

Aus dem Institut für Physik, Lehrstuhl für Nichtlineare Dynamik  
der Universität Potsdam

# Analyse raumzeitlicher Muster in Erdbebendaten

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)  
in der Wissenschaftsdisziplin Nichtlineare Dynamik

eingereicht an der  
Mathematisch–Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität Potsdam

von  
Gert Zöller  
geboren am 25. Juli 1967  
in Lüdenscheid

Potsdam, im September 1998



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Eigenschaften von Seismizität und Erdbebenkatalogen</b>	<b>6</b>
2.1	Das Gutenberg–Richter–Gesetz . . . . .	6
2.2	Dynamik von Erdbeben . . . . .	8
2.2.1	Der seismische Zyklus . . . . .	8
2.2.2	Vor– und Nachbeben . . . . .	10
2.2.3	Seismische Ruhe: Modelle und Mechanismen . . . . .	11
2.3	Erdbebenkataloge . . . . .	14
2.3.1	Die Homogenität eines Katalogs und artifizielle Seismizitätsänderungen . . . . .	15
2.3.2	Declustering von Erdbebenkatalogen . . . . .	17
2.4	Erdbebenmodelle, Chaos und Vorhersagbarkeit . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Nichtlinearer Determinismus in Zeitreihen und raumzeitlichen Daten</b>	<b>21</b>
3.1	Die Methode von Pei und Moss . . . . .	22
3.1.1	Instabile periodische Orbits in Zeitreihen . . . . .	22
3.1.2	Der Test gegen Ersatzdaten . . . . .	23
3.2	Anwendung auf die Ikeda–Abbildung . . . . .	25
3.2.1	Die Ikeda–Abbildung . . . . .	25
3.2.2	Die Geometrie in der Nähe des Fixpunktes $x^*$ . . . . .	27
3.2.3	Der Einfluß externen Rauschens . . . . .	31
3.3	Erweiterung auf raumzeitliche Systeme . . . . .	31
3.4	Anwendung auf gekoppelte Abbildungsgitter . . . . .	32
3.4.1	Gekoppelte Abbildungsgitter . . . . .	33
3.4.2	Test auf Determinismus . . . . .	35
3.4.3	Der Einfluß von Inhomogenitäten . . . . .	36
3.4.4	Der Einfluß externen Rauschens . . . . .	37
3.5	Analyse von Erdbebenkatalogen . . . . .	38
3.5.1	Die Daten . . . . .	38
	Der armenische Katalog . . . . .	39
	Der kalifornische Katalog . . . . .	39
3.5.2	Die Vorbehandlung der Daten . . . . .	40

3.5.3	Untersuchung des armenischen Erdbebenkataloges . . . . .	41
3.5.4	Untersuchung des kalifornischen Erdbebenkataloges . . . . .	44
3.5.5	Abhängigkeit der Resultate von Nachbeben . . . . .	44
3.6	Anwendung auf Modelldaten . . . . .	47
3.7	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	47
<b>4</b>	<b>Bestimmung seismischer Ruhe aus Erdbebenkatalogen</b>	<b>50</b>
4.1	Das ZMAP-Verfahren . . . . .	51
4.2	Das SEISMOLAP-Verfahren . . . . .	56
4.3	Die Nullhypothese . . . . .	62
4.4	Korrelationen zwischen seismischer Ruhe und Hauptbeben . . . . .	65
4.5	Datenanalyse . . . . .	67
4.5.1	Untersuchung des armenischen Kataloges . . . . .	67
4.5.2	Untersuchung des kalifornischen Kataloges . . . . .	74
4.5.3	Abhängigkeit von den Parametern . . . . .	80
SEISMOLAP-Parameter . . . . .	80	
Die Parameter $V_g$ und $t_a$ . . . . .	81	
4.6	Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>84</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>Glossar</b>	<b>96</b>
<b>B</b>	<b>Publikationen</b>	<b>99</b>
B.0	Publikationsliste . . . . .	99
B.1	Testing for unstable periodic orbits to characterize spatiotemporal dynamics	101
B.2	Using spatiotemporal surrogate data for a statistical assessment of precursory seismic quiescence in Armenia . . . . .	117
B.3	Self-organized criticality model for earthquakes: quiescence, foreshocks, and aftershocks . . . . .	135
B.4	Similar power-laws fore fore- and aftershock sequences in a spring-block model for earthquakes . . . . .	149

# Einleitung

Die vorliegende Arbeit entsteht in dem Jahrzehnt, das von der Vollversammlung der Vereinten Nationen zur Internationalen Dekade zur Katastrophenvorbeugung (engl. IDNDR = *International Decade for Natural Disaster Reduction*) erklärt wurde. Dabei zählen Erdbeben zu den verheerensten Naturkatastrophen. Nicht selten haben einzelne Erdbeben zehntausende Menschenleben gefordert und wirtschaftliche Schäden von mehreren 10 Milliarden DM angerichtet. Folglich ist mit der Untersuchung von Erdbebendaten stets das Fernziel der Erdbebenvorhersage oder zumindest einer Verbesserung der Risikoabschätzung verbunden. Das Anliegen dieser Arbeit besteht in der Entwicklung und der Anwendung neuer Methoden zur Erkennung raumzeitlicher Muster in Erdbebendaten. Diese Muster sollen Aufschluß über die Dynamik geben, die den Daten zugrunde liegt. Das Interesse gilt dabei nicht nur Eigenschaften, die direkt für Erdbebenvorhersagen relevant sind (Vorläuferphänomene), sondern auch strukturellen Eigenschaften der Dynamik.

Bislang gelten Erdbeben als weitestgehend unvorhersagbar [Geller 1997; Geller *et al.* 1997; Kagan 1997; Wyss 1997a]. In seismischen Daten findet man keine allgemeingültigen Gesetzmäßigkeiten, wie etwa Periodizitäten, die eine einfache Vorhersage ermöglichen würden. Trotzdem sind einzelne Erdbeben aufgrund bestimmter Vorläuferphänomene erfolgreich vorhergesagt worden [Ohtake *et al.* 1977; Raleigh *et al.* 1977; Wyss & Burford 1985; Habermann 1988]. Um das Wissen über Vorläuferphänomene und ihre statistische Signifikanz zusammenzutragen, hat die *International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior* (IASPEI) 1991 eine Liste signifikanter Vorläuferphänomene aufgestellt. Seitdem sind 40 Vorschläge eingegangen und evaluiert worden [Wyss & Dmowska 1997]. Die vorläufige Liste enthält als signifikante Vorläufer: 1. Vorbeben (Stunden bis Tage vor einem starken Erdbeben), 2. Erdbebenschwärme (Monate vor einem starken Erdbeben), 3. seismische Ruhe vor starken Nachbeben, 4. Rückgang des Radon-Gehaltes im Grundwasser und 5. den Anstieg des Grundwasser-Pegels. Die übrigen Vorschläge wurden verworfen oder auf eine Liste nicht entscheidbarer Fälle aufgenommen. Die Tatsache, daß fünf Vorschläge positiv bewertet wurden, bedeutet keineswegs, daß nur diese Vorläuferphänomene existieren, sondern daß ihre Nützlichkeit für eine Vorhersage als überdurchschnittlich gut eingeschätzt wird. So beobachtet man etwa vor 10% bis 30% starker Erdbeben das Auftreten von Vorbeben [Papazachos 1975; Wyss 1997a]. Das Erdbeben in Haicheng (China) wurde aufgrund von Vorbeben vorhergesagt [Raleigh *et al.* 1977] und eine rechtzeitige Warnung der Bevölkerung konnte zahlreiche Menschenleben retten. Dennoch weiß man bis heute nicht, wie man Vorbeben zweifelsfrei von anderen Ereignissen trennen und allgemein für die Vorhersage großer Erdbeben benutzen kann. Ähnliche Probleme treten bei der Detektierung nahezu aller Seismizitätsmuster auf.

Das Beispiel der Vorbeben verdeutlicht, warum man weit entfernt ist von der Fähigkeit, Erdbeben vorherzusagen: Die genauen geophysikalischen Mechanismen, die ein bestimmtes Vorläuferphänomen hervorrufen und schließlich zu dem Erdbeben führen, sind weitestgehend unbekannt. Die Erdkruste ist ein System, das ein äußerst komplexes Verhalten aufweist. Die Dynamik kann man nicht berechnen, weil man die zugrundeliegenden Mechanismen und ihre Parameter nicht kennt und sie sich zumeist direkter Beobachtung

entziehen.

Um Erkenntnisse über die grundsätzliche Vorhersagbarkeit von Erdbeben zu gewinnen, versucht man zunächst, die raumzeitliche Dynamik durch strukturelle Eigenschaften zu charakterisieren. Hier gibt es verschiedene Ansätze; die wichtigsten können in drei Gruppen zusammengefaßt werden:

- (1) wiederkehrende raumzeitliche Seismizitätsmuster,
- (2) selbstorganisierte Kritizität und
- (3) deterministisches Chaos.

Dabei ist zu betonen, daß die Grenzen zwischen diesen Ansätzen nicht scharf gezogen werden können. Vielmehr handelt es sich um verschiedene Betrachtungsweisen. So schließen sich deterministisches Chaos und die Wiederkehr bestimmter Muster nicht aus. Weiterhin wurde gezeigt, daß selbstorganisierte Kritizität und deterministisches Chaos koexistieren können [de Sousa Vieira & Lichtenberg 1996].

Die Detektierung und statistische Bewertung von Seismizitätsmustern mittels Ansatz (1) wurde bereits im Zusammenhang mit Vorläuferphänomenen erwähnt. Die am häufigsten auftretenden Muster sind Vorbeben, Nachbeben, seismische Ruhe und Erdbebenschwärme. Diese einzelnen Muster bilden die Bestandteile des seismischen Zyklus, der den Verlauf der Seismizität zwischen zwei starken Erdbeben in derselben Region schematisch beschreibt. In Ansatz (2) geht man davon aus, daß die Erdkruste in einem Zustand selbstorganisierter Kritizität ist, in dem jede Störung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in ein starkes Erdbeben eskalieren kann. Ob dies geschieht, hängt sensitiv von einer Vielzahl von Parametern ab, die sich direkter Messung zumeist entziehen. Das Konzept des deterministischen Chaos (Ansatz (3)) wurde von Huang & Turcotte [1990a,1990b] auf die Dynamik von Erdbeben angewandt. Hier wird zwar eine vollständig deterministische Dynamik angenommen, jedoch wachsen Störungen des Anfangszustandes exponentiell in der Zeit an, so daß keine Vorhersagen über lange Zeiten möglich sind.

Die Ansätze (2) und (3) werden von derselben Modellvorstellung der Erdbebendynamik abgeleitet; die tektonischen Platten und ihre Wechselwirkungen werden durch ein System gekoppelter Blöcke, ein sogenanntes Feder-Block-System, simuliert. Die massiven [Burridge & Knopoff 1967; Carlson & Langer 1989a,1989b] wie die masselosen [Sornette & Sornette 1989,1990; Olami *et al.* 1992; Hainzl *et al.* 1998a,1998b] Feder-Block-Modelle zeigen die Eigenschaft, sich selbst ohne Spezifizierung der Parameter und der Anfangsbedingungen in einen stationären Zustand zu organisieren, der durch ein Potenzgesetz für die Verteilung der Erdbebengrößen gekennzeichnet ist. Diese Eigenschaft der selbstorganisierten Kritizität wurde erstmals von Bak & Tang [1989] am Beispiel des Sandhaufen-Modells nachgewiesen. Während selbstorganisierte Kritizität in großen Blocksystemen auftritt, wurde deterministisches Chaos in kleineren Systemen [Huang & Turcotte 1990a,1990b] nachgewiesen. Das Auftreten von deterministischem Chaos in einem solchen Modell, bestehend aus zwei Blöcken, führt Huang & Turcotte [1990b] (S. 226) zur Schlußfolgerung: *Considering that the chaotic behavior of a low-order system often implies chaotic behavior in similar higher-order systems, our results provide evidence that the evolution of fault systems is chaotic.* Dieses Zitat illustriert eine zentrale Frage, die sich bei der Modellierung

eines komplexen und hochdimensionalen Systems stellt: Wie groß muß die Übereinstimmung zwischen dem Modell und dem betrachteten natürlichen System sein, um aus dem Modell Vorhersagen ableiten zu können? Im vorliegenden Fall wird von einem chaotischen Zwei-Block-System auf deterministisches Chaos in einem analogen hochdimensionalen Feder-Block-System geschlossen, welches die Frequenz-Magnitude-Statistik [Gutenberg & Richter 1956] von Erdbeben reproduziert. Es erscheint jedoch fraglich, ob von dieser Übereinstimmung auf deterministisches Chaos in realen Verwerfungssystemen geschlossen werden kann.

Das Auftreten von deterministischem Chaos in der Dynamik von Erdbeben muß als Spekulation angesehen werden, solange es nicht direkt in den Daten nachgewiesen werden kann oder sich zwingend aus einer Eigenschaft ergibt, die man in den Daten beobachtet. Ein besonderes Anliegen dieser Arbeit stellt die allgemeiner formulierte Frage dar: Kann man die raumzeitliche Dynamik von Erdbebendaten durch Begriffe der nichtlinearen Dynamik charakterisieren? Das Detektieren von nichtlinearem Determinismus in Zeitreihen hat in den neunziger Jahren an Bedeutung gewonnen. Aufbauend auf den theoretischen Arbeiten von Cvitanović [1988,1992] wurden Konzepte entwickelt, die nichtlinearen Determinismus mit Hilfe sogenannter instabiler periodischer Orbits quantifizieren [Ott *et al.* 1990a; Schiff *et al.* 1994; Pei & Moss 1996a; So *et al.* 1996]. Mit diesen Konzepten wurde nichtlinearer Determinismus in Zeitreihen aus verschiedenen natürlichen Systemen detektiert. Nichtlinearer Determinismus ist dabei nicht mit deterministischem Chaos gleichzusetzen. Vielmehr ist ein chaotisches System durch eine unendliche Menge instabiler periodischer Orbits gekennzeichnet und stellt einen Spezialfall von nichtlinearem Determinismus dar [Ott 1993]. Eine besondere Herausforderung bei der Anwendung derartiger Konzepte auf Seismizität ist durch den raumzeitlichen Charakter der Erdbebendaten gegeben, da diese Konzepte ursprünglich für skalare Zeitreihen entwickelt wurden. Insgesamt gibt es eine Vielzahl von Methoden für die Untersuchung skalarer Zeitreihen, aber nur wenige Techniken zur Analyse raumzeitlicher Daten. Diese Techniken stellen häufig hohe Ansprüche an die Qualität der Datensätze, die bei der Untersuchung natürlicher Systeme selten erfüllt sind. So erweisen sich beispielsweise Methoden, wie die Wavelet-Transformation [Chui 1992] oder die Karhunen-Loève-Zerlegung [Uhl *et al.* 1992] bei der Anwendung auf Erdbebenkataloge wegen der geringen Datendichte und der stark irregulären Verteilung als problematisch.

Eine wesentliche Intention dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Methode, die nichtlinearen Determinismus in raumzeitlichen Daten quantifiziert. Der Übergang von skalaren Zeitreihen zu raumzeitlichen Daten wird durch die Konstruktion geeigneter Zeitreihen, die parametrisch vom Ort abhängen, durchgeführt. Um die Methode auf ihre Wirksamkeit zu testen, wird sie zunächst auf Daten aus numerischen Simulationen angewendet. Als skalare Zeitreihe wird eine Komponente der Ikeda-Abbildung [Ott 1993] mit additivem Rauschen unterschiedlicher Stärke untersucht; als Beispiel für komplexe räumlich ausgedehnte Systeme werden gekoppelte Abbildungsgitter betrachtet [Kaneko 1993].

Zur Bestimmung der statistischen Signifikanz für das Auftreten raumzeitlicher Muster testet man die Originaldaten gegen Ersatzdaten [Theiler *et al.* 1992a], die mit einer bestimmten Nullhypothese verträglich sind. Die Formulierung der Nullhypothese bzw. die Konstruktion der Ersatzdaten ist bei derartigen Tests von zentraler Bedeutung. Untersucht man Daten auf nichtlinearen Determinismus, so kann man als Nullhypothese etwa einen linearen stochastischen Prozeß wählen. Testet man dagegen ein Seismizitätsmuster (Ansatz(1)) auf seine Signifikanz, so ergibt sich die Nullhypothese aus der „normalen“

Seismizität, d.h. der Seismizität in Abwesenheit dieses speziellen Musters. Die Vielzahl verschiedener Muster, die in Erdbebendaten auftreten, erschweren die Formulierung einer Nullhypothese und die Konstruktion der Ersatzdaten. Will man etwa seismische Ruhe detektieren, muß man andere Muster, wie z.B. Nachbeben oder Erdbebenschwärme entweder aus den Originaldaten entfernen oder in den Ersatzdaten modellieren. Außerdem müssen die Ersatzdaten räumliche Inhomogenitäten der Seismizitätsverteilung wiedergeben. Je spezieller die untersuchten Muster sind, desto komplizierter wird die Wahl der Nullhypothese und die numerische Erzeugung der Ersatzdaten. Der häufig benutzte stochastische Poisson-Prozeß [Kagan & Vere-Jones 1996] erweist sich bei der Detektierung von Seismizitätsmustern meistens als zu schwache Nullhypothese, die sich zu leicht verwerfen läßt.

Im zweiten Teil der Arbeit steht die Detektierung eines raumzeitlichen Seismizitätsmusters, der seismischen Ruhe vor großen Erdbeben, im Vordergrund. Seismische Ruhe, die typischerweise einige Jahre vor großen Erdbeben einsetzt [Wyss & Habermann 1988], gilt als vielversprechender Kandidat für Erdbebenvorhersagen. Dennoch ist die Detektierung in Erdbebendaten schwierig, da man seismische Ruhe gegen andere Erdbebenmuster und gegen artifizielle Ruhe, die z.B. durch den vorübergehenden Ausfall von Meßstationen entstehen kann, abgrenzen muß.

Konzeptionell geht man bei der Detektierung seismischer Ruhe so vor wie auch bei der Untersuchung auf nichtlinearen Determinismus. Zunächst werden skalare Zeitreihen für verschiedene räumliche Positionen konstruiert; in diesen Zeitreihen wird dann ein Signal detektiert, das mit Hilfe geeigneter Ersatzdaten schließlich auf seine statistische Signifikanz untersucht wird. Als Zeitreihen werden häufig seismische Raten (Erdbeben pro Zeitintervall) gewählt. In einem homogenen Erdbebenkatalog, aus dem die Nachbeben entfernt wurden, beobachtet man in vielen Fällen seismische Ruhe als Abweichung der Rate von einem konstanten Verlauf in der Nähe der Bruchfläche des folgenden Erdbebens [Matthews & Reasenberg 1988; Wyss & Habermann 1988]. Über die detaillierte Formulierung einer entsprechenden Hypothese und deren statistische Untersuchung herrscht allerdings Dissens. Während Wyss [1997b] mit Hilfe der  $z$ -Wert-Statistik in zahlreichen Fallstudien seismische Ruhe vor großen Erdbeben detektiert, kommen Matthews & Reasenberg [1987] und Reasenberg & Matthews [1988] bei einer Untersuchung von 37 starken Erdbeben in Kalifornien und Japan mit der  $\beta$ -Wert-Statistik zu dem Resultat, daß es keine Evidenz für ein systematisches Auftreten seismischer Ruhe vor starken Erdbeben gibt.

Ein neuartiges Verfahren zur Bestimmung seismischer Ruhe aus Erdbebenkatalogen wurde von Zschau [1996a,1996b] vorgeschlagen. Der Algorithmus SEISMOLAP verwendet statt seismischer Raten gewichtete Summen von Erdbeben, die zunächst die Anhäufung von Erdbeben quantifizieren; durch Kehrwertbildung erhält man dann ein Maß für seismische Ruhe. In Einzelfallstudien liefert das SEISMOLAP-Verfahren hohe Korrelationen zwischen seismischen Ruhephasen und späteren starken Erdbeben. Diese Beobachtung gibt Anlaß zu der Hypothese, daß die SEISMOLAP-Zeitserien ein besonders geeignetes Maß für die Quantifizierung seismischer Ruhe darstellen. Zur statistischen Bewertung des Auftretens seismischer Ruhe wird in dieser Arbeit eine Nullhypothese formuliert, die sich aus den Eigenschaften randomisierter Erdbebenkataloge ergibt. Mit dieser Randomisierung wird das Konzept der Ersatzdaten für skalare Zeitreihen auf raumzeitliche Systeme weiterentwickelt. Die so formulierte Nullhypothese hat gegenüber einem Poisson-Prozeß den Vorteil, daß viele Eigenschaften der realen Erdbebenkataloge erhalten bleiben. Während seismische Ruhe bisher vornehmlich in Einzelfallstudien mit speziellen Para-



metersätzen untersucht wurde [Habermann 1988; Wyss 1997b], werden in dieser Arbeit Kriterien entwickelt, mit denen umfangreiche Erdbebenkataloge systematisch untersucht werden können.

Mit den neu entwickelten Methoden werden zwei Erdbebenkataloge aus unterschiedlichen Regionen analysiert. Der erste stammt aus Armenien und den angrenzenden Regionen, während der zweite die Calaveras-Verwerfung in Kalifornien überdeckt.

Diese Arbeit gliedert sich in drei Teile. In Kapitel 2 werden die grundlegenden Eigenschaften von Seismizität und Erdbebenkatalogen zusammengefaßt. Kapitel 3 umfaßt die Entwicklung und Anwendung des Tests auf nichtlinearen Determinismus, während in Kapitel 4 die Methode zur Detektierung seismischer Ruhe beschrieben und angewendet wird. Die Hauptergebnisse der Arbeit werden in Kapitel 5 zusammengefaßt und diskutiert.

# Eigenschaften von Seismizität und Erdbebenkatalogen

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Eigenschaften von Seismizität und Erdbebenkatalogen zusammengetragen, die für die folgende Arbeit relevant sind. In Abschnitt 2.1 wird das *Gutenberg–Richter–Gesetz* vorgestellt und es werden Begriffe wie Magnitude und seismische Energie erläutert. Dann wird die typische Dynamik (Zeitabhängigkeit) von Seismizität (Abschnitt 2.2) beschrieben. Dabei wird besonders auf Vorläuferphänomene von großen Erdbeben eingegangen. Die Eigenschaften von Erdbebenkatalogen hinsichtlich der Datenqualität sind in Abschnitt 2.3 aufgeführt. Abschnitt 2.4 gibt schließlich einen Überblick über die wichtigsten Modellierungsansätze.

## 2.1 Das Gutenberg–Richter–Gesetz

Für das Auftreten von Erdbeben sowie tektonischer Prozesse im allgemeinen sind zahlreiche Mechanismen verantwortlich, die sich auf komplexe Weise gegenseitig beeinflussen [Scholz 1994]. Diese Prozesse können kontinuierlich sein, wie z.B. seismisches Kriechen oder nahezu diskontinuierlich wie sprunghafte Plattenverschiebungen. Sie finden im allgemeinen an den Plattenrändern in der Erdkruste statt, z.B. an Verwerfungen in Form von Subduktionszonen oder Plattenübergängen, wie der bekannten San Andreas–Verwerfung in Kalifornien. Plötzliche Plattenbewegungen, die Folge einer längeren Aufbauphase elastischer Deformationen und Spannungen sind, werden mit Erdbeben identifiziert.

Zur Klassifizierung von Erdbeben braucht man ein Maß für dessen Stärke. Da Erdbebenstärken über einen großen Bereich variieren, führt man eine Größe ein, die sich im wesentlichen aus dem dekadischen Logarithmus der maximalen Bodenbewegung ergibt: die Magnitude. Die Bodenbewegung wird direkt gemessen und in Seismogrammen aufgezeichnet. Man unterscheidet verschiedene Magnitudenskalen, die in ihren Haupteigenschaften aber äquivalent sind und die Stärke eines Erdbebens auf einer nach oben und unten offenen Skala angeben. So berechnet sich die Magnitude  $M_s$  aus der Amplitude der sogenannten Oberflächenwellen (engl. *surface waves*), während die *Body-wave*-Amplitude  $M_b$  aus den kurzwelligeren Druck- und Scherwellenamplituden (*P*- und *S*-Wellen) bestimmt wird.

Die meisten seismisch aktiven Regionen auf der Welt haben ein Netzwerk von Meßstationen, mit dem Erdbeben verschiedener Magnitude detektiert werden können. Während man weltweit Erdbeben mit Magnituden  $M \geq 4$  messen kann, erlaubt das seismische Netzwerk in Kalifornien Erdbebenbestimmungen bis weit unter  $M = 1$ . Es existieren sogar Netzwerke, die lokal negative Magnituden messen. Dabei ist aber zu beachten, daß für sehr kleine Magnituden häufig keine vollständige Erfassung aller Erdbeben über größere Raumbereiche gegeben ist. Um Aussagen über die Vollständigkeit treffen zu können, ist ein Zusammenhang zwischen Frequenz, also Häufigkeit von Erdbeben und Magnitude erforderlich. Dieser Zusammenhang wurde von Gutenberg & Richter [1956] empirisch gefunden

und ist als *Gutenberg–Richter–Gesetz* bekannt:

$$\log_{10} N = a - bM. \quad (2.1)$$

$N$  bezeichnet die Anzahl von Erdbeben in einem bestimmten Zeitintervall und einer festen Region, deren Magnitude größer oder gleich  $M$  ist. Die Konstanten  $a$  und  $b$  sind für die betrachtete Region charakteristisch. Während  $a$  ein Maß für das Niveau der regionalen Seismizität ist, variiert der  $b$ -Wert für verschiedene Regionen nur im Bereich  $0.8 \leq b \leq 1.2$  [Frohlich & David 1993]. In Abb. 2.1 wird der Zusammenhang zwischen Frequenz und Magnitude für Armenien und die umliegenden Regionen gezeigt und mit dem *Gutenberg–Richter–Gesetz* (Gl. (2.1)) verglichen. Man sieht, daß die Punkte im Bereich  $2.2 \leq M \leq 5.7$  gut durch eine Gerade mit  $b = 0.98$  approximiert werden können. Der Wert  $a$  ergibt sich aus dem Gesamtumfang des Erdbebenkatalogs:  $\log_{10}(M \geq 2) = a - b \cdot 2$ , also  $a = 6.03$ . In realen Daten findet man das *Gutenberg–Richter–Gesetz* oftmals nur in einem

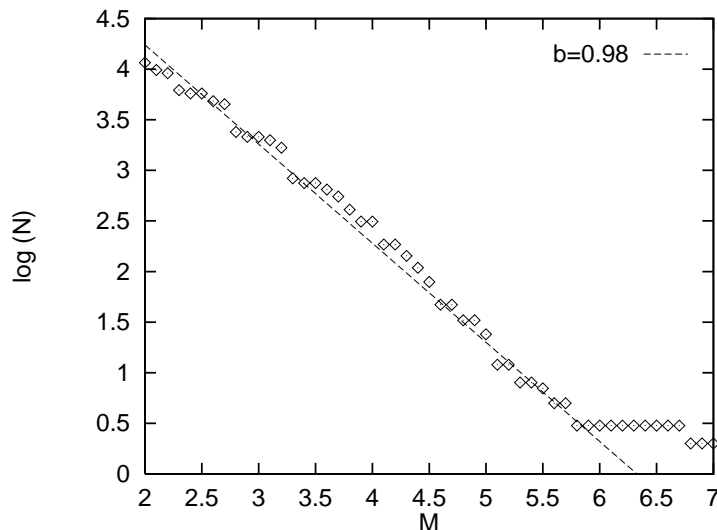


Abbildung 2.1: Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Magnitude für Armenien und die umliegenden Regionen. Die gestrichelte Linie zeigt das *Gutenberg–Richter–Gesetz* (Gl. (2.1)) mit  $b = 0.98$ .

recht begrenzten Magnitudenbereich erfüllt, da es einerseits nur wenige Ereignisse mit sehr großen Magnituden gibt und folglich das statistische Ensemble zu klein ist; andererseits hat man im Bereich kleiner Magnituden häufig keine vollständige Erfassung aller Ereignisse. Zum Vergleich mit Armenien wird in Abb. 2.2 die Frequenz–Magnitude–Beziehung für Nord-Kalifornien gezeigt. Der zugrundeliegende Erdbebenkatalog enthält 402.587 Ereignisse mit Magnituden  $M \geq 0.5$ . Aufgrund der größeren Datenmenge und –qualität sieht man hier mehr Ereignisse mit großen Magnituden und auch bessere Übereinstimmung mit Gl. (2.1) zu kleineren Magnituden hin.

Eine weitere Bedeutung der Magnitude liegt in ihrer Beziehung zur seismischen Energie  $E_s$ , die in Form elastischer Wellen vom Erdbebenherd abgestrahlt wird. Auch diese Beziehung wurde von Gutenberg & Richter [1956] empirisch gefunden:

$$\log_{10} E_s = 1.44M + 5.24, \quad (2.2)$$

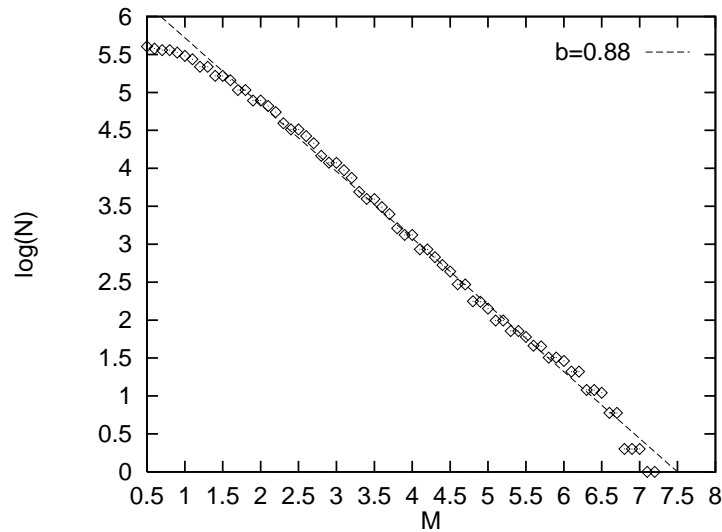


Abbildung 2.2: Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Magnitude für Nord-Kalifornien. Die gestrichelte Linie zeigt das *Gutenberg-Richter-Gesetz* (Gl. (2.1)) mit  $b = 0.88$ .

wobei  $E_s$  in Joule angegeben wird.

Schließlich geben wir noch eine alternative Form des *Gutenberg-Richter-Gesetzes* (Gl.(2.1)) an:

$$N(S > S_0) \sim S_0^{-B}, \quad (2.3)$$

wobei  $N(S > S_0)$  die Zahl der Erdbeben ist, deren Herdfläche  $S$  größer als  $S_0$  ist [Turcotte 1997].

## 2.2 Dynamik von Erdbeben

Das *Gutenberg-Richter-Gesetz* (Gl. (2.1)) stellt die wichtigste statistische Eigenschaft von Erdbeben dar.

Die dynamischen Eigenschaften von Erdbeben werden im folgenden diskutiert. Die Dynamik ist von besonderem Interesse für die praktische Untersuchung von Daten, da sie einerseits Rückschlüsse auf die zugrundeliegenden Mechanismen zuläßt und andererseits für die Frage einer möglichen Vorhersage von Bedeutung ist.

### 2.2.1 Der seismische Zyklus

Das Auftreten großer Erdbeben wird typischerweise begleitet von einem Prozeß des tektonischen Aufladens vor dem Erdbeben und einem Relaxationsprozeß nach dem Erdbeben [Fedotov 1968; Mogi 1977,1985]. Die stark vereinfachte Vorstellung, daß sich diese Prozesse abwechseln, legt den Gedanken nahe, daß das Auftreten großer Erdbeben näherungsweise periodisch erfolgen könnte. Das bekannteste Beispiel für eine solche Periodizität ist das Parkfield-Segment, das zur San Andreas-Verwerfung in Kalifornien gehört. Dort treten

seit 1857 große Erdbeben mit einer Periode von ca. 22 Jahren auf [Bakun & McEvilly 1984; Bakun & Lindh 1985; Savage 1993]. Eine Ausnahme von dieser Regel ist das Erdbeben von 1934; weiterhin ist das für 1988 erwartete Erdbeben bisher nicht eingetreten [Wuethrich 1993]. Abbildung 2.3 zeigt die Erdbebensequenz, sowie eine lineare Approximation ohne Berücksichtigung des Erdbebens von 1934. Periodizitäten wie in Parkfield be-

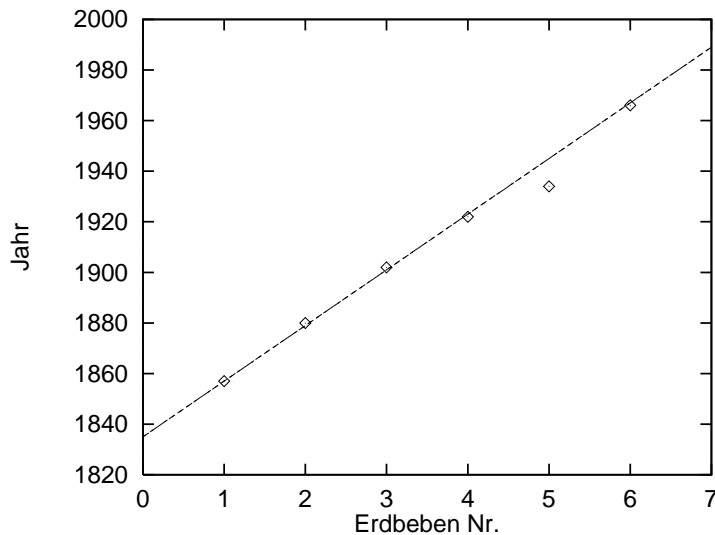


Abbildung 2.3: Die großen Erdbeben am Parkfield-Segment in Kalifornien. Die Linie zeigt eine lineare Approximation, in der das Erdbeben von 1934 nicht berücksichtigt wurde.

obachtet man sonst jedoch selten. Abbildung 2.4 zeigt in einer schematischen Darstellung den sogenannten *seismischen Zyklus* [Scholz 1994], der die Seismizitätsmuster zwischen zwei großen Erdbeben visualisiert. Dieser Zyklus wurde empirisch gefunden; die Mechanismen, die den einzelnen Mustern zugrundeliegen, sind größtenteils unklar. Weiterhin ist bisher kein Fall bekannt, der einen vollständigen seismischen Zyklus dokumentiert.

In Abb. 2.4 setzt nach den Nachbeben des ersten Hauptbebens ( $N$ ) die postseismische Ruhe  $R_1$  ein, die etwa 50% bis 70% der gesamten Zyklusdauer  $T$  ausmacht und in der Bruchfläche des Erdbebens zu beobachten ist.  $T$  liegt allgemein in der Größenordnung von 100 Jahren. Nach  $R_1$  steigt die Seismizität und man hat für eine gewisse Zeit eine nahezu konstante Hintergrundseismizität  $H$  im gesamten Bereich. Danach setzt die mittlere seismische Ruhe  $R_2$  ein, die eine Länge von einigen Jahren hat und räumlich ähnlich wie  $R_1$  liegt. Ungefähr 5 bis 10 Tage vor dem nächsten Hauptbeben schließen sich die Vorbeben  $V$  in der Nähe des Epizentrums des kommenden Hauptbebens an, die manchmal noch von einer weiteren kurzen Ruhephase  $R_3$  (nicht eingezeichnet in Abb. 2.4) im Bereich von einigen Stunden vor dem Hauptbeben unterbrochen werden. Weiterhin wird in einigen Fällen die Ruhe  $R_2$  noch von einer kurzen Phase erneuter Aktivität unterbrochen. Nach Ohtake [1980] beobachtet man diese Phasen kurzer Aktivität in etwa 35% aller Fälle.

Als Vorläuferphänomene von großen Erdbeben, die für eine Vorhersage nützlich sein können, eignen sich die Vorbeben  $V$  und die seismische Ruhe  $R_2$ , die in der folgenden Arbeit, insbesondere in Kapitel 4, im Vordergrund stehen wird.

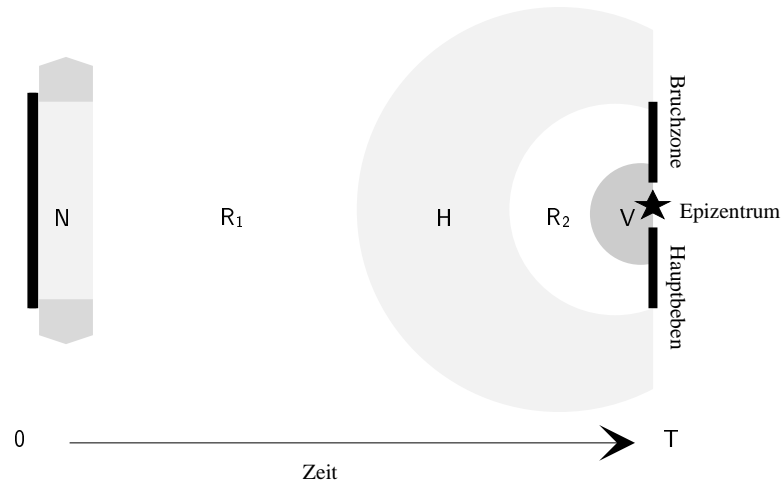


Abbildung 2.4: Der seismische Zyklus (schematisch);  $N$ : Nachbeben;  $R_1$ : postseismische Ruhe;  $H$ : Hintergrundseismizität;  $R_2$ : mittlere seismische Ruhe;  $V$ : Vorbeben. Die Zeitskala ist nicht linear. Die einzelnen Muster sind stark vereinfacht; insbesondere bildet  $H$  selten einen geschlossenen Ring. Zwischen den Vorbeben und dem Hauptbeben gibt es in manchen Fällen noch eine weitere seismische Ruhe  $R_3$ , die hier nicht eingezeichnet ist.

### 2.2.2 Vor- und Nachbeben

Vor- und Nachbeben sind die offensichtlichsten Phänomene, die ein Hauptbeben begleiten. Während Nachbeben nach nahezu jedem großen Erdbeben auftreten, beobachtet man Vorbeben nicht vor jedem Hauptbeben. Nach Mogi [1963] unterscheidet man drei verschiedene Sequenzen, die in Abb. 2.5 veranschaulicht sind: (a) Vorbeben – Hauptbeben – Nachbeben, (b) Hauptbeben – Nachbeben und (c) Erdbebenschwärme.

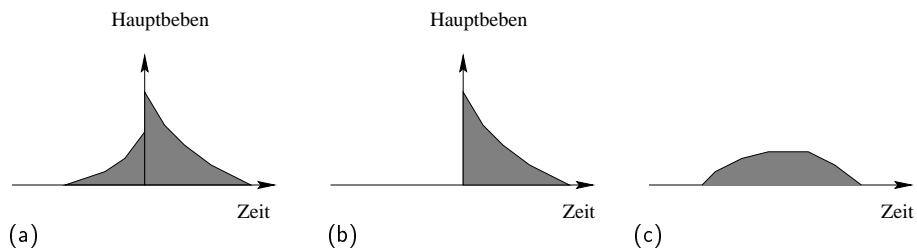


Abbildung 2.5: Charakteristische Erdbebensequenzen: (a) Vorbeben – Hauptbeben – Nachbeben; (b) Hauptbeben – Nachbeben; (c) Erdbebenschwarm.

Seit 1950 wurden nach Jones & Molnar [1979] vor 60% bis 70% aller Erdbeben mit  $M \geq 7$  in Regionen mit hinreichend gutem seismischen Netzwerk Vorbeben beobachtet. Dagegen geht Wyss [1997a] von nur 10% bis 30% aus; nach Von Seggern *et al.* [1981] sind Vorbeben vor einem Hauptbeben eher Ausnahme als Regel. Sie setzen im allgemeinen einige Tage vor dem Hauptbeben ein [Jones 1984] und waren bereits hilfreich für die Erdbebenvorhersage [Papazachos 1975], z.B. für das Magnitude-7.5-Erdbeben in Haicheng (China) von 1975 [Raleigh *et al.* 1977; Scholz 1977; Wu *et al.* 1978; Zhu & We 1983]. Neben dieser Art von Vorbeben (engl. *foreshocks*) gibt es noch eine weitere Art (engl. *preshocks*), die einige Monate vor dem Hauptbeben einsetzen [Bowman 1996].

Allgemein treten für das Detektieren von Vorbeben jedoch die gleichen Schwierigkeiten wie für die meisten Seismizitätsmuster auf: Sie sind häufig nicht von anderen Erdbeben zu unterscheiden. Insbesondere gibt es keine allgemeine Relation zwischen der Magnitude des größten Vorbebens und dem späteren Hauptbeben und auch keine Vorschrift über die Häufigkeit von Vorbeben: Einzelne Vorbeben werden ebenso beobachtet wie Vorbebenschwärme [Mogi 1985]. Allerdings zeichnen sich Vorbeben durch einen  $b$ -Wert aus, der im Vergleich zu Nachbeben und anderen Erdbeben niedriger ist [Suyehiro *et al.* 1964].

Nach Jones & Molnar [1979] und Ogata *et al.* [1996] folgt das Auftreten von Vorbeben einem Potenzgesetz:

$$N(t) = \frac{C_f}{(c_f + t)^q} \quad (2.4)$$

Dabei ist  $N$  die Frequenz (Anzahl pro Zeit) der Vorbeben und  $t$  die Zeit vor dem Hauptbeben;  $C_f$ ,  $c_f$  und  $q$  bezeichnen Konstanten, wobei für den Exponenten  $q \approx 1$  gilt [Papazachos 1975; Kagan & Knopoff 1978]. In einem Modell gehen Jones & Molnar [1979] von zwei Platten aus, die sich aufgrund ihrer rauhen Oberflächen verhakt haben; die einzelnen rauhen Stellen werden auch als *Asperities* bezeichnet und die entsprechenden Modelle faßt man unter dem Begriff *Asperity*-Modelle zusammen. Durch statische Ermüdung [Procter *et al.* 1967; Scholz 1972] kommt es zum Bruch der einzelnen *Asperities* (Vorbeben) und schließlich zum Hauptbeben.

Im Gegensatz zu Vorbeben beobachtet man Nachbeben nach nahezu jedem großen (tektonischen) Erdbeben. Sie entstehen durch die Relaxation der Spannungen, die sich zuvor konzentriert und zum Hauptbeben geführt haben. Die zeitliche Entwicklung der Nachbeben ist durch das modifizierte *Omori-Gesetz* [Omori 1894; Utsu *et al.* 1995]

$$N(t) = \frac{C_a}{(c_a + t)^p} \quad (2.5)$$

gegeben.  $C_a$  und  $c_a$  sind wieder Konstanten und auch für den Exponenten gilt  $p \approx 1$  [Utsu *et al.* 1995]. Die Magnitude des stärksten Nachbebens ist typischerweise eine Größenordnung niedriger als die des Hauptbebens [Utsu 1971]. Räumlich sind die Nachbeben meistens über die gesamte Bruchfläche des Hauptbebens verteilt. Sie treten verstärkt dort auf, wo das Hauptbeben starke Spannungskonzentrationen erzeugt hat [Mendoza & Hartzell 1988]. Die raumzeitliche Dynamik von Nachbeben ist allgemein durch starkes *Clustern* gekennzeichnet, d.h. die einzelnen Ereignisse treten räumlich und zeitlich konzentriert auf. Durch ihren speziellen Charakter als Folgeerscheinung eines Hauptereignisses unterscheidet sich ihre Dynamik stark von der Dynamik der anderen Erdbeben. Die hohe Zahl von Nachbeben in Erdbebenkatalogen (bis zu 50% aller Ereignisse) hat oftmals zur Folge, daß die Nachbeben-Dynamik alle anderen dynamischen Merkmale überdeckt. Daher werden vor der Untersuchung von Erdbebenkatalogen häufig zuerst die Nachbeben entfernt. Dieser Vorgang wird auch *Declustering* bezeichnet. In Abschnitt 2.3.2 wird ein entsprechendes Verfahren näher erläutert.

### 2.2.3 Seismische Ruhe: Modelle und Mechanismen

Seismische Ruhe vom Typ  $R_2$  (Abb. 2.4) ist ein vielversprechender Kandidat für ein Vorläuferphänomen vor großen Erdbeben [Habermann 1988; Wyss & Habermann 1988; Wyss & Dmowska 1997]. In Kapitel 4 werden Verfahren beschrieben, um seismische Ruhe

in Erdbebenkatalogen zu detektieren und statistische Signifikanzen zu berechnen. Daher werden in diesem Abschnitt lediglich einige qualitative Aspekte beschrieben.

Zahlreiche Beispiele für das Auftreten seismischer Ruhe einige Jahre vor großen Erdbeben sind bekannt und dokumentiert [Kanamori 1981]. Insbesondere führte die Beobachtung einer seismischen Ruhe bereits mehrfach zu erfolgreichen Erdbebenvorhersagen; ein Überblick findet sich in [Habermann 1988].

Als bekanntestes Beispiel für eine Vorhersage aufgrund von seismischer Ruhe gilt das Oaxaca-Erdbeben von 1978 ( $M = 7.8$ ) in Süd-Mexiko [Ohtake *et al.* 1977, 1981]. Dennoch ist umstritten, ob diese Ruhe tatsächlich mit dem Oaxaca-Erdbeben assoziiert werden kann, oder ob sie ein Artefakt ist [Garza & Lomnitz 1979; Kisslinger 1988; Whiteside & Habermann 1989; Lomnitz 1994].

