem, was die Schüler davon aufnehmen —, wäre eine Überprüfung wert⁶⁸, insbesondere im Vergleich zu den Auswirkungen des FEUG (eventuell auch des FAU), gilt doch der LV mehr als die übrigen hier vorgegebenen Methoden in der methodischen Literatur und Ausbildung als obsolet; im allgemeinen geht man von der Forderung aus, der Lehrer müsse ein gegebenes Problem gemeinsam mit seiner Klasse entwickeln. Dabei wird freilich übersehen, daß die Entwicklung eines Gedankens aufgrund der Fehler und Irrwege, die sich bei der Rollenverteilung des FEUG einstellen, in für die Schüler schwer nachvollziehbaren Sprüngen verlaufen kann, während im LV eine stringente Gedankenführung leichter durchzuhalten ist. Vielleicht ist die Beobachtung, daß die Schüler während eines fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs beim Klingelzeichen oft unvermittelt aufspringen und den Raum verlassen möchten, obwohl Lehrer und Klasse den Gedanken längst nicht abgeschlossen haben, dadurch zu erklären, daß den Schülern durch die zahlreichen Nebengleise des Gesprächs die Übersicht über das anstehende Problem verlorengeht. Dies dürfte beim Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten seltener der Fall sein, weil der Lehrer hier den Fortgang des Gesprächs stärker beeinflussen kann. Relativ selten wird der LV in folgenden Situationen verwandt (Rangplätze 20 bis 14; vgl. Tabelle 28).

Tabelle 28: Situationen, in denen der Lehrervortrag selten verwendet wird

Item Nr.	Text
95	zur Leistungskontrolle
101	die Unterrichtsmethode wurde über ganze Unterrichtsstunden hinweg verwendet
92	um Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten zu geben
93	um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
86	um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
99	um Lösungsschemata einzuüben
82	um einen neuen Sachverhalt einzuführen

Nur selten machen die Lehrer in ihrer 7. Klasse vom LV über die ganze Unterrichtsstunde hinweg Gebrauch; immerhin gaben noch 10.6 Prozent der Lehrer eine positive Antwort auf diese Frage (Item 101).

In der Faktorenanalyse der Items 82 bis 161 erscheint der LV als zweiter Faktor (vgl. Tabelle 29).

Tabelle 29: Faktor 2 - Lehrervortrag (LV)

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der Mittelwerte in Spalte II	Lehrervortrag (Stichwort)
+ .75	98	3	zusammenfassen
+ .73	94	2	Zielsetzung verdeutlichen
+ .63	83	10	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
+ .63	96	7	schneller vorankommen
+ .63	85	13	Beweise führen
+ .61	87	4	Klärung schwieriger Sachverhalte
+ .60	88	8	am Anfang einer Lehrsequenz
+ .59	91	9	Schülern helfen, Lücken zu schließen
+ .59	97	5	Unterrichtsgespräch einleiten
+ .58	84	6	fachübergreifende Aspekte herausarbeiten
+ .57	82	14	neue Sachverhalte einführen
+ .55	90	12	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
+ .48	100	1	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
+ .42	89	11	am Ende einer Lehrsequenz

Die Items mit den hohen Ladungen beschreiben wiederum diejenigen Verwendungssituationen, für welche der LV besondere Bedeutung besitzt. Die in Faktor 2 nicht erscheinenden Items, die zur Spalte LV gehören, tauchen in Faktor 5 auf und bezeichnen diejenigen Situationen, in denen der LV weniger gut geeignet sein dürfte.

Die Faktorenanalyse der Items 82 bis 101 allein förderte fünf Faktoren zutage, die 60.7 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (32.2, 11.8, 5.9, 5.6 und 5.2 Prozent). Der Varianzanteil des ersten Faktors ist auch hier auffällig hoch (vgl. Tabelle 30).

Tabelle 30: Faktor 1 – Lehrervortrag

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.70	86	Konzentration der Schüler erhöhen
.58	93	sichern, daß alle Schüler folgen
.58	91	Schülern helfen, Lücken zu schließen
.44	87	Klärung schwieriger Sachverhalte
.44	99	Lösungsschemata einüben
(.35	85	Beweise führen) ^a
(.31	96	schneller vorankommen)

^a Die Klammer bedeutet, daß dasselbe Item in einem anderen Faktor mit höherer Ladung auftaucht.

Faktor 1 umfaßt vor allem diejenigen Intentionen, die sich nach Auskunft der Mathematikdidaktiken mit anderen Unterrichtsmethoden besser realisieren lassen als durch LV: dieser eignet sich weder, um sicherzustellen, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen (93), noch ist er ein Weg, um die Konzentration der Schüler zu erhöhen (86) oder Lösungsschemata einzuüben (99). Diese Items weisen erwartungsgemäß niedrige Mittelwerte auf. Lehrer, die auf diesem Faktor niedrig liegen, dürften auch eher darauf verzichten, den LV einzusetzen, um den Schülern Lücken schließen zu helfen (91) oder um Sachverhalte zu klären, die für die Schüler besonders schwierig sind (87). Beide Items haben jedoch keine niedrigen Mittelwerte (1.48 beziehungsweise 2.17), werden also von den Lehrern durchaus als mit dem Lehrervortrag vereinbar bezeichnet. Niedrige Faktorwerte würden daher auf eine Abstinenz gegenüber dem LV auch bei denjenigen im Faktor auftretenden Items hindeuten, denen zahlreiche andere Lehrer zustimmen.

Tabelle 31: Faktor 2 – Lehrervortrag

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.72	100	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
.64	94	Zielsetzung verdeutlichen
.54	96	schneller vorankommen
.54	98	zusammenfassen
.47	97	Unterrichtsgespräch einleiten

Der zweite Faktor (vgl. Tabelle 31) faßt Items zusammen, welche in der Rangordnung der Mittelwerte auf den ersten Plätzen stehen, Verwendungssituationen also, für die der Vortrag den Lehrern besonders geeignet erscheint: Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik geben, die Zielsetzung des Unterrichts verdeutlichen, zusammenfassen, ein Unterrichtsgespräch einleiten, schneller vorankommen. (Daß die den Faktor 2 bildenden Items nicht sämtlich auch den Faktor „Lehrervortrag“ der Gesamtanalyse aller Items der Matrix anführen, ist angesichts der größeren, dort bearbeiteten Informationsmenge nicht unverständlich. Die dort hoch ladenden Items charakterisieren den Lehrervortrag im Unterschied zu den übrigen vorgegebenen Unterrichtsmethoden, beziehungsweise der LV ist den in den ersten Items repräsentierten Verwendungssituationen angemessener als andere Methoden. Im hier interpretierten Faktor 2 gruppieren sich diejenigen Items, die angeben, in welchen Situationen der LV am häufigsten Verwendung findet; allerdings ist auch dies ein relatives Urteil — relativ zu den anderen Methoden —, da anzunehmen ist, daß die Lehrer die Matrix zeilenweise ausgefüllt haben, also die Frage beantwortet haben, mit welcher der vorgegebenen Methoden sie in einer bestimmten — seltenen oder häufigen — Situation operieren. Ein gutes Beispiel hierfür stellen die Items 100, 120, 140, 160 dar: Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik werden, absolut gesehen, gewiß selten und dann auch nur kurz gegeben; gleichwohl hat Item 100 ein arithmetisches Mittel von $\bar{X} = 2.74$. Der Vergleich der Zellenmittelwerte dieser Zeile zeigt deutlich, daß der LV für diesen Zweck die Methode der Wahl darstellt, und zwar tendenziell unabhängig davon, wie oft, absolut gesehen, Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik gegeben werden. Als weitere Beispiele vgl. die Items 84, 104, 124, 144).

Faktor 3 (vgl. Tabelle 32) enthält nur drei Items, die nicht in anderen Faktoren höher laden als hier. Sie beschreiben die Funktion, die der LV am Anfang

Tabelle 32: Faktor 3 - Lehrervortrag

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.77	82	neue Sachverhalte einführen
.61	85	Beweise führen
.51	88	am Anfang einer Lehrsequenz
(.37	83	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen)
(.36	87	Klärung schwieriger Sachverhalte)
(.36	96	schneller vorankommen)
(.32	94	Zielsetzung verdeutlichen)
(.32	90	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen)
(.30	98	zusammenfassen)

einer Unterrichtsstunde zur Einführung neuer Sachverhalte und zum Führen geometrischer oder arithmetischer Beweise haben kann. — Allein aus inhaltlichen Erwägungen war zu erwarten, daß die Items 82, 85, 88 und 90 miteinander korrelieren; ihr gemeinsames Auftreten in einem Faktor zeigt, daß die Lehrer konsistent geantwortet haben.

Tabelle 33: Faktor 4 - Lehrervortrag

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.68	84	fachübergreifende Aspekte herausarbeiten
.57	83	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
.43	90	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
.38	89	am Ende einer Lehrsequenz
(.35	98	zusammenfassen)

Im Unterschied zu Faktor 3 dient der LV, wie er in Faktor 4 erscheint (vgl. Tabelle 33), der Erläuterung von Zusammenhängen zwischen Sachverhalten beziehungsweise der Anknüpfung an bereits bekannte Sachverhalte sowie der Herausarbeitung fachübergreifender Aspekte, und zwar eher am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit. Die genannten Verwendungszwecke scheinen insgesamt durchaus sinnvoll mit dem LV erfüllt werden zu können, wenngleich nach Auskunft der Lehrer auch andere Methoden dafür zur Verfügung stehen.

Der fünfte Faktor enthält lediglich zwei Items, die nicht in anderen Faktoren eine höhere Ladung besitzen, und bleibt daher hier unberücksichtigt.

Insgesamt findet die Vortragsmethode also vor allem in den Situationen Verwendung, die in der Rangreihe der Mittelwerte oben stehen. Untergruppen von Lehrern werden jedoch vom LV häufig auch in anderen Verwendungssituationen Gebrauch machen oder umgekehrt sich sogar in bezug auf die ranghöchsten Items abtinent verhalten: Lehrer, die in Faktor 2 der Gesamtanalyse niedrig beziehungsweise hoch liegen. Im Durchschnittsbild sind es also die in den Items 100, 94, 98, 87, 97, 84 und 96 angesprochenen Situationen, in denen der LV relativ zu anderen Methoden adäquat erscheint; Gegner des LV dürften ihn selbst zu diesen Zwecken und in diesen Situationen nur selten einsetzen; hingegen werden seine Befürworter ihn sogar in der Hoffnung verwenden, dadurch die Konzentration der Schüler zu erhöhen (86) (63.9 Prozent der Lehrer sagen hier „nie“), ja sogar über ganze Unterrichtsstunden hinweg Vorträge halten (101) (vgl. auch die übrigen rangniedrigen Items).

2.6.1.3 *Das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird*

Das FEUG findet sich in nahezu jeder der aufgeführten Verwendungssituationen, besonders in den in Tabelle 34 genannten (Ränge 1 bis 7)

Tabelle 34: Situationen, in denen das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch häufig verwendet wird

Item Nr.	Text
142	um einen neuen Sachverhalt einzuführen
145	um Beweise zu führen (geometrische und arithmetische)
143	um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen
150	um den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herzustellen
148	am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit
146	um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
153	um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen

Seltener⁶⁹ wird das FEUG dagegen in den Situationen geführt, die die Rangplätze 20 bis 14 einnehmen (vgl. Tabelle 35).

Tabelle 35: Situationen, in denen das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch seltener verwendet wird

Item Nr.	Text
160	um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
156	um schneller voranzukommen
158	um zusammenzufassen
149	am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit
161	die Unterrichtsmethode wurde über ganze Unterrichtsstunden hinweg verwendet
144	um fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herauszuarbeiten
159	um Lösungsschemata einzuüben

Aus dieser Zusammenstellung läßt sich erkennen, daß das FEUG vorwiegend der Verfolgung inhaltlicher Ziele dient und weniger aus pädagogisch-psychologischen Intentionen heraus Verwendung findet (wie zum Beispiel der FAU). Außerdem wird es häufiger zu Beginn einer Lehrsequenz geführt als an deren Ende. Es leuchtet im übrigen ein, daß diese Methode häufiger als die anderen über ganze Unterrichtsstunden hinweg angewandt wird.

In der Faktorenanalyse der gesamten Itemmatrix erscheint das FEUG als 3. Faktor (vgl. Tabelle 36).

Deutlich ist bei diesem Faktor wiederum, daß die Summe der Rangplätze der Items mit hohen Ladungen weit niedriger ist als die Summe der Rangplätze der Items mit niedriger Ladung. Die Items mit hoher Ladung zeigen, daß das FEUG in Situationen relevant ist, welche durch Sachorientiertheit und Beachtung der Schüler (Aufmerksamkeit, Motivation) charakterisiert sind. Es dient ebenso der Einführung neuer Sachverhalte wie der Integration von Kenntnissen und der Herausarbeitung von Zusammenhängen. Ferner wird es genutzt, um Beweise zu führen, also in besonders intensiven und anspruchsvollen Phasen des Unterrichts.

Die Faktorenanalyse der Items 142 bis 161 erbrachte fünf Faktoren mit einem Eigenwert über 1, die 55.2 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (29.1, 8.3, 6.4, 6.1 und 5.3 Prozent).

Tabelle 36: Faktor 3 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch (FEUG)

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der Mittelwerte in Spalte V (FEUG)	FEUG, um (Stichwort)
-66	150	4	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
-64	142	1	neuen Sachverhalt einführen
-61	146	6	Konzentration der Schüler erhöhen
-58	153	7	sichern, daß alle Schüler folgen
-57	145	2	Beweise führen
-57	143	3	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
-56	156	19	schneller vorankommen
-54	144	15	fachübergreifende Aspekte herausarbeiten
-53	147	10	Klärung schwieriger Sachverhalte
-53	151	11	Lücken schließen helfen
-51	148	5	am Anfang einer Lehrsequenz
-50	158	18	zusammenfassen
-50	157	13	Unterrichtsgespräch einleiten
-49	152	8	Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
-48	149	17	am Ende einer Lehrsequenz
-46	154	12	Zielsetzung verdeutlichen
-45	155	9	zur Leistungskontrolle
-43	159	15	Lösungsschemata einüben
-32	161	15	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
(-23	160)	20	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik

Tabelle 37: Faktor 1 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.67	142	neuen Sachverhalt einführen
.57	143	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
.52	145	Beweise führen
.52	148	am Anfang einer Lehrsequenz
.48	161	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
.44	150	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen

Faktor 1 (vgl. Tabelle 37) enthält überwiegend Items, die sowohl im Faktor der Gesamtanalyse der Matrix als auch in der Rangfolge der Mittelwerte oben an stehen. Die meisten Items beziehen sich auf inhaltliche Aspekte des Unterrichts. Im übrigen wird vom FEUG ausgiebig Gebrauch gemacht, und zwar am Anfang der Stunde und auch über ganze Unterrichtsstunden hinweg (Item 161); 15.2 Prozent der Lehrer führen das FEUG sehr oft, 27.1 Prozent oft, 23.5 Prozent manchmal, 11.9 Prozent selten und 22.4 Prozent nie.

Tabelle 38: Faktor 2 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.66	153	sichern, daß alle Schüler folgen
.48	152	Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
.44	155	zur Leistungskontrolle
.41	157	Unterrichtsgespräch einleiten
.40	158	zusammenfassen
(.37	146	Konzentration der Schüler erhöhen)
.35	159	Lösungsschemata einüben
(.34	150	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen)

Im Unterschied zum ersten Faktor (Inhalte) stellt der zweite Faktor (vgl. Tabelle 38) stärker pädagogisch akzentuierte Verwendungssituationen zusammen. Das leitende Item 153 und Item 146 deuten auf die plausible motivierende, aber auch kontrollierende Wirkung hin, die ein FEUG hervorrufen kann; auf das Kontrollmoment deutet darüber hinaus Item 155. Ferner sind die Lehrer der Ansicht, daß das FEUG den Schülern auch Gelegenheit zu produktivem Verhalten bietet (152) — eine Einschätzung, die möglicherweise durch den Begriff „Unterrichtsgespräch“ nahegelegt wurde; vielleicht spiegelt sich in dem Auftreten dieses Items aber auch die Affinität des FEUG zu „heuristischen Verfahren“ in der traditionellen Mathematikdidaktik.

Tabelle 39: Faktor 3 – Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.65	149	am Ende einer Lehrsequenz
.55	158	zusammenfassen
.44	144	fachübergreifende Aspekte
(.36	143	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen)
(.35	150	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen)

Der dritte Faktor (vgl. Tabelle 39) vereinigt Situationen, in denen das FEUG relativ selten vorkommt (die Mittelwerte liegen aber immerhin noch bei „manchmal“). Es dient hier der zusammenfassenden Betrachtung am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit, wobei fachübergreifende Aspekte sowie Zusammenhänge zwischen mathematischen Sachverhalten herausgearbeitet werden. Die Faktoren 4 und 5 enthalten jeweils nur zwei Items, die nicht auch höhere Ladungen in anderen Faktoren hätten, und bleiben deshalb außerhalb der Betrachtung.

2.6.1.4 Der Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten

Die — nach dem FEUG — zweithäufigste Methode im Mathematikunterricht ist nach den Angaben der Lehrer der Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten (FAU)⁷⁰. Am häufigsten wird der FAU für jene Verwendungssituationen vorgesehen (Ränge 1 bis 7), die in Tabelle 40 aufgelistet sind.

Tabelle 40: Situationen, in denen der Frage-und-Antwort-Unterricht häufig verwendet wird

Item Nr.	Text
111	um Schülern zu helfen, ihre Lücken zu schließen
113	um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
115	zur Leistungskontrolle
119	um Lösungsschemata einzuüben
107	zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind
106	um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
105	um Beweise zu führen (geometrische oder arithmetische)

Bei dieser Methode wird klar erkennbar ein besonders enger kognitiver Kontakt zwischen Lehrer und Schüler hergestellt, wobei der Lehrer den Eindruck haben mag, beim Klären schwieriger Sachverhalte die Vorkenntnisse der Schüler berücksichtigen, aufkommende Mißverständnisse sofort erkennen und darauf reagieren sowie noch vorhandene Kenntnislücken schließen zu können. Ferner scheint der FAU dazu geeignet zu sein, die Schüler unter Kontrolle zu halten, da nicht nur ihre Mitarbeit und Konzentration, sondern auch ihr Kenntnisstand ständig überprüfbar bleiben. Schließlich besitzt der FAU noch einen Drillaspekt; durch diese Methode lassen sich offensichtlich — besser als durch die übrigen Methoden — Lösungsschemata einüben.

Eher selten findet der FAU in jenen Situationen Verwendung (Rangplätze 20 bis 13), die in Tabelle 41 genannt werden.

Tabelle 41: Situationen, in denen der Frage-und-Antwort-Unterricht selten verwendet wird

Item Nr.	Text
120	um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
121	die Unterrichtsmethode wurde über ganze Unterrichtsstunden hinweg verwendet
112	um Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten zu geben
117	um ein Unterrichtsgespräch einzuleiten
114	um die unterrichtliche Zielsetzung zu verdeutlichen
104	um fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herauszuarbeiten
109	am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit
108	am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit

Auch diese Angaben besitzen hohe Plausibilität. Die relativ niedrigen Werte bei Item 108 und 109 (am Anfang beziehungsweise am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit) deuten darauf hin, daß der FAU in einem mittleren Abschnitt einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit seinen Platz hat. Einerseits müssen für ihn zunächst bestimmte Voraussetzungen (mittels anderer Methoden) geschaffen werden, andererseits bietet er wegen einer gewissen Enge und Begrenztheit nicht genügend Spielraum für die Weiterarbeit oder Ausweitung des Gelernten: Anfang und Ende einer Lehrsequenz werden am häufigsten durch das FEUG und das FUG gestaltet. Diese Aussage steht nicht im Widerspruch zu dem Befund, daß der FAU durchaus auch über ganze Stunden hinweg praktiziert wird, wie die Verteilung der Häufigkeiten zeigt (vgl. Tabelle 42). Die Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit erstreckt sich nämlich in der Regel über mehrere Unterrichtsstunden.

Tabelle 42: Verwendung des Frage-und-Antwort-Unterrichts über ganze Stunden hinweg

Nie	Selten	Manchmal	Oft	Sehr oft
42.6 %	25.3 %	15.5 %	12.1%	4.5 %

In der Faktorenanalyse der Gesamtmatrix tritt der FAU als 4. Faktor in Erscheinung (vgl. Tabelle 43).

Tabelle 43: Faktor 4 – Frage-Antwort-Unterricht (FAU)

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der Mittelwerte in Spalte III (FAU)	FAU (Stichwort)
-.68	110	11	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
-.65	103	9	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
-.63	113	2	sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
-.63	102	8	neuen Sachverhalt einführen
-.62	106	6	Konzentration der Schüler erhöhen
-.62	105	7	Beweise führen
-.61	108	13	am Anfang einer Lehrsequenz
-.56	111	1	Lücken schließen
-.54	104	15	fachübergreifende Aspekte herausarbeiten
-.52	117	17	Unterrichtsgespräch einleiten
-.49	116	10	schneller vorankommen
-.48	118	12	zusammenfassen
-.47	115	3	zur Leistungskontrolle
-.46	107	5	Klärung schwieriger Sachverhalte
-.45	119	4	Lösungsschemata einüben
-.43	109	14	am Ende einer Lehrsequenz
-.43	121	19	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
-.39	114	16	Zielsetzung verdeutlichen
-.34	112	18	produktives Verhalten
(-.09	120)	20	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik

Der FAU zeigt hier eine erstaunliche Ähnlichkeit mit dem FEUG (Faktor 3): die ersten sechs Items sind dieselben (in leicht variiertes Reihenfolge). Und bei den restlichen Items gibt es nur schwache Verschiebungen, und zwar in Richtung auf eine etwas größere „Primitivität“ des FAU. (Zum Beispiel liegen die Items 107 — Klärung schwieriger Sachverhalte — und 112 — produktives Verhalten — weiter unten.) Andererseits weichen die besonders häufig genannten Verwendungsmöglichkeiten von FEUG und FAU voneinander ab: dort sachorientierte Ziele, hier „pädagogische“ Verwendungszwecke (Sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen; Erhöhung der Konzentration). Es wird später zu prüfen sein, wieweit sich aus diesen Be-

funden die Notwendigkeit ergibt, die ursprünglichen Methodenkonzepte zu korrigieren beziehungsweise schärfer voneinander abzugrenzen.

Die Faktorenanalyse der Items 102 bis 121 identifiziert vier Faktoren mit einem Eigenwert über 1, die 53.5 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (30.8, 8.7, 8.3 und 5.7 Prozent). Wieder überwiegt der 1. Faktor erheblich. Er besteht aus den in Tabelle 44 aufgeführten Items.

Tabelle 44: Faktor 1 - Frage-und-Antwort-Unterricht

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.70	103	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
.69	102	neuen Sachverhalt einführen
.60	105	Beweise führen
.50	110	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
(.43)	108	am Anfang einer Lehrsequenz)
(.42)	104	fachübergreifende Aspekte)
.41	121	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
(.41)	106	Konzentration der Schüler erhöhen)
(.39)	112	Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben)
.39	107	Klärung schwieriger Sachverhalte
(.36)	113	sichern, daß alle Schüler folgen)

Auffällig ist auch hier wieder vor allem die fast vollständige Übereinstimmung der auf diesem Faktor ladenden Intentionen beziehungsweise Verwendungssituationen mit denjenigen Items, die den Faktor 1 des FEUG bilden. Dies weist auf eine zumindest partielle, funktionale Ähnlichkeit der beiden Methoden hin (was im übrigen noch nichts über Wirkungen aussagt); oder es bedeutet, daß die Lehrer Schwierigkeiten beim Unterscheiden der Methoden gehabt haben. Also werden auch im FAU neue Sachverhalte eingeführt, Beweise geführt und Zusammenhänge zwischen Sachverhalten hergestellt. Auch er wird, nur nicht ganz so oft wie das FEUG, über ganze Stunden hinweg ausgedehnt.

Faktor 2 (vgl. Tabelle 45) faßt überwiegend die dem FAU besonders häufig zugeordneten Situationen zusammen. Vor allem kommt es darauf an, die Schüler zu kontrollieren, ihre Konzentration zu erhöhen sowie ein hohes Tempo im inhaltlichen Fortschreiten vorzulegen (116). Beherrschung (111) und Routinisierung (119) eines Sachverhalts durch die Schüler sind weitere, mit dem FAU in diesem Zusammenhang verfolgte Ziele.

Tabelle 45: Faktor 2 – Frage-und-Antwort-Unterricht

Ladung	Item Nr.	Stichwort
.60	113	sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
.59	116	schneller vorankommen
.55	111	Lücken schließen
.49	115	zur Leistungskontrolle
.43	106	Konzentration der Schüler erhöhen
.42	119	Lösungsschemata einüben
(.39)	118	zusammenfassen)
(.34)	107	Klärung schwieriger Sachverhalte)
(.33)	105	Beweise führen)

Während Faktor 3 keine weiteren Einsichten über die Verwendung des FAU liefert, finden sich in Faktor 4 Zielsetzungen, für welche diese Methode wenig geeignet erscheint: zur Verdeutlichung der unterrichtlichen Zielsetzung (114), zur Information über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik (120), zum Herausarbeiten fachübergreifender Aspekte eines Sachverhalts (104) sowie zur Zusammenfassung (118).

2.6.2 Die Verwendungssituationen (Zeilen)

2.6.2.1 In den Verwendungssituationen bevorzugte Methoden

Die zweite Frage, die sich an die Matrix der Items 82 bis 161 richten läßt und die schon gelegentlich angesprochen wurde, ist die nach den Methoden, mit welchen die aufgeführten Verwendungssituationen beziehungsweise Intentionen des Unterrichts vorzugsweise (beziehungsweise eher nicht) verfolgt werden. Hierbei wird wiederum die Rangordnung der Mittelwerte zugrunde gelegt. Es ergeben sich klare Häufungen bestimmter, von den Lehrern bevorzugter Methoden für jede Verwendungssituation, so daß die in der Fachdidaktik⁷¹ bislang nur ganz allgemein postulierte Zuordnung von Methoden und Intentionen hier eine empirische Konkretisierung findet (wobei freilich die Auswirkungen auf die Schüler noch der Überprüfung bedürfen).

Es fällt auf, daß bestimmte Kombinationen häufiger als andere in den Rangfolgen auftauchen. Beispielsweise gibt es eine große Anzahl von Verwendungssituationen, in denen das FEUG am häufigsten, der LV zugleich am seltensten Verwendung finden, was sich nur zum Teil aus dem Überwiegen des

Tabelle 46: Sach- und problembezogene Unterrichtssituationen

Item Nr.	Stichwort	Am häufigsten durch	Am seltensten durch
82, 102 122, 142	einen neuen Sachverhalt einführen	FEUG	LV
83 ...	den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen	FEUG	LV
87 ...	Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind	FAU	FUG
90 ...	den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herstellen	FEUG	LV
85 ...	Beweise führen (geometrische oder arithmetische)	FEUG	FUG
100 ...	Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik geben	LV	FAU
84 ...	fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herausarbeiten	FEUG; LV	FAU
97 ...	ein Unterrichtsgespräch einleiten	FEUG; LV	FAU
96 ...	schneller vorankommen	FAU; LV	FUG
99 ...	Lösungsschemata einüben	FAU	FUG
98 ...	zusammenfassen	LV	FUG
<i>Zeitbezogene Items</i>			
88 ...	am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit	FEUG	LV
89 ...	am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit	FEUG	LV
101 ...	die Unterrichtsmethode wurde über ganze Unterrichtsstunden hinweg verwendet	FEUG	LV

FEUG gegenüber den anderen Methoden erklärt. Ferner läßt sich beobachten, daß das FEUG und der FAU oft benachbarte Rangplätze einnehmen, was auf eine partielle Funktionsüberlappung der beiden Methoden hindeutet (vgl. auch oben, Faktor 4 der Gesamtanalyse). Andererseits gibt es jedoch auch Unterschiede zwischen FAU und FEUG, beispielsweise bei der Einleitung eines Unterrichtsgesprächs (97...), bei der sich die Lehrer am häufigsten für das FEUG, am seltensten für den FAU entscheiden; oder wenn fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herausgearbeitet werden (84...), wobei wiederum das FEUG die häufiger angewandte Methode darstellt. Die Rangfolge der Methoden am Ende (89...) beziehungsweise am Anfang

Tabelle 47: Schülerorientierte Verwendungssituationen

Item Nr.	Stichwort	Am häufigsten durch	Am seltensten durch
92 ...	Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben	FUG	LV
91 ...	Schülern helfen, ihre Lücken zu schließen	FAU	FUG
86 ...	die Konzentration der Schüler erhöhen	FEUG; FAU	LV
94 ...	die unterrichtliche Zielsetzung verdeutlichen	LV	FUG
93 ...	sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen	FAU	LV
95 ...	zur Leistungskontrolle	FAU	LV

(88...) einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit ist identisch: am häufigsten findet sich in beiden Verwendungssituationen das FEUG, am seltensten der LV. Letzteres ist etwas erstaunlich, da der LV doch eine wichtige Rolle spielt, wenn es darum geht, zusammenzufassen (Item 98), und weil er bei der Eröffnung einer Lehrsequenz durchaus angemessen sein könnte; offenbar kommt dort jedoch das freiere Gespräch (FEUG) den Bedürfnissen der Situation stärker entgegen (Einstimmen der Schüler und Lehrer).

Die klarsten Zuordnungen von Methoden und Verwendungssituationen ergeben sich dort, wo bei zeilenweiser Betrachtung sich eine einzige Zelle als stark, die übrigen drei als schwach besetzt zeigen. Dies trifft nur für wenige Verwendungssituationen zu: Um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben, bedienen sich die Lehrer fast ausschließlich des Lehrervortrags ($\bar{X} = 2.74$), nicht aber der übrigen Methoden; um Lösungsschemata einzuüben, ist der FAU die bevorzugte Methode, die unterrichtliche Zielsetzung wird überwiegend mit Hilfe des LV verdeutlicht; über ganze Unterrichtsstunden hinweg schließlich findet sich überwiegend das FEUG. Umgekehrt gibt es einige Verwendungssituationen, in welchen den Lehrern eine bestimmte Methode unangebracht zu sein scheint (wobei sich meist triviale Zuordnungen ergeben): der LV, um die Konzentration der Schüler zu erhöhen; das FUG zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind; oder um den Schülern zu helfen, ihre Lücken zu schließen; der LV, um den Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten zu geben oder um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen; schließlich das FUG, um schneller voranzukommen oder um zusammenzufassen. Partiiell hiermit übereinstimmende Resultate liefert der Faktor 5 der Gesamtanalyse aller Items in der Matrix (vgl. Tabelle 48).

Tabelle 48: Faktor 5 – Zuordnung von Methoden und Verwendungssituationen

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der zwischen den Methoden	Mittelwerte innerhalb der Methoden	Taucht (mit höherer Ladung) außerdem auf in	Stichwort
1	2	3	4	5	6
+.63	95	4	20		LV zur Leistungskontrolle
+.53	92	4	18		LV Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
+.50	86	4	16		LV Konzentration der Schüler erhöhen
+.48	101	4	19		LV über ganze Unterrichtsstunden hinweg
+.47	93	4	17		LV sichern, daß alle Schüler folgen
+.46	112	3	18		FAU Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
(+.44	117)	4	17	F 4	FAU Unterrichtsgespräch einleiten
+.41	120	4	20		FAU Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
+.37	99	3	15		LV Lösungsschemata einüben
(+.36	82)	4	14	F 2	LV neuen Sachverhalt einführen
(+.35	85)	3	13	F 2	LV Beweise führen
(+.34	114)	3	16	F 4	FAU Zielsetzung verdeutlichen
(+.29	109)	3	14	F 4	FAU am Ende einer Lehrsequenz
(+.29	110)	2	11	F 4	FAU Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen

Fortsetzung Tabelle 48

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der zwischen den Methoden	Mittelwerte innerhalb der Methoden	Taucht (mit höherer Ladung) außerdem auf in	Stichwort	
1	2	3	4	5	6	
(+.28	139)	4	18	F 1	FUG	Lösungsschemata einüben
(+.27	90)	4	12	F 2	LV	Zusammenhang zu bekannten Sachverhalten herstellen
(+.27	108)	3	13	F 4	FAU	am Anfang einer Lehrsequenz
(+.27	160)	2	20		FEUG	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
(+.27	83)	4	10	F 2	LV	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen
(+.25	131)	4	16	F 1	FUG	Lücken schließen
(+.25	91)	3	9	F 2	LV	Lücken schließen
(+.25	151)	2	11	F 3	FEUG	Lücken schließen
(+.24	133)	3	11	F 1	FUG	sichern, daß alle Schüler folgen
(+.23	140)	3	19	F 1	FUG	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
(+.22	136)	4	20	F 1	FUG	schneller vorankommen
(+.21	104)	4	15	F 4	FAU	fachübergreifende Aspekte herausarbeiten
(+.21	157)	1	13	F 3	FEUG	Unterrichtsgespräch einleiten
(+.21	87)	3	4	F 2	LV	Klärung schwieriger Sachverhalte

Fortsetzung Tabelle 48

Ladung	Item Nr.	Rangplätze der Mittelwerte zwischen den Methoden	innerhalb der Methoden	Taucht (mit höherer Ladung) außerdem auf in	Stichwort	
1	2	3	4	5	6	
(+.17	152)	2	8	F 3	FEUG	Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
(+.17	138)	4	17	F 1	FUG	zusammenfassen
-.33	132	1	1	F 1	FUG	Gelegenheit zu produktivem Verhalten geben
-.32	100	1	1	F 2	LV	Informationen über geschichtliche Entwicklung der Mathematik
(-.29	142)	1	1	F 3	FEUG	neuen Sachverhalt einführen
(-.26	161)	1	15	F 3	FEUG	über ganze Unterrichtsstunden hinweg
(-.26	145)	1	2	F 3	FEUG	Beweise führen
(-.25	113)	1	2	F 4	FAU	sichern, daß alle Schüler folgen
(-.22	128)	2	2	F 1	FUG	am Anfang einer Lehrsequenz
(-.22	111)	1	1	F 4	FAU	Lücken schließen
(-.21	94)	1	2	F 2	LV	Zielsetzung verdeutlichen
(-.21	148)	1	5	F 3	FEUG	am Anfang einer Lehrsequenz
(-.18	143)	1	3	F 3	FEUG	Zusammenhang zwischen Sachverhalten herstellen

Faktor 5 stellt Verwendungssituationen, in denen die einzelnen Methoden sinnvoll vorkommen (negative Ladungen), solchen gegenüber, in denen sie keine vernünftige Rolle spielen (positive Ladungen). Beispielsweise gilt der LV zur Leistungskontrolle (Item 95) als ungeeignet; hierauf verweist nicht nur die positive Ladung von +.63 auf Faktor 5, sondern auch der vierte Rangplatz, den der Mittelwert zwischen den Methoden einnimmt (Spalte 3; der LV steht also nach dem FAU, dem FEUG und dem FUG), sowie der 20. Rangplatz (Spalte 4), den diese Verwendungssituation im Vergleich zu allen übrigen in bezug auf den LV belegt (der LV wird also zur Leistungskontrolle für ungeeigneter gehalten als für die übrigen 19 Verwendungssituationen und Intentionen). Was die Items des LV betrifft, stellen sie das Komplement zu den im Faktor 2 (siehe oben Tabelle 29 in Abschnitt 2.6.1.2) auftauchenden Items dar; wenn man von den Items 112 und 120 absieht, könnte man diesen Faktor auch als einen zweiten LV-Faktor bezeichnen, welcher Situationen enthält, in denen der LV keine sinnvolle Funktion hat. Obwohl zahlreiche Items eine höhere Ladung in anderen Faktoren als in Faktor 5 besitzen, sind sie hier bis zur Ladung von 0.15 aufgeführt worden, um die Information nicht unausgeschöpft zu lassen, die ihr Auftauchen in Faktor 5 bedeutet. Es ist erkennbar, daß die Items mit positiver Ladung meist auch niedrige Rangplätze im Häufigkeitsvergleich einnehmen (und umgekehrt).

2.6.2.2 Die Zeilensummen

Wie bereits erwähnt, kann man zwar davon ausgehen, daß die Lehrer die Matrix zeilenweise ausgefüllt haben — schon aufgrund der Lesegewohnheiten und schnelleren Bearbeitungsmöglichkeit liegt diese Annahme nahe — und daß die Zahlenwerte hauptsächlich relative Urteile und nicht absolute Werte darstellen. Beispielsweise läßt sich der Mittelwert von 2.74 für das Item 100 nur erklären, wenn man annimmt, daß die Lehrer hier Auskunft darüber gegeben haben, welche Methode sie wählen, wenn sie einmal Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik geben, daß sie damit aber nicht aussagen, sie täten dies „oft“. Gleichwohl muß die absolute Häufigkeit der erfragten Ereignisse bis zu einem gewissen Grade in die Antworten eingegangen sein, weil sonst die Unterschiede zwischen den gemittelten Zeilensummen, welche Tabelle 49 zeigt, unerklärbar wären.

Zunächst seien die Items 172 und 173 (am Anfang beziehungsweise am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit) betrachtet, da sie eine gewisse Sonderstellung einnehmen. Ihr unterschiedlicher Rangplatz zeigt, daß die vier vorgegebenen Methoden insgesamt am Beginn einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit häufiger vorkommen als am Ende; der Beginn wird offen-

Tabelle 49: Rangordnung der Verwendungssituationen nach ihrer Häufigkeit (gemittelte Zeilensummen)

Rang	Summe der vier Zellenmittelwerte geteilt durch vier	Item Nr.	Text
1	2,07	166	um einen neuen Sachverhalt einzuführen
2	2,00	171	zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind
3	1,99	167	um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen
4	1,95	169	um Beweise zu führen (geometrische oder arithmetische)
5	1,94	174	um den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herzustellen
6	1,92	172	am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit
7	1,86	175	um Schülern zu helfen, ihre Lücken zu schließen
8	1,80	177	um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
9	1,79	181	um ein Unterrichtsgespräch einzuleiten
10	1,76	168	um fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herauszuarbeiten
11,5	1,75	178	um die unterrichtliche Zielsetzung zu verdeutlichen
11,5	1,75	170	um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
13	1,72	176	um Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten zu geben
14	1,69	182	um zusammenzufassen
15	1,67	173	am Ende einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit
16	1,65	179	zur Leistungskontrolle
17	1,53	183	um Lösungsschemata einzuüben
18	1,51	180	um schneller voranzukommen
19	1,06	184	um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
20	1,058	185	die Unterrichtsmethode wurde über ganze Unterrichtsstunden hinweg verwendet

bar einer intensiveren methodischen Vorplanung unterworfen als das Ende. Dies entspricht auch dem Befund, den die Items 32, 33 und 34 liefern: Die Detailplanung für den Beginn einer Unterrichtsstunde (bei Offenheit des

weiteren Verlaufs, Items 32 und 33) findet sich häufiger (Mittelwert 2.65 beziehungsweise 2.46) als die Detailplanung für die gesamte Stunde (Item 34, $\bar{X} = 1.69$). Die Rangfolge der übrigen Mittelwerte deutet darauf hin, daß im Mathematikunterricht der 7. Klassen folgende Intentionen und Situationen den breitesten Raum einnehmen:

- die Einführung neuer Sachverhalte,
- die Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind,
- das Herstellen von Zusammenhängen zwischen Sachverhalten,
- das Führen geometrischer und arithmetischer Beweise,
- die Herstellung von Zusammenhängen zu bereits bekannten Sachverhalten und
- das Schließen von Lücken.

Niedrige Rangplätze nehmen dagegen, Zeititems wieder ausgenommen, folgende Intentionen ein:

- das Informieren über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik,
- die Bemühung, schneller voranzukommen,
- das Einüben von Lösungsschemata,
- die Leistungskontrolle,
- die Zusammenfassungen und
- das Herausarbeiten fachübergreifender Aspekte von Sachverhalten.

In diesen Zusammenstellungen erkennt man wenig Überraschendes, wenn man von dem niedrigen Mittelwert des Items 183 — Einüben von Lösungsschemata — absieht. Die Liste ist insofern unbefriedigend, als hier nach dem Einsatz von Unterrichtsmethoden, nicht aber nach der Verteilung der Gesamtzeit gefragt wurde. Außerdem geht in die Zeilensummen die Methodenvielfalt ein, die für eine gegebene Verwendungssituation auftritt. Beispielsweise erhält eine Verwendungssituation, die zwar sehr oft vorkommt, stets aber mit einer einzigen Methode bewältigt wird, eine mittlere Zeilensumme von 1.00. Dieser Gesichtspunkt ist also bei der Interpretation der Ranglisten ebenfalls zu bedenken; die Items 179, 184 und 185 sind Beispiele für solche tendenziell monomethodischen Verwendungssituationen.

Der niedrige Rangplatz des Items 183 dürfte dagegen anders zu erklären sein. Wahrscheinlich erfolgt die Einübung von Lösungsschemata oft und möglicherweise ausgedehnt in Stillarbeit der Schüler, und für diese Situation sind die angebotenen vier Unterrichtsmethoden wenig relevant. Darauf deutet auch die gute Besetzung des Items 190 (schriftliche Arbeit der Schüler während des Unterrichts) bei gleichzeitig insignifikanter Korrelation der Items 183 und 190 ($r = +0.07$). Unter diesem Gesichtspunkt zeigt die Rangordnung der Items 166 bis 185 dann nur die besonders unwichtigen Situa-

tionen beziehungsweise die besonders unwichtigen Situationen innerhalb desjenigen Teils der Unterrichtsstunde, in welchem die Lehrer die vorgegebenen vier Methoden verwenden. Die häufigen Items beschreiben dann den Kern der normalen Lehrertätigkeit. Die seltenen bestärken unter anderem die Vermutung, daß die geschichtliche Entwicklung der Mathematik sowie fachübergreifende Aspekte nur gelegentlich behandelt werden und Zusammenfassungen selten sind beziehungsweise wenig Raum einnehmen; oder sie deuten darauf hin, daß in solchen Situationen andere als die vier angebotenen Formen der Unterrichtsgestaltung im Vordergrund stehen.

2.6.2.3 Zeilen- und spaltenweise Interkorrelationen

Eine weitere Abgrenzung der Methoden gegeneinander läßt sich über die Inspektion der zeilen- und spaltenweisen Interkorrelationen erzielen (vgl. Tabelle 50).

Die Betrachtung der Korrelationen (über .10) erlaubt zunächst eine vorsichtige Abschätzung hinsichtlich der Nähe beziehungsweise Ferne der verschiedenen Methoden zueinander. Die in der Spalte Lehrervortrag stehenden Items korrelieren mit denen in der Spalte Freies Unterrichtsgespräch erwartungsgemäß überwiegend negativ (13 von 20). Lehrer, die in diesen Verwendungssituationen das FUG bevorzugen, machen vom LV eher keinen Gebrauch (und umgekehrt). Ähnliches gilt für die Beziehung zwischen LV und FEUG; hier korrelieren 12 Items negativ, die übrigen nur unbedeutend. Der Lehrervortrag läßt sich demnach vom FUG und FEUG in seiner unterrichtlichen Funktion klar abgrenzen, die Lehrer machen in der Mehrzahl der vorgegebenen Verwendungssituationen entweder vom LV oder vom FEUG (oder FUG) Gebrauch. Man kann hier möglicherweise zwei Gruppen von Lehrern unterscheiden, die entweder zum LV oder zum FEUG tendieren, indem sie beispielsweise zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind, entweder den LV (87) oder das FEUG (147) heranziehen ($r = -.35$). Dagegen schließen sich LV und FAU insgesamt nicht aus: nur vier Items korrelieren negativ miteinander, vier andere positiv (beispielsweise halten die Lehrer zur Einführung eines neuen Sachverhalts [82, 102] der Tendenz nach sowohl LV als auch FAU für ungeeignet oder geeignet).

Die übrigen Korrelationsspalten zeigen als klarstes Ergebnis die Nähe von FUG und FEUG (hier korrelieren 14 Items positiv und drei negativ miteinander). Es ist zu vermuten, daß dies vor allem auf die fachspezifische Ausprägung des FUG zurückzuführen ist, in welchem der Lehrer, jedenfalls in der 7. Klasse — aber, wie das von Wagenschein (1973) berichtete Beispiel zeigt, offenbar auch später — bei der Steuerung des Gesprächs und der Entwick-

Tabelle 50: Interkorrelationen über 0.10^a

Item Nr.	LV x FAU	LV x FUG	LV x FEUG	FAU x FUG	FAU x FEUG	FUG x FEUG
82, 102, 122, 142	.20	-.28	-.28	-.21		-.10
83 ...		-.27	-.18	-.19	-.12	
84 ...	-.11	-.16	-.15		.25	.26
8512	-.22	-.26			.11
86 ...				-.17		.13
87 ...	-.16	-.18	-.35		.11	.23
88 ...		-.31	-.30	-.12	.22	.11
89 ...		-.22	-.23	-.14		
90 ...		-.16	-.13	-.12		-.10
91 ...	-.21		-.15		-.11	.15
9232	-.16		-.25	.19	-.20
93 ...				-.11		
94 ...	-.13	-.14	-.26	.15	.16	.14
95 ...				-.20	-.11	.10
96 ...		-.12		.12	.16	.19
97 ...		-.24	-.32		.18	.25
98 ...		-.19	-.23			.22
9921
10037	.44	.47
10117			.26	.46	.43

^a Die Korrelationen beruhen auf den Antworten derjenigen Lehrer, die jeweils beide korrelierten Fragen beantwortet haben. Bei 370 Personen beispielsweise ist dafür eine Korrelation von 0.10 bereits auf dem 2.6%-Niveau signifikant.

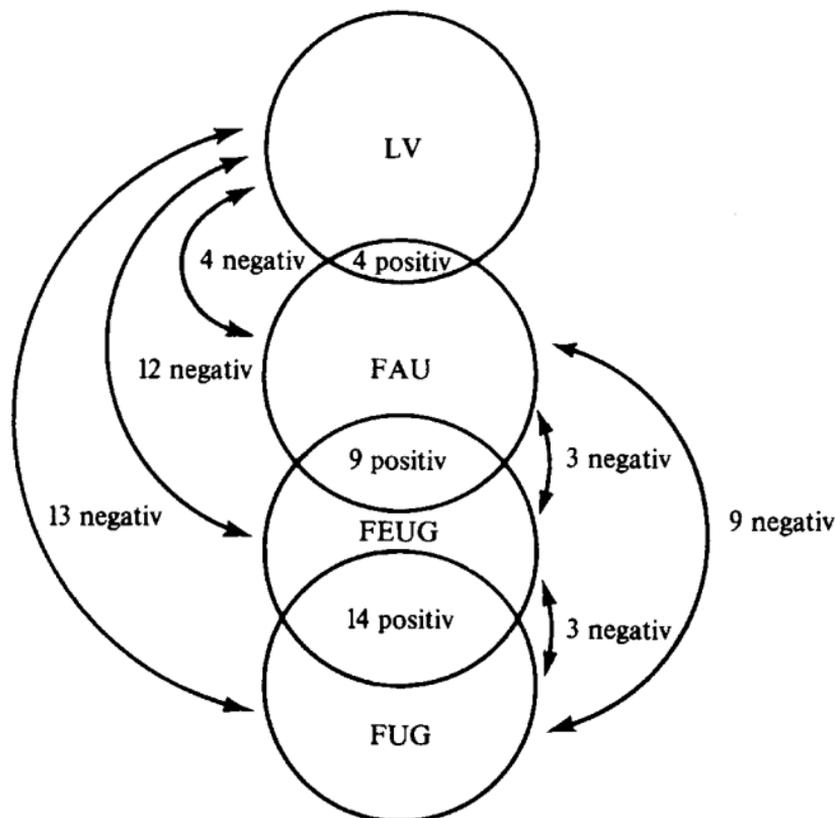
lung des Sachverhalts eine aktivere Rolle spielen dürfte, als es in anderen Fächern der Fall sein mag. Der FAU schließlich steht plausiblerweise dem FEUG näher als dem FUG: zwischen FAU und FUG bestehen neun negative und vier positive, zwischen FAU und FEUG neun positive und drei negative Korrelationen.

Von den vorgegebenen Methoden hebt sich demnach der LV am deutlichsten heraus, indem er sich vom FUG und FEUG abgrenzt und gegenüber dem FAU neutral verhält; das FUG bildet, wenn man an die Intensität der Lehrer- und Schülerbeteiligung und den Strukturierungsgrad des Unterrichts denkt, den anderen Pol; es läßt sich gegen LV und FAU abgrenzen, besitzt aber Affinität zum FEUG. Das FEUG setzt sich deutlich nur gegen den LV ab, befindet sich aber in gewisser Nähe zum FAU und insbesondere zum FUG. Der FAU schließlich läßt sich lediglich gegen das FUG absetzen, hat mit dem LV einiges gemeinsam, anderes wieder nicht, und zeigt eine gewisse Nähe nur zum FEUG. Die sich aus der Korrelationstabelle ergebende Nähe beziehungsweise Ferne der Methode ist in Schaubild 1 graphisch dargestellt.

Der Aufweis solcher Beziehungen steht in einem gewissen Widerspruch zur Orthogonalität der Faktoren 1 bis 4 der Gesamtanalyse. Andererseits waren bereits beim Vergleich der Methoden FAU und FEUG aus der hohen Übereinstimmung der Faktoren einerseits und der Diskrepanz der ranghöchsten Items andererseits Interpretationsprobleme entstanden, welche die Frage aufwerfen, ob das ursprüngliche Konzept von FAU und FEUG revidiert beziehungsweise die Unterscheidung angesichts der Faktorenähnlichkeit aufgegeben werden müsse. Die hier beschriebenen Beziehungen zeigen dagegen wieder eine gute Übereinstimmung mit den Vorstellungen, die in die Fragebogenkonstruktion eingegangen sind: klar faßbar vor allem der LV; ihm konträr (etwa auf der Dimension Strukturiertheit und Lehrerzentriertheit) das FUG (was bedeutet, daß bei einer Reihe von Items der eine Lehrer überwiegend mit dem LV, aber nicht mit dem FUG operiert und umgekehrt) sowie das FEUG; teilweise funktionale Äquivalenz sowohl zwischen FUG und FEUG als auch zwischen FAU und FEUG; partielles sich Ausschließen von FAU und FUG. FAU und FEUG überlappen sich zwar teilweise, unterscheiden sich aber vor allem durch die Nähe (FEUG) beziehungsweise Ferne (FAU) zum Freien Unterrichtsgespräch, wie andererseits nur das FEUG, nicht aber das FAU sich explizit vom LV abhebt⁷².

Die auf den vorangehenden Seiten besprochenen Zuordnungen zwischen Unterrichtsmethoden und Verwendungssituationen beziehungsweise Zielen sowie die Beschreibung der Methoden selbst und ihrer Verbreitung dürften an Wert gewinnen, wenn ihr Zusammenhang mit der Motivation oder der Leistung der Schüler überprüft worden ist. Bei aller Vorläufigkeit aber können diese Ergebnisse schon jetzt eine Orientierungshilfe für den Lehrer dar-

Schaubild 1: Beziehungen zwischen den Unterrichtsmethoden nach Maßgabe ihrer positiven und negativen Interkorrelationen



stellen, der sein eigenes methodisches Vorgehen in den aufgeführten Verwendungssituationen mit den hier berichteten Zuordnungen vergleichen und daraus Anregungen erhalten kann, sein Verhalten im Unterricht neu zu durchdenken. Dabei darf jedoch nicht vergessen werden, daß Lehrer bei gleichen Zielen und in gleichen Situationen unterschiedliche Methoden bevorzugen, wenn man einmal von den wenigen überwiegend positiven oder negativen Zuordnungen absieht. Andererseits dürfte die methodische Flexibilität des einzelnen Lehrers — Verwendung bestimmter Methoden in bestimmten Situationen, anderer dagegen in anderen Situationen — nicht besonders ausgeprägt sein. Vielmehr deuten die Spaltenfaktoren sowie die Matrix der Interkorrelationen darauf hin, daß die methodische Vorliebe eines Lehrers tendenziell in einer größeren Zahl von Verwendungssituationen durchschlägt und andere Methoden weniger zum Zuge kommen. Was in der Ana-

lyse des Fragebogens bisher nicht gelungen ist: Lehrer zu identifizieren, die sich konsistent als Vertreter beispielsweise des genetischen oder des systematischen Mathematikunterrichts ausweisen, scheint hier aufgrund der Vorgabe umgangssprachlich bezeichneter Common-sense-Methoden und wegen des Zwanges, sie konkreten Zielen und Situationen zuzuordnen, eher möglich zu sein; es lassen sich Befürworter beziehungsweise Gegner des LV oder der anderen Methoden feststellen, deren Einfluß auf die Schüler geprüft werden könnte.

Abschließend sei hier kurz auf das Ergebnis einer etwas weiter ausgreifenden Faktorenanalyse hingewiesen, in welche die zehn am höchsten ladenden Items jeder Unterrichtsmethode, die Unterrichtsziele (215 bis 221) sowie die in der 7. Klasse behandelten Unterrichtsstoffe (240 bis 250) einbezogen wurden. Die Analyse extrahierte und rotierte 16 Faktoren mit einem Eigenwert über 1, von denen jedoch nur die ersten fünf etwa 5 Prozent oder mehr der Gesamtvarianz aufklären (10.3, 9.0, 6.3, 5.4 und 4.7 Prozent; zusammen 35.7 Prozent). Die ersten vier Faktoren versammeln dabei ausschließlich die zu einer bestimmten Methodenspalte gehörenden Items und ziehen nur vereinzelte Stoffe und Ziele mit sehr niedrigen Ladungen auf sich:

FUG:

Item 220, das Unterrichtsziel „Arbeiten innerhalb eines Bereichs mit vorgegebenen Mitteln“ (+.11);

Item 221 „Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich“ (+.11);

Item 246 „Algebraische Operationen und ihre Gesetze“ (-.10);

FAU:

Item 216 „Abfragbares Wissen“ (+.22);

Item 243 Mengenlehre (-.13);

LV:

Item 217 „Strategie der Problemlösung“ (-.10);

Item 247 Dreieck (+.12);

FEUG:

Item 215 „Mathematische Techniken“ (+.10);

Item 221 „Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich“ (+.10).

Insgesamt handelt es sich dabei zwar um plausible Zuordnungen, die mit der oben gegebenen Interpretation der Methoden und deren Funktion verträglich sind. Es bleibt jedoch als wichtigerer Befund die tendenzielle Stoff- und Zielneutralität der aufgeführten Unterrichtsmethoden festzuhalten⁷³, jedenfalls auf der Ebene der vorgegebenen Unterrichtsinhalte und -ziele. Nicht nur Aufschluß über Zuordnungen von Methoden und von Zielen, sondern darüber hinaus auch noch von Inhalten zu gewinnen, wäre freilich auch überraschend gewesen angesichts des Umstandes, daß es bisher nur in Ausnahme-

fällen gelungen ist, mathematische Inhalte und Ziele miteinander zur Dekkung zu bringen, und derartige Zuordnungen eben lediglich postuliert oder unterstellt werden⁷⁴. Der deutlichste Beleg für eine Zuordnung von Inhalt und Methode findet sich in der vorliegenden Untersuchung in den Antworten der Lehrer auf die Items 85 (105, 125, 145) und 100 (120, 140, 160): Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik werden vorzugsweise in Lehrervorträgen gegeben, und zur Beweisführung in Geometrie oder Arithmetik bedienen sich die Lehrer am häufigsten des FEUG oder FAU.

2.7 Vermischte Fragen (Items 186 bis 196)

Die den Fragen zum Methodenselbsturteil folgende Gruppe enthält gemischte Items, von denen sich lediglich die letzten (193 bis 196, teilweise auch 191 und 192), überwiegend auf Geometrie gerichteten Items als thematisch aufeinander bezogene betrachten lassen.

Die Inspektion der Verteilungen zeigt einige Besonderheiten, auf die zunächst einzugehen ist. Auffällig ist bereits die unerwartet häufige Verwendung des Streitgesprächs, in dem der Lehrer die Rolle des Opponenten beziehungsweise Proponenten übernimmt (186): nur 14,4 Prozent der Lehrer behaupten, hiervon nie Gebrauch zu machen. Durch die Formulierung sollte gesichert werden, daß die Lehrer diese Art Streitgespräch nicht mit den gelegentlich zu beobachtenden Zuspitzungen eines fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs verwechseln, sondern es war an Formen wie etwa die scholastischen Disputationen gedacht. Die starke Besetzung der positiven Antwortspalten steht jedoch zu allen Beobachtungen und Berichten über den Mathematikunterricht in Widerspruch, in welchen solche Formen eher seltene Ereignisse darstellen; so muß man wohl davon ausgehen, daß die Lehrer den zweiten Halbsatz nicht deutlich genug wahrgenommen haben, und daß den Antworten eher eine flache Interpretation angemessen ist⁷⁵. Dann aber besteht auch nicht die Möglichkeit, die Befürworter des Streitgesprächs ohne weiteres als Vertreter der genetischen Unterrichtsmethode zu betrachten, obgleich eine gewisse Nähe zu diesem Konzept auch nicht geleugnet werden kann, wie die Korrelation von $r = .32$ mit Item 42 und $.14$ mit Item 47 andeutet.