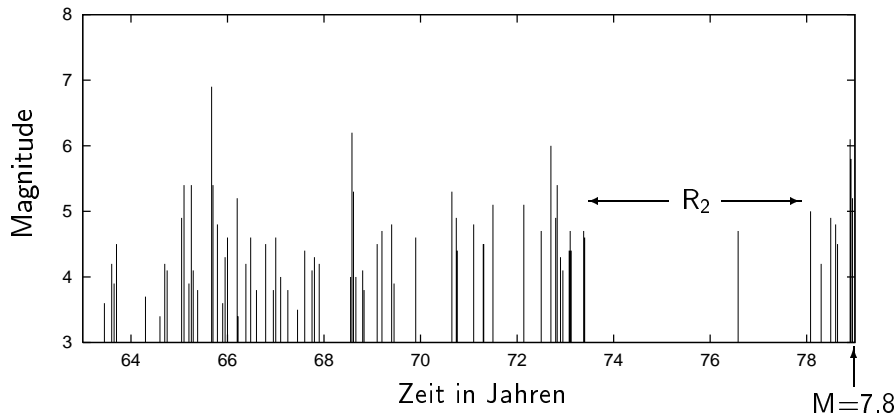


Abbildung 2.6: Seismische Ruhe vor dem M7.8-Erdbeben in Oaxaca, Mexiko

Abbildung 2.6 zeigt die zeitliche Entwicklung der Erdbebenaktivität vor dem Oaxaca-Erdbeben in einer Region der Größe  $7 \times 10^4 \text{ km}^2$ . Man beobachtet deutlich ein abruptes Einsetzen seismischer Ruhe im Jahr 1973. Etwa 0.9 Jahre vor dem Hauptbeben wird diese Region wieder aktiv; dieses bereits in Abschnitt 2.2.1 erwähnte Phänomen trat schon bei anderen Erdbeben in Mexiko auf [Ohtake *et al.* 1977, 1981]. Schließlich beobachtet man noch die Vorbeben 1.8 Tage vor dem Hauptbeben sowie eine seismische Ruhe vom Typ  $R_3$  (siehe Abschnitt 2.2.1) [McNally 1981]. Räumlich erstreckt sich die seismische Ruhe über eine Region, die größer ist als der Bereich, in dem später die Nachbeben des Oaxaca-Erdbebens auftreten.

Allgemein überdeckt die Fläche der seismischen Ruhe die Bruchfläche des späteren Hauptbebens und kann sogar um bis zu einen Faktor 10 größer als diese sein [Scholz 1988]. Ein weiterer wichtiger Zusammenhang besteht zwischen der Magnitude des Hauptbebens und der Länge der seismischen Ruhe  $R_2$  vor dem Hauptbeben: Je stärker das Hauptbeben ist, desto länger dauert die seismische Ruhe  $R_2$  vor diesem Hauptbeben. Dieser Zusammenhang wurde von Ohtake [1980] gefunden und von Mogi [1985] und Wyss & Habermann [1988] für verschiedene Datensätze bestätigt. In einem Modellierungsansatz geht J. Zschau [*private Mitteilung*] von einer Beziehung  $\log T_Q \sim M$  aus, wobei  $T_Q$  die Dauer der seismischen Ruhe bezeichnet.

Die geophysikalischen Mechanismen, welche die seismische Ruhe  $R_2$  hervorrufen, sind bisher weitestgehend unverstanden. Dagegen kann man sich das Auftreten der postseismi-



schen Ruhe  $R_1$  mit einem einfachen Modell erklären [Scholz 1994]. Lokale Seismizität entsteht, wenn die Kraft, die durch das tektonische Laden erzeugt wird, die lokalen Reibungskräfte ausgleicht:

$$\tau_{\text{lokal}} = \tau_{\text{luden}}, \quad (2.6)$$

wobei  $\tau$  die jeweiligen Spannungen bezeichnet. Das tektonische Laden wird allgemein linear angenommen (Abb. 2.7(a)):

$$\tau_{\text{luden}} = \tau_0 + \Delta\tau \cdot \frac{t}{T}. \quad (2.7)$$

$\Delta\tau$  bezeichnet den Spannungsabfall durch das vorhergehende Hauptbeben,  $T$  ist die Dauer eines seismischen Zyklus und  $\tau_0$  eine Konstante. Nimmt man für  $\tau_{\text{lokal}}$  und  $\tau_0$  zufällige Werte an, so kann man die Verteilung der Spannungen  $\tau$  zur Zeit  $t = 0$  durch eine Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(\tau, 0)$  beschreiben (Abb. 2.7(b)).

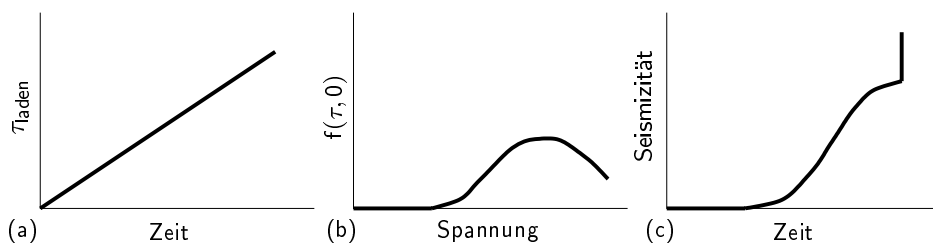


Abbildung 2.7: Modell 0 für seismische Ruhe: (a) tektonisches Aufladen; (b) Verteilung der Spannungen zur Zeit  $t = 0$ ; (c) Verlauf der Seismizität während eines seismischen Zyklus.

Die postseismische Ruhe  $R_1$  entsteht in diesem einfachen Modell durch den Spannungsabfall, der durch das erste Hauptbeben bedingt ist, unter das lokale Spannungsniveau  $\tau_{\text{lokal}}$ . Die Hintergrundseismizität  $H$  setzt erst dann ein, wenn durch das tektonische Laden Gl. (2.6) wieder gilt (Abb. 2.7(c)). Diese Art seismischer Ruhe wurde beispielsweise in Kalifornien beobachtet, wo das große Erdbeben auf der San Andreas-Verwerfung 1906 sogar die Spannungen auf den sehr aktiven benachbarten Verwerfungen, der Hayward- und der Calaveras-Verwerfung (siehe Abb. 4.20), so stark reduziert hat, daß diese bis 1957 nahezu völlig ruhig blieben [Tocher 1959].

Die seismische Ruhe  $R_2$  wird durch dieses Modell nicht beschrieben (siehe Abb. 2.7(c)); allerdings gibt es drei Möglichkeiten, das Modell zu modifizieren, so daß man seismische Ruhe vom Typ  $R_2$  erhält. Zunächst kann man annehmen, daß das tektonischen Aufladen kurze Zeit vom linearen Verlauf (Gl. (2.7)) abweicht (Modell 1, Abb. 2.8(a)), indem  $\tau_{\text{luden}}$  kurzzeitig sinkt. Solche regionalen Störungen wurden zwar beobachtet [Castle *et al.* 1976; Thatcher 1983], jedoch ist der zugrundeliegende Mechanismus unbekannt [Scholz 1994].

Weiter kann man für die Verteilung der Spannungen zur Zeit  $t = 0$  eine bimodulare Verteilung mit einem engen Spalt zwischen den beiden Maxima annehmen (Modell 2, Abb. 2.8(b)). Dieses von Kanamori [1981] vorgeschlagene Modell produziert ebenfalls eine seismische Ruhe  $R_2$  – eine geophysikalische Begründung für die spezielle Form von  $f(\tau, 0)$  existiert bisher aber nicht.

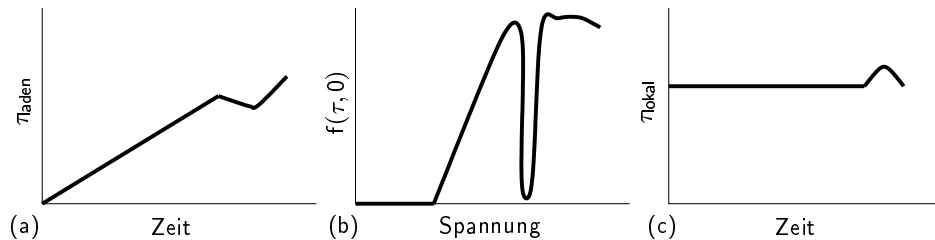


Abbildung 2.8: Modifikationen von Modell 0 in Abb. 2.7: (a) Das tectonische Laden wird gestört (Modell 1); (b) die Verteilung der Spannungen zur Zeit  $t = 0$  wird verändert (Modell 2); (c) die lokale Spannung steigt kurzzeitig an (Modell 3).

Schließlich kann man Modell 0 (Abb. 2.7) dahingehend modifizieren, daß man für  $\tau_{\text{lokal}}$  in Gl. (2.6) einen kurzzeitigen Anstieg annimmt (Modell 3, Abb. 2.8(c)). Ein Mechanismus, der diesen Verlauf aufweist, ist die Verhärtung eines Gesteins durch sogenannte Dilatanz [Frank 1965; Brace & Martin 1968; Nur 1972]: In einem Gestein, das unter Spannung gesetzt wird, steigt die Porengröße, also das Volumen des leeren Raumes im Innern, an. Folglich sinkt der Porendruck, was zu einer temporären Gesteinsverhärtung führt. Dieser Effekt spielt eine wesentliche Rolle für die Klasse der sogenannten Dilatanzmodelle [Scholz 1994].

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß es offenbar keinen grundlegenden Mechanismus gibt, der das Auftreten seismischer Ruhe verständlich macht. Die verschiedenen Erscheinungsformen seismischer Ruhe in unterschiedlichen Regionen geben eher Anlaß zu der Vermutung, daß mehrere Mechanismen zu diesem Phänomen führen können. Entsprechende Fallstudien sind in [Scholz *et al.* 1973; Stuart 1979; Wyss & Burford 1985,1987; Wyss *et al.* 1990a,1990b; Stuart 1991; Scholz 1994] gegeben.

## 2.3 Erdbebenkataloge

Erdbebenkataloge bilden die Datenbasis für diese Arbeit. Sie sind in großer Menge verfügbar, insbesondere für Regionen mit hoher seismischer Aktivität, z.B. für Kalifornien und Japan. Teilweise sind Erdbebenkataloge allgemein zugänglich. So kann man etwa nordkalifornische Erdbebenkataloge via Internet vom *United States Geological Survey (USGS)* beziehen.

In einem Erdbebenkatalog wird ein einzelnes Erdbeben durch folgende Größen beschrieben: Zeit, Lage des Hypozentrums und Magnitude. Ein Hauptproblem bei der Untersuchung von Erdbebenkatalogen besteht in der unvollständigen bzw. ungenauen Erfassung aller Erdbeben. Diese Problematik wird in Abschnitt 2.3.1 diskutiert. Weiterhin ist man bei vielen Betrachtungen nicht an der Dynamik von Nachbeben interessiert. Da Nachbeben aber einen großen Teil von Erdbebenkatalogen ausmachen (siehe Abschnitt 2.2.2), empfiehlt sich in diesen Fällen das Entfernen der Nachbeben aus dem Katalog.

### 2.3.1 Die Homogenität eines Katalogs und artifizielle Seismizitätsänderungen

Erdbebenkataloge aus verschiedenen Regionen können sich in ihren Eigenschaften stark unterscheiden, da die lokalen seismischen Netzwerke oftmals unterschiedliche Qualitäten haben. Dies betrifft hauptsächlich die Erdbeben mit kleinen Magnituden, für deren Detektierung das Netzwerk eine gewisse Empfindlichkeit haben muß. Qualitätsschwankungen können auch innerhalb von Erdbebenkatalogen auftreten. Dazu muß beachtet werden, daß Kataloge sich in der Regel über Zeiträume von Jahren bis Jahrzehnten erstrecken. In diesen Zeiträumen werden häufig neue Meßstationen errichtet, insbesondere als Folge von großen Erdbebenkatastrophen; umgekehrt fallen aber auch Stationen aus technischen Gründen aus oder werden eingespart. Eine weitere Ursache für artifizielle Seismizitätsschwankungen kann ein Wechsel der Magnitudenskala sein, der nicht dokumentiert ist. Detaillierte Untersuchungen hierzu wurden von Habermann [1982,1986,1987,1991] durchgeführt. Allgemein geht man von der Arbeitshypothese aus, daß die seismische Rate, also die Zahl der Erdbeben pro Zeit, zeitlich konstant ist (Phase  $H$  im seismischen Zyklus) [Matthews & Reasenberg 1988; Wyss & Habermann 1988]. In zahlreichen Arbeiten werden Änderungen der seismischen Rate, vor allem das Einsetzen seismischer Ruhe, als Vorläuferphänomen für große Erdbeben betrachtet. Es ist daher von besonderer Bedeutung, die artifiziellen Änderungen der Seismizität von solchen zu trennen, die ein großes Erdbeben ankündigen. Vor der eigentlichen Untersuchung eines Erdbebenkatalogs sollten zwei Fragen untersucht werden:

1. Bis zu welcher Magnitude  $M_c$  sind die Erdbeben im vorliegenden Katalog vollständig erfaßt?
2. Gibt es signifikante Änderungen in der seismischen Rate, die sich durch Veränderungen im seismischen Netzwerk oder in der Magnitudenskala erklären lassen?

Die Vollständigkeitsmagnitude (Frage 1.) wird durch den Gültigkeitsbereich des *Gutenberg-Richter-Gesetzes* (Gl. (2.1)) ermittelt. Für kleine Magnituden beobachtet man häufig ein Abweichen vom linearen Verlauf (siehe z.B. Abb. 2.2), das auf die unvollständige Erfassung der Erdbeben in diesem Magnitudenbereich zurückzuführen ist. Wyss & Martirosyan [1998] definieren die Vollständigkeitsmagnitude  $M_c$  als den Punkt in der nichtkumulativen Frequenz-Magnitude-Beziehung<sup>1</sup> mit der größten Ableitung. Im allgemeinsten Fall ist  $M_c$  eine Funktion von Raum und Zeit.

Zur Bestimmung seismischer Ratenänderungen (Frage 2.) betrachtet man die kumulative Zahl von Erdbeben als Funktion der Zeit. Die am häufigsten auftretenden Fälle sind schematisch in Abb. 2.9 dargestellt. Während die artifiziellen Ratenänderungen in Abb. 2.9(c) und (d) vorwiegend die Erdbeben mit kleinen Magnituden betreffen, tritt die Ratenänderung bei  $T_1$  in Abb. 2.9(b) grundsätzlich in allen Magnitudenbereichen auf, so daß man ein erstes Unterscheidungskriterium hat.

Zur weiteren Untersuchung eignet sich der Algorithmus GenAS (engl. GenAS = *generate anomaly start function*) [Habermann 1983], der systematisch signifikante Ratenänderun-

---

<sup>1</sup>In Gl. (2.1) steht  $N$  für die Zahl der Erdbeben mit Magnitude  $\geq M$ . Differenziert man die Gleichung nach der Magnitude ergibt sich eine ähnliche Beziehung für die Zahl der Erdbeben, deren Magnitude zwischen  $M$  und  $M + dM$  liegt.

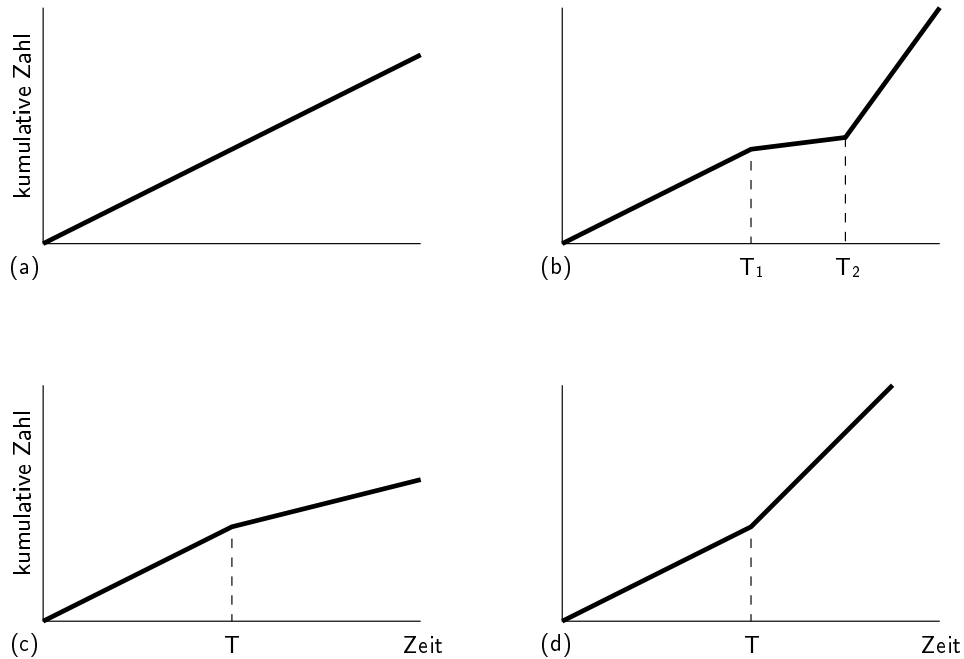


Abbildung 2.9: Kumulative Zahl von Erdbeben als Funktion der Zeit: (a) konstante seismische Rate; (b) seismische Ruhe ( $T_1 \leq t \leq T_2$ ) vor einem Hauptbeben zur Zeit  $T_2$  und Nachbeben ( $t > T_2$ ); (c) Verringerung der Meßrate zur Zeit  $T$  (z.B. durch verschlechtertes seismisches Netzwerk); (d) Erhöhung der Meßrate zur Zeit  $T$  (z.B. durch verbessertes seismisches Netzwerk).

gen sucht<sup>2</sup>, wobei jeweils die Magnitudenbereiche  $M \geq M_0$  und  $M \leq M_0$  getrennt untersucht werden und  $M_0$  über den gesamten Bereich von Magnituden variiert wird. Detektiert man nun eine signifikante Ratenänderung, die sich über einen großen Magnitudenbereich erstreckt, so kann diese Änderung entweder eine natürliche Ursache haben, wie etwa in Abb. 2.9(b), sie kann aber auch Folge einer generellen Magnitudenumskalierung  $M_1 \rightarrow M_2$  sein. Derartige Umskalierungen haben im allgemeinen die Form [Zúñiga & Wyss 1995]

$$M_2 = aM_1 + b. \quad (2.8)$$

Man sollte also prüfen, ob sich die gefundene Ratenänderung durch Gl. (2.8) modellieren läßt und gegebenenfalls eine Korrektur der Magnituden vornehmen. Eine genaue Beschreibung des Verfahrens sowie ein Beispiel für eine solche Magnitudenänderung findet man in [Wyss *et al.* 1995].

Für konkrete Berechnungen hinsichtlich der in diesem Abschnitt beschriebenen Methoden erweist sich das Softwarepaket ZMAP [Wiemer *et al.* 1995] als nützlich.

<sup>2</sup>Die Ratenänderungen werden mit Hilfe des  $z$ -Wertes (Gl. (4.1)) bestimmt, wobei  $r_1, \sigma_1$  und  $n_1$  Mittelwert, Standardabweichung und Abtaste der Verteilung im Intervall  $[T_{min}; t]$  und  $r_2, \sigma_2$  und  $n_2$  die entsprechenden Größen im Intervall  $[t; T_{max}]$  sind.  $T_{min}$  und  $T_{max}$  bezeichnen Anfangs- und Endzeit des Kataloges. Der  $z$ -Wert als Funktion von  $t$  heißt AS-Funktion.

### 2.3.2 Declustering von Erdbebenkatalogen

Die Identifizierung eines Erdbebens als Nachbeben basiert im wesentlichen auf seiner räumlichen und zeitlichen Nähe zu einem vorhergehenden Hauptbeben [Knopoff & Gardner 1972; Savage 1972; Gardner & Knopoff 1974; McNally 1976; Keilis-Borok *et al.* 1980]. Diese Kriterien allein sind jedoch nicht hinreichend für ein sinnvolles *Declustering*, weil sie zu einer Überschätzung der Nachbebenzahl führen würden; insbesondere würde nach einem großen Erdbeben eine absolute Ruhe einsetzen. Daher wird in dieser Arbeit der etwas aufwendigere Algorithmus von Reasenberg [1985] verwendet, dessen Haupteigenschaften nun kurz skizziert werden.

Als räumlichen Wechselwirkungsbereich setzt Reasenberg [1985] das  $Q$ -fache der Herdfläche an, wobei  $Q$  ein Parameter ist und die Herdfläche nach Kanamori & Anderson [1975] bestimmt wird. Für Kalifornien benutzt Reasenberg [1985]  $Q = 10$ . Für ein Erdbeben mit Magnitude  $M = 4$  werden die Nachbeben z.B. in einem Kreis mit dem Durchmesser von 4.6 km um das Epizentrum erwartet. Für die Zeitabhängigkeit verwendet man zunächst das *Omori-Gesetz* (Gl. (2.5)) für  $t \geq t_0$  mit  $p = 1$ ,  $c_a = 0$  [Mogi 1962] und  $t_0 = 1$  Tag. Weiterhin bestimmt man  $C_a$  aus der empirischen Beziehung [Reasenberg 1985]

$$\log C_a = 2(\Delta M - 1)/3, \quad (2.9)$$

mit

$$\Delta M = (1 - x_k)M_{max} - M_{eff}, \quad (2.10)$$

wobei  $M_{max}$  die Magnitude des größten Erdbebens der jeweiligen Sequenz ist;  $x_k$  und  $M_{eff}$  sind Parameter des Algorithmus.<sup>3</sup>

Die Nachbebensequenz wird dann durch einen zeitabhängigen Poisson-Prozeß modelliert, d.h. die Wahrscheinlichkeit, im Zeitintervall  $[t; t + \tau]$   $k$  Erdbeben zu beobachten, ist

$$p(k, N(t), \tau) = \frac{(N(t) \cdot \tau)^k}{k!} \cdot e^{-N(t) \cdot \tau}, \quad (2.11)$$

wobei  $N(t)$  die Rate aus Gl. (2.5) ist. Folglich findet man mit einer Wahrscheinlichkeit von

$$P = \sum_{k=1}^{\infty} p(k, N(t), \tau) = 1 - p(0, N(t), \tau) = 1 - e^{-N(t) \cdot \tau} \quad (2.12)$$

ein Ereignis im Intervall  $[t; t + \tau]$ . Gibt man nun ein statistisches Vertrauensintervall, z.B.  $P = 95\%$  vor, so ergibt sich daraus die Zeit  $\tau$ , die man warten muß, bis das nächste Ereignis in der Nachbebensequenz eintritt. Aus Gl. (2.5), Gl. (2.9) und Gl. (2.12) folgt

$$\tau = \frac{-\ln(1 - P)}{10^{2(\Delta M - 1)/3}} \cdot t, \quad (2.13)$$

d.h.  $\tau$  ist für wachsendes  $t$  grundsätzlich unbeschränkt, weshalb man eine obere Schranke  $\tau_{max}$  einführen muß. Weiterhin muß man den Startwert  $\tau_{min} = \tau(t = 0)$  angeben.

In Tab. 2.1 sind die Parameter des Algorithmus aufgelistet. Die erste Zeile enthält die Parameter für Kalifornien [Reasenberg 1985], die zweite Zeile enthält einen Parametersatz, der von Arabasz & Hill [1996] für Utah vorgeschlagen wurde und sich für viele Regionen außerhalb von Kalifornien verwenden läßt [M. Wyss, *private Mitteilung*].

<sup>3</sup>In Reasenberg [1985] wird im Gegensatz zu Gl. (2.10) mit  $\Delta M = M_{max} - M_{min}$  gerechnet, wobei  $M_{min}$  die kleinste Magnitude des Erdbebenkatalogs ist. Gl. (2.10) stellt eine Erweiterung des Algorithmus dar, die durch geophysikalische Modellvorstellungen motiviert ist [M. Wyss, *private Mitteilung*].

	$\tau_{min}[\text{Tage}]$	$\tau_{max}[\text{Tage}]$	$P$	$x_k$	$M_{eff}$	Q
Kalifornien	1	10	0.95	0.5	1.5	10
Utah	1	35	0.95	0.0	1.5	40

Tabelle 2.1: Parameter des *Decluster*-Verfahrens von Reasenbergs [1985] für Kalifornien und Utah.

## 2.4 Erdbebenmodelle, Chaos und Vorhersagbarkeit

In Abschnitt 2.2 wurden verschiedene Modellvorstellungen angegeben, mit deren Hilfe man bestimmte Eigenschaften wie Vor- und Nachbeben oder seismische Ruhe verstehen und beschreiben kann. Daneben gibt es eine Reihe allgemeinerer Modellierungsansätze; die bekanntesten werden nun skizziert.

Der stochastisch getriebene zelluläre Automat von Bak & Tang [1989] beschreibt Erdbeben als ein Phänomen selbstorganisierter Kritizität. Danach befindet sich die Erdkruste in einem statistisch stationären Zustand, in dem eine kleine Störung sowohl ein Mikrobenben auslösen, als auch in ein großes Erdbeben eskalieren kann [Geller *et al.* 1997]. Das Modell von Bak & Tang [1989] reproduziert das nichtkumulative *Gutenberg-Richter-Gesetz* (Gl. (2.1)), kann aber wesentliche Elemente der seismischen Dynamik, wie z.B. Vor- und Nachbeben, nicht beschreiben.

Weiterhin gibt es die Klasse der massiven Feder-Block-Modelle [Burrige & Knopoff 1967; Otsuka 1972; Carlson & Langer 1989a,1989b]. Hier betrachtet man ein Netzwerk massiver Blöcke, die durch Federn gekoppelt sind. Dieses Netzwerk befindet sich zwischen zwei tektonischen Platten; mit einer Platte ist es durch Reibungskräfte verbunden und mit der zweiten Platte, die sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, durch weitere Federn. Die Federn zwischen den Blöcken werden durch die Bewegung der zweiten Platte so lange gedehnt, bis die Reibungskräfte ausgeglichen sind und ein Teil des Systems zu gleiten beginnt. Dieses Gleiten wird mit einem Erdbeben identifiziert. Für ein großes Block-System findet man im allgemeinen eine Beziehung, die dem *Gutenberg-Richter-Gesetz* in Gl. (2.3) entspricht [Carlson & Langer 1989b]. Einzelne dynamische Eigenschaften, wie z.B. Nachbeben, können durch die Einbeziehung viskoser Inhomogenitäten [Burrige & Knopoff 1967] oder durch spezielle Reibungsgesetze [Dieterich 1972] simuliert werden.

Hainzl *et al.* [1998a,1998b] schlagen vor, das ursprüngliche Modell von Burrige & Knopoff [1967] um einen Relaxationsprozeß in der Erdkruste zu erweitern. Das so modifizierte Modell reproduziert neben dem *Gutenberg-Richter-Gesetz* (Gl. (2.1)) auch das *Omori-Gesetz* (Gl. (2.5)), sowie Vorbeben und seismische Ruhe.

Im Gegensatz zu dem SOC-Modell (engl. SOC = *self-organized criticality*) von Bak & Tang [1989], das stochastisch getrieben ist, sind die Feder-Block-Modelle nach Burrige & Knopoff [1967] rein deterministisch. Eine Besonderheit einzelner Modelle ist das Auftreten von deterministischem Chaos in bestimmten Parameterbereichen [Huang & Turcotte 1990a,1990b]. Turcottes [1994] Schlußfolgerung lautet (S. 16): *Spring-block models are a*

*simple analogy to the behavior of faults in the earth's crust. However, the chaotic behavior of low-dimensional analog systems often indicates that natural systems will also behave chaotically. Thus it is reasonable to conclude that the interactions between faults that lead to the fractal frequency-magnitude statistics of earthquakes are examples of deterministic chaos. The prediction of earthquakes is not possible in the deterministic sense; only a probabilistic approach to the occurrence of earthquakes will be possible.*

Geller *et al.* [1997] kommen zu einem ähnlichen Resultat (S. 1616): *However, the consensus of a recent meeting (...) was that the Earth is in a state of self-organized criticality where any small earthquake has some probability of cascading into a large event (...) Thus, the consensus of the meeting was that individual earthquakes are probably inherently unpredictable.*

In dieser Arbeit wird der Standpunkt vertreten, daß allein aus Modellen, die Chaos oder selbstorganisierte Kritizität aufweisen, keine grundsätzliche Unvorhersagbarkeit von Erdbeben abgeleitet werden kann. Die tektonischen Prozesse, die zu Erdbeben führen, sind vielfältig und komplex [Scholz 1994]. Trotzdem sind in zahlreichen Fällen Vorläuferphänomene bekannt, die auf der Basis klar formulierter Hypothesen als statistisch signifikant bewertet wurden [Wyss & Habermann 1988; Evison & Rhoades 1993,1994; Minster & Williams 1996; Kossobokov *et al.* 1997]. Um Aussagen über Vorhersagbarkeit anhand von Modellen zu treffen, müssen diese Vorläuferphänomene von den Modellen reproduziert werden. Diese Einschätzung stellt nicht die Wichtigkeit von Modellen in Frage, sondern zeigt die Begrenztheit allzu einfacher Modelle auf. Anders gesagt: Aus einem Modell, das z.B. grundsätzlich keine Vorbeben produziert, obwohl diese in der Natur beobachtet werden (siehe Abschnitt 2.2.2) und von der *International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior* (IASPEI) als signifikantes Vorläuferphänomen eingestuft wurden [Wyss & Dmowska 1997], kann nicht gefolgert werden, daß man nicht mit Hilfe von Vorbeben starke Erdbeben vorhersagen kann.

Ferner ist der Schluß von Turcotte [1994] (siehe Zitat oben) inkorrekt, daß im Falle von deterministischem Chaos grundsätzlich keine Vorhersage im deterministischen Sinne möglich ist. Den Zusammenhang zwischen regulären, chaotischen und stochastischen Prozessen beschreiben Atmanspacher & Morfill [1986] wie folgt (S. 1): *[Deterministische chaotische Prozesse sind solche], deren zeitliche Entwicklung einerseits deterministischen Differenz- bzw. Differentialgleichungen folgt, die sich aber auf der anderen Seite durch irreguläres, scheinbar zufälliges (chaotisches) Zeitverhalten auszeichnet. Das bedeutet, daß sowohl reguläre Prozesse (stationäre, periodische, mehrfachperiodische Prozesse) als auch rein stochastische Prozesse nicht unter deterministisches Chaos fallen. Reguläre Prozesse erfüllen nicht die Bedingung des irregulären Zeitverhaltens; stochastische Prozesse sind nicht durch deterministische Gleichungssysteme beschreibbar, sondern nur durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Deterministisches Chaos deckt den gesamten Bereich zwischen diesen beiden Grenzfällen ab.*

Die zeitliche Entwicklung von deterministischem Chaos ist gekennzeichnet durch das exponentielle Anwachsen von Störungen [Morfill & Scheingraber 1993]. Ein Maß für die Entwicklung von Störungen ist der sogenannte Lyapunov-Exponent [Ott 1993]. Dieser ist positiv für wachsende Störungen und negativ für abnehmende Störungen; der Betrag des Lyapunov-Exponenten gibt die Stärke der Expansion bzw. der Kontraktion an. Eine wichtige Konsequenz des exponentiellen Wachstums von Störungen in einem chaotischen Sy-

stem ist die Vorhersagbarkeit auf kurzen Zeitskalen. Die Länge dieser Zeitskala hängt davon ab, wie stark Störungen zeitlich wachsen. Das Problem der Vorhersagbarkeit in chaotischen Systemen wird mit Hilfe der sogenannten Ensemblevorhersage untersucht [Smith 1994]. Das Wort „Vorhersage“ (engl. *prediction*) sollte in dem Zitat von Turcotte [1994] somit durch das Wort „Langzeitvorhersage“ (engl. *long-term prediction*) ersetzt werden, da bei deterministischem Chaos gerade eine Kurzzeitvorhersage möglich ist.

Dennoch ist die Behauptung, daß die Dynamik von Seismizität durch deterministisches Chaos gekennzeichnet ist, eine interessante Vermutung. Im nächsten Kapitel wird die Frage untersucht, ob in der Dynamik von Seismizität nichtlinearer Determinismus zu finden ist. Zwar ist nichtlinearer Determinismus kein zwingender Grund für deterministisches Chaos, kann aber durchaus ein Hinweis darauf sein. Im Gegensatz zu Huang & Turcotte [1990a, 1990b] wird aber kein Modell zugrundegelegt, sondern es werden die Erdbebendaten direkt untersucht.



# Nichtlinearer Determinismus in Zeitreihen und raumzeitlichen Daten

In diesem Kapitel liegt der Schwerpunkt auf der nichtlinearen Analyse von Erdbebenkatalogen. In Abschnitt 2.2 wurde demonstriert, daß die Dynamik von Erdbeben äußerst komplex ist. Zudem sind die Daten durch geringe Dichten und stark inhomogene Verteilungen gekennzeichnet. Folglich lassen sich die meisten Methoden zur Untersuchung raumzeitlicher Daten, z.B. die Wavelet-Transformation [Chui 1992] oder die Karhunen-Loève-Zerlegung [Uhl *et al.* 1992] nicht verwenden. Dennoch kann man zahlreiche Regelmäßigkeiten und Muster erkennen [Main 1996; Geller 1997; Wyss & Dmowska 1997], etwa die einzelnen Komponenten des seismischen Zyklus (Abschnitt 2.2.1).

Im folgenden wird nicht die Frage untersucht, welche genaue Dynamik den Erdbebendaten zugrunde liegt; vielmehr sucht man ein Maß dafür, wie stark sich diese Dynamik von der eines linearen stochastischen Systems unterscheidet. Nichtlinearer Determinismus ist eine notwendige Bedingung für chaotische Dynamik, die häufig im Zusammenhang mit Erdbeben vermutet wird [Huang & Turcotte 1990a,1990b]. Allerdings kann man das Auftreten von Chaos anhand der vorliegenden Datensätze kaum nachweisen.

Als Maß für nichtlinearen Determinismus wird in diesem Kapitel das Auftreten instabiler periodischer Orbits verwendet [Cvitanović 1992]. Das Detektieren instabiler periodischer Orbits (engl. UPOs = *unstable periodic orbits*) in experimentellen Daten wurde in den neunziger Jahren zunächst auf skalare Zeitreihen aus der Medizin und der Biologie angewandt [Schiff *et al.* 1994; Pei & Moss 1996a,1996b; So *et al.* 1998], später auch auf Daten aus optischen Experimenten und auf simulierte Zeitreihen [So *et al.* 1996,1997]. Besondere Bedeutung hat diese Methode für die Kontrolle von Chaos [Ott *et al.* 1990a,1990b; Ott & Spano 1995] gewonnen, in der das Aufspüren instabiler periodischer Orbits den ersten wesentlichen Schritt darstellt, bevor durch kleine Störungen das Systems stabilisiert wird.

In einem Zustandsraum, dessen Koordinaten die Zustände eines dynamischen Systems beschreiben, stellen periodische Orbits charakteristische Zustände dar. Sind alle periodischen Orbits instabil, wird die Trajektorie des Systems unablässig entlang dieser Orbits verlaufen. Je instabiler ein solcher Orbit ist, umso kürzer hält sich die Trajektorie in seiner Nähe auf und umso schneller wird der nächste Orbit angelaufen. UPOs stellen somit ein Skelett der nichtlinearen Dynamik dar und können zur Charakterisierung dynamischer Systeme dienen [Cvitanović 1992]. So zeichnet sich ein chaotisches System durch eine unendliche Menge instabiler periodischer Orbits aus, die typischerweise eine dichte Menge auf dem Attraktor bilden [Ott 1993]. Beobachtet man umgekehrt eine große Zahl von UPOs in einer Zeitreihe, kann dies zwar ein Hinweis auf deterministisches Chaos sein, es ist aber kein zwingender Grund. Prinzipiell kann die Dynamik eines chaotischen Systems durch eine (unendliche) Menge von UPOs verschiedener Perioden charakterisiert werden. Die Genauigkeit kann schrittweise gesteigert werden, indem man immer mehr UPOs mit immer

höheren Perioden hinzunimmt [Auerbach *et al.* 1987; Cvitanović 1988].

In diesem Kapitel wird eine sehr allgemein verwendbare Technik von Pei & Moss [1996a] benutzt, welche die Systemtrajektorie im Zustandsraum verfolgt und dabei bestimmte, für einen UPO charakteristische Muster detektiert. Dabei werden nicht die einzelnen UPOs weiter untersucht, sondern die Zeitreihe wird hinsichtlich der Gesamtzahl von UPOs mit randomisierten Zeitreihen verglichen. Die Größe der Abweichung gibt dann ein Maß für den vorhandenen nichtlinearen Determinismus in der Originalzeitreihe an.

Im ersten Abschnitt 3.1 wird die Methode von Pei & Moss [1996a] beschrieben und ihre Wirksamkeit an einem typischen System mit chaotischer Dynamik, der Ikeda-Abbildung, demonstriert (Abschnitt 3.2). Danach wird die Methode für die Analyse raumzeitlicher Daten (Abschnitt 3.3) erweitert. In Abschnitt 3.4 wird diese erweiterte Methode wiederum zuerst an simulierten Daten aus einem System gekoppelter Abbildungsgitter getestet, um sie schließlich für die Untersuchung der raumzeitlichen Erdbebendaten zu nutzen (Abschnitt 3.5). Die Resultate werden in Abschnitt 3.7 zusammengefaßt.

### 3.1 Die Methode von Pei und Moss

Die von Pei & Moss [1996a,1996b] entwickelte Methode geht von einer Zeitreihe  $\{x_i\}$  aus und stellt im ersten Schritt die dieser Zeitreihe zugrundeliegende Dynamik in Form eines *Scatter Plots* dar, in dem dann die UPOs detektiert werden. Anschließend wird eine Signifikanz für das Auftreten von UPOs durch den Test gegen eine geeignete Nullhypothese berechnet.

#### 3.1.1 Instabile periodische Orbits in Zeitreihen

Im *Scatter Plot*  $(x_i, x_{i+1})$  werden zwei aufeinander folgende Werte der Zeitreihe gegeneinander aufgetragen. Dies entspricht einer eindimensionalen Abbildung

$$f(x_i) = x_{i+1}. \quad (3.1)$$

Diese Abbildung wird auch als *Return Map* oder stroboskopische Abbildung bezeichnet [Takens 1981; Sauer *et al.* 1991; Sauer 1994]. Ein Fixpunkt  $x^*$  ist ein periodischer Punkt der Periode  $p = 1$ ; er liegt auf der Winkelhalbierenden  $f(x^*) = x^*$ . Periodische Punkte höherer Periode  $p > 1$  findet man auf der Winkelhalbierenden der Abbildung

$$f^p(x_i) = \underbrace{f \circ f \circ \dots \circ f}_{p\text{-mal}}(x_i) = x_{i+p}. \quad (3.2)$$

Ist ein Fixpunkt instabil, so zeigt die Systemtrajektorie in seiner Nähe ein bestimmtes deterministisches Verhalten: sie nähert sich dem Fixpunkt entlang einer stabilen Mannigfaltigkeit und entfernt sich schließlich von ihm entlang einer instabilen Mannigfaltigkeit. Der Fixpunkt, in dem sich beide Mannigfaltigkeiten schneiden, wird dabei nicht genau erreicht. Diese lokale Geometrie dient als Grundlage zur Detektierung eines instabilen Fixpunktes bzw. eines instabilen periodischen Orbits. Im folgenden wird ausschließlich der Fall  $p = 1$  betrachtet. In diesem Fall ergibt sich für die Geometrie in Fixpunktnähe ein weiteres Auswahlkriterium. Wegen der Fixpunktbedingung  $x_{i+1} = x_i$  (für alle  $i$ ) kann

man die Trajektorie in der Nähe von  $x^*$  näherungsweise durch eine lineare Abbildung  $\mathbf{A}$  approximieren:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{x_{n+2}}{x_{i+1}} & 0 \\ 0 & \frac{x_{i+1}}{x_i} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Die Matrixeinträge sind in der linearen Approximation, also in der Nähe von  $x^*$ , konstant. Die Eigenwerte von  $\mathbf{A}$  geben die Kontraktion bzw. die Expansion in der Nähe des Fixpunktes an. Bei der Annäherung an  $x^*$  entlang der stabilen Mannigfaltigkeit gilt  $|\lambda_1| < 1$  (Kontraktion), während beim Entfernen von  $x^*$  entlang der instabilen Mannigfaltigkeit  $|\lambda_2| > 1$  (Expansion) erfüllt ist. Aus der Eigenwertgleichung für  $\mathbf{A}$

$$\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{1}) = 0 \quad (3.4)$$

sieht man, daß die Eigenwerte die Steigungen der jeweiligen Mannigfaltigkeiten sind:  $\lambda_1 = m_s$  und  $\lambda_2 = m_{is}$ , wobei der Index  $s$  für „stabil“ und der Index  $is$  für „instabil“ steht.

Auf der Grundlage dieser geometrischen Eigenschaften definiert man einen Kandidaten für einen instabilen Orbit der Periode 1 durch eine Sequenz von fünf Punkten  $P_1, \dots, P_5$  im *Scatter Plot* (Gl. (3.1)) mit folgenden Eigenschaften:

1. Die Punkte  $P_1, P_2$  und  $P_3$  nähern sich der Winkelhalbierenden entlang einer Geraden (stabile Richtung) mit sinkenden orthogonalen Abständen zur Winkelhalbierenden.
2. Die Punkte  $P_3, P_4$  und  $P_5$  entfernen sich von der Winkelhalbierenden entlang einer Geraden (instabile Richtung) mit steigenden orthogonalen Abständen zur Winkelhalbierenden.
3. Der instabile Fixpunkt  $x^*$ , der als Schnittpunkt beider Geraden definiert wird, muß in der Nähe der Winkelhalbierenden liegen, d.h. der senkrechte Abstand von  $x^*$  zur Winkelhalbierenden darf höchstens so groß sein wie der Mittelwert der senkrechten Abstände der Punkte  $P_1, \dots, P_5$  zur Winkelhalbierenden.
4. (a) Für die Steigung  $m_s$  der Geraden, welche die Punkte  $P_1, P_2$  und  $P_3$  approximiert, gilt  $|m_s| < 1$ .  
(b) Für die Steigung  $m_{is}$  der Geraden, welche die Punkte  $P_3, P_4$  und  $P_5$  approximiert, gilt  $|m_{is}| > 1$ .

Die Definition ist in Abb. 3.1 visualisiert.

### 3.1.2 Der Test gegen Ersatzdaten

Da Punktsequenzen mit den Eigenschaften 1. bis 4. in Abschnitt 3.1.1 auch zufällig auftreten können, ist die Anzahl der Kandidaten für UPOs noch kein brauchbares Maß für nichtlinearen Determinismus. Deshalb verwendet man das Konzept von Ersatzdaten [Theiler *et al.* 1992a, 1992b; Schreiber & Schmitz 1997], um eine statistische Signifikanz für das Auftreten von UPOs anzugeben. Diesem Konzept liegt die Idee zugrunde, die Originaldaten gegen eine Nullhypothese zu testen. Dazu muß zunächst die Nullhypothese sorgfältig formuliert werden. Im nächsten Schritt wird dann ein Ensemble von Ersatzdaten erzeugt, die den Originaldaten ähnlich und mit der Nullhypothese verträglich sind. Schließlich

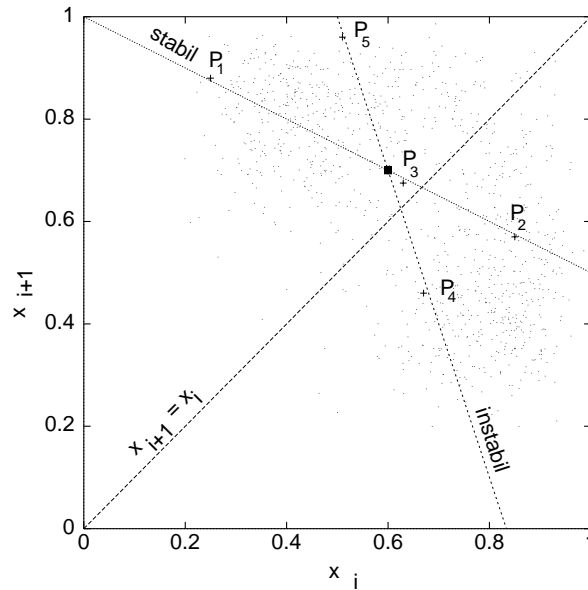


Abbildung 3.1: Definition eines Kandidaten für einen instabilen periodischen Orbit: Die Trajektorie nähert sich dem instabilen Fixpunkt entlang der stabilen Mannigfaltigkeit (Punkte  $P_1, P_2$ , und  $P_3$ ) und entfernt sich wieder von ihm entlang der instabilen Mannigfaltigkeit (Punkte  $P_3, P_4$ , und  $P_4$ ). Der Schnittpunkt der Ausgleichsgeraden ist der Kandidat für den instabilen Fixpunkt.

berechnet man eine geeignete diskriminierende Statistik für die Originaldaten und die Ersatzdaten, und prüft, ob die Ergebnisse signifikant voneinander abweichen.

In diesem Teil der Arbeit wird dem Algorithmus von Theiler *et al.* [1992b] gefolgt und die Nullhypothese untersucht, daß der Zeitreihe eine zeitunabhängige Transformation eines linearen stochastischen Prozesses zugrundeliegt. Die zugehörigen Ersatzdaten werden in sechs Schritten aus den Originaldaten generiert:

1. Die Werte  $x_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) der Zeitreihe werden der Größe nach auf eine gaußverteilte Sequenz von Zufallszahlen abgebildet:  $\{x_i\} \mapsto \{\tilde{x}_i\}$ .
2. Die Fouriertransformation von  $\{\tilde{x}_i\}$  wird berechnet:  $\{\tilde{x}_i\} \rightarrow^{FT} \{y_i\}$ .
3. Die Phasen der Fourierkomponenten werden randomisiert:  $y'_i = y_i \exp(i\phi_i)$ , wobei die  $\phi_i \in [0; 2\pi]$  gleichverteilte Zufallszahlen sind.
4. Die Phasen werden symmetrisiert:
  - (a)  $\Re y''_i = \Re(y'_i + y'_{N+1-i})/2$
  - (b)  $\Im y''_i = \Im(y'_i - y'_{N+1-i})/2$
5. Die Fouriertransformation wird wieder invertiert:  $\{y''_i\} \rightarrow^{FT^{-1}} \{\tilde{x}'_i\}$ .
6. Die Werte der (gaußverteilten) Zeitreihe  $\{\tilde{x}'_i\}$  werden wieder der Größe nach auf die ursprüngliche Reihe abgebildet:  $\{\tilde{x}'_i\} \mapsto \{x'_i\}$ .

Die Schritte 1. und 6. bewirken, daß die Ersatzzeitreihe  $\{x'_i\}$  lediglich durch Umsortieren der Werte aus der ursprünglichen Reihe  $\{x_i\}$  entsteht. Die Verteilung der Werte bleibt

folglich unverändert. Die Randomisierung der Phasen (Schritt 3.) stellt sicher, daß das Leistungsspektrum und somit die Autokorrelationsfunktion näherungsweise erhalten bleibt. Die Symmetrisierung der Phasen (Schritt 4.) wird durchgeführt, damit die in Schritt 5. zurücktransformierte Zeitreihe  $\{\tilde{x}'_i\}$  reelle Werte hat. Die Haupteigenschaften der Ersatzdaten sind somit (i) der näherungsweise Erhalt der *linearen* Korrelationen und (ii) der Erhalt der Verteilung der Werte.

Die Statistik, bezüglich der die Originaldaten mit den Ersatzdaten verglichen werden, basiert auf der Anzahl der UPOs, die in einer Zeitreihe gefunden werden. Dazu erzeugt man ein Ensemble von  $N$  Ersatzdatensätzen und bestimmt die mittlere Zahl von UPOs  $\langle Z_{ersatz} \rangle$  und die zugehörige Standardabweichung  $\sigma_{ersatz}$ . Durch Vergleich mit der Anzahl von UPOs in der Originalzeitreihe  $Z_{orig}$  ergibt sich eine statistische Signifikanz  $K$ :

$$K = \frac{Z_{orig} - \langle Z_{ersatz} \rangle}{\sigma_{ersatz}} \quad (3.5)$$

Nimmt man  $Z_{ersatz}$  als gaußverteilt an, so entspricht  $K = 3$  einer Wahrscheinlichkeit von  $P = 99.86\%$ , mit der die Nullhypothese verworfen wird. Dies folgt aus Gl. (3.5) und der bekannten Abschätzung

$$\int_{-\infty}^{\bar{x}+3\sigma} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2} dx \approx 0.9986. \quad (3.6)$$

Das Ensemble von Ersatzdatensätzen sollte hinreichend groß gewählt werden. Legt man keine Annahme für die Verteilung der Werte von  $Z_{ersatz}$  zugrunde, so gilt die Abschätzung, daß für ein Signifikanzniveau von  $P = 1 - \alpha$  zur Verwerfung der Nullhypothese

$$N_s = \frac{1}{\alpha} - 1 \quad (3.7)$$

Ersatzdatensätze benötigt werden, wobei für alle Ersatzdatensätze  $Z_{ersatz}^k < Z_{orig}$  ( $k = 1, \dots, N_s$ ) gelten muß [Kantz & Schreiber 1997]. Soll die Nullhypothese mit  $P = 99\%$  verworfen werden, so ergibt sich aus diesem Kriterium  $N_s = 99$ .

## 3.2 Anwendung auf die Ikeda-Abbildung

Um die Methode von Pei & Moss [1996a] zum Auffinden instabiler periodischer Orbits zu illustrieren, wird sie nun auf die Ikeda-Abbildung [Ott 1993] angewendet. Der physikalische Ursprung dieser Abbildung liegt in der Beschreibung der Dynamik einer nichtlinearen optischen Kavität.

### 3.2.1 Die Ikeda-Abbildung

Die Ikeda-Abbildung ist durch

$$z_{i+1} = A + Bz_i \exp\left(j\kappa - \frac{j\eta}{1 + |z_i|^2}\right) \quad (3.8)$$

mit  $z \in \mathbf{C}$ ,  $A, B, \kappa \in \mathbf{R}$  und  $j = \sqrt{-1}$  definiert. Durch Zerlegung von  $z_i$  in Real- und Imaginärteil  $z_i = u_i + jv_i$  erhält man eine zweidimensionale umkehrbare Abbildung:

$$\begin{aligned} u_{i+1} &:= \Re(z_{i+1}) = A + B(u_i \cos \Theta_i - v_i \sin \Theta_i) \\ v_{i+1} &:= \Im(z_{i+1}) = B(u_i \sin \Theta_i + v_i \cos \Theta_i), \end{aligned} \quad (3.9)$$

mit

$$\Theta_i = \kappa - \frac{\eta}{1 + u_i^2 + v_i^2}.$$

Die Umkehrabbildung von Gl. (3.9) ist durch

$$\begin{aligned} (u^{-1})_{i+1} &= \frac{1}{B} \left( ((u^{-1})_i - A) \cos \Theta'_i + (v^{-1})_i \sin \Theta'_i \right) \\ (v^{-1})_{i+1} &= \frac{1}{B} \left( -((u^{-1})_i - A) \sin \Theta'_i + (v^{-1})_i \cos \Theta'_i \right), \end{aligned} \quad (3.10)$$

mit

$$\Theta'_i = \kappa - \frac{\eta}{1 + \frac{1}{B} \left( ((u^{-1})_i - A)^2 + ((v^{-1})_i)^2 \right)}.$$

gegeben.

Mit den Parametern  $A = 1.0, B = 0.75, \kappa = 0.4$  und  $\eta = 9.0$  erhält man einen chaotischen Attraktor, der in Abb. 3.2 dargestellt ist.

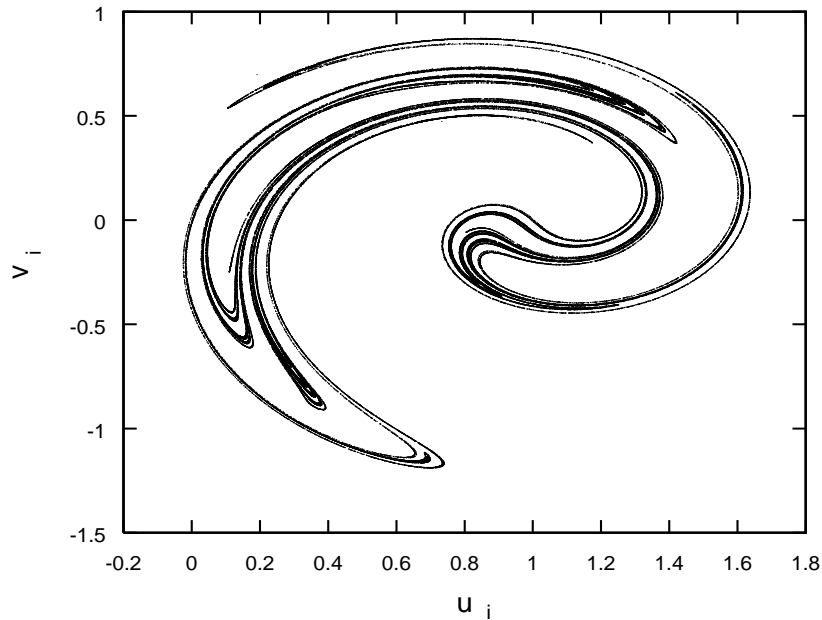


Abbildung 3.2: Der Ikeda-Attraktor (Gl. (3.9)) für  $A=1.0, B=0.75, \kappa = 0.4$  und  $\eta = 9.0$ .

Als skalaren Output definiert man nun die Zeitreihe  $\{x_i\}$  mit

$$x_i := u_i + \epsilon \delta_i, \quad (3.11)$$

wobei  $\{\delta_i\}$  ein Satz gleichverteilter Zufallszahlen im Intervall  $[-1; 1]$  und  $\epsilon$  die Amplitude dieses externen Rauschens ist. Das Rauschen ist notwendig, damit die Trajektorie (stochastisch) in die Nähe der stabilen Mannigfaltigkeit getrieben werden kann, die selber nicht auf dem Attraktor liegt.

Abbildung 3.3 zeigt eine entsprechende Zeitreihe mit  $\epsilon = 0.1$  und Abb. 3.4 zugehörige *Scatter Plots* für verschiedene Werte von  $\epsilon$ .

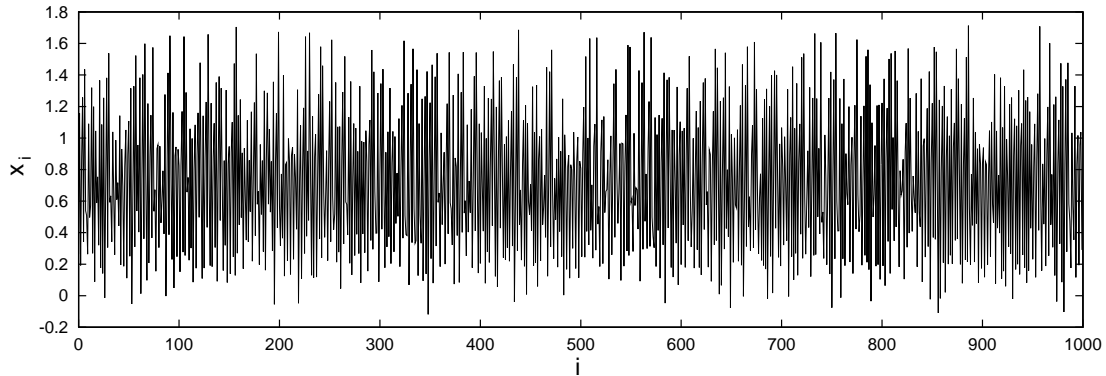


Abbildung 3.3: Zeitreihe  $\{x_i\}$  (Gl. (3.11)) mit  $\epsilon = 0.1$  und den Parametern aus Abb. 3.2.

Die Ikeda-Abbildung enthält einen instabilen Fixpunkt bei  $(u^*, v^*) = (0.658, 0.537)$ , den man numerisch bestimmen kann [So *et al.* 1996]. Zunächst sollen die stabile und die instabile Mannigfaltigkeit bestimmt werden, die sich in diesem Fixpunkt schneiden. Dazu iteriert man die Ikeda-Abbildung  $(u_i, v_i)$  (Gl. (3.9)) und die Umkehrabbildung  $(u_i^{-1}, v_i^{-1})$  (Gl. (3.10)) von der Nähe des Fixpunktes aus:  $(u_0, v_0) = (u^* + \epsilon_1, v^* + \epsilon_2)$ . Das Ergebnis ist in Abb. 3.5 dargestellt. Dabei wurde wieder der *Scatter Plot* der Zeitreihe aus Gl. (3.11) mit  $\epsilon = 0$  aufgetragen. Man sieht, daß sich die beiden Mannigfaltigkeiten im Fixpunkt mit  $x^* = 0.658$  schneiden und das Kriterium für die Steigungen (Abschnitt 3.1, Nr. 4) erfüllen.

### 3.2.2 Die Geometrie in der Nähe des Fixpunktes $x^*$

In diesem Abschnitt wird untersucht, ob das Verfahren von Pei & Moss [1996a] die Fixpunktdynamik bei  $x^* = 0.658$  in Gl. (3.11) detektiert. Dazu verwendet man das in Abschnitt 3.1 beschriebene Verfahren auf die Zeitreihe aus Gl. (3.11) mit  $\epsilon = 0.1$  an. Jede Punktsequenz  $P_1, \dots, P_5$ , welche die Kriterien für einen UPO-Kandidaten erfüllt, wird festgehalten. Für eine Zeitreihe, die 1000 Punkte umfaßt, beobachtet man 69 solcher Sequenzen. Für die Signifikanz  $K$  aus Gl. (3.5) erhält man  $K = 6.31$ .

Abbildung 3.6 zeigt die Lage der Punkte  $P_1, \dots, P_5$ . Man sieht, daß sich die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  jeweils nahe der stabilen Mannigfaltigkeit befinden, während  $P_4$  und  $P_5$  an der instabilen Mannigfaltigkeit liegen; der Punkt  $P_3$  streut um den Schnittpunkt. Abbildung 3.6 demonstriert auch, daß das wesentliche Kriterium zur Identifizierung von UPOs das Annähern der Trajektorie an die Winkelhalbierende bzw. das Entfernen von ihr ist. In den einzelnen Bildern erkennt man, daß die Mannigfaltigkeiten selber eher ungenau approximiert werden. Insbesondere liegt der Punkt  $P_1$  (Abb. 3.6(a)) jeweils soweit vom Fixpunkt entfernt, daß die stabile Mannigfaltigkeit dort nicht als linear angenommen werden kann. Ist man an der genauen Lage eines instabilen Fixpunktes interessiert, so kann man die

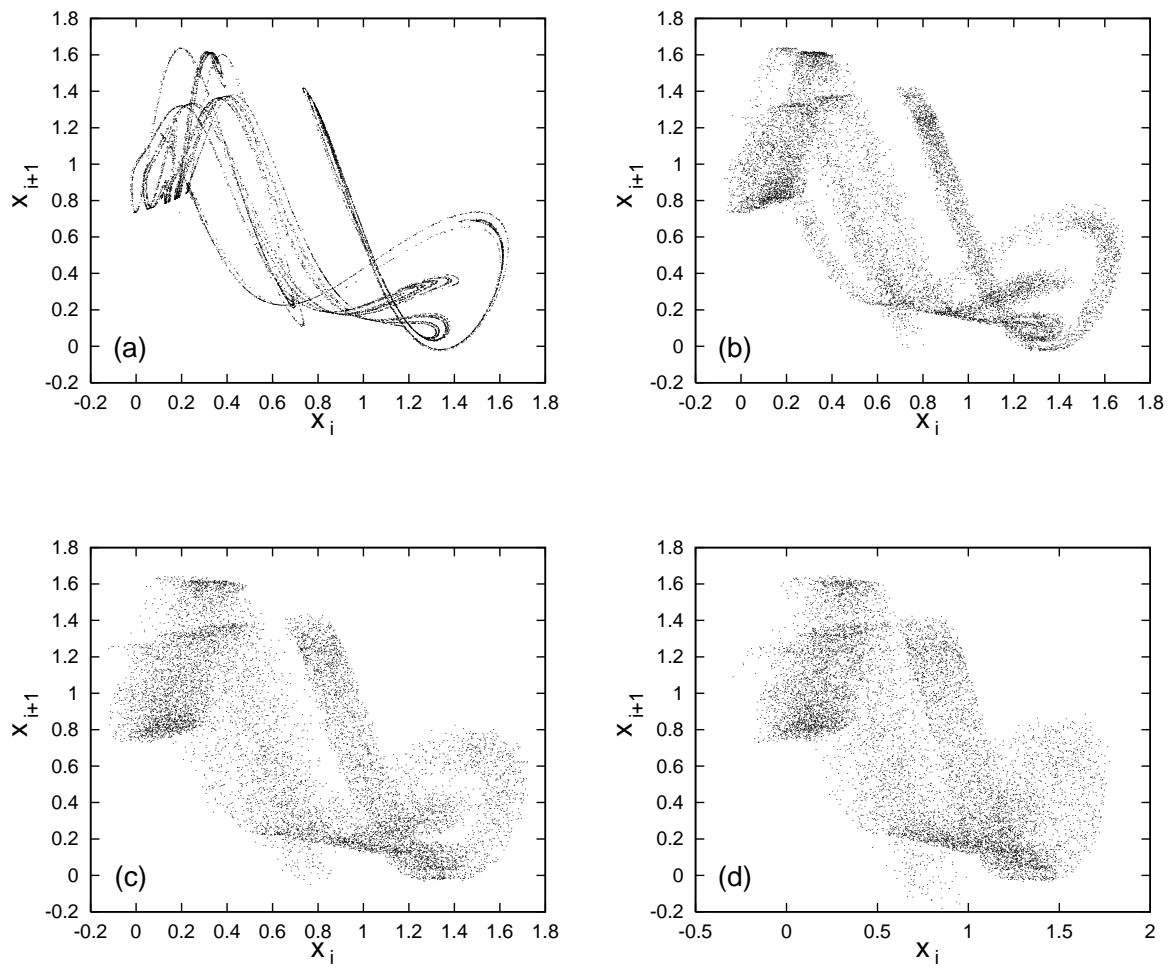


Abbildung 3.4: *Scatter Plots* der verrauschten Ikerda–Abbildung gemäß Gl. (3.11): (a)  $\epsilon = 0$ , (b)  $\epsilon = 0.05$ , (c)  $\epsilon = 0.1$ , (d)  $\epsilon = 0.15$ .



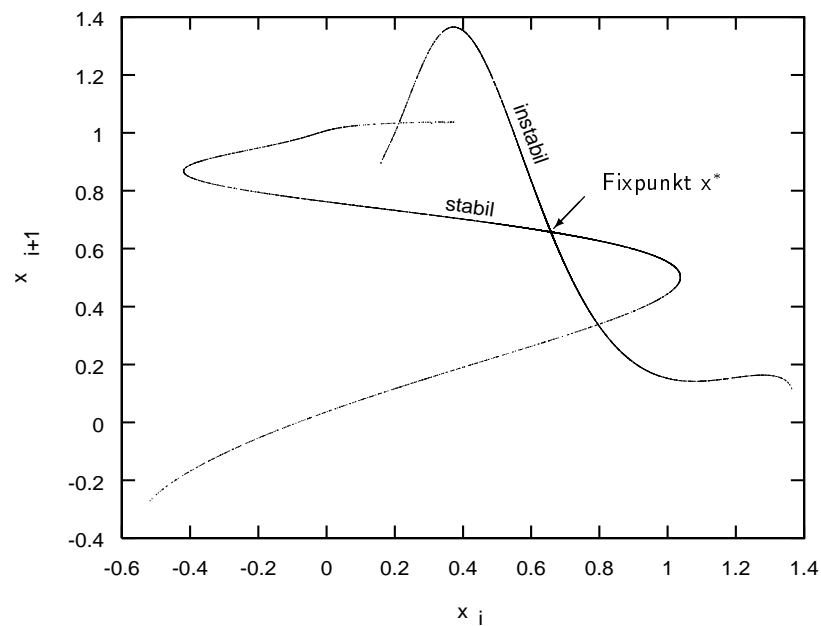


Abbildung 3.5: Stabile und instabile Mannigfaltigkeit für den Fixpunkt  $x^* = 0.658$  der Zeitreihe aus Gl. (3.11) mit  $\epsilon = 0$ .

Kriterien 1. bis 4. in Abschnitt 3.1 verschärfen, z.B. derart, daß der Kandidat für den instabilen Fixpunkt näher an der Winkelhalbierenden liegen muß, als in Abschnitt 3.1 (Punkt 3.) gefordert. Weiter könnte man verlangen, daß die Approximation der Mannigfaltigkeiten durch die jeweiligen Punkte eine bestimmte Güte nicht unterschreiten darf. Da man jedoch an instabilen periodischen Orbits als Maß für nichtlinearen Determinismus interessiert ist und nicht an der genauen Lage eines instabilen Fixpunktes, bleiben die Kriterien für die weiteren Untersuchungen unverändert.

Die Resultate in Abb. 3.6 legen auch ein weiteres sinnvolles Kriterium für einen instabilen periodischen Orbit nahe. Eine spezielle Sequenz, welche die Bedingungen für einen UPO erfüllt, sollte mehr als nur einmal durchlaufen werden, um als UPO gezählt zu werden [C. Grebogi, *private Mitteilung*]. Von diesem Kriterium wird bei den folgenden Rechnungen allerdings abgesehen, da es nur für sehr lange Zeitreihen anwendbar ist und die Festlegung eines weiteren Parameter, die räumliche Nähe zweier UPO-Sequenzen, erfordert.

Ein neues Verfahren zur Detektierung von UPOs [So *et al.* 1996] schlägt eine Transformation vor, welche die Werte der Zeitreihe in die Nähe eines instabilen Fixpunktes abbildet, so daß der Fixpunkt dann aus der Häufigkeitsverteilung der transformierten Zeitreihe abgelesen werden kann. Dieses Verfahren kommt ohne eine genaue Definition räumlicher Nähe aus und erlaubt eine genaue Lokalisierung des Fixpunktes. Es stellt allerdings hohe Anforderungen an die untersuchte Zeitreihe. Insbesondere werden die Ergebnisse von möglichen Instationaritäten in den Daten beeinflusst, da stets die ganze Zeitreihe der Transformation unterworfen ist. Die Stärke der Methode von Pei & Moss [1996a] liegt in der lokalen Betrachtung der Zeitreihe, d.h. es wird nur die Punktsequenz  $\{P_1, \dots, P_5\}$  auf ihre spezielle Dynamik untersucht. Selbst wenn die Zeitreihe nicht stationär ist, weil sich die Eigenschaften des zugrundeliegenden Systems langsam ändern, können UPOs detektiert

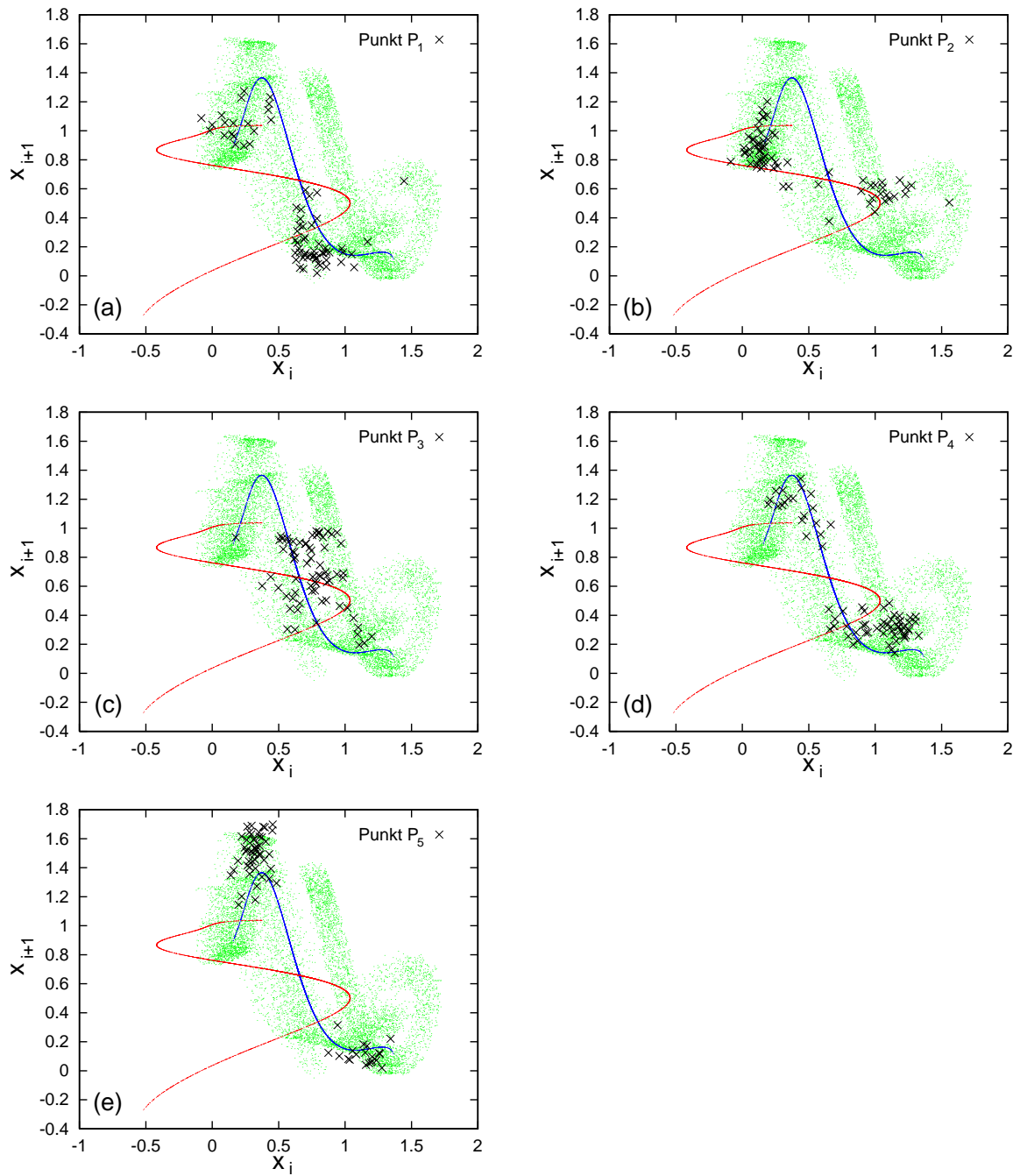


Abbildung 3.6: Identifizierung instabiler periodischer Orbits mit dem Verfahren von Pei & Moss [1996a] für die Zeitreihe aus Gl. (3.11) mit  $\epsilon = 0.1$ : Die Bilderfolge zeigt, wie sich die Trajektorie dem Fixpunkt entlang der stabilen Mannigfaltigkeit (rote Linie) nähert und sich entlang der instabilen Mannigfaltigkeit (blaue Linie) von ihm entfernt.

werden. Allerdings wird in diesem Fall die Verwendung der Ersatzdaten problematisch, da diese die Instationaritäten nicht reproduzieren.

### 3.2.3 Der Einfluß externen Rauschens

Nun wird die Abhängigkeit der Signifikanz für UPOs (Gl. (3.5)) von der Amplitude  $\epsilon$  des externen Rauschens untersucht. Das Ergebnis ist in Abb. 3.7 dargestellt. Für  $0.05 \leq \epsilon \leq 0.2$  beobachtet man ein nahezu monoton abfallendes Verhalten der Kurve, während für  $\epsilon > 0.2$  das Verhalten eher ungeordnet ist. Für sehr kleine Rauschamplituden ( $\epsilon < 0.05$ ) sinkt die Wahrscheinlichkeit, daß die Trajektorie in die Nähe der stabilen Mannigfaltigkeit getrieben wird, und somit auch die Signifikanz für UPOs. Im Grenzfall  $\epsilon = 0$  verläßt die Trajektorie den Attraktor nicht; insbesondere wird die stabile Mannigfaltigkeit nicht mehr erreicht. In diesem Fall wird nur noch der Verlauf entlang der instabilen Mannigfaltigkeit detektiert.

Für die Untersuchung der Ikeda–Abbildung mit additivem weißen Rauschen ergibt sich somit, daß Signifikanzen  $K < 2.5$  (gestrichelte Linie in Abb. 3.7) vermutlich nicht auf Determinismus zurückzuführen sind.

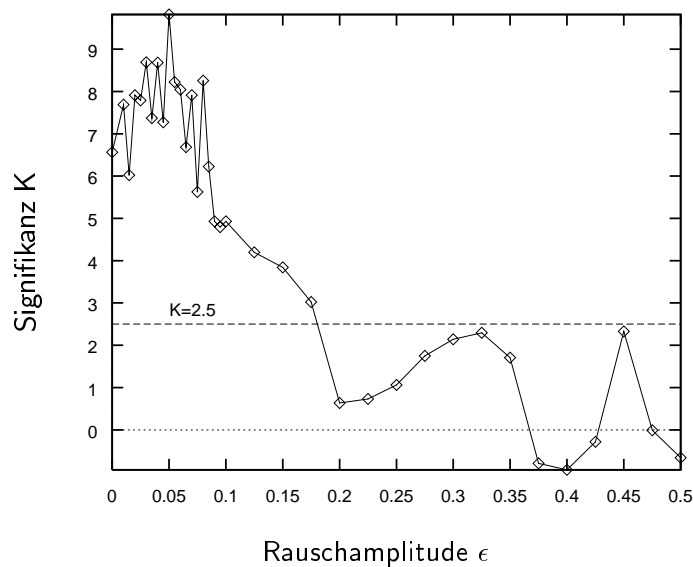


Abbildung 3.7: Abhängigkeit der Signifikanz für UPOs in der Zeitreihe Gl. (3.11) von der Rauschamplitude  $\epsilon$ .

## 3.3 Erweiterung auf raumzeitliche Systeme

Bisher wurden stets skalare Zeitreihen untersucht. Es wurde gezeigt, daß die Methode von Pei & Moss [1996a] ein wirkungsvolles Instrument ist, um nichtlinearen Determinismus in Zeitreihen zu detektieren. Im folgenden soll das eigentliche Anliegen der Arbeit, nämlich die Analyse raumzeitlicher Daten, im Vordergrund stehen. Konkret wird die Frage gestellt: Wie charakterisiert man ein räumlich ausgedehntes System mit komplexer Dy-

namik am besten? Dazu greift man die Idee von Rand [1994] und Rand & Wilson [1995] auf, ein räumlich ausgedehntes System durch charakteristische mittlere Längenskalen zu beschreiben.

In einem System mit räumlich homogener Dynamik verliert man keine Information, wenn man über den Raum mittelt. Ist die Dynamik jedoch ortsabhängig, wie in den meisten natürlichen Systemen, geht Information durch Mittelung verloren. Mittelt man nun statt über den ganzen Raum über einen kleinen Raumbereich, so beobachtet man in einem System mit sehr komplexer Dynamik möglicherweise nur intrinsisches Rauschen. Damit ist gemeint, daß die Dynamik in diesem Bereich noch so stark von der Dynamik der räumlichen Umgebungen abhängt, daß sie als Rauschen erscheint. Folglich liegt die Vermutung nahe, daß eine mittlere Raumskala existiert, auf der weder der Informationsverlust durch Mittelung, noch das Rauschen dominieren. Diese Skala sollte sich durch einen hohen Grad an Determinismus auszeichnen.

Man geht nun von einem räumlich ausgedehnten System aus, das durch raumzeitliche Daten  $g(\mathbf{x}, t_i)$  repräsentiert wird. Die Zeit  $t_i$  sei diskret, während für  $\mathbf{x}$  und  $g$  keine Einschränkungen angenommen werden. Zum Beispiel könnte  $g$  die Seismizität am Ort  $\mathbf{x}$  zur Zeit  $t_i$  sein. Für einen festen Punkt  $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0)$  betrachtet man eine Fensterzeitreihe  $\{w_i\}$ , die jeweils durch Mittelung von  $g$  über alle Orte innerhalb des Kreises mit dem Radius  $R$  um  $\mathbf{x}_0$  entsteht:

$$w_i = \iint_{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|\leq R} g(\mathbf{x}, t_i) d^2x. \quad (3.12)$$

Berechnet man entsprechende Fensterzeitreihen für verschiedene Werte von  $R$ , erhält man für den Punkt  $\mathbf{x}_0$  eine Schar  $\{w_i\}_R$  von Fensterzeitreihen. Nun wendet man auf jede Fensterzeitreihe den in Abschnitt 3.1 beschriebenen Algorithmus zum Auffinden instabiler periodischer Orbits an. Als Resultat erhält man für den Punkt  $\mathbf{x}_0$  die Signifikanz  $K$  für UPOs (Gl. (3.5)) in Abhängigkeit von der Fenstergröße  $R$ .

Wenn die Annahme zutrifft, daß eine mittlere Skala mit maximalem Determinismus existiert, ergibt sich für die Funktion  $K(R)$  ein schematischer Verlauf wie in Abb. 3.8 dargestellt. Die Bereiche, in denen Rauschen bzw. Mittelungseffekte dominieren, haben niedrige Signifikanzen, während für mittlere Skalen die Signifikanz ein Maximum durchläuft.

In Abschnitt 3.2.3 wurde gezeigt, daß man von signifikantem Determinismus nur ausgehen kann, wenn die Signifikanz  $K$  einen bestimmten Grenzwert  $K_g$  nicht unterschreitet. Für die Ikeda–Abbildung wurde dieser Wert mit  $K_g = 2.5$  abgeschätzt. In den folgenden Berechnungen wird die Bedingung  $K_g = 3.0$  verwendet. Für gaußverteilte Ersatzdaten würde dies einer Wahrscheinlichkeit von  $P = 99.86\%$  zur Verwerfung der Nullhypothese entsprechen.

### 3.4 Anwendung auf gekoppelte Abbildungsgitter

Die in Abschnitt 3.3 entwickelte Methode wird nun an numerisch simulierten Daten getestet, deren Eigenschaften durch Veränderung von Parametern beeinflusst werden können [Zöller *et al.* 1998a]. Für diesen Zweck erscheinen gekoppelte Abbildungsgitter, kurz CMLs (engl. *coupled map lattices*) [Kaneko 1993] besonders geeignet, da sie ein raumzeitliches System mit komplexer Dynamik darstellen.

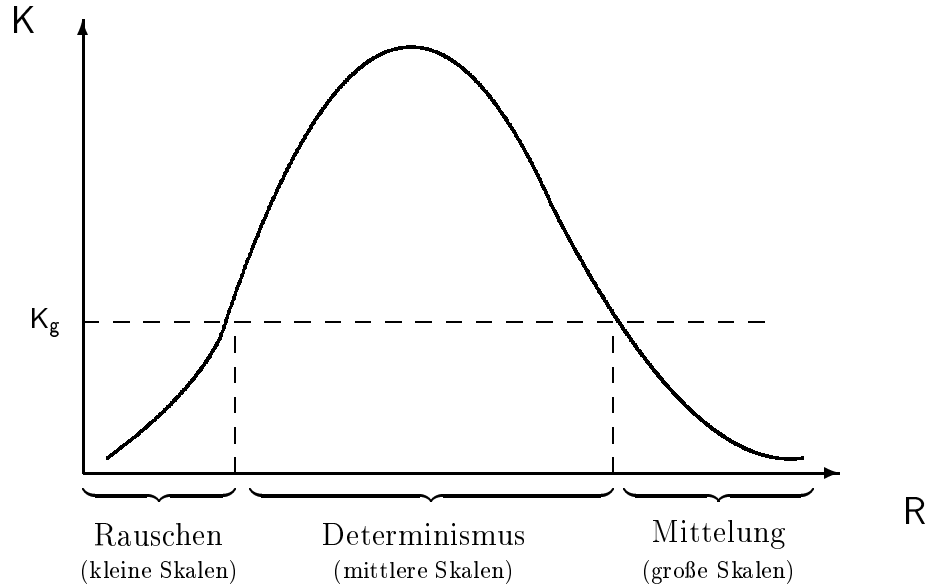


Abbildung 3.8: Schematische Darstellung für die Abhängigkeit der Signifikanz für UPOs von der Raumskala  $R$ : Auf kleinen Skalen dominiert intrinsisches Rauschen, während auf großen Skalen die Signifikanz für nichttrivialen Determinismus aufgrund von Mittelungseffekten unterdrückt wird.

### 3.4.1 Gekoppelte Abbildungsgitter

In Abb. 3.9 ist das Prinzip eines zweidimensionalen gekoppelten Abbildungsgitters illustriert. Für die Abbildung  $f$  wird die Zeltabbildung (Abb. 3.10(a)):

$$f(u) = 1 - 2|u - \frac{1}{2}|. \quad (3.13)$$

benutzt. Das Feld  $u$  hängt von der diskreten Zeit  $t_i$  und den diskreten Raumkoordinaten  $x$  und  $y$  ab. Die Dynamik des Feldes wird durch einen linearen Diffusionsoperator  $\hat{D}$  gegeben:

$$u(x, y, t_{i+1}) = \hat{D}f(u(x, y, t_i)). \quad (3.14)$$

Dieser Operator koppelt jede Zeltabbildung mit ihren acht nächsten Nachbarn derart, daß man den höchsten Grad an Isotropie erhält [Rudzick *et al.* 1997]:

$$\begin{aligned} \hat{D}u(x, y) &= (1 - \frac{5}{4}\alpha)f(u(x, y)) \\ &+ \frac{1}{4}\alpha[f(u(x-1, y)) + f(u(x+1, y)) + f(u(x, y-1)) + f(u(x, y+1))] \\ &+ \frac{1}{16}\alpha[f(u(x-1, y-1)) + f(u(x-1, y+1)) \\ &+ f(u(x+1, y-1)) + f(u(x+1, y+1))]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Für die Kopplungsstärke  $\alpha$  gilt  $\alpha \in [0; 0.8]$ . Eine Simulation beginnt jeweils mit einer zufälligen Verteilung der Anfangswerte  $u(x, y, 0) \in [0; 1]$  und läuft zunächst so lange,

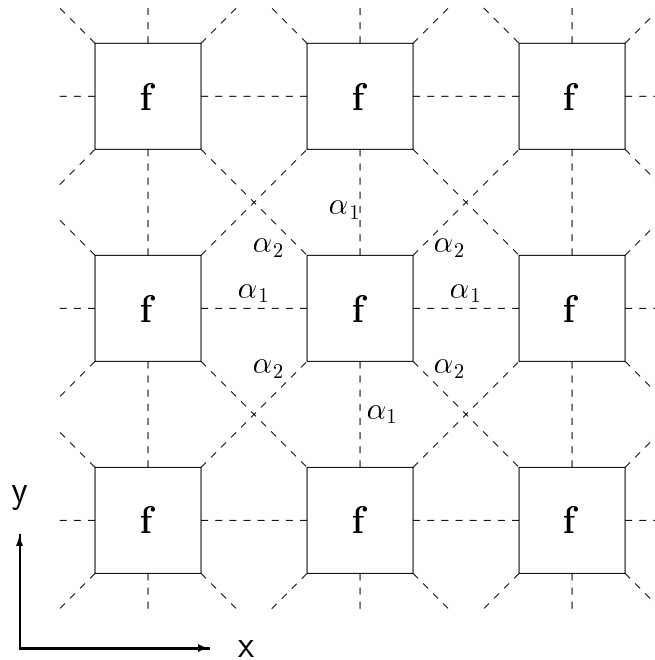


Abbildung 3.9: Schematische Darstellung eines gekoppelten Abbildungsgitters: Jede Abbildung ist mit der Kopplung  $\alpha_1$  an die nächsten Nachbarn und mit der Kopplung  $\alpha_2$  an diagonale Nachbarn gekoppelt (8-Nachbarkopplung).

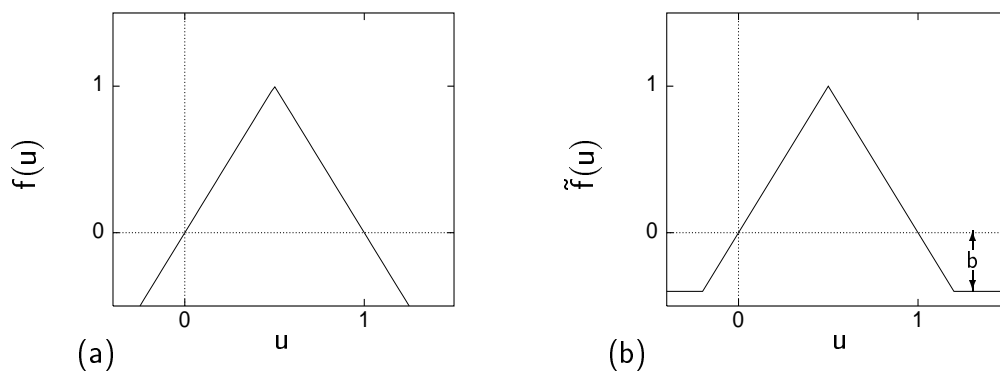


Abbildung 3.10: Die Zeltabbildung: (a) die gewöhnliche Zeltabbildung (Gl. (3.14)) und (b) die modifizierte Zeltabbildung (Gl. (3.17)).

bis ein stationärer Zustand erreicht ist. Danach werden dann Zeitreihen mit jeweils 1000 Datenpunkten erzeugt. Dazu wählt man willkürlich einen Punkt  $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0)$  aus und berechnet gemäß Gl. (3.12) für verschiedene Fenstergrößen  $R$  die Zeitreihe  $\{w_i\}$  mit

$$w_i = \iint_{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0| \leq R} u(x, y, t_i) d^2 x. \quad (3.16)$$

### 3.4.2 Test auf Determinismus

Nun wird für jede Zeitreihe  $\{w_i\}$  aus dem vorhergehenden Abschnitt die Signifikanz  $K$  für das Auftreten instabiler periodischer Orbits (Gl. (3.5)) berechnet. Um statistische Fluktuationen zu unterdrücken, wird dieser Prozeß für 100 zufällig ausgewählte Punkte  $\mathbf{x}_0$  wiederholt und für jedes  $R$  die gemittelte Signifikanz  $K$  berechnet.

In Abb. 3.11 ist das Ergebnis für drei Simulationen auf einem  $100 \times 100$ -Gitter gezeigt. Jede der drei Kurven steht für eine Kopplung  $\alpha$ .

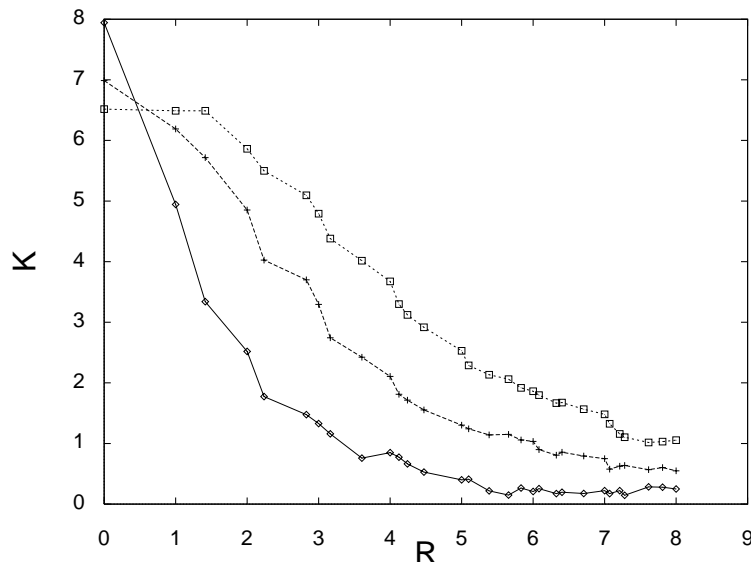


Abbildung 3.11: Signifikanz  $K$  für UPOs als Funktion der Raumskala  $R$  für drei verschiedene Kopplungen:  $\alpha = 0.30$  (durchgezogene Linie),  $\alpha = 0.55$  (gestrichelte Linie),  $\alpha = 0.80$  (gepunktete Linie).

Die Werte für  $K$  sind auf der kleinsten Skala jeweils maximal und sinken mit steigendem  $R$  ab. Dieses Verhalten ist plausibel, da es sich hier um ein rein deterministisches System handelt, das weder externes Rauschen noch intrinsisches Rauschen aufweist. Somit ist klar, daß auf der kleinsten Skala, die lediglich eine Zeltabbildung enthält, der Determinismus maximal ist. Mit steigender Skala  $R$  steigt auch der Einfluß der Mittelung in Gl. (3.16). Folglich fällt die Kurve  $K(R)$  ab.

Ein interessantes Ergebnis ist die Abhängigkeit der Signifikanz für UPOs von der Kopplungsstärke  $\alpha$ . Für kleine Kopplungen fällt die Signifikanz mit wachsender Skala schneller ab, während man für stärkere Kopplungen auch noch auf großen Skalen signifikanten Determinismus beobachtet. Auch diese Eigenschaft läßt sich mit einem anschaulichen Argument erklären. In einem schwach gekoppelten räumlich ausgedehnten System beeinflussen

sich weit entfernte Elemente nur schwach, so daß die lokale Dynamik eher kleinskalig ist. Starke Kopplungen führen analog zu großskaliger Dynamik. Diese Beobachtung führt zu einer physikalischen Interpretation der Raumskalen, die aus dem raumzeitlichen System extrahiert werden. Sie korrelieren mit der Kopplung im untersuchten System. Dies kann von Bedeutung für die Untersuchung von experimentellen bzw. natürlichen Daten sein, da man die Möglichkeit hat, von den Raumskalen auf die Kopplung des zugrundeliegenden Systems zu schließen. Um den Zusammenhang zwischen der Raumskala und der Kopplungsstärke zu quantifizieren, wird in Abb. 3.12 die Skala, für die  $K$  einen bestimmten Wert unterschreitet (hier  $K = 4.0$ ), gegen die Kopplung  $\alpha$  aufgetragen; man findet eine nahezu lineare Beziehung zwischen diesen beiden Größen.

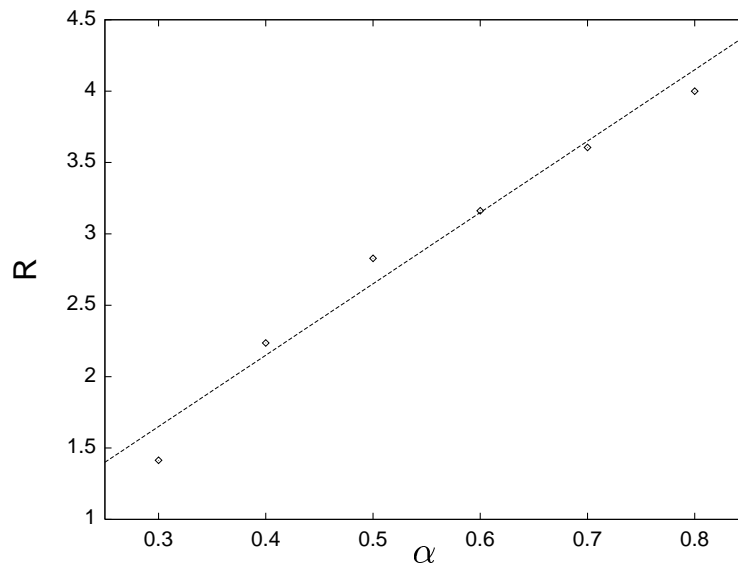


Abbildung 3.12: Zusammenhang zwischen der Raumskala  $R$ , für die  $K = 4.0$  unterschritten wird und der Kopplungsstärke  $\alpha$ .