Als ein die Lehrer nach Methoden unterscheidendes Item war auch die Frage 189, das Schreiben von mathematischen Aufsätzen, gedacht, zu dem 148 Lehrer (= 38,3 Prozent) eine positive Antwort gaben. Die Forderung, mathematische Aufsätze zu schreiben, entstammt der Wagenscheinschen Schu-

le. Die Schüler sollen im Aufsatz selbständig Zusammenhänge zwischen mathematischen Sachverhalten herstellen; die Fragestellung ist dabei umfassender als bei den üblichen mathematischen Aufgaben; es geht nicht um Abwicklung von Routinen, sondern um Verbalisierung und Verknüpfung von Problemen. Die rechtsschiefe Verteilung läßt sich als Indiz dafür auffassen, daß die Lehrer die Schwierigkeit einer solchen Aufgabenform kennen und daher eher auf sie verzichten beziehungsweise erst in höheren Klassen darauf zurückkommen. Der nur schwache Zusammenhang zwischen den Items 189 und 42 (Streitgespräch) ($\chi^2 = 25.24$; $df = 16$; $p = 0.07$) und die Beziehungslosigkeit zu den Antworten auf die Frage 47 (Bezweifelung der Richtigkeit eines Vorschlags) lassen jedoch den Schluß zu, daß manche Lehrer vielleicht schon von mathematischem Aufsatz sprechen, wenn die Aufgabe nur in der Wiederholung einer vom Lehrer gelieferten Beweisführung besteht. Diese Deutung wird auch durch die Korrelationen mit den Items 276, schriftliche Beschreibung einer Konstruktion ($r = .15$), und 277, Beschreibung eines Beweisganges ($r = .27$), nicht beeinträchtigt. Die stark linksschiefen Verteilungen der Items 187 und 188, in denen nach der vom Lehrer forcierten Beteiligung der Schüler am Unterricht gefragt wurde — kein Lehrer kreuzt die Antwort „nie“ an —, zeigen, daß die darin angesprochenen Faustregeln von den Lehrern akzeptiert werden. Wie weit die Absicht und ihre Verwirklichung voneinander entfernt sein können, hat Ursula Wiesenhütter (1961) gezeigt. Bei den oben dargestellten vier Unterrichtsmethoden gibt es erwartungsgemäß lediglich Beziehungen — wenn auch nur sehr schwache — zum Frage- und Antwort-Unterricht und zum fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch, nicht jedoch zum freien Unterrichtsgespräch oder Lehrervortrag (113×187 : $r = .11$; 153×187 : $r = .17$).

Mit der Frage, ob die Lehrer die Schüler während des Unterrichts schriftlich arbeiten lassen (190), ist nicht das Abschreiben von der Tafel angesprochen, sondern Perioden, in welchen die Schüler schriftlich still arbeiten. Man muß daher eine Beziehung zu Item 60 — Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts — erwarten, die auch als Korrelation von $r = .38$ in Erscheinung tritt. Es läßt sich freilich auch nicht ausschließen, daß Lehrer, die „Nebentätigkeiten“ ausüben und währenddessen die Schüler mit dem Rechnen von Übungsaufgaben beschäftigen, hier positiv geantwortet haben. In diesem Fall könnte das Item nicht als bewußte methodische Option interpretiert werden. Anleitungen zur Gestaltungstechnik lassen sich bei Unterrichtsbesuchen so häufig beobachten, daß die linksschiefe Verteilung des Items 191 unmittelbar einleuchtet. Daß im allgemeinen Gestaltungstechnik im Zusammenhang mit den normalen Übungsaufgaben, nicht aber durch Sonderübungen erworben wird, 192 also seltener als 191 auftritt, erscheint ebenfalls plausibel.

Auf exakte Schreibweise in Arithmetik (zum Beispiel Striche mit Lineal, Gleichheitszeichen untereinander; 193) legen mehr als drei Viertel aller Lehrer besonderen Wert. Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die Betonung der Genauigkeit und Übersichtlichkeit beim Arbeiten in der Arithmetik auch der Qualität der Lernergebnisse zugute kommt. Auch Item 194, in welchem die Lehrer angeben, besonderen Wert auf die Herstellung exakter geometrischer Zeichnungen zu legen, wird sehr häufig genannt (88.9 Prozent). Präzise Veranschaulichung scheint dem überwiegenden Teil der Lehrer für die Schüler einer 7. Klasse demnach wichtig zu sein. Dies ist insofern plausibel, als durch genaue Zeichnungen ein Objekt entsteht, an welchem der Schüler Vermutungen empirisch überprüfen kann. Andererseits könnten Skizzen und weniger exakte Zeichnungen den Zwang zum Mathematisieren geometrischer Sachverhalte verstärken und von den Schülern verlangen, einem Beweis zu glauben, auch wenn die zugehörige Zeichnung davon sichtbar abweicht, weil sie ungenau angefertigt wurde; ob dies freilich das Motiv ist oder einfach Nachlässigkeit zum Nein auf Frage 194 geführt hat, läßt sich nicht abschätzen.

Die Fragen 195 (Zirkel und Lineal) und 196 (Geo-Dreieck) sind im Grunde alternativ, nach Auskunft der Verteilungen sind sie gleichwohl von manchen Lehrern beide positiv beantwortet worden (so beträgt die Korrelation auch nur $r = -.21$). Die beiden Fragen betreffen eine alte Kontroverse über das Wesen der Mathematik⁷⁶, die Kontroverse über den paradigmatischen Charakter der euklidischen Methode für die Mathematik überhaupt⁷⁷. Die geometrische Konstruktion mit Zirkel und Lineal war die Grundlage des Euklidischen Systems, das bis ins vergangene Jahrhundert den Inbegriff mathematischer Strenge verkörperte. Das methodische Paradigma der griechischen Mathematik beruhte auf der Voraussetzung, man könne die gesamte physikalisch-geometrische Wirklichkeit mit Zirkel und Lineal einfangen. Die Wirkung dieses Paradigmas reichte über die Widerlegung dieser Voraussetzung hinaus: Mit den Arbeiten von Evariste Galois wurden im 19. Jahrhundert endgültig die mit Zirkel und Lineal lösbaren mathematischen Probleme von denen abgegrenzt, die so nicht darstellbar sind. Näherungsverfahren haben heute keinen mathematisch minderen Stellenwert gegenüber den „exakten“ Verfahren der euklidischen Mathematik; dafür steht der Siegeszug der Infinitesimalrechnung. In dem didaktisch-methodischen Streit um die Verwendung des Geodreiecks anstelle der „exakten“ Konstruktionsverfahren lebt die Kontroverse um den paradigmatischen Charakter der euklidischen Methode fort. Diese Kontroverse empfing ihre Heftigkeit aus der philosophischen Diskussion um das Wesen der Mathematik und war nur zu einem geringen Teil pädagogisch motiviert.

Es wäre interessant zu wissen, worin sich die 8.3 Prozent der Lehrer, die sich

noch 1969/70 gegen das Geo-Dreieck sperrten, von den übrigen unterscheiden. Für die Items 195 (Zirkel und Lineal) und 194 (exakte geometrische Zeichnungen) läßt sich immerhin feststellen, daß Lehrer, die Mathematik unterrichten, ohne Fakultas dafür zu haben, in ihren Antworten stärker auf Exaktheit drängen⁷⁸ und sich von der Tradition der alten Mathematik weniger gelöst haben als die voll ausgebildeten Mathematiklehrer. Das paßt zu dem Befund, daß sie sich auch enger am Lehrbuch orientieren als ihre Kollegen (vgl. oben Abschnitt 2.1).

Die Faktorenanalyse der Items 186 bis 196 ergibt nichts Berichtenswertes; die Items sind auch zu heterogen, als daß man größere Gruppierungen erwarten dürfte. Bei den vier rotierten Faktoren (55.1 Prozent aufgeklärte Varianz) laden die Items 188 und 187 auf Faktor 1, 192 und 191 auf Faktor 2, 193 und 194 auf Faktor 3 sowie 196 (negativ) und 195 auf Faktor 4.

Etwas interessanter fällt eine die Items 262 (Gruppenunterricht) sowie 275 bis 286 (Sprache und Beteiligung der Schüler am Unterricht) mit einbeziehende Analyse aus. Von den neun Faktoren mit einem Eigenwert über 1 klären die ersten sechs mehr als 5 Prozent (13.9, 9.6, 7.6, 6.2, 5.9 und 5.1 Prozent) und zusammen 48.4 Prozent der Gesamtvarianz auf. Die Faktoren 4, 5, 7 und 9 bestehen dabei aus den Items der eben aufgeführten vier Faktoren,

Tabelle 51: Faktor 1 - Vermischte Fragen

Ladung	Item Nr.	Text
.75	277	Sprache: Beschreibung eines Beweisganges
.52	276	Sprache: Schriftliche Beschreibung einer Konstruktion
.33	275	Sprache: Verbalisieren eines gleichzeitig an der Tafel vorgeführten Konstruktionsganges durch den Schüler
.33	189	Lassen Sie mathematische Aufsätze schreiben?
(.28)	193	Legen Sie besonderen Wert auf exakte Schreibweise in Arithmetik [z. B. Striche mit Lineal, Gleichheitszeichen untereinander]?)
(.27)	192	Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch [z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben]?)
(.24)	284	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Besprechung und Festlegung der Unterrichtsorganisation)
(.22)	194	Legen Sie besonderen Wert auf die Herstellung exakter geometrischer Zeichnungen?)
(.21)	191	Geben Sie Anleitungen zur Gestaltungstechnik [z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben]?)

Faktor 6 aus 286 und 285 (Erläuterung des Lehrplans); Faktor 3 aus 278 und (negativ) 279: genetischer versus systematischer Lehrgang; und Faktor 2 aus 282 und 281, Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts. Ausführlichere Betrachtung verdient aber Faktor 1 (vgl. Tabelle 51).

Der Faktor vereinigt, mit höheren Ladungen, solche Items, die sprachliche Produktion, schriftlich oder mündlich, von den Schülern verlangen: Beschreibung eines Beweisganges oder einer Konstruktion, mathematische Aufsätze. Das gemeinsame Auftreten dieser Items bestätigt die oben geäußerte Vermutung, daß die Lehrer unter mathematischen Aufsätzen auch solche Arbeiten verstehen können, in welchen beispielsweise der Gang einer Konstruktion im Klartext aufgeschrieben wird. Zugleich ist die verbale Produktion aber auch auf Exaktheit und übersichtliche Gestaltung gerichtet, wie die niedriger ladenden Items ausweisen. Für das Verständnis dessen, was die bei diesem Faktor hoch liegenden Lehrer mit dem mathematischen Aufsatz verbinden, ergibt sich daraus eine gewisse Distanz zu den ursprünglich damit verknüpften Intentionen.

2.8 Unterrichtsziele und Unterrichtsinhalte (Items 211 bis 261)

Der VII. Teil des Fragebogens umfaßt als geschlossene Gruppe die Unterrichtsziele (215 bis 228), die die an der Vorbereitung des Fragebogens beteiligten Lehrer als zentral für den Mathematikunterricht der 7. Klasse bezeichnet hatten und die den Subtests der mathematischen Leistungstests für das Projekt Schulleistung⁷⁹ zugrunde gelegt (und durch Aufgaben operationalisiert) worden waren. Ferner gehören hierzu die nach Ausweis der repräsentativen Stoffbefragung (vgl. Stegelmann, 1968) wichtigsten Unterrichtsstoffe, welche von den Lehrern zu Beginn der 7. Klasse vorausgesetzt (229 bis 239), in der 7. Klasse behandelt (240 bis 250) oder in einer späteren Klasse behandelt werden (251 bis 261). Darüber hinaus wurde gefragt, ob Arithmetik und Geometrie gleichzeitig nebeneinander oder über einen längeren Zeitraum hinweg jeweils getrennt behandelt (211, 212) und ob in der 7. Klasse neue Zahlensysteme (213, 214) eingeführt wurden.

Die Antworten auf die Fragen nach der Behandlung von Arithmetik und Geometrie — nebeneinander herlaufend (211) oder „epochenartig“ (über einen längeren Zeitraum, in geschlossenen zeitlichen Abschnitten) (212) — kovariieren erwartungsgemäß stark ($r = -.92$), obgleich die Formulierung des Items 212 Assoziationen mit dem sogenannten Epochenunterricht, in dem ein Fach über einen längeren Zeitraum hinweg schwerpunktmäßig be-

trieben wird und die anderen Fächer zurücktreten, nicht sicher ausschloß. Drei Viertel der Lehrer behandeln nach Auskunft des Fragebogens Geometrie oder Arithmetik „epochenartig“ und nur 30.5 Prozent nebeneinander herlaufend⁸⁰; eine kleine Gruppe macht von beiden Formen Gebrauch. Die Fragen nach der Einführung beziehungsweise Entwicklung neuer Zahlensysteme in der 7. Klasse (213, 214) ergeben nur umgangssprachlich einen Sinn, da der Begriff Zahlensystem auf Kategorien wie natürliche Zahlen, ganze Zahlen, rationale Zahlen, reelle Zahlen und komplexe Zahlen hinweist (die insofern ein System darstellen, als die jeweils frühere in der nächsthöheren Gruppe aufgehoben ist); das als Beispiel angegebene binäre System dagegen bedeutet nur eine andere Darstellungsweise der natürlichen Zahlen. Gleichwohl scheinen die Fragen den Lehrern verständlich gewesen zu sein, da sonst kritische Kommentare nicht ausgeblieben wären. Bei der Interpretation der Antworten gilt es zu beachten, daß einige Lehrbücher, zum Beispiel der Lambacher-Schweizer, die Beschäftigung mit binären Zahlen schon frühzeitig anbieten, in einem solchen Falle demnach die bejahende Antwort des Lehrers nicht als ein Infragestellen von Gewohnheiten interpretiert werden kann. Daß angesichts dieser Vorgaben nur 50.5 Prozent der Lehrer die Frage 213 bejahen, kommt daher unerwartet und deutet auf die genaue Lektüre des Items hin, in dem nach der *Notwendigkeit* gefragt wurde, neue Zahlensysteme einzuführen. Die Verneinung kann demnach Kritik enthalten, wie umgekehrt diejenigen Lehrer, die neue Zahlensysteme von den Schülern entwickeln lassen (214), sich offenbar von diesem Unterrichtsinhalt etwas versprechen. Die beiden Items korrelieren hoch positiv miteinander ($r = +.59$).

Die Unterrichtsziele

Die Fragen 215 bis 228 erstrecken sich auf die sieben Unterrichtsziele, die hier in doppelter Weise abgefragt wurden: nach ihrer Wichtigkeit für die konkrete 7. Klasse, die der Lehrer gerade unterrichtete (215 bis 221), sowie für eine (vorgestellte) durchschnittliche 7. Klasse — für den Fall, daß der Lehrer sich gezwungen sah, aus irgendwelchen Gründen den Unterricht in der tatsächlichen Klasse anders zu gestalten, als es seinen Vorstellungen entsprach (222 bis 228). Die sieben Ziele sind, mit einer Ausnahme, identisch mit den Subtestzielen der Mathematiktests des Projekts Schulleistung und jeweils durch eine größere Zahl von Testaufgaben konkretisiert. Zunächst sollen die Ziele nach dem Verständnis zum Zeitpunkt ihrer Konstruktion dargestellt und mit Beispielen erläutert werden. Über einige Probleme dieser Zielliste und bei der Operationalisierung der Ziele durch Testaufgaben wird später zu sprechen sein.

Das Ziel „Mathematische Techniken (Fertigkeit im Gebrauch der Rechen- und Konstruktionsverfahren)“ (215) richtet sich, nach der Definition der an der Abfassung beteiligten Expertengruppe, auf die sichere Beherrschung der Rechen- und Konstruktionsverfahren, nicht dagegen auf die Begründung dieser Verfahren. Im einzelnen gehören dazu die Kenntnis von Rechenregeln (zum Beispiel für das Rechnen mit Brüchen und Dezimalzahlen), das richtige Ersetzen der Variablen in Formeln (zum Beispiel beim Berechnen des Flächeninhalts) sowie die Beherrschung von Rechenverfahren und geometrischen Grundkonstruktionen. Schülerleistungen in diesem Zielbereich sollten beispielsweise mit folgendem Testitem⁸¹ erfaßt werden:

Das Ergebnis der Verhältnisgleichung

$$\frac{392}{28} = \frac{x}{56} \quad \text{ist}$$

- A $\frac{1}{4}$
- B 4
- C 196
- D 356
- E 784

Das zweite Ziel, „Abfragbares Wissen (Hierzu gehört der gesamte bisher behandelte Unterrichtsstoff. Es geht um die Kenntnis, nicht um die Fähigkeit zur Anwendung des Unterrichtsstoffes)“, umgreift das gesamte Pensum des durchgenommenen Stoffes, also die Kenntnis der mathematischen Symbole und der Fachsprache, der Formeln und Gesetze sowie der Lehrsätze und Definitionen. Die Formulierung des Ziels dürfte allerdings bei den Mathematiklehrern, die sich als wissenschaftliche Mathematiker verstehen, einen gewissen Widerstand hervorgerufen haben, wenn sie das Adjektiv „abfragbar“ als abwertend interpretiert haben — weil ein „richtiger“ Mathematikunterricht Problemverständnis, nicht aber abfragbares Wissen erzeugen soll. Aus Bedenken dieser Art könnte sich die von Item 215 erstaunlich abweichende Verteilung erklären: 32 Prozent der Lehrer (gegenüber 1.8 Prozent beim ersten Ziel) haben das Ziel weniger intensiv verfolgt. Die an der Testkonstruktion beteiligten Mathematiklehrer waren dagegen von der Wichtigkeit und Verbreitung auch dieses Zieles überzeugt und in der Lage, fehlerfrei die von anderen Lehrern hierzu geschriebenen Testitems zuzuordnen, beispielsweise das folgende:

Du hast die Aussage: Marlies ist eine von meinen Mitschülerinnen. Diese Aussage kannst Du umformen, indem Du Begriffe der Mengenlehre benutzt.

- A Marlies hat eine Menge Mitschülerinnen.
- B Die Mitschülerinnen von Marlies bilden eine Menge.
- C Eine Menge Mitschülerinnen heißen Marlies.

- D Marlies ist ein Element aus der Menge meiner Mitschülerinnen.
E Ich habe unter der Menge meiner Mitschülerinnen auch einige, die Marlies heißen.

Bei den Schülern „Strategien der Problemlösung“ zu entwickeln („die Fähigkeit, eine Aufgabe zu analysieren, das heißt das mathematische Problem in einer Aufgabenstellung zu erfassen und ein Verfahren zur Lösung der Aufgabe anzugeben“) (217), gehört zu den selbstverständlichen Zielen des Mathematikunterrichts, wie sie in Lehrplänen und Methodiken beschrieben sind; seine Wichtigkeit wird auch von den befragten Lehrern in besonderer Weise betont (217, 224). Zur Strategie der Problemlösung gehören die Übersicht der Schüler über Rechenvorgänge und Rechenvorteile; ferner die Übersicht über Mittel zur Lösung von Aufgaben, so daß auch neue Probleme mit den bekannten Mitteln gelöst werden können; schließlich das Erkennen von Analogien, also der Vergleich der gestellten Aufgabe mit bereits gelösten Aufgaben, welcher die Wahl eines geeigneten Lösungsverfahrens erleichtert. Die folgende Beispielaufgabe illustriert die Vorstellungen, die sich mit diesem Ziel verbinden:

Ein Dreieck soll aus a , h_a und b konstruiert werden. Für die Konstruktion hilft es am meisten, wenn man weiß, daß

- A die Höhe das Lot von einer Ecke auf die gegenüberliegende Seite ist,
B die Länge der Höhe den Abstand des gegenüberliegenden Eckpunktes von der Seite angibt,
C die Höhe senkrecht auf der entsprechenden Seite steht,
D im Dreieck der größten Seite auch der größte Winkel gegenüberliegt und
E die Summe zweier Dreiecksseiten stets größer sein muß als die dritte.

Die Interpretation der stark linksschiefen Antwortverteilungen zu den Items 217 und 224 stößt insofern auf Schwierigkeiten, als die an der Testkonstruktion beteiligten Lehrer dieses Ziel zwar für besonders wichtig hielten, sich aber außerstande sahen, hinreichend viele Aufgaben zu konstruieren, bei welchen Konsens darüber bestanden hätte, daß sie in die 7. Klasse gehören und eindeutig die Lernerfolge auf der genannten Zieldimension erfassen (das Ziel wurde daher schließlich für die Testkonstruktion aufgegeben, und man fand auch keine Möglichkeit, mit Hilfe eines anderen Aufgabenformats als durch multiple-choice-Items die diesbezüglichen Fähigkeiten zu prüfen). Daß mehr als die Hälfte der Lehrer angaben, es habe zu den wichtigsten Aspekten des Unterrichts in ihrer damaligen 7. Klasse gehört, bei den Schülern die Problemlösungsstrategien zu verbessern, ist darüber hinaus nur schwer vereinbar mit der Lehrbuchorientiertheit des Mathematikunterrichts, von der schon in Abschnitt 2.1 die Rede war, insbesondere nicht mit dem

ausgiebigen Gebrauch von Übungsaufgaben aus dem Lehrbuch⁸² (Items 6 und 54). Die linksschiefe Verteilung des Items 217 veranlaßt daher zu der Annahme, daß viele der befragten Lehrer bei der Beantwortung weniger die Entwicklung von Problemlösungsstrategien im strengen Sinne als Ziel vor Augen gehabt als vielmehr auf die in Klammern stehende Konkretisierung reagiert haben; diese aber läßt sich auch als Beschreibung des normalen Übungsbetriebs (zum Beispiel die Übersetzung eingekleideter Dreisatzaufgaben in mathematische Formulierungen) auffassen. Andererseits zeigt die noch stärker linksschiefe Verteilung des Items 224, daß den Lehrern nicht nur der reale Unterrichtsalltag vor Augen gestanden haben kann, sondern auch nicht verwirklichte Wunschvorstellungen, wie Mathematikunterricht sein könnte. Die Differenz zwischen 217 und 224 läßt also darauf schließen, daß die Lehrer in der vorgegebenen Formulierung zumindest partiell ein „höheres“ Ziel zu sehen glaubten, welches sie aber bei den gegebenen Verhältnissen nicht so intensiv verfolgen konnten, wie sie es in einer „durchschnittlichen“ Klasse gern getan hätten.

Das Ziel „Erkennen von Beziehungen (Relationen zwischen Elementen von Mengen, sowohl bei arithmetischen als auch bei geometrischen Aufgabenstellungen)“ (218) bezieht sich aufgrund der in der Klammer angegebenen Spezifizierung insbesondere auf einen bestimmten inhaltlichen Bereich, die Mengenlehre; erwartungsgemäß besteht auch eine positive Korrelation von $r = +.29$ mit Item 243 (Mengenlehre). Abgesehen von der Mengenlehre (aus welcher Testaufgaben auch für andere Ziele stammen), geht es hier etwa um Gesetze für die Bildung von Zahlenfolgen oder um Beziehungen bei geometrischen Konstruktionen. Das Ziel wurde in den Mathematiktests beispielsweise durch das folgende Testitem abgedeckt:

Gegeben sei die Zahlenfolge 2, 3, 5, 13, 14, 16, 24... Die nächsten Glieder der Folge sind:

- A 25, 27
- B 26, 27
- C 26, 34
- D 25, 33
- E 32, 34

Für den Zeitpunkt der Befragung kann die Betonung dieses Zieles durch einen Lehrer einen — freilich schwachen — Hinweis auf Befürwortung „moderner“ Unterrichtsstoffe abgeben, wobei in bezug auf die Mengenlehre länderspezifischen Unterschieden Rechnung zu tragen ist, da die Mengenlehre in die Lehrpläne nicht überall in gleichem Ausmaß Eingang gefunden hatte.

Das fünfte Ziel, „Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache und umgekehrt (Fähigkeit, einen Text in die mathematische Symbolsprache zu übertragen bzw. eine in der mathematischen Symbolsprache formulierte Aussage in einen Text zu fassen)“ (219), sollte in den Tests unter anderem durch Items der folgenden Art erfaßt werden:

In der Umgangssprache heißt die Aufgabe

$$2 + 3 \cdot 2 = 8$$

Du erhältst 8, wenn Du

- A 3 zu 2 addierst und mit 2 multiplizierst;
- B das Produkt aus 3 und 2 zu 2 addierst;
- C das Produkt aus 3 und 2 mit 2 multiplizierst;
- D die Summe von 3 und 2 mit 2 multiplizierst;
- E die Summe aus 3 und 2 um 2 vermehrst.

„Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln (Erkennen, welchen Ort eine Aussage einnimmt; strengere Begründungsketten verstehen und selbst durchführen; Erfassen des Geltungsbereiches von Aussagen und Verfahren)“ (220) dürfte von den Lehrern als ein anspruchsvolles, gleichwohl wünschenswertes Ziel empfunden worden sein; darauf weist die rechtsschiefe Verteilung von 220 gegenüber der leicht linksschiefen von 227 hin. Das folgende Testitem mag konkretisieren, welche Vorstellungen sich während der Konstruktionsphase mit diesem Ziel verbanden:

Die Zahl 7 ist eine Lulu-Zahl. Ausgehend von einer Lulu-Zahl kann man auf zwei verschiedene Weisen neue Lulu-Zahlen erzeugen.

1. Man setzt links vor die Lulu-Zahl nach Belieben eine der Ziffern 1 bis 5.
2. Man setzt rechts an die Lulu-Zahl irgendeine der geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 an.

Welche der folgenden Zahlen ist *keine* Lulu-Zahl?

- A 5744
- B 11372
- C 77245
- D 334272
- E 342748

Die „Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich (Dabei wird der enge Problembereich überschritten, z. B. Wiederentdecken des Bekannten innerhalb des Neuen; Umstrukturierung und eigenständige Interpretation der Aufgabenstellung; strukturelle Betrachtungen)“ (221), das letzte der vorgegebenen Ziele, gehört in allen Lehrplänen zu den wichtigsten Aufgaben des Mathematikunterrichts. Die Verteilung der Antworten zu Item 221 überrascht daher ein wenig: es war immerhin etwa ein Drittel der Lehrer, die dieses Ziel in ihrer Klasse weniger verfolgt haben. Gleichwohl erscheint es in

einer durchschnittlichen 7. Klasse machbar (und wünschenswert): nur 11.5 Prozent der Lehrer würden es dort mit geringerem Nachdruck verfolgen. Zu diesem Ziel gehört unter anderem die folgende Testaufgabe:

Eine Mutter schenkt ihren drei Kindern den Kaffee ein. Damit sich alle gleich behandelt fühlen, schenkt sie einen Monat lang in der Reihenfolge 1, 2, 3 ein, dann einen Monat lang in der Reihenfolge 2, 1, 3 usw. Welche Zeit wird die Mutter brauchen, um alle Möglichkeiten der Reihenfolge durchzuprobieren?

- A 3 Monate
- B 6 Monate
- C 9 Monate
- D 12 Monate
- E 18 Monate

Obwohl hier nicht der Ort ist, die Vorzüge und Schwächen der vorgegebenen Zielliste im Hinblick auf die gerade in den letzten Jahrzehnten besonders ausgiebige allgemeine und spezifische Erörterung der pädagogischen Zielproblematik zu diskutieren, sei an dieser Stelle auf einige Spezifika des hier gewählten Ansatzes hingewiesen. Die genannten Ziele sind durchweg auf einer mittleren Abstraktionsebene definiert, die sich einerseits deutlich von eng operationalisierten Lernzielen⁸³ abhebt, andererseits aber auch von Globalzielen, wie etwa Entwicklung des Abstraktionsvermögens, Wahrhaftigkeit in Urteil und Denken, Entwicklung der Phantasie usw. Dies hat seinen Grund in den Schwierigkeiten, welche sich bei der Verständigung der an der Zielformulierung beteiligten Experten ergaben: Während die Globalziele sich immer dann als untauglich erwiesen, wenn ihre Konsequenzen für die Unterrichtsgestaltung oder die Beschreibung der im Unterricht erzielten Leistungen präzisiert werden sollten — hier gab es unüberbrückbare Differenzen zwischen den Mathematiklehrern —, engten die Feinziele den Spielraum der Stoff- und Methodenauswahl in einer Weise ein, daß die Lehrer das Bild, welches sie von ihrer eigenen Arbeit hatten, damit nicht mehr in Einklang bringen konnten. Erst die Ebene, auf der die Ziele schließlich nach langer Diskussion und Erprobung formuliert wurden, stimmte mit derjenigen überein, auf welcher die Mathematiklehrer — und zwar nicht nur jene Experten — sich in professionellen Diskussionen untereinander verständigen; und sie entspricht am ehesten den in der Realität bestehenden (oder wahrgenommenen) Spielräumen hinsichtlich Zielen und Inhalten, vor allem hinsichtlich deren Zuordnung⁸⁴.

Ein Problem besonderer Art liegt, wie bereits angedeutet, in der Zuordnung von Zielen und Testaufgaben, und es erhebt sich die Frage, ob die Ziele nicht ausschließlich einen vorurteilsträchtigen Konsens der beteiligten Lehrer und Sozialwissenschaftler spiegeln. Diese Frage stellt sich insbesondere dann,

wenn man einmal den umgekehrten Weg als den soeben beschrittenen einschlägt und aus der Inspektion der Testitems auf das zugrunde liegende Ziel zu schließen versucht. So scheint sich beispielsweise die dem Ziel „Abfragbares Wissen“ beigelegte Aufgabe auch dem Ziel 219 („Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache“) zuordnen zu lassen; oder: die Lösung der das Ziel 218 („Erkennen von Beziehungen“) illustrierenden Aufgabe könnte auch mit Hilfe von „abfragbaren“ Kenntnissen gefunden werden, die darin bestehen, daß man möglicherweise aus Erfahrung weiß, daß solche Zahlenreihen meist über Differenzbildung konstruiert werden; oder man löst die Testaufgabe zum letzten Ziel (Übertragung) durch routinemäßige Anwendung schon behandelter Gesetze der Kombinatorik.

Die Unsicherheit, die in den aufgeführten Beispielen zum Ausdruck kommt, reduziert sich freilich erheblich, wenn man die Zuordnung in dem streng begrenzten und inhaltlich konkret gefüllten Rahmen vornimmt, in dem Ziele und Testaufgaben konstruiert worden sind und in dem die befragten Lehrer geantwortet haben. „Denken Sie bitte bei der Beantwortung stets an die 7. Klasse, die Sie zur Zeit unterrichten“, lautete die Aufforderung für die Bearbeitung des gesamten Fragebogens, und die Lehrer haben sich, wie mehrfach vermerkt, bei ihren Antworten im allgemeinen daran gehalten. Unsicherheiten bei der Zuordnung sind jedoch immer dann möglich, wenn Klassen sich in bezug auf die Behandlung des im Testitem angesprochenen Problems im bereits stattgefundenen Unterricht unterschieden. Dann konnte allerdings ein Item, das vor der Durchnahme etwa zum Ziel „Erkennen von Beziehungen“ gehörte, zu „abfragbarem Wissen“ werden; es hätte aber im Einzelfall plausibel gemacht werden müssen, daß das im Testitem enthaltene mathematische Problem im Unterricht der 7. Klasse so ausgiebig behandelt wurde, daß seine Lösung nur noch eine Routineangelegenheit darstellte. Dieser Nachweis dürfte in den meisten Fällen nicht gelingen. Beispielsweise ist der in der Zahlenfolge enthaltene Aufgabentyp (Beispiel zum Item 218) Bestandteil zahlreicher Intelligenztests, die auch für Jugendliche in höherem Alter gedacht sind (zum Beispiel im Intelligenz-Struktur-Test von Amthauer), und die Annahme, daß eine größere Zahl von Probanden dabei die Lösung routinemäßig findet, besitzt auch dort nur geringe Plausibilität⁸⁵.

Unbestreitbar bleibt einige Ungewißheit darüber bestehen, wie die antwortenden Lehrer die Ziele aufgefaßt haben, zumal sie die konkretisierenden Testbeispiele nicht kannten. Insofern wird der Leser gut daran tun, die Ergebnisse der Antwortanalysen mit Vorsicht zu betrachten beziehungsweise selbst über plausible Interpretationsalternativen nachzudenken. Im folgenden sollen aus diesem Grund nur wenige, relativ grobe Befunde berichtet werden, die sich teilweise durch Schaffung eines internen Referenzrahmens unabhängig von den dargestellten Problemen interpretieren lassen.

Tabelle 52: Korrelationen zwischen den Unterrichtszielen in dieser (Items 215 bis 221) und in einer durchschnittlichen (Items 222 bis 228) Klasse

	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	226	227	228
215														
216	+23													
217	+05	-03												
218	-16	-03	+22											
219	+11	+01	+23	+21										
220	-06	+00	+18	+21	+20									
221	-05	-06	+21	+21	+10	+29								
222	+77	+17	+07	-14	+12	-02	-02							
223	+17	+78	-04	-07	+04	+03	-05	+28						
224	+11	-09	+62	+04	+15	+07	+02	+07	-13					
225	-14	-04	+13	+62	+22	+05	+10	-18	-12	+21				
226	+09	-06	+13	+12	+67	+02	-02	+06	-03	+31	+31			
227	-08	-05	+09	+15	+16	+66	+21	-10	-03	+18	+22	+22		
228	-09	-13	+10	+15	+13	+22	+58	-11	-10	+19	+26	+14	+38	

Tabelle 53: Mittelwertunterschiede zwischen den Unterrichtszielen in dieser und in einer durchschnittlichen Klasse

	Gehört zu den wichtigsten Aspekten des Unterrichts		Wurde im Unterricht verfolgt		Wurde weniger verfolgt		Mittelwert		Differenz der Mittelwerte	T-Test
	I ^a in %	II ^b in %	I ^a in %	II ^b in %	I ^a in %	II ^b in %	I ^a	II ^b		
Mathematische Techniken, Item 215 bzw. 222	50.5	48.1	47.7	50.0	1.8	1.9	1.478	1.462	+ 0.025	0.22
Abfragbares Wissen, Item 216 bzw. 223	9.6	11.8	58.4	56.3	32.0	31.9	0.775	0.799	- 0.024	0.27
Strategie der Problemlösung, Item 217 bzw. 224	55.6	77.6	36.8	20.6	7.6	1.8	1.480	1.758	- 0.278	0.0
Erkennen von Beziehungen, Item 218 bzw. 225	32.8	52.3	36.0	39.6	31.2	8.1	1.016	1.442	- 0.426	0.0
Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache, Item 219 bzw. 226	48.3	66.3	42.6	30.3	9.0	3.4	1.393	1.629	- 0.236	0.0
Arbeiten innerhalb eines Bereichs, Item 220 bzw. 227	13.4	29.8	45.2	54.5	41.4	15.7	0.719	1.141	- 0.422	0.0
Übertragen eines Problems in einen bekannten Bereich, Item 221 bzw. 228	18.7	38,4	47.2	50.2	34.1	11.5	0.846	1.269	- 0.424	0.0

^a Gewicht in dieser 7. Klasse

^b Gewicht in einer durchschnittlichen 7. Klasse

Die sieben vorgegebenen Ziele bilden nach den Ansprüchen, die man mit ihnen verbinden kann, zwei Gruppen: „Mathematische Techniken“ und „Abfragbares Wissen“ stellen „niedere“, routinenahere Unterrichtszwecke dar; sie dürften, wenn man sich die Angebote der Lehrbücher vor Augen hält, den größeren Teil des Unterrichts bestimmen⁸⁶. Die übrigen lassen sich als „höhere“ Ziele verstehen, die von Lehrern beispielsweise fordern, die Schüler das Lernen zu lehren (217) oder Transfereffekte zu erzielen (221). Diese Gruppierung geht bereits aus der nachfolgenden Korrelationsmatrix hervor (und tritt dementsprechend dann auch in der Faktorenanalyse auf — vgl. Tabelle 52).

Die Matrix zeigt, für die Items 215 bis 221 ebenso wie für 222 bis 228, den inneren Zusammenhang der höheren Ziele einerseits sowie der beiden niedrigeren Ziele 215 und 216 andererseits. Erwartungsgemäß ergibt dann auch eine *Faktorenanalyse* der Items 215 bis 221 nur zwei Faktoren, die aus den niedrigeren beziehungsweise höheren Zielen bestehen; bei obliquen Rotation korrelieren die beiden Faktoren mit -0.23 . Darüber hinaus zeigt sich in der Korrelationsmatrix ein relativ enger Zusammenhang zwischen den Antworten der Lehrer innerhalb der Zeilen, also der Wichtigkeit eines bestimmten Zieles für diese und für eine durchschnittliche Klasse. Die Korrelationen deuten darauf hin, daß die Lehrer bei der Arbeit in ihrer Klasse tendenziell ihren Vorstellungen gemäß verfahren, die sie für eine durchschnittliche Klasse hegen.

Gleichwohl gibt es aber auch charakteristische Unterschiede in den Antworten zu den Items 215 bis 221 gegenüber 222 bis 228. Sie lassen sich unmittelbar an der Diskrepanz zwischen den prozentuierten Antworten sowie an den — nur für die höheren Ziele signifikanten — Mittelwertdifferenzen in Tabelle 53 ablesen.

Nach Auskunft dieses Vergleichs halten die Lehrer die Möglichkeiten, die höheren Ziele in ihrer derzeitigen Klasse zu verfolgen, für beschränkt, würden also diese Ziele in einer durchschnittlichen 7. Klasse intensiver verfolgen. Daß hier der „Durchschnitt“ idealisiert wahrgenommen wird — die Antworten auf die Fragen 215 bis 221 stammen ja aus einer Repräsentativerhebung der 7. Klassen in der Bundesrepublik Deutschland, die somit den empirischen Durchschnitt darstellen —, ist immerhin bemerkenswert; die Lehrer haben das Gefühl, höhere Ziele nicht im gewünschten Ausmaß realisieren zu können, und schätzen die empirisch durchschnittliche Klasse als unterdurchschnittlich ein. Den umgekehrten Fall, daß Lehrer in ihrer tatsächlichen Klasse höhere Ziele setzen und in einer durchschnittlichen Klasse davon Abstriche machen würden — was auf eine besonders positive Einschätzung der konkreten Klasse schließen ließe —, gibt es nur ganz selten: zwei Lehrer machen diese Angabe bei Ziel 218/225 und drei bei 221/228.

Gründe für ein Zurückbleiben des Unterrichts hinter den Planungsvorstellungen konnten die Lehrer in einem anderen Fragebogen angeben. Darin nannten sie auf die Frage: „Haben erschwerende Umstände die Möglichkeit, den Unterricht nach Ihren Vorstellungen zu planen und zu gestalten, besonders eingeschränkt?“ eine ganze Reihe von Hindernissen (Mehrfachnennungen waren möglich — vgl. Tabelle 54).

Tabelle 54: Erschwerende Umstände bei der Unterrichtsgestaltung

Hindernisse	Anzahl	in %
Klassengröße	169	42.6
Folge des Kurzschuljahres ^a	169	42.6
Starkes Begabungsgefälle in der Klasse	141	35.5
Ungenügende Vorkenntnisse	109	27.5
Desinteresse eines Teils der Klasse	82	20.7
Eingeführtes Lehrbuch	79	19.9
Starke Unterschiede in der körperlich- seelischen Reife der Schüler	73	18.4
Undiszipliniertheit	54	13.6
Unbefriedigende räumliche Bedingungen	49	12.3

^a Zahlreiche Länder hatten bei der Umstellung des Schuljahresbeginns von Frühjahr auf Herbst Kurzschuljahre eingeführt, von denen auch die untersuchten 7. Klassen betroffen waren.

An erster Stelle werden hier die Klassengröße und die Folgen des Kurzschuljahres genannt, Gründe also, die nicht den Schülern anzulasten sind. Erst danach folgen Klagen über zu große Begabungsstreuung — der Vorwurf der Lehrer meint im Grunde auch das System, in welchem nicht effektiv genug für Homogenisierung von gymnasialen Schulklassen gesorgt werde —, über Mangel an Vorkenntnissen, Desinteresse und — selten — über Undiszipliniertheit. Offenbar haben die Lehrer also den Eindruck, in einer Schule zu arbeiten, in welcher vor allem systembedingte Faktoren zu unterdurchschnittlichen Arbeitsmöglichkeiten im Unterricht geführt haben; wo sie sich über zu großes Begabungsgefälle und ungenügende Vorkenntnisse beklagen, schlägt — an zweiter Stelle aber erst — ihr Selbstverständnis als wissenschaftliche Mathematiker durch, als die sie in der Universität sozialisiert worden sind (Frech, 1971).

Die Unterrichtsstoffe

In den Fragen 229 bis 261 wurden die Lehrer um Auskunft gebeten, ob sie verschiedene Unterrichtsstoffe zu Beginn der 7. Klasse voraussetzen (229 bis

239), in der 7. Klasse behandeln beziehungsweise besonders ausführlich mit vielen Beispielen und Anwendungen behandeln (240 bis 250) oder ob die Behandlung erst in einer späteren Klasse erfolgt (251 bis 261). Die Vorgaben waren unter dem Gesichtspunkt ihrer Bedeutung in der 7. Klasse ausgewählt worden, auf welche vor allem die Stoffbefragung von 1964 hingewiesen hatte (vgl. Stegelmann, 1968, S. 79ff.). Die Einfügung der Stoffitems in den Fragebogen geschah unter anderem in der Absicht, Zuordnungen zwischen Unterrichtsinhalten, -zielen und -methoden zu erkennen, wie sie in der didaktischen Diskussion postuliert werden. Daß es sich dabei allenfalls um die Aufdeckung grober Zusammenhänge handeln konnte, war von vornherein deutlich; denn eine Vorgabe inhaltlicher Details in direkter Kombination mit methodischen Optionen und Zielpräferenzen war aus forschungspraktischen Gründen ausgeschlossen. Tabelle 55 enthält die prozentualen Häufigkeiten der Antworten für die Bundesrepublik Deutschland insgesamt⁸⁷. Sie gibt einen ersten Überblick über die Verteilung der Stoffgebiete im Unterricht zum Zeitpunkt der Befragung 1969/70. Trotz der vereinheitlichenden Beschlüsse der KMK von 1958 (vgl. Damerow, 1977) muß man allerdings länderspezifische Unterschiede mit einkalkulieren, die insbesondere dann zu beachten sind, wenn Lehrer bestimmte Stoffe im Unterricht behandeln, ohne daß der Lehrplan sie vorschreibt, beziehungsweise trotz Lehrplanvorgabe die Behandlung auf später verschieben. Auf einzelne dieser Unterschiede zwischen den Bundesländern wird später einzugehen sein. Aufgrund der Beschlüsse der KMK von 1968 ist außerdem ein Verwirrung stiftender Prozeß in Gang gekommen, bei dem es zahlreiche terminologische Verschiebungen gab, so daß manche schulmathematischen Begriffe an semantischer Eindeutigkeit eingebüßt haben; so zum Beispiel wenn „allgemeine Zahlen“ nun mit „Variable“ bezeichnet werden oder wenn statt „Dreisatz“ von „produktgleichen und quotientengleichen Größen“ die Rede ist. Angesichts der wenigen, knapp und in traditioneller Ausdrucksweise formulierten Stoffitems dürfte die durch die KMK-Beschlüsse von 1968 zum Zeitpunkt der Befragung 1969/70 bestehende Unsicherheit allerdings unbedeutend sein, zumal bei der Implementation der KMK-Beschlüsse Verzögerungen auftraten. Prozentsatz mit Anwendungen (229, 240, 251) — nach derzeitigem Sprachgebrauch gewöhnlich Prozentrechnung genannt — gehörte 1969/70 zu den wichtigsten Inhalten des Mathematikunterrichts in der 7. Klasse⁸⁸. Viel Raum nehmen ebenfalls Dreisatz, Dezimalbrüche sowie Brüche und allgemeine Zahlen ein; die vier genannten Gebiete, allen voran das Rechnen mit Dezimalbrüchen, werden (sofern sie nicht in der 7. Klasse behandelt werden) vorausgesetzt, nicht aber auf später verschoben. Dasselbe gilt für die geometrischen Grundbegriffe, die für 80.4 Prozent der Lehrer Stoff der 7. Klasse darstellen.

Tabelle 55: Behandlung der Unterrichtsstoffe

Unterrichtsstoffe	Kenntnis des Stoffes zu Beginn der 7. Klasse vorausgesetzt	In der 7. Klasse			zusammen	Die Behandlung erfolgt in einer späteren Klasse
		behandelt	besonders ausführlich behandelt (mit vielen Bei- spielen und Anwendungen)			
	in %	in %	in %	in %	in %	
Prozentsatz (mit Anwendungen)	16.2	40.6	33.5	74.1	9.9	
Dreisatz	28.3	32.4	32.2	64.6	7.2	
Rechnen mit Dezimalbrüchen	56.8	22.6	19.2	41.8	1.8	
Mengenlehre	19.3	35.6	15.3	50.9	30.6	
Permutationen	1.1	4.6	0.0	4.6	94.3	
Brüche und allgemeine Zahlen	39.7	28.3	20.0	48.3	13.3	
Algebraische Operationen und ihre Gesetze	7.8	29.8	25.7	55.5	36.5	
Dreieck	1.8	41.9	28.9	70.8	27.6	
Abbildungen und ihre Gesetzmäßigkeiten	0.8	36.8	24.9	61.7	37.3	
Geometrische Grundbegriffe	13.9	43.3	37.6	80.9	5.2	
Viereck	2.4	24.1	5.0	29.1	68.5	

Ohne im einzelnen einen Vergleich mit den Erhebungsdaten aus dem Jahr 1964 herstellen zu können⁸⁹, zeigt schon die flüchtige Betrachtung der Verteilungen, daß hinsichtlich der Verbreitung der Mengenlehre eine erhebliche Veränderung stattgefunden hat. Etwa die Hälfte der Lehrer nimmt dieses Stoffgebiet in der 7. Klasse durch, weitere 20 Prozent setzen es sogar voraus, und es wäre nicht überraschend, wenn sich die Lehrer, je nachdem, wie intensiv sie sich dieser inhaltlichen Neuerung im Unterricht angenommen haben, in mancherlei Hinsicht voneinander unterschieden, beispielsweise in bezug auf Unterrichtsziele und methodische Optionen. Einflüsse der Lehrpläne sowie der Lehrbücher sind hier freilich in Rechnung zu stellen: 58.7 Prozent der Lehrer, die mit dem Lambacher-Schweizer arbeiten, gegenüber 39.7 Prozent Reidt-Wolff-Benutzern behandeln die Mengenlehre in der 7. Klasse. Und 36.6 Prozent der mit Titze arbeitenden Lehrer setzen die Mengenlehre zu Beginn der 7. Klasse voraus (gegenüber nur 13.9 Prozent der Benutzer von Lambacher-Schweizer).

Permutationen (233, 244, 255) spielen nach Auskunft der Antwortverteilungen keine erwähnenswerte Rolle im Mathematikunterricht; auch sie sind weder in den Lehrplänen noch im KMK-Beschluß von 1968 enthalten, so daß der Stoffbereich vermutlich je nach individuellem Interesse der Lehrer behandelt wird. Im Vergleich zu den Ergebnissen der Stoffbefragung von 1964 scheint dieser Inhalt immer weniger berücksichtigt zu werden: Waren es in Schleswig-Holstein 1964 noch 9 Prozent der Lehrer, die Permutationen behandelten, so sind es hier nur mehr 3.6 Prozent. In Hamburg wurde deren Kenntnis 1964 sogar von 5 Prozent der Lehrer zu Beginn der 7. Klasse vorausgesetzt, 1969 werden sie von keinem Lehrer mehr genannt⁹⁰.

Brüche und allgemeine Zahlen (234) und algebraische Operationen und ihre Gesetze (235) sind, mathematisch gesehen, nur schwer voneinander zu trennen. Gleichwohl weichen die Verteilungen deutlich voneinander ab. Zwar behandeln etwa gleich viele Lehrer diese Inhalte in der 7. Klasse (48.3 und 55.5 Prozent), doch werden die Brüche zu 39.7 Prozent (gegenüber 7.8 Prozent bei den algebraischen Operationen) vorausgesetzt; entsprechend erfolgt die Behandlung der Brüche nur bei 13.3 Prozent der Lehrer (gegenüber 36.5 Prozent) in einer späteren Klasse. Vermutlich haben die Lehrer bei Brüchen und allgemeinen Zahlen eher an die reine Technik des Umgehens mit Buchstaben und ihren Verbindungen gedacht, bei Item 235 dagegen mehr auf den Begriff „Gesetze“ geachtet (ein Beispiel wäre der binomische Lehrsatz). Es ist aber auch möglich, daß die Lehrer bei der Frage 234 vor allem die Brüche und weniger die allgemeinen Zahlen vor Augen gehabt haben; auch dies würde die Häufigkeitsdifferenzen erklären. Aufgrund der genannten Unklarheiten wird man bei der weiteren Verwendung der beiden Items zurückhaltend sein müssen.

Die Stoffgebiete aus der Geometrie gehören ganz überwiegend in die 7. Klasse; lediglich das Viereck wird von mehr als der Hälfte der Lehrer später behandelt. In den vorgegebenen Inhalten sind zwei historische Schichten repräsentiert: einerseits die Euklidische Systematik in der Dreiecks- und Viereckslehre und andererseits die bewegungsgeometrischen Methoden im Bereich Abbildungen und ihre Gesetze, welche mit der Kleinschen Reform eingeführt wurden (vgl. Schubert, 1971, S. 16 ff.). Der Ansatz Kleins zu einem völlig neuen methodischen Aufbau des Mathematikunterrichts wurde jedoch nicht konsequent aufgenommen, sondern die Abbildungen wurden als neues Stoffgebiet den alten Inhalten lediglich hinzugefügt.

In der methodischen Diskussion war man sich lange darüber uneinig, ob man zuerst das Dreieck oder das Viereck einführen solle. Wie die Kreuztabelle der Items 247 und 250 zeigt (vgl. Tabelle 56), neigen die Lehrer dazu, entweder nur das Dreieck oder beides, Dreieck und Viereck, in der 7. Klasse durchzunehmen (oder beide nicht zu behandeln).

Tabelle 56: Behandlung von Dreieck und Viereck

247 (Dreieck)	250 (Viereck)			Insgesamt
	Nicht angekreuzt	Behandelt	Besonders ausführlich behandelt	
Nicht angekreuzt	104	7	1	112
Behandelt	95	58	5	158
Besonders ausführlich behandelt	70	27	13	110
Insgesamt	269	92	19	380

$\chi^2 = 51.23$; $df = 4$; p kleiner 0.001.

Nur acht Lehrer behandeln das Viereck in der 7. Klasse, ohne zugleich das Dreieck durchzunehmen; das Viereck stellt für die Lehrer keine Alternative zum Dreieck dar. Ausschließlich um das Dreieck geht es bei 165 Lehrern; dies bedeutet freilich nicht, daß das Viereck auf später verschoben würde: die Korrelation zwischen 247 und 261 beträgt -0.20 . (Ganz analog korrelieren 250 und 258 $r = -0.31$ und 258 mit 261 $r = +0.31$: wer die Dreieckslehre auf später verschiebt, verfährt tendenziell auch mit der Viereckslehre so; wer das Viereck in der 7. Klasse bearbeitet, verschiebt deshalb das Dreieck nicht auf später.)

Zur Stoffverteilung in den verschiedenen Bundesländern

Wie nicht anders zu erwarten, kommen in den für die gesamte Bundesrepublik Deutschland geltenden Werten länderspezifische Besonderheiten nicht zum Ausdruck; diese sollen anhand von Daten über die Prozentrechnung illustriert werden: Lehrer, die einen Stoffbereich zu Beginn der 7. Klasse voraussetzen, in der 7. Klasse behandeln beziehungsweise besonders ausführlich mit vielen Beispielen und Anwendungen behandeln oder die Behandlung auf eine spätere Klasse verschieben (vgl. Tabelle 57).

Tabelle 57: Stoffbereich Prozentsatz (mit Anwendungen). Nach Bundesländern

Bundesland	Item 229	Item 240		Item 251	
	Kenntnis vorausgesetzt	In Klasse 7 behandelt	ausführl. behandelt	insgesamt	Später behandelt
	in %	in %	in %	in %	in %
Baden-Württemberg	18.8	60.4	22.9	83.3	0.0
Bayern	84.8	15.2	0.0	15.2	0.0
Berlin	7.7	38.5	23.1	61.6	30.8
Bremen	21.1	21.1	42.1	63.2	15.8
Hamburg	11.1	55.6	16.7	72.3	16.7
Hessen	0.0	38.1	52.4	90.5	9.5
Niedersachsen	7.0	44.2	27.9	72.1	20.9
Nordrhein-Westfalen	3.2	46.8	38.7	85.5	11.3
Rheinland-Pfalz	0.0	50.0	47.1	97.1	2.9
Saarland	0.0	21.4	78.6	100.0	0.0
Schleswig-Holstein	3.3	36.7	50.0	86.7	10.0

In der Verteilung der Antworten auf die Items 229, 240 und 251 läßt sich zunächst die Wirksamkeit der Lehrplanvorgaben (und der darauf abgestimmten Lehrbücher) feststellen: Nur in Bayern ist die Prozentrechnung schon in der 6. Klasse des Gymnasiums vorgesehen, und entsprechend wird auch nur dort die Kenntnis dieses Stoffbereichs zu Beginn der 7. Klasse im allgemeinen vorausgesetzt. Interessanter freilich als derartige handgreifliche Zuordnungen sind die Abweichungen, die in Tabelle 57 zu erkennen sind (und ähnlich in den länderweisen Verteilungen der übrigen Stoffgebiete auftreten). So wird — um nur ein paar Beispiele herauszugreifen — in etwa jeder siebenten bayerischen Gymnasialklasse trotz der Lehrplanvorschriften die Prozent-

rechnung erst in der 7. Klasse durchgenommen; in Berlin ziehen 7.7 Prozent der Lehrer die Prozentrechnung in die 6. Klasse vor, obwohl sie laut Lehrplan erst in der 7. Klasse zu behandeln wäre, und fast ein Drittel der Lehrer nimmt sie nicht vorschriftsgemäß in der 7. Klasse durch, sondern verschiebt die Behandlung auf später. — Von Interesse sind auch die unterschiedlichen Streuungen der Antworten: Während beispielsweise im Saarland die Lehrplanvorgaben streng befolgt werden, geben die Bremer Lehrer ein Beispiel für höchst flexiblen Umgang mit den Lehrplänen, da sich nur etwa drei Fünftel von ihnen in der 7. Klasse mit der Prozentrechnung befassen und je ein Fünftel sie entweder vorzieht oder auf später verschiebt⁹¹.

Versucht man, sich aus den für jedes einzelne Stoffgebiet vorliegenden Informationen ein grobes Gesamtbild von der Menge der im Unterricht vorausgesetzten, behandelten oder auf später verschobenen Inhalte zu machen, so zeigt sich zunächst erwartungsgemäß, daß Berlin aufgrund seines andersgearteten Schulsystems zu Beginn der 7. Klasse die geringsten Voraussetzungen hinsichtlich der Kenntnis der erfragten Stoffgebiete macht⁹². Im übrigen gewinnt man den Eindruck, daß die Ansprüche an die im Fragebogen angesprochenen Vorkenntnisse der Schüler vor Beginn der 7. Klasse in Bayern und Hamburg am höchsten und in Nordrhein-Westfalen und Schleswig-Holstein am niedrigsten liegen. Die Schwankungen zwischen den Prozentangaben für die in der 7. Klasse behandelten Stoffgebiete scheinen insgesamt relativ gering zu sein, wenn man von den hohen Ansprüchen absieht, die an die Schüler in Berlin gestellt werden. In anderen Ländern, beispielsweise in Rheinland-Pfalz, gibt es insofern eine stärkere Entzerrung bei der Vermittlung neuer Inhalte, als eine größere Zahl von Lehrern nicht vorausgesetzte Unterrichtsstoffe auf spätere Klassen verschiebt (zum Beispiel Mengenlehre, algebraische Operationen, Dreieck). Aussagen dieser Art sind im übrigen auch deshalb mit Vorsicht zu behandeln, weil die Behandlung der einzelnen Stoffgebiete unterschiedlich viel Zeit in Anspruch nimmt.

Faktorenanalyse

Obleich die Fragen über die im Unterricht behandelten Inhalte terminologisch nicht unproblematisch sind und die Antworten der Gesamtgruppe der Lehrer Länderunterschiede überdecken⁹³, seien im folgenden einige faktorenanalytisch gewonnene Resultate mitgeteilt; der Leser wird gut daran tun, bei der Interpretation deren vorläufigen Charakter im Auge zu behalten. In die Faktorenanalyse wurden die Fragen 211, 214 bis 221, 240 bis 243 und 245 bis 250, insgesamt also 19 Items, einbezogen. 212 entfiel wegen der hohen Korrelation mit 211, 213 wegen des Zusammenhangs mit 214; bei den Zielen wurden nur die Antworten zum Gewicht in der tatsächlich unterricht-

teten Klasse einbezogen; entsprechend bei den Stoffen nur 240 bis 250, ihre Behandlung in der 7. Klasse also, wobei Item 244 (Permutationen) wegen der geringen Häufigkeit der Nennungen (nur von 4.6 Prozent behandelt) aus-
 scheid. Acht Faktoren, die 64.7 Prozent der Gesamtvarianz (14.8, 9.9, 9.4, 7.4, 6.5, 5.7, 5.5 und 5.3 Prozent) aufklären, wurden rotiert.

Tabelle 58: Faktor 1 - Unterrichtsstoffe und -ziele

Ladung	Item Nr.	Text
.83	240	Prozentsatz (mit Anwendungen)
.80	241	Dreisatz
-.47	246	Algebraische Operationen und ihre Gesetze
-.32	243	Mengenlehre
(-.27	211	Behandlung von Geometrie und Arithmetik nebeneinander herlaufend)
(.20	242	Rechnen mit Dezimalbrüchen)
(.19	215	Mathematische Techniken [Fertigkeit im Gebrauch der Rechen- und Konstruktionsverfahren])

Faktor 1 (vgl. Tabelle 58) wird bestimmt von der Angabe, nach der traditionelle Unterrichtsstoffe wie Prozentsatz mit Anwendungen (240) und Dreisatz (241) in der 7. Klasse besonders ausführlich behandelt werden. Diese inhaltliche Option schließt eine intensive Beschäftigung mit algebraischen Operationen und ihren Gesetzen (246) und mit Mengenlehre (243) tendenziell aus. Von den Zielen findet sich, mit schwacher Ladung, auf diesem Faktor lediglich Item 215, „Mathematische Techniken“, ein Ziel also, welches gut zu den ebenfalls positiv ladenden Routinestoffen paßt. Neben den genannten Items korreliert schließlich Frage 211 mit dem Faktor, was insbesondere für den Stoffbereich Mengenlehre einleuchtet, in dem es ohnehin schwerfallen dürfte, die in der Schulmathematik traditionell scharfe Abgrenzung zwischen Geometrie und Arithmetik durchzuhalten.