### 3.4.3 Der Einfluß von Inhomogenitäten

Im nächsten Schritt wird das gekoppelte Abbildungsgitter durch Einführung räumlicher Inhomogenitäten modifiziert und die Auswirkung auf die Signifikanzen für UPOs studiert. Inhomogenitäten stellen eine wichtige und nahezu allgegenwärtige Eigenschaft von natürlichen Systemen dar. Insbesondere die später zu untersuchenden Erdbebendaten zeichnen sich durch starke räumliche Schwankungen der Seismizität, z.B. hohe Aktivität in unmittelbarer Nähe von Verwerfungen, aus. Inhomogenitäten können in CMLs simuliert werden, indem man einzelne Zeltabbildungen aus dem Gitter entfernt. Speziell setzt man für 1000 willkürlich bestimmte Punkte  $(x, y)$ :  $u(x, y, t) \equiv 0$ . Analog zu Abb. 3.11 wird wieder den Wert  $K$  für verschiedene Kopplungen  $\alpha$  berechnet (Abb. 3.13).

Für kleine Kopplungen ( $\alpha \leq 0.70$ ) beobachtet man keine qualitative Änderung im Vergleich zum homogenen Modell (Abschnitt 3.4.2). Bei größeren Kopplungen wird die Signifikanz auf kleinen Skalen jedoch unterdrückt, da in diesen Fällen der Einfluß der Inhomogenitäten am deutlichsten auftritt. Auf den großen Skalen fällt dieser Effekt durch die Mittelwertbildung (Gl. (3.16)) dagegen nicht so stark ins Gewicht.



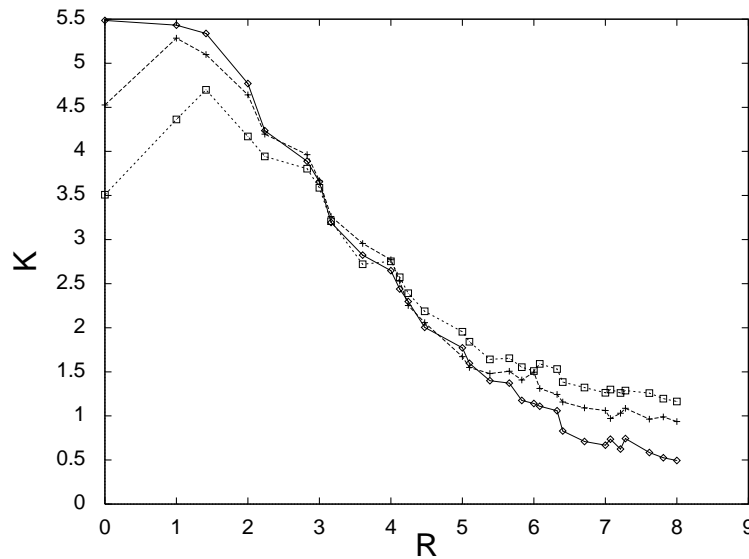


Abbildung 3.13: Signifikanz für UPOs für ein gekoppeltes Abbildungsgitter mit Inhomogenitäten:  $\alpha = 0.70$  (durchgezogene Linie),  $\alpha = 0.75$  (gestrichelte Linie),  $\alpha = 0.80$  (gepunktete Linie).

Natürlich ist dieses Modell weit davon entfernt, ein komplexes natürliches System, wie z.B. ein Verwerfungssystem zu simulieren. Bei natürlichen Systemen tragen in der Regel noch weitere Effekte, wie etwa intrinsisches Rauschen zur Dynamik bei, so daß dort für die Signifikanz auf kleinen Skalen eine noch stärkere Unterdrückung zu erwarten ist. Der Hauptunterschied eines gekoppelten Abbildungsgitters zu den meisten realen System besteht darin, daß beim CML die kleinste Skala bereits nichtlinearen Determinismus aufweist, unabhängig von der räumlichen Kopplung. Somit zeigt die kleinste Skala das Maximum an nichtlinearem Determinismus, da dort die Mittelung entfällt.

#### 3.4.4 Der Einfluß externen Rauschens

Abschließend wird wieder untersucht, ob die Resultate stabil hinsichtlich externen Rauschens sind. Dazu muß beachtet werden, daß im rein deterministischen Fall  $\hat{D}f(u(x, y, t_i)) \in [0; 1]$  für alle Zeiten  $t_i$  gilt, sofern die Simulation mit  $u(x, y, 0) \in [0; 1]$  begonnen wird. Da ein Orbit durch den Einfluß von Rauschen das Einheitsintervall verlassen kann und schließlich nach  $-\infty$  läuft, wird nun statt der gewöhnlichen Zeltabbildung (Abb. 3.9(a)) die modifizierte [Rudzick *et al.* 1997] Zeltabbildung (Abb. 3.9(b))

$$\tilde{f}(u) = \max[-b, (1 - 2|u - \frac{1}{2}|)], \quad b = 0.025. \quad (3.17)$$

benutzt. So wird sichergestellt, daß beim Verlassen des Einheitsintervalls zunächst der (stabile) Fixpunkt  $u_f = -b$  erreicht wird, der dann – wieder durch das Rauschen – verlassen wird.

Das Rauschen hat die Form

$$\tilde{f}(u) = \tilde{f}(u) + \eta\delta, \quad (3.18)$$

wobei  $\delta$  eine unkorrelierte gaußverteilte Zufallszahl und  $\eta$  die Standardabweichung des Rauschens ist. Für  $\eta \leq 0.20$  sinkt die Signifikanz für UPOs ab, die Form einer abfallenden

Kurve wie in Abb. 3.11 bleibt aber erhalten. Oberhalb von  $\eta = 0.20$  ist das Auftreten von UPOs nicht mehr signifikant. Als Beispiel ist in Abb. 3.18 die Signifikanz  $K$  als Funktion der Raumskala  $R$  für das homogene Abbildungsgitter mit der Kopplung  $\alpha = 0.70$  ohne externes Rauschen ( $\eta = 0$ ) und mit externem Rauschen ( $\eta = 0.10$ ) angegeben.

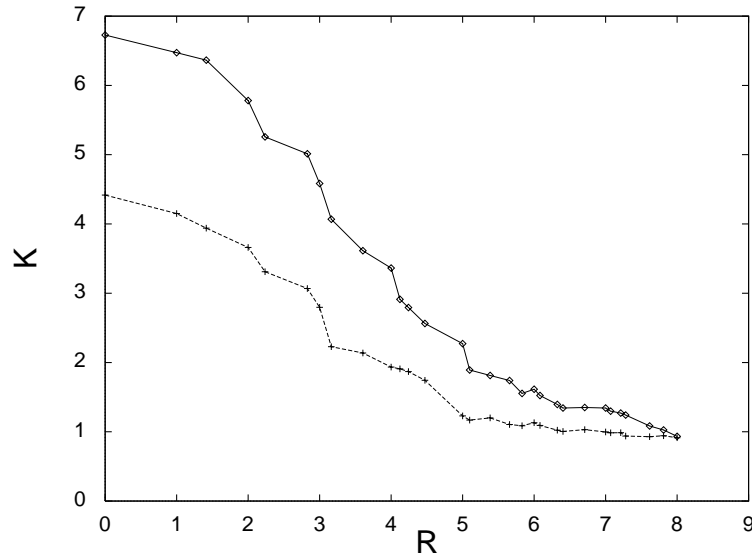


Abbildung 3.14: Einfluß von Rauschen (Gl. (3.18)) auf die Signifikanz für UPOs für das homogene Abbildungsgitter mit der Kopplung  $\alpha = 0.70$ :  $\eta = 0$  (durchgezogene Linie),  $\eta = 0.10$  (gestrichelte Linie).

Insgesamt findet man, ähnlich wie in Abschnitt 3.4.4, daß die Methode robust gegen moderates Rauschen ist.

## 3.5 Analyse von Erdbebenkatalogen

Nun soll der in den in den vorangegangenen Abschnitten entwickelte Algorithmus auf reale Erdbebenkataloge angewendet werden. Dabei stehen folgende Fragen im Vordergrund: Wie deterministisch ist die Dynamik von Erdbeben? Gibt es *ausgezeichnete* Raumbereiche, in denen die Dynamik besonders deterministisch ist? Gibt es möglicherweise Zusammenhänge zwischen diesen Raumbereichen und geophysikalischen Eigenschaften?

Zunächst werden die Daten und ihre Eigenschaften, die für die Untersuchung wichtig sind, beschrieben. Danach wird die Vorbehandlung der Daten, die im wesentlichen aus der Konstruktion der Fensterzeitreihen besteht, skizziert. Schließlich werden diese Zeitreihen auf nichtlinearen Determinismus untersucht [Zöller *et al.* 1998a].

### 3.5.1 Die Daten

Es werden zwei Erdbebenkataloge untersucht, die aus verschiedenen Regionen stammen und unterschiedliche Eigenschaften aufweisen: ein Katalog aus Armenien, der durch eine diffuse Seismizitätsverteilung gekennzeichnet ist und ein Katalog aus Zentral-Kalifornien, dessen Seismizitätsverteilung eher linienförmig ist.

### Der armenische Katalog

Der vorliegende Erdbebenkatalog [Martirosyan 1996] wurde in Armenien und der umliegenden Region zwischen 1962 und 1996 aufgenommen und umfaßt 11.781 Ereignisse mit Magnitude  $M \geq 2.0$ . Der genaue Raumbereich liegt zwischen  $38^\circ - 42^\circ$  nördlicher Breite und  $42^\circ - 47^\circ$  östlicher Länge. Die Epizentren sind mit einer Genauigkeit von maximal  $0.01^\circ$  bestimmt. Allgemein ist die Qualität des Kataloges im nördlichen Teil höher, da dort aufgrund der insgesamt höheren Seismizität mehr Meßstationen existieren. Im südlichen Teil ist die Genauigkeit der Epizentren nur noch  $0.05^\circ$ .

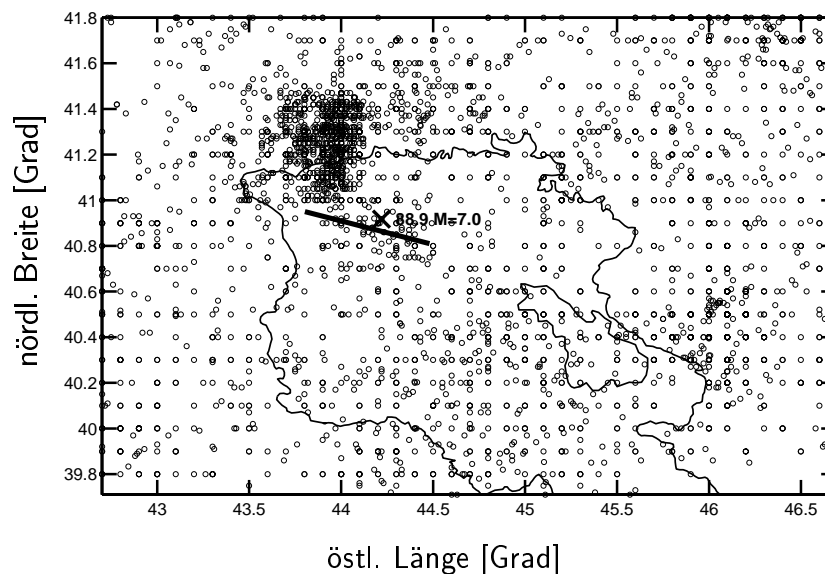


Abbildung 3.15: Verteilung der Epizentren für den armenischen Erdbebenkatalog (nördlicher Teil). Das Kreuz bezeichnet das M7-Erdbeben in Spitak am 7. Dezember 1988 und der Balken die Ausdehnung der Nachbeben, die maximal einen Monat nach dem Hauptbeben stattfanden.

Abbildung 3.15 zeigt die Verteilung der Epizentren für den nördlichen Teil des Kataloges. Das Kreuz in Abb. 3.15 bezeichnet das bekannte M7-Erdbeben in Spitak am 7. Dezember 1988; der Balken markiert die Ausdehnung der Nachbeben, die maximal einen Monat nach dem Hauptbeben stattfanden. Die Verteilung der Seismizität ist stark inhomogen. Nordwestlich von Spitak befindet sich etwa eine sehr aktive Region.

### Der kalifornische Katalog

Als zweites Beispiel wird ein Erdbebenkatalog aus Kalifornien betrachtet, der 29.155 Ereignisse mit  $M \geq 1.0$  aus dem Zeitraum zwischen 1968 und 1998 enthält. Der Katalog überdeckt die Calaveras-Verwerfung in Zentral-Kalifornien [Bakun 1980]. Die Verteilung der Epizentren ist in Abb. 3.16 dargestellt. Für eine bessere Übersicht wurden dabei nur Ereignisse mit  $M \geq 2.0$  aufgetragen. Die beiden größten Erdbeben in diesem Katalog sind das M5.8-Erdbeben bei Coyote Lake am 6. August 1979 [Uhrhammer 1980; Reasenber & Ellsworth 1982] und das M6.2-Erdbeben bei Morgan Hill am 24. April 1984 [Abrahamson & Darragh 1985; Hartzell & Heaton 1986]. Sie sind in Abb. 3.16 eingezeichnet.

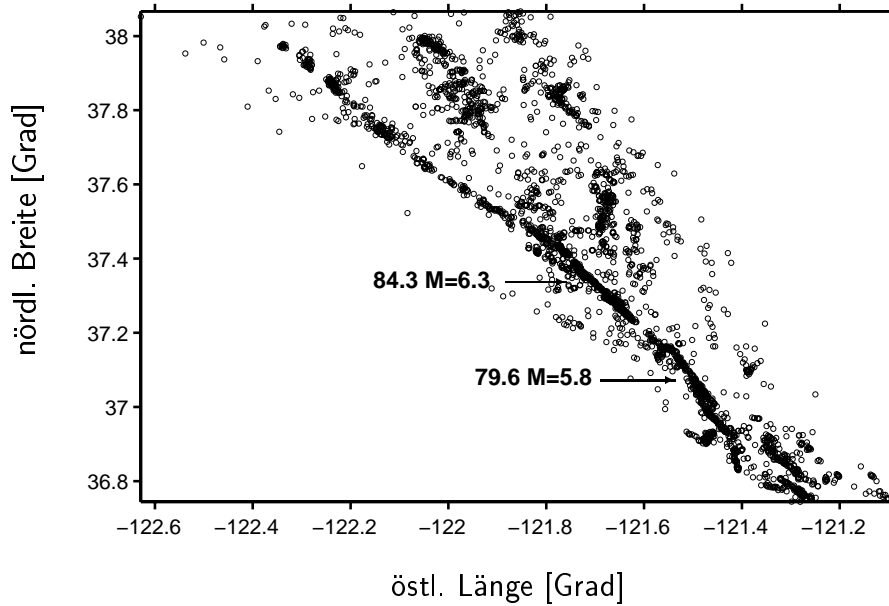


Abbildung 3.16: Erdbebenverteilung ( $M \geq 2.0$ ) entlang der Calaveras-Verwerfung in Zentral-Kalifornien. Die beiden größten Erdbeben sind gekennzeichnet: das Coyote Lake Erdbeben ( $M = 5.8$ ) am 6. August 1979 und das Morgan Hill Erdbeben ( $M = 6.2$ ) am 24. April 1984.

### 3.5.2 Die Vorbehandlung der Daten

Um die in Abschnitt 3.3 entwickelte Methode anzuwenden, müssen aus den Erdbebenkatalogen Fensterzeitreihen konstruiert werden. Dabei ist zu beachten, daß die Daten nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich unregelmäßig verteilt sind. Die Bildung der Zeitreihen gemäß Gl. (3.12) wird vorgenommen, indem man nicht über die Magnitude, sondern über die Energie  $E_s$ , die sich aus Gl. (2.2) ergibt, mittelt. Dazu überdeckt man den Raum mit  $20 \times 20$  Gitterpunkten  $\mathbf{x}_{0,j}$  und teilt die Zeit in Intervalle  $T_i = [t_{i-1}; t_i]$  ein. In jedem Raum-Zeit-Würfel, der durch das Indexpaar  $(i, j)$  gekennzeichnet ist, wird dann die Größe  $w_i$  berechnet, die ein Maß für die mittlere akkumulierte Energie ist:

$$w_i = \sum_{t \leq t_i} \log_{10} \langle E_s(\mathbf{x}, t) \rangle_{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0| \leq R, t_{i-1} < t \leq t_i}. \quad (3.19)$$

Die Einteilung in Zeitintervalle wird so vorgenommen, daß die Zeitreihe 500 Datenpunkte enthält, was einer zeitlichen Abtastung von 25 Tagen entspricht. Allerdings zeigt sich, daß die späteren Resultate nicht wesentlich von dieser Wahl abhängen.

Zur Beseitigung langskaliger Trends, die etwa durch eine Veränderung der Meßqualität bzw. der Vollständigkeitsmagnitude entstehen können, wird jeweils ein gleitendes Mittel mit einer Länge von 100 Datenpunkten abgezogen. Das Zeitfenster wird dabei symmetrisch um  $t_i$  gelegt. Da die instabilen periodischen Orbits jeweils durch die Lage von fünf benachbarten Datenpunkten, also durch ein lokales Kriterium definiert sind, hat der Abzug dieses langskaligen Trends keinen Einfluß auf das Resultat. Die so korrigierten Zeitreihen haben eine Länge von 400 Datenpunkten. Abbildung 3.17(a) zeigt ein Beispiel für eine solche

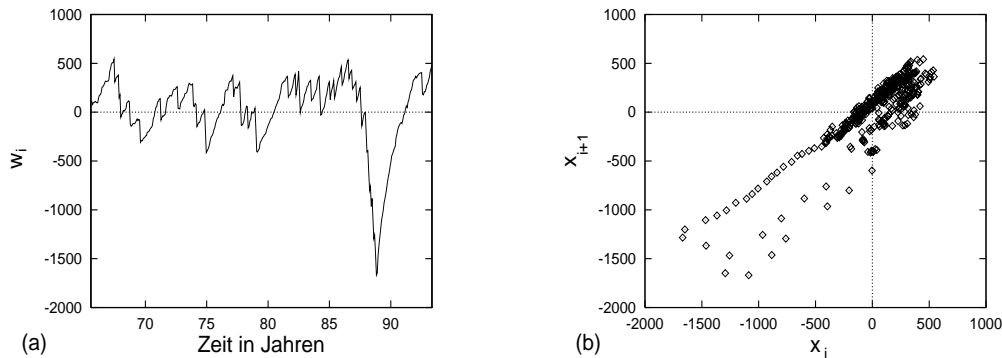


Abbildung 3.17: (a) Zeitreihe  $\{w_i\}$  für den Region bei Spitak ( $40.92^\circ N, 44.22^\circ O$ ) mit  $R = 50 \text{ km}$ ; (b) *Scatter Plot* von  $\{w_i\}$ .

Zeitreihe  $\{w_i\}$  aus dem armenischen Erdbebenkatalog und Abb. 3.17(b) den zugehörigen *Scatter Plot*. Sie wurde am Ort des M7-Erdbebens am 7. Dezember 1988 berechnet. Der Rückgang der Energie, der ca. ein Jahr vor dem Erdbeben beginnt, wird einerseits durch eine seismische Ruhe (siehe Abschnitt 2.2.3) hervorgerufen; andererseits gehen aber auch die Nachbeben des Spitak-Erdbebens durch den Abzug des gleitenden Mittels in diesen Verlauf ein. Das Absinken der Seismizität vor großen Erdbeben wird im nächsten Kapitel ausführlich behandelt.

Für jeden Punkt des Raumgitters wird nun die Skala schrittweise erhöht und überprüft, ob für bestimmte Skalen Signifikanzen  $K \geq 3.0$  auftreten. Ist dies der Fall, so wird die Skala mit der größten Signifikanz ausgewählt.

### 3.5.3 Untersuchung des armenischen Erdbebenkataloges

Für den armenischen Erdbebenkatalog wird zunächst die Signifikanz  $K$  als Funktion von  $R$  für zwei feste Raumpunkte  $\mathbf{x}_0$  angegeben. Abbildung 3.18 zeigt  $K(R)$  für den Ort des Spitak-Erdbebens (Abb. 3.18(a)) und einen anderen Ort südwestlich von Spitak (Abb. 3.18(b)). In Abb. 3.18(a) findet man eine Abhängigkeit  $K(R)$ , die der in Abb. 3.8 ähnlich ist. Die kleinen Skalen weisen eine Dynamik mit geringer Signifikanz für nichtlinearen Determinismus auf, was auf intrinsisches Rauschen zurückzuführen ist; auf großen Skalen machen sich die Effekte der Mittelwertbildung bemerkbar, was sich im Absinken der Signifikanz zeigt.

Bemerkenswert ist die Höhe der Signifikanz ( $K = 9.7$ ), die für die Umgebung des Spitak-Erdbebens erreicht (Abb. 3.18(a)) und an anderen Raumpunkten nicht überschritten wird. Offenbar ist die Region um Spitak durch ein besonders hohes Maß an Determinismus hinsichtlich der Dynamik von Gl. (3.19) gekennzeichnet. Möglicherweise hängt dieses Verhalten mit der speziellen Lage dieses Ortes ab, die sich durch das Zusammentreffen von drei Verwerfungen auszeichnet [Balassanian *et al.* 1997]. Abbildung 3.19(a) zeigt die räumliche Verteilung der charakteristischen Raumskalen und Abb. 3.19(b) die Verteilung der zugehörigen Signifikanzen. Allgemein beobachtet man in den aktiven Regionen höhere Signifikanzen und kleinere Skalen ( $10 \text{ km} \leq R \leq 60 \text{ km}$ ), was nach Abschnitt 3.4.2 einer schwächeren Kopplung der einzelnen Elemente entspricht. Dem Ort Spitak wird etwa

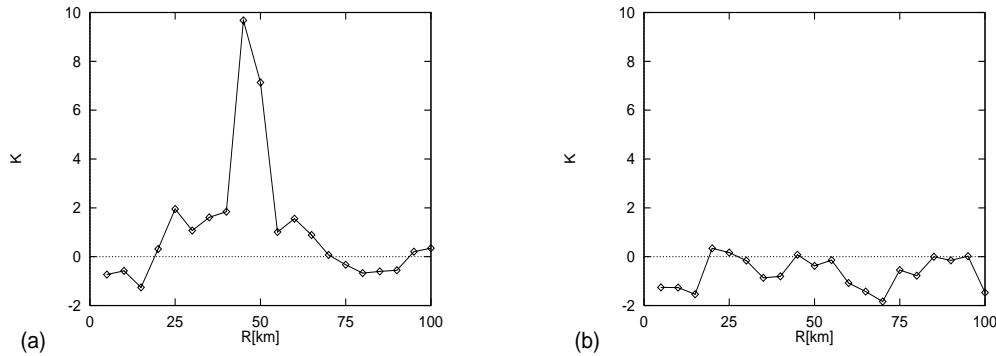


Abbildung 3.18: Signifikanz  $K$  für UPOs als Funktion der Raumskala  $R$  an zwei verschiedenen Orten  $\mathbf{x}_0$ : (a)  $\mathbf{x}_0 = (40.92^\circ N, 44.22^\circ O)$ ; (b)  $\mathbf{x}_0 = (40.00^\circ N, 43.10^\circ O)$ .

eine charakteristische Raumskala von  $R = 45 \text{ km}$  zugeordnet, was einem Durchmesser von  $90 \text{ km}$  entspricht (Abb. 3.18(a)). Zum Vergleich werden typische Längenskalen des M7-Erdbebens, das sich dort am 7. Dezember 1988 ereignete, angegeben. Die Bruchlänge dieses Erdbebens beträgt  $40 \text{ km}$  [Arefiev *et al.* 1991; Borchardt *et al.* 1993]. Weiterhin ging dem Ereignis eine Anomalie (seismische Ruhe) nördlich des Epizentrums voraus. Während Wyss & Martirosyan [1998] eine maximale Ausdehnung von  $40 \pm 6 \text{ km}$  für diese Anomalie angibt, findet man mit einer alternativen Methode, die im nächsten Kapitel beschrieben wird, eine Ausdehnung von etwa  $80 \text{ km}$ . Interessant ist, daß es eine näherungsweise Übereinstimmung gibt, obwohl in die hier beschriebene Rechnung nicht nur die Daten in unmittelbarer zeitlicher Nähe dieses großen Erdbebens eingehen, sondern die Daten aus dem gesamten Beobachtungszeitraum. Ein solch markantes Ereignis scheint also die typischen Raumskalen zu offenbaren.

In den bisherigen Rechnungen wurde nichtlinearer Determinismus stets durch die Signifikanz  $K$  aus Gl. (3.5) quantifiziert. Die Wahrscheinlichkeit  $P$  für die Verwerfung der Nullhypothese hängt aber noch von der Häufigkeit  $H$  ab, mit der eine Zahl  $Z$  von UPOs in den Ersatzdatenreihen auftritt. Für den Fall, daß  $H(Z)$  gaußverteilt ist, gibt es eine eindeutige Zuordnung (siehe Abschnitt 3.1.2). So entspricht  $K = 3$  die Wahrscheinlichkeit  $P = 99.86\%$ . In Abb. 3.20 ist die Verteilung  $H(Z)$  für 1000 Ersatzdatenreihen der Zeitreihe 3.17(a) dargestellt. Die gestrichelte Linie zeigt eine Approximation der Verteilung durch eine Gauß-Funktion. Weiterhin sind der Mittelwert  $\langle Z \rangle$ , der Wert  $\langle Z \rangle + 3\sigma$  und die Zahl von UPOs in der Originalzeitreihe  $Z_{orig}$  eingetragen. Die Berechnung weiterer Beispiele zeigt, daß die Annahme einer Gaußverteilung für  $H(Z)$  in guter Näherung erfüllt ist.

Schließlich wurde geprüft, ob die Skalen in Abb. 3.19(a) bzw. die Signifikanzen in Abb. 3.19(b) einfach nur die Dichteverteilung der Erdbeben wiedergeben. Dazu ist in Abb. 3.21(a) die Erdbebendichte  $\rho = N_R/R^2$  gegen die Skala  $R$  aufgetragen;  $N_R$  bezeichnet dabei die Zahl der Erdbeben in dem jeweiligen Raumbereich. In den südlichen Regionen des Kataloges, die sich durch eine näherungsweise konstante, geringe Erdbebendichte ( $\rho \approx 0.2$ ) auszeichnen, treten alle Skalen auf: hier ist die Skala offenbar unabhängig von der Erdbebendichte. Für größere Erdbebendichten beobachtet man eine negative Korrelation zwischen der Erdbebendichte und der charakteristischen Skala  $R$ . Offenbar spiegelt sich in der Verteilung der Skalen teilweise auch die Dichteverteilung der Erdbeben wieder. Abbildung 3.21(b) zeigt die Erdbebendichte als Funktion der Signifikanz für UPOs für

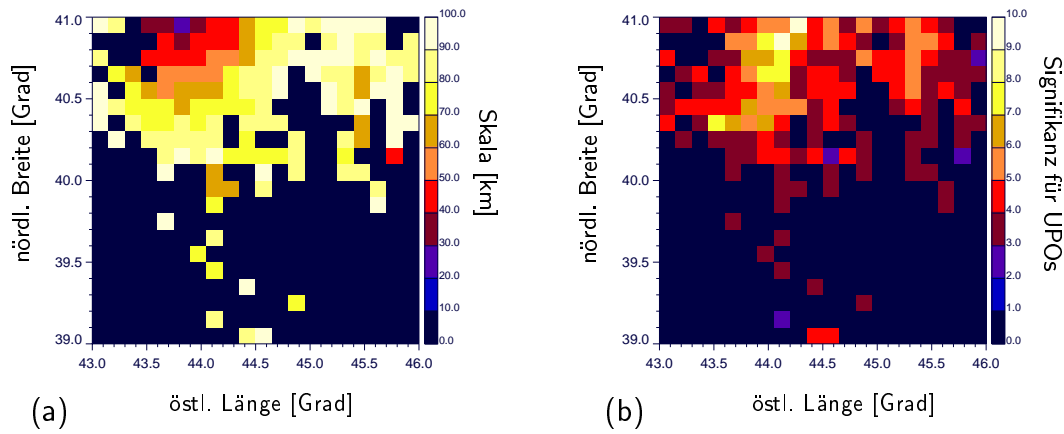


Abbildung 3.19: Armenien: (a) Charakteristische Skalen und (b) zugehörige Signifikanzen für UPOs. In schwarz gekennzeichneten Raumbereichen liegt kein signifikanter Determinismus vor.

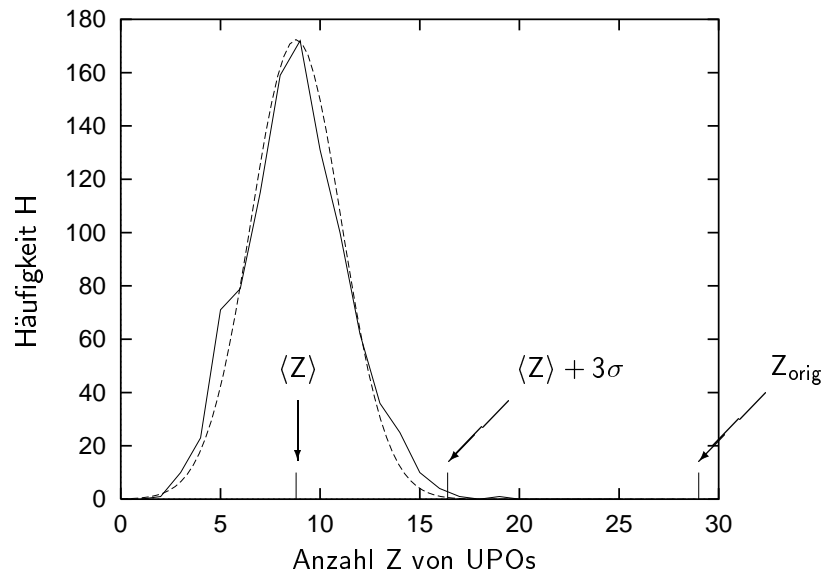


Abbildung 3.20: Häufigkeit  $H$ , mit der  $Z$  UPOs in 1000 Ersatzdatenreihen auftreten, die aus der Zeitreihe in Abb. 3.17(a) erzeugt wurden (durchgezogene Linie); Gauß-Funktion mit Mittelwert  $\langle Z \rangle = 8.80$  und Standardabweichung  $\sigma = 2.53$  (gestrichelte Linie). Die Originalzeitreihe enthält  $Z_{orig} = 29$  UPOs.

die charakteristische Raumskala. Die genannten Bereiche mit der Dichte  $\rho \approx 0.2$  weisen Signifikanzen mit  $3 \leq K \leq 6$  auf, ansonsten erkennt man keine auffällige Korrelation.

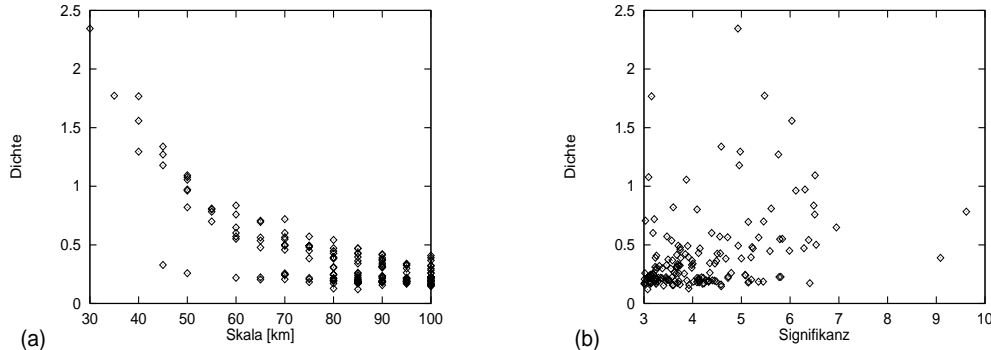


Abbildung 3.21: Armenien: (a) Erdbebendichte im charakteristischen Raumbereich als Funktion der Skala  $R$ ; (b) Erdbebendichte im charakteristischen Raumbereich als Funktion der zugehörigen Signifikanz für UPOs.

### 3.5.4 Untersuchung des kalifornischen Erdbebenkataloges

Die Verteilung der charakteristischen Raumskalen für die Region um die Calaveras-Verwerfung ist in Abb. 3.22(a) dargestellt; die zugehörigen Signifikanzen für instabile periodische Orbits finden sich in Abb. 3.22(b).

Ähnlich wie im armenischen Katalog findet man die Raumbereiche mit hoher Signifikanz für nichtlinearen Determinismus vornehmlich dort, wo die beiden großen Erdbeben ihre charakteristischen Flächen haben. Die Nachbeben, von denen man auf das Erdbebenvolumen schließen kann, liegen jeweils auf der Verwerfung zwischen den Epizentren beider Erdbeben. Wie im nächsten Kapitel (Abschnitt 4.1) gezeigt werden wird, läuft beiden Erdbeben eine seismische Ruhe voraus. Die Anomalien überlappen räumlich zwischen den Epizentren und haben dort auch jeweils ihre stärkste Ausprägung. Die Anomalie des Erdbebens bei Coyote Lake erstreckt sich noch weiter nach Süden (Abb. 4.4 und Abb. 4.5). Man findet, daß nahezu der gesamte Teil des Raumes, in dem Erdbeben liegen, mit Signifikanzen  $K \geq 3$  gekennzeichnet ist. Im nächsten Abschnitt wird daher untersucht, ob die Dynamik noch klarer wird, wenn man die Nachbeben herausnimmt.

### 3.5.5 Abhängigkeit der Resultate von Nachbeben

In Abschnitt 2.2.2 wurde die Rolle von Nachbeben für die Untersuchung von Erdbebenkatalogen diskutiert. Dabei wurde festgestellt, daß Nachbeben abhängige Ereignisse sind, die eine andere Dynamik haben als die unabhängigen Ereignisse. Da Nachbeben oft in sehr großer Zahl auftreten – teilweise haben sie einen Anteil von 50% am gesamten Datensatz – kann die Dynamik der Nachbeben diejenige der unabhängigen Ereignisse überdecken. Daher ist zu prüfen, wie stark die Nachbeben die Resultate beeinflussen, die in den Abschnitten 3.5.3 und 3.5.4 gewonnen wurden.

Es werden dazu dieselben Rechnungen mit Erdbebenkatalogen durchgeführt, aus denen zuvor die Nachbeben beseitigt wurden. Das Entfernen der Nachbeben (engl. *Decustering*)



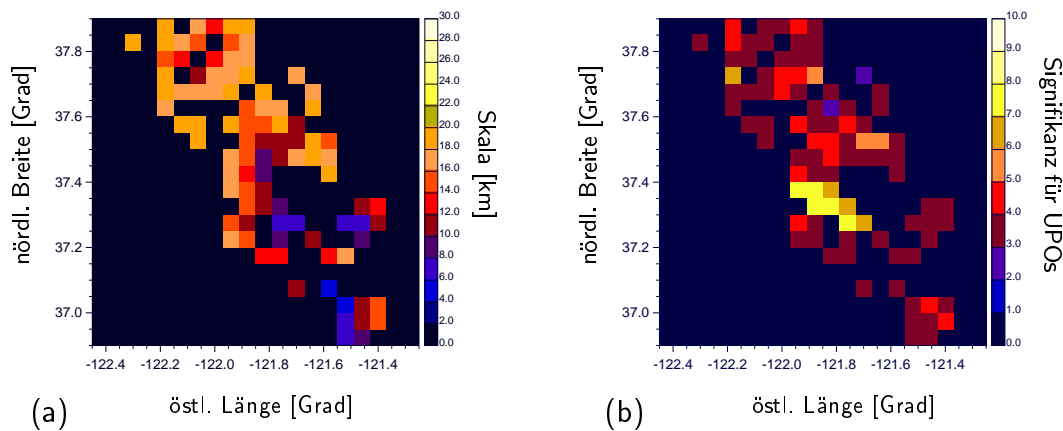


Abbildung 3.22: Calaveras-Verwerfung, Kalifornien: (a) Charakteristische Skalen und (b) zugehörige Signifikanzen für UPOs.

wurde mit dem Algorithmus von Reasenbergs [1985] (siehe Abschnitt 2.3.2) und den Parameter von Utah in Tab. 2.1, ausgeführt. In dem armenischen Katalog bleiben von den ursprünglich 11.781 Erdbeben 9192 unabhängige Ereignisse übrig; im kalifornischen Katalog sinkt die Zahl der Ereignisse von 29.155 auf 16.665.

Abbildung 3.23 zeigt wieder die charakteristischen Skalen (Abb. 3.23(a)) und die zugehörigen Signifikanzen (Abb. 3.23(b)) für Armenien. Insgesamt bleiben die beiden Muster erhalten, außer daß die Resultate für den Katalog ohne Nachbeben noch stetiger verlaufen. Der Einfluß der Nachbeben besteht hier offenbar im wesentlichen darin, daß die Resultate verrauscht werden. In Abb. 3.24 wird die Abhängigkeit  $K(R)$  für die gleichen Beispiele wie in Abb. 3.18 gezeigt. Die Kurven haben jeweils für den Erdbebenkatalog mit Nachbeben und den reduzierten Katalog einen ähnlichen Verlauf; allerdings beobachtet man im reduzierten Katalog auf großen Skalen höhere Signifikanzen. Das System hat also auf großen Skalen eine noch komplexe Dynamik, die durch die Nachbeben verschleiert wird.

In dem kalifornischen Katalog bilden die Nachbeben einen größeren Anteil der gesamten Daten und haben auch stärkeren Einfluß auf die Ergebnisse. Es bleiben nur einige Raumbereiche mit hohen Signifikanzen übrig (Abb. 3.25), die dort liegen, wo ursprünglich die höchsten Signifikanzen waren (siehe Abb. 3.22(b)). Diese Regionen, in denen die großen Beben von Coyote Lake und Morgan Hill (siehe Abschnitt 4.1) ihre charakteristische Dynamik haben, bleiben also auch im bereinigten Katalog signifikant in Bezug auf nichtlinearen Determinismus. In jedem Fall haben die Nachbeben hier aber einen hohen Anteil an der Dynamik des Gesamtsystems.

Vergleicht man die Resultate für den kalifornischen Katalog (Abb. 3.25) mit denen des armenischen Kataloges (Abb. 3.23), so beobachtet man in Kalifornien insgesamt weniger Raumbereiche mit hohen Signifikanzen für instabile periodische Orbits. Ein Grund dafür liegt sicher in der räumlichen Verteilung der Erdbeben. Während im armenischen Katalog die Seismizität eher diffus verteilt ist (siehe Abb. 3.15), konzentrieren sich die Erdbeben hier auf linienförmigen Strukturen, z.B. der Verwerfung selbst. Folglich macht sich die grobe Näherung der Raumbereiche durch Kreise stärker bemerkbar.

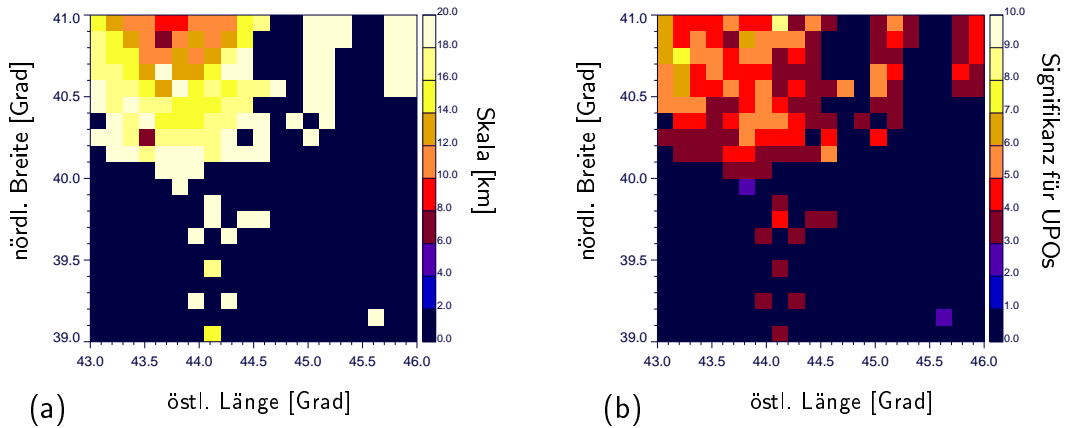


Abbildung 3.23: Armenien (Erdbebenkatalog ohne Nachbeben): (a) Charakteristische Skalen und (b) zugehörige Signifikanzen für UPOs die Region um Armenien.

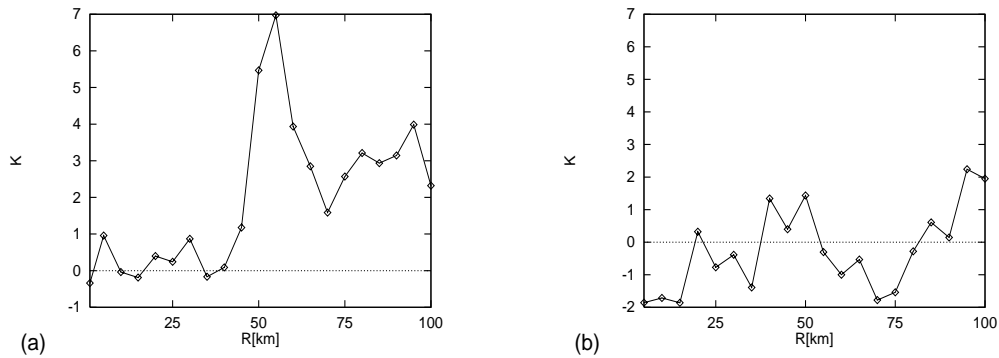


Abbildung 3.24: Signifikanz für UPOs  $K$  als Funktion der Raumskala  $R$  für den armenischen Erdbebenkatalog ohne Nachbeben (Beispiele aus Abb. 3.18): (a)  $\mathbf{x}_0 = (40.92^\circ N, 44.22^\circ O)$ ; (b)  $\mathbf{x}_0 = (40.00^\circ N, 43.10^\circ O)$ .

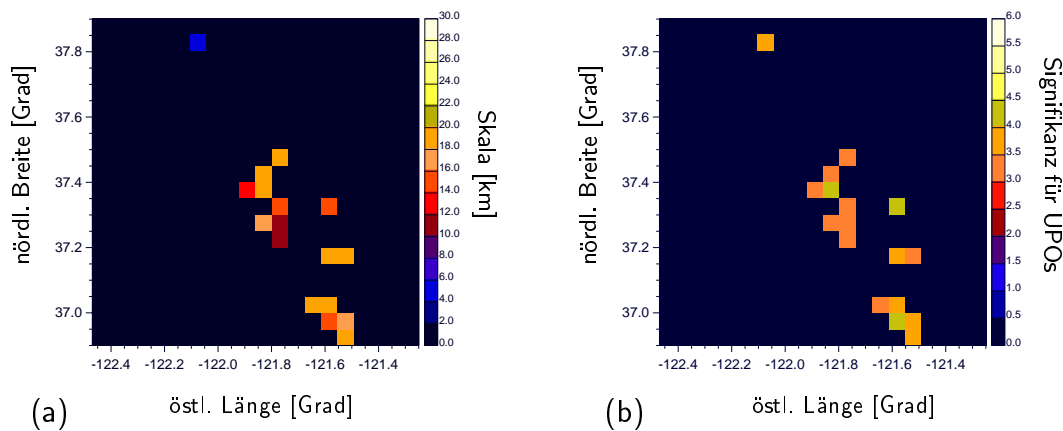


Abbildung 3.25: Calaveras-Verwerfung, Kalifornien (Erdbebenkatalog ohne Nachbeben): (a) Charakteristische Skalen und (b) zugehörige Signifikanzen für UPOs.

### 3.6 Anwendung auf Modelldaten

Die Methode zur Detektierung von UPOs wurde von Hainzl [1998] auf Erdbebenkataloge angewendet, die aus Simulationen des SOC-Modells von Hainzl *et al.* [1998a,1998b] auf einem  $100 \times 100$ -Gitter stammen (siehe auch Abschnitt 2.4). Abbildung 3.26 zeigt die Abhängigkeit der Signifikanz für UPOs als Funktion der Raumskala  $R$ . Auch hier beobachtet man ähnlich wie in Abb. 3.18(a) hohe Signifikanzen. Das Auftreten von nichtlinearem Determinismus ist somit möglicherweise eine elementare Eigenschaft, die durch einen bestimmten Mechanismus hervorgerufen wird. Die Skala mit der maximalen Signifikanz kann hier als Verwerfungslänge interpretiert werden, da das Modell keine Verwerfungssysteme, sondern einzelne Verwerfungen beschreibt.

### 3.7 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde ein Test für nichtlinearen Determinismus behandelt. Als Grundlage wurde der Algorithmus von Pei & Moss [1996a], der für die Untersuchung von Zeitreihen aus der Biologie entwickelt wurde, benutzt. Die einzelnen Elemente dieses Algorithmus wurden durch die Anwendung auf ein chaotisches System, der Ikeda-Abbildung, illustriert. Schließlich wurde gezeigt, daß der Algorithmus robust gegen externes Rauschen moderater Größe ist. Die Methode von Pei & Moss [1996a] basiert auf der Detektierung instabiler periodischer Orbits (UPOs) in skalaren Zeitreihen. Sie hat gegenüber anderen Methoden zur Erkennung von UPOs den Vorteil, daß sie UPOs durch die lokale Geometrie in der Nähe eines instabilen Fixpunktes identifiziert und somit etwa gegen niederfrequente Schwankungen in den Daten robust ist. Solche Schwankungen treten häufig in Daten von natürlichen Systemen auf, z.B. wenn sich Parameter des Systems langsam ändern. Eine statistische Signifikanz wurde mit Hilfe von Ersatzdaten berechnet. Dabei wurde die Nullhypothese getestet, daß die Dynamik des Systems durch einen linearen stochastischen Prozeß modelliert werden kann.

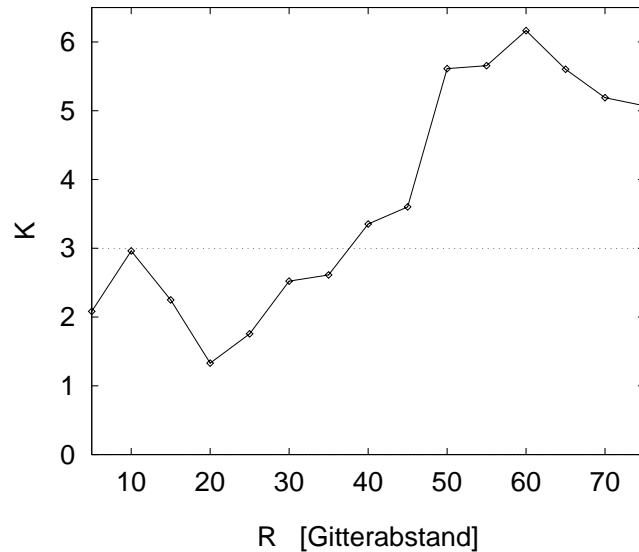


Abbildung 3.26: Signifikanz  $K$  für UPOs als Funktion der Raumskala  $R$  für das Modell von Hainzl *et al.* [1998a,1998b] (aus: [Hainzl 1998]).

Welche Eigenschaften hat ein System, das hohe Signifikanzen für instabile periodische Orbits aufweist? Sicher kann man nicht von UPOs, die in Datenreihen gefunden werden, auf deterministisches Chaos schließen, denn für einen chaotischen Attraktor sind unendlich viele UPOs notwendig. Somit muß man sich auf die Aussage beschränken, daß UPOs nichtlinearen Determinismus messen und im Fall von sehr hohen Signifikanzen auf Chaos hindeuten können. In diesem Fall stehen weitere Methoden für die Untersuchung chaotischer System zur Verfügung [Kantz & Schreiber 1997], die aber für Erdbebendaten wegen der geringen Datendichte und der stark irregulären Verteilung kaum anwendbar sind.

Prinzipiell erlaubt nichtlinearer Determinismus Kurzzeitvorhersagen, da die Trajektorie in der Nähe eines instabilen Fixpunktes einem deterministischen Schema folgt. Aufgrund der kurzen Punktsequenzen, die einen UPO festlegen, und der eher allgemeinen Kriterien, hat die Methode für eine konkrete, geophysikalisch relevante Vorhersage jedoch keine Relevanz.

Die Erweiterung der Methode von Pei & Moss [1996a] auf raumzeitliche Systeme wurde mit Hilfe von Fensterzeitreihen, die durch Mittelwertbildung auf einer bestimmten Raumskala entstehen, durchgeführt. Anhand gekoppelter Abbildungsgitter wurde gezeigt, wie die Signifikanz für nichtlinearen Determinismus von dieser Raumskala abhängt und daß Raumskalen, die gleiche Signifikanzen aufweisen, mit der Kopplung im System korrelieren. Diese Beobachtung motiviert zu der Annahme, daß in natürlichen Systemen zwischen den verrauschten Mikroskalen und den großen Skalen, auf denen die Dynamik des Systems durch Mittelwertbildung verschleiert wird, eine *charakteristische* Skala existiert, die ein Maximum an nichtlinearem Determinismus aufweist [Rand & Wilson 1995].

Die Anwendung der für raumzeitliche Systeme erweiterten Methode auf einen Erdbebenkatalog von Armenien hat gezeigt, daß in vielen Regionen die oben genannten charakteristischen Skalen existieren. In der Nähe des armenischen Ortes Spitak, an dem sich 1988 ein Erdbeben mit Magnitude  $M = 7$  ereignet hat, beobachtet man besonders hohe Signifikanzen für nichtlinearen Determinismus. Insbesondere findet man auf der Skala

$R_{Spitak} = 45 \text{ km}$  gegenüber anderen Skalen eine deutlich höhere Signifikanz als auf anderen Skalen. Weiterhin ist diese Skala mit typischen Längenskalen des M7-Erdbebens vergleichbar.

Für den kalifornischen Katalog erhält man ähnliche Resultate. Insbesondere beobachtet man wieder, daß die Raumbereiche, welche die höchsten Signifikanzen aufweisen, mit den Regionen zusammenfallen, in denen die wesentlichen Charakteristika der großen Erdbeben zu finden sind.

Der Einfluß der Nachbeben besteht im armenischen Katalog im wesentlichen darin, daß die gefundenen räumlichen Muster verwechselt werden; dagegen bilden sie im kalifornischen Katalog nicht nur einen größeren Teil des Kataloges, sondern haben auch einen hohen Anteil an der Gesamtdynamik. Da Nachbeben allgemein eine von unabhängigen Erdbeben verschiedene Dynamik haben, sollte der Einfluß der Nachbeben immer gesondert untersucht werden, indem man zusätzlich mit Katalogen arbeitet, die zuvor mit einem *Decluster*-Algorithmus behandelt wurden.

Zusammenfassend kann man festhalten, daß sich die seismische Dynamik in beiden Erdbebenkatalogen deutlich von der eines linearen stochastischen Prozesses unterscheidet und es starke Hinweise darauf gibt, daß die Raumskalen mit maximalem nichtlinearem Determinismus auch für die dort stattfindenden geophysikalischen Prozesse relevant sind.

# Bestimmung seismischer Ruhe aus Erdbebenkatalogen

In Kapitel 3 wurde die Dynamik von Erdbeben anhand von Daten durch Begriffe der nichtlinearen Dynamik charakterisiert. Es wurde gezeigt, daß das Auftreten von Erdbeben im allgemeinen keineswegs stochastisch ist; statt dessen liegt den Daten insgesamt ein hohes Maß an nichtlinearem Determinismus zugrunde, der durch statistische Signifikanzen quantifiziert werden kann. Diese Signifikanzen enthalten eine zeitliche Mittelung, da die instabilen periodischen Orbits jeweils für die ganze Zeitreihe summiert wurden. Prinzipiell besteht also die Möglichkeit, daß die Dynamik in einer Region zunächst eher stochastisch ist, dann aber ein deterministisches Muster folgt. Die Suche nach einem bestimmten Muster, der seismischen Ruhe vor großen Erdbeben, steht in diesem Kapitel im Vordergrund.

In Abschnitt 2.2.1 wurde gezeigt, daß der seismische Zyklus drei verschiedene Formen seismischer Ruhe aufweist. Für die mögliche Vorhersage großer Erdbeben ist dabei nur die seismische Ruhe vom Typ  $R_2$  (siehe auch Abschnitt 2.2.3) von Bedeutung, die allgemein einige Jahre vor einem großen Erdbeben zu beobachten ist. Im folgenden ist diese spezielle Form seismischer Ruhe gemeint, wenn der Begriff *seismische Ruhe* verwendet wird.

Das Detektieren bestimmter Muster in Erdbebenkatalogen ist mit zahlreichen Problemen verbunden. Die wichtigsten Schwierigkeiten wurden in Abschnitt 2.3 genannt: Schwankende Meßgenauigkeit im Mikrobebenbereich, nicht dokumentierte Magnitudenumskalierungen und der Einfluß der Nachbeben. Dabei hat seismische Ruhe im Vergleich zu anderen Mustern, wie etwa Vorbeben, besonders häufig artifizielle Ursachen [Reasenberg & Matthews 1988; Whiteside & Habermann 1989]. So kann etwa das Ausfallen einzelner Meßstationen zu einer „Ruhe“ führen. In Regionen mit vielen starken Erdbeben kann die Abwesenheit von Nachbeben irrtümlich als seismische Ruhe verstanden werden. Die Behandlung von Nachbeben bei der Detektierung seismischer Ruhe ist umstritten. Während Ogata [1992] die Nachbeben in seine Analyse einbezieht, werden sie bei Wyss & Habermann [1988] durch den in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen *Decluster*-Algorithmus zuvor aus den Daten entfernt. Diesen Arbeiten liegt die Idee zugrunde, daß nach der Beseitigung der Nachbeben eine Hintergrundseismizität übrig bleibt, die normalerweise konstant ist [Wyss & Habermann 1984]. Seismische Ruhe äußert sich dann als Abweichung vom konstanten Verlauf. Im Gegensatz dazu berechnet J. Zschau [*private Mitteilung*] zunächst Zeitreihen aus den Erdbebenkatalogen mit Nachbeben und korrigiert anschließend diese Zeitreihen auf Nachbeben.

In Abschnitt 4.1 wird eine kurze Beschreibung des ZMAP-Verfahrens gegeben, das zur Detektierung seismischer Ruhe entwickelt wurde. Außerdem werden Resultate dieses Verfahrens für die Daten skizziert, die in dieser Arbeit behandelt werden. In Abschnitt 4.2 wird das SEISMOLAP-Verfahren dargestellt, das eine Grundlage für die in diesem Kapitel entwickelte Methode bildet. In Abschnitt 4.3 wird die Nullhypothese für seismische Ruhe und der Test dieser Nullhypothese beschrieben. Die Korrelationen zwischen seismischen

Ruhephasen und großen Erdbeben werden mit Hilfe von Alarmbedingungen berechnet (Abschnitt 4.4). Die Anwendung der neu entwickelten Technik zur Messung seismischer Ruhe ist Gegenstand von Abschnitt 4.5. Die Ergebnisse werden schließlich in Abschnitt 4.6 zusammengefaßt und diskutiert.

## 4.1 Das ZMAP-Verfahren

ZMAP [Wiemer *et al.* 1995] bezeichnet ein Software-Paket [Wiemer 1996], in dem zahlreiche Verfahren zur Analyse von Erdbebenkatalogen, insbesondere zum Detektieren seismischer Ruhe [Habermann 1988; Wyss & Habermann 1988], zusammengefaßt sind. ZMAP enthält z.B. die in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methoden zur Vorbehandlung von Erdbebenkatalogen und zum Erkennen von Ratenänderungen.

Zur Bestimmung seismischer Ruhe geht man zunächst davon aus, daß ein homogener Katalog ohne Nachbeben und artifizielle Ratenänderungen (siehe Abschnitte 2.3.1 und 2.3.2), eine konstante Hintergrundseismizität bzw. eine linear ansteigende kumulative Zahl von Erdbeben (Abb. 2.9(a)) aufweist; im seismischen Zyklus (Abb. 2.4) entspricht dies der Phase *H*. Eine seismische Ruhe, die ein großes Erdbeben ankündigt, hat dann eine Rate gemäß Abb. 2.9(b), wobei die Kurven für  $t \leq T_1$  und  $t \geq T_2$  in der Abbildung aufgrund der beseitigten Nachbeben näherungsweise parallel verlaufen sollten ( $R_2$  im seismischen Zyklus). Die Signifikanz der Ratenänderung in Abb. 2.9(b) wird durch den sogenannten  $z$ -Wert bestimmt. Dazu vergleicht man die seismischen Raten innerhalb und außerhalb eines gleitenden Zeitfensters  $T_w$ :

$$z = \frac{r_1 - r_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}. \quad (4.1)$$

Dabei sind  $r_1$  und  $r_2$  die mittleren Raten innerhalb und außerhalb des Zeitfensters,  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  die zugehörigen Standardabweichungen und  $n_1$  und  $n_2$  die Abtastraten. Der so definierte  $z$ -Wert als Funktion der Zeit wird auch als LTA-Funktion (engl. *long-term average*) bezeichnet. Er kann in eine Wahrscheinlichkeit umgeformt werden, indem man ihn für zufällige Ensembles von Erdbeben berechnet und prüft, wie häufig ein bestimmter  $z$ -Wert in solchen Ensembles auftritt [Wyss & Martirosyan 1998]. Ein Beispiel, an dem man die seismische Ruhe vor dem Spitak-Erdbebens in Armenien am 7. Dezember 1988 erkennt, ist in Abb. 4.1 angegeben. Abbildung 4.1(a) zeigt die kumulative Zahl von Erdbeben, sowie die LTA-Funktion für einen Bereich nördlich des Epizentrums, während Abb. 4.1(b) die gleiche Rechnung für die Nachbebenfläche [Arefiev *et al.* 1991; Borchardt *et al.* 1993] zeigt. Die Rechnungen basieren jeweils auf dem Erdbebenkatalog ohne Nachbeben (siehe Abschnitt 2.3.2); für das *Declustering* wurden die Parameter für Utah aus Tab. 2.1 gewählt. Man sieht, daß auf der Nachbebenfläche kein klares Signal für eine Ruhe erkennbar ist (Abb. 4.1(b)), während nördlich des Epizentrums die LTA-Funktion ein deutliches Maximum bei  $t = 1983.2$  Jahre aufweist (Abb. 4.1(a)). Abbildung 4.1(b) zeigt außerdem, daß der Katalog – trotz *Declustering* – noch Nachbeben enthält: Nach dem M7-Erdbeben von 1988 ist ein starker Anstieg der Erdbebenzahl zu verzeichnen. Abbildung 4.2 zeigt eine analoge Rechnung für die Calaveras-Verwerfung in Zentral-Kalifornien. Der für diese Rechnung gewählte Raumausschnitt ist vor dem Erdbeben in Coyote Lake (1979) und dem Erdbeben in Morgan Hill (1994) ruhig.

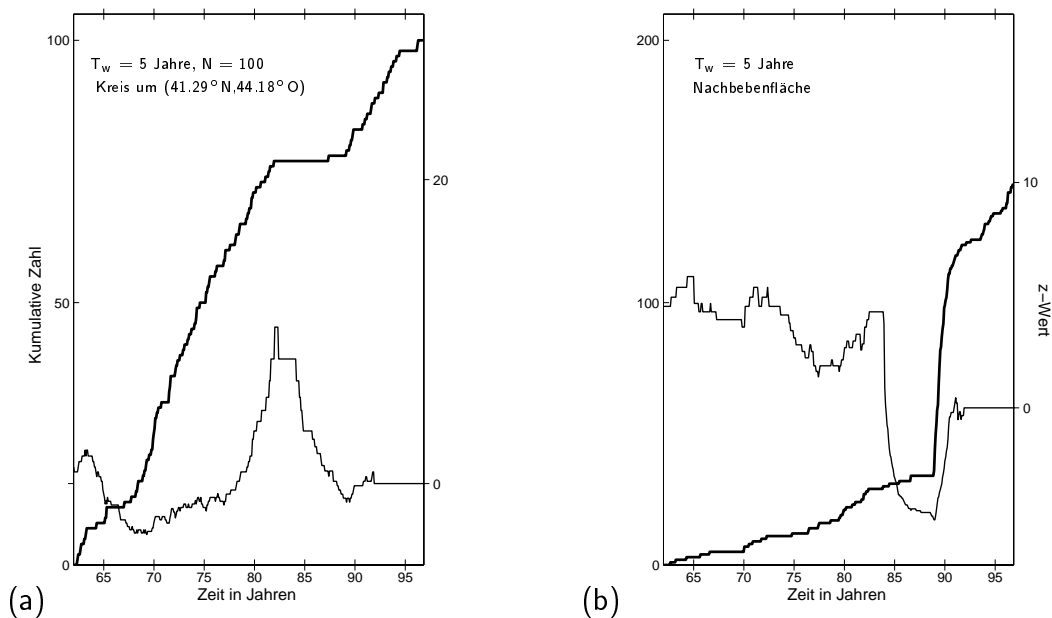


Abbildung 4.1: Beispiel für seismische Ruhe vor dem Spitak-Erdbeben in Armenien. Die dicke Linie ist jeweils die kumulative Zahl von Erdbeben und bezieht sich auf die linke Skala; die dünne Linie ist die LTA-Funktion (Gl. (4.1)) und bezieht sich auf die rechte Skala. Der Erdbebenkatalog wurde mit dem in Abschnitt 2.3.2 beschriebenen *Decluster*-Algorithmus und den Parametern aus Tab. 2.1 für Utah vorbehandelt. (a) LTA-Funktion nördlich des Epizentrums; (b) LTA-Funktion auf der Nachbebenfläche.



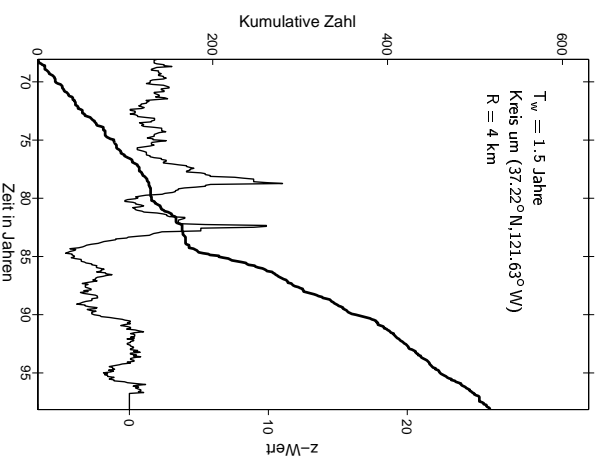


Abbildung 4.2: Seismische Ruhe auf der Calaveras-Verwerfung (vgl. Abb. 4.1). In dem bezeichneten Ausschnitt beobachtet man simultan Ruhephasen vor dem Erdbeben von Coyote Lake (1979) und dem Erdbeben von Morgan Hill (1984).

Ein räumliches Muster von  $z$ -Werten wird erzeugt, indem die gesamte betrachtete Region mit einem Gitter überdeckt wird und der  $z$ -Wert in einem Raumfenster um jeden Gitterpunkt bestimmt wird. Aus statistischen Gründen wird das Raumfenster jeweils so gewählt, daß es eine feste Zahl  $N$  von Erdbeben enthält, aber einen maximalen Radius  $R_{max}$  nicht überschreitet. Abbildung 4.3 zeigt ein solches Muster für die Daten aus Armenien und ein Zeitfenster der Länge  $T_w = 5$  Jahre, das bei  $t = 1983.9$  Jahre beginnt. Wieder sieht man deutlich die seismische Ruhe vor dem Erdbeben von Spitak. Die entsprechenden räumlichen Muster für die Erdbeben auf der Calaveras-Verwerfung (vgl. Abb. 4.2) sind in Abb. 4.4 und in Abb. 4.5 gezeigt. Hier sieht man auch den räumlichen Überlapp der ruhigen Volumina, der sich schon in der LTA-Funktion in Abb. 4.2 gezeigt hat.

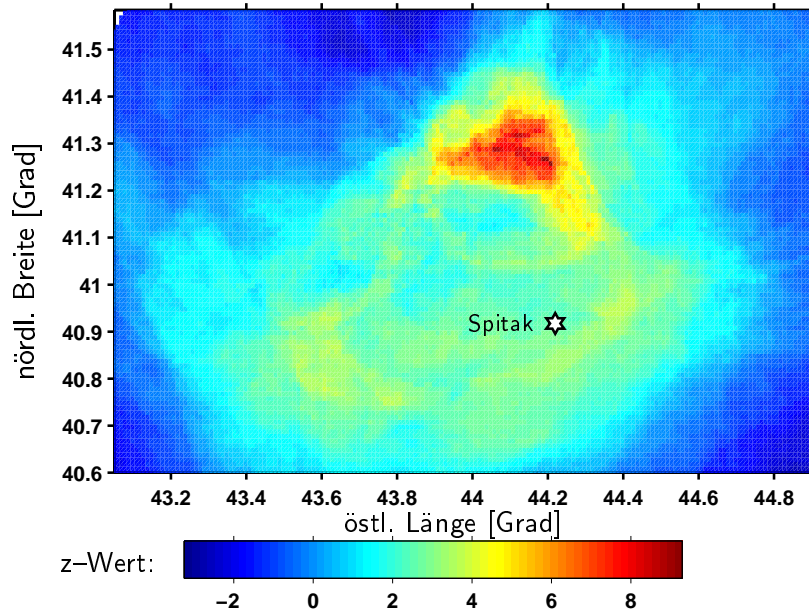


Abbildung 4.3: Verteilung der  $z$ -Werte für die Region um Spitak (Armenien); der Stern bezeichnet das Epizentrum des M7-Erdbebens am 7. Dezember 1988. Das Zeitfenster beginnt bei  $t = 1983.9$  Jahre und hat eine Länge von  $T_w = 5$  Jahre. Die Raumfenster um die einzelnen Gitterpunkte sind so gewählt, daß sie jeweils 300 Ereignisse enthalten.

Ein wichtiges Element im ZMAP-Verfahren sind die sogenannten Alarm-Würfel, mit deren Hilfe man die Zahl der Anomalien visualisieren kann. So kann man erkennen, wie häufig Anomalien in Raum und Zeit auftreten. Beim Überschreiten einer Signifikanz  $z_0$  wird ein Alarm für eine feste Zeit  $t_a$  erzeugt. Die Menge aller Alarme wird dann als Funktion von Raum und Zeit in einem dreidimensionalen Bild eingetragen. Abbildung 4.6 zeigt einen solchen Alarm-Würfel für den Katalog von Armenien; für  $z_0 = 9.8$  erhält man einen eindeutigen Alarm.

Die Hypothese, daß vor starken Erdbeben eine seismische Ruhe im Herdvolumen bzw. im Nachbebenvolumen des starken Erdbebens auftritt oder zumindest mit diesem überlappt, wurde in zahlreichen Einzelstudien mit Hilfe des ZMAP-Verfahrens bestätigt (sie-

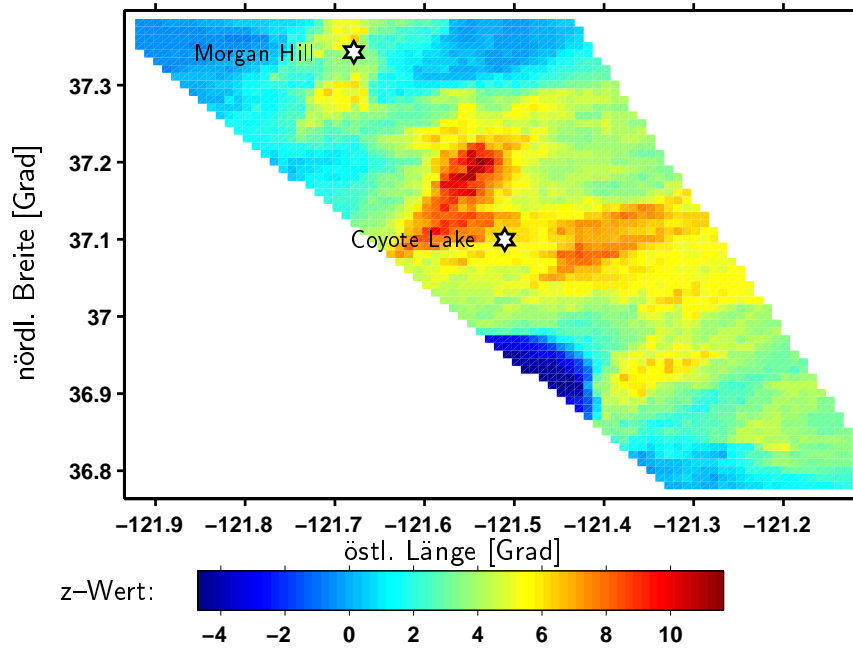


Abbildung 4.4: Verteilung der  $z$ -Werte für die Region um die Calaveras-Verwerfung (Kalifornien); die Sterne bezeichnen die Epizentren des M5.8-Erdbebens am 6. August 1979 bei Coyote Lake und des M6.2-Erdbebens am 24. April 1984 bei Morgan Hill. Das Zeitfenster beginnt bei  $t = 1976.6$  Jahre und hat eine Länge von  $T_w = 3$  Jahre. Die Raumfenster um die einzelnen Gitterpunkte sind so gewählt, daß sie jeweils  $N = 300$  Ereignisse enthalten.

he [Wyss 1997b] und Referenzen dort sowie [Wyss & Martirosyan 1998]). Für das M7-Erdbeben von Spitak haben Wyss & Martirosyan [1998] eine seismische Ruhe über  $5 \pm 0.5$  Jahre mit einer maximalen Ausdehnung von  $40$  km nördlich des Epizentrums gefunden; die seismische Ruhe wird dabei willkürlich durch einen Ratenrückgang von 75% definiert. Die Anomalie ist eindeutig und zeichnet sich durch eine sehr hohe Signifikanz aus, die man in zufälligen Ensembles von Erdbeben mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P < 0.01\%$  beobachtet.

Einwände gegen das ZMAP-Verfahren wurden von Matthews & Reasenbergs [1987] und Reasenbergs & Matthews [1988] vorgebracht. Sie betreffen in der Hauptsache das Konzept der LTA-Funktion, die Rate in einem gleitenden Zeitintervall fester Länge mit der Rate außerhalb dieses Intervalls zu vergleichen. In ihrer  $\beta$ -Statistik vergleichen Reasenbergs & Matthews [1988] die Raten innerhalb des Intervall  $[t - \delta; t]$  für alle Werte von  $t$  und  $\delta$ , mit der Rate im Komplement dieses Intervalls. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß es keine Evidenz für ein systematisches Auftreten seismischer Ruhe vor starken Erdbeben gibt. Die mit dem ZMAP-Verfahren gefundenen Phasen seismischer Ruhe können nach Reasenbergs & Matthews [1988] durch statistische Schwankungen in einem Poisson-Prozesses modelliert werden. Weiter ist zu berücksichtigen, daß die Hypothese der konstanten Rate nur für den gesamten Katalog geprüft wird, nicht aber für alle Ausschnitte, für die LTA-Funktionen berechnet werden.

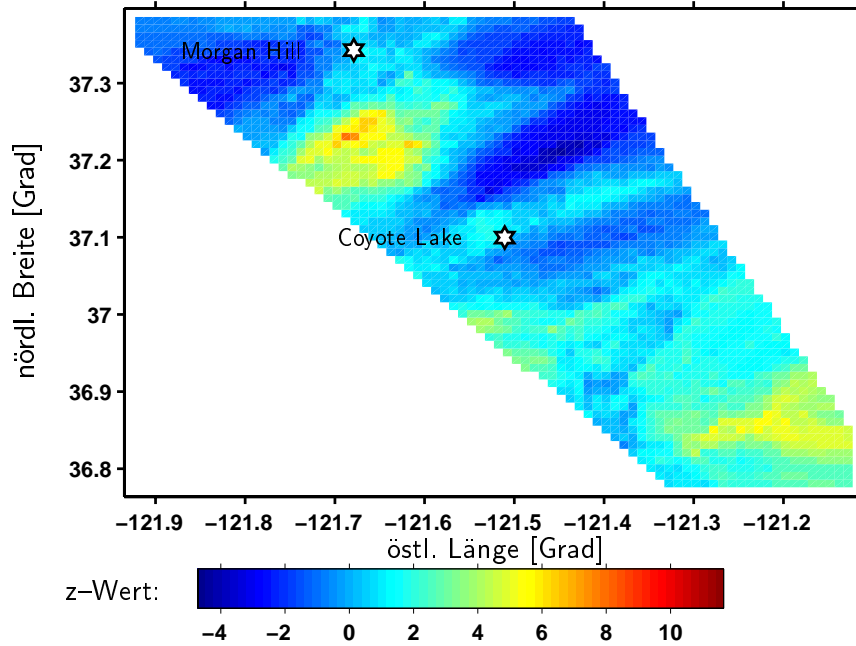


Abbildung 4.5: wie Abb. 4.4, aber mit einem Zeitfenster  $T_w = 1.5$  Jahre beginnend bei  $t = 1982.9$  Jahre.

## 4.2 Das SEISMOLAP–Verfahren

SEISMOLAP [Zschau 1996a,1996b; Zschau *et al.* 1996] steht abkürzend für SEISmicity OverLAPing und bezeichnet ein Verfahren zur Quantifizierung seismischer Ruhe. Dieses Verfahren beschreibt die räumliche und zeitliche Konzentration von Erdbeben durch die Berechnung einer gewichteten Summe von Erdbeben aus der Vergangenheit:

$$S_1(\mathbf{x}, t) = \sum_i w^r(\mathbf{x}, \mathbf{X}_i) w^z(t, T_i). \quad (4.2)$$

Das räumliche Gewicht  $w^r(\mathbf{x}, \mathbf{X}_i)$  ist das Überlappvolumen zweier Quadrate gleicher Größe (Seitenlänge  $D$ ), die jeweils den Punkt  $\mathbf{x}$  und das Epizentrum des  $i$ ten Erdbebens  $\mathbf{X}_i$  umgeben:

$$w^r(\mathbf{x}, \mathbf{X}_i) = \frac{1}{D^2} \cdot \begin{cases} (D - |x^1 - X_i^1|) (D - |x^2 - X_i^2|), & |\mathbf{x} - \mathbf{X}_i| \leq D \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Der obere Index bezeichnet die Vektorkomponente. Berücksichtigt man zusätzlich die Tiefe der Erdbeben, so muß in Gl. (4.3) ein zusätzlicher Faktor  $(D - |x^3 - X_i^3|)$  eingeführt werden und die Normierung von  $1/D^2$  auf  $1/D^3$  geändert werden.

Das zeitliche Gewicht  $w^z(t, T_i)$  ist durch eine Rampenfunktion gegeben, in die das Zeit-

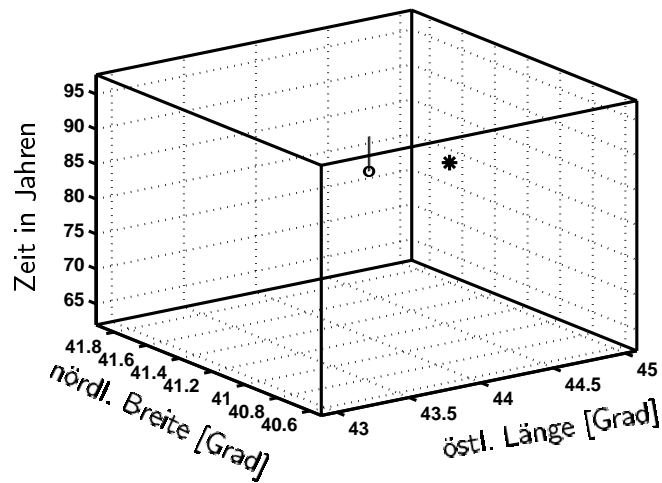


Abbildung 4.6: Alarm-Würfel: Die Darstellung zeigt alle Punkte in Raum und Zeit, bei denen die Signifikanz  $z_0 = 9.8$  überschritten wird. Die Alarmdauer, die durch den senkrechten Balken (parallel zur Zeitachse) symbolisiert wird, beträgt  $t_a = 5$  Jahre. Hier treten drei eng benachbarte Alarme auf, die man zu einer Alarmgruppe zusammenfaßt. Die Alarmwürfel-Darstellung zeigt, daß die Anomalie vor dem Spitak-Erdbeben in ihrer Signifikanz verglichen mit allen anderen Raum-Zeit-Punkten einmalig ist.

fenster der Größe  $T$  eingeht:

$$w^z(t, T_i) = \begin{cases} 1 - \frac{t-T_i}{T}, & 0 \leq t - T_i \leq T \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.4)$$

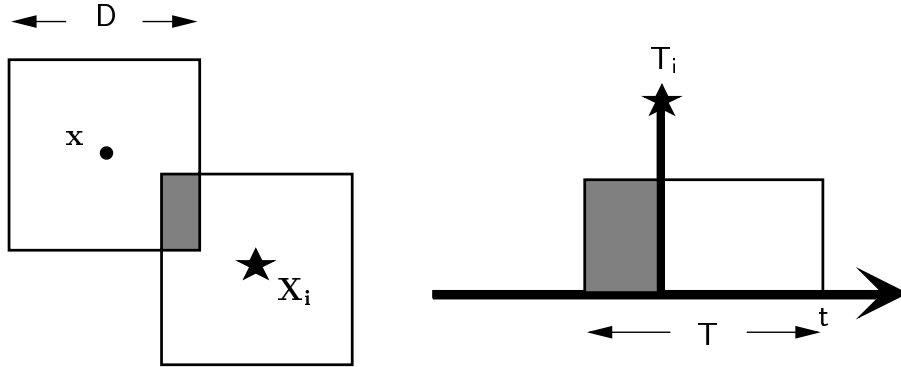


Abbildung 4.7: Das Prinzip von SEISMOLAP : Das linke Bild veranschaulicht den Überlap im Raum und das rechte Bild den Überlap in der Zeit (jeweils die grauen Flächen); der Stern bezeichnet ein Erdbeben zur Zeit  $T_i$  am Ort  $\mathbf{X}_i$ .

Abbildung 4.7 zeigt eine Veranschaulichung der beiden Gewichte. Die in Gl. (4.2) definierte Größe  $S_1$  stellt somit ein Maß für räumliche und zeitliche Konzentration von Erdbeben dar. Zur Quantifizierung seismischer Ruhe führt Zschau [1996a] den  $S_2$ -Wert ein, der einfach der Kehrwert von  $S_1$  ist:

$$S_2(\mathbf{x}, t) = 1/S_1(\mathbf{x}, t). \quad (4.5)$$

Als Beispiel wird wieder das Erdbeben von Spitak in Armenien am 8. Dezember 1988 betrachtet und es werden die Funktionen  $S_1(\mathbf{x}, t)$  und  $S_2(\mathbf{x}, t)$  am Ort dieses Erdbebens (Abb. 4.8) berechnet. Die Kurven zeigen, daß  $S_1$  (Abb. 4.8(a)) die Anhäufung von Erdbeben mißt: Das Maximum entsteht durch die Nachbeben des Spitak-Erdbebens. Dagegen zeigt  $S_2$  (Abb. 4.8(b)) eine Ruhephase vor dem Erdbeben an.

Im folgenden wird  $S_2$  benutzt, um seismische Ruhe zu bestimmen. Zur Berechnung statistischer Signifikanzen wird ein Statistik-Fenster  $[t - T_{stat}; t)$  definiert, das von dem Zeitpunkt  $t$ , an dem  $S_2$  berechnet wird, in die Vergangenheit gelegt wird.  $T_{stat}$  hat typischerweise die zwei- bis dreifache Länge des Zeitfensters  $T$ . Die Verteilung von  $S_2$ -Werten in diesem Statistik-Fenster stellt somit die Referenz-Seismizität dar, mit welcher der jeweils aktuelle  $S_2$ -Wert verglichen wird. Die im allgemeinen stark asymmetrische Verteilung der  $S_2$ -Werte im Statistik-Fenster läßt sich am besten durch eine Pierson-Typ-3 Verteilung approximieren [Plate 1993]:

$$P(\epsilon) = (1/\Gamma(m)) \int_0^\epsilon \alpha^{m-1} e^{-\alpha} d\alpha, \quad (4.6)$$

wobei die  $\Gamma$ -Funktion durch

$$\Gamma(m) = \int_0^\infty x^{m-1} e^{-x} dx \quad (4.7)$$

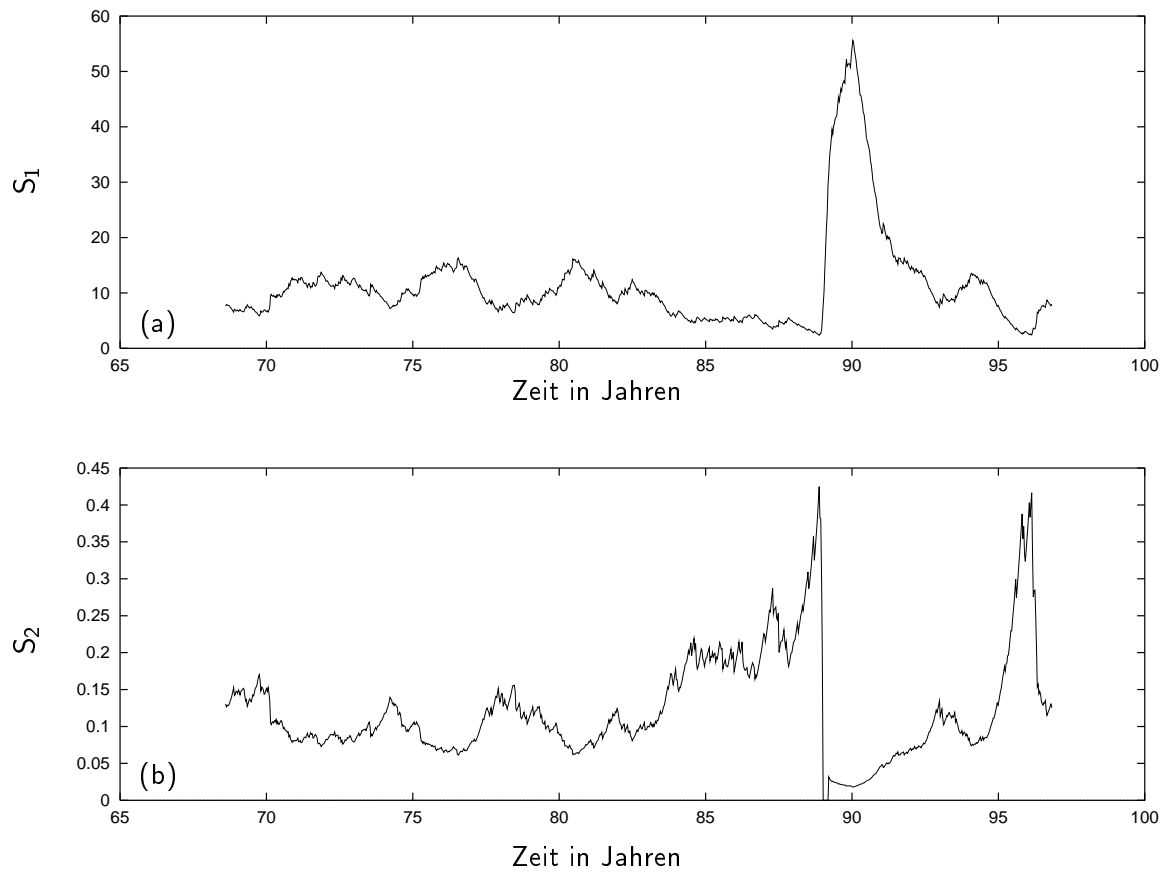


Abbildung 4.8: Die Funktionen  $S_1$  und  $S_2$  am Ort des M7-Erdbebens in Spitak (Armenien) am 8. Dezember 1988 (Erdbebenkatalog mit Nachbeben). (a)  $S_1$  mißt die Anhäufung von Erdbeben in der Umgebung dieses Ortes; das Maximum zeigt die Nachbeben an. (b)  $S_2$  mißt seismische Ruhe; vor dem Erdbeben sieht man ein Ansteigen der Ruhe. Das Raumfenster hat die Größe  $D = 60 \text{ km}$ , das Zeitfenster  $T = 600 \text{ Tage}$ , die untere Magnitudengrenze ist  $M_c = 2.2$ .

definiert ist. Die obere Integrationsgrenze  $\epsilon$  in Gl. (4.6) ist durch

$$\epsilon = (2/C_{ss})\{(s - \mu_s)/\sigma_s + 2/C_{ss}\} \quad (4.8)$$

und  $m$  durch

$$m = (4/C_{ss}^2) \quad (4.9)$$

gegeben. Ferner gilt

$$C_{ss} = \frac{l^{1/2} \sum_{i=0}^{l-1} (s_i - \mu_s)^3}{(l-1)^{3/2} \sigma_s^3}. \quad (4.10)$$

In Gl. (4.8) bis (4.10) bezeichnet  $s = S_2(t)$  den aktuellen  $S_2$ -Wert (an einem festen Ort  $\mathbf{x}$ ),  $\{s_i\}$  die Menge der  $S_2$ -Werte im Statistikfenster,  $\mu_s$  deren Mittelwert und  $\sigma_s$  die Standardabweichung.

Der  $S_3$ -Wert

$$S_3(t) = \begin{cases} 1/P(\epsilon) & C_{ss} \geq 0 \\ 1/(1 - P(\epsilon)) & C_{ss} < 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

ist der Kehrwert der Wahrscheinlichkeit  $P(\epsilon)$  bzw.  $1 - P(\epsilon)$  dafür, daß der aktuelle Wert  $S_2(t)$  überschritten wird.

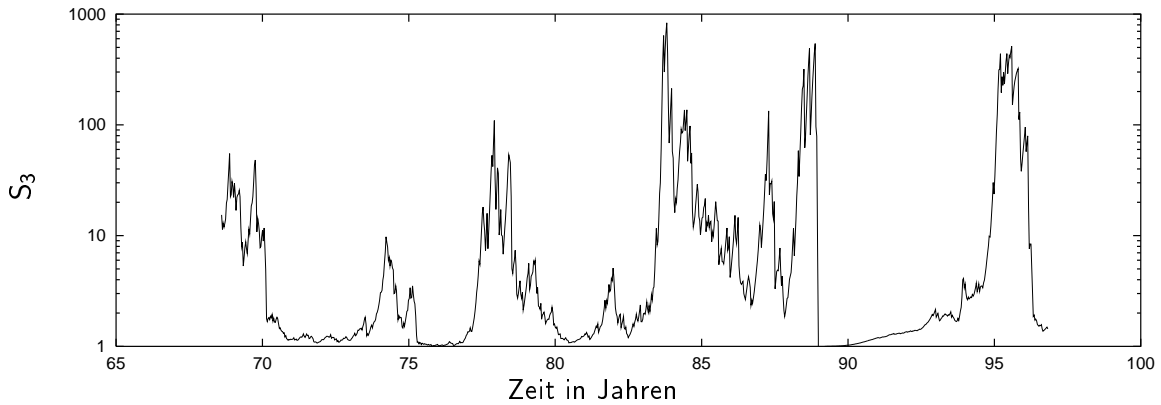


Abbildung 4.9: Die Funktion  $S_3$  am Ort des M7-Erdbebens in Spitak (Armenien) am 8. Dezember 1988;  $D = 60 \text{ km}$ ,  $T = 600 \text{ Tage}$ ,  $M_c = 2.2$  und  $T_{stat} = 1800 \text{ Tage}$  (Erdbebenkatalog mit Nachbarbeben).

Abbildung 4.9 zeigt  $S_3(t)$  für das Beispiel aus Abb. 4.8. Man sieht in dieser Abbildung ähnlich wie bei  $S_2(t)$  in Abb. 4.8(b) ein Maximum vor dem M7-Erdbeben, das mit einer Wahrscheinlichkeit von  $P \approx 0.1\%$  im Statistik-Fenster vorkommt; jedoch ist dieses Auftreten seismischer Ruhe nicht mehr eindeutig. Vielmehr beobachtet man mindestens vier solcher lokaler Maxima. Dies kann zwei Ursachen haben: Entweder gibt es tatsächlich mehrere Ruhephasen, insbesondere auch solche, auf die kein großes Erdbeben folgt; oder die Mehrdeutigkeit ist eine Folge des Verfahrens. Da es für die erste Möglichkeit keine weiteren Hinweise gibt, etwa durch die Ergebnisse der Untersuchungen mit dem ZMAP-Verfahren



(siehe Abschnitt 4.1), ist die zweite Möglichkeit wahrscheinlich. Insbesondere ist die Wahl der Referenzseismizität bei der Berechnung von  $S_3$  subjektiv. So ist die Größe des Statistikfensters  $T_{stat}$  willkürlich festgelegt. Die Ergebnisse können signifikant von dieser Größe abhängen, wenn etwa zur Zeit  $t - T_{stat}$  ein Erdbebenschwarm oder eine andere kurzzeitige Fluktuation stattfindet. Solche Fluktuationen sind vor allem in Erdbebenkatalogen, aus denen nicht zuvor die Nachbeben entfernt wurden (siehe Abschnitt 2.3.2), allgegenwärtig. Weiter ist zu bemerken, daß die Referenzseismizität aus den  $S_2$ -Werten berechnet wird und nicht aus den Originaldaten. Mögliche Artefakte bei der Berechnung der  $S_2$ -Werte werden somit nicht erkannt. Daher wird im folgenden eine Referenzseismizität konstruiert, bei der diese Probleme nicht auftreten.

Abbildung 4.10 zeigt noch die Funktion  $S_3(t)$  an den Orten Coyote Lake und Morgan Hill in Kalifornien. Als Parameter wurden jeweils  $D = 10 \text{ km}$ ,  $T = 600 \text{ Tage}$  und  $T_{stat} = 1800 \text{ Tage}$  gewählt. Die untere Magnitudengrenze ist  $M_c = 1.6$ ; wie in Abb. 4.9 findet man auch hier keine eindeutige Anomalie.

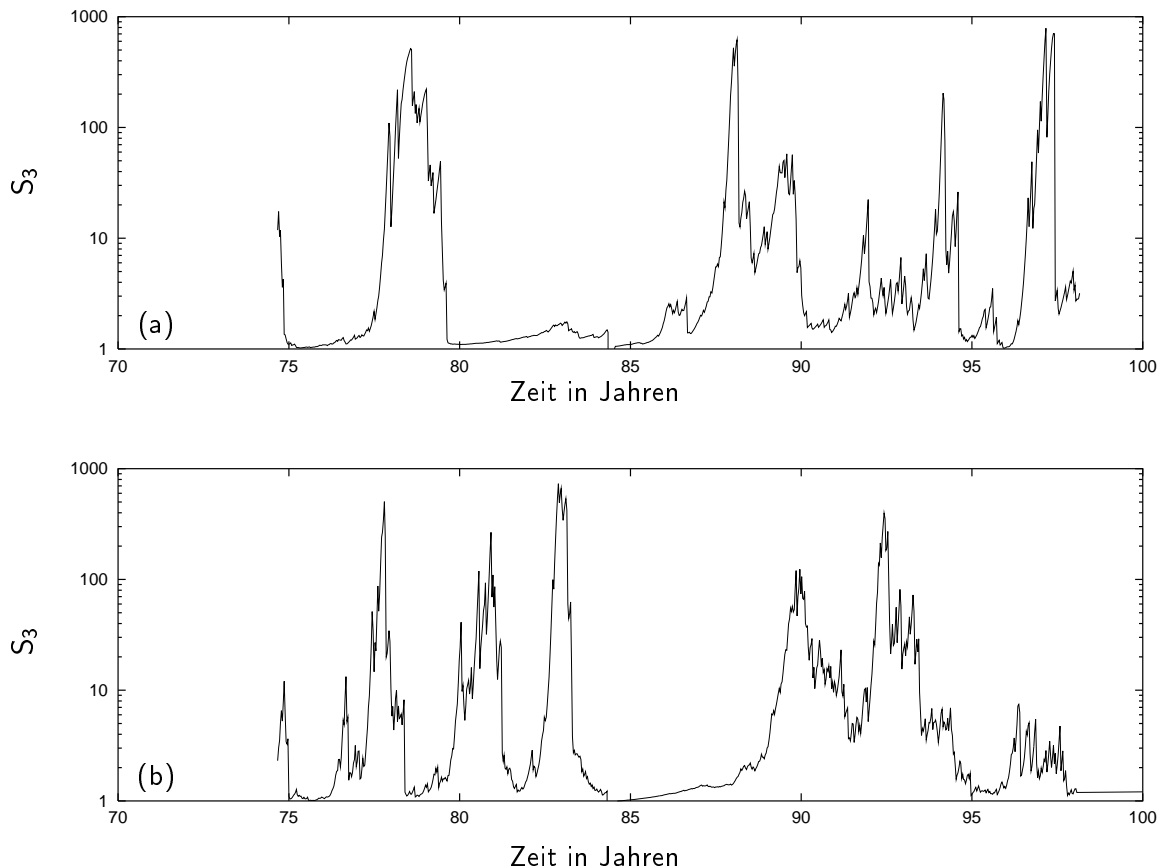


Abbildung 4.10: Die Funktion  $S_3$  (a) am Ort des M5.8-Erdbebens in Coyote Lake am 6. August 1979 und (b) am Ort des M6.2-Erdbebens in Morgan Hill am 24. April 1984;  $D = 10 \text{ km}$ ,  $T = 600 \text{ Tage}$ ,  $M_c = 1.6$  und  $T_{stat} = 1800 \text{ Tage}$  (Erdbebenkatalog mit Nachbeben).