Der 2. Faktor besteht aus den Items 247 (Dreieck), 249 (geometrische Grundbegriffe) und 211 (Geometrie und Arithmetik nebeneinander herlaufend) mit den Ladungen .83, .36 und .34. Er spiegelt inhaltlich den üblichen, von den meisten Lehrbüchern nahegelegten Geometrieunterricht wider, der nicht schwerpunktmäßig, sondern parallel zum Arithmetiklehrgang stattfindet.

Der 3. Faktor (vgl. Tabelle 59) vereinigt die drei Ziele 218, 217 und 219 mit dem Stoffbereich Mengenlehre (243). Er bringt damit vor allem die inhaltliche Bezogenheit des Zieles „Erkennen von Beziehungen“ (218) auf die

Tabelle 59: Faktor 3 – Unterrichtsstoffe und -ziele

Ladung	Item Nr.	Text
.56	218	Erkennen von Beziehungen (Relationen zwischen Elementen von Mengen sowohl bei arithmetischen als auch bei geometrischen Aufgabenstellungen)
.52	217	Strategie der Problemlösung (Fähigkeit, eine Aufgabe zu analysieren, d. h. das mathematische Problem in einer Aufgabenstellung zu erfassen und ein Verfahren zur Lösung der Aufgabe anzugeben)
.39	219	Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache und umgekehrt (Fähigkeit, einen Text in die mathematische Symbolsprache zu übertragen bzw. eine in der mathematischen Symbolsprache formulierte Aussage in einen Text zu fassen)
.33	243	Mengenlehre
(.22	220	Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln [Erkennen, welchen Ort eine Aussage einnimmt; strengere Begründungsketten verstehen und selbst durchführen; Erfassen des Geltungsbereiches von Aussagen und Verfahren])
(.21	214	Neue Zahlensysteme von den Schülern entwickeln lassen)
(.20	221	Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich [Dabei wird der enge Problembereich überschritten, z. B. Wiederentdecken des Bekannten innerhalb des Neuen; Umstrukturierung und eigenständige Interpretation der Aufgabenstellung; strukturelle Betrachtungen])

Mengenlehre zum Vorschein. Aber auch die Ziele 217, „Strategie der Problemlösung“, unter anderem also die Fähigkeit, ein mathematisches Problem in einer Aufgabenstellung zu erfassen, und 219, „Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache und umgekehrt“ — wobei der Aspekt der sprachlichen Leistung angesprochen sein dürfte —, stehen in einem verstehbaren Zusammenhang zu einigen mit der Mengenlehre verfolgten Intentionen⁹⁴. Mit schwächeren Ladungen finden sich hier außerdem die beiden übrigen höheren Ziele (220 und 221) — sie bilden darüber hinaus noch einen eigenen Faktor — sowie die Frage 214, in welcher die Lehrer die Notwendigkeit bejahen, daß die Schüler neue Zahlensysteme entwickeln. Insgesamt handelt es sich hier also um einen Faktor, der anspruchsvollere Ziele und neuartige Inhalte zusammenfaßt.

Der 6. Faktor stellt eine zweite Gruppierung der höheren Ziele dar, von denen allerdings nur die beiden letzten, „Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln“ und „Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich“, eine höhere Ladung aufweisen (.64 und .38). Von den Stoffen finden sich hier das Viereck (250; .21) sowie algebraische Operationen und

ihre Gesetze (246; .16), anspruchsvolle, von vielen Lehrern auf eine spätere Klasse verschobene Inhalte also.

Den 8. Faktor schließlich führen die beiden „niederen“ Ziele 216 (.52) und 215 (.45) an. Sie ziehen, wieder nur mit schwachen Ladungen, von den Stoffen das Rechnen mit Dezimalbrüchen (242; .18) sowie das Viereck (250; .17) auf sich. Letzteres wird in diesem Zusammenhang bedeuten, daß die Viereckslehre auch einfache Elemente enthält, die zum abfragbaren Wissen und den mathematischen Techniken gehören.

Insgesamt bestätigt die Faktorenanalyse die Teilung der Unterrichtsziele in zwei Gruppen, welche orthogonale Faktoren bilden, so daß nicht vorhersagbar ist, wie sich ein Lehrer, der auf dem einen Faktor hoch liegt, in dem anderen verhält; beispielsweise kann derselbe Lehrer beide Zielgruppen intensiv verfolgen. Ferner heben sich aus der Gruppe der höheren Ziele die beiden letzten, 220 und 221, heraus, was sich vermutlich aus den besonders hohen Ansprüchen erklärt, die mit ihnen verbunden werden.

Was die Stoffbereiche betrifft, so zeigen sie mit den Zielen nur einzelne, plausible Zuordnungen, freilich überwiegend in schwacher Ausprägung. Eine Ausnahme bildet lediglich die Mengenlehre, die in Faktor 3 die erwartete Verbindung zu einigen höheren Zielen eingeht — erwartet deshalb, weil dieser Stoffbereich vom Beginn seiner Einführung in die Schule an ungewöhnlich stark verknüpft war mit aus der kognitivistischen Psychologie stammenden Argumenten (und Hoffnungen), die ausgefeilte Zielvorstellungen hinsichtlich der kognitiven Entwicklung von Schülern enthielten oder zumindest implizierten.

Insgesamt ergeben sich aus der vorliegenden Untersuchung demnach nur schwache Hinweise auf die Zuordnung von Zielen, Inhalten und Methoden. Zwar treten Methoden, Ziele und Verwendungssituationen in engen Zusammenhang, wo dem Lehrer durch die Art der Fragestellung keine andere Wahl blieb, als Zuordnungen zu treffen (Methodenselbsturteil, vgl. Abschnitt 2.6), doch gibt es keine festen Verbindungen, wenn die Items über den ganzen Fragebogen verstreut sind. Man muß allerdings sehen, daß zum einen das hier verwendete Erhebungsinstrument nicht eigens zur Erfassung dieses komplexen Sachverhalts konstruiert wurde, zum anderen aufgrund der speziellen Rahmenbedingungen kein beliebig großer Freiheitsspielraum besteht: so determinieren beispielsweise die — intensiv genutzten — Lehrbücher schon bis zu einem gewissen Grad die Vorgehensweise im Unterricht, und ein Lehrer, der jenseits der Vorgaben des Lehrbuchs nach anderen Ansätzen unterrichten möchte, bürdet sich erhebliche Zusatzarbeit auf. Ob der Dreisatz etwa als Sprachschema vorgegeben oder hierfür die Simplex-Methode (Bauersfeld) angeboten oder von quotienten- und produktgleichen Größenpaaren ausgegangen wird, in jedem Fall sind im Lehrbuch Beispiele,

Regeln oder Übungsaufgaben vorgegeben, und der Lehrer müßte auf die Angebote des Buches verzichten, wenn er einen anderen Ansatz wählen wollte. Diese Fremdbestimmung durch das Lehrbuch dürfte um so stärker durchschlagen, je anspruchsvoller die Vorgehensweisen sind, die der Lehrer bevorzugt. Die unbefriedigenden Auskünfte zum Problem der Zuordnung von Zielen, Inhalten und Methoden des Mathematikunterrichts, die aus der vorliegenden Studie zu gewinnen sind, gestatten es jedenfalls nicht, die Frage als erledigt zu betrachten, sondern sie sind, zumindest teilweise, mit den untersuchungsmethodischen Charakteristika dieser Erhebung zu erklären. Immerhin besitzen die Zuordnungen, die hier auftauchen, trotz ihrer schwachen Ausprägung im allgemeinen große Plausibilität⁹⁵. Eine empirische Untersuchung dieser schulpädagogisch bedeutsamen Frage dürfte daher nach wie vor eine sinnvolle Aufgabe künftiger Unterrichtsforschung darstellen.

2.9 Unterrichtsorganisation (Items 262 bis 274)

Traditioneller Unterricht ist durch Standardisierung gekennzeichnet: Die Unterrichtssituation ist für alle Schüler einer Klasse dieselbe, man arbeitet mit demselben Lehrbuch, der Lehrer steht vor der Klasse und bestimmt Inhalte und Arbeitstempo für alle Schüler zugleich. Auf diesen Kontext bezieht sich auch ganz überwiegend die bisherige Unterrichtsforschung, wenn sie der Frage nachgeht, welches das beste Unterrichtsmaterial oder die beste Lehrmethode für alle Schüler einer Klasse sei. Nun ist aber auch unbestritten, daß selbst in einer vorselektierten Population, wie eine Gymnasialklasse sie darstellt, nicht nur große intraindividuelle Leistungsunterschiede zwischen den Schulfächern, sondern auch sowohl inter- als auch intraindividuelle Unterschiede innerhalb des einzelnen Faches bestehen, denen der Unterricht nur mit Hilfe individualisierender Maßnahmen gerecht werden könnte⁹⁶. Die Frage nach der Verwendung gruppenteiligen Arbeitens sollte dazu dienen, im derzeitigen Mathematikunterricht existierende Ansätze zu innerer Differenzierung aufzudecken und die Muster, nach denen sie abläuft, zu beschreiben.

Auf die Frage: „Verwenden Sie neben dem Klassenunterricht gruppenteiliges Arbeiten?“ antworteten 58.8 Prozent der Lehrer mit „nie“. Von den positiven Antworten lauteten 1.5 Prozent „oft“, 11.5 Prozent „manchmal“ und 28.2 Prozent „selten“. Gruppenteiliges Arbeiten war demnach im Mathematikunterricht, wie erwartet⁹⁷, nicht stark verbreitet, zumal sich einige der positiven Antworten wohl noch auf gruppenteilige Arbeitsweisen bei Klassen-

arbeiten (Item 298) beziehen mögen; der Zusammenhang der beiden Antwortverteilungen schließt diese Interpretation jedenfalls nicht aus (vgl. Tabelle 60).

Tabelle 60: Gruppenarbeit im Unterricht und gruppenteilige Klassenarbeiten

Item 262 (Gruppenarbeit im Unterricht)	Item 298 (gruppenteilige Klassenarbeiten)	
	Nie	Selten/manchmal/oft/sehr oft
Nie	152 39.3 %	76 19.6 %
Selten manchmal oft	88 22.7 %	71 18.4 %

χ^2 (der nicht zusammengefaßten Verteilung) = 46.36; df = 12; p kleiner 0.1.

Aus den Antworten der 162 Lehrer, die eine positive Auskunft gegeben hatten und zu den Fragen 263 bis 274 Stellung nehmen konnten, ergibt sich als vorherrschendes⁹⁸ Bild, daß die Gruppen eher vom Lehrer (273) und nach der Sitzordnung (272) gebildet wurden ($r = .53$)⁹⁹, daß gruppenteiliges Arbeiten nur während eines Teils der Stunde stattfindet (264) und die Gruppen eher an demselben als an unterschiedlichen Problemen arbeiten, und zwar nach der Erarbeitung der Problemstellung im Unterricht; danach folgen Diskussion und Zusammenfassung der Ergebnisse (265). Diese am häufigsten gemachten Detailangaben zeigen, daß es hier nicht um Gruppenunterricht im üblichen Sinne geht, sondern um eine Variante, die sich nahtlos in den traditionellen Frontalunterricht einfügen läßt und vermutlich vor allem als Stillperiode zur gleichschrittigen Bearbeitung von Übungsaufgaben vorgesehen ist¹⁰⁰. Jedenfalls ist deutlich, daß mit innerer Differenzierung hier kaum die Absicht verfolgt wird, die Bedingungen für selbstbestimmtes, „entdeckendes“ Lernen zu schaffen, für einen Gruppenunterricht also, in dem der Individualisierungsaspekt eine besonders wichtige Rolle spielt¹⁰¹.

Man darf freilich bei der Konstatierung und Bewertung der geringen Verbreitung gruppenteiligen Arbeitens im Mathematikunterricht der 7. Gymnasialklasse im allgemeinen und bei der Betrachtung der häufigsten Detailspekte im besonderen nicht vergessen, daß eine solche Arbeitsform insofern hohe Ansprüche an den — hierfür ja nicht besonders vorgebildeten — Lehrer stellt, als die vorhandenen Unterrichtsmaterialien kaum Hilfen bereitstellen (einmal abgesehen von den völlig unzureichenden Hinweisen im Lambacher-Schweizer, wo Fleiß erfordernde Aufgaben durch das Bild einer Ameise und zum Nachdenken zwingende durch einen Raben gekennzeichnet sind). Erwartungsgemäß ergibt dann auch die Prüfung des Zusammenhangs von verwendetem Lehrbuch und Antwortverhalten zu Frage 262 nur eine unbe-

deutend größere Häufigkeit im Gebrauch von Maßnahmen der inneren Differenzierung bei den Benutzern des Lambacher-Schweizer (56.8 Prozent der Lehrer kreuzen hier „nie“ an); die ähnliche Verteilung bei den Benutzern des Reidt-Wolff (57.8 Prozent „nie“) mag darauf zurückzuführen sein, daß sich in dem Buch „Elemente der Mathematik. Vorstufe 3“ bestimmte Inhalte für differenzierende Maßnahmen anbieten (zum Beispiel die Untergliederung des Abschnittes Prozentrechnung in Grundaufgaben, Anwendungen und Zinsrechnung). Bei den Lehrbüchern Tietze und Kratz sind es jeweils rund 65 Prozent der Lehrer, die nie gruppenteilig arbeiten.

In die Faktorenanalyse wurde die Leitfrage 262, von der die übrigen Items abhängig sind, nicht mit einbezogen. Nur die Daten derjenigen Lehrer, die überhaupt gruppenteilig arbeiten, geben die Basis für die folgende Analyse ab¹⁰². Vier Faktoren wurden extrahiert, die insgesamt 63.9 Prozent (25.1; 19.0; 10.8 und 9.0 Prozent) der Varianz aufklären.

Tabelle 61: Faktor 1 - Gruppenarbeit im Unterricht

Ladung	Item Nr.	Text
.83	267	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: Das Problem wird aufgegliedert in Teilprobleme. Jede Gruppe bearbeitet ein Teilproblem. Dann Zusammenfassung. Dabei erhalten verschieden gut befähigte Gruppen verschieden schwere Aufgaben.
.63	266	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: Das Problem wird aufgegliedert in Teilprobleme. Jede Gruppe bearbeitet ein Teilproblem. Dann Zusammenfassung.
.61	269	Bei der Gruppenarbeit werden leistungshomogene Gruppen gebildet
.39	264	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: während eines Teils der Stunde

Die beiden den Faktor (vgl. Tabelle 61) bestimmenden, eng miteinander zusammenhängenden Items ($r = .56$) betreffen das inhaltsbezogene Vorgehen beim Gruppenunterricht: Das anstehende Problem wird aufgegliedert in Teilprobleme, jede Gruppe bearbeitet ein Teilproblem (266), wobei verschieden gut befähigte, homogene (269) Gruppen verschieden schwere Aufgaben erhalten können (267). Danach folgt eine Zusammenfassung. Der Faktor beschreibt einen am Differenzierungskriterium Leistung orientierten Gruppenunterricht, der zwischenzeitlich (264) in der Mathematikstunde stattfindet.

Der 2. Faktor besteht aus den Items 274, 273 und 271 mit den Ladungen .96, -.45 und .57: Nicht der Lehrer bildet die Gruppen, sondern die Schüler wäh-

len sich ihre Partner selbst, so daß Freundschaftsgruppen entstehen. Diese können leistungshomogen oder -heterogen sein: Die Items 269 und 270 laden beide zwar schwach, aber in derselben Richtung auf diesem Faktor. Der dritte Faktor vereinigt vor allem die Items mit hohen Mittelwerten, die bereits aufgeführt wurden: Der Gruppenunterricht findet nur während eines Teils der Stunde statt (264; Ladung .61), wobei die Gruppen vom Lehrer (273; .51) nach der Sitzordnung (272; .66) gebildet werden. Dabei wird die Problemstellung zunächst im Unterrichtsgespräch gemeinsam erarbeitet. Die Gruppen bearbeiten dann dasselbe Problem. Eine Diskussion und die Zusammenfassung der Ergebnisse schließen sich an (265; .27). Der Faktor beschreibt einen Gruppenunterricht, in welchem sich kaum Gelegenheit zur selbständigen Bearbeitung neuartiger Probleme bieten dürfte und in dem vermutlich Übungsaufgaben gelöst werden, ohne daß die Schüler ihren Platz zu wechseln brauchen.

Tabelle 62: Faktor 4 - Gruppenarbeit im Unterricht

Ladung	Item Nr.	Text
.66	263	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: während der ganzen Stunde
.41	270	Bei der Gruppenarbeit werden leistungsheterogene Gruppen gebildet
.39	267	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: Das Problem wird aufgegliedert in Teilprobleme. Jede Gruppe bearbeitet ein Teilproblem. Dann Zusammenfassung. Dabei erhalten verschieden gut befähigte Gruppen verschieden schwere Aufgaben.
(.26	265	Wenn gruppenteiliger Unterricht verwendet wird: Die Problemstellung wird im Unterrichtsgespräch gemeinsam erarbeitet. Alle Gruppen bearbeiten dann dasselbe Problem. Anschließend Diskussion und Zusammenfassung der Ergebnisse)
(.26	271	Bei der Gruppenarbeit werden Freundschaftsgruppen gebildet)
(.26	274	Unterrichtsorganisation: Die Schüler wählen sich ihre Partner selbst)

51 Lehrer, das heißt also etwa ein Drittel derjenigen, die überhaupt gruppenteilig arbeiten lassen, geben an, zumindest gelegentlich diese Arbeitsform während der ganzen Stunde zu praktizieren (263). Das damit in Zusammenhang stehende Differenzierungskriterium ist die soziale Distanz, nicht die Leistung: Die Gruppen sind leistungsheterogene (270) Freundschaftsgruppen (271), für die die Schüler sich ihre Partner selbst wählen (274). Dabei können naturgemäß auch verschieden gut befähigte Gruppierungen zustande

kommen, die dann, nach Aufgliederung des Problems in Teilprobleme, verschieden schwere Aufgaben bearbeiten (267). Möglich ist aber auch ein anderer Zugang zu den Unterrichtsinhalten, der darin besteht, daß die Problemstellung im Unterrichtsgespräch gemeinsam bearbeitet wird, alle Gruppen dann dasselbe Problem bearbeiten, anschließend miteinander diskutieren und die Ergebnisse zusammenfassen (265). Im 4. Faktor haben wir also eine genuin andere Form und Funktion des Gruppenunterrichts vor uns, als sie der 3. Faktor beschreibt: ausgedehntes, gruppenteiliges Arbeiten im leistungsheterogenen Team bei variabler Aufgabenstellung. — Der Faktor zeigt bei obliquen Rotation — bei welcher die übrigen aufgeführten Faktoren ebenfalls erscheinen — einen plausiblen Zusammenhang mit dem 2. Faktor ($r = +.43$).

2.10 Fragen 275 bis 286

Die in diesem Fragebogenabschnitt versammelten Items sprechen recht heterogene Themen an, die bei der methodischen Gestaltung des Mathematikunterrichts eine Rolle spielen können: den Stellenwert der Sprache (275 bis 277); die Einführung von Unterrichtsstoffen, die für höhere Klassen gedacht sind (280), die Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts (281 bis 286) sowie ein pauschales Selbsturteil der Lehrer darüber, ob der eigene Unterricht eher als entwickelnd, genetisch oder als systematisch-darlegend verstanden wird (278/279).

Die Verteilungen der Antworten auf die drei Items, welche zur Bedeutung der Sprache im Mathematikunterricht Auskunft geben, beziehen sich auf jene zahlreichen Unterrichtssituationen, in denen der Lehrer besondere sprachliche Aktivität von den Schülern erwartet: hier geht es um das Verbalisieren eines Konstruktionsganges durch den Schüler, die Beschreibung von Beweisgängen sowie die schriftliche Beschreibung einer Konstruktion. Freilich decken die drei Fragen die Möglichkeiten des gezielten Spracheinsatzes im Mathematikunterricht nicht ab; nicht aufgenommen ist beispielsweise der im Zusammenhang der Mengenlehre diskutierte Aspekt, bei den Schülern das Gefühl für die logischen Aspekte der Umgangssprache¹⁰³ zu schärfen. Gleichwohl kann man davon ausgehen, daß Lehrer, die ihre Schüler in den drei angebotenen Situationen häufig zur Verbalisierung anregen, auch sonst dazu neigen, sprachbewußten Mathematikunterricht zu geben, wie die positiven Korrelationen zu den Items 186, Verwendung des Streitgesprächs, bei dem der Lehrer die Rolle des Opponenten beziehungsweise Proponenten übernimmt, und 189, Schreiben mathematischer Aufsätze, signalisieren.

Die erwähnten, auf die Wichtigkeit der Sprache gerichteten Fragen geben allerdings kaum Aufschlüsse darüber, welche Funktionen sie erfüllen soll. So gibt es im Mathematikunterricht eine innermathematisch-wissenschaftliche, formale Sprachverwendung, wie sie bei der schriftlichen Darstellung einer Konstruktion vorherrschen dürfte, bei der in vorgeschriebener Abfolge, eindeutig und vollständig der Gang von der Problemstellung bis zum Ergebnis wiedergegeben wird. Um dies zu leisten, muß der Schüler aber das Problem — sofern es keine Routineaufgabe ist — zunächst gelöst haben und im nachhinein den Lösungsweg in einer Weise darstellen, die weit vom tatsächlich beschrittenen Weg abweichen kann. Denn man löst neue Probleme häufig nicht dadurch, daß man in einer festen Sequenz von Lösungsschritten denkt und diese verbalisiert, sondern wird beispielsweise einzelne Hypothesen prüfen und sich dabei in vielfachen Sprüngen zu einer mutmaßlichen Lösung und wieder zurück bewegen oder auch eine Lösung plötzlich „sehen“ und dann erst überprüfen, also gerade den Weg rückwärts gehen, der im formalen Beweisgang dargestellt wird und der Begründungen enthalten mag, die bei der Problemlösung selbst keine Rolle gespielt haben¹⁰⁴. In den Sprachitems können beide Arten der Problemlösung enthalten sein. So dürfte das Verbalisieren eines gleichzeitig an der Tafel vorgeführten Konstruktionsganges durch den Schüler (275) gelegentlich auch die zweite Funktion von Sprache beim Problemlösen in der Mathematik erfüllen, wenn der Lehrer beispielsweise zuläßt, daß der Schüler „laut denkt“, und nicht von ihm die Einhaltung einer vorgegebenen sprachlichen Darstellungsform fordert. Die formale Funktion dürfte in den Items 189 (mathematischer Aufsatz), 276 und 277 das Übergewicht haben; die Möglichkeit, Sprache im Zuge einer tatsächlichen Problemlösung zu verwenden, ergibt sich am ehesten noch in den Items 186 (Streitgespräch) und 275. Insgesamt läßt sich annehmen, daß Mathematiklehrer beim Verbalisieren überwiegend das Ziel verfolgen, sprachliche Genauigkeit und Strenge, die sich an einem vorgegebenen Muster bewähren muß, zu fördern, und damit der formalen Funktion größeres Gewicht verleihen.

Die Fragen 278 und 279 wurden in der Absicht gestellt, den Lehrern die Möglichkeit einer globalen Selbsteinstufung entsprechend den beiden hauptsächlich diskutierten methodischen Strömungen im Mathematikunterricht zu geben¹⁰⁵. Gefragt ist nach dem Charakter des übergeordneten Lehrgangs, nicht der einzelnen Unterrichtseinheit, also nach grundsätzlichen methodischen Optionen. Beim entwickelnden, genetischen Ansatz (278) ist vor allem an die Arbeiten von Wagenschein¹⁰⁶, Wittenberg und anderen zu denken; die systematisch-darlegende (oder axiomatische) Methode ist die des traditionellen Mathematikunterrichts.

Die Verteilung der Antworten auf die beiden Fragen ist schon auf den ersten

Blick erstaunlich: 79 Prozent der Lehrer geben an, daß der übergeordnete Lehrgang „vorzugsweise“ entwickelnd, genetisch sein sollte, 19.9 Prozent kreuzen „teilweise auch“ an, und nur 1.1 Prozent antworten negativ. Bei Item 279 dagegen sind es nur 12.7 Prozent, die „vorzugsweise“ ankreuzen; 75.6 Prozent optieren „teilweise auch“ für den traditionellen Ansatz, und 11.6 Prozent geben eine negative Antwort. Die beiden Items korrelieren mit $r = -.52$, schließen sich also partiell aus. Verblüffend ist vor allem die links-schiefe Verteilung des Items 278, weil die Lehrer, wie wir gesehen haben, ihren Unterricht überwiegend auf die Lehrbücher abstellen, diese aber durchweg dem systematisch-darlegenden Ansatz folgen, also nach den methodischen Grundsätzen des traditionellen Mathematikunterrichts¹⁰⁷ aufgebaut sind; der Lehrer findet darin kaum die unentbehrlichen Hilfen für genetischen Unterricht. Nur knapp 10 Prozent der Lehrer lehnen aber das Lehrbuch aus methodischen Gründen ab (Items 9 und 1), und in der Frage nach der Benutzung sonstiger didaktischer Literatur (19 bis 21) fällt der Name Wagenschein überhaupt nicht, und auch die sonstigen Vertreter des genetischen Ansatzes werden nur ganz selten genannt.

Fragt man nach den Gründen für die unerwartete Verteilung der Antworten auf die Frage 278, so wird man zunächst davon ausgehen müssen, daß die Mehrheit der Lehrer nicht das genetische Unterrichtskonzept im strengen Sinne, sondern mehr die Alltagskonnotationen dieses Begriffs, die Ähnlichkeit mit der traditionellen Vorstellung von induktivem Unterricht besitzen, bei der Beantwortung vor Augen gehabt haben. Darauf verweist die viel geringere Häufigkeit, in der sich die Lehrer beispielsweise zu den Fragen 47 und 42 geäußert haben; dort ging es — in verhaltensnäherer Formulierung und ohne Verwendung des Begriffs „genetisch“ — um zentrale Elemente des genetischen Lehrens. Diese beiden Items sind wichtige Elemente des 2. Faktors aus der Analyse der Fragen 22 bis 48, des Faktors also, welcher eine weitgehend dem genetischen Konzept entsprechende Art der Einführung neuer Sachverhalte beschreibt (vgl. oben Abschnitt 2.2); gleichwohl gibt es keinen korrelativen Zusammenhang jener Items mit der Frage 278. Offenbar verfügen die meisten Lehrer also nur über einen blassen, umgangssprachlich-unscharfen Begriff des entwickelnden, genetischen Unterrichts¹⁰⁸. Darüber hinaus muß offenbleiben, ob die Lehrer hier tatsächlich, wie bei den meisten Items des Fragebogens, an den Unterricht ihrer gegenwärtigen 7. Klasse gedacht oder eher ihre Wunschvorstellungen ausgedrückt haben; die Formulierung im Stamm des Items schließt letzteres durch das Wort „sollte“ nicht aus. Man wird also vermutlich nicht fehlgehen in der Annahme, daß die Lehrer bei Beantwortung der Frage 278 einerseits mit dem vorgegebenen Begriff nur eine vage Vorstellung verbunden haben, wozu die Verbindung des Terminus genetisch mit dem Adjektiv entwickelnd beigetragen haben mag, an-

dererseits die hohe Attraktivität dieses Unterrichtstyps empfunden und deshalb in ihren Antworten zumindest teilweise¹⁰⁹ Wunschvorstellungen¹¹⁰ geäußert haben¹¹¹. Insgesamt wird hier das Fehlen von Beobachtungsdaten aus dem Mathematikunterricht der befragten Lehrer besonders spürbar. Unterrichtsbesuche führen ja immer wieder die Komplexität des Geschehens eindringlich vor Augen. So geben manche Mathematiklehrer feste inhaltliche und unterrichtsorganisatorische Rahmenbedingungen vor, gewähren aber innerhalb dieser Vorgaben weite Denkfüräume, indem sie die Argumente und Denkabläufe der Schüler einschließlich ihrer Irrwege und Fehler sehr ernst nehmen und mit einem hohen Maß an Einfühlung verfolgen. Umgekehrt kennt jeder, der häufiger Unterricht sieht, Lehrer, die mit ihren Schülern lange Diskussionen über Ziele und Inhalte führen, dann aber gerade nicht an den Lern- und Denkprozessen der Schüler mit Geduld und unter differenzierter Beachtung des gedanklichen Details teilnehmen. Die Items des Fragebogens berühren zwar manche Aspekte solcher Verhaltensweisen, geben aber nur ein unvollständiges Bild gerade solcher, für die Beurteilung von Unterricht und seinen Wirkungen wichtigen Konfigurationen.

Auf die Frage, ob sie es für möglich hielten, Stoffe, die normalerweise für höhere Klassen gedacht sind (zum Beispiel für die 10. Klasse), schon in Klasse 7 zu behandeln, antworteten 42.1 Prozent der Lehrer mit „ja“; die Hälfte von ihnen gab zusätzlich Beispiele an. Dies ist insofern ein bemerkenswerter Befund, als das Vorziehen von erst später vorgesehenen Unterrichtsstoffen einen bewußten Akt darstellt, der mit zusätzlicher Vorbereitungsarbeit des Lehrers verbunden ist. Zwar gab es in Bayern, Berlin, Hamburg, Hessen, Niedersachsen und Nordrhein-Westfalen auch vor 1968 schon reformierte Lehrpläne für Gymnasien, doch enthalten sie Anregungen in dieser Richtung vor allem für die Oberstufe (Nordrhein-Westfalen) oder betreffen die Einführung der Mengenlehre in die Unterstufe (Hessen, Niedersachsen, Berlin). Außerdem läßt sich in der KMK-Empfehlung von 1968 eine Tendenz zur früheren Behandlung einiger Stoffgebiete erkennen¹¹². Es gibt also einige Entwicklungen in dieser Richtung, welche den Lehrern nicht verborgen geblieben sein werden; gleichwohl dürfte sich in den Antworten das tatsächliche, vom einzelnen Lehrer verantwortete Vorwegziehen von Stoffgebieten niederschlagen, da die Lehrer vor dem Hintergrund des in ihrem Land jeweils gültigen Lehrplans antworten.

Die freien Äußerungen zur Frage 280 zeigen, daß die Zustimmung differenziert interpretiert werden muß. Aufgeführt wurden, von Einzelnennungen abgesehen: Rechenstab (47 ×); Potenzrechnung (40 ×); Negative Zahlen (25 ×); Gleichungen (22 ×); Relationen, Proportionen (13 ×); Vektoren (11 ×) und Abbildungen, Gruppentheorie, Algebra, Wurzeln, Zahlenfolgen, Mengenlehre, Funktionen, Aufbau des Zahlensystems, Viereck, Dreieck

und Kreis (jeweils weniger als 10 Nennungen). Die meisten der angeführten Inhalte waren auch in der Stoffbefragung von 1964 für eine spätere Klassenstufe vorgesehen (vgl. Stegelmann, 1968).

Über den richtigen Zeitpunkt zur Einführung des Rechenstabes gibt es eine alte Kontroverse, die sich generell auf die Frage bezieht, ob Routinen beim Rechnen von Hand notwendig seien oder ob Hilfsmittel verwendet werden dürften, die den Schüler von mechanischen Rechenarbeiten entlasten — ein Motiv, welches aus den Zeiten des reformpädagogischen Protests gegen die alte Lernschule stammen dürfte. Das zweite Problem, welches in der Kontroverse angesprochen wird, ist das der Rechengenauigkeit und deren Begrenzung entsprechend der Zahlenqualität der Ausgangsdaten¹¹³. Lietzmann-Stender weisen in ihrer Methodik auf die Möglichkeit hin, den Rechenstab schon vor den Logarithmen einzuführen; die KMK-Pläne von 1958, in welchen die traditionellen Mathematiklehrpläne zusammengefaßt erscheinen, erwähnen den Rechenstab dagegen erst für die 10. Klasse des Gymnasiums und die 8. Klasse der Realschule; einzelne Lehrbücher erleichtern dem Lehrer die frühe Einführung des Rechenstabs durch ein eigenes Kapitel (zum Beispiel Lambacher-Schweizer). Lehrer, die die Einführung des Rechenstabes in die 7. Klasse vorziehen — das sind nach Ausweis von Item 290 rund 25 Prozent der befragten Gruppe —, können dies also entweder mit dem Motiv der technischen Erleichterung tun oder aber das — mathematisch interessante — Problem der auf die Datenqualität abgestimmten Rechengenauigkeit (vgl. Lietzmann-Stender, 1961, S. 127) angehen. Im Unterschied hierzu stellen die meisten der sonst aufgeführten Inhalte Veränderungen des Lehrplans im Sinne einer Vorwegnahme von Stoffen dar; dabei fällt auf, daß davon einige, zum Beispiel Potenzrechnung, Mengenlehre, Abbildungen, Gruppentheorie und Vektoren, in der Zwischenzeit auch offiziell für niedrigere Klassenstufen vorgesehen sind, teilweise sogar in die Lehrpläne für Grundschulen aufgenommen wurden. Insgesamt wird man davon ausgehen können, daß die Lehrer, welche auf die Frage 280 positiv geantwortet haben, damit ihre überdurchschnittlichen fachlichen wie didaktischen Interessen dokumentieren, vielleicht sogar einige Grundüberlegungen prozeßorientierten Unterrichts (Bruner, 1970) in die Praxis umzusetzen versuchen. Die Bedeutung solcher Versuche besteht darüber hinaus in der Durchbrechung der allgemein als ziemlich feststehend hingenommenen „Linearität“ des Mathematikunterrichts, in welchem der Inhaltsbereich B nur als bearbeitbar gilt, wenn zuvor A erfolgreich abgeschlossen wurde. Auf die erheblichen Folgen, die eine solche Wahrnehmung des Mathematikunterrichts für die Organisation integrierter Schulsysteme haben muß, ist wiederholt hingewiesen worden (vgl. zum Beispiel Jung, 1969).

Die Fragen 281 bis 286 richten sich auf Art und Ausmaß der Schülerbeteili-

gung an der Gestaltung des Unterrichts¹¹⁴. Bei der Konstruktion des Fragebogens wurden von einer größeren Zahl von Items nur diejenigen beibehalten, zu denen nach Meinung der Lehrer überhaupt positive Antworten zu erwarten waren. Aber auch zu den schließlich verbliebenen Fragen kamen nur relativ wenige zustimmende Antworten: Mehr als die Hälfte der Lehrer beteiligt die Schüler weder bei der Bestimmung der Reihenfolge der zu behandelnden Stoffe noch bei der Auswahl von Stoffen aus vorgegebenen Bereichen; auch bei der Besprechung und Festlegung der Unterrichtsorganisation haben die Schüler bei etwa der Hälfte der Lehrer keine Beteiligungsmöglichkeit. Lediglich die Antworten auf die Frage, ob die Schüler sich an der Besprechung und Festlegung der Behandlungsweisen zur Lösung eines Problems beteiligen können, sind etwa normal verteilt; unter diesen Punkt fällt aber möglicherweise die selbstverständliche Freiheit der Schüler, bei einer Aufgabe eigene Lösungswege zu suchen.

Aber auch die Offenlegung des Lehrplans durch den Lehrer, durch die die Schüler einen Inhaltsüberblick über das Schuljahr gewinnen und Argumente darüber hören könnten, warum welches Thema in der 7. Klasse zur Bearbeitung ansteht, geschieht nur relativ selten (29.1 Prozent) ausführlich. Die Vermutung, hier könne es große Unterschiede zwischen den Antworten der Lehrer aus den einzelnen Bundesländern geben, und zwar in dem Sinne, daß besonders kontroverse Lehrpläne auch häufiger im Unterricht besprochen werden, bestätigt sich nicht, obwohl Abweichungen durchaus auftreten: So erläutern nur 14.3 Prozent der schleswig-holsteinischen Lehrer ihren Schülern den Lehrplan ausführlich gegenüber immerhin 42.9 Prozent im Saarland; die übrigen Länder liegen zwischen diesen Extremwerten in der Reihenfolge Bremen (17.6 Prozent), Rheinland-Pfalz, Bayern, Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Hamburg, Baden-Württemberg, Hessen und Berlin (38.5 Prozent). Eine einleuchtende Erklärung für diese Unterschiede bietet sich nicht an; vielleicht spiegeln diese Zahlen auch unterschiedliche Kenntnisse der Lehrer in bezug auf die Lehrpläne. — Die Zielsetzung ihres Unterrichts erläutern zwei Drittel der Lehrer ausführlich; vermutlich sind hier kürzere Zeitabschnitte gemeint, als sie der Lehrplan umfaßt.

Die Faktorenanalyse der Items 275 bis 286 ergab vier Faktoren mit einem Eigenwert über 1, die 57.2 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (21.7, 13.2, 12.7 und 9.6 Prozent).

Der erste Faktor vereinigt die Items 281 bis 284, die vier Fragen zur Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts, mit gleichen Vorzeichen. Die Items 285 und 286 sind im Fragebogen zwar demselben Fragenkomplex zugeordnet, bilden aber einen eigenen (den vierten) Faktor. Faktor 1 zieht mit schwacher Ladung (.25) außerdem Item 280 (Vorwegnahme von Unterrichtsstoffen) auf sich, welches auf den übrigen Faktoren nicht lädt. Dies

stützt einerseits die oben vorgeschlagene Interpretation, daß in der Frage 280 Aspekte des prozeßorientierten Unterrichtskonzepts enthalten sind, und weist andererseits darauf hin, daß Lehrer, die hoch auf Faktor 1 liegen, „schülerorientiert“ unterrichten, indem sie sich nicht völlig vom Lehrplangängeln lassen, sondern über Inhalte relativ frei disponieren und die Schüler über Auswahl und Reihenfolge sowie Unterrichtsorganisation und methodisches Vorgehen mitbestimmen lassen. Der 2. Faktor besteht aus den Items 277, 276 und 275, den Sprachitems also. Er korreliert bei obliquen Rotation leicht (.27) mit dem 1. Faktor. Der 3. Faktor schließlich besteht nur aus den (sich partiell ausschließenden) Fragen 278 und, mit umgekehrtem Vorzeichen, 279.

Insgesamt spiegelt die Faktorenanalyse also vor allem die Heterogenität der unter diesen Abschnitt subsumierten Fragen wider.

2.11 Technische Hilfsmittel (Items 287 bis 297)

Die in diesem Abschnitt gestellten Fragen umfassen nahezu vollständig das in der 7. Klasse gebräuchliche Arsenal technischer Hilfsmittel. Dies läßt sich aus den spärlichen Antworten auf die offene Frage am Schluß erkennen; hier gab es fast nur noch Einzelnennungen, wie zum Beispiel Spiegel, Plastilin, Tageslichtprojektor, Bau von Modellen. Häufiger genannt werden lediglich die Items 291 und 296, welche Formen der Veranschaulichung ansprechen: die systematische Verwendung von Farben an der Tafel oder im Heft sowie Falten, Ausschneiden und Kleben im Geometrieunterricht. Im übrigen aber gewinnt man den Eindruck, daß die geringen Häufigkeiten der Angaben wiederum die überragende Bedeutung des Lehrbuchs im Mathematikunterricht dokumentieren. Vervielfältigtes Material, welches dazu dienen könnte, das Lehrbuch wenigstens zeitweise zu ersetzen, wird zwar von 14.7 Prozent der Lehrer oft oder sehr oft benutzt, doch sind diese nur zum geringen Teil identisch mit denjenigen Lehrern, die das Lehrbuch aus methodischen Gründen ablehnen (Item 9); Vervielfältigungen dienen vor allem der Ergänzung des Lehrbuchs. Lehrer, die besonders viel mit dem Lehrbuch arbeiten, benutzen nur selten vervielfältigte Materialien.

2.12 Leistungsbeurteilung (Items 298 bis 334)

Es mag auf den ersten Blick erstaunlich erscheinen, daß ein Fragebogen zur Didaktik und Unterrichtsmethode Fragen zur Leistungsbeurteilung enthält, zumal der Leistungsbeurteilung in den Mathematikmethodiken meist nur geringere Aufmerksamkeit geschenkt wird als etwa der Neueinführung von Sachverhalten, wenn man einmal von den Ausführungen über die Abiturprüfung absieht. Die Einbeziehung dieser Itemgruppe geschah vor allem in der Absicht, die vielfach nachgewiesenen Auswirkungen der Leistungsbeurteilung auf den Unterrichtsverlauf und die Lernprozesse mit zu berücksichtigen; durch die Art und Weise der Leistungsbeurteilung setzt der Lehrer außerordentlich wirksame Akzente und verdeutlicht damit, welche Aspekte seines Unterrichts für ihn von vorrangiger Bedeutung sind. Dabei kann sich die Beurteilung konsequent am eigenen Unterricht orientieren, der Lehrer kann aber auch die Gewichte anders als im Unterricht selbst setzen. Wenn er beispielsweise einerseits bei der Neueinführung eines Sachverhalts induktiv-genetischen Unterricht hält, problemorientierte Übungsformen wählt und die Entwicklung von Strategien der Problemlösung bei den Schülern für ein vorrangiges Unterrichtsziel ansieht, andererseits aber in seinen Klassenarbeiten nicht Aufgaben stellt, welche eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern, und darüber hinaus das richtige Ergebnis (322) höher bewertet als den richtigen Ansatz (320), werden die Schüler nach kurzer Zeit das Schwergewicht ihrer Aufmerksamkeit und Vorbereitung auf diejenigen Aspekte lenken, die für die Zensuren maßgeblich sind. Man wird daher davon ausgehen können, daß bestimmte methodische Optionen des Lehrers nur dann das Schülerverhalten in der gewünschten Richtung beeinflussen, wenn sie nicht mit unvereinbaren Strategien der Leistungsbeurteilung gekoppelt werden. Im übrigen erfahren die in den Faktoren einer übergreifenden Analyse¹¹⁵ sich ausdrückenden Deutungsmuster des professionellen Handelns der Lehrer entweder eine Korrektur oder eine Bestätigung, wenn hypostasierte Zusammenhänge zu den Fragen der Leistungsbeurteilung ausbleiben oder sich nachweisen lassen.

Die ersten vier Items fragen nach einigen neben den üblichen Klassenarbeiten vorhandenen Arten der Leistungsbeurteilung. Hinter der Frage nach gruppenteiliger Arbeitsweise bei Klassenarbeiten (298) stand die Vermutung, daß es Lehrer gebe, die mehrere Gruppen in einer Klasse bilden und diesen, ähnlich wie bei der gruppenteiligen Unterrichtsorganisation (266, 267), individuell zugewiesene, unterschiedliche Aufgaben zur Bearbeitung vorlegen. Die zweigipflige Verteilung der Antworten sowie die Anzahl der Nennungen (18.6 Prozent sehr oft und 62 Prozent nie; vgl. hierzu auch die

Ausführungen über die Unterrichtsorganisation) legen freilich die Vermutung nahe, daß mehrere Lehrer an die Bildung von zwei Aufgabengruppen (zum Beispiel für die Wandreihen und die Fensterreihen in der Klasse) gedacht haben — ein Verfahren also, wie es seit jeher zur Verhinderung des Abschreibens praktiziert wird und das mit der Individualisierung des Unterrichts nichts zu tun hat.

Mündliche Leistungen haben für die Festlegung der Zeugniszensur nach Ausweis der Antwortverteilung zur Frage 334 ein unerwartet hohes Gewicht: Sie bestimmen bei 51 Prozent der Lehrer etwa die Hälfte der Zensur. Die überwiegende Anzahl der Lehrer (93.4 Prozent) zensiert auch einzelne mündliche Leistungen ($\bar{X} = 2.13$), sammelt demnach Daten, aufgrund deren die Zeugnisnote bestimmt werden kann. Um so erstaunlicher ist dann die Beobachtung, daß die Items 300 und 334 nur schwach ($r = .17$) miteinander korrelieren, eine hohe Gewichtung der mündlichen Leistungen demnach durchaus nicht auf der Grundlage einer breiten Dokumentation von Einzelleistungen erfolgen muß, sondern der globale, im Gedächtnis festgehaltene Eindruck bestimmend sein wird. Dies sichert einerseits den Spielraum für die Berücksichtigung „pädagogischer“ Elemente in der Zensur (Anstrengung, Mitarbeit, Belohnung, Anreiz)¹¹⁶, führt aber andererseits dazu, daß sich positive oder negative Vorurteile gegenüber einem Schüler stärker auf die Zensur auswirken können. — Die Zensurierung einzelner mündlicher Leistungen dürfte darüber hinaus auch ein Disziplinierungsmittel darstellen, um aufkommender Unruhe im Unterricht wirksam zu begegnen.

Daß etwa ein Drittel der Lehrer schon im Jahr 1969/70 informelle Tests zur Leistungsbeurteilung benutzt haben, wäre ein höchst erstaunlicher Befund, wenn man davon auszugehen hätte, daß es sich hierbei tatsächlich um die in der pädagogisch-psychologischen Literatur so genannten Instrumente handelt. Der fehlende Zusammenhang dieses Items mit Item 312 (mehr als sieben Aufgaben in einer Arithmetikarbeit) zeigt jedoch, daß dies nicht zutrifft. Informelle Tests enthalten typischerweise sehr viel mehr Einzelaufgaben als die übliche Klassenarbeit. Der Begriff Test dürfte daher nicht in der strengen Bedeutung verstanden worden sein, in der Sozialwissenschaftler ihn gebrauchen, sondern in ähnlicher Unschärfe, wie sie dem Ausdruck „Testarbeit“ anhaftet. Gleichwohl haben mindestens die 66.1 Prozent mit „nie“ antwortenden Lehrer den Unterschied zur Klassenarbeit gesehen, und die bestehende Kovariation von 301 (informelle Tests) mit 328 (Bekanntgabe des Bewertungsmaßstabes vor der Klassenarbeit) zeigt, daß die Lehrer bei den „informellen Tests“ offenbar mehr Vorüberlegungen zu Zielen, Inhalten und zur Gewichtung der Aufgaben anstellen als bei den üblichen Klassenarbeiten.

Die Fragen 302 bis 315 beziehen sich auf die Gestaltung der Klassenarbeiten.

Hinsichtlich der Aufgabenqualität zeigen die Antwortverteilungen, daß die Lehrer am häufigsten in der traditionellen Weise verfahren und Aufgaben verwenden, die nur leichte Abwandlungen gegenüber den im Unterricht behandelten zeigen. Seltener dagegen wird den Schülern eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete abverlangt — ein Anspruch, der beim Verfolgen „höherer“ Ziele im Mathematikunterricht auftaucht¹¹⁷ und im Konzept des genetischen Unterrichts eine wichtige Rolle spielt. Freiwillige Zusatzaufgaben für die schnell arbeitenden Schüler stellt etwa die Hälfte der Lehrer zumindest manchmal oder selten. Aufgaben zur Wahl (304) werden in Klassenarbeiten nur vereinzelt angeboten, was nicht weiter verwundert angesichts der Schwierigkeit, gleichgewichtige Aufgaben in größerer Zahl zu entwerfen. Die in den letzten Jahren gelegentlich geäußerten Vorschläge, welche darauf hinauslaufen, die gewohnte Hierarchie von Lernzielen unbeachtet zu lassen und die Lösung von Aufgaben etwa aus dem Zielbereich „mathematische Techniken“ und „abfragbares Wissen“ einerseits und die von Problemen aus dem Bereich der „höheren“ Ziele¹¹⁸ andererseits gleich zu gewichten, dürften in der Praxis des gymnasialen Mathematikunterrichts kaum eine Rolle gespielt und somit auch hier nicht die Antworten beeinflusst haben. — Auf weitere methodische Implikationen der genannten Items wird im Zusammenhang der übergreifenden Faktorenanalyse (Abschnitt 3.2) einzugehen sein.

Klassenarbeiten setzen sich ganz überwiegend aus einer Mischung von leichten, mittleren und schwierigen Aufgaben zusammen (309); Versuche, mit „zielerreichendem Lernen“ (Bloom, 1973) im Mathematikunterricht zu arbeiten, können nicht verbreitet sein, da Klassenarbeiten mit nur leichten Aufgaben höchst selten angeboten werden. Drei Viertel der Lehrer lassen auch zumindest gelegentlich Arbeiten schreiben, die nur mittelschwere Aufgaben enthalten, ein Verfahren, welches für die Konstruktion informeller Tests immer dann empfohlen wird, wenn die Leistungen der Schüler möglichst deutlich voneinander unterschieden werden sollen. Den Interkorrelationen der Items 306 bis 309 zufolge gibt es im übrigen zwei unterschiedliche Ansätze: Entweder lassen Lehrer Arbeiten mit Aufgaben des gleichen Schwierigkeitsgrades schreiben (306 bis 308 korrelieren sämtlich positiv miteinander) oder sie mischen leichte, mittlere und schwierige Aufgaben miteinander (309). Hierbei werden nach Auskunft des 3. Faktors der unten interpretierten Faktorenanalyse auch Aufgaben gestellt, die eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern (303). Wieweit derartige Verfahren unterschiedlichen methodischen Konzepten entsprechen, läßt sich aus den Verteilungen und Korrelationen nur schwer ablesen. Auf jeden Fall scheint die Verwendung schwieriger Aufgaben, für deren Lösung die im Unterricht gegebene Information nicht ausreicht, die also eigenständige An-

wendungs- und Übertragungsleistungen erfordern dürften, nicht kompatibel zu sein mit dem Verfolgen niedriger Unterrichtsziele und der schwerpunktmäßigen Entwicklung von Rechenfertigkeiten und Routineleistungen.

Den Antworten auf die Fragen 310 bis 315 läßt sich kaum mehr entnehmen, als daß die durchschnittliche Zeitdauer der Klassenarbeiten eine Schulstunde beträgt und daß die Aufgabenzahl in einer Arithmetikarbeit gewöhnlich zwischen vier und sieben liegt.

In den Items 316 bis 319 und 320 bis 325 wurden die Lehrer nach dem Zweck der Klassenarbeiten und den Beurteilungskriterien befragt. Sie wurden dabei gebeten, 100 Punkte auf die vorgegebenen vier beziehungsweise sechs Optionen zu verteilen. Der wichtigste Zweck der Klassenarbeiten besteht nach Auskunft der Verteilungen darin, Grundlage für die Notengebung abzugeben ($\bar{X} = 37$, Standardabweichung = 15.2). Freilich unterscheiden sich die Lehrer hier nicht unbeträchtlich: Als Extremwerte tauchen 9 beziehungsweise 99 Punkte auf; etwa ein Viertel der Lehrer gab weniger als 25 Punkte für diesen Zweck, ein weiteres Viertel 50 oder mehr Punkte. Auf die übrigen drei Vorgaben (316, 317, 319) entfallen jeweils etwa 21 Punkte (Standardabweichung rund 11 Punkte). Auch hier sind die Abweichungen zwischen den Lehrern bemerkenswert: Als notwendigen Impuls für den Schüler, verstärkt zu arbeiten (316), spielen Klassenarbeiten bei etwa einem Viertel der Lehrer kaum eine Rolle (0 bis 10 Punkte); das obere Quartil umfaßt die Punktwerte 30 bis 80. Ähnliches gilt für Item 317: Etwa 25 Prozent der Lehrer sehen die Klassenarbeiten kaum als Mittel an, den eigenen Unterricht zu überprüfen (0 bis 10 Punkte); 27.6 Prozent geben 30 Punkte und mehr (bis 60) für diesen Zweck — ein erstaunlicher Befund angesichts der Tradition, Mißerfolge bei Klassenarbeiten dem einzelnen Schüler zuzuschreiben.

Tabelle 63: Korrelationen zwischen den Items 316 bis 319
(Zweck der Klassenarbeit)

Item Nr.	316	317	318
317	-.28		
318	-.48	-.41	
319	-.13	-.12	-.49

Zwischen den Items 316 bis 319 bestehen, wie Tabelle 63 zeigt, ausschließlich negative Korrelationen. Dieses Ergebnis war freilich auch zu erwarten, hängen doch diese Items allein schon dadurch untereinander zusammen, daß die einem Item zugeteilte Punktmenge den Spielraum für die Punktevergabe auf die übrigen Items einschränkt; negative Korrelationen sind daher von

vornherein zu erwarten. Berücksichtigt man eine gewisse negative Grundkorrelation, so geben die in der Tabelle enthaltenen Werte durch ihre unterschiedliche Größe den Hinweis, daß Item 319 mit 316 und 317 kompatibel sein kann, es also nicht ausgeschlossen ist, daß Klassenarbeiten, welche die Grundlage zur Selbsteinschätzung des Schülers abgeben, auch zur Motivierung der Schüler dienen und ein Mittel zur Überprüfung des eigenen Unterrichts darstellen; dagegen korreliert Item 318 (Grundlage für die Notengebung) mit 316, 317 und 319 hoch negativ, hohe Punktzahlen lassen hier also bei sämtlichen übrigen Items niedrige Werte erwarten (und umgekehrt). Auf die Frage, welches relative Gewicht die Lehrer bei der Zensurierung einer Klassenarbeit den im Fragebogen genannten Kriterien zumessen, vergaben die Lehrer im Durchschnitt die meisten Punkte (jeweils rund 31) für den richtigen Ansatz (320) und die richtige Durchführung (321). Die übrigen Kriterien spielen dagegen eine weitaus geringere Rolle: Auf das richtige Ergebnis (322) entfielen rund 15 Punkte¹¹⁹, auf richtigen Ausdruck und klaren Stil (325) 11, auf Sauberkeit der Anordnung und Zeichnung (323) 10 sowie auf Orthographie (324) 2 Punkte. Wie bei den zuvor interpretierten Items gibt es auch hier erhebliche Unterschiede zwischen den Lehrern in der Gewichtung der einzelnen Kriterien; damit läßt sich die bekanntermaßen geringe Übereinstimmung der Urteile verschiedener Lehrer über dieselben Klassenarbeiten erklären und die Erfahrung verständlich machen, daß sich bei Lehrerwechsel die Zensuren der Schüler oft verändern¹²⁰. Tabelle 64 gibt einen Überblick über die Variationsbreite der verteilten Punkte.

Tabelle 64: Gewichtung der Kriterien bei der Zensurierung einer Klassenarbeit

Item	\bar{X}	Standardabweichung	Minimum	Maximum	Niedrigstes Viertel ^a	Höchstes Viertel
320 (Ansatz)	31.7	10.7	0	75	0-24	40-75
321 (Durchführung)	31.4	10.0	10	70	10-24	38-70
322 (Ergebnis)	14.6	9.4	0	60	0-8 (19 %)	20-60 (38 %)
323 (Sauberkeit)	9.8	5.7	0	31	0-4 (10 %)	10-31
324 (Orthographie)	2.1	3.2	0	15	0 (65 %)	5-15
325 (Stil)	10.6	7.1	0	52	0-5	15-52

^a Die hier angegebenen Werte sind ungenau. Bei besonders starken Abweichungen von 25 Prozent sind die Prozentzahlen hinzugefügt.

Hinter der Frage nach dem Gewicht des richtigen Ansatzes in der Zensur (320) stand bei der Konstruktion des Fragebogens die Überlegung, daß sich bei Klassenarbeiten die Fähigkeit des Schülers, mathematisch zu denken, am ehesten in der Übersetzung eines Problems in die mathematische Sprache ausdrückt. Denn der richtige Ansatz ist ein Zeichen für die Bewältigung des eigentlich schwierigen Schrittes bei der Lösung einer Textaufgabe, sofern die gegebenen Aufgaben nicht alle gleichförmig über denselben Ansatz zu lösen sind. Voraussetzung hierfür ist also die Ausweitung einer im Unterricht behandelten Problemstellung beziehungsweise die Anwendung des Gelernten auf neue, strukturell ähnliche Aufgaben. Wenn man den in Lehrplänen formulierten Zielvorstellungen folgt, gehört es zu den zentralen Aufgaben des Mathematikunterrichts, daß die Schüler über die Entwicklung von Rechenroutinen hinauskommen und „mathematisch denken“ lernen, das heißt also in die Lage versetzt werden, sich mit Hilfe mathematischer Sicht- und Vorgehensweisen Realität zu erschließen.

Freilich erhebt sich die Frage, ob die Lehrer bei der Beantwortung ebenfalls derartige Vorstellungen vor Augen gehabt und den richtigen Ansatz als die eigentlich mathematische Leistung des Schülers betrachtet haben. Denn auch der Ansatz läßt sich routinisieren, beispielsweise mittels der für die Prozent- und Zinsrechnung entwickelten Formeln. Eine Entscheidung über das hinter den Antworten stehende Verständnis der Frage läßt sich also nicht recht treffen. Stünde die hohe Gewichtung dieses Items in Zusammenhang mit genetischem Unterricht (was vom Konzept her naheliegt), dann wären Beziehungen zu solchen Items zu erwarten, die für den genetischen Ansatz als charakteristisch anzusehen sind; stünde sie mit den in den Lehrplänen niedergelegten Zielvorstellungen in Verbindung, so müßten sich Auswirkungen auf den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben in Klassenarbeiten erkennen lassen. Für beide Annahmen finden sich aber keine Belege; so bleibt es bei der Feststellung, daß Mathematiklehrer entweder schon die ersten Schritte des Schülers auf dem Weg zu einer Problemlösung in der Zensur berücksichtigen, Fehler im Ergebnis dann weniger gewichten ($r_{320 \times 322} = -.41$), oder aber umgekehrt verfahren, das heißt den Ansatz tendenziell unbeachtet lassen und vor allem das Ergebnis werten. Vermutlich bilden allenfalls diejenigen 10 Prozent Lehrer eine auch in anderen Items klar unterscheidbare Gruppe, die mehr als 50 Punkte auf den richtigen Ansatz verteilen.

Richtige Durchführung (321) und richtiges Ergebnis (322) stehen sich als Kriterien inhaltlich nahe; hier zählen vor allem Kenntnisse und Fertigkeiten. Auffällig ist, daß etwa jeder zweite Lehrer nur bis zu zehn Punkte für das richtige Ergebnis gibt, was sich vermutlich aus der Gewohnheit erklärt, auch Teilergebnisse in der Klassenarbeit noch zu honorieren¹²¹.

Die Sauberkeit der Anordnung oder Zeichnung bestimmt das Ergebnis einer

Klassenarbeit nicht unerheblich. Hinter einer solchen Gewichtung steht die didaktisch-methodische Tradition, gewiß aber auch die Erfahrung, daß durch Übersichtlichkeit Fehler vermieden werden. Orthographie ist für die Zensuren nach Auskunft der Verteilungen praktisch irrelevant. Die Förderung des richtigen Ausdrucks und klaren Stils gilt schon seit jeher als ein wichtiges Ziel des Mathematikunterrichts, so daß die relativ hohe Punktzahl nicht unerwartet kommt; mit der vielfach diskutierten Sprachlichkeit der Mengenlehre hat dies Kriterium daher nicht unbedingt etwas zu tun ($r_{243 \times 325} = -.01$). Beziehungen zwischen hoher Gewichtung von richtigem Ausdruck und klarem Stil in der Klassenarbeit einerseits und Intensität der sprachlichen Förderung andererseits, wie sie sich in den Items 275 bis 277 ausdrückt, bestehen erstaunlicherweise allerdings nicht. Lediglich zur Häufigkeit, in der die Lehrer mathematische Aufsätze schreiben lassen (189), besteht eine schwache ($r = .16$) Korrelation. Das Ziel der sprachlichen Förderung und die Leistungsbewertung sind demnach in diesem Bereich entkoppelt; und es dürfte zahlreiche Schüler geben, die in ihren Zensuren Abstriche hinnehmen müssen aufgrund von Fehlern, für deren Behebung im Mathematikunterricht nicht planvoll gesorgt wird.

Die zuletzt genannten Items 323 bis 325 (Sauberkeit, Orthographie, Stil) bilden eine Gruppe für sich; sie zeigen, daß die Mathematiklehrer die Qualität der Darstellung in der Mathematikarbeit insgesamt mit etwa 20 von 100 Punkten gewichten. Ein weiteres Drittel der Punkte fällt auf das Kriterium richtiger Ansatz und knapp die Hälfte auf Durchführung und Ergebnis. Hinweise auf eine solche Gruppierung der Items finden sich auch in der Matrix der Interkorrelationen in der Größenordnung von mindestens .10 (vgl. Tabelle 65).

Tabelle 65: Korrelationen über 0.10 zwischen den Zensierungskriterien (Items 320 bis 325)

Item Nr.	320 (Ansatz)	321 (Durchführung)	322 (Ergebnis)	323 (Sauberkeit)	324 (Orthographie)	325 (Stil)
321	-.24					
322	-.41	-.27				
323	-.36	-.30				
324	-.23	-.19	-.10	+.25		
325	-.21	-.33	-.22	+.11		

Auch für die Interpretation dieser Korrelationen gilt, was oben gesagt wurde: Aufgrund der Abhängigkeit der auf die einzelnen Items entfallenden Punkt-

werte voneinander muß man von insgesamt negativen Grundkorrelationen ausgehen. Um so bemerkenswerter sind die positiven Zusammenhänge zwischen den Darstellungselementen 323 bis 325: Wer bei einem dieser Items relativ hohe Punktzahlen vergibt, wird dies tendenziell auch bei den beiden übrigen tun (und umgekehrt). Relativ hohe Punktzahlen für den richtigen Ansatz gehen andererseits mit niedrigen für das richtige Ergebnis und Sauberkeit der Anordnung einher.

Da zwischen den Items 316 bis 319 beziehungsweise zwischen 320 bis 325 Korrelationen bestehen, von denen ein gewisser Anteil als statistisches Artefakt anzusehen ist, konnte von jeder Gruppe nur ein Item in die unten beschriebene Faktorenanalyse aufgenommen werden. Aus diesem Grunde sind die Interkorrelationen zwischen diesen Items ausführlicher dargestellt worden. Abschließend sei hinzugefügt, daß sich nur wenige korrelative Zusammenhänge zwischen den Fragen 316 bis 319 und 320 bis 325 ergeben. Lediglich für Item 318 (Grundlage für die Notengebung) erhält man den plausiblen Befund, daß bei hoher Bewertung der Klassenarbeit für die Notengebung auch das richtige Ergebnis (321) als bedeutsam angesehen wird, richtiger Ausdruck und klarer Stil dagegen als weniger wichtig gelten.

Die Items 326 bis 328 betreffen die Festlegung und Bekanntgabe des Maßstabes für die Bewertung einer Klassenarbeit, bevor sie geschrieben wird. Lehrer, die den Maßstab der einzelnen Aufgabe und die Anzahl richtiger Lösungen für eine ausreichende Zensur von vornherein bestimmen, müssen ein klares Bild von der Effektivität ihres Unterrichts und damit der Leistungsfähigkeit der Klasse sowie vom Schwierigkeitsgrad der Aufgaben haben; wer überdies noch den Bewertungsmaßstab vor der Klassenarbeit bekanntgibt, läßt individuelle Bearbeitungsstrategien zu, die zum Beispiel darin bestehen können, entweder zunächst die leichteren Aufgaben zu lösen oder aber die besonders hoch bewerteten, schwierigen Aufgaben vorzuziehen.

Die linksschiefe Verteilung der Antworten auf die Frage, ob die Lehrer den Bewertungsmaßstab für die richtige Lösung einer Aufgabe vor der Klassenarbeit festlegen (326), dürfte ein fachspezifischer Befund sein, da in der Mathematik häufiger als in den meisten anderen Schulfächern die richtige Lösung schon bei der Aufgabenstellung klar ist. Sofern jedoch unter dem Bewertungsmaßstab nicht nur die Gesamtheit der richtigen Lösungen verstanden wird, fallen die im Zusammenhang mit den Items 320 bis 325 diskutierten Optionen ins Gewicht, da manche Lehrer Pluspunkte beispielsweise für den richtigen Ansatz, andere wieder für die Sauberkeit der Anordnung oder Zeichnung vergeben. Solche Kriterien werden den Schülern freilich spätestens nach Rückgabe der ersten oder zweiten Klassenarbeit in einem Schuljahr bekannt sein, so daß die Bedeutung der Vorinformation über den Bewertungsmaßstab (328) sich hauptsächlich auf den Schwierigkeitsgrad der

Aufgaben und die damit verbundenen Bewertungen beziehen dürfte. Item 326 steht in engem Zusammenhang mit 327, der Bestimmung der Anzahl gelöster Aufgaben für eine ausreichende Zensur ($r = .63$).

Zwei Drittel aller Lehrer geben ihren Bewertungsmaßstab nie oder nur selten vor einer Klassenarbeit bekannt. Diesen steht eine kleinere Gruppe von etwa 20 Prozent gegenüber, die auf die Frage 328 mit „sehr oft“ oder „oft“ antworten. Was sich hinter den Antworten verbirgt, ist aus der Inspektion der Antwortverteilungen kaum zu erschließen. Den Bewertungsmaßstab nicht bekanntzumachen, kann einerseits auf eine ausgeprägte Distanz zwischen Lehrern und Schülern hindeuten, andererseits seine Ursache auch darin haben, daß ein Lehrer in den Arbeiten Aufgaben stellt, welche eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern; hier benötigt er jedoch bei der Korrektur einen gewissen Freiheitsspielraum, weil er nicht alle möglichen Lösungswege und ihre Qualität vorhersehen kann. Somit wird man erst durch den Zusammenhang mit anderen Items über die methodischen Konnotationen dieses Items Auskunft erhalten.

Die große Mehrheit der Lehrer erläutert den Schülern Klassenarbeiten und Zeugniszensuren (329, 330), was sowohl vor der Klasse als auch einzelnen Schülern gegenüber geschehen kann (331, 332). Daß hierbei nicht nur eine einseitige Bekanntgabe erfolgt, sondern auch Diskussionen über Zensuren zustande kommen, zeigt die Verteilung des Items 333: Nur 3.6 Prozent der Lehrer begründen und diskutieren die Zensuren mit ihren Schülern nie.

Auf die Frage nach dem Gewicht der mündlichen Leistung bei der Bestimmung der Zeugniszensur antworteten 51 Prozent der Lehrer, daß deren Anteil etwa die Hälfte der Zensur ausmache; 44 Prozent gaben etwa ein Viertel und 4.9 Prozent weniger als ein Viertel an. Vermutlich ist die vorgegebene Skala zu kurz geraten, so daß noch höhere Gewichtungen nicht zum Ausdruck kommen konnten. Da mündliche und schriftliche Leistungen erfahrungsgemäß bei zahlreichen Schülern voneinander abweichen, zugleich aber der Durchschnittswert der Zensuren in den Klassenarbeiten allen Beobachtungen und Berichten zufolge für die Bestimmung der Zeugniszensur ausschlaggebend ist, überrascht die Verteilung der Antworten auf diese Frage. Mündliche Leistungen haben allerdings, insbesondere wenn sie nicht zensiert werden, die überaus wichtige Funktion, dem Lehrer Spielraum für ein Abweichen der Zeugnisnote von den Ergebnissen der Klassenarbeiten zu geben; somit sind sie zumindest subjektiv von großer Bedeutung, weil sie dem Lehrer gestatten, andere als Leistungsgesichtspunkte in der Zeugnisnote individuell zu berücksichtigen. Aus Gründen dieser Art mögen die Lehrer das tatsächliche Gewicht der mündlichen Leistungen in ihren Antworten überschätzt haben¹²².

In die Faktorenanalyse der Fragen zur Leistungsbewertung wurden die Items

316, 317, 319 und 321 bis 325 wegen ihrer inneren Abhängigkeit sowie Item 314 wegen der extrem schiefen Antwortverteilung nicht aufgenommen. Elf Faktoren mit Eigenwerten über 1, die 63.4 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (12.6, 7.4, 6.6, 6.1, 5.8, 5.2, 4.5, 4.1, 3.9, 3.8, und 3.5 Prozent), wurden rotiert.

Der erste Faktor enthält sämtliche Items, die sich mit der Bekanntgabe, Erläuterung und Diskussion von Beurteilungskriterien und Zensuren vor der Klasse und gegenüber dem einzelnen Schüler befassen (328 bis 333); niedrige Ladungen besitzen nur die Items 332 (Erläuterung der Zensur gegenüber dem Einzelschüler) und 328 (Bekanntgabe des Maßstabes vor der Arbeit). Es wäre der Mühe wert zu prüfen, ob Lehrer, die die Items dieses Faktors zustimmend beantworten, Schüler mit einem besonderen Interesse für Mathematik in ihrer Klasse haben.

Der zweite Faktor besteht aus den Items 311 (4 bis 7 Aufgaben), 310 (bis 3 Aufgaben) und 320 (Ansatz) mit den Ladungen $-.88$, $.72$ und $.30$. Interessant an dieser Konstellation ist das gemeinsame Auftreten von 320 und 310 ($r = +.17$): Der richtige Ansatz ist bei der Zensurierung von Klassenarbeiten eher für solche Lehrer ein wichtiges Kriterium, die lediglich 1 bis 3 Aufgaben bearbeiten lassen, zu deren Lösung also relativ viel Zeit zur Verfügung stellen.

Beim dritten Faktor treten mit gleichen Vorzeichen die Items 306 bis 308 und mit gegenteiligen 309 und, niedrig ladend, 303 zusammen. Es besteht demnach eine Tendenz zur Zusammenstellung von Klassenarbeiten aus Aufgaben mit gleichem Schwierigkeitsgrad im Unterschied zur Mischung verschiedenen schwieriger Aufgaben, wobei hier eher solche Aufgaben ausgewählt werden, die eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern. Der vierte Faktor faßt die Fragen 326 bis 328 (Bewertungsmaßstab) zusammen; Faktor 5 und Faktor 6 bestehen jeweils nur aus zwei Items und können deshalb außerhalb der Betrachtung bleiben; die übrigen Faktoren erklären weniger als 5 Prozent der Gesamtvarianz.

Insgesamt erbringt die Faktorenanalyse nur wenige Informationen, welche über die bei der Interpretation der Verteilungen gewonnenen hinausgehen. Weitere Aufschlüsse über die unterrichtsmethodische Bedeutung der Aussagen zur Leistungsbeurteilung lassen sich erst von der übergreifenden Faktorenanalyse erhoffen.

2.13 Übernahme der Klasse (Items 335 bis 337); offene Fragen

Abschließend seien die Antworten der Lehrer auf die Fragen 335, 336 und 337 kurz betrachtet. Etwa drei Viertel der Lehrer (von denen die Berliner Lehrer nur eine kleine Sondergruppe bilden) gaben an, ihre Klasse zu Beginn oder während des Schuljahres neu übernommen zu haben (335), wobei die Übernahme vor allem zu Beginn und nur bei rund 7 Prozent der Lehrer nach dem ersten Halbjahr oder noch später erfolgte. Das Item 335 wurde in die oben dargestellte Faktorenanalyse einbezogen, zeigte jedoch auf keinem der interpretierten Faktoren eine nennenswerte Ladung. Man könnte aber erwarten, daß es bei Neuübernahme einer Klasse eine Eingewöhnungsphase gibt, in welcher der Lehrer ihm wichtige Verhaltensweisen besonders betont und den Schülern weniger Spielraum gewährt als nach einem Schuljahr. Unter dieser Hypothese aufgesuchte Korrelationskoeffizienten ergaben in der Tat Hinweise (wenn auch schwache) für die Richtigkeit dieser Annahme: Lehrer, die ihre Klasse neu übernommen haben, erläutern dem einzelnen Schüler die Zensuren tendenziell seltener (332), stellen in den Klassenarbeiten ausschließlich schwierige Aufgaben (308), verwenden eher häufig den Lehrervortrag, um schneller voranzukommen (96) und überprüfen häufiger die Hausaufgaben durch Einsammeln aller Haushefte (206) — sie zeigen also Verhaltensweisen, die sich als anspruchsvoll und auf Kontrolle ausgerichtet interpretieren lassen. In der häufigeren Verwendung des Lehrervortrags (um schneller voranzukommen) äußert sich vermutlich indirekte Kritik an dem vom Vorgänger erreichten Stand der Klasse.

Die Frage, ob ihre Unterrichtsmethoden von denen ihres Vorgängers wesentlich abweichen (336), beantworteten 207 der 283 Lehrer, welche auf die vorhergehende Frage mit „ja“ reagiert hatten. Ein Viertel von ihnen setzt sich explizit vom Vorgänger ab, wobei die Hauptunterschiede überwiegend als Kritik formuliert werden. Am häufigsten finden sich Äußerungen zu abweichenden Zielvorstellungen: Der Vorgänger habe nur Wert auf die Entwicklung von Rechentechniken gelegt, man selbst unterrichte weniger schematisch und fördere die selbständige Denkarbeit der Schüler stärker (16 Nennungen). An zweiter Stelle folgt die Aussage, der Vorgänger sei kein Fachlehrer gewesen und habe sich deshalb zu sehr ans Lehrbuch gehalten (6mal) — eine Bemerkung, welche den bereits interpretierten Befund bestätigt, daß Mathematiklehrer ohne Fakultas stärker lehrbuchorientiert arbeiten. Die Mehrheit der übrigen Äußerungen bezieht sich entweder auf unterrichtsmethodische Positionen, die von denen des traditionellen Mathematikunterrichts abrücken (zum Beispiel weniger Lehrervortrag, mehr Raum für individuelle Lösungsgestaltung und für gemeinsames Arbeiten, induktive

Verfahren, Herausarbeiten größerer Zusammenhänge; aber auch: der Unterricht müsse systematischer vorgehen, zu höherer Abstraktion und genauere Formulierung führen), oder sie bezeichnen bevorzugte Inhaltsbereiche, denen man sich nun widmen wolle. Nur drei Lehrer üben Kritik an der Disziplin und Konzentrationsfähigkeit der übernommenen Klasse, ein Ergebnis, das den bereits erwähnten Befund — nur spärliche Klagen der Mathematiklehrer über Disziplinprobleme in ihrer Klasse — gut ergänzt.

Abschließend hatten die befragten Lehrer Gelegenheit, auf einem anhängenden leeren Bogen „Ergänzungen, Kritiken, Kommentare, falls erwünscht“ zu formulieren. Nur eine Minderheit machte von dem Angebot Gebrauch.

In den meisten Äußerungen werden Probleme angesprochen, welche die Unterrichtsarbeit beeinträchtigen, wie etwa die Schuljahresumstellung (Kurzschuljahr, 4 Nennungen), Lehrermangel (2mal), zu häufiger Lehrerwechsel (5mal), Defizite der Lehrbücher (4mal), zu große Klassen (3mal), aber auch Begabungsmangel und ungenügende Auslese (9mal) sowie Leistungsschwächen der Schüler (6mal). Elf Lehrer geben an, zu schlecht oder gar nicht für den Mathematikunterricht ausgebildet zu sein und sich inkompetent zu fühlen. Schließlich gibt es eine Reihe kritischer Äußerungen zum Fragebogen. Sechs Lehrer beklagen sich über die Zumutung, einen so langen Fragekatalog beantworten zu müssen (ein Lehrer erbittet für die dreistündige Bearbeitung DM 60,—). Andere wieder vermissen bestimmte Fragen (zum Beispiel nach dem Leistungsabfall der Schüler, den gesellschaftlichen Bedingungen von Leistung, nach der Problematik des Leistungszwanges) oder empfinden die vorgegebenen Items als „ideologisch verformt“ (zum Beispiel wegen Anspielungen auf elitäres Standesbewußtsein, wegen des Bezugs auf pädagogisch-psychologische Modetheorien) und an der Wirklichkeit des Mathematikunterrichts vorbeigehend. Darüber hinaus werden einzelne Fragen als unscharf formuliert bemängelt. Nicht unerwähnt sollen auch jene Stimmen bleiben, die den Fragebogen als anregend bezeichnen und um Zusendung der Auswertungsergebnisse und weiterer „Drucksachen“ bitten.

2.14 Zusammenfassung der gruppeninternen Analysen

Vor der Analyse des Fragebogens insgesamt seien zunächst einige hervorsteckende Ergebnisse aus der Betrachtung der „natürlichen“ Itemgruppierungen zusammenfassend rekapituliert.

Lehrbuch

Der Mathematikunterricht in den 7. Klassen der Gymnasien orientiert sich nach Ausweis der Lehrerantworten zu den Items 1 bis 21 (sowie zu zahlreichen anderen Fragen in späteren Teilen des Fragebogens) eng am Lehrbuch, und zwar tendenziell um so enger, je unvollkommener die mathematische Fachausbildung gewesen ist und je länger die Lehrer schon im Dienst sind. Die Ergebnisse der Faktorenanalyse deuten darauf hin, daß das Lehrbuch einerseits undifferenziert zu einer Vielzahl unterschiedlicher Zwecke herangezogen wird, andererseits, wenn auch erheblich seltener, die Grundlage für selbständige Schülerarbeiten darstellt.

Die Anteile der einzelnen Verlage auf dem Lehrbuchmarkt haben sich von 1964 bis 1969/70 nur unwesentlich verschoben. Zwar gab es bei den meisten Lehrwerken Neuauflagen, doch waren diese nicht mit einschneidenden konzeptuellen Veränderungen verbunden, wenn man von wenig verbreiteten Ausnahmen absieht. Unterschiede hinsichtlich der unterrichtsmethodischen Nutzung der verschiedenen Lehrbücher lassen sich zwar statistisch sichern, sind aber substantiell unbedeutend.

In den einzelnen Bundesländern gibt es im allgemeinen ein bestimmtes Buch, welches sich besonderer Beliebtheit erfreut. Aufgrund der relativ hohen konzeptionellen Ähnlichkeit der Bücher werden jedoch dadurch vermutlich keine einschneidenden länderspezifischen Kenntnisunterschiede zwischen den Schülern produziert; die oben (Abschnitt 2.8) beschriebenen, von Land zu Land abweichenden Unterrichtsinhalte dürften eher auf die Unterschiede in den Lehrplänen und im Schulsystem als auf unterschiedliche Lehrbücher zurückzuführen sein.

Die Lehrer sind mit den angebotenen Lehrbüchern im allgemeinen einverstanden. Nur knapp 10 Prozent lehnen sie aus methodischen Gründen ab.

Erarbeiten eines neuen Sachverhalts

Weitverbreitete Formen der Einführung neuer Inhalte bestehen nach Auskunft der Lehrer darin, daß nach einer kurzen Wiederholung bekannter Sachverhalte durch Vorgabe von Beispielen oder von Praxisproblemen induktiv neue Inhalte erschlossen werden. Die Faktorenanalyse zeigt als konzeptuell klar unterscheidbare methodische Ansätze einerseits Maßnahmen, bei welchen der Lehrer im Mittelpunkt steht und dafür sorgt, daß rasche Fortschritte gemacht werden — in der Beliebtheit dieses Verfahrens gibt es eindrucksvolle Unterschiede zwischen den Bundesländern —, andererseits induktive Strategien sowie Verfahren, die dem genetischen Unterrichtsansatz nahestehen.

Die Mehrheit der Lehrer bereitet sich auf jede Unterrichtsstunde vor, detailliert freilich nur auf den Stundenbeginn.

Die Lehrer unterscheiden sich in ihren Reaktionen auf zwei kritische Punkte in der Phase der Neueinführung: den Fehler eines Schülers sowie die weit vorauseilende, richtige Antwort. Fehler werden meist von den Schülern selbst identifiziert und korrigiert, seltener dagegen vom Lehrer; ungewöhnlich ist es außerdem, daß der Lehrer den Fehler als richtig erklärt, um ein Streitgespräch in Gang zu bringen. Vorgreifende richtige Vorschläge werden meist vom Lehrer aufgegriffen, dann aber wird der Weg zu diesem Punkt mit allen Schülern erarbeitet; seltener greift der Lehrer den Vorschlag auf und geht in der Entwicklung von dort aus weiter.

Übungen

Zur Übungsphase im Mathematikunterricht gehört fast überall Kopfrechnen. Die verwendeten Aufgaben entstammen gewöhnlich dem Lehrbuch, typisch ist die allmähliche Steigerung des Schwierigkeitsgrades im Laufe der Übung. An der Gestaltung der Übungsperiode beteiligen sich die Schüler noch weniger als an der anderer Unterrichtsabschnitte. Die Übungen finden vorwiegend im Klassenverband statt. Nur selten verwenden die Lehrer Übungsaufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten aufzeigen und die Schüler möglicherweise verunsichern.

Wiederholung und Hausaufgaben

Sämtliche Lehrer geben Hausaufgaben. Die häufigste Form der Wiederholung besteht in Hausaufgaben für die ganze Klasse, während individualisierende Aufgaben die Ausnahme bilden, insbesondere dann, wenn sie eine Variation des ursprünglichen Problems darstellen oder die Wiedergabe des Weges zu einer Erkenntnis von den Schülern verlangen. Selten sind ferner solche Aufgaben, deren Bearbeitung sich über einen längeren Zeitraum erstreckt. Die Kontrolle der Hausarbeiten erfolgt entweder stichprobenartig oder durch (im Durchschnitt viermal jährliche) gründliche Durchsicht der Haushefte. Übungen, Wiederholung und Hausarbeiten in bestimmten methodischen Ausprägungen ordnen sich einem gemeinsamen methodischen Gesichtspunkt unter. Anspruchsvolle Hausaufgaben werden häufiger von solchen Lehrern gestellt, die in der Phase der Neueinführung einen prozeßorientierten methodischen Ansatz wählen.

Die Auskünfte der Lehrer auf die Frage, in welchen Situationen und mit welchen Zielen sie die vier vorgegebenen Methoden — Lehrervortrag, freies Unterrichtsgespräch, fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch und Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten — verwenden, ergaben folgendes Bild: Das freie Unterrichtsgespräch findet vor allem bei der Einführung neuer Sachverhalte Verwendung. Wer von dieser Methode Gebrauch macht, nutzt sie ferner zum Schließen von Kenntnislücken und zur Klärung schwieriger Sachverhalte. Das freie Unterrichtsgespräch bietet aus der Sicht der Lehrer auch Gelegenheit zu produktivem Verhalten der Schüler.

Der Lehrervortrag wird als geeignet betrachtet, wenn es darum geht, Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben, Unterrichtsziele zu verdeutlichen, zusammenzufassen sowie besonders schwierige Sachverhalte zu klären. Er gilt als eine Methode, die schnelles Vorankommen im Unterrichtsstoff ermöglicht.

Das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch dient vorwiegend der Verfolgung inhaltlicher Ziele (zum Beispiel Neueinführung), gilt aber auch als geeignet, um die Aufmerksamkeit der Schüler zu gewinnen.

Der Frage-Antwort-Unterricht schließlich erfüllt ähnliche Funktionen wie das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch, enthält jedoch ein stärkeres Element der Kontrolle der Schüler und eignet sich besser zu Übungszwecken. Relativ am häufigsten benutzen die Lehrer von den vier vorgegebenen Methoden das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch, am seltensten das freie Unterrichtsgespräch; dazwischen liegen der Frage-Antwort-Unterricht und der Lehrervortrag.

Die genannten Methoden lassen sich durch den Grad ihrer gegenseitigen Kompatibilität beziehungsweise Inkompatibilität gegeneinander abgrenzen. Danach hebt sich der Lehrervortrag am klarsten vom freien Unterrichtsgespräch und dem fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch ab; außerdem enthält der Lehrervortrag einige Elemente, die als funktionale Äquivalente für den Frage-Antwort-Unterricht gelten können, weist aber auch gegenüber diesem deutliche Kontraste auf. Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch und freies Unterrichtsgespräch überlappen sich deutlich, ebenso das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch und der Frage-Antwort-Unterricht. Das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch ist demnach nicht nur am weitesten verbreitet, sondern gilt auch als die am häufigsten verwendbare Methode im Mathematikunterricht der 7. Klassen.

Die aufgeführten Methoden erweisen sich hinsichtlich der im Fragebogen vorgegebenen Unterrichtsziele und -inhalte als weitgehend neutral, da sich nur schwache Beziehungen zwischen diesen Elementen feststellen lassen.

Unterrichtsziele und -inhalte

In diesem Teil des Fragebogens wurden den Lehrern die sieben Unterrichtsziele, welche der Testkonstruktion für das Projekt Schulleistung zugrunde gelegen hatten, sowie eine Reihe von Unterrichtsstoffen mit der Frage vorgelegt, welche Ziele und Stoffe in ihrem Unterricht welches Gewicht erhalten hatten.

Die sieben Unterrichtsziele lassen sich in niedrige („Mathematische Techniken“ und „Abfragbares Wissen“) und in höhere Ziele („Strategie der Problemlösung“, „Erkennen von Beziehungen“, „Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln“, „Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache und umgekehrt“, „Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich“) unterteilen. Die Lehrer hatten nicht nur Gelegenheit anzugeben, wie intensiv sie jedes dieser Ziele in ihrer gegenwärtig unterrichteten Klasse verfolgen, sondern sie sollten auch einschätzen, wie intensiv sie sich in einer „durchschnittlichen“ Klasse hiermit beschäftigen würden. Der Vergleich der Antworten ergibt, daß die Lehrer nur beschränkte Möglichkeiten sehen, die höheren Ziele in ihrer derzeitigen Klasse zu realisieren, und meinen, diese in einer vorgestellten Durchschnittsklasse intensiver verfolgen zu können. Klassengröße, Folgen des Kurzschuljahres, Begabungsheterogenität, Kenntnislücken und Desinteresse der Schüler werden als Hauptursachen für die als unterdurchschnittlich wahrgenommenen Arbeitsmöglichkeiten benannt.

Was die Unterrichtsinhalte betrifft, so läßt sich zunächst feststellen, daß die Lehrer im allgemeinen Arithmetik und Geometrie nicht parallel, sondern in geschlossenen zeitlichen Einheiten bearbeiten. Bezüglich der einzelnen Stoffbereiche läßt sich mit Sicherheit nur die eine Aussage treffen, daß die Mengenlehre seit der Stoffbefragung im Jahre 1964 einen deutlich breiteren Raum im Unterricht einnimmt (wenngleich es auch hier zwischen den Lehrern je nach benutztem Lehrbuch erhebliche Unterschiede gibt). Die für die gesamte Bundesrepublik geltenden Verteilungswerte überdecken im übrigen teilweise gravierende Unterschiede zwischen den einzelnen Bundesländern. Zwischen den in diesem Fragebogen vorgegebenen Stoffen und Zielen bestehen nur schwache (wenn auch plausible) Beziehungen.

Unterrichtsorganisation

Abweichungen vom frontalen Klassenunterricht in Form gruppenteiligen Arbeitens gibt es, wie erwartet, nur selten im Mathematikunterricht der 7. Gymnasialklasse. Führen Lehrer innere Differenzierung ein, so tun sie dies überwiegend unter Beibehaltung der Aufgabenstellung; dabei bestimmen sie

die Gruppenzusammensetzung selbst (meist nach der Sitzordnung). Freilich muß man bei der Interpretation dieser Befunde bedenken, daß den Lehrern auch kaum Hilfen für die Individualisierung des Lernens an die Hand gegeben werden, wie ein Blick in die gängigen Lehrbücher und Methodiken zeigt. Aus der Faktorenanalyse der Fragen zur Unterrichtsorganisation geht hervor, daß es neben der eben geschilderten Form aber auch kurzzeitigen Gruppenunterricht in leistungshomogenen Zusammensetzungen, Gruppenarbeit in leistungshomogenen oder -heterogenen Freundschaftsgruppen sowie die Form des ausgedehnten gruppenteiligen Arbeitens im leistungsheterogenen, selbstgewählten Team bei variabler Aufgabenstellung gibt.

Vermischte Fragen (Items 186 bis 196 und 275 bis 286)

Fast alle befragten Lehrer dringen häufig auf mündliches oder schriftliches Verbalisieren im Mathematikunterricht, wobei die sprachliche Genauigkeit vermutlich das wichtigste Ziel darstellt. In diesen Zusammenhang gehört auch das Schreiben von mathematischen Aufsätzen.

Nach ihren globalen methodischen Optionen befragt, bekennen sich überraschenderweise acht von zehn Lehrern zu einer entwickelnd-genetischen Vorgehensweise. Erst die genauere Betrachtung verhaltensnäherer Items verdeutlicht, daß zentrale Elemente des genetischen Unterrichts nur bei einer Minorität der Lehrer anzutreffen sind.

Die Antworten auf die Fragen nach Art und Ausmaß der Schülerbeteiligung an der Gestaltung des Unterrichts lassen erkennen, daß dieser Komplex in der Unterrichtspraxis der befragten Lehrer nur geringe Bedeutung besitzt. Auch eine ausführliche Erläuterung des geltenden Lehrplans gegenüber den Schülern ist nicht üblich, wohl aber die Darlegung der Zielsetzung des eigenen Unterrichts.

Technische Hilfsmittel

Technische Hilfsmittel sowie Lehrprogramme spielen im Mathematikunterricht der 7. Klassen fast keine Rolle. Eine größere Gruppe von Lehrern benutzt immerhin farbige Kreiden und legt im Geometrieunterricht Wert auf Veranschaulichung durch Falten oder Ausschneiden.

Leistungsbeurteilung

Mündliche Leistungen haben, so gibt die Hälfte der Lehrer an, beim Zustandekommen der Zeugniszensur ein hohes Gewicht (sie bestimmen etwa die Hälfte der Zensur). Wie stark die Lehrer die mündlichen Leistungen berück-

sichtigen, hängt allerdings nicht davon ab, ob die Basis an verfügbaren Urteilen über einzelne mündliche Leistungen breit oder schmal ist; die Zeugniszensur kann also auch aufgrund eines ganz globalen Eindrucks über die mündliche Leistung erheblich modifiziert werden.

Die Klassenarbeiten bestehen üblicherweise aus vier bis sieben Aufgaben, die nur leichte Abwandlungen gegenüber den im Unterricht behandelten aufweisen und eine Mischung aus leichten, mittleren und schwierigen Problemen darstellen. Klassenarbeiten dienen vor allem als Grundlage für die Notengebung, darüber hinaus aber auch als Ansporn zu verstärktem Arbeiten der Schüler, und dem Lehrer zur Überprüfung des eigenen Unterrichts. Für die Zensuren sind vor allem der richtige Ansatz und die richtige Durchführung als Kriterien maßgeblich, weniger dagegen das richtige Ergebnis oder gar klarer Stil, Sauberkeit und Orthographie. Die Lehrer unterscheiden sich — individuell, aber auch nach Bundesländern gruppiert (Süd/Nord) — in der relativen Gewichtung auch dieser Kriterien beträchtlich.

3. Einheitlichkeit und Vielfalt im Mathematikunterricht

3.1 Methodische Selbstverständlichkeiten im Mathematikunterricht

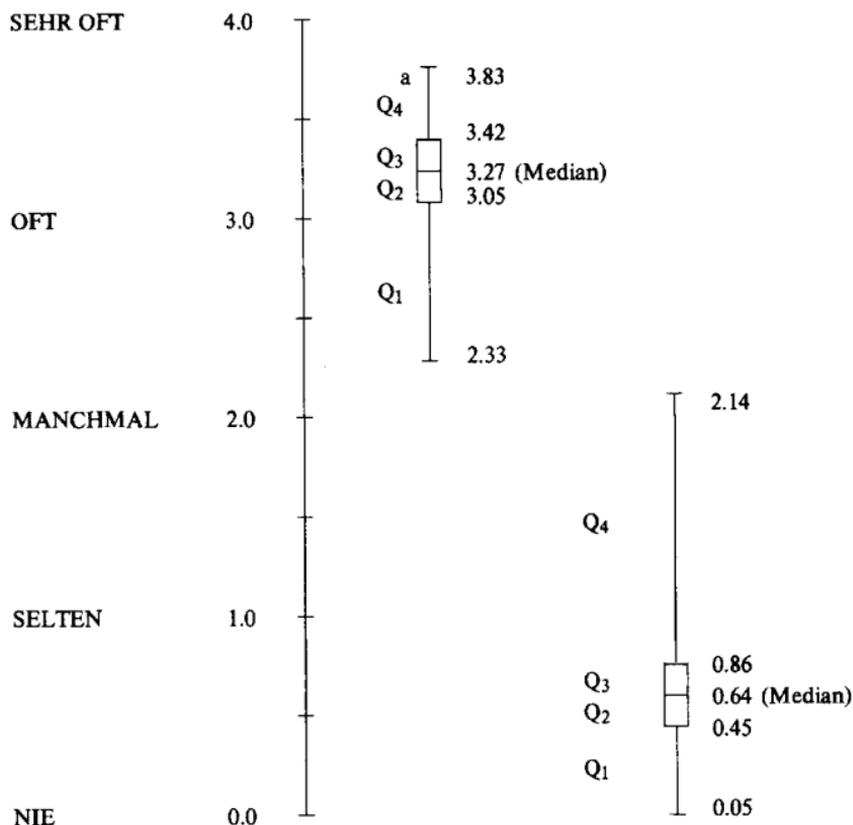
Die im Verlauf der Untersuchung herausgearbeiteten voneinander unabhängigen Faktoren lassen sich als Unterrichtsformen verstehen, die in einzelnen Phasen der Mathematikstunde auftreten können, ohne das übrige Lehrerverhalten in der Unterrichtsstunde in voraussagbarer Weise zu bestimmen. Sie zeichnen sich, soweit sie nicht selbst aus überdurchschnittlich häufig verwendeten Items bestehen, von einem Strom methodischer Selbstverständlichkeiten ab, die im folgenden zusammenhängend skizziert werden sollen. Hierbei kommt uns der bei der Konstruktion des Fragebogens unternommene Versuch zustatten, nicht nur speziell interessierende Fragen zu ausgewählten Aspekten des Unterrichts zu formulieren, sondern möglichst alle seine Phasen inhaltlich abzudecken, so daß sich aus den Antworten, die die Lehrer besonders häufig (beziehungsweise besonders selten¹) gaben, grobe Umrisse eines „modalen Mathematikunterrichts“ in der 7. Klasse rekonstruieren lassen. Auf diese Weise entsteht das Bild eines Basisverhaltens, zu welchem sich die Lehrer einhellig bekennen beziehungsweise welches sie unisono ablehnen.

Die Verteilung der aufsummierten Antworten zu den besonders häufigen beziehungsweise besonders seltenen Items² zeigt Schaubild 2.

Die Hauptziele des Mathematikunterrichts bestehen danach in der Vermittlung mathematischer Techniken, das heißt von Fertigkeiten im Gebrauch der Rechen- und Konstruktionsverfahren (215), sowie in der Entwicklung von Problemlösungsstrategien, welche die Schüler dazu befähigen sollen, das mathematische Problem in einer Aufgabenstellung zu erfassen und ein Verfahren zur Lösung der Aufgabe anzugeben (217); die Übermittlung abfragbaren Wissens (216) spielt dagegen eine geringere Rolle.

Den Ablauf³ einer Normalstunde kann man sich etwa folgendermaßen vorstellen: Zunächst werden die Hausaufgaben vom Lehrer stichprobenartig überprüft (205, 207) — Hausaufgaben, welche der kurzfristigen (204) Einübung besprochener Sachverhalte dienen (197) und für die ganze Klasse (74), aber nicht differenziert für Gruppen oder einzelne (75) aufgegeben waren und auch nicht zur Auswahl standen (201). Auf die exakte Ausführung geometrischer Zeichnungen legen die Lehrer großen Wert (194).

Schaubild 2: Modaler Mathematikunterricht: Summenwerte besonders häufiger und besonders seltener Items



* Innerhalb der Quartile (Q₁ bis Q₄) liegen je etwa 25% der Lehrer.

Bevor der Lehrer dann einen neuen Sachverhalt einführt, schiebt er eine Wiederholung bekannter — und das heißt in der vorhergehenden Stunde behandelte (77) — Sachverhalte ein, an die sich anknüpfen läßt (25).

Die Neueinführung ist methodisch vor allem durch ein Verfahren charakterisiert, welches die Lehrer selbst als „fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch“ verstehen, dessen Ablauf sie lenken (142). Im übrigen gibt es eine breite Palette methodischer Vorgehensweisen. Ausgesprochen selten beschränkt sich der Lehrer auf eine kraß deduktive Strategie, das heißt darauf, daß er ein Ergebnis vorgibt, um erst danach den Weg zu erarbeiten, der zu diesem Ergebnis hinführt (30). „Technische Hilfsmittel“ verwenden die Leh-

rer praktisch überhaupt nicht, wenn man vom Gebrauch bunter Kreide und von vervielfältigten Unterlagen einmal absieht (287 bis 297).

Die Lehrerreaktion auf einen fehlerhaften Schülervorschlag in der Phase der Neueinführung ist nicht ganz einheitlich: Die übliche Verhaltensweise der Mathematiklehrer besteht darin, den Fehler durch die Schüler erkennen und auch korrigieren zu lassen (40), und nicht darin, sich als Lehrer selbst in den Mittelpunkt zu stellen, den Fehler zu diagnostizieren und zu korrigieren (37). Allerdings sind es auch nur vereinzelte Lehrer, die in einer solchen Situation im Sinne des genetischen Unterrichtskonzepts reagieren, die also den (falschen) Vorschlag als richtig bezeichnen, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten (42).

Auf die Neueinführung folgt eine Übungsphase, „gemeinsam im Unterrichtsgespräch“ (59), nicht jedoch in Gruppen (61). Man beginnt dabei typischerweise mit einfachen Aufgaben und steigert allmählich deren Schwierigkeitsgrad (64). Die Aufgaben entstammen überwiegend dem Lehrbuch (4, 6), welches überhaupt eine wichtige Rolle im Mathematikunterricht spielt. (Daß es im Prinzip auch als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts (5) dienen könnte oder als weitere Informationsquelle für den Schüler, beispielsweise über die im Unterricht nicht behandelten Bereiche (8), faktisch aber nicht oder kaum zu diesem Zweck genutzt wird, verdient ausdrücklich vermerkt zu werden.)

In allen Phasen achten die Lehrer darauf, daß sich jeder Schüler am Unterricht beteiligt und daß auch Schüler aufgerufen werden, die sich nicht gemeldet haben (187, 188), Kontrollmaßnahmen, die auf den normalen Klassenunterricht zugeschnitten sind und die bei dem ganz und gar unüblichen gruppenteiligen Arbeiten (262 bis 274) widersinnig wären. Überhaupt gibt es nur wenig Raum für selbständige Schülerbetätigung: Weder bei den Hausaufgaben (201) noch bei Klassenarbeiten (304, 305) bestehen nennenswerte Wahlmöglichkeiten; auch gibt es kaum Gelegenheit, sich an der Gestaltung des Unterrichts (Reihenfolge der zu behandelnden Stoffe, Stoffauswahl aus vorgegebenen Bereichen, Besprechung und Festlegung der Unterrichtsorganisation, 281 bis 284) zu beteiligen. Von den beschränkten Möglichkeiten, sich einen neuen Sachverhalt anhand des Lehrbuchs oder sonstiger Quellen selbständig zu erarbeiten, war oben bereits die Rede.

Klassenarbeiten dienen überwiegend dem Zweck, die Grundlage für die Notengebung bereitzustellen (318). Sie bestehen sehr häufig aus einer Mischung von leichten, mittleren und schwierigen Aufgaben (309) und werden in einer Schulstunde absolviert (314). Informelle Tests haben als Instrumente zur Messung der Leistung praktisch keine Bedeutung (301).

Das beschriebene methodische Basisverhalten der Mathematiklehrer, so wenig attraktiv es in dieser Zusammenstellung auch wirken mag, erfüllt mögli-

cherweise die Funktion, breite Teile des Unterrichts zu routinisieren und damit den Lehrer zu entlasten. So mag in einzelnen Unterrichtsperioden — und auch dort vielleicht nur gelegentlich — jener Freiraum entstehen, in welchem der Lehrer seine besonderen Ziele verfolgen und seine speziellen Kenntnisse, Interessen und methodischen Vorlieben einbringen könnte.

Welche Wirkungen modaler Mathematikunterricht in Kombination mit unterschiedlichen Verhaltensweisen und Verhaltenssyndromen, wie sie in den Faktoren und Einzelitems in Erscheinung getreten sind, auf die Schüler ausübt, bleibt eine offene Frage⁴.

3.2 Gesamtanalyse des Fragebogens

Nach Abschluß der Interpretation von Einzelitems und ihren Verteilungen, von ausgewählten Korrelationen und Kreuztabellen sowie von Faktorenanalysen, die auf die „natürlichen“ Itemgruppierungen im Fragebogen gerichtet waren, konnte die erste Gesamtanalyse vor dem Hintergrund einer genaueren Kenntnis der Bedeutungen der einzelnen Fragen durchgeführt werden. Der für den ersten Analysedurchgang notwendige hohe Arbeitsaufwand dürfte nicht nur deshalb gerechtfertigt sein, weil die Antworten der für die Bundesrepublik Deutschland repräsentativen Mathematiklehrer-Gruppe wertvolle und bisher nicht verfügbare Informationen enthalten; abgesehen davon bewährte sich der eingeschlagene „induktive“ Weg bei der Datenanalyse auch insofern, als die Gesamtanalyse einen guten Test für die Stabilität der Faktoren und für die Tragfähigkeit der zuvor erarbeiteten Interpretationen darstellte. Insofern konnte die Faktorenanalyse bei diesem zweiten Schritt auch hypothesenprüfend eingesetzt werden, indem sie die Bestätigung oder Widerlegung von nach dem ersten Durchgang vermuteten Zusammenhängen zwischen jenen Items oder Itemgruppen erbrachte, die bis dahin noch nicht gemeinsam auftreten können. Der Status des Analyseverfahrens ist hier demnach partiell ein anderer als zuvor; ging es zunächst vor allem um den Versuch, in einem weitgehend unbekanntem Feld Verteilungen und Zusammenhänge zwischen einzelnen Verhaltensweisen der Lehrer in einzelnen Phasen des Unterrichts zu entdecken, so konnte nun unter anderem geprüft werden, ob darüber hinausgehende Zusammenhänge bestanden, die feststellbar sein mußten, wenn zuvor gegebene Deutungen richtig waren.

Zugleich ging es um folgende Überlegung: Wenn sich plausible Gruppierungen von verhaltensnahen Items, die über den gesamten Fragebogen verteilt

sind, finden lassen, so kann man daraus schließen, daß die Antworten eher den tatsächlichen Unterricht als Wunschvorstellungen abbilden, da sich letztere nicht in vielen konkreten Einzelfragen konsistent — und sei es auch nur mit niedrigen Faktorenladungen — niedergeschlagen hätten. Aufgesetzte Ideologie und unscharfe Begrifflichkeit beispielsweise dürften sich in den Antworten auf die Frage 278 ausdrücken, bei der die Mehrheit der Lehrer angab, genetisch-entwickelnden Unterricht zu halten; in dem „genetischen“ Verhaltenssyndrom des 30. Faktors spielt dieses Item aber folgerichtig keine Rolle, sondern es wird von im Fragebogen weit auseinanderliegenden, aber methodisch zusammengehörigen, verhaltensnahen Items gebildet, die Lehrer im Grunde nur dann konsistent beantworten konnten, wenn sie über ein bis ins Detail stimmiges Konzept verfügten.

Aus technischen wie statistischen⁵ Gründen konnte nur eine begrenzte Anzahl von Items in die übergreifende Faktorenanalyse eingegeben werden. Ausgeschlossen wurden zunächst solche Fragen, die ohnehin aus einem oder mehreren Gründen nicht eingegeben werden sollten, so zum Beispiel Item 35 wegen eines Druckfehlers, 19 bis 21, 209, 263 bis 274, 297, 336, 337 wegen zu geringer Besetzung, 2, 10 bis 16, 222 bis 228, 229 bis 239, 251 bis 261, 316, 317, 319, 321 bis 325 wegen gegenseitiger Abhängigkeit oder Überordnung, 29 und 212 wegen hoher Korrelation zu Nachbarfragen und 45 wegen einer in der ersten Faktorenanalyse aufgetretenen ungewöhnlich hohen Kommunalität, aufgrund deren bestehende Zusammenhänge weniger klar hätten hervortreten können. Schließlich wurden aus den Fragen zum Methodenselbsturteil (82 bis 161) nur diejenigen Items ausgewählt, welche sich für die vier Methoden als charakteristisch erwiesen hatten. Zusätzlich wurden einzelne Items zur Person des Lehrers wie Alter und Geschlecht in die Analyse aufgenommen.

Insgesamt verblieben danach 191 Items. Die Faktorenanalyse bezog sich auf einen Datensatz, in welchem zur Vermeidung untragbar hoher Ausfälle von Lehrern alle fehlenden Antworten durch die Mittelwerte des jeweiligen Items ersetzt worden waren. Damit konnten die Antworten sämtlicher 397 Lehrer der Stichprobe ausgeschöpft werden. Die Analyse wurde mit dem PAFA-Programm von Gebhardt und Schnell durchgeführt. Aus Rohdaten wurde die Korrelationsmatrix berechnet und die Hauptdiagonale als Anfangsschätzung für die Kommunalitäten durch die Quadrate der multiplen Korrelationen ersetzt. 40 Faktoren, die sämtlich einen Eigenwert über 1 besaßen, wurden rotiert. Sie erklären 62.69 Prozent der Gesamtvarianz (im einzelnen 7.4, 5.0, 3.4, 2.8, 2.3, 2.3, 1.9, 1.8, 1.7, 1.6, 1.6 und 1.5 Prozent usw.). Im Unterschied zum bisherigen Verfahren werden hier — unbeschadet der vielfältigen, mathematisch-statistisch begründeten Vorschläge für die Schätzung der Anzahl interpretierbarer Faktoren (Cattell, Füntratt, Gut-

man, Kaiser usw.) — alle Faktoren interpretiert, welche verständliche und interessante Itemgruppierungen darstellen. Zwar klären sie im Rahmen *dieses* Fragebogens relativ wenig Varianz auf, doch lassen sich diese Itemgruppen in künftigen Forschungsarbeiten möglicherweise sinnvoll und mit höherem Erklärungswert einsetzen. Die nichtinterpretierten Faktoren enthalten in der Mehrzahl Itemgruppierungen, die bereits aus den vorausgehenden Analysen bekannt sind und für die sich wesentliche neue Aspekte nicht ergeben haben; sie sind lediglich insofern bemerkenswert, als sie die Stabilität der zuvor gefundenen Strukturen belegen.

Tabelle 66: Faktor 1 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.71	281	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Bestimmung der Reihenfolge der zu behandelnden Stoffe
-0.64	282	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Auswahl von Stoffen aus vorgegebenen Bereichen
-0.58	284	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Besprechung und Festlegung der Unterrichtsorganisation
-0.52	201	Arten von Hausaufgaben: Hausaufgaben zur Auswahl
-0.49	283	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Besprechung und Festlegung der Behandlungsweisen zur Lösung eines Problems
-0.33	075	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern
-0.33	203	Arten von Hausaufgaben: freiwillige Zusatzaufgaben
-0.29	304	Gestaltung der Klassenarbeiten: Klassenarbeiten enthalten Aufgaben, die zur Wahl gestellt werden
-0.29	292	Verwendung von Nachschlagewerken, Rechenhilfen, Handbüchern, Formelsammlungen usw. durch Schüler
-0.28	202	Arten von Hausaufgaben: individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben
-0.27	204	Arten von Hausaufgaben: umfassendere Hausaufgaben, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken (mehr als eine Woche)
-0.25	285	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Erläutern Sie den Schülern <u>ausführlich</u> den geltenden Lehrplan?
-0.25	078	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt nach längerer Zeit
-0.24	280	Halten Sie es für möglich, Stoffe, die normalerweise für höhere Klassen gedacht sind (z. B. für die 10. Klasse), schon in Klasse 7 zu behandeln?

Ladung	Item Nr.	Text
-0.23	262	Unterrichtsorganisation: Verwenden Sie neben dem Klassenunterricht gruppen- teiliges Arbeiten?
-0.23	328	Geben Sie Ihren Bewertungsmaßstab <u>vor</u> der Klassenarbeit bekannt?
-0.23	286	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Erläutern Sie den Schülern <u>ausführlich</u> die Zielsetzung Ihres Unterrichts?
-0.22	301	Arten der Leistungsbeurteilung (außer den <u>üblichen</u> Klassenarbeiten): Verwenden Sie informelle Tests?

Der erste Faktor (vgl. Tabelle 66) umfaßt zunächst sämtliche Items, welche nach der Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts fragen (281 bis 286). Lehrer, die ihre Schüler bei der Auswahl und Anordnung von Stoffen und bei der Festlegung der Unterrichtsorganisation, beispielsweise gruppenteiligem Arbeiten (262), beteiligen sowie ihren Lehrplan und die Zielsetzung ihres Unterrichts ausführlich erläutern⁶, zeichnen sich außerdem noch durch folgendes aus: Sie legen Wert auf die Individualisierung des Unterrichts und auf das Angebot von Wahlmöglichkeiten (75, 201 bis 203, 262, 304), ermöglichen Selbstbestimmung von Arbeitsweise und Arbeitstempo sowie Eigentätigkeit (75, 203, 262, 292, 304), entwickeln langfristige Arbeitsperspektiven und stellen damit die für selbständige Arbeit notwendige Zeit zur Verfügung (78, 204, 285). Da die Schüler unter solchen Arbeitsbedingungen unorthodoxe Inhalte berühren und unerwartete Lösungswege beschreiten dürften, müssen die Lehrer imstande sein, methodisch und inhaltlich flexibel zu reagieren, worauf auch Item 280 verweist. Schließlich gehört zu diesem Faktor die Verwendung modernerer Beurteilungsverfahren (301) sowie die, wie wir oben gesehen haben, damit einhergehende Vorinformation der Schüler über den Bewertungsmaßstab einer Prüfungsarbeit (328). Bemerkenswert an diesem Faktor ist vor allem die Tatsache, daß sich die beschriebenen Verhaltensweisen des Lehrers quer über die unterschiedlichen Phasen und Funktionen des Unterrichts verteilt finden. Maßnahmen zur Individualisierung, das Angebot von Wahlmöglichkeiten und die Förderung von Selbständigkeit sind also nicht phasenspezifisch ausgeprägt, sondern kennzeichnen bei den betreffenden Lehrern sowohl die Art der Wiederholung als auch die Hausaufgaben, die Unterrichtsorganisation, verschiedene Aspekte der Leistungsbeurteilung, die methodische und inhaltliche Gestalt des Unterrichts, welche von den Schülern mitbestimmt werden kann, sowie die Art der verwendeten Hilfsmittel. Man kann aus dem Auftreten derselben

Aspekte in unterschiedlichen Zusammenhängen den Schluß ziehen, daß die Lehrer entweder in ihren Antworten ein praktiziertes Unterrichtskonzept oder aber nur eine Idee oder Wunschvorstellung zum Ausdruck bringen. Für die erste Annahme spricht neben den bereits zu Beginn dieses Abschnittes genannten Argumenten, daß den Lehrern offensichtlich bewußt war, wieviel Zeit und welche langfristige Planung für die Realisierung eines solchen Ansatzes notwendig sind — eine Erkenntnis, die sich vermutlich erst aus der praktischen Erfahrung entwickelt. Die Aufsummierung der Antworten auf die ersten sieben Items des Faktors (Ladungen über .30) zeigt, daß es sich hier nur um eine kleine Lehrergruppe handelt, welche die im Faktor versammelten Verhaltensweisen wählt. Dies war bereits bei der Diskussion der Einzelitems und ihrer Verteilungen deutlich geworden. Der bei der Aufzählung höchstmögliche Punktwert von 28 (sieben Items mal maximal vier Punkte) wurde von keinem Lehrer erreicht; vielmehr verteilen sich die Antworten bei

Tabelle 67: Faktor 2 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.72	022	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Beweise werden vom Lehrer an der Tafel geführt
0.68	023	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Formeln und Sätze werden vom Lehrer abgeleitet und die Ableitung dann zur Diskussion gestellt
-0.61	024	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Beweis und Ableitung werden durch die Schüler vorgenommen
0.59	062	Durchführung der Übung durch den Lehrer (Vorrechnen an der Tafel)
0.42	031	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie den mathematischen Sachverhalt darstellen und dann zu den Anwendungen übergehen?
0.41	071	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Lehrer
0.34	096	Lehrervortrag, um schneller voranzukommen
-0.33	SEX	Geschlecht (1 = männlich, 2 = weiblich)
0.30	037	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und nehmen selbst die Korrektur vor?
0.29	039	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und korrigieren ihn dann selber?

Faktor 2 - Fortsetzung

Ladung	Item Nr.	Text
0.28	083	Lehrervortrag, um einen neuen Sachverhalt einzuführen
0.28	098	Lehrervortrag, um zusammenzufassen
-0.26	060	Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts
-0.25	040	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und dann von den Schülern korrigieren?
0.23	094	Lehrervortrag, um die unterrichtliche Zielsetzung zu verdeutlichen
0.21	038	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und lassen ihn durch die Schüler verbessern?
0.20	063	Durchführung der Übung durch einzelne Schüler (an der Tafel)

einem arithmetischen Mittelwert von 6.51 — dies entspricht etwa der Antwortkategorie „selten“ — und einer Standardabweichung von 3.76 zwischen den Extremwerten 0 und 18; nur etwa jeder siebte Lehrer erhält zehn oder mehr Punkte.

Auch der zweite Faktor (vgl. Tabelle 67) faßt Items aus verschiedenen Fragebogenteilen zusammen und bietet keinerlei Schwierigkeiten bei der Interpretation. Es handelt sich hier um Verhaltensweisen, bei denen der Lehrer durchweg im Mittelpunkt steht, sei es beim Einführen eines neuen Sachverhalts (22 bis 24, 31), bei der Reaktion auf den fehlerhaften Vorschlag eines Schülers (37 bis 40), sei es in Übungs- und Wiederholungsperioden (60, 62, 63, 71) — stets ist er es, der doziert, erklärt, Dinge in Gang setzt oder kontrolliert; für selbständiges Arbeiten der Schüler bleibt wenig Raum (60, 24). Folgerichtig finden sich hier auch diejenigen Items, die nach dem Urteil der Lehrer für den Lehrervortrag besonders charakteristisch sind (83, 94, 96, 98)⁷. Es bleibt schließlich hinzuzufügen, daß die Neigung zu lehrerzentriertem Unterricht bei Männern stärker ausgeprägt ist als bei Frauen.

Die Aufsummierung der ersten acht, mindestens mit .30 auf dem Faktor ladenden Items (ohne die Variable SEX) ergibt eine annähernd normale Verteilung zwischen den Extremwerten -4 (Item 24 ging mit negativem Vorzeichen ein) und 25 ($\bar{X} = 8.44$; Standardabweichung = 5.29; Median = 8.55). Das sich in diesem Faktor — genauer gesagt: in den ersten acht Items — ausdrückende Unterrichtsverhalten ist demnach bei den Mathematiklehrern der

7. Gymnasialklassen häufiger anzutreffen als das durch den ersten Faktor charakterisierte Syndrom. Nicht unerwartet kommt der Befund, daß die Lehrer ohne Fakultas im Fach Mathematik höhere Summenwerte erreichen als die Lehrer mit Hauptfach Mathematik ($\bar{X} = 10.16$ gegenüber 8.07; $t = -2.73$; $p = 0.007$ Prozent). Auch ergeben sich statistisch bedeutsame Mittelwertunterschiede zwischen den Bundesländern, wobei Berlin mit einem Wert von 6.00 am niedrigsten und Bayern mit dem Wert von 11.85 am höchsten liegt⁸.