Die Wahl der Parameter ist ein allgemeines Problem bei dieser Art von Datenanalyse. Eine seismische Ruhe hat eine räumliche und zeitliche Ausdehnung und wird folglich am besten mit Raum- und Zeitfenstern detektiert, die ihrer Ausdehnung entsprechen. Ähnliches gilt

für den Magnitudenbereich; da man allerdings davon ausgeht, daß seismische Ruhe alle Magnituden betrifft [Wyss & Habermann 1988], hat man hier lediglich die Vollständigkeit des Kataloges zu beachten. Für die folgenden Untersuchungen wird ein Parametersatz *ad hoc* gewählt und für den gesamten Katalog beibehalten. Die Abhängigkeit der Resultate von den Parametern wird an Beispielen untersucht.

### 4.3 Die Nullhypothese

Die Formulierung einer Nullhypothese ist ein zentrales und nichttriviales Problem bei der Untersuchung von Erdbebendaten [Kagan 1997]. Dies gilt sowohl für Nullhypothesen bei Vorhersagemethoden [Stark 1997] wie auch bei der Detektierung spezieller Muster wie seismischer Ruhe. Die einfachste Methode zur Konstruktion einer Nullhypothese ist die Modellierung eines räumlich und zeitlich homogenen Poisson-Prozesses [Kagan & Vere-Jones 1996]. Diese Nullhypothese erweist sich aber in den meisten Fällen als zu starke Vereinfachung, da die Annahme räumlicher und zeitlicher Homogenität kaum erfüllt ist. Erweiterte Ansätze modellieren räumliche und zeitliche Heterogenitäten [Kagan 1991; Michael 1996; Reasenberg 1996; Ogata 1998] in den Erdbebendaten.

Während in den genannten Ansätzen die Nullhypothese aus synthetischen Daten gebildet wird, werden nun reale Erdbebenkataloge für diesen Zweck benutzt [Zöller *et al.* 1998b]. Speziell betrachtet man die Zeitreihen  $S_2(t)$  aus Gl. (4.5). Im Gegensatz zur Originalversion von SEISMOLAP, die in Abb. 4.7 veranschaulicht ist, werden hier als räumliche Umgebungen keine Quadrate mit Seitenlänge  $D$ , sondern Kreise mit Radius  $R$  verwendet. Diese Änderung hat keinen signifikanten Einfluß auf die Resultate, jedoch erscheint eine sphärische Symmetrie der räumlichen Umgebungen anschaulich plausibler. Um die statistische Signifikanz der  $S_2$ -Werte bestimmen zu können, wird nun folgende Nullhypothese  $NH_Q$  für seismische Ruhe untersucht:

**$NH_Q$**  : An jedem Ort  $\mathbf{x}$  kann die Funktion  $S_2(t)$  für reale Erdbeben modelliert werden durch die Funktion  $S_2^{ersatz}(t)$ , die sich aus einem randomisierten Erdbebenkatalog ergibt.

Die randomisierten Erdbebenkataloge werden in Anlehnung an Abschnitt 3.1.2 auch raumzeitliche Ersatzdaten genannt. Sie zeichnen sich dadurch aus, daß sie räumliche und zeitliche Verteilungen der realen Erdbebendaten unverändert lassen. Die raumzeitlichen Korrelationen werden dagegen durch Randomisierung zerstört.

Als Veranschaulichung werden in Abb. 4.11 die Funktion  $S_2(t)$  für die realen Erdbebenkataloge und für randomisierte Erdbebenkataloge am Beispiel des Ortes Spitak verglichen. Die Randomisierung wurde einfach durch die Abbildung

$$(t_i, \mathbf{x}_i) \rightarrow (t_i, \mathbf{x}_{\mathbf{rand}(i)}) \quad (4.12)$$

ausgeführt, wobei  $rand(\cdot)$  den Index  $i$  auf einen zufällig ausgewählten Index  $j$  abbildet. Abbildung 4.11 zeigt neben der Funktion  $S_2(t)$  für die Originaldaten eine über 100 Randomisierungen gemittelte Kurve  $S_2^{ersatz}(t)$ , sowie drei Standardabweichungen nach oben und unten:  $\langle S_2^{ersatz}(t) \rangle \pm 3\sigma^{ersatz}(t)$  (Fehlerbalken). Diese Darstellung zeigt eine Abweichung

zwischen Original- und Ersatzdaten, die ungefähr fünf Jahre vor dem M7-Erdbeben beginnt und in ihrer Größe einmalig ist. Außerhalb dieser Anomalie stimmen die Kurven für die realen Daten und die randomisierten Daten im wesentlichen überein.

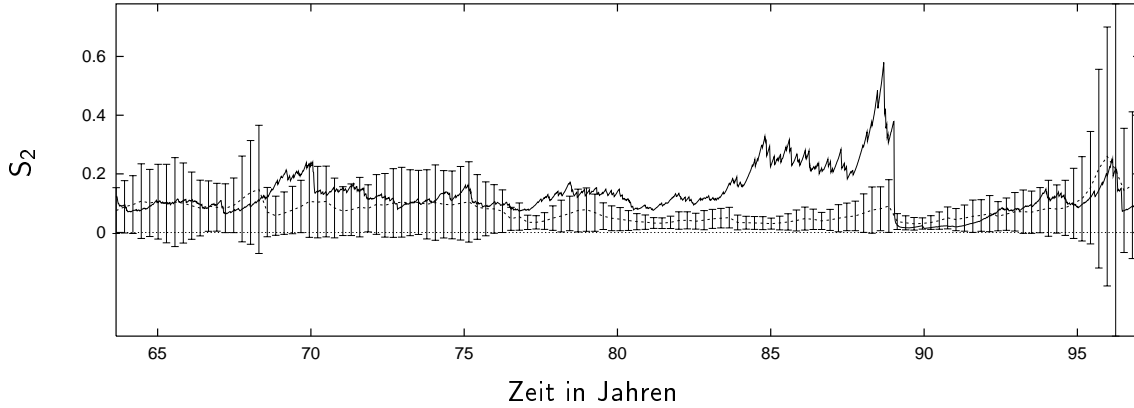


Abbildung 4.11:  $S_2(t)$  am Ort Spitak für den armenischen Erdbebenkatalog (durchgezogene Linie) und für 100 randomisierte Erdbebenkataloge (gemittelt, gestrichelte Linie); die Fehlerbalken geben drei Standardabweichungen nach oben und unten an.

Bei der Erzeugung dieser Ersatzdaten ist besonders auf den Einfluß von Nachbarbeben und anderen *Clustern* zu achten. Durch die Randomisierung werden diese konzentrierten Erdbebensequenzen über den gesamten Raum verteilt und somit wird das seismische Niveau zu einer bestimmten Zeit insgesamt angehoben. Vergleicht man dann die Originaldaten mit den Ersatzdaten, mißt man seismische Ruhe, die artifiziiell ist. Zur Behebung dieses Problems gibt es zwei Möglichkeiten [Kagan 1996]: (1) Das *Decluster* des Erdbebenkatalogs und (2) die direkte Einbeziehung der *Cluster* in die Nullhypothese  $NH_Q$ . Zur Berücksichtigung von Punkt (2) wird eine bevorzugt lokale Randomisierung eingeführt, die als Abfolge von Vertauschungen ausgeführt wird. Dabei wird ein Ereignis  $i$  zufällig herausgegriffen und mit einem anderen Ereignis  $j$  vertauscht. Bei einer gleichförmigen Randomisierung ist die Wahrscheinlichkeit, daß  $i$  und  $j$  vertauscht werden, unabhängig von  $i$  und  $j$ :

$$P_{ij} = 1/N_{tot}, \quad (4.13)$$

wobei  $N_{tot}$  die Gesamtzahl der Erdbeben im Katalog ist.

Im Gegensatz zu dieser gleichförmigen Randomisierung wird jetzt eine Randomisierung mit einer gaußförmigen Wahrscheinlichkeitsverteilung verwendet:

$$P_{ij} \sim e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r_{ij}}{r_0}\right)^2}. \quad (4.14)$$

Dabei ist  $r_{ij}$  der Abstand der Epizentren der Ereignisse  $i$  und  $j$  und  $r_0 = 50 \text{ km}$  ein fester Wert. Benutzt man die Wahrscheinlichkeitsverteilung aus Gl. (4.14) für die Randomisierung, vermindert sich der Einfluß der *Cluster*. Trotzdem beobachtet man noch häufig artifiziielle Ruhe, da die Größe von einzelnen *Clustern* typischerweise kleiner ist als  $r_0$ . Da die Zahl der Ereignisse relativ niedrig ist und die Ereignisse zudem stark inhomogen verteilt sind, kann  $r_0$  aber auch nicht beliebig klein gewählt werden, weil im Grenzfall  $r_0 \rightarrow 0$  jedes Ereignis mit sich selbst „vertauscht“ würde. Daher wird auch Punkt (1)

berücksichtigt, indem die Berechnungen zusätzlich für Kataloge ohne Nachbeben durchgeführt werden. Zur Beseitigung der Nachbeben wird wie schon in Abschnitt 3.5.5 der Algorithmus von Reasenbergl [1985] verwendet.

Die Nullhypothese  $NH_Q$  wird in vier Schritten getestet:

1. Für einen festen Ort  $\mathbf{x}$  betrachtet man alle Ereignisse, die vor der Zeit  $t$  stattfinden.
2. Für diesen reduzierten Katalog erzeugt man 100 Ersatzkataloge nach dem oben beschriebenen Verfahren.
3. Man berechnet die aus Gl. (3.5) bekannte statistische Signifikanz:

$$K(t) = \frac{S_2(t) - \langle S_2^{ersatz}(t) \rangle}{\sigma^{ersatz}(t)}. \quad (4.15)$$

4. Man setzt  $t \rightarrow t + \Delta T$  (mit  $\Delta T = 25$  Tage) und beginnt wieder bei 1.

Durch dieses Vorgehen ist sichergestellt, daß man stets mit Daten aus der Vergangenheit rechnet; zur Berechnung von  $K(t)$  werden also nur Erdbeben  $i$  mit  $t_i \leq t$  benutzt. Es sei darauf hingewiesen, daß man die in 1. bis 4. beschriebene Modellierung nicht am Anfang des Kataloges beginnen kann, da immer ein gewisses Zeitintervall als „Vergangenheit“ vorhanden sein muß. Zur Vermeidung von Randeffecten wird jeweils an den Rändern des Kataloges ein Streifen der Länge  $R$  abgeschnitten, der nicht zum Gitter gehört. So wird garantiert, daß das Raumfenster nicht über die Ränder hinausgeht.

Weiterhin wird für jeden Ort  $\mathbf{x}$  verlangt, daß die Bedingungen  $r_i \leq 2R$ <sup>1</sup>

und  $0 \leq t - t_i \leq T$  aus Gl. (4.3) und Gl. (4.4) stets für mindestens drei Ereignisse erfüllt sind. Ansonsten wird dieser Ort nicht weiter betrachtet.

Um die Signifikanz  $K$  in eine Wahrscheinlichkeit  $P$  zu überführen, mit der die Nullhypothese verworfen werden kann, muß die Verteilung von  $S_2$ -Werten betrachtet werden. Für eine gaußförmige Verteilung entspricht  $K = 3$  der Wahrscheinlichkeit  $P = 99.86\%$  (siehe Abschnitt 3.1.2). Da es aber keinen Grund gibt, eine gaußförmige Verteilung anzunehmen, werden 100 Ersatzkataloge erzeugt und für jeden Zeitschritt  $t$  wird die Verteilung der  $S_2$ -Werte an allen Orten  $\mathbf{x}$  berechnet. Aus dem Wert  $S_2^{(99)}(t)$ , der von 99% aller Werte unterschritten wird, wird nach Gl. (3.5) die zugehörige Signifikanz  $K^{(99)}(t)$  berechnet:

$$K^{(99)}(t) = \frac{S_2^{(99)}(t) - \langle S_2(t) \rangle}{\sigma(t)}. \quad (4.16)$$

Als konservative Abschätzung wird schließlich der Wert

$$K^{(99)} = \max_t K^{(99)}(t). \quad (4.17)$$

verwendet.

<sup>1</sup> $2R$  tritt an die Stelle von  $D$  aus Gl. (4.3), da mit kreisförmigen Raumfenstern gerechnet wird.

## 4.4 Korrelationen zwischen seismischer Ruhe und Hauptbeben

Das in Abschnitt 4.3 beschriebene Verfahren zum Test der Nullhypothese  $NH_Q$  liefert für jeden Gitterpunkt im Raum  $\mathbf{x}$  eine Funktion  $K(t)$ , die eine Signifikanz für seismische Ruhe angibt. Insgesamt erhält man also ein raumzeitliches Muster  $K(\mathbf{x}, t)$ , aus dem Phasen seismischer Ruhe zu extrahieren sind. Um ein robustes Verfahren zu entwickeln, werden für jeden Punkt in Raum und Zeit  $(\mathbf{x}, t)$  nur zwei mögliche Zustände unterschieden:  $(\mathbf{x}, t)$  wird als „ruhig“ betrachtet, wenn

$$K(\mathbf{x}, t) \geq K^{(99)} \quad (4.18)$$

mit  $K^{(99)}$  aus Gl. (4.17) gilt.

Um Korrelationen zwischen Ruhephasen und großen Erdbeben zu berechnen, geht man davon aus, daß eine seismische Ruhe einen Verlauf wie in Abb. 4.12 hat. Die Abbildung zeigt schematisch den Anteil  $V_R$  des Raumvolumens, der ruhig im Sinne von Gl. (4.18) ist, als Funktion der Zeit. Das ruhige Volumen überschreitet zunächst einen Grenzwert  $V_g$  zur Zeit  $t_b$ , durchläuft ein Maximum und unterschreitet  $V_g$  zur Zeit  $t_e$  schließlich wieder. An diesem Zeitpunkt  $t_e$  wird ein Alarm für die Dauer  $t_a$  erzeugt. Fällt ein großes Erdbeben in das Zeitintervall  $[t_e; t_e + t_a]$ , so ist es ein Kandidat für eine „erfolgreiche“ Vorhersage. Die Dauer  $t_d$  der seismischen Ruhe ist einfach durch  $t_d = t_e - t_b$  gegeben; als räumliche Ausdehnung definiert man die Summe der Raumgitterpunkte, die mindestens 10% von  $t_d$  ruhig sind. Durch diese Definition sollen kurzzeitige Fluktuationen vom ruhigen Volumen ausgeschlossen werden. Das räumliche Schrumpfen des Ruhevolumens unmittelbar vor dem Hauptbeben ist keine universelle Eigenschaft, wird aber häufig beobachtet.

Ein Ereignis gilt schließlich als „vorhergesagt“, wenn es

1. innerhalb der Alarmdauer  $[t_e; t_e + t_a]$  und
2. im räumlichen Volumen der seismischen Ruhe stattfindet.

Die Alarmbedingungen enthalten zwei Parameter, den Grenzwert  $V_g$  und die Alarmdauer  $t_a$ . Bei der Wahl dieser Parameter ist zu beachten, daß der Teil von Raum und Zeit, der von Alarm überdeckt wird, nicht zu groß sein darf. Weiterhin bleibt festzulegen, ab welcher Magnitude  $M$  ein Erdbeben als „großes Erdbeben“ oder „Hauptbeben“ bezeichnet wird. Um auszuschließen, daß seismische Ruhe entweder durch den Einfluß von Nachbeben oder durch das *Declustern* artifiziell gemessen wird (siehe Abschnitt 4.3), verlangt man zusätzlich, daß die Ruhephase sowohl im Katalog mit Nachbeben wie auch im Katalog ohne Nachbeben deutlich sichtbar sein muß.

Der Begriff „Erdbebenvorhersage“ umfaßt Vorhersagen über Zeit, Ort und Magnitude mit zugehörigen Fehlern (Fenstergrößen) eines Erdbebens, sowie Aussagen über Fehlalarme, nicht vorhergesagte Hauptbeben und den Anteil von Raum und Zeit, der durch laufenden Alarm überdeckt wird [Wyss 1997b]. Das Zeitfenster ist hier durch das Alarmintervall  $[t_e; t_e + t_a]$  gegeben, das Raumfenster durch das ruhige Volumen und die Magnitude durch die Definition eines Hauptbebens.

Obwohl der Begriff „Vorhersage“ häufig benutzt wird, muß betont werden, daß es sich hier um keine Vorhersagen im strengen Sinne handelt, da die Vorhersage stets getroffen wird,

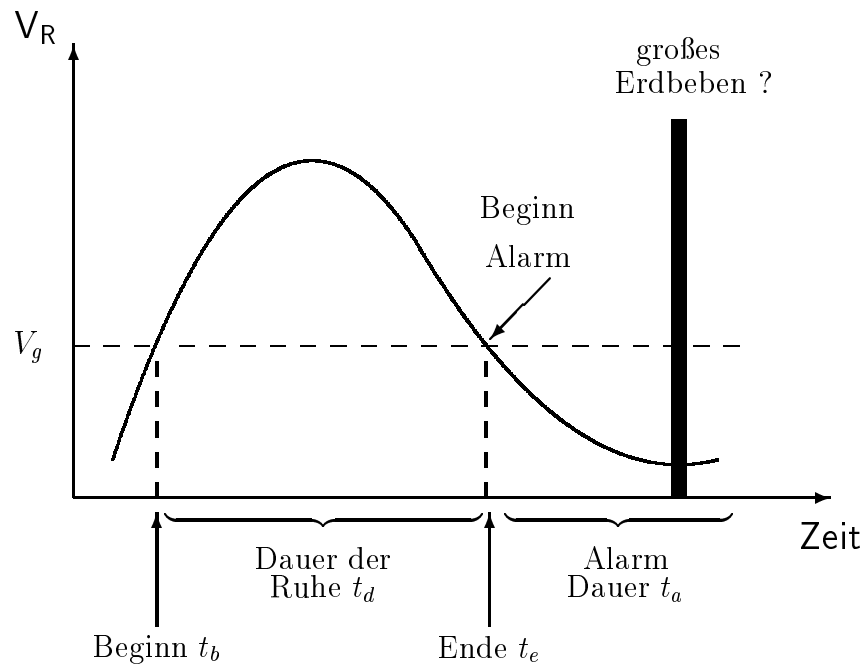


Abbildung 4.12: Schematische Darstellung einer seismischen Ruhe und der zugehörigen Alarmbedingungen.

nachdem das große Erdbeben stattgefunden hat. Die „Vorhersagen“ in diesem Kapitel sind eher als Maß für die Korrelation zwischen seismischen Ruhephasen und großen Erdbeben zu verstehen. Sollte die Analyse eine starke Korrelation zwischen Ruhephasen und großen Erdbeben ergeben, kann dieser Befund für eine Vorhersage im engeren Sinne benutzt werden.

## 4.5 Datenanalyse

In diesem Kapitel werden wieder die Erdbebenkataloge von Armenien und Kalifornien (Calaveras–Verwerfung) untersucht, deren wesentliche Eigenschaften bereits in Abschnitt 3.5.1 beschrieben wurden. Es werden jeweils der Erdbebenkatalog mit Nachbeben und der Katalog ohne Nachbeben getrennt betrachtet. Die Tiefen der Erdbeben werden nicht berücksichtigt, da diese in den Katalogen nicht zuverlässig angegeben ist.

### 4.5.1 Untersuchung des armenischen Kataloges

Zunächst wird der armenische Katalog auf Homogenität und mögliche Ratenänderungen untersucht. In der zentralen Region des Kataloges ( $39.7^\circ - 41.8^\circ N$ ;  $42.7^\circ - 46.7^\circ O$ ) bekommt man mit dem Programm ZMAP [Wiemer *et al.* 1995] eine Vollständigkeitsmagnitude von  $M_c = 2.2$ . Außerhalb dieser Region, insbesondere südlich von ihr, ist  $M_c$  eher höher; dennoch findet man für den gesamten Katalog das *Gutenberg–Richter–Gesetz* (Gl. (2.1)) bis zur Magnitude  $M = 2.2$  gut erfüllt, wie aus Abb. 2.1 hervorgeht. Eine signifikante Ratenänderung, die artifizieller Natur sein könnte, findet man nicht.

Um den höchsten Grad an Homogenität zu erhalten, könnte man diese Untersuchungen auf die zentrale Region des Kataloges beschränken und eine untere Magnitudenschranke  $M_c = 2.2$  einführen. Diese Wahl hätte allerdings den Nachteil, daß man eine große Zahl von Ereignissen verlieren würde. Insbesondere die Erzeugung der Ersatzdaten erfordert eine gewisse Datenmenge. Daher wird im folgenden die untere Magnitudenschranke  $M_c = 2.2$  benutzt, der Raumbereich aber nicht weiter eingeschränkt.

In Tab. 4.1 werden die Parameter für die Untersuchungen des armenischen Kataloges angegeben; für das *Declustering* wurden wieder die Parameter für Utah aus Tab. 2.1 gewählt. Für  $R$ ,  $T$  und  $M_c$  wurde die gleichen Werte wie in Abb. 4.8 verwendet. Der Grenzwert  $K^{(99)}$  ist kein freier Parameter, sondern wird aus der Verteilung der  $S_2$ –Werte bestimmt (siehe Abschnitt 4.3). Die Werte  $V_g$  und  $t_a$  betreffen ausschließlich die Alarmbedingungen und werden der Kurve  $V_R$  visuell entnommen.

Tabelle 4.2 gibt eine Übersicht über die Erdbeben mit Magnitude  $M \geq 5.0$ ; diese Erdbeben werden im folgenden als Hauptbeben angesehen. Es soll nochmals betont werden, daß das Raumgitter für diese Untersuchungen nur den inneren Teil des Kataloges ( $38.6^\circ - 41.6^\circ N$ ;  $42.8^\circ - 46.3^\circ O$ ) überdeckt, so daß das Raumfenster immer nur Bereiche des Kataloges überdeckt.

Abbildung 4.13 zeigt den Anteil des ruhigen Volumens am gesamten Volumen  $V_R$  als Funktion der Zeit. Abbildung 4.13(a) enthält die Resultate für den Erdbebenkatalog mit Nachbeben und Abb. 4.13(b) die entsprechenden Resultate für den Katalog ohne Nachbeben. Man erkennt in beiden Abbildungen jeweils vier Perioden, in denen ein großer Teil

	$2R$ [km]	$T$ [Tage]	$M_c$	$M_{HB}$	$\Delta T$ [Tage]	$\Delta R$ [km]	$K^{(99)}$	$V_g$	$t_a$ [Monate]
original	60	600	2.2	5.0	25	6.5	12.0	0.010	10
decluster	60	600	2.2	5.0	25	6.5	8.0	0.005	10

Tabelle 4.1: Parameter für die Untersuchung des armenischen Erdbebenkataloges.  $R$  und  $T$  sind Raum- und Zeitfenster des SEISMOLAP-Verfahrens,  $M_c$  die untere Magnitudenschwelle,  $M_{HB}$  die Magnitude, ab der ein Erdbeben als Hauptbeben betrachtet wird,  $\Delta T$  das Zeitbin,  $\Delta R$  der Abstand zweier Raumgitterpunkte,  $K^{(99)}$  der Grenzwert für die Signifikanz aus Abschnitt 4.3 und  $V_g$  sowie  $t_a$  die Parameter für die Alarmbedingungen (siehe Abschnitt 4.4).

Nr.	Datum	Zeit	östl. Länge[°]	nördl. Breite[°]	Magnitude	
1	16.06.82	13:49	43.90	41.00	5.0	
2	20.09.84	14:08	44.08	41.42	5.8	
3	13.05.86	08:44	43.70	41.45	5.6	
4	07.12.88	07:41	44.22	40.92	7.0	(Spitak)
5	07.12.88	07:45	44.22	40.85	5.7	(Nachbeben)
6	16.12.90	15:45	43.69	41.32	5.1	
7	06.10.91	01:46	43.60	41.13	5.1	
8	09.12.92	20:29	45.19	40.10	5.0	
9	24.09.94	17:47	46.15	40.37	5.0	
10	30.10.83	04:12:23	42.10	40.31	6.7	(Norman)
11	29.04.91	09:12:45	43.60	42.30	7.0	(Racha)

Tabelle 4.2: Erdbeben mit  $M \geq 5.0$  im untersuchten Bereich des armenischen Kataloges. Ereignis Nr. 7 ist ein Nachbeben von Nr. 6. Die Erdbeben Nr. 10 und 11 sind im untersuchten Katalogausschnitt nicht enthalten.

des Raumvolumens ruhig ist. Zur Untersuchung der Frage, ob diese Perioden seismischer Ruhe mit großen Erdbeben korrelieren, sind auch die Erdbeben mit  $M \geq 5$  in die Abbildungen eingetragen. Die Erdbeben von Norman und Racha (Nr. 10 und 11 in Tab. 4.2) sind zwar nicht im untersuchten Raumausschnitt enthalten, wegen ihrer Stärke und ihrer räumlichen Nähe zu den den Grenzen des Kataloges kann man aber von einer räumlichen Wechselwirkung ausgehen; sie werden daher auch in die Abbildungen eingezeichnet.

Zunächst beobachtet man in Abb. 4.13(a) einen auffälligen Anstieg des ruhigen Volumens nach den jeweiligen Hauptbeben. Dies ist das in Abschnitt 4.3 beschriebene Artefakt: Durch die Randomisierung der Ereignisse bei der Erzeugung der Ersatzkataloge werden Nachbebensequenzen auf den gesamten Raum verteilt und bewirken einen näherungswei-



se konstanten Anstieg der Seismizität. Beim Vergleich mit den Originaldaten mißt man folglich artifizielle seismische Ruhe. Bei den Resultaten aus dem Erdbebenkatalog ohne Nachbeben tritt dieses Artefakt nicht mehr auf (siehe Abb. 4.13(b)). Ansonsten bleibt die Form der Kurve aus Abb. 4.13(a) im wesentlichen erhalten, obwohl das ruhige Volumen für die Rechnung ohne Nachbeben kleiner ist. Dieser Befund zeigt, daß die gemessene Ruhe unabhängig von der Nachbebenaktivität ist. Lediglich die erste Ruhephase, die in Abb. 4.13(a) zwischen 1980 und 1983 stattfindet, liegt in Abb. 4.13(b) zwischen 1982 und 1984. Möglicherweise wird die seismische Ruhe vor dem Erdbeben von Norman am 30. Oktober 1983 von *Clustern* überdeckt. Hier stößt man auf ein allgemeines Problem: die Analyse wird für große Raumbereiche durchgeführt, in denen verschiedene seismische Muster auftreten. Durch die Integration über den gesamten Raum, wie in Abb. 4.13 dargestellt, werden räumliche Muster nicht aufgelöst. Tritt etwa eine seismische Ruhe zur gleichen Zeit wie eine Nachbebensequenz, aber räumlich getrennt von ihr auf, so werden die einzelnen Muster verschleiert. So könnte man auch den Verlauf von  $V_R(t)$  in den Jahren 1984 und 1985 erklären, indem man sich überlagernde Ruhephasen annimmt, die durch das M5.8-Erdbeben am 24. September 1984 sowie einem kurzzeitigen Absinken von  $V_R(t)$  getrennt werden können.

Im nächsten Schritt werden die Alarmbedingungen aus Abschnitt 4.3 angewendet, um Korrelationen zwischen den Ruhephasen und den Hauptbeben zu berechnen. Um ein systematisches Vorgehen zu gewährleisten, werden zunächst nur Erdbeben mit  $M \geq 5.0$  in die Analyse einbezogen, die im betrachteten Katalogausschnitt liegen, also die Erdbeben 1 bis 9 aus Tab. 4.2, wobei für den Katalog ohne Nachbeben Erdbeben Nr. 5 entfällt, da es ein Nachbeben des Spitak-Erdbebens (Nr. 4) ist. Die Anwendung der in Abb. 4.12 dargestellten zeitlichen Alarmbedingung liefert mit den Parametern aus Tab. 4.1 sieben Alarme, die zusammen mit den Hauptbeben in Abb. 4.14 jeweils für den Katalog mit (Abb. 4.14(a)) und ohne Nachbeben (Abb. 4.14(b)) gezeigt sind. Im ersten Fall werden sechs von neun Hauptbeben von einem Alarm überdeckt, wobei auch das Nachbeben Nr. 5 (siehe Tab. 4.2) mitgezählt ist. Zwei Fehlalarme werden erzeugt und drei Erdbeben werden nicht erkannt. Im Fall ohne Nachbeben fallen vier von acht Hauptbeben in ein Alarmintervall, neben zwei Fehlalarmen werden vier Hauptbeben nicht erkannt. In Abb. 4.14(a) wird 34% der Gesamtzeit von Alarm überdeckt, in Abb. 4.14(b) sind es dagegen 29%.

Um die relative Lage der Ruhephasen zu den jeweiligen Hauptbeben darzustellen, wird in Abb. 4.15 und 4.16 für die Erdbeben, die mit einer seismischen Ruhe assoziiert werden (siehe Abb. 4.14), das in Abschnitt 4.3 definierte ruhige Volumen gezeigt. Im Fall des Erdbebenkataloges mit Nachbeben liegen die Epizentren von vier Erdbeben (Alarme A2, A4 und A5) im ruhigen Volumen (Abb. 4.15), für den Katalog ohne Nachbeben findet man dagegen in keinem Fall eine Übereinstimmung (Abb. 4.16). In beiden Fällen ist etwa 3% der gesamten Raum-Zeit von Alarm überdeckt.

In den bisherigen Untersuchungen wurden sehr einfache Regeln angegeben, um seismische Ruhephasen mit großen Erdbeben zu assoziieren. Obwohl Korrelationen sichtbar sind, bleiben Widersprüche. Vergleicht man etwa die Anomalie vor dem M7-Erdbeben von Spitak (Abb. 4.13 und 4.15(c)) mit der vor dem M5.1-Erdbeben im Jahr 1991 (Abb. 4.13 und 4.15(d)), so beobachtet man ähnliche Dauern und räumliche Ausdehnungen, was aufgrund des Unterschiedes in der Magnitude der Erfahrung widerspricht, daß die Dauer der Ruhe mit der Magnitude des folgenden Hauptbebens positiv korreliert ist [Ohtake 1980; Mogi 1985; Wyss & Habermann 1988]. Eine schlüssige Interpretation kann nur erreicht

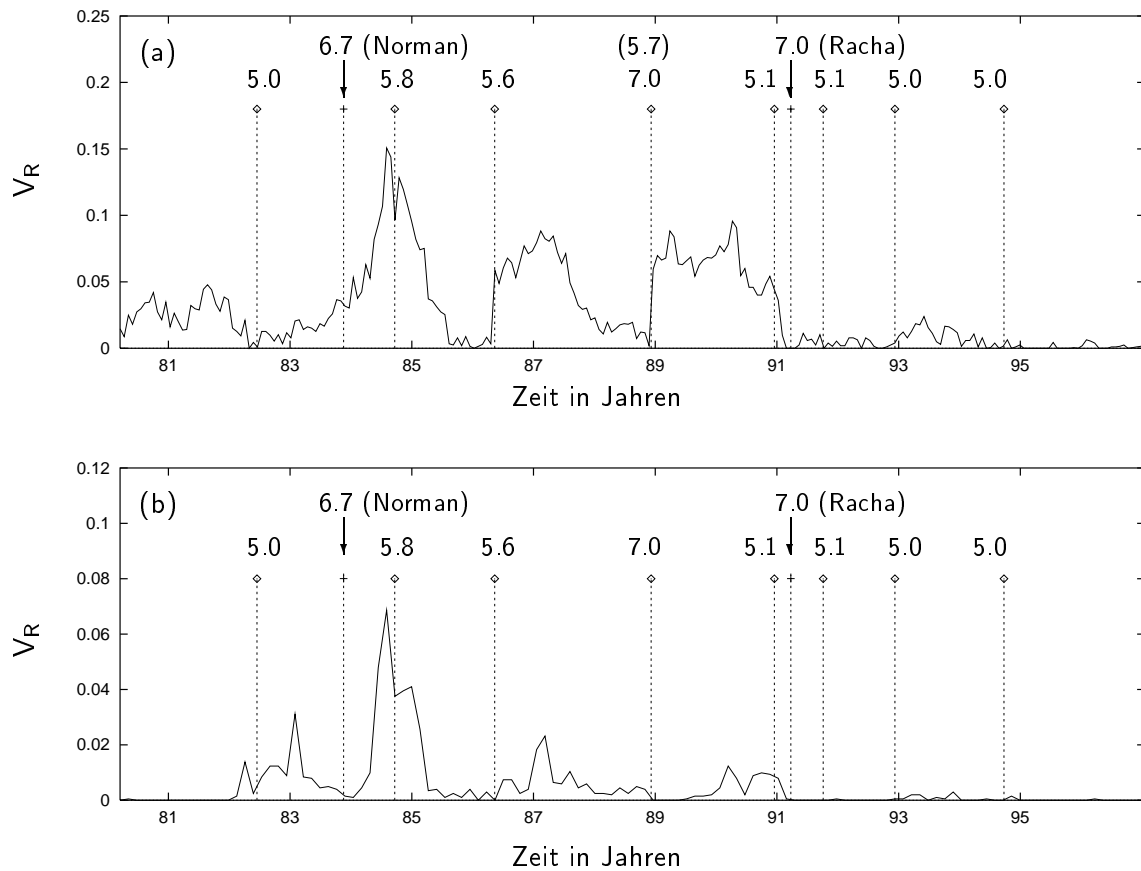


Abbildung 4.13: Ruhiges Volumen für den armenischen Erdbebenkatalog (a) mit Nachbeben und (b) ohne Nachbeben; die vertikalen Linien bezeichnen die Erdbeben mit  $M \geq 5.0$ . Dabei stehen die Linien mit einer Raute an der Spitze für Erdbeben, die im betrachteten Katalogausschnitt enthalten sind; die Linien mit Kreuz bezeichnen Erdbeben, die nicht in diesem Ausschnitt enthalten sind (siehe Tab. 4.2).

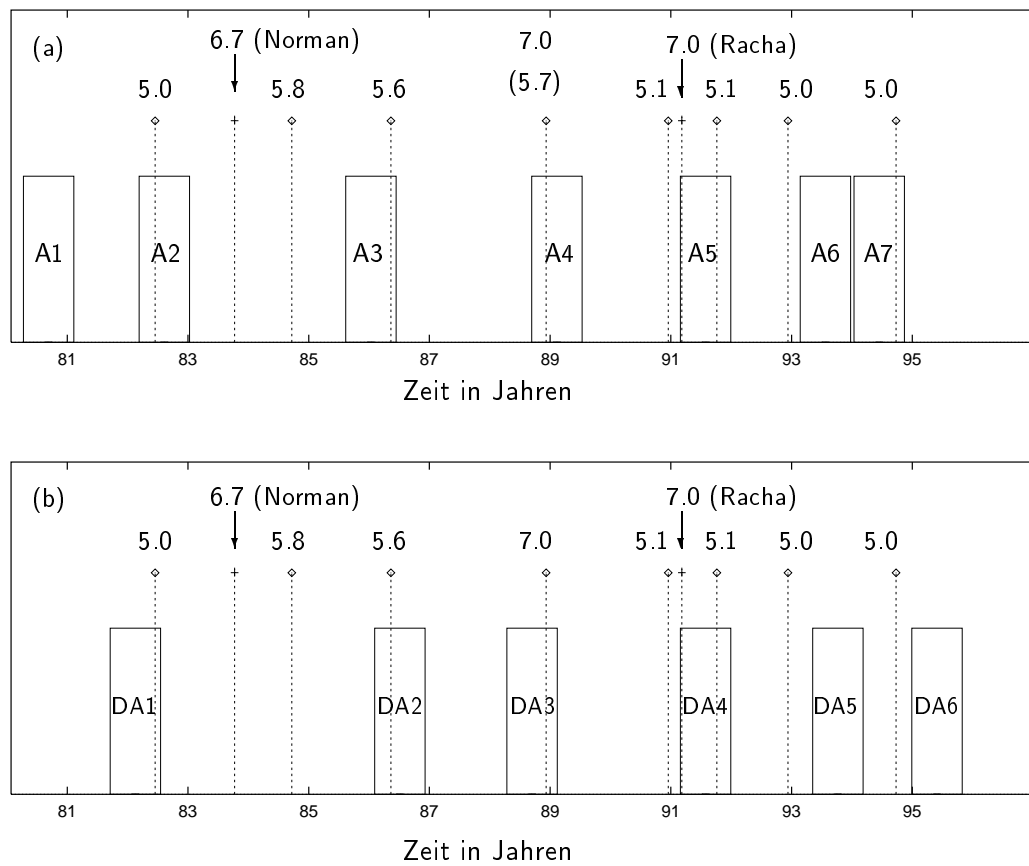


Abbildung 4.14: Verteilung der aus Abb. 4.13 erzeugten Alarme. Die Erdbeben von Norman und Racha (vertikale Linien mit Kreuzen an der Spitze) wurden bei der Berechnung der Alarme nicht berücksichtigt, da sie nicht im untersuchten Katalogausschnitt liegen. Die Parameter für die Alarmbedingungen sind in Tab. 4.1 aufgeführt; (a) Erdbebenkatalog mit Nachbeben, (b) Erdbebenkatalog ohne Nachbeben.

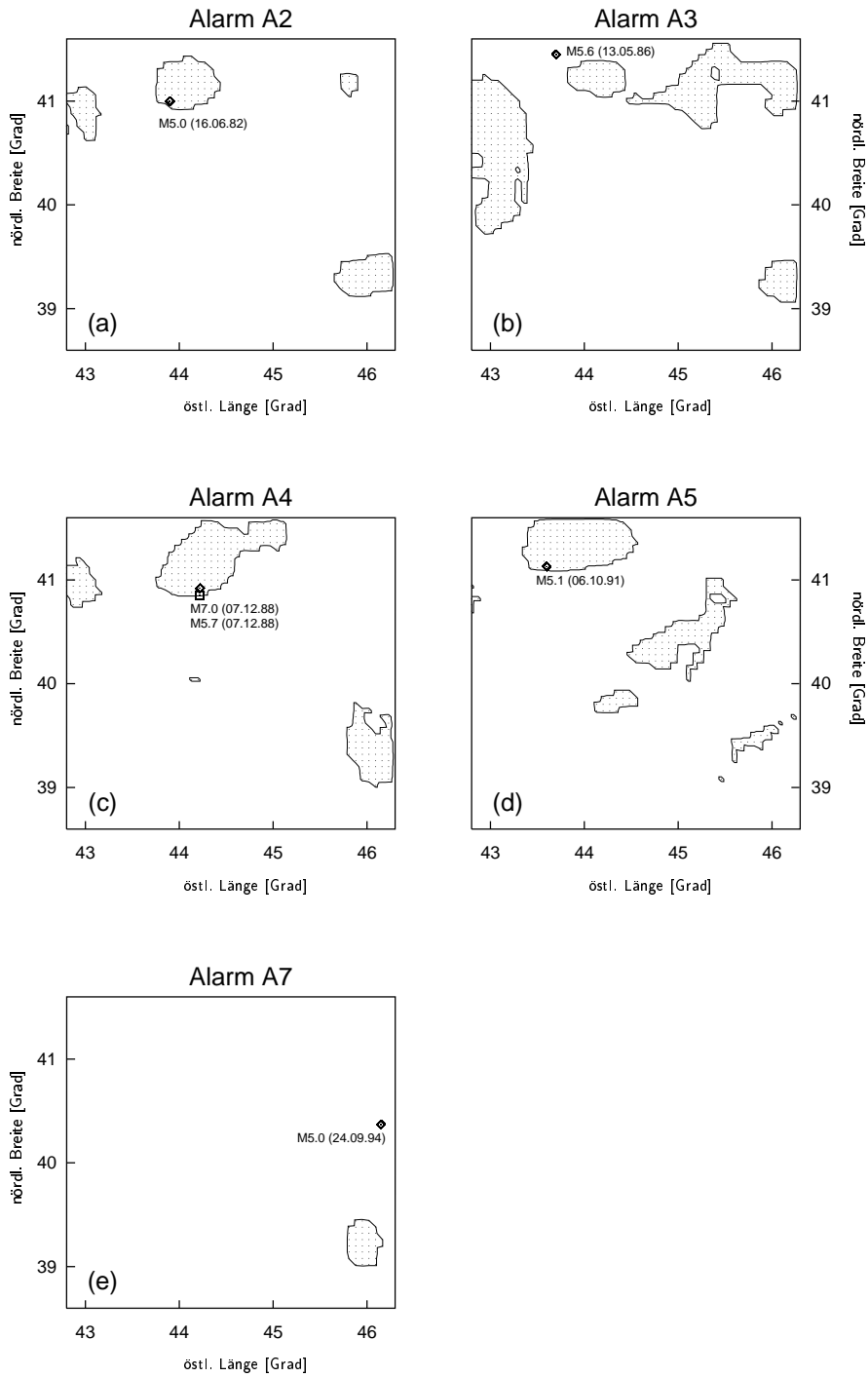


Abbildung 4.15: Armenien: Räumliche Lage der seismischen Ruhe relativ zum folgenden Hauptbeben für die Zuordnung aus Abb. 4.14(a) (Erdbebenkatalog mit Nachbeben).

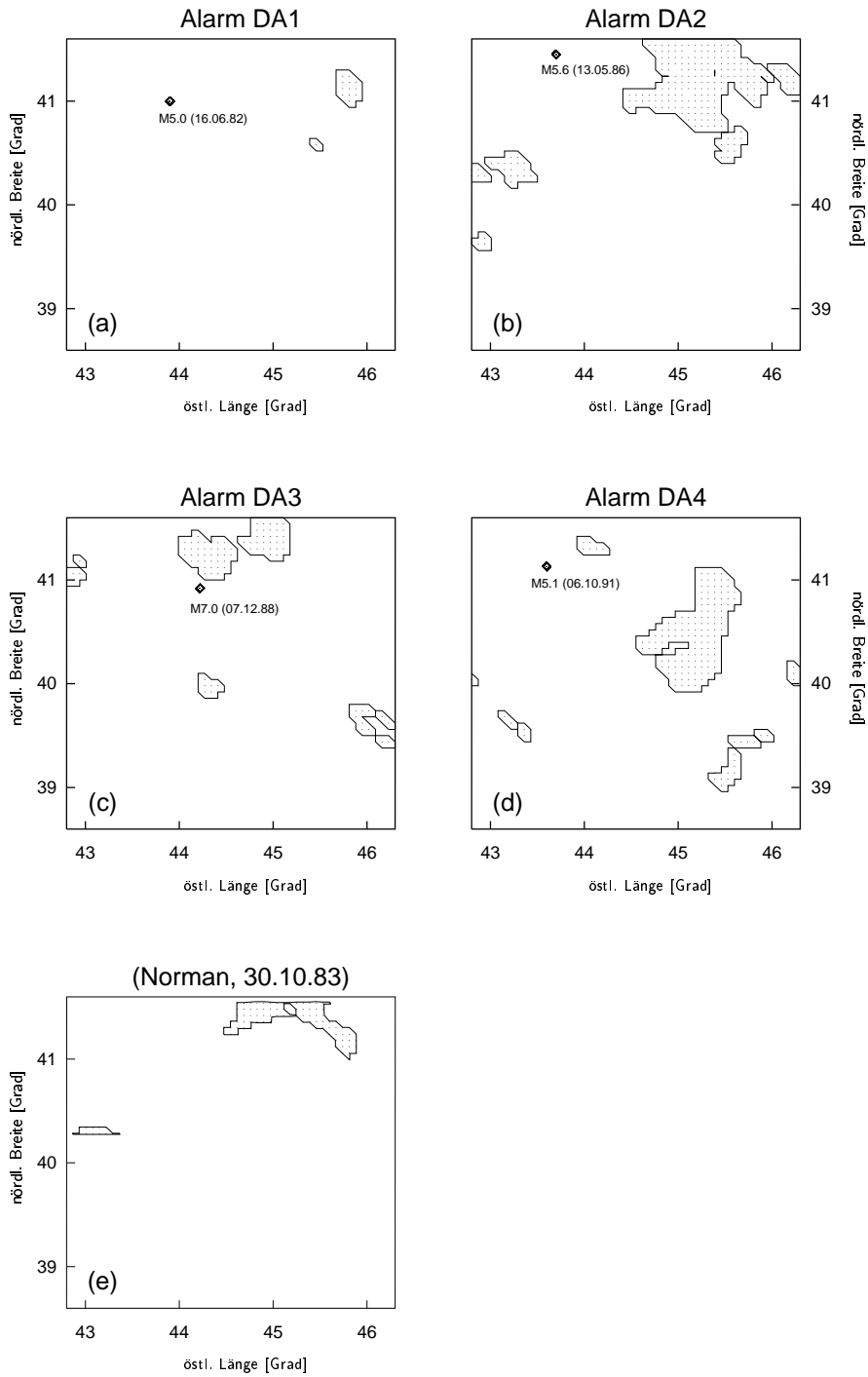


Abbildung 4.16: Armenien: Räumliche Lage der seismischen Ruhe relativ zum folgenden Hauptbeben für die Zuordnung aus Abb. 4.14(b) (Erdbebenkatalog ohne Nachbeben).

werden, wenn man davon ausgeht, daß Erdbeben mit  $M \leq 5.5$  im armenischen Katalog keine meßbare seismische Ruhe vorausgeht. Diese Annahme ist geophysikalisch vernünftig, da ein Erdbeben mit  $M = 5$  einen Wechselwirkungsbereich von nur wenigen Kilometern hat [Reasenberg 1985] und somit auch die seismische Ruhe entsprechend gering ausgedehnt sein sollte, d.h. bei der Integration der ruhigen Raumgitterpunkte kaum einen Beitrag leisten sollte.

Betrachtet man nun wieder Abb. 4.13(b), so verbleiben drei seismische Ruhephasen, wenn man die zwischen 1982 und 1984 nicht berücksichtigt, da sie im Katalog mit Nachbeben nicht auftritt. Aus der räumlichen Lage dieser Ruhe (Abb. 4.16(d)) erkennt man, daß lediglich ein kleiner Teil in der Nähe des Erdbebens von Norman (Nr. 10 in Tab. 4.2) liegt.

Als Kontrast zu der Zuordnung durch die Alarmbedingungen werden die drei Ruhephasen jetzt „per Hand“ den entsprechenden Hauptbeben zugeordnet.

1. Die Ruhephase von 1984 bis 1986 wird mit dem M5.8–Erdbeben am 20. September 1984 und mit dem M5.6–Erdbeben am 13. Mai 1986 (Nr. 2 und 3 in Tab. 4.2) assoziiert.
2. Die Ruhephase von 1986.9 bis 1988.9 wird dem M7–Erdbeben von Spitak am 7. Dezember 1988 (Nr. 4) zugeordnet.
3. Die Ruhephase von 1989.5 bis 1991.2 geht dem M7–Erdbeben von Racha am 29. April 1991 (Nr. 11) voraus.

Abschließend wird noch auf das Erdbeben von Spitak hingewiesen, für das man eine seismische Ruhe von zwei Jahren mit einer maximalen räumlichen Ausdehnung von 80 km findet (Abb. 4.16(c)). Wyss & Martirosyan [1998] kommen in ihrer Analyse mit dem ZMAP–Verfahren (siehe Abschnitt 4.1) auf eine Dauer von  $5 \pm 0.5$  Jahren und einer maximalen räumlichen Ausdehnung von 40 km. Dabei ist die Dauer sowie die räumliche Ausdehnung der Ruhe – willkürlich – durch einen Rückgang der seismischen Rate im Katalog ohne Nachbeben um 75% definiert. Im Hinblick auf die unterschiedlichen Definitionen, insbesondere die Gewichtung in Gl. (4.5) können diese Werte nicht direkt miteinander verglichen werden. In jedem Falle ergibt sich aber eine Übereinstimmung der räumlichen Lage der seismischen Ruhe nördlich vom Epizentrum des Spitak–Erdbebens (siehe Abb. 4.3 und 4.15(c) bzw. 4.16(c)).

#### 4.5.2 Untersuchung des kalifornischen Kataloges

Der Katalog um die Calaveras–Verwerfung in Zentral–Kalifornien erweist sich als vollständig im Sinne des *Gutenberg–Richter–Gesetzes* bis zur Magnitude  $M = 1.0$ . Allerdings beobachtet man im Jahr 1984 eine Ratenhöhung im Katalog ohne Nachbeben, die mit  $z = 14$  (Gl. (4.1)) eine hohe Signifikanz hat. Diese Ratenänderung tritt für Magnituden  $1 \leq M \leq 1.6$  auf. Sie ist nicht auf eine Magnitudenumskalierung zurückzuführen, da sie nicht durch Gl. (2.8) beschrieben werden kann. Zur Homogenisierung des Kataloges wird daher eine untere Magnitudenschranke von  $M_c = 1.6$  eingeführt.

In Tab. 4.3 werden wieder die Parameter der Analyse angegeben und in Tab. 4.4 die Daten der Erdbeben, die als Hauptbeben angesehen werden ( $M \geq 5.0$ ). Das Raumfenster

für den SEISMOLAP-Algorithmus wurde hier wegen der höheren räumlichen Dichte der Erdbeben kleiner als im Fall von Armenien gewählt.

	$2R$ [km]	$T$ [Tage]	$M_c$	$M_{HB}$	$\Delta T$ [Tage]	$\Delta R$ [km]	$K^{(99)}$	$V_g$	$t_a$ [Monate]
original	10	600	1.6	5.0	25	2.2	12.0	0.050	10
decluster	10	600	1.6	5.0	25	2.2	8.0	0.025	10

Tabelle 4.3: Parameter für die Untersuchung des kalifornischen Erdbebenkataloges (Bezeichnungen wie in Tab. 4.1).

Nr.	Datum	Zeit	östl. Länge[°]	nördl. Breite[°]	Magnitudo	
1	28.11.74	23:01	-121.466	36.920	5.2	
2	06.08.79	17:05	-121.513	37.104	5.8	(Coyote Lake)
3	24.01.80	19:00	-121.771	37.837	5.8	
4	24.01.80	19:01	-121.777	37.812	5.1	(Nachbeben)
5	27.01.80	02:33	-121.706	37.749	5.4	(Nachbeben)
6	24.04.84	21:15	-121.679	37.309	6.2	(Morgan Hill)
7	26.01.86	19:20	-121.285	37.804	5.5	
8	31.03.86	11:55	-121.686	37.479	5.7	(Nachbeben)
9	13.06.88	01:45	-121.742	37.392	5.3	
10	18.10.89	00:04	-121.880	37.036	7.0	(Loma Prieta)

Tabelle 4.4: Erdbeben mit  $M \geq 5.0$  im untersuchten Bereich des kalifornischen Kataloges. Die Ereignisse Nr. 4, 5 und 8 sind Nachbeben. Das Erdbeben Nr. 10 ist im untersuchten Katalogausschnitt nicht enthalten.

In Abb. 4.17 wird wieder die zeitliche Entwicklung des ruhigen Volumens  $V_R$  für den Erdbebenkatalog mit Nachbeben (Abb. 4.17(a)) und für den Katalog ohne Nachbeben (Abb. 4.17(b)) gezeigt. Die Verteilung der Alarme, die sich aus den in Abschnitt 4.3 beschriebenen Alarmbedingungen mit den Parametern aus Tab. 4.3 ergeben, sind in Abb. 4.18 dargestellt. Im Gegensatz zu den Resultaten aus dem armenischen Erdbebenkatalog ergibt sich hier kein klares Signal für eine seismische Ruhe vor einem großen Erdbeben im untersuchten Katalogausschnitt. Die beiden Maxima bei 1975.5 und 1981.5, die man jeweils im Katalog mit und ohne Nachbeben beobachtet, sind zeitlich weit von den folgenden Hauptbeben bei Coyote Lake bzw. Morgan Hill entfernt. Dagegen beobachtet man einen deutlichen Anstieg des ruhigen Volumens vor dem M7-Erdbeben bei Loma Prieta am 18. Oktober 1989. Dieses Erdbeben ist nicht im untersuchten Katalog enthalten, da es nicht auf der Calaveras-Verwerfung, sondern bei der San Andreas-Verwerfung stattgefunden hat.

Die Lage der Hauptverwerfungen in diesem Teil Kaliforniens ist in Abb. 4.20 dargestellt. Die Ruhe beginnt 1987 und dauert bis zum Zeitpunkt des Erdbebens im Oktober 1989 an. In Abb. 4.19 ist ihre räumliche Ausdehnung angegeben. Man erkennt, daß der Teil der Calaveras-Verwerfung, der in unmittelbarer Nähe zum Epizentrum dieses Erdbebens liegt, ruhig ist. Diese Beobachtung unterstützt die Vermutung, daß die gefundene Ruhephase mit dem Erdbeben von Loma Prieta assoziiert ist.

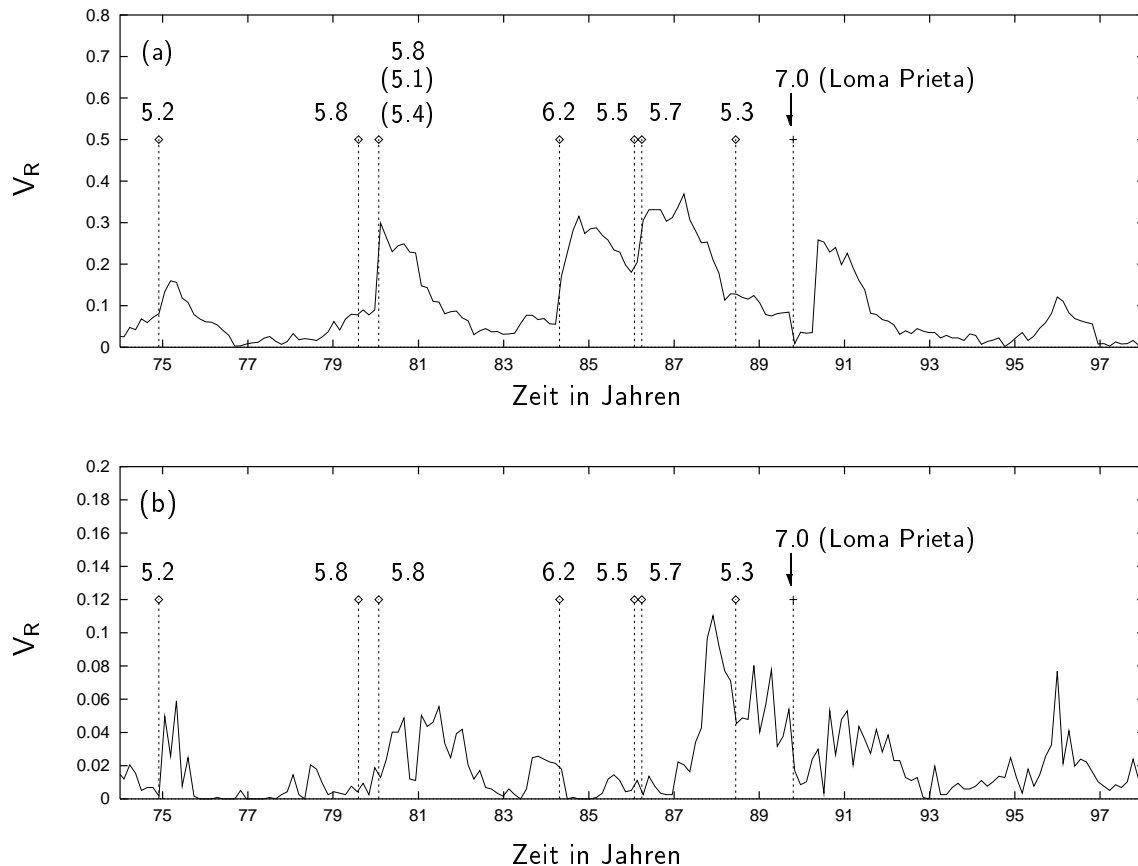


Abbildung 4.17: Ruhiges Volumen für den kalifornischen Erdbebenkatalog (a) mit Nachbeben und (b) ohne Nachbeben; die vertikalen Linien bezeichnen die Erdbeben mit  $M \geq 5.0$ . Wie in Abb. 4.13 stehen die Linien mit einer Raute an der Spitze für Erdbeben, die im betrachteten Katalogausschnitt enthalten sind; die Linie mit dem Kreuz bezeichnet das Erdbeben von Loma Prieta (Nr. 10 in Tab. 4.4), das nicht im untersuchten Ausschnitt enthalten ist.

Ähnlich wie bei der Untersuchung des armenischen Erdbebenkataloges in Abschnitt 4.5.1 kommt man auch hier zu dem Schluß, daß die hier entwickelte Methode ausschließlich die seismische Ruhe vor den sehr starken Erdbeben detektiert. Während in Armenien die Grenze für ein starkes Erdbeben durch  $M > 5.5$  gegeben ist, liegt diese Grenze auf der Calaveras-Verwerfung in Kalifornien, die sich insgesamt durch sehr hohe Aktivität auszeichnet, mindestens bei  $M = 6.2$ , da vor dem Erdbeben bei Morgan Hill kein klares Ruhesignal beobachtet wird.



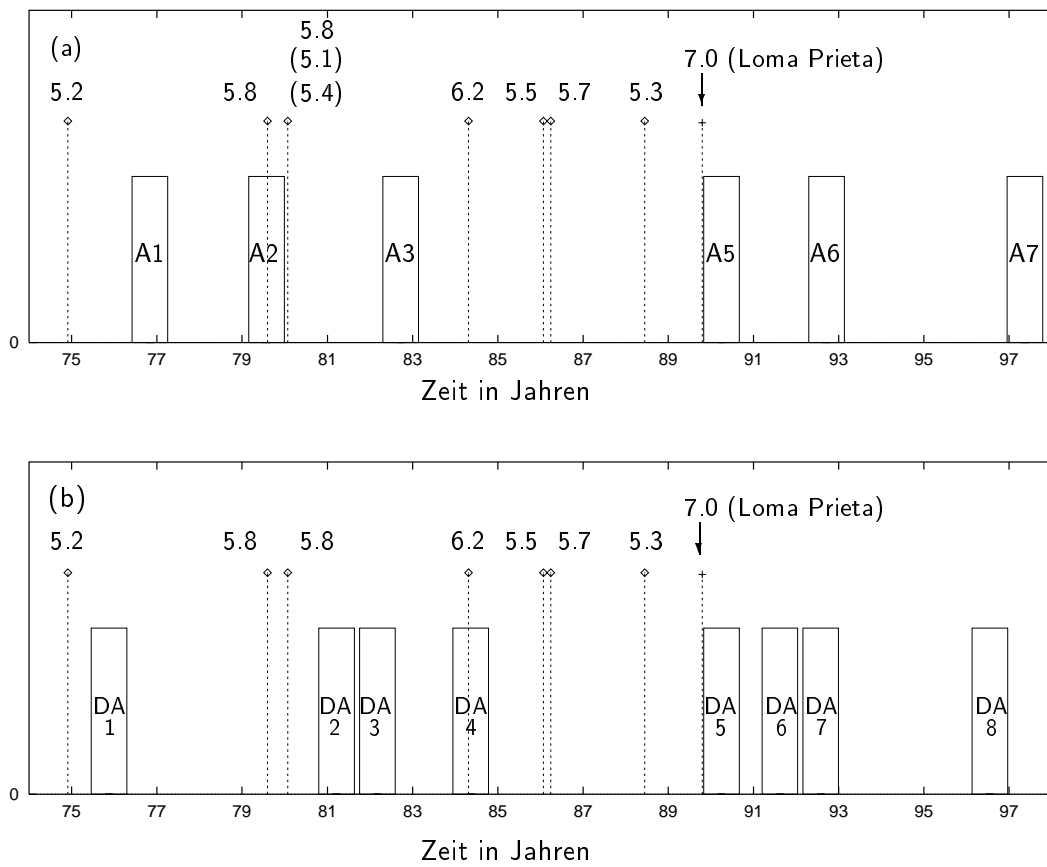


Abbildung 4.18: Verteilung der aus Abb. 4.17 erzeugten Alarme ohne Berücksichtigung des Erdbebens von Loma Prieta (vertikale Linien mit Kreuzen an der Spitze). Die Parameter für die Alarmbedingungen sind in Tab. 4.3 aufgeführt; (a) Erdbebenkatalog mit Nachbeben, (b) Erdbebenkatalog ohne Nachbeben.

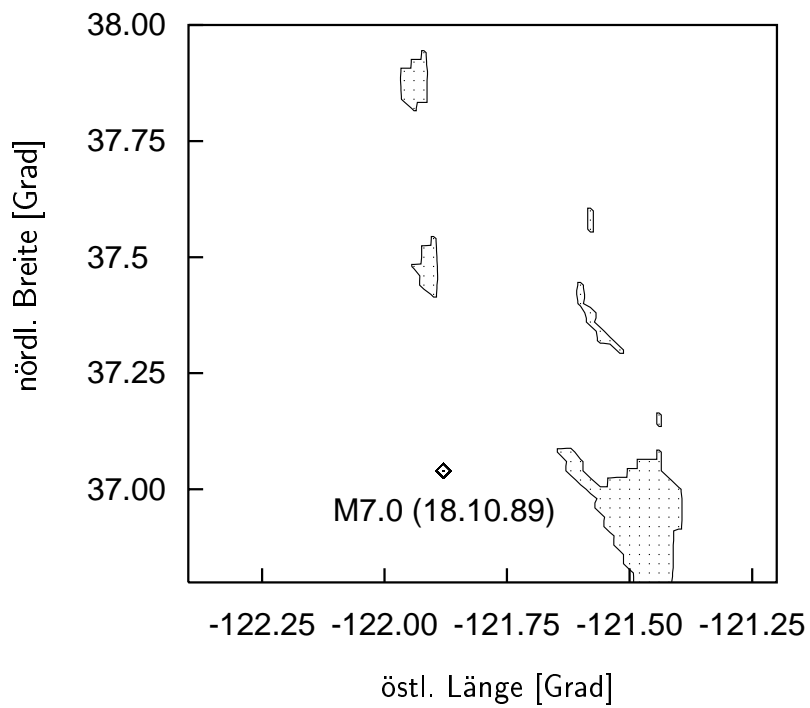


Abbildung 4.19: Kalifornien, Calaveras-Verwerfung (Erdbebenkatalog ohne Nachbeben): Räumliche Lage der seismischen Ruhe auf der Calaveras-Verwerfung vor dem M7-Erdbeben von Loma Prieta, dessen Epizentrum bei der San Andreas-Verwerfung liegt.

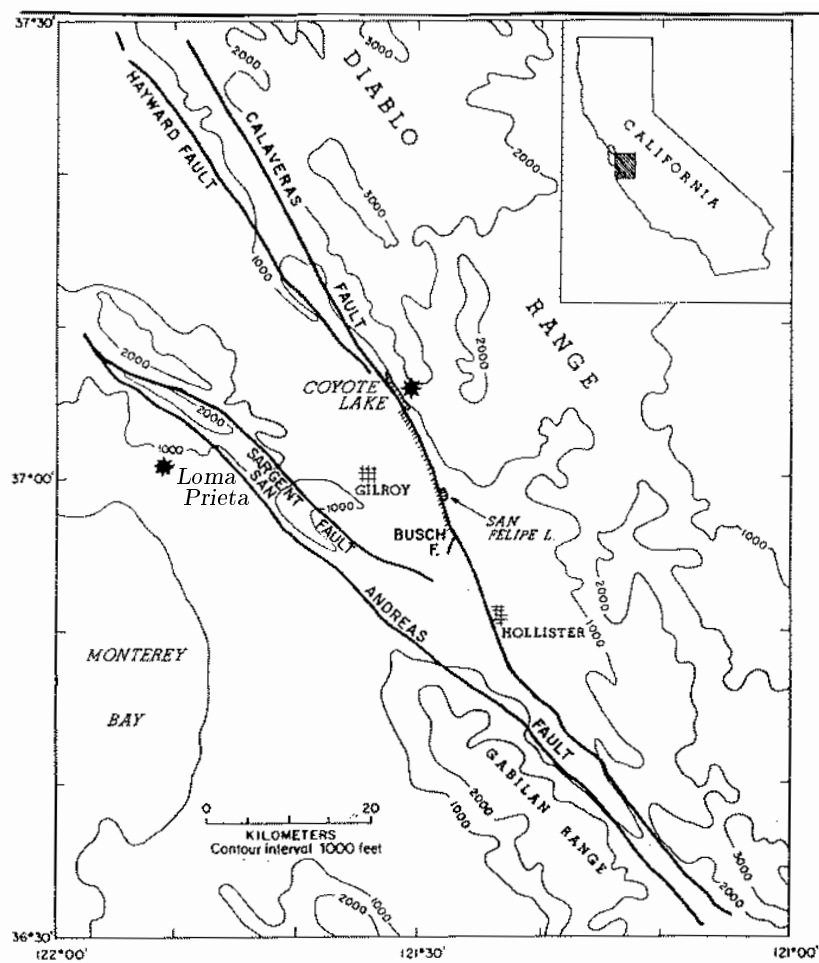


Abbildung 4.20: Topographische Karte der seismisch aktiven Region in Kalifornien mit den Hauptverwerfungen. Die Epizentren der Erdbeben von Coyote Lake (1979) und Loma Prieta (1989) sind als Sterne gekennzeichnet.

### 4.5.3 Abhängigkeit von den Parametern

#### SEISMOLAP-Parameter

Als freie Parameter des SEISMOLAP-Verfahrens stehen das Raufenster  $R$  und das Zeitfenster  $T$  des SEISMOLAP-Algorithmus zur Verfügung. Die untere Magnitudenschwelle  $M_c$  ist hier kein freier Parameter, sondern durch die Bedingung der Homogenität des Kataloges festgelegt. Um die Abhängigkeit von diesen Parametern zu untersuchen, wird am Beispiel des kalifornischen Kataloges (mit Nachbeben) wieder die zeitliche Entwicklung des ruhigen Volumens  $V_R$  wie in Abb. 4.13 und 4.17 berechnet. Dabei werden  $R$  und  $T$  variiert. Abbildung 4.21(a) zeigt  $V_R(t)$  für  $R = 20 \text{ km}$  und  $R = 5 \text{ km}$  und jeweils  $T = 600 \text{ Tage}$ , während Abb. 4.21(b) dieselbe Rechnung für  $T = 800 \text{ Tage}$  und  $T = 400 \text{ Tage}$  und jeweils  $R = 10 \text{ km}$  zeigt.

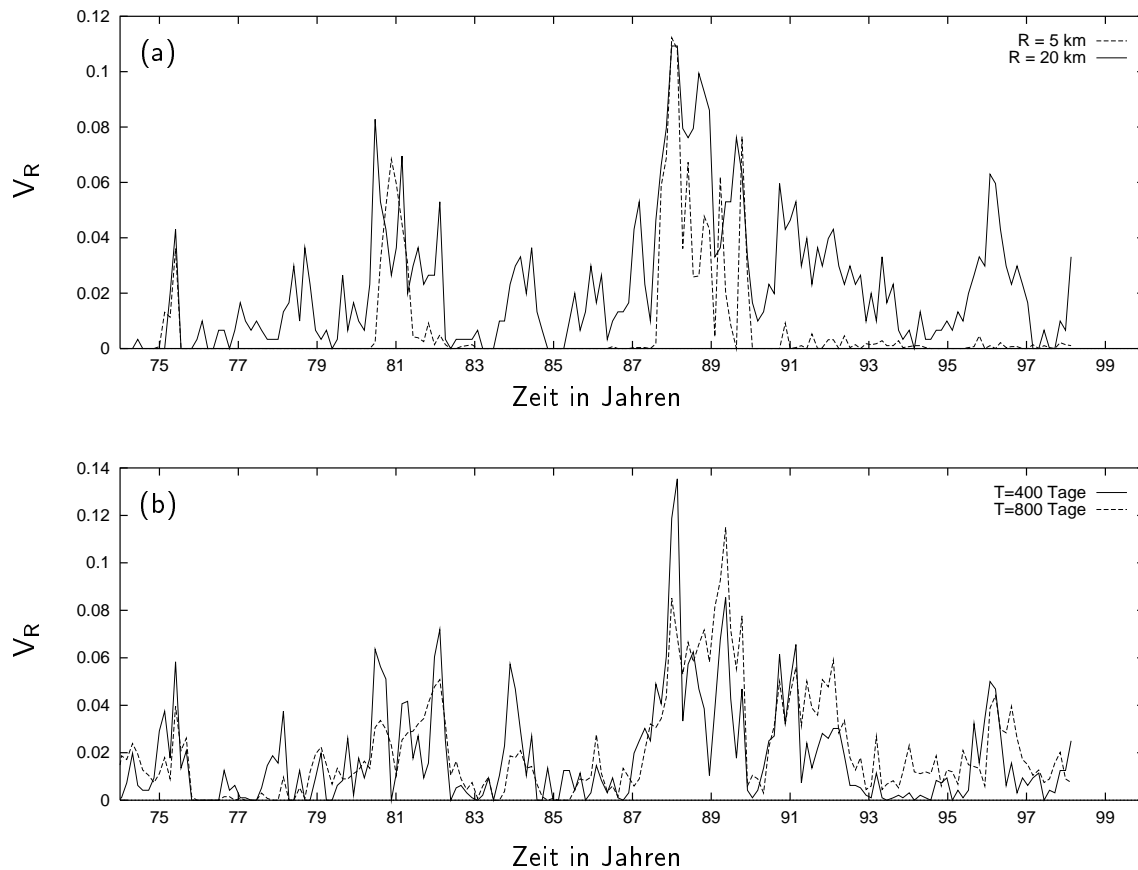


Abbildung 4.21: Abhängigkeit der Kurve  $V_R(t)$  von den Parametern des SEISMOLAP-Verfahrens für den kalifornischen Erdbebenkatalog mit Nachbeben (siehe auch Abb. 4.17). (a)  $V_R(t)$  für  $T = 600 \text{ Tage}$  und zwei verschiedene Größen des Raufensters  $R$  gezeigt und (b)  $V_R(t)$  für  $R = 10 \text{ km}$  und zwei verschiedene Größen des Zeitfensters  $T$ .

Die Kurven weisen insgesamt die gleichen Merkmale auf, insbesondere haben die Maxima die gleiche Lage. Eine sensitive Abhängigkeit der Resultate kann man in diesem Parameterbereich nicht feststellen. Zu ähnlichen Resultaten gelangt man im Falle des armenischen Kataloges.

Wählt man das Raumfenster zu groß, werden wegen der größeren Zahl von Ereignissen im Raumfenster kleinere ruhige Volumina unterdrückt. Dagegen beobachtet man bei kleineren Raumfenstern stärkere Fluktuationen; außerdem sinkt für kleinere Raumfenster die Zahl der Raumgitterpunkte mit der vorgeschriebenen Mindestzahl von Ereignissen. Für kleine Zeitfenster werden kurzzeitige Fluktuationen betont, so daß die Kurven eher verrauscht sind, während größere Zeitfenster die langskaligen Trends betonen.

### Die Parameter $V_g$ und $t_a$

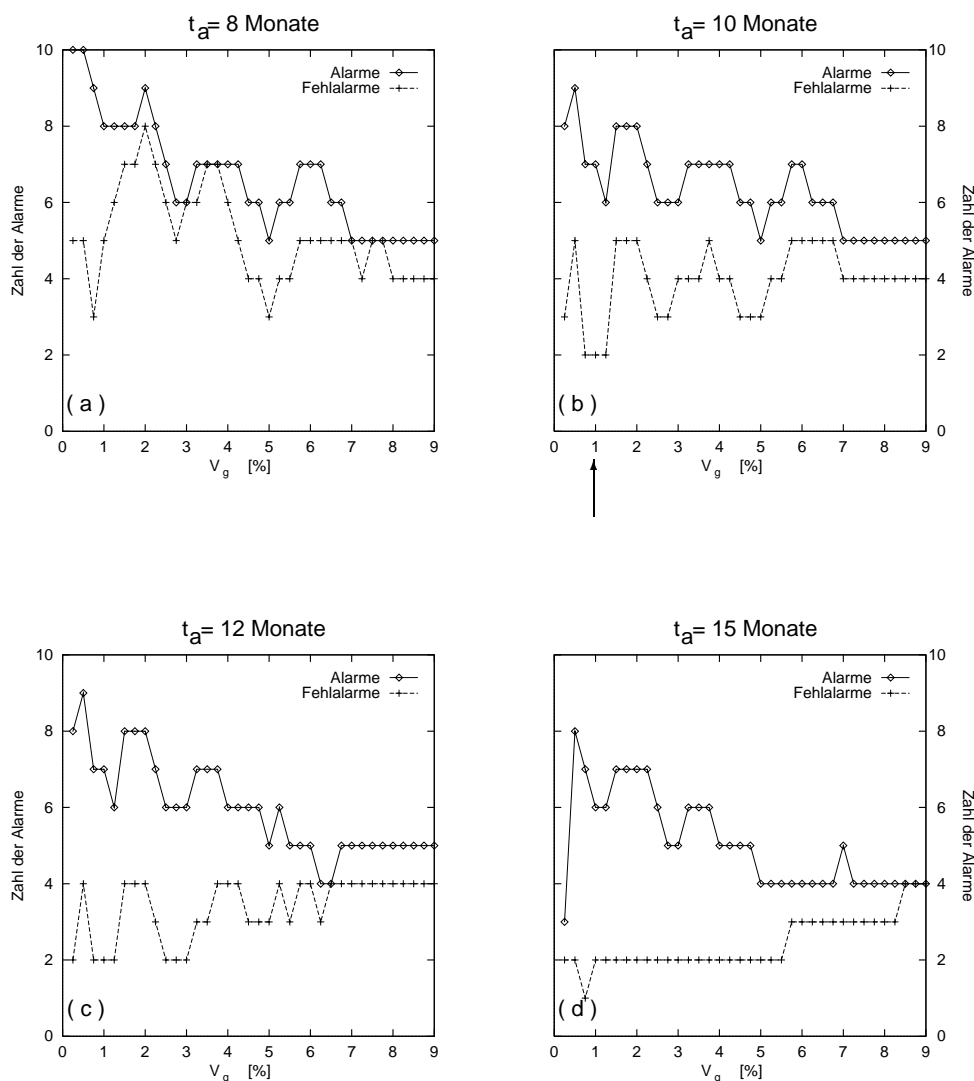


Abbildung 4.22: Abhängigkeit der Alarme und Fehlalarme von dem Parameter  $V_g$  für vier verschiedene Werte der Alarmdauer  $t_a$ . Die Abbildungen beziehen sich auf die in Abb. 4.12 veranschaulichte zeitliche Alarmbedingung. Der Pfeil in (b) zeigt die Parameter an, die in Abschnitt 4.5.1 benutzt wurden. Die Rechnungen wurden für den armenischen Erdbebenkatalog mit Nachbarbeben durchgeführt.

Abbildung 4.22 zeigt die Abhängigkeit der Alarme und Fehlalarme von den Parametern  $V_g$  und  $t_a$  aus den Alarmbedingungen für den armenischen Katalog mit Nachbeben. Es sind jeweils die Zahl der Alarme und die Zahl der Fehlalarme aufgetragen. Die Kurven beziehen sich nur auf die zeitliche Alarmbedingung (siehe Abb. 4.12). Der Pfeil in Abb. 4.22(b) zeigt die Parameterwahl für die Untersuchung des armenischen Kataloges in Abschnitt 4.5.1 an.

Wählt man die Alarmdauer  $t_a$  zu gering, erhält man eine hohe Fehlalarmquote (Abb. 4.22(a)). Ein hoher Wert von  $t_a$  liefert zwar weniger Fehlalarme – dafür wird aber ein größerer Teil der Gesamtzeit von Alarm überdeckt. Außerdem können die Parameter  $V_g$  und  $t_a$  nicht als unabhängig betrachtet werden: Je größer  $V_g$  gewählt wird, desto früher wird der Alarm ausgelöst; somit wird der zeitliche Abstand zu einem möglichen Hauptbeben größer und  $t_a$  sollte größer gewählt werden.

## 4.6 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde eine Methode entwickelt, um seismische Ruhe, speziell vor großen Erdbeben zu detektieren und ihre statistische Signifikanz zu bewerten. Im Gegensatz zum ZMAP-Verfahren (siehe Abschnitt 4.1), welches das Abweichen seismischer Raten von einer als konstant angenommenen Hintergrundseismizität erfaßt, wurde als Grundlage das SEISMOLAP-Verfahren gewählt. Dieses Verfahren unterscheidet sich in zwei wesentlichen Punkten von ZMAP: Erstens wird seismische Aktivität nicht durch Angabe einer Rate, also einer Zahl von Ereignissen pro Zeit, angegeben; statt dessen berechnet man eine *gewichtete* Summe von Ereignissen, wobei sich die Gewichte aus räumlichen und zeitlichen Überlappflächen berechnen (siehe Abb. 4.7). Zweitens wird diese gewichtete Summe noch einer nichtlinearen Transformation unterworfen (siehe Gl. (4.5)).

Der Benutzung gewichteter Summen liegt die anschaulich motivierte Annahme zugrunde, daß an einem Ort  $\mathbf{x}$  und zu einer Zeit  $t$  solche Erdbeben stärker zur Dynamik beitragen, die räumlich und zeitlich näher bei  $(\mathbf{x}, t)$  liegen als diejenigen, die weit von  $(\mathbf{x}, t)$  entfernt sind. Die Benutzung von seismischen Raten gewichtet dagegen alle Ereignisse im Raum- und Zeitfenster gleich. Da die gewichtete Summe von Erdbeben (Gl. (4.2)) ein Maß für die Anhäufung von Erdbeben darstellt, wird der Kehrwert dieser Summe als Maß für seismische Ruhe benutzt. Auf diese Weise werden Rückgänge in der Seismizität nichtlinear transformiert. Ist die Seismizität niedrig, werden leichte Rückgänge durch die Kehrwertbildung verstärkt; dagegen werden solche Rückgänge unterdrückt, wenn die Seismizität ein hohes Niveau hat. Zur Vermeidung von Singularitäten muß darauf geachtet werden, daß in den jeweiligen Raum- und Zeitfenstern eine gewisse Anzahl von Ereignissen vorhanden ist. Eine weitere Konsequenz dieses Verfahrens besteht darin, daß die Parameter einer seismischen Ruhe, z.B. Dauer und räumliche Ausdehnung, nicht einfach mit entsprechenden Werten aus einer Rechnung mit ZMAP verglichen werden können, da wegen der speziellen Gewichtung die Anomalie (im Sinne des ZMAP-Verfahrens) „verzerrt“ wird.

Zur Berechnung statistischer Signifikanzen wurde eine Nullhypothese direkt aus den Erdbebenkatalogen abgeleitet. Dazu wurden durch Randomisierung die raumzeitlichen Korrelationen in den Erdbebendaten zerstört; die Randomisierung erfolgt vorzugsweise lokal, so daß die Vermischung räumlich weit entfernter Ereignisse unterdrückt wird. Für jeden Zeitschritt werden aus den Daten der Vergangenheit 100 randomisierte Kataloge erzeugt und der mittlere SEISMOLAP-Wert mit dem des Originalkataloges verglichen. So wird erreicht,

daß Schwankungen bei der Randomisierung durch die Mittelwertbildung unterdrückt werden und das Verfahren einen hohen Grad an Robustheit gewinnt. Diese Nullhypothese führt im Beispiel des M7-Erdbebens von Spitak zu einer eindeutigen Anomalie (siehe Abb. 4.11) in qualitativer Übereinstimmung mit den Ergebnissen des ZMAP-Verfahrens [Wyss & Martirosyan 1998]. Aufgrund dieser Eigenschaften, insbesondere der Robustheit, stellt die hier entwickelte Methode eine sinnvolle Verbesserung gegenüber dem  $S_3$ -Wert (siehe Gl. (4.11)) dar.

Zur Berechnung von Korrelationen zwischen Ruhephasen und großen Erdbeben wurden Alarmbedingungen eingeführt. Dabei wurde angenommen, daß eine seismische Ruhe sich zunächst räumlich ausdehnt, um dann vor dem großen Erdbeben wieder zu schrumpfen. Ein Alarm wird erzeugt, wenn die Ruhe wieder im Abnehmen befindlich ist. Somit kann man mit relativ kurzen Alarmzeiten, z.B. mit zehn Monaten, rechnen.

Im Erdbebenkatalog aus der Region von Armenien findet man deutlich ausgeprägte zeitliche und räumliche Korrelationen zwischen Ruhephasen und Erdbeben mit  $M \geq 5.0$ . Insbesondere findet man Ruhephasen, die in Zeit und Raum klar ausgeprägt sind. Dennoch erscheint die automatische Zuordnung einer Ruhe zu einem folgenden Hauptbeben in Einzelfällen nicht plausibel, da empirisch gefundene Zusammenhänge, z.B. zwischen der Dauer der Ruhe und der Magnitude des folgenden Hauptbebens, verletzt werden. Schränkt man die Betrachtungen auf Erdbeben mit Magnitude  $M \geq 5.6$  ein, so erhält man eine schlüssige Zuordnung von Ruhephasen und Hauptbeben. Ähnliche Resultate erhält man für den Erdbebenkatalog um die Calaveras-Verwerfung in Kalifornien, allerdings liefert die Anwendung der Alarmbedingungen praktisch keine Korrelation zwischen Erdbeben mit  $M \geq 5.0$  und seismischen Ruhephasen. Statt dessen beobachtet man eine deutliche seismische Ruhe vor dem Erdbeben von Loma Prieta am 18. Oktober 1989, dessen Epizentrum bei der San Andreas-Verwerfung liegt.

Insgesamt hat die Anwendung der Alarmbedingungen aus Abschnitt 4.3 gezeigt, daß die Methode in Armenien für  $M \leq 5.5$  und in Kalifornien (Calaveras-Verwerfung) für  $M \leq 6.2$  keine seismische Ruhe detektiert. Dies bedeutet nicht, daß dort keine Ruhe existiert; vielmehr existiert keine Ruhe im Sinne der untersuchten (Null-)Hypothese. Statt dessen findet man aber für den armenischen Katalog eine schlüssige Zuordnung zwischen Ruhe und Hauptbeben für  $M \geq 5.6$  und für den kalifornischen Katalog für  $M \geq 6.3$ . Obwohl die Analyse in diesem Magnitudenbereich auf wenigen Ereignissen beruht, stellen die Resultate einen klaren Fortschritt gegenüber bisherigen Untersuchungen dar, da im Gegensatz zu den sonst üblichen Fallstudien hier jeweils komplette Erdbebenkataloge untersucht wurden, ohne die Parameter zu verändern. Weiter wurde gezeigt, daß sich die Ergebnisse qualitativ nicht verändern, wenn die Parameter variiert werden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die erzielten Resultate die Hypothese stützen, daß starken Erdbeben häufig eine seismische Ruhe vorausgeht. Die in diesem Kapitel entwickelte Methode, die den SEISMOLAP-Algorithmus mit dem Konzept der Ersatzdaten kombiniert, stellt eine effiziente Ergänzung zu den bisherigen Techniken zur Detektierung seismischer Ruhe dar.

## Zusammenfassung und Ausblick

In den vorangegangenen Kapiteln wurden zwei Erdbebenkataloge hinsichtlich des Auftretens charakteristischer raumzeitlicher Muster untersucht. Dazu wurden Methoden aus der nichtlinearen Zeitreihenanalyse aufgegriffen und für die Anwendung auf raumzeitliche Systeme weiterentwickelt. Das Ziel dieser Untersuchungen liegt in der Charakterisierung der raumzeitlichen Dynamik von Seismizität.

Es wurden im wesentlichen zwei Muster detektiert und auf ihre statistische Signifikanz untersucht; obwohl die Muster verschiedenartig sind, tragen sie zum Verständnis der Dynamik und zur Problematik der Vorhersagbarkeit bei. Das Auftreten beider Muster unterstützt die Hypothese, daß die Dynamik von Erdbeben nicht einfach zufällig ist. Speziell deuten die beobachteten statistischen Signifikanzen für das Auftreten beider Muster darauf hin, daß sie nicht durch Fluktuationen innerhalb eines stochastischen Prozesses erklärt werden können.

### Nichtlinearer Determinismus

Die Untersuchung von Erdbebendaten auf nichtlinearen Determinismus wurde im wesentlichen aus zwei Gründen durchgeführt: Erstens ist Determinismus stets mit der Frage der Vorhersagbarkeit verbunden, zweitens kann das Auftreten dieser Eigenschaft bei der Verifizierung bzw. Falsifizierung von Modellen hilfreich sein.

Nichtlinearer Determinismus ist eine strukturelle Eigenschaft eines dynamischen Systems. Ein Spezialfall von nichtlinearem Determinismus ist deterministisches Chaos, das von Huang & Turcotte [1990a,1990b] in der Dynamik von Erdbeben vermutet wird. Diese Hypothese wurde hier nicht weiter verfolgt, da man sie allein anhand der vorliegenden Daten nicht testen kann, sondern auf Modellvorstellungen angewiesen ist (siehe auch: Diskussion in Abschnitt 2.4). Für die Detektierung von nichtlinearem Determinismus stehen dagegen zahlreiche Methoden zur Verfügung, die für skalare Zeitreihen entwickelt wurden. In dieser Arbeit wurde eine neue Methode entwickelt, die nichtlinearen Determinismus in raumzeitlichen Daten quantifiziert. Sie basiert auf den theoretischen Konzepten von Cvitanović [1988,1992] und der Methode von Pei & Moss [1996a] zur Detektierung instabiler periodischer Orbits (engl. UPOs = *unstable periodic orbits*) in skalaren Zeitreihen.

Das Verfahren von Pei & Moss [1996a] zur Detektierung instabiler periodischer Orbits in skalaren Zeitreihen stellt das Hauptelement der Untersuchungen dar. Es überführt die theoretischen Konzepte von Cvitanović [1988,1992] in eine praktische Methode der nichtlinearen Datenanalyse, die ein breites Anwendungsspektrum besitzt. Dieses Konzept wurde mit Hilfe von Fensterzeitreihen für die Untersuchung raumzeitlicher Daten weiterentwickelt. Als Nullhypothese wurde ein linearer stochastischer Prozeß gewählt. Die Methode von Pei & Moss [1996a] bzw. deren Erweiterung für raumzeitliche Systeme wurde zunächst auf simulierte Daten angewendet, bei denen das Auftreten von nichtlinearem Determinismus bekannt ist. Dabei hat sich das Verfahren insgesamt als wirkungsvoll und robust erwiesen. Nichtlinearer Determinismus konnte in allen Fällen nachgewiesen werden;



die statistische Signifikanz sinkt, wenn Rauschen addiert wird oder über größere Raumbereiche gemittelt wird. In Simulationen mit gekoppelten Abbildungsgittern zeigt sich, daß der Radius des Bereichs, dessen Mittelung noch eine bestimmte Signifikanz aufweist, von der Kopplungsstärke nahezu linear abhängt. Dieses Ergebnis zeigt, daß die ermittelten charakteristischen Raumskalen, zumindest in einem einfachen Modellsystem, physikalisch interpretierbar sind.

Die Anwendung auf Erdbebenaten aus Armenien und Kalifornien liefert in bestimmten Regionen hohe Signifikanzen für nichtlinearen Determinismus. Die Regionen sind vornehmlich die seismisch aktiven Gebiete. Die höchsten Signifikanzen für nichtlinearen Determinismus findet man für Raumbereiche, die starke Erdbeben mit ihren zugehörigen Mustern wie seismische Ruhe und Nachbeben umschließen. So beobachtet man in dem armenischen Erdbebenkatalog die höchste Signifikanz in der Region, die das Epizentrum, die seismische Ruhe und die Nachbeben des M7-Erdbebens von 1988 einschließt. Ähnliche Resultate erhält man auch für den kalifornischen Erdbebenkatalog.

Allgemein kann die Nullhypothese, daß die Dynamik von Erdbeben durch einen linearen stochastischen Prozeß beschrieben werden kann, mit hoher Signifikanz verworfen werden. Die detektierten Muster haben zwar für eine geophysikalisch relevante Vorhersage, also etwa die Vorhersage eines einzelnen Erdbebens, keine unmittelbare Bedeutung; das Vorhandensein von nichtlinearem Determinismus stellt jedoch eine Bedingung für eine Kurzzeitvorhersage im deterministischen Sinne dar.

Nichtlinearer Determinismus wurde mit der hier entwickelten Methode auch in Erdbebenkatalogen aus Modellsimulationen gefunden [Hainzl 1998]. Es handelt sich hier offenbar um eine elementare Eigenschaft, die der Dynamik von Erdbeben zugrundeliegt und somit auch unmittelbare Bedeutung für die Modellierung seismischer Dynamik hat.

## Seismische Ruhe vor starken Erdbeben

Der zweite Schwerpunkt dieser Arbeit behandelt die Detektierung seismischer Ruhe vor starken Erdbeben. Obwohl die Existenz dieses Phänomens als weitestgehend akzeptiert gilt, ist die Formulierung einer geeigneten Hypothese für seismische Ruhe und eines Verfahrens, um diese zu testen, umstritten. In Kapitel 4 wurde eine Methode entwickelt, die auf dem Algorithmus SEISMOLAP [Zschau 1996a] basiert, der die Ballung von Seismizität als gewichtete Summe von Erdbeben in einem raumzeitlichen Fenster beschreibt. Seismische Ruhe ergibt sich dann als Kehrwert dieser Summe ( $S_2$ -Wert). Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu den meisten anderen Verfahren, die stets seismische Ruhe als einen Rückgang der Rate (Zahl von Erdbeben pro Zeitintervall) definieren [Habermann 1988; Reasenber & Matthews 1988; Wyss & Habermann 1988].

Die Hypothese, daß seismische Ruhe vor starken Erdbeben sich in einem signifikanten Anstieg des  $S_2$ -Wertes äußert, wurde gegen eine Nullhypothese getestet, die sich im wesentlichen durch eine Randomisierung des untersuchten Erdbebenkataloges ergibt. Schließlich wurden Korrelationen von Ruhephasen mit später auftretenden starken Erdbeben durch einfache Alarmbedingungen getestet. Der Alarm wird für ein festes Zeitintervall erzeugt, nachdem eine seismische Ruhe ihr maximales Volumen angenommen hat und schließlich wieder abklingt. Findet innerhalb des Alarmintervalls im Ruhevolumen ein starkes Erdbe-

ben statt, gilt die „Vorhersage“ als erfolgreich. Die Untersuchungen wurden wieder für den armenischen und den kalifornischen Erdbebenkatalog durchgeführt. Um den Einfluß der Nachbeben abzuschätzen, wurden auch Kataloge untersucht, aus denen zuvor die Nachbeben beseitigt wurden [Reasenberg 1985].