Tabelle 68: Faktor 3 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.58	069	Wiederholung in Form von Abfragen der formulierten Merksätze
-0.55	066	Aufbau einer Übung: Wiederholung der Regeln oder Sätze zu Beginn der zugehörigen Übungen
-0.35	077	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt in der folgenden Stunde
-0.31	199	Arten von Hausaufgaben: Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde
-0.30	076	Wiederholung in Form von Übungs- oder Klassenarbeiten
-0.28	003	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde: zur Einführung eines neuen Sachverhalts
-0.25	032	Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt wird, durch den Lehrer: Beginn der Stunde detailliert geplant, weiterer Verlauf entsprechend den Fragen und Antworten der Schüler
-0.22	025	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte
-0.21	191	Geben Sie Anleitungen zur Gestaltungstechnik (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
-0.20	187	Achten Sie darauf, daß sich möglichst jeder Schüler am Unterricht beteiligt?
-0.20	192	Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?

Man ist versucht, als Motto für den dritten Faktor einen Kernsatz der traditionellen Lernschule abzuwandeln: Repetitio est mater discipulorum. Die größte Gruppe der Items stellt ein Wiederholungskonzept dar (vgl. Tabel-

le 68), zu welchem Drill (69) und zeitliche Nähe zur Neudurchnahme (25) und zu Übungsperioden (66) ebenso gehören wie Hausaufgaben, welche der Rekapitulation der Arbeitsergebnisse in der vorhergehenden Stunde dienen (199). Die Wiederholbarkeit wird dadurch erleichtert (und die Kontrollmöglichkeit dadurch verbessert), daß die Neueinführung eines Sachverhalts vor allem anhand des Lehrbuchs erfolgt; damit hat der Lehrer eine genaue Kontrolle über die erarbeiteten Inhalte, die die Schüler beherrschen sollen. Ein Moment der Kontrolle enthält auch die Aussage, der Lehrer achte darauf, daß sich möglichst jeder Schüler am Unterricht beteiligt (187). Übersichtlichkeit, aber auch ordentliche Gestaltung von Zeichnungen sind in diesem Unterricht so wichtig, daß nicht nur Anleitungen dazu gegeben, sondern sogar gezielte Übungen absolviert werden (191, 192). Insgesamt⁹ handelt es sich demnach um einen auf sorgfältige Festigung des Gelernten, gut vorbereiteten und eng am Lehrbuch orientierten Unterricht, in welchem Wert auf Übersichtlichkeit, Sauberkeit und gewiß auch Genauigkeit der schriftlichen Arbeitsprodukte gelegt wird. Wie die Mittelwerte der meisten Items zeigen, ist dieser eher traditionelle Unterrichtstyp weit verbreitet. Sofern man davon ausgehen kann, daß die summierten Mittelwerte das im Faktor repräsentierte Unterrichtskonzept widerspiegeln, bestätigt sich diese Annahme auch aus der Verteilung der Summenwerte der ersten fünf Items des Faktors, welche sich zwischen Extremwerten von 4 und 20 bei einem Mittelwert von 12.27 und einer Standardabweichung von 2.75 bewegen. Erwartungsgemäß neigen Lehrer mit Fakultas im Fach Mathematik etwas weniger (jedoch statistisch bedeutsam, $p = 0.008$ Prozent) zu einem Unterrichtsverhalten der beschriebenen Art.

Im vierten Faktor (vgl. Tabelle 69) sind vor allem diejenigen Unterrichtsstoffe vereinigt, die schon in der oben beschriebenen Faktorenanalyse einen Faktor gebildet hatten. Hierbei laden die „Routinestoffe“ Prozentrechnung, Dreisatz und Dezimalbrüche sowie, mit umgekehrten Vorzeichen, Mengenlehre und algebraische Operationen und deren Gesetze. Gleichsinnig mit den anspruchsvolleren Inhalten tritt das Ziel 220, „Arbeiten innerhalb eines Bereichs mit vorgegebenen Mitteln“, in Erscheinung, wie es schon bei der die Ziele und Inhalte übergreifenden Analyse der Fall war, während die Routinestoffe mit der üblichen Form der Klassenarbeiten zusammengehen (vgl. Abschnitt 2.8). Der Rechenschieber erfüllt im Zusammenhang dieses Faktors klarerweise die einfachere der beiden oben (Abschnitt 2.10) beschriebenen Funktionen: Er dient der mechanischen Erleichterung des Rechnens, nicht aber der Erarbeitung des mathematisch interessanten Problems, die Rechengenauigkeit auf die Datenqualität abzustimmen. In einer bestimmten Richtung interpretiert ließe sich zusammenfassend feststellen, daß Lehrer, die hohe Faktorenwerte erreichen, sich intensiv mit den Routinestoffen der

Tabelle 69: Faktor 4 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.82	241	Algebra: Dreisatz, behandelt
-0.78	240	Algebra: Prozentsatz (mit Anwendungen), behandelt
0.62	246	Algebra: Algebraische Operationen und ihre Gesetze, behandelt
-0.49	311	Gestaltung der Klassenarbeiten: Anzahl der Aufgaben in einer Arithmetik-Arbeit: 4 bis 7 Aufgaben
0.39	310	Gestaltung der Klassenarbeiten: Anzahl der Aufgaben in einer Arithmetik-Arbeit: bis 3 Aufgaben
-0.33	242	Algebra: Rechnen mit Dezimalbrüchen, behandelt
0.29	211	Behandlung von Geometrie und Arithmetik nebeneinander herlaufend
0.27	220	Gewicht in dieser 7. Klasse: Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln (Erkennen, welchen Ort eine Aussage einnimmt; strengere Begründungsketten verstehen und selbst durch- führen; Erfassen des Geltungsbereiches von Aussagen und Verfahren)
0.27	243	Algebra: Mengenlehre, behandelt
0.23	315	Gestaltung der Klassenarbeiten: Durchschnittliche Zeitdauer der Klassenarbeiten: weniger als eine Schulstunde
-0.20	290	Benutzung des Rechenschiebers

7. Klasse, nicht aber mit Mengenlehre und algebraischen Operationen abgeben und somit auch nicht damit verbundene höhere Ziele anstreben. Sie schreiben Klassenarbeiten mit der üblichen Aufgabenzahl und Zeitdauer und betreiben, ebenfalls in Übereinstimmung mit der Mehrheit ihrer Kollegen, Geometrie und Arithmetik epochenartig, nicht aber parallel. Man müßte erwarten, daß solche Lehrer ihre Schüler differentiell fördern, also in den genannten Gebieten relative Hoch- beziehungsweise Minderleistungen erzeugen.

Der fünfte Faktor (vgl. Tabelle 70) beschreibt einen durchgängig lehrbuchorientierten Unterricht. Im Unterschied zu den in den vorausgehenden Analysen identifizierten beiden stabilen Lehrbuchfaktoren schließen sich hier nahezu alle angebotenen Verwendungszwecke des Lehrbuchs im Mathematikunterricht mit gleichen Vorzeichen zusammen, wobei allerdings nur zwei der drei Items (und diese auch mit deutlich niedrigeren Ladungen) auftauchen, die dort den Faktor „Selbständiges Arbeiten mit dem Lehrbuch“

Tabelle 70: Faktor 5 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.73	006	Verwendung des Lehrbuchs als Aufgabensammlung für Hausaufgaben
-0.62	004	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde: zur Übung eines bereits erarbeiteten Sachverhalts
-0.62	001	Verwendung des Lehrbuchs als methodischer Leitfaden
-0.62	054	Verwendung von Übungsaufgaben, die im Lehrbuch stehen
-0.54	003	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde: zur Einführung eines neuen Sachverhalts
0.50	053	Verwendung von Übungsaufgaben, die vom Lehrer selbst angefertigt wurden
0.49	009	Ich verwende das Lehrbuch <u>nicht</u> , da es meinem methodischen Ansatz nicht entspricht
-0.35	005	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde: als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts
-0.32	007	Verwendung des Lehrbuchs als Nachschlagewerk für den Schüler
0.30	ORTSGROE	Gemeindegröße (1 = unter 10.000 . . .)
-0.30	017	Verwenden Sie ein Lehrerbegleitheft?
0.24	294	Verwendung vielfältigten Materials
0.21	218	Gewicht in dieser 7. Klasse: Erkennen von Beziehungen (Relationen zwischen Elementen von Mengen, sowohl bei arithmetischen als auch bei geometrischen Aufgabenstellungen)
-0.20	064	Aufbau einer Übung: beginnend mit einfachen Aufgaben allmähliche Steigerung des Schwierigkeitsgrades
0.20	280	Halten Sie es für möglich, Stoffe, die normalerweise für höhere Klassen gedacht sind (z. B. für die 10. Klasse), schon in Klasse 7 zu behandeln?

bildeten¹⁰. Ferner erscheint Item 17, die — in dieser Interpretation — häufige Verwendung des Lehrerbegleitheftes, und die Verwendung von Übungsaufgaben, die im Lehrbuch stehen (54), sowie der Verzicht auf vielfältigtes Material und auf selbstentworfenen Übungsaufgaben. Die undifferenzierte, ausgedehnte Benutzung des Lehrbuchs geht einher mit der Distanz zu einem der höheren Ziele — „Erkennen von Beziehungen“ — sowie mit einer Abneigung gegenüber der flexiblen Einführung von Unterrichtsinhalten, die für höhere Klassen gedacht sind (280). Auf Unterricht dieser Art trifft man eher in Schulen kleinerer Orte.

Die Aufsummierung der Items mit Ladungen über .30 (ohne ORTSGROE; Items 9 und 53 mit negativem Vorzeichen) ergibt Extremwerte von -4 und $+29$, ein arithmetisches Mittel von 15.23 und eine Standardabweichung von 5.24 . Auch hier (vgl. oben Abschnitt 2.1) zeigt sich, daß Lehrer mit dem Hauptfach Mathematik zurückhaltender vom Lehrbuch Gebrauch machen ($\bar{X} = 14.77$) als Lehrer ohne Fakultas in Mathematik ($\bar{X} = 17.41$; $t = -3.48$; $p = 0.001$ Prozent). Beim Ländervergleich erweisen sich die Hamburger Lehrer als besonders lehrbuchabstinent ($\bar{X} = 11.0$), was auf die in Abschnitt 2.1 geschilderte komplizierte Lehrplan- und Lehrbuchsituation zurückgehen dürfte, während die Baden-Württembergischen Lehrer dem (in Stuttgart gedruckten) Lehrbuch besonders zugetan sind ($\bar{X} = 17.5$). Niedrige Werte (unter 14) finden sich noch in Hessen, Schleswig-Holstein und Berlin, hohe in Bayern (16.3), Bremen (16.3) sowie im Saarland (17.3).

Tabelle 71: Faktor 6 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.72	094	Lehrervortrag, um die unterrichtliche Zielsetzung zu verdeutlichen
-0.65	098	Lehrervortrag, um zusammenzufassen
-0.63	100	Lehrervortrag, um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
-0.49	096	Lehrervortrag, um schneller voranzukommen
-0.31	083	Lehrervortrag, um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen
-0.24	086	Lehrervortrag, um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
-0.23	071	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Lehrer
-0.22	026	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie mehrere Beispiele vorgeben (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen?

Der sechste Faktor (vgl. Tabelle 71) sowie die im Anschluß daran interpretierten Faktoren 8, 9 und 12 setzen sich überwiegend aus den Fragen zum Methodenselbsturteil (82 bis 161) zusammen. Lehrerorientierter Unterricht, insbesondere die zentrale Stellung des Lehrervortrags als Unterrichtsmethode, drückt sich im sechsten Faktor aus¹¹. Bei den nicht zur Itemgruppe 82 bis 101 (Lehrervortrag) gehörenden Fragen steht in diesem Kontext ebenfalls der Aspekt der Lehrerzentriertheit im Mittelpunkt: Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch den Lehrer (71) so-

wie induktive, doch lehrerorientierte Einführung eines neuen Sachverhalts¹². Verständlicherweise betrachten nur wenige Lehrer den Lehrervortrag als eine Methode, um die Konzentration der Schüler zu erhöhen (86). Hier haben die Lehrer vermutlich das ruhige, äußerlich wie aufmerksames Zuhören

Tabelle 72: Faktor 8 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.73	123	Freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen
0.71	122	Freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, um einen neuen Sachverhalt einzuführen
0.69	125	Freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, um Beweise zu führen (geometrische oder arithmetische)
0.67	130	Freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, um den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herzustellen
0.55	132	Freies Unterrichtsgespräch, in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist, um Schülern Gelegenheit zu produktivem Verhalten zu geben
0.32	068	Aufbau einer Übung: Leiten Sie eine Übungsperiode durch „offene“ Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
0.29	048	Verwenden Sie bei der Einführung eines neuen Sachverhalts „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
-0.25	033	Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer: Detailplanung für den Beginn, Steuerung des weiteren Verlaufs durch Fragen und Impulse des Lehrers
0.23	028	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie problemhaltiges Material darbieten, das in einer Unterrichtsstunde erschlossen werden kann?
0.22	041	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, nehmen Sie den Vorschlag zunächst ohne Kommentar an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern die Konsequenzen, bis der Fehler offenkundig wird?
-0.20	056	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (andere Zahlenbeispiele usw.)
-0.20	083	Lehrervortrag, um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen

wirkende Verhalten der Schüler vor Augen, welches man in der Tat gewöhnlich beim Lehrervortrag beobachten kann. (Vgl. im übrigen Abschnitte 2.6.1.2 und 2.6.2.1.)

Ähnlich wie im sechsten Faktor repräsentieren die Items mit den höchsten Ladungen im achten Faktor (vgl. Tabelle 72) zunächst wieder einen Spaltenfaktor aus dem Methodenselbsturteil (vgl. Abschnitt 2.6.1). Von den zum freien Unterrichtsgespräch eingegebenen Fragen finden sich hier diejenigen versammelt, die schon vorher charakteristische Verwendungssituationen für diese Unterrichtsmethode gekennzeichnet hatten: Einführung neuer Sachverhalte, Herstellen von Verbindungen zwischen Sachverhalten sowie Förderung produktiven Verhaltens. Außerdem treten aber auch plausible Verbindungen zu anderen Unterrichtsphasen beziehungsweise zu Aussagen auf, die nicht im Sinne der Items 82 bis 161 Methodenselbsturteile der Lehrer darstellen. Lehrer, die das freie Unterrichtsgespräch verwenden, dessen Ablauf offen ist, leiten auch ihre Übungsperioden durch offene Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum lassen (68), und verwenden ebensolche Fragen bei der Einführung eines neuen Sachverhaltes (48). Darauf abgestimmt erscheint auch die Darbietung problemhaltigen Materials bei der Einführung, das dann in der Unterrichtsstunde erschlossen werden kann (28), sowie das problemorientierte Eingehen auf einen falschen Schülervorschlag (41); und umgekehrt paßt dazu die Ablehnung der Detailplanung des Unterrichtsbeginns mit anschließender Steuerung des weiteren Verlaufs durch Fragen und Impulse des Lehrers (33) sowie der Verzicht auf den Lehrervortrag zur Herstellung von Zusammenhängen zwischen Sachverhalten (83) (obwohl letzterer in dieser Situation durchaus brauchbar ist, wie wir in Abschnitt 2.6.1.2 gesehen haben). Insgesamt finden wir hier also das von den Lehrern getroffene Methodenselbsturteil in Übereinstimmung mit wichtigen Items, welche die Lehrer in anderen Zusammenhängen und ohne das Etikett „Freies Unterrichtsgespräch“ beantwortet hatten. Zum freien Unterrichtsgespräch gehören demzufolge problemorientierte Übungsperioden sowie induktive, dem genetischen Unterrichtskonzept verwandte Formen der Einführung neuer Sachverhalte (vgl. oben Abschnitte 2.2, 2.3, 2.6.1.1). Einige für den Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten charakteristische Items bestimmen den neunten Faktor (vgl. Tabelle 73). Wir hatten bereits (Abschnitt 2.6.1.4) hervorgehoben, daß diese Unterrichtsmethode einen engen kognitiven Kontakt zwischen Lehrer und Schülern bewirkt, „pädagogische“ Funktionen (Schließen von Kenntnislücken beispielsweise oder Erhöhung der Konzentration) erfüllt, Drillaspekte enthält und der Kontrolle dient. In jeder Hinsicht steht dabei der Lehrer im Mittelpunkt des Geschehens und bestimmt den Ablauf des Unterrichts bis ins Detail. Durch Lehrerzentrierung zeichnen sich auch die meisten übrigen Items in diesem Faktor

Tabelle 73: Faktor 9 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.73	103	Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten, um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen
0.73	102	Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten, um einen neuen Sachverhalt einzuführen
0.65	110	Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten, um den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herzustellen
0.60	113	Frage-und-Antwort-Unterricht in engen Schritten, um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
0.24	059	Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch
0.22	216	Gewicht in dieser 7. Klasse: Abfragbares Wissen (hierzu gehört der gesamte bisher behandelte Unterrichtsstoff. Es geht um die Kenntnis, nicht um die Fähigkeit zur Anwendung des Unterrichtsstoffes)
0.21	098	Lehrervortrag, um zusammenzufassen
-0.21	067	Aufbau einer Übung: Wiederholung der Regeln oder Sätze am Ende der entsprechenden Übungen
0.20	026	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie mehrere Beispiele vorgeben (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen?
0.20	038	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und lassen ihn durch die Schüler verbessern?

aus: Die Durchführung von Übungen „gemeinsam im Unterrichtsgespräch“ hatten wir bereits (Abschnitt 2.3) im Zusammenhang der traditionellen Übungsform als kurzschrittiges Frage-Antwort-Spiel interpretiert. Frage 98 ist das Leititem des Spaltenfaktors Lehrervortrag (Abschnitt 2.6.1.2); Frage 38 steht in dem Faktor, der eine lehrerzentrierte Reaktion auf den falschen Vorschlag eines Schülers beschreibt (Abschnitt 2.2), und Frage 26 gehört zum induktiven, wiederum lehrerorientierten Vorgehen bei der Einführung eines neuen Sachverhaltes (Abschnitt 2.2, vgl. auch oben den sechsten Faktor der Gesamtanalyse). Den Drillaspekt des Frage-Antwort-Unterrichts unterstreicht das Auftauchen des Zieles „Abfragbares Wissen“. Auch hier also bestätigen sich insgesamt die oben im Zusammenhang der „natürlichen“ Gruppierungen gegebenen Interpretationen der vorkommenden Items. In der Faktorenanalyse der Items 82 bis 161 (Methodenselbsturteil) mußten wir mehrfach auf die Ähnlichkeit verweisen zwischen Frage-Antwort-Unter-

Tabelle 74: Faktor 12 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.68	153	Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird, um zu sichern, daß alle Schüler dem Unterrichtsverlauf folgen
-0.67	146	Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird, um die Konzentration der Schüler zu erhöhen
-0.61	142	Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird, um einen neuen Sachverhalt einzuführen
-0.60	150	Fragend-entwickelndes Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird, um den Zusammenhang zu bereits bekannten Sachverhalten herzustellen
-0.33	028	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie problemhaltiges Material darbieten, das in einer Unterrichtsstunde erschlossen werden kann?
-0.25	073	Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems
-0.25	053	Verwendung von Übungsaufgaben, die vom Lehrer selbst angefertigt wurden
-0.24	059	Durchführung der Übung gemeinsam im Unterrichtsgespräch
-0.21	027	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen?

richt in engen Schritten und fragend-entwickelndem Unterrichtsgespräch, dessen Ablauf vom Lehrer gelenkt wird, da die für diese beiden Methoden charakteristischen Verwendungssituationen weitgehend dieselben waren; erst eine genauere Korrelationsanalyse förderte Unterschiede zutage (vgl. Abschnitt 2.6.2.3). Die übergreifende Faktorenanalyse zeigt nun unmittelbar plausible Abweichungen der beiden Methoden voneinander. Zwar sind die Items des Methodenselbsturteils im Faktor 12 (vgl. Tabelle 74) wiederum nahezu identisch mit den Items des Frage-Antwort-Unterrichts in engen Schritten (Faktor 9), doch treten sie hier mit anderen Items des Fragebogens zusammen auf: Zwei Verfahrensweisen induktiver Einführung neuer Sachverhalte (vgl. oben Abschnitt 2.2, Faktor 5) sowie zwei Übungsformen, die oben als individualisierend, motivierend und problemorientiert gekennzeichnet worden sind¹³. Die Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems (73) stützt und unterstreicht diese Interpretation; die in Abschnitt 2.4 herausgearbeitete Bedeutung dieses Items als Element der

genetischen Unterrichtsmethode wird man hier allerdings nicht überbetonen. Durch gemeinsames Auftreten der Items des fragend-entwickelnden Unterrichtsgesprächs und der übrigen Fragen wird die oben beschriebene Nähe dieser Methode zum freien Unterrichtsgespräch (im Unterschied zur Affinität des Frage-Antwort-Unterrichts zum Lehrervortrag) bestätigt und konkretisiert.

Die Interpretation der Faktoren 8, 9, 12 und bis zu einem gewissen Grade auch 6 hat gezeigt, daß die Methodenselbsturteile der Lehrer mit anderen, meist relativ verhaltensnahen Items aus anderen Teilen des Fragebogens in plausibler Weise, allerdings in meist schwacher Ausprägung, zusammentreten. Hieraus läßt sich der für weitere Forschungen nicht unwichtige Schluß ziehen, daß die Selbsteinstufung der Lehrer auf die Frage, in welchen Situationen und zu welchen Zwecken sie die vier vorgegebenen, umgangssprachlich formulierten Unterrichtsmethoden verwenden, überraschend valide zu sein scheint, wenn man die Übereinstimmung des methodischen Selbstverständnisses mit davon unabhängigen Angaben über Verhalten im Unterricht als Maßstab für Validität ansehen will.

Im 14. Faktor (vgl. Tabelle 75) sind Items versammelt, die, im Vergleich zu den im gesamten Fragebogen vertretenen Mittelwerten der Antworten, etwas höhere Durchschnittswerte aufweisen. Der durch diesen Faktor beschriebene Unterrichtstyp dürfte daher relativ häufig anzutreffen sein, wenn man davon ausgeht, daß die aufsummierten Mittelwerte das im Faktor beschriebene Konzept zumindest partiell wiedergeben.

Die Items entstammen den Fragegruppen zur Wiederholung, Übung, Neueinführung eines Sachverhaltes, Hausaufgaben, denjenigen Teilen des Fragebogens also, welche die methodischen Vorgehensweisen des Lehrers direkt (und nicht über ein „Selbsturteil“) erfragen und — zumindest der Intention nach — verhaltensnäher sind als etwa die Fragen zu den befürworteten Unterrichtszielen.

Bei Betrachtung der einzelnen Items dieses Faktors und ihren in den vorausgehenden Analysen herausgearbeiteten Bedeutungen ergibt sich das Bild eines problemorientierten¹⁴, bewußt gestalteten¹⁵ Unterrichts, in dem der Lehrer bei der Neudurchnahme induktiv vorgeht¹⁶, sich aber nicht nur in dieser Phase, sondern auch zum Beispiel bei der Wiederholung nach der Lage und den Wünschen der Schüler richtet¹⁷. Ein solcher Unterrichtstypus dürfte diejenigen Aspekte des traditionellen Mathematikunterrichts in den Vordergrund rücken, die in der Reformpädagogik ihren Ursprung haben¹⁸.

Die Verteilung der aufsummierten Items mit einer Ladung über .30 weist einen Mittelwert von 18.5 und eine Standardabweichung von 3.2 auf und bewegt sich zwischen den Extremwerten 8 und 27 (28 wäre der höchste mögliche Wert). Der Mittelwert liegt demnach, teilt man ihn durch die Anzahl der

Tabelle 75: Faktor 14 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.63	081	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt, wenn sich Lücken bei den Schülern zeigen
0.46	080	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt auf Schülerwunsch
0.35	040	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und dann von den Schülern korrigieren?
0.33	046	Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt, greifen Sie den Vorschlag auf und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle?
0.33	191	Geben Sie Anleitungen zur Gestaltungstechnik (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
0.32	072	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler
0.30	067	Aufbau einer Übung: Wiederholung der Regeln oder Sätze am Ende der entsprechenden Übungen
0.27	197	Arten von Hausaufgaben: Einübung besprochener Sachverhalte
0.27	063	Durchführung der Übung durch einzelne Schüler (an der Tafel)
0.27	192	Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
0.27	188	Achten Sie darauf, daß auch Schüler aufgerufen werden, die sich nicht gemeldet haben?
0.25	056	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (andere Zahlenbeispiele usw.)
0.23	073	Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems
0.22	025	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte
0.21	036	Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?

Fortsetzung Tabelle 75

Ladung	Item Nr.	Text
-0.20	032	Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt wird, durch den Lehrer: Beginn der Stunde detailliert geplant, weiterer Verlauf entsprechend den Fragen und Antworten <u>der Schüler</u>
0.20	034	Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer: Detailplanung für die gesamte Stunde, soweit möglich
0.20	057	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von neuen, aber strukturell ähnlichen Problemen

Items, zwischen „oft“ und „manchmal“; und etwa ein Viertel der Lehrer macht „oft“ ($\bar{X} > 3.00$) von den hier aufsummierten Verhaltensformen Gebrauch. Unterschiede zwischen Hauptfachlehrern und Lehrern ohne Fakultas lassen sich nicht feststellen, wohl aber zwischen den Bundesländern, wobei sich die Lehrer aus den nördlichen Ländern weniger häufig zu einem Unterricht dieser Art bekennen als die aus den südlichen (und Nordrhein-Westfalen).

Tabelle 76: Faktor 15 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.70	213	Halten Sie es in der 7. Klasse (oder evtl. schon früher) für notwendig, neue Zahlensysteme einzuführen (z. B. das binäre)?
-0.66	214	Halten Sie es in der 7. Klasse (oder evtl. schon früher) für notwendig, neue Zahlensysteme von den Schülern entwickeln zu lassen?
-0.32	018	Benutzen Sie sonstige didaktische Literatur?
0.28	247	Geometrie: Dreieck, behandelt
0.25	301	Arten der Leistungsbeurteilung (außer den <u>üblichen</u> Klassenarbeiten): Verwenden Sie informelle Tests?
-0.23	058	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten
0.22	074	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für die ganze Klasse
0.20	078	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt nach längerer Zeit

Dadurch, daß der 15. Faktor (vgl. Tabelle 76) durch zwei ähnlich zu interpretierende Items mit hohen Ladungen beherrscht wird, ergibt sich nur wenig Zusatzinformation durch hinzugekommene Fragen aus anderen Teilen des Fragebogens. Die Einführung neuer Zahlensysteme in der 7. Klasse ist gleichwohl hier deutlich als Kennzeichen einer bewußten (213, 214: „notwendig“), fachmathematischen und didaktischen (18) Problemorientierung des Unterrichts zu verstehen, in welchem Übungsaufgaben Verwendung finden, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen, auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten. Daß dann bestimmte Unterrichtsstoffe eher zurücktreten (247), liegt nahe. Unklar dagegen ist der Hinweis, in so bezeichnetem Unterricht würden informelle Tests eine eher geringe Rolle spielen. Vielleicht werden die Tests hier als normierende Beurteilungsverfahren angesehen, die zu diesem Unterricht inhaltlich nicht passen. Die Ablehnung der am häufigsten verwendeten Wiederholungsform (Hausaufgaben für die ganze Klasse) taucht hier nicht unerwartet auf.

Tabelle 77: Faktor 24 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.59	193	Legen Sie besonderen Wert auf exakte Schreibweise in Arithmetik (z. B. Striche mit Lineal, Gleichheitszeichen untereinander)?
-0.55	194	Legen Sie besonderen Wert auf die Herstellung exakter geometrischer Zeichnungen?
-0.34	191	Geben Sie Anleitungen zur Gestaltungstechnik (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
-0.31	192	Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
0.28	335	Haben Sie die Klasse am Beginn oder während dieses Schuljahres übernommen?
-0.26	215	Gewicht in <u>dieser</u> 7. Klasse: Mathematische Techniken (Fertigkeit im Gebrauch der Rechen- und Konstruktionsverfahren)
-0.26	069	Wiederholung in Form von Abfragen der formulierten Merksätze
-0.23	216	Gewicht in <u>dieser</u> 7. Klasse: Abfragbares Wissen (hierzu gehört der gesamte bisher behandelte Unterrichtsstoff. Es geht um die Kenntnis, nicht um die Fähigkeit zur Anwendung des Unterrichtsstoffes)
-0.21	079	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut
-0.20	ALTER	Lebensalter in Jahren

Großen Wert auf exakte Schreibweise in Arithmetik und auf die Herstellung exakter geometrischer Zeichnungen sowie auf Übungen und Anleitungen zur Gestaltungstechnik legen nach Auskunft des 24. Faktors (vgl. Tabelle 77) eher ältere Mathematiklehrer, die ihre Klasse schon längere Zeit unterrichten, sie jedenfalls nicht erst zu Beginn oder während des Schuljahres übernommen haben. Sie messen zugleich den beiden „niedrigen“ Unterrichtszielen — „Mathematische Techniken“ und „Abfragbares Wissen“ — ein hohes Gewicht bei. Die beiden Wiederholungsformen, die hier ausgiebige Verwendung finden, dürften im Kontext dieses Faktors als traditionelle mathematik-didaktische Verfahrensweisen anzusehen sein; insbesondere wird man die Wiederholung in Form des Abfragens formulierter Merksätze als drillmäßiges Einschleifen auffassen können (vgl. auch oben Abschnitt 2.4). Von den Häufigkeiten der einzelnen Items her zu schließen, hat man es hier mit im Unterricht verbreiteten Verhaltensweisen zu tun (vgl. auch Abschnitt 2.7).

Tabelle 78: Faktor 25 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
-0.61	299	Arten der Leistungsbeurteilung (außer den <u>üblichen</u> Klassenarbeiten): Zensieren Sie die Hausaufgaben?
-0.54	300	Arten der Leistungsbeurteilung (außer den <u>üblichen</u> Klassenarbeiten): Zensieren Sie einzelne mündliche Leistungen?
-0.41	206	Überprüfung der Hausaufgaben: durch Einsammeln aller Haushefte
-0.34	052	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie mit Benotung verbunden
-0.25	334	Wie groß ist das Gewicht, das Sie der <u>mündlichen</u> Leistung bei der Bestimmung der Zeugniszensur beimessen?
0.24	DEPUHIER	Unterrichtete Wochenstunden in der untersuchten Klasse
-0.24	075	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern
-0.22	243	Algebra: Mengenlehre, behandelt
-0.22	074	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für die ganze Klasse
-0.21	017	Verwenden Sie ein Lehrerbegleitheft?
0.20	044	Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt, greifen Sie den Vorschlag auf und gehen von dieser Stelle aus in der Entwicklung weiter?

Tabelle 79: Faktor 27 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.64	302	Gestaltung der Klassenarbeiten: Klassenarbeiten enthalten Aufgaben, die nur leichte Abwandlungen gegenüber den im Unterricht behandelten zeigen
-0.56	303	Gestaltung der Klassenarbeiten: Klassenarbeiten enthalten Aufgaben, die eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern
0.44	056	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (andere Zahlenbeispiele usw.)
-0.40	198	Arten von Hausaufgaben: Vorbereiten neuer Sachverhalte
-0.37	199	Arten von Hausaufgaben: Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde
-0.35	200	Arten von Hausaufgaben: Beschreibung des Ablaufs der vorangegangenen Stunde
-0.31	057	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von neuen, aber strukturell ähnlichen Problemen
-0.28	058	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten
-0.28	068	Aufbau einer Übung: Leiten Sie eine Übungsperiode durch „offene“ Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
0.27	190	Lassen Sie die Schüler während des Unterrichts schriftlich arbeiten (z. B. Aufgaben lösen)?
-0.26	073	Wiederholung in Form von Variation des ursprünglichen Problems
0.24	197	Arten von Hausaufgaben: Einübung besprochener Sachverhalte
-0.22	308	Gestaltung der Klassenarbeiten: Lassen Sie Klassenarbeiten schreiben mit nur schwierigen Aufgaben?
-0.20	202	Arten von Hausaufgaben: individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben

Eine breite Informationsbasis zur Leistungsbeurteilung verschaffen sich nach Auskunft des 25. Faktors insbesondere diejenigen Mathematiklehrer, die relativ wenige Stunden in der untersuchten Klasse unterrichten (das heißt also insbesondere nur Mathematik und nicht auch andere Fächer)¹⁹. Sie neigen

dazu, neben den üblichen Klassenarbeiten zur Beurteilung der Schülerleistungen auch die Qualität der Hausaufgaben (74, 75, 206, 299) sowie die mündlichen Leistungen (300, 52, 334) besonders oft heranzuziehen. Umgekehrt läßt sich also feststellen, daß Lehrer auf die Zensurierung von Hausaufgaben und einzelnen mündlichen Leistungen eher verzichten, wenn sie in der Klasse viel Unterricht erteilen, daß sie vermutlich also ihr Urteil über die Schülerleistungen in anderen Fächern in die Mathematikzensuren einfließen lassen und somit tendenziell ein allgemeines und weniger ein fachspezifisches Urteil abgeben. Die Folge dürfte eine Angleichung der Zensuren in den unterrichteten Fächern sein, ein Halo-Effekt also, wie er für die Zensurengebung in Schultypen ohne äußere Leistungsdifferenzierung²⁰ seit langem bekannt ist. — Die übrigen, bisher unerwähnt gelassenen Items mit niedrigen Ladungen ergeben wenig Erhellendes, stehen aber auch zu der oben gegebenen Interpretation nicht im Widerspruch.

Problemorientierter Unterricht, operationalisiert in der Gestaltung der Klassenarbeiten sowie in der Art der Übungs- und Hausaufgaben, drückt sich im 27. Faktor (vgl. Tabelle 79) aus: Die Klassenarbeiten enthalten schwierige (308) Aufgaben, welche eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern (303), nicht dagegen solche, die nur leichte Abwandlungen gegenüber den im Unterricht behandelten aufweisen (302) — eine Verfahrensweise, die wir (vgl. Abschnitt 2.12) als kompatibel mit dem genetischen Unterrichtskonzept bezeichnet hatten. Zu diesen Items treten jene für prozeßorientierte, selbständige, gewiß ebenfalls schwierige Hausaufgaben, wie wir die aus Item 198 bis 200 ablesbare Konstellation bei der in Abschnitt 2.5 vorgenommenen Analyse genannt hatten, sowie problemorientiertes Üben, welches in Abschnitt 2.3 unter anderem auch durch die Fragen 56 bis 58 und 68 beschrieben worden war. Die übrigen Items lassen sich mit dieser Interpretation bestens vereinbaren (vgl. unter anderem Abschnitte 2.4 und 2.5), so daß der Faktor insgesamt eine der seltenen, plausiblen Konstellationen von Items darstellt, die im Fragebogen weit auseinander liegen. Erstaunlich ist freilich die Tatsache, daß nicht auch Items aus der Fragegruppe zur Erarbeitung eines neuen Sachverhalts oder zur Lehrbuchbenutzung hinzutreten; aufgrund der Orthogonalität der Faktoren ist es jedoch nicht ausgeschlossen, daß auch in diesen Unterrichtsphasen entsprechende Vorgehensweisen gewählt werden.

Auch im Faktor 28 (vgl. Tabelle 80) treten Itemkonstellationen auf, die bei den vorausgehenden Analysen der natürlichen Itemgruppen in ähnlicher Form zu beobachten waren, nun aber sinnvolle Erweiterungen über eine einzelne Unterrichtsphase hinaus erfahren. Als problemorientiertes und individualisiertes Wiederholen und Üben waren die Items 70, 72, 76 (mit negativer Ladung), 79 sowie 57, 58 und 68 interpretiert worden (vgl. Abschnitte 2.3

Tabelle 80: Faktor 28 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.64	070	Wiederholung in Form von Abfragen des Sachverhalts in freier Form
0.33	068	Aufbau einer Übung: Leiten Sie eine Übungsperiode durch „offene“ Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
-0.28	076	Wiederholung in Form von Übungs- oder Klassenarbeiten
0.26	048	Verwenden Sie bei der Einführung eines neuen Sachverhalts „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?
0.26	036	Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?
0.25	040	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und dann von den Schülern korrigieren?
0.24	190	Lassen Sie die Schüler während des Unterrichts schriftlich arbeiten (z. B. Aufgaben lösen)?
0.22	072	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler
0.22	067	Aufbau einer Übung: Wiederholung der Regeln oder Sätze am Ende der entsprechenden Übungen
0.22	057	Art der Übungsaufgaben: Übung als Lösen von neuen, aber strukturell ähnlichen Problemen
0.21	079	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut
0.21	058	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten
0.21	038	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und lassen ihn durch den Schüler verbessern?
0.20	025	Erarbeiten eines neuen Sachverhalts: Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte

und 2.4); der Zusammenschluß dieser Items mit den Fragen 36, 40 und 48 gibt Anlaß, die Problemorientiertheit dieser Vorgehensweisen im emphati-

schen Sinne zu sehen, entstammen diese Items doch dem in Abschnitt 2.2 beschriebenen Faktor, welcher eine sokratisch-mäeutische, prozeßorientierte Einführung eines neuen Sachverhalts kennzeichnete. Versuch und Irrtum, induktives Lernen, geringe Steuerung der ablaufenden Denkprozesse durch den Lehrer — und zwar nicht nur bei der Neueinführung, sondern auch in den Übungs- und Wiederholungsperioden — machen die hier enthaltene Variante des Mathematikunterrichts vor allen Dingen aus.

Die Aussagen der Lehrer, sie benutzten das Lehrbuch häufig zum Nachschlagen, zur Informationsbeschaffung über Bereiche, die im Unterricht nicht behandelt werden können, sowie als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts, darüber hinaus Formelsammlungen, Handbücher,

Tabelle 81: Faktor 29 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.65	008	Verwendung des Lehrbuchs als weitere Informationsquelle für den Schüler (z. B. Bereiche, die nicht behandelt werden können)
0.52	007	Verwendung des Lehrbuchs als Nachschlagewerk für den Schüler
0.39	292	Verwendung von Nachschlagewerken, Rechenhilfen, Handbüchern, Formelsammlungen usw. durch Schüler
0.39	005	Verwendung des Lehrbuchs als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde: als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts
0.33	034	Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer: Detailplanung für die gesamte Stunde, soweit möglich
0.29	295	Verwendung von Bildern, Graphiken, Dias, Folien usw.
0.29	017	Verwenden Sie ein Lehrerbegleitheft?
0.26	018	Benutzen Sie sonstige didaktische Literatur?
0.25	335	Haben Sie die Klasse am Beginn oder während dieses Schuljahres übernommen?
0.24	285	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Erläutern Sie den Schülern <u>ausführlich</u> den geltenden Lehrplan?
0.21	286	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Erläutern Sie den Schülern <u>ausführlich</u> die Zielsetzung Ihres Unterrichts?
0.21	058	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten

Rechenhilfen usw., prägen den Faktor 29. Wir hatten bereits in Abschnitt 2.1 festgestellt, daß die Items 5, 7 und 8 einen in unterschiedlichen Zusammenhängen stabilen Faktor ausmachen, der als selbständiges Arbeiten mit dem Lehrbuch charakterisiert werden konnte. Hierzu paßt Item 295, die Verwendung von Bildern, Grafiken, Dias usw. im Unterricht, also weiteren Materials, an dem sich selbständig arbeiten läßt; ebenso Übungsaufgaben, welche die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen. Ausführliche Erläuterungen von Lehrplan und Zielsetzung des Unterrichts erfüllen hier vermutlich die sinnvolle Funktion, den selbständig und mit vielfältigen Materialien arbeitenden Schülern eine Zielvorstellung anzubieten, welche die Tätigkeiten strukturiert. Erstaunlich ist allerdings das Auftauchen des Items 34, in dem die Lehrer angeben, die gesamte Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, nach Möglichkeit bis ins Detail vorzubereiten. Betrachtet man nun die Berichte beispielsweise über Versuche mit offenem Unterricht²¹, welcher den Schülern besonders selbständiges, entdeckendes Lernen ermöglichen soll, so zeigt sich, daß gerade ein solcher Unterricht ungewöhnlich anspruchsvolle Vorbereitung erfordert, denn der Lehrer muß ja unter anderem die vorzugebenden Materialien unter Berücksichtigung zahlreicher strukturierender Gesichtspunkte auswählen und sich in die Inhaltsbereiche umfassend einarbeiten. Die Probleme, die die Schüler zur Debatte stellen, werden vielseitiger und weniger vorhersehbar sein als bei einem expositorischen Unterricht, bei dem der Lehrer eng entlang den Vorgaben des Lehrbuchs arbeitet. Freilich richtet sich bei offenem Unterricht die Vorbereitung nicht auf die Festlegung der Unterrichtsstunde im Detail; die in dieser Hinsicht unbefriedigende Formulierung des Items setzt der Interpretation eine Grenze.

Insgesamt beschreibt der Faktor somit einen sorgfältig vorbereiteten, auf selbständige Arbeit der Schüler mit dem Lehrbuch²² abgestellten Unterricht, dessen Zielrichtung den Schülern vor Augen steht. Solcher Unterricht findet sich, wie die Verteilungen vieler Items zeigen, nicht häufig, offenbar aber etwas eher, wenn der Lehrer seine Klasse erst neu übernommen hat (335). Die Aufsummierung der ersten sechs Items des Faktors ergibt erwartungsgemäß eine linksschiefe Verteilung ($\bar{X} = 6.99$; Standardabweichung = 3.53), die zwischen Extremwerten von 0 und 22 liegt. Etwa die Hälfte der Lehrer erreicht hier Punktwerte von 6 oder weniger, verwendet die bezeichneten Verhaltensweisen also allenfalls „selten“.

Der 30. Faktor (vgl. Tabelle 82) stellt von allen bisher vorkommenden Itemkonstellationen das Konzept des genetischen Unterrichts am deutlichsten dar. Zum einen sind hier die drei wichtigsten Fragen 42, 47 und 36 aus der „sokratisch-mäeutischen, prozeßorientierten Einführung eines neuen Sachverhalts“ vertreten — auf die ausführliche Interpretation jenes Faktors in

Tabelle 82: Faktor 30 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.59	042	Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen, bezeichnen Sie den Vorschlag als richtig, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten?
0.49	047	Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt, zweifeln Sie die Richtigkeit des Vorschlags an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle?
0.35	186	Verwendung des Streitgesprächs, in dem der Lehrer die Rolle des Opponenten bzw. Proponenten übernimmt
-0.30	SEX	Geschlecht (1 = männlich, 2 = weiblich)
0.29	058	Art der Übungsaufgaben: Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten
0.28	036	Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?
0.24	315	Gestaltung der Klassenarbeiten: Durchschnittliche Zeitdauer der Klassenarbeiten: weniger als eine Schulstunde
0.24	262	Unterrichtsorganisation: Verwenden Sie neben dem Klassenunterricht gruppenteiliges Arbeiten?
0.20	249	Geometrie: geometrische Grundbegriffe, behandelt

Abschnitt 2.2 sei hier ausdrücklich verwiesen. Die Konturen des Konzepts zeichnen sich jetzt jedoch noch deutlicher ab: Einerseits tritt das „Kompromißitem“ 41 nicht mehr auf, andererseits wird die Verwendung des Streitgesprächs befürwortet, in dem der Lehrer die Rolle des Opponenten beziehungsweise Proponenten übernimmt, ferner werden jene Übungsaufgaben verwendet, welche die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten aufzeigen sollen, auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten. Daß sich prozeborientierter, entdeckender Unterricht besser gruppenteilig als im gesamten Klassenverband verwirklichen läßt, entspricht unseren ursprünglichen Erwartungen bei der Fragebogenkonstruktion. Im ersten Analyse-durchgang war ferner deutlich geworden, daß das Item 278, in dem direkt nach der Verwirklichung entwickelnd-genetischen Unterrichts gefragt worden war, von den Lehrern mißverstanden wurde; daß es hier nicht auftaucht, belegt die Richtigkeit jener Interpretation (vgl. Abschnitt 2.10).

Eine weitere — freilich schwache — Stützung erfährt die Auffassung, das Fragesyndrom des 30. Faktors beschreibe genetischen Unterricht, aus dem Auftreten des Items 249 (geometrische Grundbegriffe). Denn in der didaktisch-methodischen Diskussion ist der genetische Ansatz meist mit der Geometrie in Verbindung gebracht worden. Im Unterschied zur Algebra, in der man ohne routinemäßiges Aufgabenrechnen kaum auskommt, gibt es nämlich seit jeher eine starke Affinität der Geometrie zum Problemlösen²³ und zum wissenschaftlichen Arbeiten („Beweise“), außerdem wird die Anschaulichkeit der geometrischen Aufgaben als förderlich für die Verselbständigung des Denkens der Schüler angesehen. — In dem gemeinsamen Auftreten des Items 249 mit den sonstigen Fragen dieses Faktors haben wir im übrigen eines der in diesem Fragebogen seltenen Beispiele für den Zusammenschluß von Methode und Inhalt vor uns.

Schwerer einzuordnen sind lediglich zwei Items: Das eine (315) enthält die Aussage, daß die durchschnittliche Dauer der Klassenarbeiten weniger als eine Stunde beträgt; dies mag sich aus der Andersartigkeit, vor allem aus der geringeren Formalisierung der Leistungsbewertung bei genetischem Unterricht erklären: Die Evaluation der Lernprozesse und Lernergebnisse erfolgt hier eher beiläufig und informell oder über mathematische Aufsätze beziehungsweise Aufgaben, die größere Zusammenhänge und übergreifende Fragen betreffen. Wahrscheinlich drückt sich in dem hier auftretenden Item 315 vor allem die Relativierung der Bedeutung traditioneller Klassenarbeiten aus. Das zweite, auf den ersten Blick schwer verständliche Item enthält die Aussage, daß Lehrer, die solchen Unterricht durchführen, eher männlichen Geschlechts sind. Dies leuchtet wenig ein, es sei denn, man vertrete die Auffassung, Männer seien experimentierfreudiger und verfügten in höherem Maße über Verhaltensdispositionen, welche für Streitgespräche und bewußte Verunsicherung der Schüler erforderlich seien²⁴. Möglicherweise verstoßen weibliche Mathematiklehrer auch stärker gegen die Erwartungen der Schüler, Kollegen und Eltern, wenn sie das in den Fragen angesprochene Verhalten praktizieren, und stehen somit unter höherem Konformitätsdruck als ihre männlichen Kollegen. Die beiden Fragen ändern gleichwohl nichts an der Deutung dieses Faktors. Unbefriedigend bleibt lediglich der Umstand, daß nicht alle Items, die in der vorausgehenden Detailinterpretation als potentiell „genetische“ charakterisiert worden waren, hier auftreten. Auch hier also läßt sich beobachten, daß es vor allem die Fragen zu einer einzigen Unterrichtsphase sind, die den Faktor im wesentlichen ausmachen.

Die Aufsummierung der ersten sieben Items des Faktors 30 (ohne die Variable SEX) ergibt eine Verteilung zwischen den Extremwerten 0 und 20 (von maximal 28) mit einem arithmetischen Mittelwert von 9.02 und einer Standardabweichung von 3.3, im Durchschnitt also eine Antwort, die das damit

angesprochene Verhalten als ein eher seltenes Ereignis ausweist. Fachmathematiker praktizieren es — zwar signifikant, $p = 0.038$ Prozent, doch substantiell unbedeutend — häufiger als Lehrer ohne Fakultas in Mathematik; Unterschiede zwischen den Bundesländern lassen sich nicht erkennen.

Für die Mehrzahl der übrigen Faktoren genügt es, summarisch festzustellen, daß sie meist angeleitet werden von Itemkonstellationen, die aus den gruppenweisen Faktorenanalysen bereits bekannt sind. Nur wenige ziehen Items aus anderen Teilen des Fragebogens auf sich, die den bereits gegebenen Interpretationen Wesentliches hinzufügen. Interessant ist von diesen vor allem Faktor 33, welcher zunächst aus den höheren Unterrichtszielen 217 bis 221 und dem Stoffgebiet Mengenlehre besteht (vgl. Abschnitt 2.8), sowie zusätzlich aus Item 332, die Erläuterung der Zensuren gegenüber dem einzelnen Schüler, der vor allem aber die Aussage enthält, daß der Lehrer seine Klasse in Mathematik für überdurchschnittlich befähigt hält (Item QUALKLAS). Anspruchsvollerer Unterricht, wie er durch die höheren Ziele beschrieben ist, scheint nach Auskunft dieses Faktors eher dann verfolgt zu werden, wenn auch die Klasse als besonders leistungsfähig angesehen wird. Über Ursache und Wirkung dieser Einschätzung läßt sich freilich keine Aussage machen.

Zwei Faktoren erfordern schließlich noch eine etwas genauere Betrachtung. Der 34. Faktor (vgl. Tabelle 83) erlaubt es, einige Bedeutungsaspekte bereits oben interpretierter Itemkonstellationen und Einzelfragen noch etwas klarer zu sehen. Der Faktor wird von der schon bekannten Itemgruppe 275 bis 277, Verwendung der Sprache im Mathematikunterricht, sowie 189, Schreiben mathematischer Aufsätze, angeführt. Wir hatten in den Abschnitten 2.7 und 2.10 hervorgehoben, daß es hier um die Forderung nach sprachlicher Genauigkeit und Strenge geht, daß aber auch andersartige Bedeutungsaspekte in den Items enthalten sind, nämlich flexible, nicht formale Verwendung von Sprache für eine mathematische Problemlösung. Im Kontext des vorliegenden Faktors wird eben diese Seite angesprochen, dies legen beispielsweise die auf selbständige Denkleistungen gerichteten Hausaufgaben (198, 199, 200, vgl. den 1. Faktor in Abschnitt 2.5) nahe. Anspruchsvolle Verbalisierung mathematischer Vollzüge im Unterricht sowie Selbständigkeit erfordernde Hausaufgaben und Medienverwendung kennzeichnen demnach den 34. Faktor.

Interessant ist nun, daß in die Gruppe dieser Items ein eher negatives Urteil über die Qualität der unterrichteten Klasse tritt: Auf die Frage, wie sie die Leistungen ihrer Klasse in Mathematik beurteilen, antworten Lehrer, welche die den Faktor konstituierenden Items befürworten, tendenziell mit „schwach“ oder „sehr schwach“. Hierin dürfte sich eine gewisse Enttäuschung darüber spiegeln, daß die Schüler den Ansprüchen eines solchen Un-

Tabelle 83: Faktor 34 – Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.67	277	Sprache: Beschreibung eines Beweisganges
0.63	276	Sprache: Schriftliche Beschreibung einer Konstruktion
0.41	275	Sprache: Verbalisieren eines gleichzeitig an der Tafel vorgeführten Konstruktionsganges durch den Schüler
0.34	189	Lassen Sie mathematische Aufsätze schreiben?
0.34	072	Wiederholung in Form von Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler
0.32	052	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie mit Benotung verbunden
0.31	295	Verwendung von Bildern, Graphiken, Dias, Folien usw.
0.27	200	Arten von Hausaufgaben: Beschreibung des Ablaufs der vorangegangenen Stunde
0.27	291	Systematische Verwendung von Farben (an der Tafel oder im Heft)
0.24	293	Verwendung von Spielmaterial (z. B. Baukästen, Legespiele usw.)
0.24	292	Verwendung von Nachschlagewerken, Rechenhilfen, Handbüchern, Formelsammlungen usw. durch Schüler
0.24	QUALKLAS	Wie beurteilen Sie Ihre Klasse in Mathematik? (1 = sehr fähig . . . 5 = sehr schwach)
0.24	199	Arten von Hausaufgaben: Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde
0.21	036	Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?
0.21	100	Lehrervortrag, um Informationen über die geschichtliche Entwicklung der Mathematik zu geben
0.20	198	Arten von Hausaufgaben: Vorbereiten neuer Sachverhalte

terrichts nicht genügen und die differenzierten Angebote nicht aufgenommen haben — eine Äußerung, die ihre Entsprechung hat in der oben (Abschnitt 2.8) berichteten Diskrepanz zwischen Wunsch und Wirklichkeit hinsichtlich der Chancen, die „höheren“ Ziele im Unterricht zu verfolgen. Der 37. Faktor (vgl. Tabelle 84) beschreibt motivierende, individualisierende und zur Selbständigkeit herausfordernde Verhaltensweisen des Lehrers vor allem in denjenigen Unterrichtsphasen, welche der Übung, Wiederholung und den Hausaufgaben gewidmet sind. Insbesondere durch die Indi-

Tabelle 84: Faktor 37 - Gesamtanalyse

Ladung	Item Nr.	Text
0.66	050	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie von Schülern geleitet
0.64	055	Verwendung von Übungsaufgaben, die die Schüler produzieren
0.60	051	Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie als Wettkampfspiel
0.54	207	Überprüfung der Hausaufgaben: durch wechselseitige Korrektur der Schüler
0.43	061	Durchführung der Übung in Gruppen
0.41	262	Unterrichtsorganisation: Verwenden Sie neben dem Klassenunterricht gruppenteiliges Arbeiten?
0.34	201	Arten von Hausaufgaben: Hausaufgaben zur Auswahl
0.34	334	Wie groß ist das Gewicht, das Sie der <u>mündlichen</u> Leistung bei der Bestimmung der Zeugniszensur beimessen?
0.32	202	Arten von Hausaufgaben: individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben
0.30	075	Wiederholung in Form von Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern
0.28	027	Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen?
0.27	079	Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut
0.24	186	Verwendung des Streitgesprächs, in dem der Lehrer die Rolle des Opponenten bzw. Proponenten übernimmt
0.24	060	Durchführung der Übung in selbständiger Arbeit während des Unterrichts
0.22	301	Arten der Leistungsbeurteilung (außer den <u>üblichen</u> Klassenarbeiten): Verwenden Sie informelle Tests?
0.22	282	Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts: Auswahl von Stoffen aus vorgegebenen Bereichen
0.22	192	Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch (z. B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?
0.21	DEPUHIER	Unterrichtete Wochenstunden in der untersuchten Klasse
0.21	305	Gestaltung der Klassenarbeiten: Klassenarbeiten enthalten Aufgaben, deren Bearbeitung freiwillig ist (Zusatzaufgaben)
0.20	053	Verwendung von Übungsaufgaben, die vom Lehrer selbst angefertigt wurden

vidualisierung der Arbeit und Wahlfreiheit der Schüler ergibt sich eine wenig standardisierte Informationsbasis (zum Beispiel 75, 201, 207, 305), aufgrund deren der Lehrer Leistungsurteile bilden kann; damit wird verständlich, warum der mündlichen Leistung zur Bestimmung der Zeugniszensur ein hohes Gewicht zukommt (vgl. Abschnitt 2.12): Sie sichert dem Lehrer die notwendige Flexibilität, wenn er bei der Benotung vom Zensuredurchschnitt der Klassenarbeiten abweichen möchte. Erwartungsgemäß taucht in diesem Faktor auch die Angabe auf, daß von gruppenteiligem Arbeiten Gebrauch gemacht wird, einer methodischen Maßnahme also, die ebenfalls der Individualisierung des Unterrichts sowie der Schülermotivierung dient. Zugleich gibt der Lehrer mit einer solchen Unterrichtsorganisation (aber auch mit anderen Maßnahmen wie wechselseitiger Überprüfung der Hausaufgaben durch die Schüler) sonst übliche Kontrollmöglichkeiten zugunsten einer erhöhten Eigenverantwortlichkeit der Schüler aus der Hand. Es leuchtet ein, daß ein solcher Unterricht häufiger von Lehrern praktiziert wird, die neben Mathematik auch andere Fächer in der Klasse unterrichten (DEPUHIER), sich durch umfassendere Kenntnis der Schüler und größere Einflußmöglichkeit vielleicht sicherer fühlen als der normale Fachlehrer, der nur ein Fach in einer Klasse unterrichtet²⁵.

4. Schlußbetrachtung

Die auf den vorausgehenden Seiten dargestellte Gesamtanalyse erbrachte eine Reihe von Faktoren, durch die jene Interpretationen und Vermutungen bestätigt wurden, welche sich auf die Analysen der natürlichen Itemgruppierungen stützten, die aber darüber hinaus auch vorher gegebene Interpretationen erweiterten, indem die schon bekannten Itemgruppen sich mit anderen Items des Fragebogens verbanden. Erstaunlicherweise enthalten die Faktoren der Gesamtanalyse mit hohen Ladungen meist nur solche Fragen, die zu ein und derselben natürlichen Itemgruppe gehören; daher mußte die Erweiterung der Interpretation überwiegend mit Hilfe von Fragen erfolgen, deren Ladungen zwischen 0.30 und 0.20 liegen. Den Fragebogen in nennenswertem Ausmaß übergreifende Faktoren stellen nur die Faktoren 1, 2, 14, 25, 27, 28, 34 und 37 dar. Von diesen weisen wiederum lediglich zwei Faktoren gruppenfremde Items mit höheren Ladungen auf; nur bei ihnen tritt also ein die verschiedenen Unterrichtsphasen übergreifendes methodisches Konzept deutlicher in Erscheinung. Es handelt sich hierbei um den 2. Faktor, der einen lehrerzentrierten, auf effektives Vorankommen zielenden Unterricht (vor allem in den Phasen der Neueinführung, Übung und Wiederholung) beschreibt, sowie um den 37. Faktor, bei welchem es um individualisierende, selbständiges Arbeiten erfordernde Übungs-, Wiederholungs- und Hausaufgabenformen geht. Die niedrig ladenden Items in den übrigen Faktoren der hier interpretierten Gesamtanalyse bereichern daher die schon bekannten Konzepte nur um Bedeutungsnuancen; allerdings verweisen sie auf Zusammenhänge, die in anderen Forschungsvorhaben deutlicher in Erscheinung treten könnten. Als wichtiger Befund ist aber festzuhalten, daß in dieser Gesamtanalyse mit 191 Items überwiegend gruppenspezifische Faktoren auftauchen, daß also unabhängige Methodenmuster in Erscheinung treten, die im Einzelfall keine Voraussage darüber erlauben, ob die Option eines Lehrers für einen bestimmten methodischen Ansatz beispielsweise bei der Einführung eines neuen Sachverhalts einhergeht mit einem damit kompatiblen Verfahren beim Üben, Wiederholen oder bei der Leistungsbeurteilung. Dieser Befund hat sich in weiteren Gesamtanalysen mit wechselnden Itemzahlen und Items bestätigt, ja sogar weiter verdeutlicht: Nur in Ausnahmefällen treten Faktoren auf, die andere als gruppenspezifische Items enthalten; und selbst wenn dies der Fall ist, gehören die gruppenfremden Items oft schon vom Wortlaut her eng zur Mehrheit der gruppeninternen Items, so daß kaum ein Anlaß besteht, nach Interpretationen zu suchen, die auf ein generelles, Unterrichtsphasen übergreifendes Konzept rekurren.

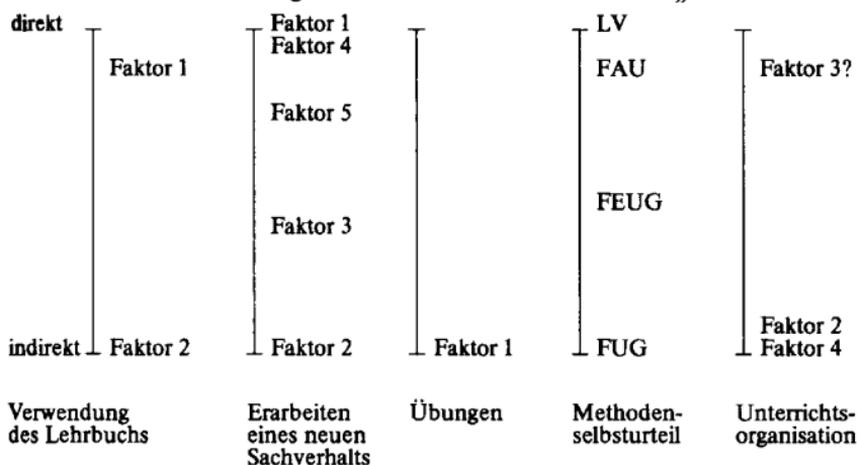
Wir stehen damit vor dem erklärungsbedürftigen Resultat, daß ein den Mathematikunterricht breit beschreibendes Datenmaterial einerseits ein lockeres Bündel relativ trivialer Verhaltensweisen ausweist, welche die Lehrer in ihrer Mehrheit befürworten oder ablehnen („modaler Mathematikunterricht“, vgl. Abschnitt 3.1), daß andererseits aber fast keinerlei übergreifende Strukturen sichtbar werden, die auf die Existenz umfassender unterrichtsmethodischer, in sich stimmiger Konzepte schließen lassen (Abschnitt 3.2). Vielmehr kann man aus den Antworten der Lehrer zahlreiche heterogene und voneinander unabhängige „Unterrichtstypen“ beziehungsweise Deutungsmuster des Unterrichtsgeschehens extrahieren. Dieses Ergebnis widerspricht den bei der Konstruktion des Fragebogens gehegten Erwartungen. Zwar war schon in jener Phase deutlich geworden, daß es nicht möglich sein würde, aus der vorliegenden Unterrichtsforschung ein Gesamtbild oder gar ein einziges Unterrichtsmodell¹ zusammenzufügen und die in den Fragebogen aufgenommenen Items unterschiedlichen Modellen bisheriger Forschungsarbeiten zuzuordnen, die bei der Fragebogenkonstruktion als Anregungen aufgenommen worden waren; es bestand aber die Erwartung, daß zumindest einzelne, in der didaktischen Diskussion besonders hervorsteckende methodische Konzepte in den Daten häufiger als nur in einer Phase des Unterrichts auftauchen würden.

Aber auch bei dem bescheideneren Versuch, einzelne Konzepte oder Dimensionen, die in der Unterrichtsforschung eine bedeutsame Rolle spielen (zum Beispiel „Kontrolle“ oder „Direktivität“), zur Ordnung und Erklärung der vorliegenden Daten heranzuziehen, gerät man in Schwierigkeiten; Schwierigkeiten, die sich freilich auch daraus erklären, daß der Fragebogen nicht gerade auf eine oder mehrere solcher Dimensionen der Unterrichtsforschung hin entwickelt wurde, also weder in der Nachfolge etwa von Flanders noch der von Bellack steht, sondern einem breiten, deskriptiv-phänomenologischen Ansatz folgt (der freilich noch immer von einem globalen ökologischen Zugang zur Unterrichtswirklichkeit wie dem von Jackson, 1973, oder Rumpf, 1966, weit entfernt ist). An einem Beispiel sei demonstriert, worin die hier auftretenden Probleme bestehen, weil daraus Schlußfolgerungen nicht nur hinsichtlich unserer Daten, sondern auch der verwendeten Dimension und ihres Erklärungswertes gezogen werden können.

Als Beispiel wähle ich die Hauptdimension der Forschungen zum „Klassenklima“, die in der Tradition der von Lewin, Lippitt und White (1939) analysierten Führungsstile stehen. Sie läßt sich bezeichnen durch die weitgehend synonym gebrauchten Begriffspaare autoritär/demokratisch (Lewin, Lippitt und White), dominierend/integrierend (Anderson und Brewer, 1945), lehrerzentriert/schülerzentriert (Withall, 1949) oder direkt/indirekt (Flanders, 1967)². Versucht man nun, die in einigen gruppenweisen Analysen zutage

getretenen Faktoren auf dieser Dimension einzuordnen, so könnte sich, bei aller Schwierigkeit und Fragwürdigkeit im Einzelfall, etwa das folgende Bild ergeben, wie es in Schaubild 3 dargestellt ist.

Schaubild 3: Lokalisierung von Faktoren auf der Dimension „Klassenklima“



Der Einordnungsversuch macht mehreres deutlich. Zum einen zeigt er, daß der Fragebogen viele heterogene Elemente enthält, von denen nur einige für die hier angesprochene Dimension relevant sind. Nicht klassifizierbar sind beispielsweise die Faktoren aus den Itemgruppen Leistungsbeurteilung, Sprachverwendung im Unterricht, Unterrichtsziele und -inhalte sowie einzelne Faktoren aus anderen Fragebogenabschnitten. Diese Aussage gälte auch dann, wenn die Daten zu den Items durch Beobachtungen gewonnen worden wären. Sie trifft ebenfalls für andere, in der Unterrichtsforschung gebräuchliche Dimensionen zu: Welche Dimension man auch wählt, es bleiben stets einige Faktoren zurück, die sich zu ihr neutral verhalten. Der Versuch zeigt ferner, daß einige Faktoren zwar klassifizierbar sind, dabei aber nicht in ihrem Bedeutungskern gefaßt werden. Beispiel hierfür sind die gleichermaßen als lehrerzentriert eingestuften Faktoren 1 und 4 bei der Neudurchnahme, die inhaltlich etwas Verschiedenes ansprechen (Einführung eines neuen Sachverhalts durch den Lehrer einerseits und Reaktion auf fehlerhaften Vorschlag eines Schülers bei der Neudurchnahme andererseits). Drittens werden die Faktoren bei dieser Klassifizierung nicht vollständig erfaßt, sondern sie sind auch auf anderen Dimensionen, die in der Unterrichtsforschung gewonnen wurden, situierbar. Dies geht schon aus der mangelnden Eindeutigkeit der in manchen Begriffen gefaßten Gegensätze hervor³. Bei einem veränderten Gegenpol wären die Faktoren unterschiedlich einzuordnen.

Aus diesen Überlegungen wird deutlich, daß angesichts der Breite unseres Untersuchungsinstrumentes und der Partialität vieler in der Unterrichtsforschung benutzter Konzepte der Versuch, aus den gefundenen gruppenspezifischen Faktoren ein Gesamtbild zusammenzufügen, wenig Erfolg verspricht. Greift man andererseits zu komplexeren Dimensionen (wie zum Beispiel „traditioneller Mathematikunterricht“, Lenné, 1969), so setzen sich diese wiederum aus einer Vielzahl von Unterdimensionen zusammen, zu denen die gefundenen Faktoren unterschiedlich stehen würden, da sie gruppenspezifisch und unabhängig voneinander auch in den Gesamtanalysen des Fragebogens in Erscheinung treten und gerade nicht eine übergreifende Dimension repräsentieren. Voneinander unterscheidbare methodische Ansätze im Mathematikunterricht gibt es demnach, überspitzt ausgedrückt, nur in jeweils einzelnen Unterrichtsphasen; auch mit Hilfe der bisherigen Unterrichtsforschung gelingt es nicht, sie zu integrieren und aus den Faktoren Unterrichtstypen zu rekonstruieren, die sich auf den gesamten Unterricht beziehen. Im Gegenteil: Der Blick in die bisherige Forschung zeigt nur noch klarer, wie viele heterogene Interpretationen für variierende Untermengen unserer Items auf der Grundlage von bislang unvermittelt nebeneinander stehenden Forschungsansätzen möglich sind.

Versucht man, den Befund der Gruppenspezifität und Unabhängigkeit der Faktoren auf die Lehrer anzuwenden, deren Antworten die Ausgangsdaten für die Faktorenanalyse geliefert haben, so läßt sich festhalten, daß sie, würde man für sie individuelle Faktorenwerte berechnen, in nicht vorhersagbarer Weise in dem einen Faktor hohe und in jedem anderen Faktor derselben Analyse niedrige, mittlere oder hohe Werte erhalten könnten, also die im Faktor repräsentierten Konzepte entweder mehr oder weniger vertreten oder aber nicht vertreten. Insofern läßt sich die Unabhängigkeit der Faktoren voneinander auch auf die Unabhängigkeit der Vorstellungen oder Handlungen beziehen, welche den Antworten der Lehrer zugrunde liegen, und es dürfte ebenso schwierig sein, eine Lehrergruppe zu finden, die konsistent einem übergreifenden methodischen Konzept folgt, wie es sich als unergiebig erwiesen hat, umfassende Unterrichtstypen aus dem Datenmaterial herauszulösen. Darüber hinaus zeigt ein Blick auf das oben aufgeführte Beispiel, in welchem Analyseergebnisse dieser Untersuchung auf eine ausgewählte Dimension aus der bisherigen Unterrichtsforschung bezogen wurden, daß selbst innerhalb einer einzigen Dimension für den einzelnen Lehrer nicht vorausgesagt werden könnte, ob er, wenn er zum Beispiel einen „indirekten“ Ansatz bei der Lehrbuchverwendung bevorzugt, auch beim Erarbeiten eines neuen Sachverhaltes analog verführe. Bezöge man weitere Dimensionen ein, würde das Bild zunehmend kompliziert werden, ja unübersichtlich. Schließlich gilt Entsprechendes sogar innerhalb der natürlichen Itemgruppierungen: Auch

hier gestattet die Befürwortung eines bestimmten methodischen Ansatzes durch einen Lehrer nicht den Schluß auf seine Option bei den übrigen. Die uns vorliegenden Daten bieten demnach keinen Anlaß anzunehmen, gymnasiale Mathematiklehrer verfügten über umfassende methodische Konzepte, welche ihr Verhalten (zumindest ihre Antworten) in allen (oder auch nur in einigen) Phasen des Unterrichts gleichsinnig steuerten⁴. Vielmehr liegt es nahe, von spezifischen Ansätzen für einzelne Unterrichtsphasen auszugehen, die sich nicht zu einem konsistenten Gesamtbild ergänzen müssen⁵, ja sich sogar widersprechen können (wie zum Beispiel bestimmte Formen der Leistungsbeurteilung nicht zu einer Neueinführung nach Prinzipien des genetischen Unterrichts passen). Aber auch das oben vom modalen Mathematikunterricht gezeichnete Bild (vgl. Abschnitt 3.1) erlaubt nicht eine befriedigende Antwort auf die Frage nach der Existenz eines in sich stimmigen Konzeptes, welches das Verhalten der Lehrer in allen Unterrichtsphasen anleiten könnte. Denn es handelt sich beim modalen Mathematikunterricht nicht um gedanklich plausibel aufeinander beziehbare Items, die mehrheitlich befürwortet oder abgelehnt werden, sondern um Äußerungen, deren häufiges (und damit meist auch gemeinsames) Auftreten schwer interpretierbar ist, und um einen Unterricht, der vermutlich in völlig heterogenen didaktischen Traditionen und Gewohnheiten seinen Ursprung hat.

Wir haben hier also einerseits diejenigen Items vor uns, die den modalen Mathematikunterricht ausmachen, andererseits die phasenspezifischen, voneinander unabhängigen Antwortsyndrome (Faktoren). Erstere stellen kein interpretierbares methodisches Unterrichtskonzept dar, bestimmen aber vermutlich einen nicht unbedeutenden zeitlichen Anteil des Mathematikunterrichts⁶. Letztere sind überwiegend nur auf einzelne Unterrichtsphasen bezogen. Sie stehen damit — der Vergleich mag es verdeutlichen — in offenkundigem Widerspruch beispielsweise zu den aufeinander abgestimmten Verhaltensweisen, die in pädagogischen Reformprogrammen oder Ideen explizit oder implizit gefordert werden. Ein Beispiel hierfür bietet die derzeit in den angelsächsischen Ländern unter dem Stichwort „open education“ ablaufende Schulreform⁷. Hier bestimmt die pädagogische Zielvorstellung nicht nur die Planungen und Handlungen der Lehrer in allen Phasen des Unterrichts, sondern auch die inhaltlichen Schwerpunkte, die Leistungsbeurteilung, die Gestaltung der Beziehungen zwischen Lehrern und Eltern, die Bauplanung usw.; in allen diesen Bereichen gibt es Handlungen, Pläne und Verhaltensweisen, bei denen sich begründen läßt, ob und wann sie als mit der Idee kompatibel beziehungsweise inkompatibel anzusehen sind⁸.

Für die Erklärung der Phasenspezifität der im Mathematikunterricht identifizierten Vorgehensweisen lassen sich mehrere Gründe benennen, die sich gegenseitig verstärken mögen. Zum einen wird in der didaktischen Literatur

meines Wissens kaum explizit auf die Bedeutung eines konzertierten methodischen Konzepts hingewiesen; die Erörterungen und Empfehlungen erfolgen vielmehr ebenfalls spezifisch für einzelne Phasen des Unterrichts, vor allem die Phase der Neueinführung von Sachverhalten⁹. Als Beispiel hierfür mag die Didaktik Wittmanns (1974) stehen. Sie thematisiert zwar die unterschiedlichen Aspekte des Mathematikunterrichts einschließlich der Leistungsbeurteilung, doch liegt das Schwergewicht unverkennbar auf den Methoden der Neueinführung von Sachverhalten. Wittmann verbirgt auch nicht seine eigene methodische Vorliebe und argumentiert ausdrücklich zugunsten der Einführung des genetischen Mathematikunterrichts (S. 111). Damit stützt er sich allerdings auf einen methodischen Ansatz, der ebenfalls insofern „einseitig“ ist, als er sich vor allem auf die Phase der Einführung neuer Sachverhalte konzentriert — im Unterschied etwa zur Betonung des Übungsaspektes in einem Mathematikunterricht, der eine „Sequenzierung auf der Grundlage von Lernzielanalysen“ vornimmt (S. 110).

Man könnte aufgrund der Gruppenspezifität unserer Faktoren also vermuten, daß die Mathematiklehrer in ihrer Ausbildung und Weiterbildung mit Methodiken und didaktischen „Schulen“ konfrontiert werden, die sich in der langen Tradition des gymnasialen Mathematikunterrichts herausgebildet und unvermittelt nebeneinander erhalten haben und deren Interesse sich schwerpunktmäßig auf nur eine Phase des Unterrichts konzentriert¹⁰. So richten die Lehrer ihre Aufmerksamkeit auf methodische Aspekte entweder der Neueinführung oder der Einübung; methodische Konzepte, die alle Aspekte des Unterrichts übergreifen, finden sich dementsprechend nur in schwachen Andeutungen; selbst Unterrichtsinhalte und -ziele scheinen für sich zu stehen und nicht an bestimmte Verhaltensweisen des Lehrers im Unterricht geknüpft zu sein.

Zu dieser Erklärung steht auch die oben diskutierte Lehrbuchabhängigkeit des Mathematikunterrichts nicht im Widerspruch. Denn die Lehrbücher bieten Anhaltspunkte zur methodischen Gestaltung allenfalls für die Phase der Neueinführung (und hier auch nur äußerst sparsam); darüber hinaus stellen sie lediglich Materialien für Übung, Wiederholung und Hausarbeiten bereit, so daß der Lehrer auch nicht im Lehrbuch mit einem ganzheitlichen methodischen Konzept konfrontiert wird, sondern, je nach Engagement, weitgehend nach seinen eigenen Erfahrungen und Vorlieben prozedieren kann¹¹. Wenn diese Erklärung zutrifft, dann sind damit die Wirksamkeit der Lehreraus- und -fortbildung sowie die Bedeutsamkeit der partikulären didaktischen Anleitungen für das Lernen der Schüler in Frage gestellt. Denn vermutlich verläuft der Mathematikunterricht über sehr weite Strecken nach dem oben gezeichneten Muster des modalen Mathematikunterrichts, der, an den Ansprüchen didaktisch-methodischer Programme gemessen, ein trauriges Bild bie-

tet. Und die davon abweichenden Vorgehensweisen, für die dann ohnehin nur ein Teil der Unterrichtsstunde zur Verfügung steht, können in ihrer Wirkung leicht aufgehoben werden, solange sie nicht einem Konzept folgen, welches den ganzen Unterricht bestimmt.

Der in der didaktischen Literatur und in den Lehrwerken, vermutlich aber auch in der Lehrerbildung sich andeutenden partikularistischen Sicht unterrichtsmethodischer Fragestellungen liegt möglicherweise eine Art ideologische Abstinenz der Mathematiklehrer zugrunde. Jedenfalls scheint es bei ihnen nichts zu geben, was auch nur im entferntesten den „Weltbildern“ vergleichbar wäre, die Edelstein im Rahmen desselben Projekts Schulleistung aus den Antworten der Deutschlehrer auf die Fragen nach den sie leitenden Bildungszielen herausinterpretiert hat und die möglicherweise eine Bedingung für die Realisierung übergreifender methodischer Gesichtspunkte darstellen¹². Dies wurde während der Fragebogenkonstruktion und -erprobung offenkundig, als die einbezogenen Mathematiklehrer trotz ausdrücklicher Befragung keinen Anlaß sahen, allgemeinere Bildungsziele des Mathematikunterrichts¹³ zu erörtern, geschweige denn in die Befragung aufzunehmen. In Übereinstimmung damit zeigt auch die Durchsicht der öffentlich geführten didaktischen Diskussion, vor allem in den Fachzeitschriften, daß Mathematiklehrer bei weitem nicht so intensiv wie Deutschlehrer in eine erziehungswissenschaftlich-philosophische Diskussion eingebunden sind, sondern sich überwiegend mit methodischen und inhaltlichen Detailfragen beschäftigen (zum Beispiel mit der Einführung von Taschenrechnern oder mit der Behandlung der reellen Zahlen). Die Tatsache, daß nur eine Minorität der Lehrer es aus methodischen Gründen ablehnt, mit dem Lehrbuch zu arbeiten, obwohl die Ablehnung jedem freisteht, läßt sich ebenfalls möglicherweise als Indiz für die — im Vergleich zu Deutschlehrern — geringe „Ideologiebedürftigkeit“ der Mathematiklehrer verstehen, die auf eine ideologiefreiere Sozialisation zurückgehen mag¹⁴. Ob hier Folgen der beruflichen Sozialisation eine Rolle spielen oder aber bereits die Option für das Studienfach aus derselben Weltsicht erfolgte (vgl. Snow, 1964), ist eine Frage, für deren Beantwortung unsere Untersuchung keine Anhaltspunkte liefert.

Als dritte mögliche Ursache für die Gruppenspezifität der in den Faktoren sich ausdrückenden Unterrichtsformen kommen schließlich externe Bedingungen in Betracht, welche die methodische Gestaltungsfreiheit des Lehrers beeinflussen. Dies läßt sich am Beispiel des genetischen Unterrichts illustrieren, in welchem bei Einhaltung der Lehrplananforderungen allein schon der Zeitaufwand in der Phase der Neueinführung nach wenigen Wochen zu Problemen (zumindest mit Lehrerkollegen und mit Eltern) führen würde. So ist es durchaus denkbar, daß Lehrer gelegentlich einen besonders geeignet erscheinenden Inhalt unter hohem Zeitaufwand nach der genetischen Methode

einführen, sich aber dann gezwungen fühlen, die erarbeiteten Inhalte durch traditionelle Übungsformen zu festigen, sie in eine der üblichen Klassenarbeiten einzubeziehen usw., daß sie sich also nicht die Freiheit nehmen, Konsequenzen aus dem bei der Neueinführung verfolgten Konzept zu ziehen. Wenn dies zutrifft, kann man nicht erwarten, daß sich genetischer Unterricht als ein die verschiedensten Unterrichtsphasen übergreifender methodischer Ansatz in den Antworten der Lehrer wiederfindet.

Die Befunde unserer Untersuchung dürften im übrigen eine Erklärung dafür bieten, daß bisher in der Unterrichtsforschung benutzte Dimensionen für Lehrerverhalten selbst dort erstaunlich selten mit Schülerleistungen korrelierten, wo die Möglichkeit zur Aufdeckung von Wechselwirkungen bestand. Glaser (1973, S. 335) vermutet unter Hinweis auf die Befunde von Cronbach und Snow (1969), daß die bei der Analyse des Lehrerverhaltens benutzten Dimensionen zu grob und zu wenig operationalisiert waren, um mit den Lernvariablen in Beziehung treten zu können¹⁵. Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung deuten in eine andere Richtung. Sie legen die Vermutung nahe, daß man die Stimmigkeit und Konsistenz pädagogischer Programme und Ideen in der Unterrichtswirklichkeit — einmal unterstellt, sie sei in den Antworten der Lehrer annäherungsweise repräsentiert — nicht wiederfindet, sondern daß bei demselben Lehrer in unterschiedlichen Phasen seines Unterrichts spezifische Verhaltenssyndrome auftreten können, die nicht einem einzigen, übergreifenden Konzept folgen, sondern heterogenen oder gar widersprüchlichen Traditionen entstammen und sich dann in ihren Auswirkungen auf die Schüler möglicherweise gegenseitig aufheben.

Für weitere Forschungsarbeiten zum Lehrerverhalten im Unterricht dürfte aus den hier eingebrachten Befunden und ihren möglichen Ursachen die Konsequenz zu ziehen sein, daß partikularistische Untersuchungsansätze zwar weiterhin wichtig bleiben und gewiß auch von den bisher vorliegenden Kategorien der Unterrichtsforschung sinnvoll Gebrauch machen werden, daß von ihnen jedoch kaum befriedigende Auskünfte über Zusammenhänge mit Produktvariablen¹⁶ zu erwarten sind. Sofern man die Auswirkungen bestimmter Unterrichtsstrategien auf die Schüler überprüfen möchte, wird man demnach auf die Analyse des gesamten Unterrichtsgeschehens nicht verzichten können, dabei aber dafür sorgen müssen, daß die methodische Inkonsistenz des Unterrichts kontrolliert, besser noch: vermieden wird, so daß sowohl die Charakteristika als auch die Vor- und Nachteile unterschiedlicher methodischer Ansätze überhaupt empirisch überprüfbar werden. Konkret bedeutet dies, daß langfristige Unterrichtsexperimente¹⁷ zunehmend wichtig werden dürften, in welchen die Beteiligten bewußt und konsistent nach Methoden arbeiten, die zuvor auf ihre Implikationen für alle Unterrichtsphasen durchdacht worden sind.

5. Anmerkungen

- 1 Bisherige Veröffentlichungen aus dem Projekt: Edelstein, Sang, Stegelmann, 1968; H.J. Zeiher, 1972; H. Zeiher, 1973; Freese, 1976; Sang, 1977; Sang und Vollmer, 1978; H.J. Zeiher, H. Zeiher, H. Krüger, 1979.

1. Einführung

- 1 Wittmann, 1974, S. 110, beispielsweise vertritt ausdrücklich den Standpunkt, der Mathematikunterricht solle „nach der genetischen Methode organisiert werden“. Viel offener dagegen sind die methodischen Empfehlungen Lietzmans, selbst in der stark verkürzten Version Lietzmann-Stender, 1961. Darüber jedoch, was sich die Lehrer unter den verschiedenen Methoden vorstellen und wie weit sie sie nützen, gibt es keine sicheren Kenntnisse.
- 2 Vgl. hierzu die zahlreichen und teilweise sehr ausführlichen Literaturübersichten, die weitere Literaturhinweise enthalten, bei Dunkin und Biddle, 1974; Nuthall und Snook, 1973; Snow, 1973; Bennett, 1976; Dessart und Frandsen, 1973; Glaser, 1973; Shavelson und Dempsey, 1975; Rosenshine, 1971; Medley, 1977.
- 3 Eine optimistischere Position vertritt neuerdings Gage, 1978, dessen Argumente sich unter anderem auf einen methodischen Ansatz stützen, den Gene Glass (1976) „meta-analysis of research“ genannt hat.
- 4 Vgl. Shulman, 1970, S. 385. Vgl. ferner Hymans, 1955, S. 66, Konzept eines „exploratory survey“, genauer: „diagnostic survey“, dessen Funktion er mit der Formulierung „search for possible causes in a relatively unknown area“ umreißt. Vgl. auch Medley und Mitzel, 1970, S. 767 ff.; Winnefeld, 1965; Dunkin und Biddle, 1974, S. 418, 433 ff., 449, bezeichnen angesichts des Umstandes, daß bislang keine adäquaten, empirisch begründeten Unterrichtstheorien vorliegen, die breite Publikation einfacher, deskriptiver Statistiken ebenfalls als Desiderat der gegenwärtigen Unterrichtsforschung. Vgl. auch Bennett, 1976, S. 30 f.; Keitel, 1977.
- 5 Über den Stand der mathematikdidaktischen Diskussion und über die Reformbestrebungen im Mathematikunterricht informieren umfassend Lenné, 1969 (etwa bis zum Zeitpunkt der Datenerhebung in der vorliegenden Untersuchung), Damerow, 1977 (über den Zeitraum 1963 bis 1974) sowie Keitel, 1980. Diese Arbeiten sind für die Interpretation der hier vorgelegten Befunde unentbehrlich.
- 6 Im Anhang ist der Fragebogen mitsamt allen Antwortverteilungen wiedergegeben, so daß die im Text angebotenen Interpretationen ergänzt, aber auch kritisch überprüft werden können.
- 7 Die Skizze lehnt sich an die von Dunkin und Biddle, 1974, S. 38, vorgeschlagene Version an.
- 8 Vgl. die ausführlichen Darstellungen bei Damerow (1977) und bei Keitel (1980). Es mag der Mühe wert sein, die hier formulierte skeptische Einschätzung der Reformwirkungen an der Basis einer genaueren Prüfung zu unterziehen.
- 9 Zwar gibt es, wie ein Blick zum Beispiel in das Buch von Dunkin und Biddle (1974) zeigt, eine ganze Reihe von empirischen Untersuchungen zum Lehrerverhalten, die sich auf den Unterricht in nur einem Fach beziehen, doch wird die Fachspezifität als solche nur selten explizit thematisiert, und die Beschränkung auf ein Fach scheint vor allem aus organisatorischen und forschungstechnischen Gründen zu erfolgen, soweit die Untersuchungen sich nicht ohnehin auf den Gesamtunterricht

- der Primarstufe bezogen. Ebenfalls fachunspezifisch sind die Befragungen der Lehrer über ihr Unterrichtsverhalten, die im Rahmen der IEA-Untersuchungen durchgeführt wurden, vgl. als Überblick Postlethwaite (1975). Einige Studien, in denen je nach Schulfach unterschiedliches Lehrerverhalten beobachtet wurde, werden bei Dunkin und Biddle (1974) diskutiert, vgl. S. 113, 125, 209, 212, 216, 222, 288. Vgl. ferner Soltz, 1976; Wright und Proctor, 1961; Bellack u. a., 1966; Meux und Smith, 1964.
- 10 Ich unterscheide im folgenden zwischen Items und Variablen. Items sind die Einzelfragen des Fragebogens (Nr. 1 bis 337), Variablen im allgemeinen Gruppen von Items, zum Beispiel ein Faktor, der eine plausible, interpretierbare Einheit darstellt. Gelegentlich erhalten auch Einzelitems den Status von Variablen, wenn sie sinnvoll für sich alleine stehen können, wichtige Informationen über den Unterrichtsprozeß geben oder Hypothesen über damit zusammenhängende Produktvariablen aufzustellen erlauben (zum Beispiel Item 335: „Haben Sie die Klasse am Beginn oder während dieses Schuljahres übernommen?“).
 - 11 Die Gesamtpopulation bestand aus den 7. Klassen der öffentlichen Schulen, die Englisch (im Saarland Englisch oder Französisch) als 1. Fremdsprache anbieten und zum Abitur führen. Nähere Angaben über die Stichprobe, den Rücklauf insgesamt usw. finden sich bei Zeiher (1973, S. 70 ff.). Die 397 Klassen, aus denen verwertbare Fragebogen zum Mathematikunterricht zurückkamen, stellen rund 14 Prozent der Gesamtpopulation dar. Für die Erhebungen des Gesamtprojekts Schulleistung wurde eine geschichtete Stichprobe gezogen, bei der alle Länderstichproben einen etwa gleich großen Stichprobenfehler aufwiesen (vgl. Stegelmann, 1968). Dieses Vorgehen hätte eine Verzerrung der Verteilungen für die Bundesrepublik Deutschland insgesamt zur Folge haben können, doch hat sich gezeigt (vgl. Damerow, in Vorbereitung), daß die sich durch eine länderweise Schichtung der Daten ergebenden Veränderungen der Verteilungen so geringfügig sind, daß sie für die Zwecke des vorliegenden Berichts unberücksichtigt bleiben konnten. Auch der Stichprobenfehler der Gesamtstichprobe wird nur unwesentlich verändert, wenn man eine Gewichtung der länderweise geschichteten Daten vornimmt. Wenn nichts anderes vermerkt ist, beziehen sich daher alle im folgenden aufgeführten Prozentangaben auf sämtliche Lehrer, die die jeweilige Frage beantwortet haben (maximal 397).
 - 12 Fragen zur zeitlichen Ausdehnung bestimmter Verhaltensweisen wurden mit Ausnahme der Items 101, 121, 141 und 161 nicht gestellt. Über die aus angelsächsischen Untersuchungen vorliegenden diesbezüglichen Befunde berichten Dunkin und Biddle (1974, passim).
 - 13 Im Sinne von „instruction“ bei Nuthall und Snook (1973).
 - 14 Hier verschwimmen demzufolge leicht die Grenzen zwischen „Prozeß-“ und „Ausgangsvariablen“. In der Literatur finden sich Beispiele für Abweichungen zwischen Fragebogen- und Beobachtungsdaten, aber auch für deren Übereinstimmung: vgl. zum Beispiel Bennett, 1976; Walberg und Thomas, in: Spodeck, 1975, S. 149; Stallings und Kaskowitz, 1974.
 - 15 Vgl. unter anderem Gage (1978, S. 39) zum Stellenwert von „low-inference“- oder „high-inference“-Variablen in der Unterrichtsforschung.
 - 16 Vgl. zum Beispiel den resümierenden Hinweis bei Rosenshine und Furst (1971).
 - 17 Im allgemeinen dürften auch den durch die meisten übrigen Items beschriebenen Verhaltensweisen (ebenso wie den aus den Faktorenanalysen hervorgehenden Itemgruppierungen, die strenggenommen zunächst nur Syndrome von Handlungen beziehungsweise Antworten darstellen) Handlungsziele zugrunde liegen. Aus

diesem Grunde verwende ich neben dem Begriff Unterrichtsmethode synonym auch den Begriff Unterrichtsstrategie, welcher im allgemeinen Sprachgebrauch noch etwas deutlicher planvolles, intentionales Handeln impliziert. Strategien beziehungsweise Methoden sind demnach fachspezifische Handlungspräferenzen von Lehrern, die gelegentlich aus einem, meist aber aus mehreren miteinander zusammenhängenden Items (Operationen) bestehen und der Planung und Organisation von Lernprozessen bei den Schülern dienen.

- 18 Vgl. dazu die Untersuchung über Einstellungen zu Schule und Unterricht von Helga Zeiher (1973).
- 19 Vgl. Bennett, 1976, S. 151. Die in der Sechs-Fächer-Studie der IEA gefundenen, engeren Zusammenhänge zwischen Lehrereinstellungen und Schülerleistungen als zwischen Lehrerverhalten im Unterricht und den Leistungen beruhen auf andersartigen Ausgangsdaten.
- 20 Man vergleiche als Beispiel den Faktor 30 der ersten Gesamtanalyse, unten Abschnitt 3.2., gegenüber der Verteilung des Items 278, welches direkt nach der Option für „genetisch entwickelnden Unterricht“ fragte, vgl. Abschnitt 2.10.
- 21 Vgl. Dunkin und Biddle, 1974; Shavelson und Dempsey, 1975, S. 14; Rittelmeyer, 1973, S. 83 ff.
- 22 Vgl. zum Beispiel die Übersichten bei Dunkin und Biddle, 1974. Hierbei besteht allerdings auch die prinzipielle Schwierigkeit, die in den verschiedenen Untersuchungen erforschten Variablen inhaltlich aufeinander zu beziehen, da in der bisherigen Unterrichtsforschung keine terminologische Übereinstimmung besteht, so daß sogar dieselben Begriffe etwas völlig Verschiedenes bedeuten können, vgl. auch Dunkin und Biddle, 1974, Kap. IX und X und sonst; Shavelson und Dempsey, 1975, S. 43. Die große begriffliche Heterogenität und Unschärfe bisheriger Forschungsarbeiten — beispielsweise benutzen verschiedene Forscher das von Flanders eingeführte Begriffspaar direkt/indirekt in so unterschiedlicher Weise, daß dasselbe Lehrerverhalten von dem einen Autor als direkt, von einem anderen als indirekt klassifiziert würde, vgl. Bennett 1976, S. 30 — bringt es mit sich, daß im Rahmen der vorliegenden Untersuchung nur in Ausnahmefällen die Möglichkeit bestand, die Ergebnisse auf bereits vorhandene Befunde der Unterrichtsforschung zu beziehen. Vgl. auch Rittelmeyer, 1973, S. 59 f. und S. 112.
- 23 Vgl. unten Abschnitt 2.8 zu den Items 215 bis 228. Eine Probefassung des Fragebogens hatte den Lehrern die Möglichkeit gegeben, zu nahezu allen Fragen sowohl im Hinblick auf ihre konkrete 7. Klasse als auch auf eine vorgestellte, durchschnittliche Klasse zu antworten; aufgrund der Ähnlichkeit der Antworten (außer zu den Fragen 215 bis 228) wurde diese Parallelspalte im Fragebogen dann nicht weiter beibehalten. Diese Beobachtung ließ sich in den Fragebogen zu den Unterrichtsstrategien Deutsch und Englisch in ähnlicher Weise machen, vgl. für Deutsch Edelstein (in Vorbereitung).
- 24 Der interessierte Leser findet in den meisten gängigen Statistikbüchern eine Beschreibung der hier verwendeten Verfahren, so daß ich auf eine ausführliche Darstellung verzichte.
- 25 Über das Verfahren und die Funktion der Faktorenanalyse sowie über einige spezielle Probleme, die auch in der vorliegenden Untersuchung zu lösen waren, vgl. die instruktive Darstellung bei Zeiher, 1972, S. 143 f. und 254 ff. — Ein sinnfälliges Beispiel für die Beziehungen zwischen Korrelationsmatrix und Faktorenstruktur findet sich auf S. 115 ff. Auf welches spezielle Verfahren ich im Einzelfall zurückgegriffen habe, ist später in Fußnoten vermerkt. Im allgemeinen handelt es sich um das SPSS-Standard-Programm, bei größerer Itemzahl um das PAFA-Programm

des DRZ von F. Gebhardt und P. Schnell. In beiden Fällen wurden in der Regel alle Faktoren mit einem Eigenwert über 1 rotiert, also Lösungen mit einer großen Zahl von Faktoren bevorzugt, wobei freilich meist nur die mehr als 5 Prozent der Varianz erklärenden Faktoren interpretiert wurden (vgl. auch Guilford, 1954, S. 532; Harman, 1967, S. 167).

26 Vgl. hierzu Harman, 1967, S. 5.

27 Von Einzelfällen abgesehen — vgl. zum Beispiel Tabellen 6 und 7 —, habe ich im übrigen für die vorliegende Untersuchung darauf verzichtet, von der Möglichkeit sehr viel ausgedehnter statistischer Analysen Gebrauch zu machen, die der Prüfung von Unterschieden in den Itemkonstellationen bei verschiedenen Untergruppen von Lehrern (etwa nach Geschlecht, Alter, Bundesland) hätten dienen können. Die hier präsentierten Ergebnisse werden daher in einigen Fällen ein nur recht grobes, generelles Bild abgeben, welches möglicherweise unterschiedliche, ausgeprägtere Strukturen überdeckt. Unberücksichtigt bleiben notgedrungen auch intraindividuelle Verhaltensdifferenzen von Lehrern, das heißt unterschiedliche Reaktionen auf unterschiedliche Schüler, vgl. zum Beispiel Brophy und Good, 1976.

28 Die mathematisch-statistischen Kriterien, mit denen die Anzahl der zu interpretierenden Faktoren üblicherweise abgeschätzt wird, zum Beispiel Cattells Scree-Test, Fürntratt-, Gutman- oder Kaiser-Kriterium, wurden routinemäßig herangezogen. Vgl. hierzu unter anderem Harman, 1967; Pawlik, 1968; Fürntratt, 1969.

2. Analyse der systematischen Itemgruppierungen des Fragebogens

1 Vgl. Stegelmann, 1968, sowie die eingehenden Neuanalysen des Datenmaterials bei Damerow (in Vorbereitung).

2 Ich verdanke diese Tabelle Peter Damerow, der sie nach erneuter Durchsicht der Fragebogen und Auswertung aller Detailangaben für die Zwecke seiner Lehrmittelanalyse zusammengestellt hat. Ausführlichere Tabellen, aus denen unter anderem die Aufgliederung nach verschiedenen Lehrwerken innerhalb desselben Verlags, die Ablösung alter Ausgaben durch überarbeitete und die Verdrängung alter Bücher durch neue hervorgeht, finden sich bei Damerow (in Vorbereitung).

3 Vgl. Naumann, 1974.

4 Vgl. Stegelmann, 1968, S. 128 ff.

5 Vgl. Damerow, 1977; Keitel, 1980.

6 Eine ausführliche Darstellung und Interpretation der Verschiebungen auf dem Lehrmittelmarkt zwischen 1964 und 1975 findet sich bei Damerow (in Vorbereitung).

7 Vgl. den im Anhang wiedergegebenen Fragebogen, der sämtliche Häufigkeitsverteilungen enthält.

8 Neben dem Lehrbuch benutzten 61,8 Prozent der befragten Lehrer ein Lehrerbegleitheft, davon die meisten „selten“ beziehungsweise „manchmal“. Am häufigsten fand dabei (wenn man von den selten genannten Büchern einmal absieht) das Begleitheft zusammen mit dem Lehrwerk Lambacher-Schweizer Verwendung, was sich daraus erklären mag, daß dieses Lehrerbegleitheft Hilfen anbietet, welche über die üblichen Aufgaben- und Lösungssammlungen hinausgehen.

9 Die Faktorenanalyse erfolgte nach dem SPSS-Standardverfahren, vgl. Nie, Bent und Hull, 1970. Die als „default value“ einprogrammierten 25 Iterationen erwiesen sich als ausreichend. So ergab eine Wiederholung des hier berichteten Laufs mit einer größeren Zahl von Iterationen — hier wurden 54 zur Erreichung des vorgegebenen Konvergenzkriteriums benötigt — nur sehr geringe Abweichun-

gen (bei den Ladungen beispielsweise durchweg erst ab der 3. Stelle nach dem Komma). In die Faktorenanalyse der Lehrbuch-Items 1 bis 21 wurde eine Reihe von Items nicht mit eingegeben, da sie entweder als voneinander abhängig zu betrachten waren (10 bis 16; 2 als übergeordnet zu 3 bis 5) oder ungünstige Verteilungen beziehungsweise Besetzungen aufwiesen (19 bis 21). Die Analyse der verbleibenden neun Items extrahierte drei Faktoren mit einem Eigenwert über 1, welche 59.7 Prozent der Gesamtvarianz aufklären (Faktor 1 = 32.6 Prozent, Faktor 2 = 14.7 Prozent, Faktor 3 = 12.4 Prozent). Da Faktor 3 nur zwei Ladungen über 0.30 enthält, werden hier lediglich die Faktoren 1 und 2 interpretiert. Von der gemeinsamen Varianz der rotierten 3 Faktoren erklärt der erste Faktor 64 Prozent und der zweite Faktor 22.7 Prozent.

- 10 Die Interpretation erfolgt hier aus Gründen der Lesbarkeit oft in „einseitiger“ Weise. Der Leser muß stets auch andere Ausprägungen — Lehrer also, die niedrige Faktorwerte erreichen, indem sie alle oder doch die meisten Fragen negativ beantworten — mitdenken.
- 11 Der Mittelwert der aufsummierten Items 4, 6, 1 und 3 liegt mit 2.59 nahe an der Antwortkategorie „oft“. Etwa ein Viertel der Lehrer hat die genannten vier Items im Durchschnitt mit „oft“ bis „sehr oft“ angekreuzt.
- 12 Die Prozentzahlen machen lediglich eine Tendenz sichtbar, da die Unterschiede nur teilweise statistische Signifikanz erreichen.
- 13 Vgl. Damerow, 1977, über die relative Ineffektivität der Lehrpläne als Steuerungsinstrumente sowie über den Stand der Lehrplanreform in den einzelnen Bundesländern.
- 14 Vgl. Keitel, 1980.
- 15 Der Begriff knüpft unmittelbar an die Kleinschen Reformversuche um die Jahrhundertwende an, die „Aufgabendidaktik“ zu durchbrechen und zur „Fusion“ einzelner Stoffpartikel zu gelangen, vgl. Lenné, 1969, S. 35 ff.
- 16 Weitere Belege und Beispiele für die Lehrbuchbezogenheit des Mathematikunterrichts finden sich im folgenden Text an mehreren Stellen, beispielsweise in Abschnitt 2.2 bei der Interpretation des Faktors 3.
- 17 Vgl. Damerow (in Vorbereitung) sowie seine satirische Skizze „Reformanteil 55.555...%“ (1979).
- 18 Missing data wurden bei diesen sechs Items durch die dem arithmetischen Mittelwert am nächsten liegenden, ganzzahligen Werte ersetzt.
- 19 Die Ablehnung des Lehrbuchs in Item 1 erfolgt vor allem aus methodischen Gründen, wie eine Kreuztabelle der beiden Items zeigt.

Item 1	Item 9		Insgesamt
	Trifft nicht zu	Trifft zu	
Nie	16	15	31
Selten	49	9	58
Manchmal	88	6	94
Oft	135	4	139
Sehr oft	48	3	51
Insgesamt	336	37	373

$\chi^2 = 63.33$; $df = 4$; p kleiner 0.1 %.

- 20 Die Ablehnung betrifft die Bücher von Lambacher-Schweizer und von Titze und Kratz mit je rund 8 Prozent, das Lehrbuch Reidt-Wolff-Athen mit etwas über 14 Prozent.
- 21 Es ist allerdings auch nicht auszuschließen, daß Lehrer mit einer fachmathematischen Universitätsausbildung eine grundsätzliche kritische Haltung zu allen vorgegebenen fachmathematischen Argumenten, Ableitungen, Beweisen usw. während des Studiums — zumindest an einzelnen Hochschulen — einzunehmen lernen, so daß die Distanzierung vom Lehrbuch bei manchen Lehrern auch aus reiner Routine erfolgt sein kann. Andererseits zeigt sich bei Lehrern ohne Fakultas neben ihrer Lehrbuchorientiertheit der Tendenz nach auch eine Neigung zu stark lehrerzentrierten Methoden der Neueinführung eines mathematischen Sachverhalts sowie zu einer stärker ergebnis- (als ansatz-) orientierten Leistungsbewertung; vgl. Abschnitt 2.2 zu den Items 22 und 23 sowie Abschnitt 2.10. In jedem Fall wäre es ein Mißverständnis, wollte man aus den oben dargestellten Zusammenhängen die überlegene Bedeutung der fachmathematischen vor der sozialwissenschaftlich-pädagogischen Ausbildung ableiten.
- 22 Auch in der den gesamten Fragebogen übergreifenden Faktorenanalyse taucht Item 9 nicht in demjenigen Faktor auf, der am klarsten genetischen Unterricht charakterisiert. Vgl. unten Abschnitt 3.2, Faktor 30. Es erscheint vielmehr in der Gesamtanalyse in einer ähnlichen Konstellation wie hier, vgl. Abschnitt 3.2, Faktor 5.
- 23 In der Stichprobe befanden sich 40.3 Prozent Oberstudienräte beziehungsweise Gymnasialprofessoren, 17.7 Prozent Studienräte und 23.8 Prozent Assessoren. Möglicherweise wären diese Unterschiede geringer, wenn es üblich wäre, auch den jüngeren Lehrern ihre Lehrbuchwünsche zu erfüllen. Solange die älteren Kollegen (zum Beispiel Fachgruppenleiter) die Auswahl vornehmen, wie es, Berichten und Schulbegehungen zufolge, üblich zu sein scheint, muß man von vornherein mit einer gewissen Distanzierung der jüngeren rechnen.
- 24 Zu dem Ansatz Wagenscheins und den Gründen seiner unbefriedigenden Rezeption durch die Mathematikdidaktik vgl. Keitel, 1980.
- 25 Item 35 mußte wegen eines sinnentstellenden Druckfehlers ausgeschlossen werden ($r_{34 \times 35} = +.29$; müßte bei richtiger Lesart negativ sein).
- 26 Auf die Bedeutung einer Rekapitulation zur Strukturierung des folgenden Unterrichts verweisen auch Wright und Nuthall, 1970.
- 27 Vgl. hierzu aber die Interpretation von Faktor 3 und Faktor 5.
- 28 Neun Faktoren mit Eigenwert größer als 1 wurden rotiert. Die Faktorenanalyse einer nach dem Zufall ausgewählten Hälfte der Lehrer brachte die im folgenden interpretierten Faktoren mit geringfügigen Änderungen ebenfalls zum Vorschein.
- 29 Ausführliche Interviews mit Gymnasiallehrern wurden zur Vorbereitung der Einstellungsuntersuchung von H. Zeiher (1973) durchgeführt, bei denen auch über Kontrollmechanismen der Schulaufsicht gesprochen wurde.
- 30 Vgl. Hopf, Krappmann, Scheerer (1980).
- 31 Ausgeprägt fand sich diese Einstellung bei Lehrern in Nordrhein-Westfalen.
- 32 Im Unterschied hierzu zeigen sich keine signifikanten Länderunterschiede in den Verteilungen des Summenwertes der drei Leititems (36, 41, 47) des zweiten Faktors (prozeßorientierte Neueinführung). Als Extremwerte tauchen dort 1 und 12 auf, das arithmetische Mittel für die BRD insgesamt beträgt 6.58, liegt also etwa bei der Antwortkategorie „manchmal“. Den niedrigsten Mittelwert weist Bayern mit 6.04, den höchsten das Saarland mit 7.21 auf.

- 33 Vgl. Bruner, 1970. Einzelne Items mögen im übrigen, für sich genommen, anders zu interpretieren sein. So ist beispielsweise nicht auszuschließen, daß die befragten Lehrer „offene“ Fragen (48) nicht klar unterschieden haben von unscharfen, vagen Formulierungen, die auf mangelnde Sachkenntnis zurückgehen, ein Unterschied, auf dessen Bedeutung mehrfach hingewiesen worden ist; vgl. hierzu Roshshine, 1968; Hiller u. a., 1969; Hiller, 1971; Wright und Nuthall, 1970.
- 34 Der Hypothese nach sollte auch Item 40 in diesem Faktor auftreten; es läßt erwartungsgemäß positiv, doch niedrig mit +.28. Möglicherweise haben viele Lehrer bei der Beantwortung dieses Items einen Frage-Antwort-Unterricht in engen Schritten vor Augen gehabt, in welchem der Lehrer die sich meldenden Schüler so lange abfragt, bis er die zutreffende Korrektur erhält. Ein solches Verhalten würde zu Recht nicht in den Kontext dieses Faktors gehören. — Auch Item 46 läßt auf dem Faktor nur niedrig mit +.24.
- 35 Vgl. hierzu neuerdings Schubring, 1978, der eine umfassende Darstellung des genetischen Prinzips in der Mathematikdidaktik vorgelegt hat, auf die der Leser ausdrücklich verwiesen sei. Insbesondere wird hier der bei Lenné, 1969, oft fühlbare Mangel an historischer Betrachtung ausgeglichen. Mehr als Kuriosität sei ein Lehrbuch von Gräfe, dem Rektor der Realschule von Cappel, aus dem Jahre 1850 zitiert (ich verdanke diesen Hinweis Peter Damerow), in welchem dieser die Lehrer auffordert, den Mathematikunterricht heuristisch-sokratisch aufzubauen: „Die Unterrichtsform sei stets die erotematische. Der Lehrer sagt die Beweise der Sätze dem Schüler nicht vor, sondern leitet diesen durch geschickte Fragen an, die einzelnen Teile des Beweises selbst herauszufinden.“
- 36 Vgl. unten, Abschnitt 2.10.
- 37 Daß diese zum Zeitpunkt der Erhebung die vorherrschende gewesen ist, macht Damerow, 1977, deutlich. Aufgrund etwa des Nürnberger Rahmenplans des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts werden jedoch spätestens seit 1965 erhebliche inhaltliche wie methodische Veränderungen des Mathematikunterrichts öffentlich diskutiert, die in den Antworten der Lehrer ihren Niederschlag gefunden haben können.
- 38 Es läßt sich freilich nicht ausschließen, daß auch solche Lehrer diese Frage zustimmend beantwortet haben, die sich in anderen Phasen des Unterrichts, zum Beispiel der Übungsphase, stark aufs Lehrbuch stützen. — Die in den Lehrbüchern enthaltenen Übungsaufgaben rufen nach Auskunft der Dissertation von Strässer, 1974, bis zu drei Vierteln rein schematische Reaktionen ab.
- 39 Es fällt auf, daß sich in den im angelsächsischen Raum durchgeführten Beobachtungsstudien keine Hinweise auf Lehrer-Verhaltensweisen ergeben haben, wie sie etwa in den Items 41, 42 oder 47 angesprochen werden; vgl. zum Beispiel Hughes, D. C., 1973, oder Hawkins und Taylor, 1972.
- 40 Wenn man sich vor Augen hält, wie dominant sich im Grunde Sokrates gegenüber seinen Schülern verhält, beispielsweise im Menon, reduziert sich freilich die Diskrepanz zwischen „lehrerzentriert“ und „sokratisch“. Leider sind die Lehrer in Item 18 nicht nach ihren methodischen Grundlagentexten gefragt worden, an denen sie sich orientieren, auch wenn sie sie vielleicht in jenem Schuljahr gerade nicht benutzt haben. Hier läßt sich deshalb nur annehmen, daß sie eher aufgrund des Alltagsverständnisses eines solchen Unterrichts geantwortet haben, bei dem die oben vorgenommene Abgrenzung legitim sein dürfte.
- 41 Vgl. Gage, Handbuch der Unterrichtsforschung, deutsch, Band I, S. 744.
- 42 Zusammenhang zwischen Item 26 und 27: $\chi^2 = 77.46$; $df = 16$; p kleiner 0.1%. Vgl. zu diesem Problem Damerow u. a., 1974.

- 43 Der Gesichtspunkt, daß gerade im Zusammenhang mit einer Neudurchnahme oft nur von einer bestimmten Position aus Vorschläge als falsch zu charakterisieren sind — ein anderer Mathematiker oder ein Psychologe würde unter Umständen denselben Vorschlag gar nicht als falsch bezeichnen, beispielsweise weil er im Kontext der dem Schüler verfügbaren Lösungsstrategien oder im Zusammenhang einer anderen mathematischen Theorie durchaus sinnvoll ist —, wurde bei der Konstruktion des Fragebogens von den Lehrern nicht thematisiert.
- 44 In der obliquen Lösung korrelieren die beiden Faktoren mit .31.
- 45 Die Faktorenanalyse ohne Item 29 gruppiert die Items 28 und 27 ebenfalls in einen eigenen Faktor.
- 46 Eine alternative Interpretation hierzu könnte darauf hinweisen, daß der Unterschied zwischen den beiden Items in der Praxis geringer ist als angenommen. Darauf verweisen die Ausführungen Lietzmanns zum fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch, in welchem beide, Lehrer und Schüler, aktiv sind.
- 47 Lewis, 1975, S.298 (für Englisch als Fremdsprache).
- 48 Vgl. auch die häufige Nennung von Item 25.
- 49 Vgl. z.B. Weinert, 1967, S. 189 und 216 ff.
- 50 Bei der obliquen Rotation tritt dieser Faktor in Verbindung zum Faktor 6, der die Verwendung von selbst angefertigten (53), nicht im Lehrbuch stehenden Übungsaufgaben (54), beschreibt ($r = .30$).
- 51 Der Faktor der übergreifenden Analyse setzt sich aus den Items 50, 55, 61, 51 und 75 mit den Ladungen .73, .68, .48, .45 und .38 zusammen.
- 52 Faktor 2 der Faktorenanalyse der Items 49 bis 81 besteht aus den Items 64, 77, 59, 56, 63, 49 und 54 mit den Ladungen .65, .52, .44, .40, .36, .32 und .31.
- 53 Auch einige Lehrbücher bieten in den neueren Auflagen Merksätze nur noch sparsam an, wie zum Beispiel ein Vergleich des Reidt-Wolff mit dem Reidt-Wolff-Athen zeigt.
- 54 6 Faktoren mit einem Eigenwert größer 1, die zusammen 63.4 Prozent der Gesamtvarianz erklären (17.3; 10.9; 10.4; 8.7; 8.2; 7.9 Prozent), wurden rotiert.
- 55 Faktor 9. Der Faktor besteht aus den Items 68, 70, 79, 72, 73, 58, 66 und 75 mit den Ladungen .61, .52, .41, .32, .31, .23, .23 und .22.
- 56 Bei der obliquen Rotation tritt Faktor 1 in Verbindung zu demjenigen Faktor, welcher die Items 81 und 80 enthält: Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts auf Schülerwunsch oder wenn sich Lücken bei den Schülern zeigen ($r = -.40$; die Items laden negativ, der Zusammenhang zwischen den Faktoren ist also positiv).
- 57 Hier ist jeweils die gesamte Zeile des Fragebogens angesprochen, also außer Item 83 die Items 103, 123 und 143. Vgl. den Fragebogen im Anhang.
- 58 Über die nicht nur terminologischen Schwierigkeiten der Abgrenzung derartiger Unterrichtsmethoden vgl. neuerdings Freese, 1977, I, S. 29f., und II.
- 59 Zum Zeitpunkt der Erhebung war die Methodik Lietzmann-Stenders (gegenüber etwa den Arbeiten von Wittmann, Meschkowski, Freudenthal, die später in den Vordergrund rückten) vermutlich am gebräuchlichsten, vgl. auch Abschnitt 2.1.
- 60 Über die Definitionen und Ergebnisse der Unterrichtsforschung zum Lehrervortrag vgl. vor allem Gage, Handbuch der Unterrichtsforschung, deutsch, unter anderem S. 1248, 1294, 1334, 3367 ff. In der amerikanischen Unterrichtsforschung spricht man meist von der „lecture method“, doch gibt es auch dort andere Termini (zum Beispiel „monologues“ bei Smith und Meux, 1962).
- 61 Vgl. auch hier Gage, deutsch, unter anderem S. 1248 f., sowie die Encyclopedia of Educational Research, 1969.

- 62 Im Unterschied hierzu werden in der Urfassung der Lietzmannschen Methodik (Band I) diese Unterrichtsformen deutlicher gegeneinander abgesetzt und auf bestimmte didaktische Ansätze, etwa den Arbeitsunterricht Hugo Gaudigs oder die in den USA diskutierte Projektmethode, bezogen.
- 63 Lietzmann, 1961, S. 37: „Im allgemeinen ist es aber ein Kennzeichen des Unterrichts in unseren deutschen Schulen, daß er sich an eine Gesamtheit von Schülern wendet.“ Vgl. auch Dunkin und Biddle, 1974, S. 209.
- 64 In dem folgenden Text werden die hier eingeführten Abkürzungen für die Methoden verwendet.
- 65 Über die zeitliche Ausdehnung der genannten Methoden im Unterricht läßt sich damit noch nichts Sicheres sagen, da die Frage auf die Häufigkeit des Auftretens und nicht auf die Dauer gerichtet war.
- 66 $r_{32 \times 122} = +.19$; $r_{33 \times 122} = -.23$; $r_{33 \times 123} = -.21$; $r_{33 \times 124} = -.20$; $r_{33 \times 125} = -.22$.
- 67 Nach Ausweis angelsächsischer Beobachtungsstudien wird ein Sechstel bis ein Viertel der Unterrichtszeit für LV verwendet, und zwar um so mehr, je älter die Schüler sind. Vgl. Dunkin und Biddle, 1974, S. 139.
- 68 Wright und Nuthall (1970) zeigen, wenn auch für eine andere Klassenstufe, daß der LV die Schülerleistungen positiv beeinflußt, wenn er am Ende (und nicht am Anfang) einer Stunde eingesetzt wird, um Ergebnisse zusammenzufassen. Vgl. auch Soar (1966), der ebenfalls über Leistungssteigerungen bei der Verwendung des LV berichtet.
- 69 Von diesen selteneren Verwendungszwecken tritt freilich nur der erste wirklich selten auf ($\bar{X} = 0.58$); die übrigen kommen, absolut gesehen, häufiger vor.
- 70 Hier ist erneut darauf hinzuweisen, daß mit der Häufigkeit nichts über die zeitliche Ausdehnung gesagt wird. Beobachtungsstudien aus dem angelsächsischen Raum zeigen, daß auf Lehrerfragen ein Zehntel bis ein Sechstel der Unterrichtszeit verwendet wird, vgl. Dunkin und Biddle, 1974, S. 138f.
- 71 Vgl. zum Beispiel Lenné, 1969, S. 109f. und S. 138.
- 72 Die Interkorrelationen der Spaltensummen (nichtprozentuierte Werte; missing data durch arithmetische Mittelwerte ersetzt) sind mit den hier gegebenen Interpretationen nicht unvereinbar, freilich auch nicht besonders klar:

	LV	FAU	FUG	FEUG
LV		.19	-.11	-.05
FAU			.12	.21
FUG				.29
FEUG				

- 73 Faktor 5 ist ein Stofffaktor, der mit positiven Ladungen Dreisatz, Prozentsatz und Dezimalbrüche sowie mit negativen algebraische Operationen und Mengenlehre enthält. Faktor 6 besteht aus den Geometrie-Items und Faktor 7 aus den „höheren“ Zielen plus Mengenlehre.
- 74 Vgl. oben Abschnitt 2.6.2; Lenné, 1969, S. 21f., 28, 84, 109f.
- 75 Daß die Grenzen zwischen unterschiedlichen methodischen Ansätzen oft nur mit Schwierigkeiten gezogen werden können, dürfte schon mehrfach deutlich geworden sein. Hier sei zur Illustration ein Zitat aus der Urfassung der Lietzmannschen Methodik (Bd. 1, 1919, S. 148) eingefügt, welches dort im Zusammenhang der

Erörterung eines fragend-entwickelnden Unterrichts steht: „Man soll auch gelegentlich die Schüler aufs Glatteis führen. Man kann Richtiges anzweifeln, man kann Fehler absichtlich übergehen und dann abwarten, ob die Schüler nachträglich darauf kommen, und was dergleichen Mittel mehr sind...“.

76 Ich verdanke diesen Hinweis Peter Damerow.

77 Vgl. Bourbaki, 1971, S. 87 ff.

78 T-Test zwischen Lehrern mit Mathematik als Hauptfach (N = 287) und Lehrern ohne Fakultas (N = 56)

	Lehrer mit Mathematik als Hauptfach	Lehrer ohne Fakultas	p
	\bar{X}	\bar{X}	
Item 194 (exakte geometrische Zeichnungen)	0.89	0.96	0.025
Item 195 (Senkrechte und Parallele mit Zirkel und Lineal)	0.51	0.71	0.005

79 Vgl. oben das Vorwort und die Einleitung.

80 Zu der seit Felix Klein erhobenen Forderung, Geometrie und Arithmetik im Mathematikunterricht eng aufeinander zu beziehen, dürfte das Item 211 die größere Affinität besitzen; direkt angesprochen wird dieser Aspekt aber in keiner von beiden Fragen.

81 Die im folgenden aufgeführten Testitems dienen der Konkretisierung derjenigen Vorstellungen, welche den Formulierungen der Ziele zugrunde lagen. Ob die in der Strategiebefragung angesprochenen Lehrer damit übereinstimmende Interpretationen bei der Beantwortung vor Augen hatten, läßt sich zwar nicht sicher feststellen, kann jedoch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit angenommen werden, waren doch an der Zieldefinition unbeteiligte Mathematiklehrer bei — allerdings unsystematischen — Erprobungen in der Lage, die Ziele zu verstehen und dafür geschriebene Testaufgaben eindeutig zuzuordnen.

82 Zum Charakter der Übungsaufgaben vgl. Strässer, 1974.

83 Vgl. zum Beispiel die neueren Hessischen Rahmenrichtlinien. Die Hessischen Rahmenrichtlinien Physik für die Sekundarstufe I von 1972 enthalten im Unterschied hierzu allerdings wörtlich übereinstimmende Zielformulierungen wie „Strategien der Problemlösung“, „Übertragung eines Problems in einen bekanntesten Bereich“, „Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln“, „Erkennen von Beziehungen und Zusammenhängen“; vgl. auch Barth u. a., 1974.

84 Im Unterschied hierzu entwickelten die an der Konstruktion des Fragebogens zu den Unterrichtsstrategien im Fach Deutsch beteiligten Lehrer eine große Zahl allgemeiner Ziele (zusätzlich zu speziellen Unterrichtszielen, die etwa auf dem Abstraktionsniveau der hier diskutierten Ziele liegen). Edelstein (in Vorbereitung) hat die Antworten der Deutschlehrer historisch-kulturtheoretisch interpretiert und die komplexe Struktur der professionellen Weltbilder rekonstruiert.

85 Vgl. unter anderem Butcher, 1968. Daß es schwierig ist, zwischen Aufgaben in Schulleistungstests und in Intelligenztests eine saubere Trennung vorzunehmen,

- versteht sich nach der Intelligenzdebatte in den vergangenen Jahrzehnten von selbst. Ausdrücklich sei an dieser Stelle aber auf einen Neuansatz der Itemanalyse hingewiesen, der gegenwärtig von Stegelmann (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin) unternommen wird. Dieser besteht darin, für die im mathematischen Leistungstest des Projekts Schulleistung verwendeten Testaufgaben jeweils diejenige Kombination von kognitiven Fähigkeiten zu identifizieren, die zur Lösung benötigt wird.
- 86 Darauf deuten auch die Ergebnisse von Beobachtungsstudien hin, vgl. zusammenfassend Dunkin und Biddle, 1974, S. 240 ff. Im Fragebogen war die zeitliche Ausdehnung der Arbeit unter den verschiedenen Zielvorstellungen nicht erfragt worden. Vgl. auch oben Abschnitt 2.1 (Lehrbuch) und 2.3 (Übungen).
- 87 Angegeben wird jeweils der prozentuale Anteil der Lehrer, die auf die Frage geantwortet haben (vgl. die absoluten Häufigkeiten im Anhang). Leider wurde versäumt, den Lehrern eine Antwortkategorie „wird nicht behandelt“ vorzugeben; nachträglich läßt sich nicht bestimmen, ob Lehrer in einem solchen Fall keine Antwort gegeben haben oder ob sie ihr Kreuz in die letzte Spalte (später behandelt) gemacht haben.
- 88 Die Prozentzahlen der Befragung von 1964/65 zum Vergleich heranzuziehen, bereitet große Schwierigkeiten, da damals die Stoffgebiete weiter unterteilt abgefragt wurden (Dreisatz zum Beispiel als „Dreisatz [proportionale Beziehung]“ und „Dreisatz [umgekehrt proportionale Beziehung]“); vgl. Damerow (in Vorbereitung).
- 89 Der Leser sei hier ausdrücklich auf den in Vorbereitung befindlichen Band II von Peter Damerow hingewiesen, in welchem eine sorgfältige vergleichende Neuanalyse der Daten von 1964 und 1969/70 vorgenommen wird.
- 90 In Hamburg mag dies ein Effekt des ungewöhnlich weitreichenden Reformlehrplans von 1963 gewesen sein, welcher aber auf heftigen Protest stieß und bald wieder verschwand; vgl. Damerow, 1977. Das Lehrbuch von Hahn-Hanxleden enthält Aufgaben zur elementaren Kombinatorik, die hier subsumiert worden sein dürfen.
- 91 Es wäre der Mühe wert, derartigen Fragen in einer Weise nachzugehen, die Rückschlüsse auf die Ursachen der Unterschiede zuläßt. Dabei wären nicht nur die Lehrbücher und die Kodifikationsformen der Lehrpläne zu prüfen, sondern auch die Funktionsweise der Schulaufsicht oder die Lehrerbildung in die Betrachtung einzubeziehen.
- 92 Dies bedeutet nicht, daß die Berliner Schüler am wenigsten lernen: Einerseits weiß man aus einer großen Zahl von Untersuchungen, daß Unterricht in heterogenen Lerngruppen (die Klassen 5 und 6 der Berliner Grundschulen sind kaum weniger heterogen als die Klassen 1 bis 4) in besonderem Maße den langsamen und durchschnittlich guten Schülern zugute kommt, ohne die schnellen Lerner auf lange Sicht zu behindern (vgl. unter anderem Hopf, 1976; IEA 1974; Purves und Levine, 1975); somit kann man davon ausgehen, daß die Leistungen der gesamten Altersgruppe der Siebtkläßler in Berlin im Vergleich zu den übrigen Bundesländern ungewöhnlich hoch liegen. Hier sei an die in der 7. Klasse des Gymnasiums besonders raschen Nachholfortschritte erinnert, die H. J. Zeiher (1972, S. 136) für Berlin nachgewiesen hat.
- 93 Eine eigens aus diesem Grund vorgenommene Faktoranalyse ohne die in den Stoffverteilungen besonders stark abweichende Gruppe der bayerischen Lehrer erbrachte allerdings, von unbedeutenden Verschiebungen abgesehen, dieselben Resultate wie die Faktorenanalyse der Gesamtgruppe.

- 94 Es ist freilich nicht auszuschließen, daß der Zusammenhang zwischen diesen Zielen und der Mengenlehre weniger inhaltlich als sprachlich vermittelt ist: Beim Ziel „Erkennen von Beziehungen“ ist ebenfalls von „Mengen“ die Rede, und im Zusammenhang mit der Mengenlehre spricht man in der Didaktik und den Lehrplänen ebenfalls gern von Problemlösungsstrategien oder -prozessen.
- 95 Vgl. hierzu auch unten Abschnitt 3.2, wo, in guter Übereinstimmung mit der didaktisch-methodischen Diskussion, die Geometrie im Zusammenhang mit einer Unterrichtsform auftaucht, die der genetischen Methode nahesteht (Faktor 30).
- 96 Vgl. Brophy und Good, 1976, S. 324; Carroll, 1973; Hopf, 1974; Roeder, 1974.
- 97 Auch in den Gesamtschulen ist innere Differenzierung im Mathematikunterricht wenig gebräuchlich und neuerdings weiter im Rückgang begriffen (vgl. Bauersfeld, 1976, S. 11). Sogar in den Grundschulen, in denen man beim Stand der pädagogischen Diskussion und Programmatik am ehesten eine starke Verbreitung von gruppenteiligem Arbeiten erwarten würde, hat sich bei Schulbegehungen in vier Bundesländern gezeigt, daß die überwiegende Mehrheit der Lehrerinnen und Lehrer traditionellen Frontalunterricht hält (vgl. Hopf, Krappmann und Scheerer, 1980). — Was den Mathematikunterricht betrifft, läßt sich eine Veränderung der Lage voraussehen, sobald die jüngere Lehrergeneration einen größeren Anteil unter der Mathematiklehrerschaft bildet (mündliche Mitteilung von Studienseminarleiter Eberhard Bahr, die sich allerdings nur auf Berlin bezieht).
- 98 Die Antworten zu den Items 263 bis 274 stellen zumindest teilweise relative Urteile dar, insofern die Lehrer im Unterschied zu Frage 262 von der gesamten Antwortskala Gebrauch machten.
- 99 Die hier berichteten Korrelationen beziehen sich nur auf diejenigen Lehrer, die in Item 262 positiv geantwortet hatten.
- 100 Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen den Items 262 und 61, der Durchführung der Übung in Gruppen: $\text{Chi}^2 = 182.42$; $\text{df} = 12$; p kleiner 0.1 %.
- 101 Vgl. unter anderem Foster, 1974; Plowden-Report, 1967. Die ganz andere Frage, ob innere Differenzierung gegenüber dem reinen Klassenunterricht eine Anhebung des Leistungsniveaus ermöglicht, ist nach wie vor strittig, vgl. unter anderem Wallen und Travers, in: Gage, deutsch, S. 1281, sowie neuerdings Thorndike, 1973, S. 105 und 108 f., der berichtet, keine Auswirkungen auf das Leseverständnis von Schülern festgestellt zu haben. Vgl. auch Dunkin und Biddle, 1974, S. 211 ff. Mit der Erfassung der Variable Individualisierung des Unterrichts verbundene Meßprobleme diskutieren Erlich und Shavelson, 1976, S. 117 ff.
- 102 Dabei fiel rund ein Drittel der Lehrer wegen einzelner fehlender Antworten aus, so daß die Ergebnisse der Faktorenanalyse auf den Daten von insgesamt 109 Lehrern beruhen. Die Einbeziehung der ausgeschlossenen Lehrer (durch Einsetzen des arithmetischen Mittels für fehlende Angaben) in einer gesonderten Faktorenanalyse erbrachte jedoch nahezu vollständig übereinstimmende Resultate.
- 103 Vgl. unter anderem Wode, 1971.
- 104 Vgl. auch Freudenthal, 1963.
- 105 Vgl. etwa die Darstellung bei Wittmann, 1974, sowie bei Lenné, 1969. Die Forderung, der Mathematikunterricht solle genetisch und nicht systematisch aufgebaut sein, geht zwar auf Felix Klein zurück, gewann aber durch Wagenschein eine neue Bedeutung.
- 106 Vgl. zum Beispiel Wagenschein, 1966, S. 321. Wagenschein bezeichnet mit dem Wort genetisch ein in sich einheitliches Konzept, welches er durch die drei Begriffe genetisch, sokratisch, exemplarisch näher kennzeichnet. Vgl. Wagenschein, 1970, Bd. 2, S. 68. Dazu Skowronek, 1968, S. 132.

- 107 Über dessen Verbreitung im Gymnasium vgl. die Ausführungen bei Wittmann, 1974, S. 110. Im gymnasialen Mathematikunterricht dürften auch nur selten die Bedingungen gegeben sein, auf die der genetische Unterricht, wie Wagenschein, 1973, ihn beispielsweise in seiner Darstellung der Unterrichtsreihe über das Nicht-Abbrechen der Primzahlenfolge beschreibt, möglicherweise angewiesen ist: Die Wahl einer Problemstellung, die sich von naiven Vorerfahrungen aus erschließen läßt; geringe Gruppengröße; eine offene Gesprächssituation ohne Zeitdruck; die Möglichkeit, zeitaufwendige Umwege zu beschreiten; äußerst sparsame Interventionen des Lehrers; hohes Engagement der Schüler für den Gegenstand.
- 108 Vgl. hierzu neuerdings Stoller, 1978, der auf die Oberflächlichkeit der Rezeption Wagenscheins hinweist. Ferner Schubring, 1978.
- 109 Daß ein (wenn auch schwacher) Bezug zum konkreten Unterricht besteht, legen die positiven Korrelationen zu mehreren für das Freie Unterrichtsgespräch (122 bis 141) charakteristischen Items nahe; keine Zusammenhänge zeigen sich erwartungsgemäß zu den wichtigsten Items des Lehrervortrags (82 bis 101).
- 110 Eine ähnliche Diskrepanz zwischen Wunsch und Wirklichkeit ließ sich bereits bei den Unterrichtszielen feststellen (Items 224 bis 228 gegenüber 217 bis 221).
- 111 „Der Mathematikunterricht soll nach der genetischen Methode organisiert werden“, formuliert Wittmann (1974, S. 110) ganz analog als Postulat, nicht als Beschreibung bestehender Verhältnisse.
- 112 Vgl. Damerow, 1977; Keitel (in Vorbereitung).
- 113 Ähnliche Kontroversen gab es über die Verwendung 7stelliger, 5stelliger oder 4stelliger Logarithmen (vgl. Lietzmann-Stender, 1961, S. 124 f.) und werden derzeit über die Einführung von Taschenrechnern in den Unterricht ausgetragen.
- 114 Dies sind die einzigen Fragen im Fragebogen, welche an Konzepte der „Klassenklima“-Forschung erinnern. Vgl. Good, Sines und Brophy, 1973.
- 115 Vgl. unten, Abschnitt 3.2.
- 116 Lietzmann-Stender, 1961, S. 62, meinen, in den Zeugnissen solle „der ganze Mann bewertet werden, wie er sich im Mathematikunterricht gezeigt hat. Es kommt in allererster Linie auf die tatsächlichen Leistungen an; wenn aber Zweifel entstehen, so wird man bei dem, der ‚immer strebend sich bemüht‘ hat, auch den Fleiß in die Waagschale werfen.“ Auch werde man den „gefühlsmäßigen Spielraum“ nie ganz aus der Welt schaffen.
- 117 Erwartungsgemäß finden sich positive Korrelationen des Items 303 (Anwendungsaufgaben) zu denjenigen Items, die klar in den genetischen Unterricht gehören: $r = .18$ mit Item 42 (Streitgespräch) und $.19$ mit 47 (Richtigkeit bezweifeln). Außerdem korreliert Item 303 negativ mit den niedrigen Unterrichtszielen 215 und 216 und positiv mit den höheren Zielen 217 bis 221.
- 118 So zum Beispiel ein Vorschlag von Eric Rogers vom Nuffield-Project (Cambridge, Großbritannien) auf einem Symposium des Instituts für die Pädagogik der Naturwissenschaften (Kiel) im März 1972, den Schülern sogenannte Montagstests und Dienstagstests zur Wahl zu stellen, die unterschiedlichen Zielbereichen entstammen, aber gleich bewertet werden sollen.
- 119 Hier unterscheiden sich Lehrer ohne Fakultas ($\bar{X} = 19.3$) von Lehrern mit Hauptfach Mathematik ($\bar{X} = 13.8$) allerdings signifikant ($p = 0.001$).
- 120 Vgl. hierzu zum Beispiel Ingenkamp, 6. Aufl., 1976.
- 121 Es verdient erwähnt zu werden, daß die Lehrer aus verschiedenen Bundesländern sich in ihren Antworten auf einige der genannten Fragen deutlich voneinander unterscheiden. Dies sei an den folgenden vier Fragen illustriert.

Rangplatz	Item 318 (Notengebung)		Item 320 (Richtiger Ansatz)		Item 322 (Richtiges Ergebnis)		Item 333 (Begründung und Diskussion von Zensuren)	
	Land	\bar{X}	Land	\bar{X}	Land	\bar{X}	Land	\bar{X}
1	RH-PF	44.4	RH-PF	36.2	HAMB.	20.6	SAAR	3.43
2	BAY	42.5	SAAR	33.6	SCHL. H.	20.5	BLN	3.01
3	BRE	41.5	BAY	33.4	SAAR	17.9	NIEDERS.	2.89
4	BAD. W.	38.7	BLN	33.3	BRE	17.5	BRE	2.85
5	NRW	36.4	BAD. W.	32.9	BLN	16.5	HAMB.	2.79
6	HESS.	35.2	HESS.	31.7	HESS.	15.1	NRW	2.66
7	NIEDERS.	34.0	NRW	31.3	NIEDERS.	14.5	SCHL. H.	2.61
8	SCHL. H.	33.6	NIEDERS.	29.9	NRW	14.3	HESS.	2.55
9	BLN	31.5	HAMB.	28.7	BAD. W.	12.3	BAD. W.	2.35
10	SAAR	31.4	BRE	27.8	RH-PF	12.0	RH-PF	2.23
11	HAMB.	31.1	SCHL. H.	27.3	BAY	9.1	BAY	1.98

Bereits auf den ersten Blick wird in dieser Tabelle ein Süd-Nord-Gefälle sichtbar, dessen Grenze, grob gesprochen, die Mosel-Rhein-Main-Linie bildet. Lediglich das Saarland und Berlin (teilweise Bremen) fügen sich nicht ganz in dieses Bild; beide Länder weichen auch im Schulsystem von allen übrigen ab (Fremdsprachen; Dauer der Grundschule). Auf welche Ursachen die Unterschiede auch zurückzuführen sein mögen, die Spezifika von Bundesländern verdienen jedenfalls bei künftigen Untersuchungen stärkere Beachtung. Denn es handelt sich bei den oben aufgeführten Items nicht um systembedingte, in Lehrplänen oder Erlassen festgeschriebene Eigenheiten, sondern um didaktisch-methodische Optionen, die der Lehrer in voller Freiheit selbst treffen kann.

122 Vgl. hierzu auch die Interpretation des Items 300 (Zensur einzelner mündlicher Leistungen) zu Beginn dieses Abschnitts.

3. Einheitlichkeit und Vielfalt des Mathematikunterrichts

- 1 Der Mittelwert der im folgenden zitierten Items liegt über 3.00 („oft“) beziehungsweise unter 1.00 („selten“), soweit eine Fünferskala vorgegeben war.
- 2 In die Berechnung gingen die folgenden Items ein: 4, 6, 25, 40, 54, 59, 64, 74, 77, 142, 187, 188, 194, 197, 205, 309, 314, 329 beziehungsweise 5, 8, 30, 37, 42, 52, 61, 75, 189, 200, 201, 204, 207, 262, 281, 282, 284, 301, 304, 305, 306, 308.
- 3 Im folgenden wird versucht, die häufigen beziehungsweise seltenen Antworten in eine plausible zeitliche Reihenfolge zu bringen; der Fragebogen selbst gibt über die Sequenzierung keine Auskunft.
- 4 Vgl. hierzu unter anderem Glaser, 1973; Carroll, 1973; Snow und Cronbach, 1976.
- 5 Vgl. unter anderem Pawlik, 1968, S. 278.
- 6 Die Items 285 und 286 laden in diesem Kontext plausibel auf demselben Faktor

- wie 281 bis 284; vgl. dagegen die oben in Abschnitt 2.10 berichtete Faktorenanalyse der Items 275 bis 286.
- 7 Es tauchen hier (wie schon im 1. Faktor) einige Faktoren aus der vorausgehenden Analyse wieder auf, vgl. die Abschnitte 2.2, 2.3 und 2.6.1.2.
 - 8 Reihenfolge der Bundesländer: Berlin, Nordrhein-Westfalen, Bremen, Hessen, Niedersachsen, Hamburg, Schleswig-Holstein, Baden-Württemberg, Saarland, Rheinland-Pfalz, Bayern.
 - 9 Vgl. dazu unter anderem die Abschnitte 2.2, 2.3, 2.4 und 2.5.
 - 10 Der alte Faktor „Selbständiges Arbeiten mit dem Lehrbuch“ erscheint in der vorliegenden Gesamtanalyse ebenfalls wieder, vgl. unten den Faktor 29.
 - 11 Vgl. auch die Fragen zum Lehrervortrag, die im zweiten Faktor der Gesamtanalyse auftauchen.
 - 12 Vgl. in Abschnitt 2.2 die Interpretation des Faktors 3. Die Betonung liegt hier auf der Aussage, daß der *Lehrer* die Beispiele zur Bearbeitung vorgibt.
 - 13 Vgl. Abschnitt 2.5 sowie zu Item 59 den Faktor 3 in Abschnitt 2.3 (im Unterschied zu dem Bedeutungsaspekt aus Faktor 2, der im Zusammenhang mit dem Frage-Antwort-Unterricht als der relevante zu betrachten war).
 - 14 Items 72, 73, 36, 40, 46. Vgl. Abschnitt 2.4.
 - 15 Items 80, 81, 34. Vgl. Abschnitt 2.5.
 - 16 Items 40, 46, 36. Vgl. Abschnitt 2.2.
 - 17 Items 80, 81. Vgl. Abschnitt 2.5.
 - 18 Vgl. zur Heterogenität der in der traditionellen Mathematik enthaltenen Elemente Lenné, 1969, S. 45 und sonst.
 - 19 Das Item DEPUHIER hat einen Mittelwert von 4.3 Stunden mit einer Standardabweichung von 1.27 und Grenzwerten von 2 beziehungsweise 16 Stunden. Die folgende Tabelle zeigt die genaue länderweise Verteilung.

Wochenstunden Unterricht in der untersuchten Klasse (in Prozent)

	Bis 3 Std.	4 Std.	5 und mehr Std.
Baden-Württemberg	2.0	90.2	7.9
Bayern	2.1	93.8	4.2
Berlin	0.0	71.4	28.6
Bremen	5.0	65.0	30.0
Hamburg	0.0	71.4	28.6
Hessen	11.4	79.5	9.1
Niedersachsen	7.0	72.1	20.9
Nordrhein-Westfalen	19.7	60.7	19.6
Rheinland-Pfalz	17.6	76.5	5.9
Saarland	7.1	57.1	35.6
Schleswig-Holstein	9.7	77.4	12.9
BRD	8.3	75.9	15.8

- 20 Vgl. unter anderem Ingenkamp, 1976; Hopf, 1975 und 1976.
- 21 Vgl. Barth, 1972; Kasper und Piechorowski, 1978.
- 22 Die Items 17 und 18 ließen sich in den bisherigen Analysen nur unzureichend charakterisieren. Sie widersprechen nicht der hier beschriebenen Gesamtbedeutung des Faktors.
- 23 Man betrachte etwa die Beispiele in Wertheimers Buch „Produktives Denken“ (1957) oder die von Wagenschein beschriebenen Stundenverläufe oder die Bedeutung, die der Geometrie in den Humboldtschen Reformen zugemessen wird.
- 24 Bennett, 1976, S. 63 f., berichtet ebenfalls über eine größere Affinität männlicher Lehrer zu nicht-traditionellen Unterrichtsformen (hier: „informal teaching“).
- 25 84.3 Prozent der Lehrer dieser Stichprobe geben bis zu vier Wochenstunden Unterricht in dieser Klasse, unterrichten demnach lediglich Mathematik.

4. Schlußbetrachtung

- 1 Vgl. auch Dunkin und Biddle, 1974, S. 416 und 418.
- 2 Vgl. Dunkin und Biddle, 1974, S. 99.
- 3 Beispielsweise kann zu „schülerzentriert“ nicht nur „lehrerzentriert“, sondern auch „sachzentriert“ den Gegenpol bilden, vgl. etwa Caselmanns, 1964, Begriffspaar logotrop/paidotrop.
- 4 Vgl. zu diesem Problem auch Wallen und Travers, 1970, S. 1226.
- 5 Man vergleiche die analogen Probleme bei den Einstellungen derselben Lehrer aus dem Projekt Schulleistung, H. Zeiher, 1973.
- 6 Vgl. Dunkin und Biddle, 1974, passim.
- 7 Vgl. unter anderem Barth, 1972; Kasper und Piechorowski, 1978, auch als Kontrastbeispiel, die Individually Prescribed Instruction (IPI), Lindvall und Bolvin, 1967.
- 8 Aber selbst hier, wo im Unterschied zum gymnasialen Mathematikunterricht ein einheitliches und zugleich ausdifferenziertes pädagogisches Gesamtkonzept vorliegt, weicht die Realität von der konsistenten Zielvorstellung in einer Weise ab, welche stark an die für die mathematischen Unterrichtsstrategien gefundene Gruppenspezifität methodischer Konzepte erinnert. Insbesondere zeigt sich in der bisher einzigen größeren empirischen Untersuchung über „open education“ in England (Bennett, 1976) eine meines Erachtens erstaunlich geringe Stimmigkeit der Optionen der Lehrer gleichen „Typs“ hinsichtlich Hausaufgaben, Leistungsbeurteilung, Wahlfreiheit der Schüler, Disziplinierung bei Privatgesprächen zwischen den Schülern usw. Allenfalls bei den ganz extrem liegenden Lehrerguppen finden sich zueinander passende und mit der Idee positiv oder negativ übereinstimmende Optionen beziehungsweise Verhaltensweisen.
- 9 Dies scheint selbst für den Ansatz von Dienes und andere bis zu einem gewissen Grade zu gelten, vgl. die bei Damerow, 1977, dargestellten Reformbestrebungen beispielsweise mit Tabas Konzept der Curriculumentwicklung (Handbuch der Unterrichtsplanung und Curriculumentwicklung nach Hilda Taba, 1974). Zu weiteren Unterrichtsmethoden vgl. die Darstellung bei Freese, 1977, Studienbrief 1, S. 34 ff. Auch in der ursprünglichen Fassung der Lietzmannschen Methodik gibt es nur relativ sparsame Ausführungen zu den Übungsaufgaben. Man muß freilich sehen, daß hinter der methodischen Konzentration insbesondere auf die Phase der Neueinführung eines mathematischen Sachverhalts auch das Bewußtsein vom Bildungsauftrag des deutschen Gymnasiums steht, nach dessen Maximen die Bildung am Gegenstand erworben wird, nicht aber durch Einübung von Techniken und

Routinen. Dies nicht als Gegensatz zu begreifen, wäre, nach allem was wir wissen, eine Hilfe besonders für die mittleren und schlechten Schüler im Mathematikunterricht, die auf eine ausgiebige Stabilisierungsphase mindestens ebenso angewiesen sind wie die rasch auffassenden, guten Schüler, die ständig Übungsmöglichkeiten dadurch erhalten, daß sie den fortgesetzten Erklärungen des Lehrers zuhören, bis auch die langsamen Schüler den Sachverhalt verstanden haben.

- 10 Vgl. Lenné, 1969, S. 285, der darauf hinweist, daß noch immer die Lehrer, Fachleiter und Leiter didaktischer Seminare die personellen Hauptträger der mathematikdidaktischen Entwicklung sind.
- 11 In Umkehrung dieser Überlegungen läßt sich festhalten, daß das vermutlich breitenwirksamste Steuerungsinstrument in methodischer wie inhaltlicher Hinsicht bei entsprechender Ausgestaltung das Lehrbuch sein könnte (vgl. die Argumente zur Lehrbuchabhängigkeit des Mathematikunterrichts), daß dagegen andere Ansätze zur Beeinflussung des Lehrerverhaltens, zum Beispiel Verhaltensmodifikationsprogramme (vgl. Brunner, 1977), zwar im Einzelfall wirkungsvoll sein mögen, insgesamt aber nur begrenzte Veränderungen herbeiführen können.
- 12 Vgl. Edelstein (in Vorbereitung). — Die auch bei Edelstein zutage tretende Gruppenspezifität zahlreicher Faktoren dürfte dort auf andere Gründe zurückzuführen sein als hier.
- 13 Vgl. hierzu Lenné, 1969, S. 114 ff.
- 14 Vgl. zu diesem Aspekt neuerdings auch Damerow, 1979 a.
- 15 Weitere Erklärungen finden sich u. a. bei Gage, 1969; Dunkin und Biddle, 1974, S. 11 ff. Flanders und Simon, 1969; Erlich und Shavelson, 1976, S. 1 ff. und 91 ff.
- 16 Siehe oben Kapitel 1.
- 17 Vgl. hierzu Treiber, Weinert und Groeben, 1976.

6. Anhang: Der Fragebogen mit den Häufigkeitsverteilungen der Antworten

Institut für Bildungsforschung
in der Max-Planck-Gesellschaft
– Projekt Schulleistung –

FRAGEN ZUR DIDAKTIK UND UNTERRICHTSMETHODE M A T H E M A T I K

Dieser Fragebogen soll eine möglichst vollständige Übersicht über die verschiedenen in der 7. Klasse üblichen Unterrichtsverfahren ermöglichen. Nur wenn die Übersicht umfassend ist, kann sie der Schulpraxis und Schulforschung nutzen. Daher muß der Fragebogen recht umfangreich sein. Trotzdem wird er vermutlich noch Lücken aufweisen. Für den Fall, daß Sie Ergänzungen, Kritiken oder Kommentare anfügen möchten, haben wir am Schluß eine leere Seite angeheftet. Es ist uns bewußt, daß unsere Fragen eine zeitliche Belastung für Sie darstellen, und wir bitten Sie um Nachsicht.

Die Unterrichtsmethoden schließen sich nicht gegenseitig aus, so daß man mehrere angeben kann. Andererseits wird es schon aus Zeitgründen nicht möglich sein, alle genannten Unterrichtsmethoden in der 7. Klasse zu verwenden.

Denken Sie bitte bei der Beantwortung stets an die 7. Klasse, die Sie zur Zeit unterrichten, wenn bei einzelnen Fragen nichts anderes vermerkt ist.

Wir bitten Sie herzlich um Ihre Mitarbeit und danken Ihnen im voraus sehr für Ihre Hilfe.

I. LEHRBUCH

1. Verwendung des Lehrbuchs		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
1	1.1 als methodischer Leitfaden	53 13.7	143 36.9	97 25.0	61 15.7	34 8.8	388
2	1.2 als Arbeitsmittel für die Unterrichtsstunde	77 21.2	111 30.5	100 27.5	60 16.5	16 4.4	364
3	1.21 zur Einführung eines neuen Sachverhalts	23 6.1	40 10.7	95 25.4	113 30.2	103 27.5	374
4	1.22 zur Übung eines bereits erarbeiteten Sachverhalts	134 34.8	153 39.7	71 18.4	20 5.2	7 1.8	385
5	1.23 als Grundlage für die selbständige Erarbeitung eines Sachverhalts	12 3.2	13 3.5	67 18.0	146 39.1	135 36.2	373
6	1.3 als Aufgabensammlung für Hausaufgaben	288 72.9	84 21.3	16 4.1	5 1.3	2 0.5	395
7	1.4 als Nachschlagewerk für den Schüler	44 11.6	71 18.8	124 32.8	95 25.1	44 11.6	378
8	1.5 als weitere Informationsquelle für den Schüler (z.B. Bereiche, die nicht behandelt werden können)	12 3.2	13 3.5	73 19.6	121 32.4	154 41.3	373
9	2. Ich verwende das Lehrbuch <i>nicht</i> , da es meinem methodischen Ansatz nicht entspricht.	37 9.7	trifft zu		trifft nicht zu		389
					344 90.3		
3.	Welches Lehrbuch benutzt Ihre Klasse?	10	Klett:	Lambacher und Schweizer			189 (47,6 %)
	Titel:	11	Schroedel:	Reidt, Wolff, Athen u.a.			52 (13,1 %)
	Auflage:	12	Diesterweg:	Schröder und Uichtmann			13 (3,3 %)
	Bestellnummer:	13	Diesterweg:	Reinhard und Zeisberg			7 (1,8 %)
	Verlag:	14	bsv:	Titze			44 (11,1 %)
		15	bsv:	Kratz			48 (12,1 %)
		16		Sonstige Lehrbücher			63 (15,9 %)
			4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie
17	4. Verwenden Sie ein Lehrerbegleitheft?	14 3.5	37 9.4	110 27.8	83 21.0	151 38.2	395
18	5. Benutzen Sie sonstige didaktische Literatur?	201 52.8	ja		nein		381
	Wenn ja, welche?.....	19	Lehrbücher/Schulbücher				
	20	Zeitschriften				
	21	Methodiken				

II. ERARBEITEN EINES NEUEN SACHVERHALTS

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
22	1. Beweise werden vom Lehrer an der Tafel geführt	66 17.2	109 28.4	111 28.9	61 15.9	37 9.6	384
23	2. Formeln und Sätze werden vom Lehrer abgeleitet und die Ableitung dann zur Diskussion gestellt	34 9.0	76 20.1	94 24.9	92 24.3	82 21.7	378
24	3. Beweis und Ableitung werden durch die Schüler vorgenommen	47 12.1	98 25.3	143 37.0	83 21.4	16 4.1	387
25	4. Eine kurze Wiederholung bereits bekannter Sachverhalte bildet den Ausgangspunkt für die Erarbeitung neuer Sachverhalte	164 41.5	174 44.1	54 13.7	3 0.8	0	395
	5. Wenn Sie einen neuen Sachverhalt einführen wollen, beginnen Sie dann damit, daß Sie						
26	5.1 mehrere Beispiele vorgeben (Kleinprobleme), die zu dem angezielten Sachverhalt hinführen	90 23.1	175 44.9	102 26.2	21 5.4	2 0.5	390
27	5.2 Probleme aus der Praxis analysieren, die in enger Beziehung zum angezielten Sachverhalt stehen	33 8.6	112 29.3	160 41.9	70 18.3	7 1.8	382
28	5.3 problemhaltiges Material darbieten, das in einer Unterrichtsstunde erschlossen werden kann	26 6.9	102 27.2	159 42.4	70 18.7	18 4.8	375
29	5.4 problemhaltiges Material darbieten, das einen umfassenden Lehrgang einleitet	7 1.9	43 11.9	111 30.7	143 39.5	58 16.0	362
30	5.5 ein Ergebnis vorgeben und danach den Weg erarbeiten, der zu diesem Ergebnis hinführt	4 1.1	14 3.8	70 18.9	138 37.2	145 39.1	371
31	5.6 den mathematischen Sachverhalt darstellen, und dann zu den Anwendungen übergehen	17 4.5	45 12.0	89 23.8	99 26.5	124 33.2	374
	6. Vorbereitung der Unterrichtsstunde, in der etwas Neues eingeführt werden soll, durch den Lehrer:						
32	6.1 Beginn der Stunde detailliert geplant, weiterer Verlauf entsprechend den Fragen und Antworten der Schüler	83 21.5	144 37.3	106 27.5	47 12.2	6 1.6	386
33	6.2 Detailplanung für den Beginn, Steuerung des weiteren Verlaufs durch Fragen und Impulse des Lehrers	46 12.1	147 38.8	132 34.8	46 12.1	8 2.1	379
34	6.3 Detailplanung für die gesamte Stunde, soweit möglich	40 10.7	61 16.3	80 21.4	131 35.0	62 16.6	374
35	6.4 Planung des umfassenden Lehrgangs, aber eine Detailplanung der einzelnen Unterrichtsstunde						

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
36	7. Fordern Sie die Schüler bei der Einführung eines neuen Sachverhalts auf, an konkreten Beispielen in der Unterrichtsstunde durch Probieren (Versuch und Irrtum) festzustellen, ob sich eine Gesetzmäßigkeit entdecken läßt?	70	167	128	25	6	396
		17.7	42.2	32.3	6.3	1.5	
	8. Wenn Schüler bei dem Erarbeiten eines neuen Sachverhalts einen falschen Vorschlag machen,						
37	8.1 kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und nehmen selbst die Korrektur vor	1	9	66	177	115	368
		0.3	2.4	17.9	48.1	31.3	
38	8.2 kennzeichnen Sie den Vorschlag als falsch und lassen ihn durch die Schüler verbessern	21	83	152	82	36	374
		5.6	22.2	40.6	21.9	9.6	
39	8.3 lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und korrigieren ihn dann selber	14	45	117	127	66	369
		3.8	12.2	31.7	34.4	17.9	
40	8.4 lassen Sie den Fehler durch die Schüler erkennen und dann von den Schülern korrigieren	122	189	67	11	0	389
		31.4	48.6	17.2	2.8	0	
41	8.5 nehmen Sie den Vorschlag zunächst ohne Kommentar an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern die Konsequenzen, bis der Fehler offenkundig wird	48	118	154	50	11	381
		12.6	31.0	40.4	13.1	2.9	
42	8.6 bezeichnen Sie den Vorschlag als richtig, um ein Streitgespräch über diesen Punkt einzuleiten	1	12	102	101	159	375
		0.3	3.2	27.2	26.9	42.4	
	9. Wenn ein Schüler bei der Erarbeitung eines neuen Sachverhalts einen Vorschlag macht, der gegenüber dem geplanten Verlauf einen großen Sprung darstellt,						
43	9.1 loben Sie den Schüler	129	137	83	24	3	376
		34.3	36.4	22.1	6.4	0.8	
44	9.2 greifen Sie den Vorschlag auf und gehen von dieser Stelle aus in der Entwicklung weiter	21	51	114	90	95	371
		5.7	13.7	30.7	24.3	25.6	
45	9.3 stellen Sie den Vorschlag zunächst zurück	23	72	151	113	19	378
		6.1	19.0	39.9	29.9	5.0	
46	9.4 greifen Sie den Vorschlag auf und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle	64	161	128	29	1	383
		16.7	42.0	33.4	7.6	0.3	
47	9.5 zweifeln Sie die Richtigkeit des Vorschlags an und verfolgen gemeinsam mit den Schülern den Weg bis zu dieser Stelle	8	46	143	99	73	369
		2.2	12.5	38.8	26.8	19.8	
48	10. Verwenden Sie bei der Einführung eines neuen Sachverhalts „offene“ Fragen, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?	29	105	147	91	11	383
		7.6	27.4	38.4	23.8	2.9	

III. ÜBUNGEN

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
1. Kopfrechnen und/oder Kopfgeometrie							
49	1.1 vom Lehrer geleitet	70	141	125	41	10	387
		18.1	36.4	32.3	10.6	2.6	
50	1.2 von Schülern geleitet	3	24	94	112	142	375
		0.8	6.4	25.1	29.9	37.9	
51	1.3 als Wettkampfspiel	18	54	109	116	86	383
		4.7	14.1	28.5	30.3	22.5	
52	1.4 mit Benotung verbunden	2	12	39	79	247	379
		0.5	3.2	10.3	20.8	65.2	
2. Verwendung von Übungsaufgaben							
53	2.1 die vom Lehrer selbst angefertigt wurden	44	120	169	48	6	387
		11.4	31.0	43.7	12.4	1.6	
54	2.2 die im Lehrbuch stehen	168	175	44	5	2	394
		42.6	44.4	11.2	1.3	0.5	
55	2.3 die die Schüler produzieren	5	19	105	153	98	380
		1.3	5.0	27.6	40.3	25.8	
3. Art der Übungsaufgaben							
56	3.1 Übung als Lösen von Aufgaben, die gegenüber den Aufgaben der Lernsituation geringfügig geändert sind (andere Zahlenbeispiele etc.)	79	181	97	31	1	389
		20.3	46.5	24.9	8.0	0.3	
57	3.2 Übung als Lösen von neuen aber strukturell ähnlichen Problemen	60	205	108	15	2	390
		15.4	52.6	27.7	3.8	0.5	
58	3.3 Übung solcher Aufgaben, die die Grenzen der Gültigkeit des Erarbeiteten zeigen; auch wenn die Schüler dadurch verunsichert werden sollten	7	27	145	158	42	379
		1.8	7.1	38.3	41.7	11.1	
4. Durchführung der Übung							
59	4.1 gemeinsam im Unterrichtsgespräch	101	198	76	12	1	388
		26.0	51.0	19.6	3.1	0.3	
60	4.2 in selbständiger Arbeit während des Unterrichts	33	114	156	67	19	389
		8.5	29.3	40.1	17.2	4.9	
61	4.3 in Gruppen	2	16	50	147	163	378
		0.5	4.2	13.2	38.9	43.1	
62	4.4 durch den Lehrer (Vorrechnen an der Tafel)	4	29	106	148	91	378
		1.1	7.7	28.0	39.2	24.1	
63	4.5 durch einzelne Schüler (an der Tafel)	59	179	125	24	3	390
		15.1	45.9	32.1	6.2	0.8	

5. Aufbau einer Übung		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
64	5.1 Beginnend mit einfachen Aufgaben, allmählich Steigerung des Schwierigkeitsgrades	225	153	12	1	1	392
		57.4	39.0	3.1	0.3	0.3	
65	5.2 Gleichmäßig schwierige Aufgaben	2	26	133	168	39	368
		0.5	7.1	36.1	45.7	10.6	
66	5.3 Wiederholung der Regeln oder Sätze zu Beginn der zugehörigen Übungen	75	157	106	36	7	381
		19.7	41.2	27.8	9.4	1.8	
67	5.4 Wiederholung der Regeln oder Sätze am Ende der entsprechenden Übungen	26	97	146	90	17	376
		6.9	25.8	38.8	23.9	4.5	
68	6. Leiten Sie eine Übungsperiode durch „offene“ Fragen ein, die bei der Beantwortung einen großen Spielraum geben?	14	62	154	116	29	375
		3.7	16.5	41.1	30.9	7.7	

IV. WIEDERHOLUNG

1. Wiederholung in Form von		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
69	1.1 Abfragen der formulierten Merksätze	32	95	148	86	18	379
		8.4	25.1	39.1	22.7	4.7	
70	1.2 Abfragen des Sachverhalts in freier Form	69	187	110	19	0	385
		17.9	48.6	28.6	4.9	0	
71	1.3 Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Lehrer	1	33	109	166	55	364
		0.3	9.1	29.9	45.6	15.1	
72	1.4 Wiedergabe des Weges zu den Erkenntnissen durch Schüler	44	198	111	25	2	380
		11.6	52.1	29.2	6.6	0.5	
73	1.5 Variation des ursprünglichen Problems	17	135	181	28	9	370
		4.6	36.5	48.9	7.6	2.4	
74	1.6 Hausaufgaben für die ganze Klasse	212	131	32	11	3	389
		54.5	33.7	8.2	2.8	0.8	
75	1.7 Hausaufgaben für einzelne oder Gruppen von Schülern	0	10	26	127	197	360
		0	2.8	7.2	35.3	54.7	
76	1.8 Übungs- oder Klassenarbeiten	45	162	117	37	15	376
		12.0	43.1	31.1	9.8	4.0	
2. Wiederholung eines erarbeiteten Sachverhalts erfolgt							
77	2.1 in der folgenden Stunde	200	151	33	7	1	392
		51.0	38.5	8.4	1.8	0.3	

78	2.2 nach längerer Zeit	6	67	223	74	8	378
		1.6	17.7	59.0	19.6	2.1	
79	2.3 planmäßig über bestimmte Schulstunden gestreut	17	56	70	130	96	369
		4.6	15.2	19.0	35.2	26.0	
80	2.4 auf Schülerwunsch	39	86	185	57	13	380
		10.3	22.6	48.7	15.0	3.4	
81	2.5 wenn sich Lücken bei den Schülern zeigen	81	182	117	6	1	387
		20.9	47.0	30.2	1.6	0.3	

V.

Im folgenden sind häufig verwendete Unterrichtsmethoden im Zusammenhang aufgeführt (Spalten II - V). In Spalte I werden eine Reihe von Verwendungsmöglichkeiten dieser Methoden genannt. Bitte füllen Sie alle Zellen aus, und geben Sie an, wie häufig Sie die Methoden in den jeweiligen Verwendungssituationen benutzen.

Dabei bedeutet:	4	sehr oft
	3	oft
	2	manchmal
	1	selten
	0	nie

Bitte setzen Sie die jeweils zutreffende Ziffer ein.

I	II	III	IV	V	Zeilen-
	<i>Lehrervortrag</i>	<i>Frage- u. Antwortunterricht in engen Schritten</i>	<i>freies Unterrichtsgespr. in dem der Ablauf des Gesprächs offen ist</i>	<i>fragend-entwickelndes Unterrichtsgespr., dessen Ablauf v. Lehrer gelenkt wird</i>	<i>summen</i>
Wird von mir verwendet,					
1.1 um einen neuen Sachverhalt einzuführen	1.24 ¹	2.26	1.66	3.08	166
	1.05	1.07	1.07	0.97	
1.2 um den Zusammenhang zwischen Sachverhalten herzustellen	1.37	2.15	1.68	2.72	167
	1.02	1.11	1.17	1.00	
1.3 um fachübergreifende Aspekte eines Sachverhalts herauszuarbeiten	1.99	1.41	1.63	2.01	168
	1.16	1.08	1.17	1.02	
1.4 um Beweise zu führen (geometrische oder arithmetische)	1.30	2.43	1.28	2.79	169
	1.15	1.04	1.15	1.06	
1.5 um die Konzentration der Schüler zu erhöhen	0.61	2.46	1.41	2.52	170
	0.94	1.19	1.21	1.06	
1.6 zur Klärung von Sachverhalten, die für die Schüler besonders schwierig sind	2.17	2.53	0.97	2.30	171
	1.24	1.08	1.06	1.12	
1.7 am Anfang einer Lehrsequenz oder Unterrichtseinheit	1.64	1.64	1.82	2.53	172
	1.21	1.14	1.30	1.09	

¹ Bei den Items 82 bis 161 stellt die obere Ziffer den arithmetischen Mittelwert (\bar{x}) der Antworten und die untere die Standardabweichung dar.

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
186	2. Verwendung des Streitgesprächs, in dem der Lehrer die Rolle des Opponenten bzw. Proponenten übernimmt	9	44	170	104	55	382
		2.4	11.5	44.5	27.2	14.4	
187	3. Achten Sie darauf, daß sich möglichst jeder Schüler am Unterricht beteiligt?	235	144	9	2	0	390
		60.3	36.9	2.3	0.5	0	
188	4. Achten Sie darauf, daß auch Schüler aufgerufen werden, die sich nicht gemeldet haben?	179	183	28	0	0	390
		45.9	46.9	7.2	0	0	
189	5. Lassen Sie mathematische Aufsätze schreiben?	3	6	56	83	238	386
		0.8	1.6	14.5	21.5	61.7	
190	6. Lassen Sie die Schüler während des Unterrichts schriftlich arbeiten (z.B. Aufgaben lösen)?	48	146	148	45	3	390
		12.3	37.4	37.9	11.5	0.8	
191	7. Geben Sie Anleitungen zur Gestaltungstechnik (z.B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?	84	195	93	15	2	389
		21.6	50.1	23.9	3.9	0.5	
192	8. Führen Sie gezielte Übungen zur Gestaltungstechnik durch (z.B. Übersicht, Raumaufteilung bei Zeichnungen und Maßstäben)?	26	77	123	109	49	384
		6.8	20.1	32.0	28.4	12.8	
193	9. Legen Sie besonderen Wert auf exakte Schreibweise in Arithmetik (z.B. Striche mit Lineal, Gleichheitszeichen untereinander)?	ja	302	nein	89		391
			77.2		22.8		
194	10. Legen Sie besonderen Wert auf die Herstellung exakter geometrischer Zeichnungen?	ja	346	nein	43		389
			88.9		11.1		
195	11. Lassen Sie Senkrechte und Parallele mit Zirkel und Lineal konstruieren?	ja	203	nein	176		379
			53.6		46.4		
196	12. Gestatten Sie die Verwendung des Geodreiecks zum Zeichnen von Senkrechten und Parallelen?	ja	353	nein	32		385
			91.7		8.3		

VI. HAUSAUFGABEN

1. Arten		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
197	1.1 Einübung besprochener Sachverhalte	260 66.5	118 30.2	12 3.1	1 0.3	0 0	391
198	1.2 Vorbereiten neuer Sachverhalte	6 1.5	34 8.7	174 44.7	149 38.3	26 6.7	389
199	1.3 Formulierung des Arbeitsergebnisses der vorangegangenen Stunde	14 3.6	66 17.0	132 34.0	119 30.7	57 14.7	388
200	1.4 Beschreibung des Ablaufs der vorangegangenen Stunde	4 1.0	15 3.9	50 12.9	116 29.9	203 52.3	388
201	1.5 Hausaufgaben zur Auswahl	3 0.8	11 2.8	70 18.0	113 29.1	191 49.2	388
202	1.6 Individuelle, aber verbindliche Hausaufgaben	9 2.3	33 8.5	63 16.3	114 29.5	167 43.3	386
203	1.7 Freiwillige Zusatzaufgaben	3 0.8	23 5.9	140 36.0	128 32.9	95 24.4	389
204	1.8 Umfassendere Hausaufgaben, die sich über einen längeren Zeitraum erstrecken (mehr als eine Woche)	0 0	5 1.3	14 3.6	64 16.5	304 78.6	387
2. Überprüfung der Hausaufgaben							
205	2.1 durch Stichproben	203 52.1	141 36.2	38 9.7	8 2.1	0 0	390
206	2.2 durch Einsammeln aller Haushefte	8 2.1	14 3.6	98 25.3	152 39.2	116 29.9	388
207	2.3 durch wechselseitige Korrektur der Schüler	6 1.6	27 7.1	80 20.9	108 28.3	161 42.1	382
208	2.4 Wie oft wird jedes Heft von Ihnen gründlich durchgesehen (pro Halbjahr)?	etwa mal			$\bar{X} = 3.65$		
3. Gibt es bei Ihnen für die 7. Klasse freiwillige Arbeitszirkel, in denen Hausaufgaben bearbeitet werden							
209	3.1 unter der Leitung eines Lehrers	ja	12 3.1	nein	377 96.9		389
210	3.2 unter der Leitung eines Schülers	ja	37 9.6	nein	348 90.4		385

VII. ZIELE UND INHALTE

1. Behandlung von Geometrie und Arithmetik

211	1.1 nebeneinander herlaufend	ja	117 30.5	nein 69.5	266 69.5	383
212	1.2 epochenartig (über längeren Zeitraum, in geschlossenen zeitlichen Abschnitten)	ja	290 75.3	nein 24.7	95 24.7	385
2. Halten Sie es in der 7. Klasse (oder eventuell schon früher) für notwendig,						
213	2.1 neue Zahlensysteme einzuführen (z.B. das binäre)	ja	196 50.5	nein 49.5	192 49.5	388
214	2.2 neue Zahlensysteme von den Schülern entwickeln zu lassen	ja	118 30.7	nein 69.3	266 69.3	384

3. Im folgenden werde Ziele für den Mathematikunterricht der 7. Klasse aufgeführt. Diese Ziele sind sicherlich alle wichtig, doch wird man sie – schon aus Zeitgründen – nicht sämtlich mit der gleichen Intensität verfolgen können, so daß man sich entscheiden muß, welche Ziele man besonders betonen will.

Bitte beantworten Sie zu jedem Ziel zwei verschiedene Fragen:

- 1) Welches Gewicht hatten die einzelnen Ziele im Unterricht in *dieser* 7. Klasse?
- 2) Für den Fall, daß Sie gezwungen waren, aus irgendwelchen Gründen Ihren Unterricht in der *jetzigen* Klasse anders zu gestalten, als es Ihren Vorstellungen entspricht, geben Sie bitte an, welches Gewicht Sie den einzelnen Zielen in einer *durchschnittlichen* 7. Klasse beimessen.

		Gewicht in dieser 7. Klasse				Gewicht in einer durchschnittlichen 7. Klasse				
		gehörte zu den wichtigsten Aspekten des Unterrichts	wurde im Unterricht verfolgt	wurde weniger verfolgt		würde zu den wichtigsten Bestandteilen des Unterrichts gehören	würde im Unterricht verfolgt werden	würde weniger verfolgt werden		
3.1	Mathematische Techniken (Fertigkeit im Gebrauch der Rechen- und Konstruktionsverfahren)	195 50.5	184 47.7	7 1.8	386	155 48.1	222 50.0	161	6 1.9	322
3.2	Abfragbares Wissen (Hierzu gehört der gesamte bisher behandelte Unterrichtsstoff. Es geht um die Kenntnis, nicht um die Fähigkeit zur Anwendung des Unterrichtsstoffes)	37 9.6	226 58.4	124 32.0	387	38 11.8	223 56.3	182	103 31.9	323
3.3	Strategie der Problemlösung (Fähigkeit, eine Aufgabe zu analysieren, d.h. das mathematische Problem in einer Aufgabenstellung zu erfassen und ein Verfahren zur Lösung der Aufgabe anzugeben)	213 55.6	217 36.8	141 7.6	29 383	253 77.6	224 20.6	67	6 1.8	326
3.4	Erkennen von Beziehungen (Relationen zwischen Elementen von Mengen, sowohl bei arithmetischen als auch bei geometrischen Aufgabenstellungen)	123 32.8	218 36.0	135 31.2	117 375	168 52.3	225 39.6	127	26 8.1	321
3.5	Übertragen einer Erkenntnis in die mathematische Sprache und umgekehrt (Fähigkeit, einen Text in die mathematische Symbolsprache zu übertragen bzw. eine in der mathematischen Symbolsprache formulierte Aussage in einen Text zu fassen)	187 48.3	219 42.6	165 9.0	35 387	214 66.3	226 30.3	98	11 3.4	323
3.6	Arbeiten innerhalb eines Bereiches mit vorgegebenen Mitteln (Erkennen, welchen Ort eine Aussage einnimmt, strengere Begründungsketten verstehen und selbst durchführen; Erfassen des Geltungsbereiches von Aussagen und Verfahren)	50 13.4	220 45.2	169 41.4	155 374	97 29.8	227 54.5	177	51 15.7	325
3.7	Übertragung eines Problems in einen bekannten Bereich (Dabei wird der enge Problembereich überschritten, z.B. Wiederentdecken des Bekannten innerhalb des Neuen; Umstrukturierung und eigenständige Interpretation der Aufgabenstellung; strukturelle Betrachtungen)	70 18.7	221 47.2	177 34.1	128 375	124 38.4	228 50.2	162	37 11.5	323

Im folgenden wird die Behandlung einiger ausgewählter Stoffbereiche erfragt. Die Auswahl ist unvollständig. Sie erfolgte anhand der Ergebnisse einer Untersuchung der Unterrichtsstoffe in 7. Klassen am Gymnasium. Dort hatte sich gezeigt, daß in der Behandlung dieser Stoffe Unterschiede zwischen den Klassen bestehen.

Die folgenden Fragen sollen dazu dienen, das Ergebnis zu überprüfen.

	Kennntnis des Stoffes zu Beginn der 7. Klasse vorausgesetzt	In der 7. Klasse behandelt		besonders ausführlich behandelt (mit vielen Beispielen und Anwendungen)	Die Behandlung erfolgt in einer späteren Klasse	
4. Algebra						
4.1 Prozentsatz (mit Anwendungen)	62 16.2	229 40.6	155 240	128 33.5	38 9.9	251 383
4.2 Dreisatz	106 28.3	230 32.4	122 241	121 32.2	27 7.2	252 376
4.3 Rechnen mit Dezimalbrüchen	216 56.8	231 22.6	86 242	73 19.2	7 1.8	253 382
4.4 Mengenlehre	73 19.3	232 35.6	135 243	58 15.3	116 30.6	254 382
4.5 Permutationen	4 1.1	233 4.6	16 244	0 0	329 94,3	255 349
4.6 Brüche und allgemeine Zahlen	149 39.7	234 28.3	106 245	75 20.0	50 13.3	256 380
4.7 Algebraische Operationen und ihre Gesetze	29 7.8	235 29.8	111 246	96 25.7	136 36.5	257 372
5. Geometrie						
5.1 Dreieck	7 1.8	236 41.9	161 247	111 28.9	106 27.6	258 385
5.2 Abbildungen und ihre Gesetzmäßigkeiten	3 0.8	237 36.8	142 248	96 24.9	144 37.3	259 385
5.3 Geometrische Grundbegriffe	54 13.9	238 43.3	168 249	146 37.6	20 5.2	260 388
5.4 Viereck	9 2.4	239 24.1	92 250	19 5.0	261 68.5	261 381

VIII. UNTERRICHTSORGANISATION

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
262	1. Verwenden Sie neben dem Klassenunterricht Gruppenteiliges Arbeiten?	0	6	45	111	231	393
		0	1.5	11.5	28.2	58.8	
	2. Wenn Gruppenteiliger Unterricht verwendet wird:						
263	2.1 während der ganzen Stunde	0	2	11	38	308	359
		0	0.6	3.1	10.6	85.8	
264	2.2 während eines Teils der Stunde	14	34	65	24	232	369
		3.8	9.2	17.6	6.5	62.9	
265	2.3 Die Problemstellung wird im Unterrichtsgespräch gemeinsam erarbeitet. Alle Gruppen bearbeiten dann dasselbe Problem. Anschließend Diskussion und Zusammenfassung der Ergebnisse.	18	27	46	29	246	366
		4.9	7.4	12.6	7.9	67.2	
266	2.4 Das Problem wird aufgegliedert in Teilprobleme. Jede Gruppe bearbeitet ein Teilproblem. Dann Zusammenfassung.	6	19	48	42	255	370
		1.6	5.1	13.0	11.4	68.9	
267	2.5 Wie 2.4. Dabei erhalten verschieden gut befähigte Gruppen verschieden schwere Aufgaben	7	27	20	30	280	364
		1.9	7.4	5.5	8.2	76.9	
268	2.6 Einzelarbeit (z.B. mit Lehrprogramm)	2	8	11	23	321	365
		0.5	2.2	3.0	6.3	87.9	
	3. Bei der Gruppenarbeit werden						
269	3.1 leistungshomogene Gruppen gebildet	2	15	23	21	292	353
		0.6	4.2	6.5	5.9	82.7	
270	3.2 leistungsheterogene Gruppen gebildet	7	24	27	18	282	358
		2.0	6.7	7.5	5.0	78.8	
271	3.3 Freundschaftsgruppen gebildet	3	7	25	21	302	358
		0.8	2.0	7.0	5.9	84.4	
272	3.4 nach der Sitzordnung Gruppen gebildet	25	50	40	15	238	368
		6.8	13.6	10.9	4.1	64.7	
	3.5 Sonstige (bitte angeben)						
						
273	4. Die Gruppen werden vom Lehrer gebildet	38	38	42	15	236	369
		10.3	10.3	11.4	4.1	64.0	
274	5. Die Schüler wählen sich ihre Partner selbst	8	15	41	32	267	363
		2.2	4.1	11.3	8.8	73.6	

IX.

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
1. Sprache							
275	1.1 Verbalisieren eines gleichzeitig an der Tafel vorgeführten Konstruktionsganges durch den Schüler	107 28.0	181 47.4	68 17.8	18 4.7	8 2.1	382
276	1.2 Schriftliche Beschreibung einer Konstruktion	66 17.4	156 41.2	100 26.4	33 8.7	24 6.3	379
277	1.3 Beschreibung eines Beweisganges	53 14.1	135 35.9	110 29.3	53 14.1	25 6.6	376
2. Jede Unterrichtseinheit ist gewöhnlich in einen übergeordneten Lehrgang eingebettet. Dieser sollte für die 7. Klasse							
		vorzugsweise		teilweise auch		nicht	
278	2.1 entwickelnd, genetisch sein	293 79.0		74 19.9		4 1.1	371
279	2.2 systematisch-darlegend sein	46 12.7		273 75.6		42 11.6	361
280	3. Halten Sie es für möglich, Stoffe, die normalerweise für höhere Klassen gedacht sind (z.B. für die 10. Klasse) schon in Klasse 7 zu behandeln?	ja	77 21.3	nein	209 57.9		361
	Bitte geben Sie Beispiele: Ja mit Beispielen	75					
	20.8					
						
						
4. Beteiligung der Schüler an der Gestaltung des Unterrichts							
		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
281	4.1 Bestimmung der Reihenfolge der zu behandelnden Stoffe	0 0	4 1.0	44 11.5	99 25.8	236 61.6	383
282	4.2 Auswahl von Stoffen aus vorgegebenen Bereichen	0 0	8 2.1	65 17.1	108 28.4	199 52.4	380
283	4.3 Besprechung und Festlegung der Behandlungsweisen zur Lösung eines Problems	26 6.8	83 21.7	133 34.8	64 16.8	76 19.9	382
284	4.4 Besprechung und Festlegung der Unterrichtsorganisation	2 0.5	12 3.1	80 20.9	109 28.5	179 46.9	382
4.5 Erläutern Sie den Schülern ausführlich							
285	4.51 den geltenden Lehrplan	ja	109 29.1	nein	266 70.9		375
286	4.52 die Zielsetzung Ihres Unterrichts	ja	253 66.6	nein	127 33.4		380

X. TECHNISCHE HILFSMITTEL

		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
1. Verwendung von Lehrprogrammen							
287	1.1 zur Einübung oder Wiederholung eines bekannten Sachverhalts	2	4	33	28	316	383
		0.5	1.0	8.6	7.3	82.5	
288	1.2 zum Erarbeiten eines neuen Sachverhalts	3	6	23	27	323	382
		0.8	1.6	6.0	7.1	84.6	
289	2. Gezielte Verwendung von Rundfunk- und Fernseh- sendungen	0	0	10	20	356	386
		0	0	2.6	5.2	92.2	
290	3. Benutzung des Rechenschiebers	21	35	32	14	283	385
		5.5	9.1	8.3	3.6	73.5	
291	4. Systematische Verwendung von Farben (an der Tafel oder im Heft)	152	116	78	28	17	391
		38.9	29.7	19.9	7.2	4.3	
292	5. Verwendung von Nachschlagewerken, Rechenhilfen, Handbüchern, Formelsammlungen etc. durch Schüler	4	16	46	69	249	384
		1.0	4.2	12.0	18.0	64.8	
293	6. Verwendung von Spielmaterial (z.B. Baukästen, Lege- spielen etc.)	2	11	39	68	267	387
		0.5	2.8	10.1	17.6	69.0	
294	7. Verwendung vielfältigsten Materials	16	41	99	76	155	387
		4.1	10.6	25.6	19.6	40.1	
295	8. Verwendung von Bildern, Graphiken, Dias, Folien etc.	3	15	76	98	193	385
		0.8	3.9	19.7	25.5	50.1	
296	9. Lassen Sie im Geometrieunterricht die Schüler falten, ausschneiden, kleben?	21	90	191	57	24	383
		5.5	23.5	49.9	14.9	6.3	
297	10. Verwendung von Rechenmaschinen	0	1	1	8	373	383
		0	0.3	0.3	2.1	97.4	

11. Andere technische Hilfsmittel (bitte angeben)

.

.

XI. LEISTUNGSBEURTEILUNG

1. Arten der Leistungsbeurteilung (außer den üblichen Klassenarbeiten)		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
298	1.1 Lassen Sie Klassenarbeiten in gruppenteiliger Arbeitsweise schreiben?	72	22	26	27	240	387
		18.6	5.7	6.7	7.0	62.0	
299	1.2 Zensieren Sie die Hausaufgaben?	13	36	113	102	126	390
		3.3	9.2	29.0	26.2	32.3	
300	1.3 Zensieren Sie einzelne mündliche Leistungen?	30	115	147	73	26	391
		7.7	29.4	37.6	18.7	6.6	
301	1.4 Verwenden Sie informelle Tests?	3	17	48	64	257	389
		0.8	4.4	12.3	16.5	66.1	
2. Gestaltung der Klassenarbeiten							
2.1 Klassenarbeiten enthalten Aufgaben,							
302	2.11 die nur leichte Abwandlungen gegenüber den im Unterricht behandelten zeigen	112	171	78	27	3	391
		28.6	43.7	19.9	6.9	0.8	
303	2.12 die eine Anwendung des Gelernten auf relativ neuartige Gebiete erfordern	16	71	168	112	20	387
		4.1	18.3	43.4	28.9	5.2	
304	2.13 die zur Wahl gestellt werden	3	11	27	74	268	383
		0.8	2.9	7.0	19.3	70.0	
305	2.14 deren Bearbeitung freiwillig ist (Zusatzaufgaben)	10	13	85	96	183	387
		2.6	3.4	22.0	24.8	47.3	
2.2 Lassen Sie Klassenarbeiten schreiben mit							
306	2.21 nur leichten Aufgaben	1	5	18	98	232	354
		0.3	1.4	5.1	27.7	65.5	
307	2.22 nur mittelschweren Aufgaben	19	47	122	88	87	363
		5.2	12.9	33.6	24.2	24.0	
308	2.23 nur schwierigen Aufgaben	0	1	13	55	287	356
		0	0.3	3.7	15.4	80.6	
309	2.24 leichten, mittleren und schwierigen Aufgaben	263	100	18	4	4	389
		67.6	25.7	4.6	1.0	1.0	
2.3 Anzahl der Aufgaben in einer Arithmetik-Arbeit							
310	2.31 bis 3 Aufgaben	42	17	48	88	153	348
		12.1	4.9	13.8	25.3	44.0	
311	2.32 4 bis 7 Aufgaben	156	117	52	21	24	370
		42.2	31.6	14.1	5.7	6.5	
312	2.33 mehr als 7 Aufgaben	20	18	53	98	163	352
		5.7	5.1	15.1	27.8	46.3	

2.4 Durchschnittliche Zeitdauer der Klassenarbeiten		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
313	2.41 zwei Schulstunden	7	6	17	58	279	367
		1.9	1.6	4.6	15.8	76.0	
314	2.42 eine Schulstunde	337	41	7	6	1	392
		86.0	10.5	1.8	1.5	0.3	
315	2.43 weniger als eine Schulstunde	3	3	12	53	296	367
		0.8	0.8	3.3	14.4	80.7	
3. Zweck der Klassenarbeit. (Bitte verteilen Sie 100 Punkte nach dem Gewicht, das Sie den einzelnen Aspekten beimessen.)							
316	3.1 Notwendiger Impuls für den Schüler, verstärkt zu arbeiten					\bar{X}	
					Punkte	20.9	
317	3.2 Mittel zur Überprüfung des eigenen Unterrichts				Punkte	21.2	
318	3.3 Grundlage für die Notengebung				Punkte	36.98	
319	3.4 Grundlage für Selbsteinschätzung des Schülers				Punkte	20.66	
4. Welches relative Gewicht bei der Zensurierung einer Klassenarbeit haben die folgenden Kriterien? Bitte verteilen Sie 100 Punkte auf die 6 Kriterien.							
320	4.1 der richtige Ansatz				Punkte	31.69	
321	4.2 die richtige Durchführung				Punkte	31.38	
322	4.3 das richtige Ergebnis				Punkte	14.62	
323	4.4 Sauberkeit der Anordnung oder Zeichnung				Punkte	9.8	
324	4.5 Orthographie				Punkte	2.05	
325	4.6 richtiger Ausdruck und klarer Stil				Punkte	10.61	
		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
326	5.1 Legen Sie den Bewertungsmaßstab (z.B. Punkte) für die richtige Lösung einer Aufgabe vor der Klassenarbeit fest?	136	109	54	53	38	390
		34.9	27.9	13.8	13.6	9.7	
327	5.2 Legen Sie vor der Klassenarbeit fest, wie viele richtig gelöste Aufgaben (bzw. Punkte o.ä.) für eine ausreichende Zensur notwendig sind?	130	108	53	47	52	390
		33.3	27.7	13.6	12.1	13.3	
328	5.3 Geben Sie Ihren Bewertungsmaßstab vor der Klassenarbeit bekannt?	40	35	52	72	192	391
		10.2	9.0	13.3	18.4	49.1	
6. Erläutern Sie den Schülern die Beurteilungskriterien							
329	6.1 bei Klassenarbeiten	207	110	55	16	3	391
		52.9	28.1	14.1	4.1	0.8	
330	6.2 bei Zeugniszensuren	169	102	73	34	10	388
		43.6	26.3	18.8	8.8	2.6	

7. Erläutern Sie die gegebenen Zensuren		4 sehr oft	3 oft	2 manch- mal	1 selten	0 nie	
331	7.1 vor der Klasse	129	102	92	49	19	391
		33.0	26.1	23.5	12.5	4.9	
332	7.2 gegenüber dem einzelnen Schüler	104	108	145	32	1	390
		26.7	27.7	37.2	8.2	0.3	
333	8. Begründen und diskutieren Sie die Zensuren?	102	99	117	53	14	385
		26.5	25.7	30.4	13.8	3.6	

334 9. Wie groß ist das Gewicht, das Sie der *mündlichen* Leistung bei der Bestimmung der Zeugniszensur beimessen?

Der Anteil der mündlichen Leistung beträgt:

	196	384
ca. 1/2 der Zensur	51.0	
	169	
ca. 1/4 der Zensur	44.0	
	19	
weniger als 1/4 der Zensur	4.9	

XII.

335	Haben Sie die Klasse am Beginn oder während dieses Schuljahres übernommen?	ja	283	nein	108	391
	Wenn ja,		72.4		27.6	
336	weichen Ihre Unterrichtsmethoden von denen Ihres Vorgängers wesentlich ab?	ja	51	nein	156	207
	Wenn ja,		24.6		75.4	
337	worin bestehen die Hauptunterschiede?					
					
					
					
					

7. Literaturverzeichnis

- Achtenhagen, F.: „Analyse der Mathematikdidaktik — analysiert von einem Nicht-Mathematiker“. In: Pädagogische Rundschau, 25. Jg. (1971), H. 8, S. 538—549.
- Aebli, H.: Psychologische Didaktik. Stuttgart 1963 a.
- Aebli, H.: Über die geistige Entwicklung des Kindes. Stuttgart 1963 b.
- Andelfinger, B., und Nestle, F.: Wege zu einer neuen Schulmathematik. Freiburg 1967.
- Anderson, H. H., und Brewer, H. M.: „Studies of Teachers' Classroom Personalities: Dominative and Socially Integrative Behavior of Kindergarten Teachers“. In: Applied Psychology Monographs, Bd. 6 (1945), S. 9—156.
- Antenbrink, H.: Unterricht als Determinante kognitiven Lernens. Eine Untersuchung über die Auswirkungen von didaktischen Instruktionmethoden auf kognitive Lernprozesse. Weinheim 1973. (Zuerst erschienen als Dissertation, Univ. Heidelberg, Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät, unter dem Titel: Die Instruktion als Determinante kognitiven Lernens.)
- Atkinson, R. C.: „Ingredients for a Theory of Instruction“. In: American Psychologist, Bd. 27 (1972), S. 921—931.
- Barker-Lunn, J. C.: Streaming in the Primary School. Slough, Bucks. National Foundation for Educational Research in England and Wales, 1970.
- Barth, N., Hoffmann, K., Kitschke, K. H., Schmitt, R., Weltner, K., und Wiesener, H.: „Wurde eine Chance vertan? Anmerkungen zu den Hessischen Rahmenrichtlinien Physik, Sekundarstufe I“. In: Die Deutsche Schule, Bd. 12 (1974), S. 826—837.
- Barth, R. S.: Open Education and the American School. New York 1972.
- Bauersfeld, H.: „Kann man den Lehrern einen Vorwurf machen?“ In: Gesamtschule, 8. Jg. (1976), H. 2, S. 8—11.
- Bauersfeld, H.: „Forschung zum Prozeß des Mathematiklernens: Trend-Report“. In: Schriftenreihe des Instituts für Didaktik der Mathematik, Bd. 10 (1977), S. 13—28.
- Bauersfeld, H.: „Kommunikationsmuster im Mathematikunterricht. Eine Analyse am Beispiel der Handlungsverengung durch Antworterwartung“. In: Bauersfeld, H. (Hrsg.): Fallstudien und Analysen zum Mathematikunterricht. Hannover 1978, S. 158—170.
- Beckmann, H.-K., Heimann, P., Klafki, W., Nipkow, K. E., Roeder, P.-M., Schulz, W., und Seiffert, H.: Das Problem der Didaktik. München 1973.
- Bellack, A. A., Hyman, R. T., Smith, F. L., und Kliebard, H. M.: The Language of the Classroom. New York 1966.
- Bennett, N.: Teaching Styles and Pupil Progress. London 1976.
- Berliner, D. C., und Cahen, L. S.: „Trait-treatment Interaction and Learning.“ In: Kerlinger, F. N. (Hrsg.): Review of Research in Education. Itasca, Ill., 1973, S. 58—94.
- Biddle, B. J.: „Methods and Concepts in Classroom Research“. In: Review of Educational Research, Bd. 37 (1967), S. 337—357.
- Biddle, B. J., und Ellena, W. J.: Contemporary Research on Teacher Effectiveness. New York 1964.

- Bloom, B. S.: „Individuelle Unterschiede in der Schulleistung: ein überholtes Problem?“ In: Edelstein, W., und Hopf, D. (Hrsg.): Bedingungen des Bildungsprozesses. Stuttgart 1973, S. 251—270.
- Bloom, B. S.: „Implications of the IEA Studies for Curriculum and Instruction“. In: School Review, Bd. 82 (1974), S. 413—435.
- Bourbaki, N.: Elemente der Mathematikgeschichte. Göttingen 1971.
- Bracht, G. H.: „Experimental Factors Related to Aptitude-treatment Interactions“. In: Review of Educational Research, Bd. 40 (1970), S. 627—645.
- Brophy, J. E., und Good, T. L.: Die Lehrer-Schüler-Interaktion. München 1976.
- Bruner, J.: Der Prozeß der Erziehung. Düsseldorf 1970.
- Brunner, E. J.: „Verhaltensmodifikation in der Schulklasse und das Kommunikationssystem ‚Lehrer—Schüler‘“. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, 24. Jg. (1977), H. 1, S. 37—43.
- Buffie, E. G., Welch, R. C., und Paige, D. D.: Mathematics: Strategies of Teaching. Englewood Cliffs, N.J., 1968.
- Butcher, H. J.: Human Intelligence. Its Nature and Assessment. London 1968.
- Carroll, J. B.: „Ein Modell schulischen Lernens“. In: Edelstein, W., und Hopf, D. (Hrsg.): Bedingungen des Bildungsprozesses. Stuttgart 1973, S. 234—250.
- Caselmann, Ch.: Wesensformen des Lehrers. Versuch einer Typenlehre. 3. erw. Aufl., Stuttgart 1964.
- Costin, F.: „Empirical Test of the ‚Teacher-centered‘ versus ‚Student-centered‘ Dichotomy“. In: Journal of Educational Psychology, Bd. 62 (1971), H. 5, S. 410—412.
- Cronbach, L. J., und Snow, R. E.: Individual Differences in Learning Ability as a Function of Instructional Variables. Stanford 1969.
- Damerow, P.: Die Reform des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I. Eine Fallstudie zum Einfluß gesellschaftlicher Rahmenbedingungen auf dem Prozeß der Curriculumreform. Bd. 1: Reformziele, Reform der Lehrpläne. Stuttgart 1977.
- Damerow, P.: „Ideologie des Mathematikunterrichts“. In: Volk, D. (Hrsg.): Kritische Stichwörter zum Mathematikunterricht. München 1979a, S. 100—113.
- Damerow, P.: „Reformanteil 55, 555...%“. Berlin 1979b (hektographiertes Mskr.).
- Damerow, P.: Die Reform der Sekundarstufe I. Bd. 2: Reform der Lehrmittel (in Vorbereitung).
- Damerow, P., Elwitz, U., Keitel, Ch., und Zimmer, J.: Elementarmathematik: Lernen für die Praxis? Ein exemplarischer Versuch zur Bestimmung fachüberschreitender Curriculumziele. Stuttgart 1974.
- Dessart, D. J., und Frandsen, H.: „Research on Teaching Secondary-school Mathematics“. In: Travers, R. W. M. (Hrsg.): Second Handbook of Research on Teaching. Chicago, Ill., 1973, S. 1177—1195.
- Dienes, Z. P.: Aufbau der Mathematik. Freiburg 1965.
- Dienes, Z. P.: Methodik der modernen Mathematik. Freiburg 1970.
- Department of Health, Education and Welfare: „Do Teachers Make a Difference?“ A Report of Recent Research on Pupil Achievement. Washington, D.C., 1970.
- Department of Health, Education and Welfare: „How Teachers make a Difference“. Washington, D.C., 1971.

- Düker, H., und Tausch, R.: „Über die Wirkung der Veranschaulichung von Unterrichtsstoffen auf das Behalten“. In: Weinert, F. (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Köln und Berlin 1967, S. 201—215.
- Dunkin, M. J., und Biddle, B. J.: *The Study of Teaching*. New York 1974.
- Edelstein, W.: „Das ‚Projekt Schulleistung‘ im Institut für Bildungsforschung der Max-Planck-Gesellschaft“. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, 16. Jg. (1970), H. 4, S. 517—529.
- Edelstein, W.: *Deutschunterricht. Empirische Analysen zur kognitiven Struktur eines Schulfaches (in Vorbereitung)*.
- Edelstein, W., und Hopf, D. (Hrsg.): *Bedingungen des Bildungsprozesses. Psychologische und pädagogische Forschungen zum Lehren und Lernen in der Schule*. Stuttgart 1973.
- Edelstein, W., Sang, F., und Stegelmann, W.: *Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse des Gymnasiums in der BRD (Teil I)*. Berlin 1968.
- Einsiedler, W.: *Lehrstrategien und Lernerfolg. Eine Untersuchung zur lehrziel- und schülerorientierten Unterrichtsforschung*. Weinheim 1976.
- Emmer, E., und Peck, R. F.: „Dimensions of Classroom Behavior“. In: *Journal of Educational Psychology*, Bd. 64 (1973), H. 2, S. 223—240.
- Ennis, R. H.: *Logic in Teaching*. Englewood Cliffs, N.J., 1969.
- Erlich, O., und Shavelson, R.: *The Application of Generalizability Theory to the Study of Teaching. Beginning Teacher Evaluation Study, Technical Report 76-9-1*. Far West Laboratory. San Francisco, Calif., 1976.
- Fettweiss, E., und Schlechtweg, H.: *Didaktik und Methodik des Rechenunterrichts*. Paderborn 1965.
- Fey, J.: „Classroom Teaching of Mathematics“. In: *Review of Educational Research*, Bd. 39 (1969), H. 4, S. 535—551.
- Fladt, K.: *Didaktik und Methodik des mathematischen Unterrichts*. Frankfurt a. M. 1950.
- Flammer, A.: „Wechselwirkung zwischen Schülermerkmal und Unterrichtsmethode“. In: *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, Bd. 5 (1973), H. 2, S. 130—147.
- Flammer, A.: *Individuelle Unterschiede im Lernen*. Weinheim 1975.
- Flanders, N. A.: „Teacher Influence in the Classroom“. In: Amidon, E. J., und Hough, J. B. (Hrsg.): *Interaction Analysis: Theory, Research and Application*. Reading, Mass., 1967, S. 103—116.
- Flanders, N. A.: *Analyzing Teacher Behavior*. Reading, Mass., 1970.
- Flanders, N. A., und Simon, A.: „Teacher Effectiveness“. In: Ebel, R. L. (Hrsg.): *Encyclopedia of Educational Research*. Chicago, Ill., 1969, S. 1423—1437.
- Foster, J.: *Aktives Lernen — Konzeption des entdeckenden Lernens im Primarbereich*. Ravensburg 1974.
- Frech, H. W.: „Kontrollierte Beobachtung verbaler Verhaltensweisen von Lehrern und Schülern“. In: *Neue Sammlung*, 11. Jg. (1971), H. 1, S. 87—108.
- Freese, H.-L.: „Unterrichtsmethoden“. In: *Fernstudienlehrgang Erziehungswissenschaft des Deutschen Instituts für Fernstudien an der Universität Tübingen. Montageteil VII, Studienbriefe 1 und 2*. Tübingen 1977.

- Freudenthal, H.: „Was ist Axiomatik und welchen Bildungswert kann sie haben?“ In: *Der Mathematikunterricht*, 9. Jg. (1963), H. 4, S. 5—29.
- Fürntratt, E.: „Zur Bestimmung der Anzahl interpretierbarer gemeinsamer Faktoren in Faktorenanalysen psychologischer Daten“. In: *Diagnostica*, Bd. 15 (1969), S. 62—75.
- Gage, N. L.: „Teaching Methods“. In: Ebel, R. L. (Hrsg.): *Encyclopedia of Educational Research*. Chicago, Ill., 1969, S. 1446—1458.
- Gage, N. L.: „An Analytical Approach to Research on Instructional Methods.“ In: Clavizio, H. F., Craig, R. C., und Mehrens, W. A. (Hrsg.): *Contemporary Issues in Educational Psychology*. Boston 1970 a, S. 67—82.
- Gage, N. L. (Hrsg.): *Handbuch der Unterrichtsforschung*. Bd. 1, 2 und 3. Weinheim 1970 b (deutsche Bearbeitung durch Ingenkamp, K., und Parey, E.).
- Gage, N. L.: *Teacher Effectiveness and Teacher Education. The Search for a Scientific Basis*. Palo Alto, Calif., 1972.
- Gage, N. L. (Hrsg.): *The Psychology of Teaching Methods. The 75th Yearbook of the National Society for the Study of Education*. Chicago, Ill., 1976.
- Gage, N. L.: *The Scientific Basis of the Art of Teaching*. New York 1978.
- Gage, N. L., und Unruh, W. R.: „Theoretical Formulations for Research on Teaching“. In: *Review of Educational Research*, Bd. 37 (1967), S. 358—370.
- Gattegno, C.: *Zur Didaktik des Mathematikunterrichts*. Hannover, Bd. 1 (1969), Bd. 2 (1971).
- Glaser, R.: „Lernen und individuelle Unterschiede“. In: Edelstein, W., und Hopf, D. (Hrsg.): *Bedingungen des Bildungsprozesses*. Stuttgart 1973, S. 332—350.
- Glass, G. V.: „Primary, Secondary, and Meta-Analysis of Research“. In: *The Educational Researcher*, Bd. 5 (1976), H. 10, S. 3—8.
- Good, T. L., Sines, J. N., und Brophy, J. E.: „Effects of Teacher Sex, Student Sex and Student Achievement on Classroom Interaction“. In: *Journal of Educational Psychology*, Bd. 65 (1973), S. 74—87.
- Griesel, H.: „Stand und Tendenzen der Fachdidaktik Mathematik in der Bundesrepublik Deutschland“. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, 21. Jg. (1975), H. 1, S. 19—31.
- Grieve, T. D., und Davis, J. K.: „The Relationship of Cognitive Style and Method of Instruction of Performance in Ninth Grade Geography“. In: *Journal of Educational Research*, Bd. 65 (1971), H. 3, S. 137—141.
- Guilford, J. P.: *Psychometric Methods*. New York 1954.
- Handbuch der Unterrichtsplanung und Curriculumentwicklung nach Hilda Taba*. Übersetzt und bearbeitet von Reindel, H., unter Mitarbeit von Edelstein, W., Hopf, D., und Petry, C. Stuttgart 1974.
- Harman, H. H.: *Modern Factor Analysis*. 2. Aufl., Chicago, Ill., 1967.
- Hausmann, G.: *Didaktik als Dramaturgie des Unterrichts*. Heidelberg 1959.
- Henderson, K. B.: „Forschung im Bereich des Mathematikunterrichts in den Höheren Schulen“. In: Gage, N. L. (Hrsg.): *Handbuch der Unterrichtsforschung*. Bd. 1, 2 und 3. Weinheim 1970 b (deutsche Bearbeitung durch Ingenkamp, K., und Parey, E.).
- Herrmann, T.: *Psychologie der Erziehungsstile*. Göttingen 1966.
- Hilgard, E. R.: „Zur Beziehung zwischen Lerntheorie und Unterrichtspraxis“. In:

- Dohmen, G., Maurer, F., und Popp, W. (Hrsg.): *Unterrichtsforschung und didaktische Theorie*. München 1970, S. 173—187.
- Hopf, D.: „Forschungsstand, Forschungsschwerpunkte und Institutionalisierung der pädagogischen Diagnostik“. In: Roth, H., und Friedrich, K. (Hrsg.): *Bildungsforschung. Probleme — Perspektiven — Prioritäten. Gutachten und Studien der Bildungskommission des Deutschen Bildungsrates*. Bd. 51, Stuttgart 1975, S. 219ff.
- Hopf, D.: *Differenzierung in der Schule*. 2. Aufl., Stuttgart 1976.
- Hopf, D., Krappmann, L., und Scheerer, H.: „Aktuelle Probleme der Grundschule“. In: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Projektgruppe Bildungsbericht: *Bildung in der Bundesrepublik Deutschland. Daten und Analysen*. Rowohlt und Klett-Cotta, Stuttgart 1980.
- Ingenkamp, K. H. (Hrsg.): *Die Fragwürdigkeit der Zensurengebung. Texte und Untersuchungsberichte*. Weinheim 1971.
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA): „What do Children Know?“ In: *Comparative Education Review, Special Issue*, Bd. 18 (1974), H. 2, S. 152—333.
- Jackson, P. W.: *Life in Classrooms*. New York 1968.
- Jackson, P. W.: „Die Welt des Schülers“. In: Edelstein, W., und Hopf, D. (Hrsg.): *Bedingungen des Bildungsprozesses*. Stuttgart 1973, S. 13—29.
- Jansen, R.: „Lehrbücher und ihre Umsetzung im Mathematikunterricht der 5. und 6. Schuljahre — Ergebnisse einer Umfrage“. In: *Materialien und Studien des Instituts für Didaktik der Mathematik*. Bd. 3, Bielefeld 1976, S. 5—31.
- Joyce, B., und Well, M.: *Models of Teaching*. Englewood Cliffs, N.J., 1972.
- Jung, W.: „Unterrichtsziele im Mathematikunterricht in der differenzierten Gesamtschule“. In: *Lernziele der Gesamtschule. Gutachten und Studien der Bildungskommission des Deutschen Bildungsrates*. Bd. 12, Stuttgart 1969, S. 81—87.
- Kasper, H., und Piechorowski, A. (Hrsg.): *Offener Unterricht an Grundschulen. Berichte englischer Lehrer*. Ulm 1978.
- Keitel, Ch.: „Beiträge zum Mathematikunterricht 1967—1973“. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, Bd. 21 (1975), H. 1, S. 125—130.
- Keitel, Ch.: „Plädoyer für ein Modell empirischer Unterrichtsforschung“. In: *Forschungsbeiträge zum Mathematikunterricht I, Materialien und Studien*, Bd. 8, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld. Bielefeld 1977, S. 70—79.
- Keitel, Ch.: „Entwicklungen im Mathematikunterricht“. In: *Bildung in der Bundesrepublik Deutschland. Daten und Analysen*. Herausgegeben von der Projektgruppe Bildungsbericht des Max-Planck-Instituts für Bildungsforschung. Rowohlt und Klett-Cotta, Stuttgart 1980.
- Kirsten, R. E.: *Lehrerverhalten. Untersuchungen und Interpretationen. Mit einem Anhang für die empirische Arbeit in der Schulklasse: Selbsterfahrungsprogramm für Lehrer, Unterrichtsbeobachtung und -analyse, soziometrische Untersuchungsverfahren, gruppenspezifische Spiele*. Stuttgart 1973.
- Klafki, W.: *Das pädagogische Problem des Elementaren und die Theorie der kategorialen Bildung*. Weinheim 1963.
- Lenné, H.: *Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland*. Stuttgart 1969.

- Lewin, K., Lippitt, R., und White, R.: „Patterns of Aggressive Behavior in Experimentally Created ‚Social Climates‘“. In: *Journal of Social Psychology*, Bd. 10 (1939), S. 271—299.
- Lewis, E. G., und Massad, C. E.: *The Teaching of English as a Foreign Language in Ten Countries: An Empirical Study*. Stockholm 1975 (International Studies in Evaluation, Bd. 4).
- Lietzmann, W.: *Methodik des mathematischen Unterrichts*. Bd. 1: Leipzig 1919 (1. Aufl.), 1924 (2. Aufl.); Bd. 2: Leipzig 1916 (1. Aufl.), 1923 (2. Aufl.).
- Lietzmann, W.: *Methodik des mathematischen Unterrichts*. Bearbeitet von Stender, R., 3. Aufl., Heidelberg 1961.
- Lindvall, C. M., und Bolvin, J. O.: „Programmed Instruction in the Schools. An Application of Programming Principles in Individually Prescribed Instruction“. In: Lange, P. C.: *Programmed Instruction*. 66th Yearbook of the National Society for the Study of Education, Part II. Chicago, Ill., 1967, S. 156—188.
- McKeachie, W. J.: „Motivation, Lehrmethode und Lernen in Hochschulen“. In: Weinert, F. (Hrsg.): *Pädagogische Psychologie*. Köln und Berlin 1967, S. 159—187.
- Malsch, F.: „Erfahrungen mit dem mathematischen Aufsatz“. In: *Der Gymnasialunterricht*, Reihe II (1962), H. 1, S. 78—91.
- Medley, D. M.: *Teacher Competence and Teacher Effectiveness. A Review of Process/Product Research*. Washington, D. C.: American Association of Colleges of Teacher Education, 1977.
- Medley, D. M., und Mitzel, H. E.: „Dimensions of Teachers' Classroom Behavior“. In: *Journal of Educational Psychology*, Bd. 49 (1958), S. 86—92.
- Medley, D. M., und Mitzel, H. E.: „Verhalten im Unterricht. Seine Erfassung durch Beobachtungsverfahren“. Deutsche Bearbeitung durch Schultz, W., u. a. In: Gage, N. L. (Hrsg.): *Handbuch der Unterrichtsforschung*. Weinheim 1970b, S. 632.
- Meschkowski, H. (Hrsg.): *Didaktik der Mathematik*. Bd. 2: Sekundarstufe I. Stuttgart 1972.
- Meux, M. O., und Smith, B. O.: „Logical Dimensions of Teacher Behavior“. In: Biddele, B. J., und Ellena, W. J. (Hrsg.): *Contemporary Research on Teacher Effectiveness*. New York 1964.
- National Society for the Study of Education (NSSE): *Mathematics Education*. Yearbook LXIX, Teil I, Chicago, Ill., 1970.
- Naumann, J.: *Medien-Märkte und Curriculumrevision in der BRD. Eine bildungsökonomische Studie zu den Entstehungsbedingungen und Verbreitungsmechanismen von Lernmitteln und Unterrichtstechnologien*. Berlin 1974.
- Nickel, H.: „Stile und Dimensionen des Lehrerverhaltens in der sozialen Interaktion mit Schülern und ihre Bedeutung für Erziehung und Unterricht“. In: Betzen, K., und Nipkow, K. E. (Hrsg.): *Der Lehrer in Schule und Gesellschaft*. München 1971, S. 140—181.
- Nuthall, G., und Snook, J.: „Contemporary Models of Teaching“. In: Travers, R. W. M. (Hrsg.): *Second Handbook of Research on Teaching*. Chicago, Ill., 1973, S. 47—76.
- Olson, D. R.: „On a Theory of Instruction. Why Different Forms of Instruction Result in Similar Knowledge“. In: *Interchange*, Bd. 3 (1972), H. 1, S. 9—24.

- Pawlik, K.: Dimensionen des Verhaltens. Eine Einführung in Methodik und Ergebnisse faktorenanalytischer psychologischer Forschung. Stuttgart 1968.
- Petrat, G., u. a.: Prozeßorientierter Unterricht. München 1977.
- Plowden, Lady B., u. a.: Children and their Primary Schools: A Report of the Central Advisory Council for Education. London: Her Majesty's Stationery Office, 1967. Deutsch: Kinder, Schule, Elternhaus. Eine Untersuchung über das Englische Primarschulwesen. Herausgegeben von Belser, H., Roeder, P. M., und Thomas, H., Frankfurt a.M. 1972.
- Postlethwaite, T. N.: „The Surveys of the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)“. In: Purves, A. C., und Levine, D. U. (Hrsg.): Educational Policy and International Assessment. Berkeley, Calif., 1975, S. 1—32.
- Purves, A. C., and Levine, D. U. (Hrsg.): Educational Policy and International Assessment. Implication of the IEA Surveys of Achievement. Berkeley, Calif., 1975.
- Rittelmeyer, Ch.: Die empirische Geltungsbegründung erziehungswissenschaftlicher Theorien. Göttingen: Phil. Diss. 1973.
- Roeder, P. M.: Dimensionen der Schulleistung. Modelle der Differenzierung in Abhängigkeit von Leistungsdimensionen einzelner Fächer. Stuttgart 1974.
- Roeder, P. M.: Developments of Classroom Interaction Analysis in the Federal Republic of Germany. Paper presented at the Teacher Training Institute of the University of Helsinki. Berlin 1976 (hektographiertes Manuskript).
- Roeder, P. M., und Schümer, G.: Unterricht als Sprachlernsituation. Eine empirische Untersuchung über die Zusammenhänge der Interaktionsstrukturen mit der Schülersprache im Unterricht. Düsseldorf 1976.
- Romberg, R. A.: „Current Research in Mathematics Education“. In: Review of Educational Research, Bd. 39 (1969), H. 4, S. 473—491.
- Rosenshine, B.: Teaching Behaviors and Student Achievement. London 1971 (IEA Studies Series No. 1). National Foundation for Educational Research in England and Wales.
- Rosenshine, B., und Furst, N. F.: „Research on Teacher Performance Criteria“. In: Smith, B. O. (Hrsg.): Research in Teacher Education: A Symposium. Englewood Cliffs, N.J., 1971.
- Roth, L. (Hrsg.): Beiträge zur empirischen Unterrichtsforschung. Hannover 1969.
- Roth, L. (Hrsg.): Effektiver Unterricht. München 1972.
- Roth, L., und Petrat, G. (Hrsg.): Unterrichtsanalysen in der Diskussion. Hannover 1974.
- Rumpf, H.: 40 Schultage. Tagebuch eines Studienrats. Braunschweig 1966.
- Ryans, D. G.: „Einige Beziehungen zwischen Schülerverhalten und gewissen Verhaltensweisen des Lehrers“. In: Weinert, F. (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Köln und Berlin 1967, S. 323—335.
- Sang, F.: Elternreaktionen auf Schulleistung. Bedingungen und Konsequenzen Leistung erklärender Attributionen. Stuttgart 1977.
- Sang, F., und Vollmer, H. J.: Allgemeine Sprachfähigkeit und Fremdspracherwerb. Zur Struktur von Leistungsdimensionen und linguistischer Kompetenz des Fremdsprachenlerner. Berlin 1978 (Diskussionsbeiträge aus dem Institut für Bildungsforschung, Bd. 1).

- Schuberth, E.: Die Modernisierung des mathematischen Unterrichts. Ihre Geschichte und Probleme unter besonderer Berücksichtigung von Felix Klein, Martin Wagenschein und Alexander J. Wittenberg. Stuttgart 1971.
- Schubring, G.: Das genetische Prinzip in der Mathematik-Didaktik. Stuttgart 1978.
- Shavelson, R., und Dempsey, N.: Generalizability of Measures of Teacher Effectiveness and Teaching Process. Far West Laboratory for Educational Research and Development. Technical Report 75-4-2, Beginning Teacher Evaluation Study. San Francisco, Calif., 1975.
- Shulman, L. S.: „Reconstruction of Educational Research“. In: Review of Educational Research, Bd. 40 (1970), H. 3, S. 371—396.
- Skowronek, H.: Psychologische Grundlagen einer Didaktik der Denkerziehung. Kognitive Prozesse und kognitive Strukturen. Berlin 1968.
- Smith, B. O., und Meux, M. O.: A Study of the Logic of Teaching. Urbana, Ill., 1962.
- Snow, C. P.: The Two Cultures: and a Second Look. Cambridge, Mass., 1964.
- Snow, R. E.: „Theory Construction for Research on Teaching“. In: Travers, R. M. W. (Hrsg.): Second Handbook of Research on Teaching. Chicago 1973, S. 77 ff.
- Snow, R. E., und Cronbach, L.: Aptitude and Instructional Methods: A Handbook for Research on Interaction. New York 1976.
- Soar, R. S.: An Integrative Approach to Classroom Learning. Philadelphia 1966.
- Soltz, D. F.: The Various Teacher: Subject, Matter, Style, and Strategy in the Primary Classroom. Paper Presented at the 1976 Annual Meeting of the American Educational Research Association. San Francisco, Calif., 1976.
- Stallings, J. A., und Kaskowitz, D.: Follow Through Classroom Observation Evaluation, 1972—1973. Stanford, 1974.
- Stegemann, W.: „Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse der Gymnasien in der BRD: Mathematik“. In: Edelstein, W., Sang, F., und Stegemann, W.: Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse des Gymnasiums in der BRD (Teil I). Berlin 1968, S. 63—141.
- Steiner, G.: Mathematik als Denkerziehung. Eine psychologische Untersuchung über die Rolle des Denkens in der mathematischen Früherziehung. Stuttgart 1973.
- Stoller, D.: „Anspruch und Wirklichkeit der Reform des Mathematikunterrichts. Zur Aktualität von Martin Wagenscheins Didaktik“. In: Neue Sammlung, 18. Jg. (1978), H. 6, S. 540—560.
- Strässer, R.: Mathematik und ihre Verwendung — eine Analyse von Schulbüchern. Münster: Phil. Diss. 1974.
- Suydam, M. N.: Annotated Compilation of Research on Secondary School Mathematics, 1930—1970. Bd. 1: Introduction, Compilation of Articles. University Park, Penn., 1972 (ERIC-Reports No. ED 062165). Bd. 2: Compilation of Dissertations, Summary and Conclusions (ERIC-Reports No. ED 062166).
- Suydam, M. N., und Weaver, J. F.: „Research on Mathematics Education. Reported in 1970“. In: Journal for Research in Mathematics Education, Bd. 2 (1971), S. 257—298.
- Suydam, M. N., und Weaver, J. F.: „Research on Mathematics Education. Reported in 1971“. In: Journal for Research in Mathematics Education, Bd. 3 (1972), S. 196—232.

- Suydam, M. N., und Weaver, J. F.: „Research on Mathematics Education. Reported in 1972“. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Bd.4 (1973), S.205—242.
- Suydam, M. N., und Weaver, J. F.: „Research on Mathematics Education. Reported in 1975“. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Bd.7 (1976), H.4, S.193—256.
- Tausch, R., und Tausch, A. M.: *Erziehungspsychologie*. Göttingen 1963.
- Thorndike, R. L.: *Reading Comprehension Education in Fifteen Countries. An Empirical Study*. International Studies in Evaluation III. Stockholm: International Association for the Evaluation of Educational Achievement, 1973.
- Thorndike, R. L.: „The Relation of School Achievement to Differences in the Backgrounds of Children“. In: Purves, A. C., und Levine, D. U. (Hrsg.): *Educational Policy and International Assessment*. Berkeley, Calif., 1975, S.93—103.
- Travers, R. W. M. (Hrsg.): *Second Handbook of Research on Teaching*. Chicago, Ill., 1973.
- Treiber, B., Weinert, F. E., und Groeben, N.: „Bedingungen individuellen Unterrichtserfolgs“. In: *Zeitschrift für Pädagogik*, 22. Jg. (1976), H. 2, S. 153—179.
- Treumann, K.: *Dimensionen der Schulleistung. Leistungsdimensionen im Mathematikunterricht*. Stuttgart 1974 (Gutachten und Studien der Bildungskommission des Deutschen Bildungsrates, Bd.21, Teil 2).
- Wagenschein, M.: „Beispiele für mathematische Aufsätze“. In: *Hessische Beiträge zur Schulreform*, 2. Jg. (1950), S. 24—35.
- Wagenschein, M.: *Zum Begriff des Exemplarischen Lernens*. Weinheim 1966.
- Wagenschein, M.: *Verstehen lehren. Genetisch, sokratisch, exemplarisch*. Weinheim 1968.
- Wagenschein, M.: *Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken*. Bd. 1: Stuttgart 1965; Bd. 2: Stuttgart 1970.
- Wagenschein, M.: „Unterrichtsgespräch über das Nicht-Abbrechen der Primzahlenfolge“. In: Flitner, A., und Scheuerl, H. (Hrsg.): *Einführung in pädagogisches Sehen und Denken*. München 1973, S. 211—222.
- Walberg, H. J.: „A Model for Research on Instruction“. In: *School Review*, Bd. 78 (1970), S. 185—200.
- Walberg, H. J.: „Models of Optimizing and Individualizing School Learning“. In: *Interchange*, Bd. 2 (1972), H. 3, S. 15—27.
- Wallen, N. E., und Travers, R. M. W.: „Analysis and Investigation of Teaching Methods“. In: Gage, N. L. (Hrsg.): *Handbook of Research on Teaching*. Chicago, Ill., 1963, Kap. 10.
- Weinert, F. (Hrsg.): *Pädagogische Psychologie*. Köln und Berlin 1967.
- Wertheimer, M.: *Produktives Denken*. Frankfurt a.M. 1957.
- Wiesenhütter, U.: *Das Drankommen der Schüler im Unterricht*. München 1961.
- Winnefeld, F.: *Pädagogischer Kontakt und pädagogisches Feld*. München 1957.
- Withall, J.: „The Development of a Technique for the Measurement of Social-emotional Climate in Classrooms“. In: *Journal of Experimental Education*, Bd. 17 (1949), S. 347—361.
- Wittenberg, A. I.: *Bildung und Mathematik*. Stuttgart 1963.

- Wittenberg, A. I.: „Genetischer Mathematikunterricht“. In: Neue Sammlung, 4. Jg. (1964), S. 210—216.
- Wittmann, E.: Grundfragen des Mathematikunterrichts. Braunschweig 1974.
- Wittmann, E.: „Zur Rolle von Prinzipien in der Mathematik-Didaktik“. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hannover 1975, S. 226—235.
- Wode, D.: „Logische Aspekte der Umgangssprache im Mathematikunterricht“. In: Mathematisch Naturwissenschaftlicher Unterricht, Bd. 24 (1971), H. 1, S. 29—36.
- Wright, E. M. J., und Proctor, V. H.: Systematic Observation of Verbal Interaction as a Method of Comparing Mathematics Lessons. St. Louis, Mo., 1961.
- Wright, C. J., und Nuthall, G.: „Relationships between Teacher Behaviors and Pupil Achievement in Three Experimental Elementary Science Lessons“. In: American Educational Research Journal, Bd. 7 (1970), S. 477—491.
- Zeiber, H., Zeiber, H. J., und Krüger, H.: Textschreiben als produktives und kommunikatives Handeln. Beurteilung von Schüler texts, Bd. I, Stuttgart 1979.
- Zeiber, H., Zeiber, H. J., und Krüger, H.: Textschreiben als produktives und kommunikatives Handeln. Synergetischer Textunterricht, Bd. III, Stuttgart 1979.
- Zeiber, H.: Gymnasiallehrer und Reformen. Eine empirische Untersuchung über Einstellungen zu Schule und Unterricht. Stuttgart 1973.
- Zeiber, H. J.: Unterrichtsstoffe und ihre Verwendung in der 7. Klasse des Gymnasiums in der BRD (Teil II). Deutschunterricht. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung 1972.
- Zeisel, H.: Say It with Figures. New York 1957.
- Ziegenspeck, J.: Bestandsaufnahme: Orientierungsstufe. Braunschweig 1975.

Lehrbücher

- Hahn — v. Hanxleden: Mathematik für Gymnasien. Braunschweig: Verlag Vieweg und Sohn.
- v. Hanxleden — Hentze: Lehrbuch der Mathematik für höhere Lehranstalten. Braunschweig: Verlag Vieweg und Sohn Verlagsgesellschaft m.b.H.
- Kratz, J.: Geometrie, I. Teil. Ein Lehr- und Arbeitsbuch. 3. Aufl., München: Bayerischer Schulbuch-Verlag 1965. Best.-Nr. 624.
- Lambacher, T., und Schweizer, W.: Algebra 1. Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen. 16. Aufl., Stuttgart: Ernst Klett Verlag 1965. Best.-Nr. 7031.
- Rechnen und Raumlehre. 2. Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 14. Auflage, 1963. Best.-Nr. 7022.
- Geometrie 1, Ausgabe A (vorwiegend Abbildungsgedanke). Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen. 5. Aufl., Stuttgart: Ernst Klett Verlag 1965. Best.-Nr. 7045.
- Geometrie 1, Ausgabe E (vorwiegend euklidisch). Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen. 15. Aufl., Stuttgart: Ernst Klett Verlag 1965. Best.-Nr. 7041.
- Algebra 1. Mathematisches Unterrichtswerk. Stuttgart: Ernst Klett Verlag 1966. Best.-Nr. 7331.
- Rechnen und Raumlehre 2. Die rationalen Zahlen. Mathematisches Unterrichts-

- werk. Ausgabe B. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, 1966. Best.-Nr. 7322.
- Geometrie 1. Mathematisches Unterrichtswerk. Stuttgart: Ernst Klett Verlag 1969. Best.-Nr. 7341.
- Lindauers Mathematisches Unterrichtswerk. München: J. Lindauer-Verlag (Schaefer).
- Möhle, F., Simonis, P., und Kuypers, W.: Lehr- und Übungsbuch der Mathematik für höhere Schulen. Düsseldorf: Pädagogischer Verlag Schwann.
- Reidt, F., und Wolff, G.: Die Elemente der Mathematik. Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten. Kurzausgabe, Bd. 2, Mittelstufe. Geometrie und Einführung in die Ebene Trigonometrie. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1971. Best.-Nr. 3021.
- Die Elemente der Mathematik. Rechnen, H.3. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1963. Best.-Nr. 3003.
- Reidt, F., Wolff, G., und Athen, H.: Elemente der Mathematik. Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten. Rechnen und Geometrie. Vorstufe, H. 1. 2. verbesserte Aufl., Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1963. Best.-Nr. 3101.
- Elemente der Mathematik. Rechnen und Geometrie. Vorstufe, H. 2. 1. Aufl., Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1964. Best.-Nr. 3102.
- Elemente der Mathematik. Rechnen und Geometrie. Vorstufe, H. 3. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1964. Best.-Nr. 3110.
- Elemente der Mathematik. Geometrie und Trigonometrie. Mittelstufe, Bd. 2. Hannover: Hermann Schroedel Verlag KG, und Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh 1965. Best.-Nr. 3120.
- Reinhardt — Zeisberg: Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Schulen. Rechnen und Raumlehre, Teil 3. Unterstufe, Bd. 3. 11. Aufl., Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1962. Best.-Nr. 7053.
- Arithmetik und Algebra. Mittelstufe, Bd. 5. 12. Aufl., Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1964. Best.-Nr. 7055.
- Geometrie. Mittelstufe, Bd. 4. 12. Aufl., Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1964. Best.-Nr. 7054.
- Schröder, H., und Uchtmann, H.: Einführung in die Mathematik für allgemeinbildende Schulen. Rechnen und Geometrie 1. Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1965. Best.-Nr. 7071.
- Einführung in die Mathematik für allgemeinbildende Schulen. Algebra 1. Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1967. Best.-Nr. 7073.
- Einführung in die Mathematik für allgemeinbildende Schulen. Frankfurt a. M.: Verlag Moritz Diesterweg 1967. Best.-Nr. 7074.
- Titze, H.: Algebra. Ein Lehr- und Arbeitsbuch. 1. Teil. 3. Aufl., München: Bayerischer Schulbuch-Verlag 1965. Best.-Nr. 623.
- Wörle, K.: Rechnen und Raumlehre. Ein Lehr- und Arbeitsbuch. 2. Teil. 2. überarb. Aufl., München: Bayerischer Schulbuch-Verlag 1965. Best.-Nr. 603.

8. Index

Im Index sind die wichtigsten Fundstellen der Items 1 bis 337 des Fragebogens sowie 8 weitere Items (ALTER, SEX usw.) verzeichnet. Nicht aufgeführt sind diejenigen Stellen, an denen ein Item im Rahmen der Abhandlung der systematischen Itemgruppierung auftritt, zu welcher es gehört. Beispielsweise werden die Items 1 bis 21 (Lehrbuch) nicht für die Seiten 28 bis 40 (Abschnitt 2.1 — Lehrbuch —) nachgewiesen.

Item	Seite
1	134, 168 f.
3–7	168 f.
3	166
4	159
5	159, 183, 184
6	111, 159
7	183, 184
8	159, 183, 184
9	48, 134, 138, 168 f., 170, 223
10–16	129 f.
17	179, 183, 233
18	177, 178, 183, 224, 233
19–21	134
22–24	165
22–48	134
22	36, 164, 223
23	36, 164, 223
24	36, 164, 165
25	158, 166, 167, 176, 182
26	170, 173, 224
27	174, 189, 224
28	171, 172, 174
30	158
31	164, 165
32	75, 96, 97, 166, 177, 226
33	75, 96, 97, 171, 172, 226
34	96, 97, 177, 183, 184
35	223
36	36, 63, 176, 182, 184, 185, 188
37–40	165
37	159, 164

Item	Seite
38	165, 173, 182
39	164
40	159, 165, 176, 182, 224
41	36, 63, 171, 172, 185, 224
42	38, 63, 64, 103, 104, 134, 159, 184, 185, 224, 230
44	179
45	161
46	176, 224
47	36, 63, 64, 103, 104, 134, 184, 185, 224, 230
48	63, 171, 172, 182
49–81	56, 65
50	66, 189
51	66, 189
52	179, 181, 188
53	66, 67, 168f., 170, 174, 189
54	111, 168f., 169
55	66, 189
56	171, 176, 180
57	177, 180, 182
58	177, 180, 181, 182, 183, 185
59	159, 173, 174
60	66, 104, 165, 189
61	66, 159, 189, 229
62	164, 165
63	165, 176
64	159, 169
66	166, 167
67	65, 173, 176, 182
68	62, 66, 67, 171, 172, 180, 181, 182
69	166, 167, 178
70	60, 181, 182
71	164, 165, 170
72	66, 176, 181, 182, 188
73	65, 66, 174, 176, 180
74	157, 177, 179, 181
75	57, 66, 157, 162, 163, 179, 181, 189, 190
76	60, 166, 181, 182
77	58, 158, 166
78	65, 162, 163, 177
79	65, 66, 178, 181, 182, 189
80	65, 176
81	65, 176

Item	Seite
82-101	230
82-161	24, 170, 173
83	165, 170, 171, 172
86	170, 171
94	165, 170
96	149, 164, 165, 170
98	165, 170, 173
100	170, 188
102-120	172
102	173
103	173
110	173
113	104, 173
122-140	172
122-141	230
122	53, 171, 226
123	171, 226
124	226
125	171, 226
130	171
132	171
142	158, 174
146	174
150	174
153	104, 174
186	132, 133, 185, 189
187	159, 166, 167
188	159, 176
189	132, 133, 145, 187, 188
190	97, 180, 182
191	166, 167, 176, 178
192	166, 167, 176, 178, 189
193	178
194	157, 178, 227
195	227
197	157, 176, 180
198-200	181
198	180, 187, 188
199	166, 167, 180, 187, 188
200	180, 187, 188
201-203	163
201	157, 159, 162, 189, 190

Item	Seite
202	162, 180, 189
203	67, 162, 163
204	157, 162, 163
205	157
206	149, 179, 181
207	157, 189, 190
211	167, 168, 227
213	177, 178
214	177, 178
215-228	23, 220
215	102, 157, 178, 230
216	102, 157, 173, 178, 230
217-221	187, 230
217	102, 157
218	169
220	102, 167, 168
221	102
224	228, 230
240-243	167
240-250	102
240	168
241	168
242	168
243	102, 145, 168, 179
246	102, 167, 168
247	102, 177, 178
249	185, 186
262-274	159
262	70, 106, 163, 185, 189
266	139
267	139
275-277	145, 187
275-286	106
275	188
276	104, 188
277	104, 188
278	38, 47, 107, 161, 185, 220
279	107
280	162, 163, 169
281-284	159
281-286	163
281	107, 162

Item	Seite
282	107, 162, 189
283	162
284	162
285	107, 162, 163, 183
286	107, 163, 183
290	136, 168
291	188
292	162, 163, 183, 188
293	188
294	169
295	183, 184, 188
298	129
299	179, 181
300	179, 181
301	159, 163, 177, 189
302	180, 181
303	180, 181, 230
304	159, 162, 163
305	159, 189, 190
308	149, 180, 181
309	159
310	168
311	167, 168
314	159
315	168, 185, 186
318	159, 231
320	231
322	231
328	163
332	149, 187
333	231
334	179, 181, 189
335	178, 183, 184

- ALTER (Lebensalter)** S. 178, 179
- DEPUHIER (unterrichtete Wochenstunden in der untersuchten Klasse)** S. 179, 180, 189, 190, 232, 233
- FACHMATH (Mathematiklehrer in den untersuchten 7. Klassen mit Mathematik als Hauptfach, Nebenfach, ohne Fakultas)** S. 106, 166, 167, 170, 177, 187, 223, 227, 230
- LAND (Bundesland)** S. 29, 33, 44 f., 123 f., 137, 166, 170, 177, 187, 223, 230, 231, 232
- LEHRBUCH** S. 37
- ORTSGROE (GemeindegroÙe)** S. 168 f., 169, 170
- QUALKLAS (Wie beurteilen Sie Ihre Klasse im Fach Mathematik?)** S. 187, 188
- SEX (Geschlecht)** S. 164, 165, 185, 186
- WIDRKTN (Haben erschwerende Umstände die Möglichkeit, den Unterricht nach Ihren Vorstellungen zu planen und zu gestalten, besonders eingeschränkt?)** S. 118

ISBN 3-12-933260-X