In beiden Erdbebenkatalogen konnten Phasen mit ausgeprägter seismischer Ruhe, die nicht durch die Ersatzkataloge reproduzierbar sind, nachgewiesen werden. Obwohl die Alarmbedingungen im armenischen Katalog deutliche Korrelationen zwischen seismischer Ruhe und starken Erdbeben liefern, erweisen sich die Alarmbedingungen insgesamt als zu einfach, um eine konsistente Zuordnung von Ruhephasen und starken Erdbeben „automatisch“ vorzunehmen. Insbesondere muß der Einfluß von solchen Erdbeben berücksichtigt werden, die zwar nicht im untersuchten Katalog enthalten sind, aber räumlich benachbart liegen. Weiter zeigen die Resultate, daß die Definition eines „starken“ Erdbebens von der jeweils untersuchten Region abhängt. Schließlich weisen die Ergebnisse darauf hin, daß Korrekturen hinsichtlich der Nachbeben keinesfalls ausbleiben dürfen.

Insgesamt liefert das beschriebene Verfahren robuste und nichttriviale Ergebnisse. Es stellt einen geeigneten und vielversprechenden Ausgangspunkt für eine verbesserte Detektierung seismischer Ruhe dar.

## Ausblick

Das Auftreten von nichtlinearem Determinismus in einem natürlichen System wirft zwangsläufig Fragen auf. Pei & Moss [1996a] haben diese Eigenschaft in Daten gefunden, die bei der Messung von Aktionspotentialen in Photorezeptoren von Krebsen bei äußerer Anregung aufgenommen wurden. Ihre Frage (S. 620) *Why should the crayfish CPR exhibit UPOs?* (engl. CPR = *caudal photoreceptor*) läßt sich ebenfalls auf die Analyse der Erdbebenaten übertragen. Insbesondere sollte untersucht werden, ob diese Eigenschaft durch einen speziellen Mechanismus hervorgerufen wird. In dem Modell von Hainzl *et al.* [1998a,1998b] wurde das Auftreten von UPOs mit z.T. hohen Signifikanzen verifiziert [Hainzl 1998]. Diese Methode kann auf andere Modelltypen angewendet werden und so zur Verifizierung bzw. Falsifizierung des jeweiligen Modells beitragen.

Bei der Detektierung seismischer Ruhe vor starken Erdbeben sind viele Fragen ungelöst. Ein zentrales Problem besteht in der Behandlung der Nachbeben, die eine häufige Quelle für Artefakte und Mißverständnisse sind. In dieser Arbeit wurde der Einfluß der Nachbeben berücksichtigt, indem alle Berechnungen auch für Kataloge durchgeführt wurden, aus denen zuvor die Nachbeben mit dem Algorithmus von Reasenberg [1985] entfernt wurden. Da dieser Algorithmus verschiedene Annahmen und Parameter enthält (siehe Abschnitt 2.3.2), ist die Beseitigung der Nachbeben jedoch subjektiv. Die Entwicklung speziellerer Methoden zur Behandlung der Nachbeben, abhängig von der jeweiligen Region, ist hier erforderlich.

Weiter wurde die Auswertung der raumzeitlichen Muster in Kapitel 4 anhand einfacher Größen durchgeführt. Insbesondere bei der räumlichen Integration der ruhigen Gitterpunkte verliert man Informationen. Hier erscheint es sinnvoll, die zeitliche Entwicklung seismischer Ruhe in kleineren Raumbereichen mit geeigneten Maßen zu detektieren.

Schließlich sind mit den entwickelten Methoden Datensätze hoher Qualität untersucht

worden. Es sollte geprüft werden, ob die Anwendbarkeit auch bei Erdbebenkatalogen gewährleistet ist, die z.B. hinsichtlich Homogenität und Genauigkeit, aber auch Länge der Aufzeichnungen, weniger hohen Anforderungen genügen als die Kataloge aus Armenien und Kalifornien.

## Danksagung

Am Zustandekommen dieser Arbeit haben zahlreiche Personen maßgeblich mitgewirkt.

An erster Stelle danke ich Prof. Jürgen Kurths für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe „Nichtlineare Dynamik“ an der Universität Potsdam und für die wissenschaftliche Betreuung meiner Arbeit.

Ich habe wesentlich profitiert von der Teilnahme an den Treffen der SEISMOLAP–Arbeitsgruppe am GeoForschungsZentrum Potsdam in den Jahren 1996 und 1997. Dafür danke ich den Mitgliedern dieser Arbeitsgruppe, insbesondere aber Prof. Jochen Zschau, der mir zahlreiche geophysikalische Fragestellungen nahegebracht und mich mit seinem Algorithmus SEISMOLAP vertraut gemacht hat; ich danke ihm auch für seine Gesprächsbereitschaft und das Interesse, das er meiner Arbeit entgegengebracht hat.

Mein weiterer Dank gilt Prof. Max Wyss (University of Alaska, Fairbanks) für interessante und anregende Gespräche während seines Gastaufenthalts am GeoForschungsZentrum Potsdam. Wichtige Impulse erhielt ich auch von Prof. Celso Grebogi (University of Maryland).

Mein besonderer Dank gilt Sebastian Hainzl und Ralf Engbert, mit denen ich über den gesamten Zeitraum meiner Promotion eng zusammengearbeitet habe. Für die gute Arbeitsatmosphäre in der „Baracke“ danke ich auch Giovanna Guasti, Peter beim Graben, Christian Scheffczyk, Günter Troll und André Flöter.

Bei der Durchsicht des Manuskriptes waren mir Sebastian Hainzl, Ralf Engbert und Henning Voss behilflich. Dafür möchte ich ihnen herzlich danken.

Für die Bereitstellung des armenischen Erdbebenkataloges sowie ein interessantes Gespräch bin ich Artak H. Martirosyan (National Survey for Seismic Protection of the Republic of Armenia, Yerevan) zu Dank verpflichtet. Den kalifornischen Erdbebenkatalog erhielt ich vom Northern California Earthquake Data Center (NCEDC).

Finanziell wurde ich von der Universität Potsdam durch ein Promotionsstipendium und vom Sonderforschungsbereich 555 (Komplexe Nichtlineare Prozesse) unterstützt.

# Literaturverzeichnis

- [Abrahamson & Darragh 1985] N. A. Abrahamson & R. B. Darragh. Observation of a double event at regional distances: the Morgan Hill earthquake of 24 April 1984, *Bull. Seism. Soc. Am.* **75**, 1461-1464 (1985).
- [Aki 1981] K. Aki. A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in: D. W. Simpson & P. G. Richards, *Earthquake prediction: an international review*, 566-574 (Maurice Ewing Ser. V. 4, AGU, Washington D.C., 1981).
- [Arabasz & Hill 1996] W. J. Arabasz & S. J. Hill. Applying Reasenbergs's cluster analysis algorithm to earthquake catalogs outside California, *Seismol. Res. Lett.* **67**, 30 (1996).
- [Arefiev et al. 1991] S. S. Arefiev et al. Catalog of the December 7, 1988, Spitak earthquake aftershocks, *Iz. Akad. Nauk. SSSR, Physika Zemli* **11**, 60-73 (1991).
- [Atmanspacher & Morfill] H. Atmanspacher & G. Morfill, *Einführung in die Theorie des deterministischen Chaos*. (Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik Garching bei München, 1986).
- [Auerbach et al. 1987] D. Auerbach et al. Exploring chaotic motion through periodic orbits, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2387-2389 (1987).
- [Bak & Tang 1989] P. Bak & C. Tang. Earthquakes as a self-organized critical phenomenon, *J. Geophys. Res.* **94**, 15635-15637 (1989).
- [Bakun 1980] W. H. Bakun. Seismic activity on the southern Calaveras fault in Central California, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 1181-1197 (1980).
- [Bakun 1984] W. H. Bakun. Seismic moments, local magnitudes, and coda-duration magnitudes for earthquakes in Central California, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 439-485 (1984).
- [Bakun & Lindh 1985] W. H. Bakun & A. G. Lindh. The Parkfield, California, earthquake prediction experiment, *Science* **229**, 619-624 (1985).
- [Bakun & McEvilly 1984] W. H. Bakun & T. V. McEvilly. Recurrence Models and Parkfield, California, Earthquakes, *J. Geophys. Res.* **89**, 3051-3058 (1984).
- [Balassanian et al. 1997] S. Balassanian et al. The new seismic zonation map for the territory of Armenia, *Natural Hazards* **15**, 231-249 (1997).
- [Borcherdt et al. 1993] R. Borcherdt et al. Effects of the rupture characteristics and local geology on damage from the earthquake of December 7, 1988, near Spitak, Armenia, *International Conference Continental Collision Zone Earthquakes and Seismic Hazard Reduction, Armenia*, 129-138 (1993).
- [Bowman 1996] J. R. Bowman. A seismicity precursor to a sequence of  $M_s$  6.3-6.7 midplate earthquakes in Australia, *Pageoph* **149**, 61-78 (1996).
- [Brace & Martin 1968] W. F. Brace & R. J. Martin. A test of the law of effective stress for crystalline rocks of low porosity, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.* **5**, 415-426 (1968).
- [Burridge & Knopoff 1967] R. Burridge & L. Knopoff. Model and theoretical seismicity, *Bull. Seism. Soc. Am.* **57**, 341-371 (1967).
- [Carlson & Langer 1989a] J. W. Carlson & J. S. Langer. Properties of earthquakes generated by fault dynamics, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2632-2635 (1989).
- [Carlson & Langer 1989b] J. W. Carlson & J. S. Langer. A mechanical model of an earthquake fault, *Phys. Rev. A* **40**, 6470-6484 (1989).
- [Castle et al. 1976] R. O. Castle, J. P. Church & M. R. Elliot. Aseismic uplift in southern California, *Science* **192**, 251-253 (1976).
- [Chui 1992] C. H. Chui, *An introduction to wavelets*. (Academic Press, Boston, 1992).
- [Cvitanović 1988] P. Cvitanović. Invariant measurement of strange sets in terms of cycles, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2729-2732 (1988).

- [Cvitanović 1992] P. Cvitanović (Hrsg.), *CHAOS* **2**, (Theme issue: *Periodic orbit theory*, 1992).
- [Dieterich 1972] J. H. Dieterich. Time-dependent friction as a possible mechanism for aftershocks, *J. Geophys. Res.* **77**, 3771-3781 (1972).
- [Evison & Rhoades 1993] F. F. Evison & D. A. Rhoades. The precursory earthquake swarm in New Zealand: hypothesis tests, *New Zealand J. Geol. Geophys.* **36**, 51-60 (1993).
- [Evison & Rhoades 1994] F. F. Evison & D. A. Rhoades. On the testing of earthquake precursors, in: M. Hayakawa & Y. Fujinawa (Hrsg.), *Electromagnetic phenomena related to earthquake prediction*, (Terrapub, Tokyo, 1994).
- [Fedotov 1968] S. A. Fedotov. On seismic cycle, possibility of seismic regionalization and long-term seismic prediction, in: S. Medvedev (Hrsg.): *Seismic zoning of the USSR*, 121-150 (Nauka, Moscow, 1968).
- [Frank 1965] F. C. Frank. On dilatancy in relation to seismic sources, *Rev. Geophys.* **3**, 484-503 (1965).
- [Frohlich & David 1993] C. Frohlich & S. D. David. Teleseismic *b* values; or much ado 1.0, *J. Geophys. Res.* **98**, 631-644 (1993).
- [Gardner & Knopoff 1974] J. K. Gardner & L. Knopff. Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian?, *Bull. Seism. Soc. Am.* **64**, 1363-1367 (1974).
- [Garza & Lomnitz 1979] T. Garza & C. Lomnitz. The Oaxaca gap: a case history, *Pageoph* **117**, 1187-1194 (1979).
- [Geller 1997] R. J. Geller. Earthquake prediction: a critical review, *J. Geophys. Int.* **131**, 425-450 (1997).
- [Geller *et al.* 1997] R. J. Geller *et al.* Earthquakes cannot be predicted, *Science* **275**, 1616-1617 (1997).
- [Gutenberg & Richter 1956] B. Gutenberg & C. H. Richter. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration, *Bull. Seism. Soc. Am.* **46**, 105-145 (1956).
- [Habermann 1981] R. E. Habermann. Precursory Seismicity Patterns: stalking the mature seismic gap, in: D. W. Simpson & P. G. Richards, *Earthquake prediction: an international review*, 1-19 (Maurice Ewing Ser. V. 4, AGU, Washington D.C., 1981).
- [Habermann 1982] R. E. Habermann. Consistency of teleseismic reporting since 1963, *Bull. Seism. Soc. Am.* **72**, 93-112 (1982).
- [Habermann 1983] R. E. Habermann. Teleseismic detection in the Aleutian Island arc, *J. Geophys. Res.* **88**, 5056-5064 (1983).
- [Habermann 1986] R. E. Habermann. A test of two techniques for identifying systematic errors in magnitude estimates using data from Parkfield, California region, *Bull. Seism. Soc. Am.* **76**, 1660-1667 (1986).
- [Habermann 1987] R. E. Habermann. Man-made changes of seismicity rates, *Bull. Seism. Soc. Am.* **77**, 141-159 (1987).
- [Habermann 1988] R. E. Habermann. Precursory seismic quiescence: past, present, and future, *Pageoph* **126**, 279-318 (1988).
- [Habermann 1991] R. E. Habermann. Seismicity rate variations and systematic changes in magnitudes in teleseismic catalogs, *Tectonophys.* **193**, 277-289 (1991).
- [Hainzl 1998] S. Hainzl, *Dissertation*. (Universität Potsdam, 1998).
- [Hainzl *et al.* 1998b] S. Hainzl, G. Zöller & J. Kurths. A SOC model for earthquakes: quiescence, foreshocks, and aftershocks, akzeptiert bei *Int. J. Bif. Chaos* (1998).
- [Hainzl *et al.* 1998a] S. Hainzl, G. Zöller & J. Kurths. Similar power-laws for fore- and aftershock sequences in a spring-block model for earthquakes, *J. Geophys. Res.* **104**, 7243-7253 (1999).
- [Hanks & Kanamori 1979] T. C. Hanks & H. Kanamori. A moment-magnitude scale, *J. Geophys. Res.* **84**, 2348-2350 (1979).
- [Hartzell & Heaton 1986] S. H. Hartzell & T. H. Heaton. Rupture history of the 1984 Morgan Hill, California, earthquake from the inversion of strong motion records, *Bull. Seism. Soc. Am.* **76**, 649-674 (1986).

- [Huang & Turcotte 1990a] J. Huang & D. L. Turcotte. Evidence for chaotic fault interactions in the seismicity of the San Andreas fault and Nakai trough, *Nature* **348**, 234-236 (1990).
- [Huang & Turcotte 1990b] J. Huang & D. L. Turcotte. Are earthquakes an example of deterministic chaos?, *Geophys. Res. Lett.* **17**, 223-226 (1990).
- [Jones 1984] L. M. Jones. Foreshocks (1966-1980) in the San Andreas system, California, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 1361-1380 (1984).
- [Jones & Molnar 1979] L. M. Jones & P. Molnar. Some characteristics of foreshocks and their possible relationship to earthquake prediction and premonitory slip on faults, *J. Geophys. Res.* **84**, 3596-3608 (1979).
- [Kagan 1991] Y. Y. Kagan. Likelihood analysis of earthquake catalogs, *Geophys. J. Int.* **106**, 135-148 (1991).
- [Kagan 1996] Y. Y. Kagan. VAN earthquake prediction – an attempt at statistical evaluation *Geophys. Res. Lett.* **23**, 1315-1318 (1996).
- [Kagan 1997] Y. Y. Kagan. Are earthquakes predictable?, *Geophys. J. Int.* **131**, 505-525 (1997).
- [Kagan & Jackson 1995] Y. Y. Kagan & D. D. Jackson. New seismic gap hypothesis: five years after, *J. Geophys. Res.* **100**, 3943-3959 (1995).
- [Kagan & Knopoff 1978] Y. Y. Kagan & L. Knopoff. Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes, *Geophys. J. R.A.S.* **55**, 67-86 (1978).
- [Kagan & Vere-Jones 1996] Y. Y. Kagan & D. Vere-Jones. Problems in the modeling and the statistical analysis of earthquakes, in: C. C. Heyde *et al.*, *Lecture notes in statistics* **114** (Springer, New York, 1996).
- [Kanamori & Anderson 1975] H. Kanamori & D. L. Anderson. Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seis. Soc. Am.* **65**, 1073-1096 (1975).
- [Kanamori 1978] H. Kanamori. Quantification of earthquakes, *Nature* **271**, 411-414 (1978).
- [Kanamori 1981] H. Kanamori. The nature of seismicity patterns before large earthquakes, in D. W. Simpson & P. G. Richards, *Earthquake prediction: an international review*, 1-19 (Maurice Ewing Ser. V. 4, AGU, Washington D.C., 1981).
- [Kaneko 1993] K. Kaneko (Hrsg.), *Theory and applications of coupled map lattices*. (Wiley, Chichester, 1993).
- [Kantz & Schreiber 1997] H. Kantz & T. Schreiber, *Nonlinear time series analysis*. (Cambridge University Press, 1997).
- [Keilis-Borok *et al.* 1980] V. I. Keilis-Borok *et al.* Bursts of seismicity as long-term precursors of strong earthquakes, *J. Geophys. Res.* **85**, 803-811 (1985).
- [Kisslinger 1988] C. Kisslinger. An experiment in earthquake prediction and the 7 May 1986 Andeanof Islands earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 218-229 (1988).
- [Knopoff & Gardner 1972] L. Knopoff & J. K. Gardner. Higher seismic activity during local night on the worldwide earthquake catalog, *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **28**, 311-313 (1972).
- [Kossobokov *et al.* 1997] V. G. Kossobokov, J. H. Healy, & J. W. Dewey. Testing an earthquake prediction algorithm, *Pageoph* **149**, 219-232 (1997).
- [Lomnitz 1994] C. Lomnitz, *Fundamentals of earthquake prediction*. (John Wiley & Sons, New York, 1994).
- [Martirosyan 1996] A. H. Martirosyan. Erdbebenkatalog von Armenien, *National Survey for Seismic Protection for the Republic of Armenia, Yerevan* (1997).
- [McNally 1976] K. C. McNally. Spatial, temporal, and mechanistic character in earthquake occurrence, *Ph.D. Thesis*, (University of California, Berkely, 1976).
- [McNally 1981] K. C. McNally. Plate subduction and prediction of earthquakes along the Middle America trench, in D. W. Simpson & P. G. Richards, *Earthquake prediction: an international review*, 63-71 (Maurice Ewing Ser. V. 4, AGU, Washington D.C., 1981).
- [Main 1996] I. Main. Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard, *Rev. Geophys.* **34**, 433-462 (1996).
- [Matthews & Reasenberg 1987] M. V. Matthews & P. A. Reasenberg. Comment on Habermann's method for detecting seismicity rate changes, *J. Geophys. Res.* **92**, 9443-9445 (1987).

- [Matthews & Reasenbergh 1988] M. V. Matthews & P. A. Reasenbergh. Statistical methods for investigating quiescence and other temporal seismicity patterns, *Pageoph* **126**, 357-406 (1988).
- [Mendoza & Hartzell 1988] C. Mendoza & S. A. Hartzell. Aftershock patterns and main shock faulting, *Bull. Seism. Soc. Am.* **78**, 1438-1449 (1988).
- [Michael 1996] A. J. Michael. Testing prediction methods: earthquake clustering versus the Poisson model, *Geophys. Res. Lett.* **67**, 35 (1996).
- [Minster & Williams 1996] J. H. Minster & N. P. Williams. M8 intermediate-term earthquake prediction algorithm: performance update for  $M > 7.5$ , 1985-1996, *Seismol. Res. Lett.* **67**, 32 (1996).
- [Mogi 1962] K. Mogi. On the time distribution of aftershocks accompanying the recent major earthquakes in and near Japan, *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo* **40**, 107-124 (1962).
- [Mogi 1963] K. Mogi. Some discussions on aftershocks, foreshocks and earthquake swarms – the fracture of a semi-infinite body caused by inner stress origin and its relation to the earthquake phenomena (3), *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo* **41**, 615-658 (1963).
- [Mogi 1969] K. Mogi. Some features of recent seismic activity in and near Japan (2): activity before and after great earthquakes, *Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ* **47**, (1969).
- [Mogi 1977] K. Mogi. Seismic activity and earthquake prediction, *Proc. Earthquake. Pred. Res. Symp., Tokyo* 203-214 (1977).
- [Mogi 1985] K. Mogi, *Earthquake prediction*. (Academic Press, Tokyo, 1985).
- [Morfill & Scheingraber 1993] G. Morfill & H. Scheingraber, *Chaos ist überall ... und es funktioniert*. (Ullstein, Berlin, 1993).
- [Nur 1972] A. Nur. Dilatancy, pore fluids, and premonitory variations of  $t_s/t_p$  traveltimes, *Bull. Seism. Soc. Am.* **62**,
- [Ogata 1992] Y. Ogata. Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model, *J. Geophys. Res.* **97**, 19845-19871 (1992).
- [Ogata 1998] Y. Ogata. Space-time point-process models for earthquake occurrences, *Ann. Inst. stat. Math., in press* (1998). 1217-1222 (1972).
- [Ogata et al. 1996] Y. Ogata, T. Utsu & K. Katsura. Statistical discrimination of foreshocks from other earthquakes, *Geophys. J. Int.* **127**, 17-30 (1996).
- [Ohtake 1980] M. Ohtake. Earthquake prediction based on the seismic gap with special reference to the 1978 Oaxaca, Mexico earthquake, *Rev. Natl. Cent. Disaster Prev.* **23**, 65-110 (1980).
- [Ohtake et al. 1977] M. Ohtake, T. Matumoto & G. V. Latham. Seismicity gap near Oaxaca, Southern Mexico as a probable precursor to a large earthquake, *Pageoph* **115**, 375-385 (1977).
- [Ohtake et al. 1981] M. Ohtake, T. Matumoto & G. V. Latham. Evaluation of the forecast of the 1978 Oaxaca, Southern Mexico earthquake based on precursory seismic quiescence, in: D. W. Simpson & P. G. Richards, *Earthquake prediction: an international review*, 53-62 (Maurice Ewing Ser. V. 4, AGU, Washington D.C., 1981).
- [Olami et al. 1992] Z. Olami, H. S. Feder & K. Christensen. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1244-1247 (1992).
- [Omori 1894] F. Omori. On the aftershocks of earthquakes, *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo* **7**, 111-200 (1894).
- [Otsuka 1972] M. Otsuka. A simulation of earthquake recurrence, *Phys. Earth Plan. Int.* **6**, 311-315 (1972).
- [Ott 1993] E. Ott, *Chaos in dynamical systems*. (Cambridge University Press, 1993).
- [Ott et al. 1990a] E. Ott, C. Grebogi, & J. A. Yorke. Controlling chaos, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1196-1200 (1990).
- [Ott et al. 1990b] E. Ott, C. Grebogi, & J. A. Yorke. Controlling chaotic dynamical systems, in D. K. Campbell (Hrsg.), *Chaos* (American Institute of Physics, New York, 1990b).
- [Ott & Spano 1995] E. Ott & M. Spano. Controlling Chaos, *Physics Today* **5**, 34-40 (1995).



- [Papazachos 1975] B. Papazachos. Foreshocks and earthquake prediction, *Tectonophys.* **28**, 213-226 (1975).
- [Pei & Moss 1996a] X. Pei & F. Moss. Characterization of low-dimensional dynamics in the crayfish caudal photoreceptor, *Nature* **379**, 618-620 (1996).
- [Pei & Moss 1996b] X. Pei & F. Moss. detecting low dimensional dynamics in biological experiments, *Int. J. Neural Systems* **7**, 429-435 (1996).
- [Plate 1993] E. J. Plate, *Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure.* (Ernst & Sohn, Berlin, 1993).
- [Procter *et al.* 1967] B. A. Procter, I. Whitney & J. W. Johnson. The strength of fused silica, *Proc. Roy. Soc. Lond.* **A 297**, 534-547 (1967).
- [Raleigh *et al.* 1977] C. B. Raleigh *et al.* Prediction of the Haicheng earthquake *Eos Trans. AGU* **58**, 236-272 (1977).
- [Rand 1994] D. A. Rand. Measuring and characterizing spatial patterns, dynamics and chaos in spatially extended dynamical systems and ecologies, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **A 348**, 497-514 (1994).
- [Rand & Wilson 1995] D. A. Rand & H. B. Wilson. Using spatio-temporal chaos and intermediate-scale determinism to quantify spatially extended ecosystems, *Proc. R. Soc. Lond.* **B 259**, 111-117 (1995).
- [Reasenberg 1985] P. A. Reasenberg. Second-order moment of central california seismicity, *J. Geophys. Res.* **90**, 5479-5495 (1985).
- [Reasenberg 1996] P. A. Reasenberg. Tests of SEISMOLAP-based methods for earthquake prediction in California, *Geophys. Res. Lett.* **67**, 35 (1996).
- [Reasenberg & Ellsworth 1982] P. A. Reasenberg & W. L. Ellsworth. Aftershocks of the Coyote Lake, California, earthquake of August 6, 1979: A detailed study, *J. Geophys. Res.* **87**, 10637-10655 (1982).
- [Reasenberg & Matthews 1988] P. A. Reasenberg & M. V. Matthews. Precursory seismic quiescence: a preliminary assessment of the hypothesis, *Pageoph* **126**, 373-406 (1988).
- [Rudzick *et al.* 1997] O. Rudzick *et al.* Dynamics of chaos-order interface in coupled map lattices, *Physica D* **103**, 330-347 (1997).
- [Sauer 1994] T. Sauer. Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3811-3814 (1994).
- [Sauer *et al.* 1991] T. Sauer, J. A. Yorke & M. Casdagli. Embedology, *J. Stat. Phys.* **65**, 579-616 (1991).
- [Savage 1993] J. C. Savage. The Parkfield prediction fallacy, *Bull. Seism. Soc. Am.* **83**, 1-6 (1993).
- [Savage 1972] W. U. Savage. Microearthquake clustering near Fairview Peak, Nevada, and in the Nevada seismic zone, *J. Geophys. Res.* **77**, 7049-7056 (1972).
- [Schiff *et al.* 1994] S. J. Schiff *et al.* Controlling chaos in the brain, *Nature* **370**, 615-620 (1994).
- [Scholz 1972] C. H. Scholz. Static fatigue of quartz, *J. Geophys. Res.* **77**, 2104-2114 (1972).
- [Scholz 1977] C. H. Scholz. A physical interpretation of the Haicheng earthquake prediction, *Nature* **267**, 121-124 (1977).
- [Scholz 1988] C. H. Scholz. Mechanisms of seismic quiescences, *Pageoph* **126**, 701-718 (1988).
- [Scholz 1994] C. H. Scholz, *The mechanics of earthquakes and faulting.* (Cambridge University Press, 1994).
- [Scholz *et al.* 1973] C. H. Scholz, L. R. Sykes & Y. P. Aggarwal. Earthquake prediction: a physical basis, *Science* **181**, 803-810 (1973).
- [Schreiber & Schmitz 1997] T. Schreiber & A. Schmitz. Improved surrogate data for nonlinearity tests. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 635-638 (1997).
- [Smith 1994] L. A. Smith. Local optimal prediction: exploiting strangeness and the variation of sensitivity to initial conditions, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* **A 348**, 371-381 (1994).
- [So *et al.* 1996] P. So *et al.* Detecting unstable periodic orbits in chaotic experimental data, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4705-4708 (1996).

- [So *et al.* 1997] P. So *et al.* Detecting unstable periodic orbits in chaotic time series data, *Phys. Rev. E* **55**, 5398-5417 (1997).
- [So *et al.* 1998] P. So *et al.* Periodic orbits: A new Language for neuronal dynamics, *Biophysical Journal*, in press (1998).
- [Sornette & Sornette 1989] A. Sornette & D. Sornette. Self-organized criticality and earthquakes, *Europhys. Lett.* **9**, 197-202 (1989).
- [Sornette & Sornette 1990] Sornette & D. Sornette. Earthquake rupture as a critical point: consequences for telluric precursors, *Tectonophys.* **179**, 327-334 (1990).
- [de Sousa Vieira & Lichtenberg 1996] M. de Sousa Vieira & A. J. Lichtenberg. Presence of chaos in a self-organized critical system, *Phys. Rev. E* **53**, 1441-1445 (1996).
- [Stark 1997] P. B. Stark. Earthquake prediction: the null hypothesis, *Geophys. J. Int.* **131**, 495-499 (1997).
- [Stuart 1979] W. D. Stuart. Strain softening prior to two-dimensional strike slip earthquakes, *J. Geophys. Res.* **84**, 1063-1070 (1979).
- [Stuart 1991] W. D. Stuart. Seismic quiescence at Parkfield due to detachment faulting, *Nature* **349**, (1991).
- [Stuart & Aki 1988] W. D. Stuart & K. Aki (Hrsg.) Intermediate-term earthquake prediction, *Pageoph* **149**, 175-718 (1988).
- [Suyehiro *et al.* 1964] S. Suyehiro, T. Asada & M. Ohtake. Foreshocks and aftershocks accompanying a perceptible earthquake in Central Japan – on a peculiar nature of foreshocks, *Papers Meteorol. Geophys.* **15**, 71-88 (1964).
- [Takens 1981] F. Takens. Detecting strange attractors in turbulence. *Springer Lecture Notes in Mathematics* **898**, 366-381 (1981).
- [Thatcher 1983] W. Thatcher. Nonlinear strain buildup and the earthquake cycle on the San Andreas fault, *J. Geophys. Res.* **88**, 5893-5898 (1983).
- [Theiler *et al.* 1992a] J. Theiler *et al.* Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, *Physica D* **58**, 77-94 (1992).
- [Theiler *et al.* 1992b] J. Theiler *et al.* Using surrogate data to detect nonlinearity in time series, in: M. Casdagli & S. Eubank (Hrsg.), *Nonlinear modeling and forecasting, SFI studies in the sciences of complexity, Proc. Vol. XII*, 163-189 (Addison-Wesley, Reading/MA, 1992).
- [Tocher 1959] D. Tocher. Seismic history of the San Francisco region, *Calif. Div. Mines Spec. Rept.* **57**, 39-49 (1959).
- [Turcotte 1994] D. L. Turcotte. Crustal deformation and fractals, in: J. H. Kruhl, *Fractals and dynamic systems in the geoscience*, 7-23 (Springer, Berlin, 1994).
- [Turcotte 1997] D. L. Turcotte, *Fractals and chaos in geology and geophysics*. (Cambridge University Press, 1997).
- [Uhl *et al.* 1992] C. Uhl, R. Friedrich & H. Haken. Analysis of spatio-temporal signals of complex systems, *Phys. Rev. E* **51**, 3890-3900 (1992).
- [Uhrhammer 1980] R. A. Uhrhammer. Observations of the Coyote Lake, California, earthquake sequence of August 6, 1979, *Bull. Seism. Soc. Am.* **70**, 559-570 (1980).
- [Utsu 1971] T. Utsu. Aftershocks and earthquake statistics (III), *J. Fac. Science, Hokkaido Univ. Ser. VII (Geophysics)* **3**, 379-441 (1971).
- [Utsu *et al.* 1995] T. Utsu, Y. Ogata & R. S. Matsu'ura. The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity, *J. Phys. Earth* **43**, 1-33 (1995).
- [Von Seggern *et al.* 1981] D. Von Seggern, S. Alexander & Chang-Eob Baag. Seismicity parameters preceding moderate to major earthquakes, *J. Geophys. Res.* **86**, 9325-9351 (1981).
- [Whiteside & Habermann 1989] L. Whiteside & R. E. Habermann. The seismic quiescence prior to the 1978 Oaxaca, Mexico earthquake IS NOT a precursor to that earthquake, *Eos Trans. AGU* **70**, 1232 (1989).
- [Wiemer 1996] S. Wiemer, *Seismicity analysis: new techniques and case studies*. (Ph.D. Dissertation, University of Alaska, Fairbanks, 1996).

- [Wiemer *et al.* 1995] S. Wiemer, R. F. Zuniga & A. Allmann, *Manual for the computer programm ZMAP*. (University of Alaska, Fairbanks, 1995).
- [Wu *et al.* 1978] K. T. Wu. Certain characteristics of the Haicheng earthquake ( $M = 7.3$ ) sequence, *Chinese Geophys.* **1**, 289-308 (1978).
- [Wuethrich 1993] B. Wuethrich. Waiting for Parkfield to quake, *Eos Trans. AGU* **74**, 553-554 (1993).
- [Wyss 1997a] M. Wyss. Cannot earthquakes be predicted?, *Science* **278**, 487-488 (1997).
- [Wyss 1997b] M. Wyss. Nomination of precursory seismic quiescence as a significant precursor, *Pageoph* **149**, 79-113 (1997).
- [Wyss *et al.* 1990a] M. Wyss, P. Bodin & R. E. Habermann. Seismic quiescence at Parkfield, an independent indication of an imminent earthquake, *Nature* **345**, 426-428 (1990).
- [Wyss & Burford 1985] M. Wyss & R. O. Burford. Current episodes of seismic quiescence along the San Andreas fault between San Juan Bautista and Stone Canyon, California: possible precursors to local moderate mainshocks?, *U.S. Geol. Survey, Open File Report*, 85-745, 367-426 (1985).
- [Wyss & Burford 1987] M. Wyss & R. O. Burford. A predicted earthquake on the San Andreas fault, California, *Nature* **329**, 323-325 (1987).
- [Wyss & Dmowska 1997] M. Wyss & R. Dmowska (Hrsg.), *Earthquake prediction – state of the art*. (Pageoph Topical Volumes, Birkhäuser, Basel, 1997).
- [Wyss & Habermann 1984] M. Wyss & R. E. Habermann. Background seismicity rates and precursory seismic quiescence: Imperial Valley, California, *Bull. Seism. Soc. Am.* **74**, 1743-1755 (1984).
- [Wyss & Habermann 1988] M. Wyss & R. E. Habermann. Precursory seismic quiescence, *Pageoph* **126**, 319-332 (1988).
- [Wyss & Martirosyan 1998] M. Wyss & A. H. Martirosyan. Seismic quiescence before the M7, 1988, Spitak earthquake, Armenia, *Geophys. J. Int.* **134**, 329-340 (1998).
- [Wyss *et al.* 1990b] M. Wyss, L. Slater & R. O. Burford. Decrease in deformation rate as possible precursor to the next Parkfield earthquake, *Nature* **345**, 428-431 (1990).
- [Wyss *et al.* 1995] M. Wyss *et al.* Precursory seismic quiescence in the Mudurnu valley, North Anatolian fault zone, Turkey, *Geophys. J. Int.* **123**, 117-124 (1995).
- [Zhu & We 1983] F. M. Zhu & G. We. Prediction of the Haicheng earthquake and measures taken for disaster prevention, in: *Proc. seminar on earthquake prediction case histories*, 1-18 (Office U.N. Disaster Relief Co-ordinator and UNESCO, UNDRO/83/33, GE.83-03321, 1983).
- [Zöller *et al.* 1998a] G. Zöller *et al.* Testing for unstable periodic orbits to characterize spatiotemporal dynamics, *Chaos, Solitons and Fractals* **9**, 1429-1438 (1998).
- [Zöller *et al.* 1998b] G. Zöller, S. Hainzl & J. Kurths. Randomized earthquake data as a null hypothesis for the detection of precursory seismic quiescence, *Eos Trans. AGU* **79**, S41B-01 (1998).
- [Zschau 1996a] J. Zschau. Space-time-pattern of seismicity: quantification with the seismolap algorithm, in: *Earthquake research in Türkiye – state of the art (Abstracts)* (Ankara, Türkiye, 1996).
- [Zschau 1996b] J. Zschau. SEISMOLAP – Ein Schritt in Richtung Erdbebenvorhersage, *Geowissenschaften* **14**, 11-17 (1996).
- [Zschau *et al.* 1996] J. Zschau *et al.* SEISMOLAP: A new approach to prediction, in: *Proceedings of the International Conference on Earthquake Prediction: state of the art* (Council of Europe, Strasbourg, 444-453, 1996).
- [Zúñiga & Wyss 1995] R. F. Zúñiga & M. Wyss. Inadvertent changes in magnitude reported in earthquake catalogs: their evaluation through b-value estimates, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85**, 1858-1866 (1995).

# – A –

## Glossar

**Attraktor:** Ein Attraktor ist eine Teilmenge des Zustandsraumes, auf der die asymptotische ( $t \rightarrow \infty$ ) Bewegung eines Systems stattfindet.

**Cluster:** Ein *Cluster* ist eine Anhäufung von Objekten. Erdbeben faßt man zu *Clustern* zusammen, wenn sie räumlich und zeitlich eng benachbart sind. Dies ist meistens bei Nachbebenereignissen der Fall, die nach starken Erdbeben stattfinden.

**Declustering:** Unter *Declustering* versteht man Techniken, die aus Erdbebenkatalogen abhängige Erdbeben entfernen. Ein Erdbeben gilt als abhängig, wenn es einem *Cluster* angehört und nicht dessen Repräsentant ist.

**Deterministisches Chaos:** Deterministisches Chaos liegt vor, wenn die zeitliche Entwicklung eines Systems sensitiv von den Anfangsbedingungen abhängt, d.h. benachbarte Trajektorien laufen exponentiell auseinander. Die Dynamik des Systems ist irregulär, obwohl die Systemgleichungen exakt bekannt sind. Deterministisches Chaos ist durch einen positiven Lyapunov-Exponenten gekennzeichnet.

**Druckwelle:** Eine Druckwelle ist eine longitudinale elastische Welle, die sich nach einem Bruchvorgang im Erdkörper ausbreitet. Da sie vor der Scherwelle in den Meßstationen eintrifft, wird sie auch als *Primärwelle (P-Welle)* bezeichnet.

**Epizentrum:** Das Epizentrum ist die Projektion des Hypozentrums, also der Lage des Erdbebenherdes, auf die Erdoberfläche.

**Erdbebenvorhersage:** Als Erdbebenvorhersage bezeichnet man eine Aussage über ein zukünftiges Erdbeben, die Ort, Zeit und Magnitude des Erdbebens mit jeweiligen Fehlerangaben (Fenstergrößen) enthält. Außerdem sollten die Bedingungen angegeben werden, die zu dieser Vorhersage geführt haben.

**Fensterzeitreihe:** Eine Fensterzeitreihe ist ein Element einer Schar eindimensionaler Zeitreihen  $\{y_i\}_F$ , die parametrisch von einem Fenster  $F$  abhängen. Häufig ist  $F$  ein Zeitfenster, auf das die Zeitreihe eingeschränkt wird. In einem raumzeitlichen System  $g(\mathbf{x}, t)$  kann  $F$  auch ein Raumfenster sein, in dem die Werte von  $g$ , z.B. durch Integration über  $F$ , zu einem Wert zusammengefaßt werden:  $g_F(t) = \int \int_{\mathbf{x} \in F} g(\mathbf{x}, t) d^2x$ .

**Fixpunkt:** Ist ein dynamisches System durch eine diskrete Abbildung  $x_{i+1} = f(x_i)$  gegeben, so ist ein Fixpunkt  $x^*$  durch die Bedingung  $f(x^*) = x^*$  definiert;  $x^*$  ist ein periodischer Punkt der Periode  $p = 1$ . Ein Fixpunkt  $x^*$  heißt stabil, wenn jeder Orbit in der Nähe von  $x^*$  in den Fixpunkt hineinläuft. Er heißt instabil, wenn er nicht stabil ist.

**Herdfläche:** Die Herdfläche eines Erdbebens ist das Flächenelement, das während des Bruchvorgangs versetzt wird.

**Hypozentrum:** Das Hypozentrum ist der Ort, an dem der Bruchvorgang, der zu einem Erdbeben gehört, beginnt. Es wird aus Laufzeitmessungen der seismischen Wellen ( $\searrow$  Druckwelle und  $\searrow$  Scherwelle) bestimmt.

**Instabiler Fixpunkt:**  $\searrow$  Fixpunkt.

**Kritischer Punkt:** Ein kritischer Punkt ist der Wert eines Parameters, an dem ein Phasenübergang zweiter Ordnung stattfinden kann. Ein System zeigt in der Nähe eines kritischen Punktes anomales (divergentes) Verhalten im Bereich kleiner Fluktuationen des Parameters.

**Lithosphäre:** Als Lithosphäre bezeichnet man die Erdkruste zusammen mit dem oberen Erdmantel.

**Lyapunov-Exponent:** Der Lyapunov-Exponent  $\lambda$  ist ein Maß dafür, wie sich Störungen der Anfangsbedingungen eines dynamischen Systems zeitlich entwickeln. Für eine eindimensionale diskrete Abbildung  $x_{i+1} = f(x_i)$  ist er definiert durch:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-1} \ln \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right|. \quad (\text{A.1})$$

Störungen, die im zeitlichen Mittel exponentiell anwachsen, sind durch einen positiven Lyapunov-Exponenten gekennzeichnet.

**Nullhypothese:** Bei der Analyse von Daten definiert die Nullhypothese einen Prozeß, von dem angenommen wird, daß er die Daten reproduziert. Im allgemeinen verlangt man von diesem Prozeß, daß er bestimmte Eigenschaften der Daten, z.B. Mittelwert und Varianz erhält und andere randomisiert. Untersucht man etwa eine Zeitreihe auf Determinismus, wählt man als Nullhypothese häufig einen  $\searrow$  stochastischen Prozeß.

**Oberflächenwelle:** Oberflächenwellen sind Wellen, die sich aufgrund von Bodenbewegungen an der (freien) Erdoberfläche ausbilden.

**Poisson-Prozeß:** Der Poisson-Prozeß ist ein  $\searrow$  stochastischer Prozeß, dessen Verteilung sich als Grenzfall der Binomialverteilung ergibt: Ereignen sich  $N$  unabhängige Ereignisse im Zeitintervall  $I = [0; T]$ , so findet man mit der Wahrscheinlichkeit

$$p_n = \binom{N}{n} \left( \frac{t}{T} \right)^n \left( 1 - \frac{t}{T} \right)^{N-n} \quad (\text{A.2})$$

$n$  Ereignisse in einem Teilintervall von  $I$  der Länge  $t$ . Im Grenzfall  $N \rightarrow \infty, T \rightarrow \infty$ , aber mit konstanter Frequenz  $f = N/T$  erhält man die Poisson-Verteilung

$$p_n = \frac{(ft)^n}{n!} \cdot e^{-ft}. \quad (\text{A.3})$$

In der Terminologie stochastischer Prozesse ist der Poisson-Prozeß ein nicht stationärer Markov-Prozeß, der in der Zeit  $t$  und der Variablen  $n$  homogen ist und durch folgende bedingte Wahrscheinlichkeit definiert ist:

$$p(t, n | t', n') = \frac{(t - t')^{n-n'}}{(n - n')!} \cdot e^{-(t-t')}, \quad \text{für } n \geq n', t \geq t' \quad (\text{A.4})$$

$$p(n, 0) = \delta_{n,0} \quad (\text{A.5})$$

und

$$p(n, t|n', t') = 0, \text{ für } n < n'. \quad (\text{A.6})$$

**Scherwelle:** Als Scherwelle bezeichnet man eine transversale elastische Welle, die sich nach einem Bruchvorgang im Erdkörper ausbreitet. Da sie eine kleinere Ausbreitungsgeschwindigkeit als die  $\searrow$  Druckwelle hat, wird sie auch als *Sekundärwelle* (*S-Welle*) bezeichnet.

**Selbstorganisierte Kritizität:** Von selbstorganisierter Kritizität spricht man, wenn ein System sich selbständig in die Nähe eines  $\searrow$  kritischen Punktes bewegt und dort in einem Zustand verminderter Stabilität bleibt.

**Stochastischer Prozeß:** Ein stochastischer Prozeß ist eine Funktion  $x(t)$ , deren Werte zu jeder Zeit  $t$  zufällig sind.

**Subduktionszone:** Subduktionszonen sind Bereiche, in denen Teile der Erdkruste in den Erdmantel abtauchen.

**Zellulärer Automat:** Als zellulären Automaten bezeichnet man ein raumzeitliches System mit einem regulären Raugitter, diskreter Zeit und diskreten Werten. Jedes Element des Raugitters wechselwirkt mit seinen nächsten Nachbarn.

**Zustandsraum:** Der Zustandsraum eines dynamischen Systems ist der Raum, der von den Variablen des Systems aufgespannt wird. Seine Dimension ist gleich der Zahl der unabhängigen Variablen.

# – B –

## Publikationen

### B.0 Publikationsliste

1. G. Zöller, R. Engbert, S. Hainzl und J. Kurths. Testing for unstable periodic orbits to characterize spatiotemporal dynamics, *Chaos, Solitons and Fractals* **9**, 1429-1438 (1998); **Anhang B.1 ab Seite 101.**
2. G. Zöller, S. Hainzl, J. Kurths und J. Zschau. Using spatiotemporal surrogate data for a statistical assessment of precursory seismic quiescence in Armenia, vorgesehen für *J. Seismol.*; **Anhang B.2 ab Seite 117.**
3. S. Hainzl, G. Zöller und J. Kurths. A SOC model for earthquakes: quiescence, foreshocks, and aftershocks, in Druck bei *Int. J. Bif. Chaos* (1998); **Anhang B.3 ab Seite 135.**
4. S. Hainzl, G. Zöller und J. Kurths. Similar power-laws for fore- and aftershock sequences in a spring-block model for earthquakes, *J. Geophys. Res.* **104**, 7243-7253 (1999); **Anhang B.4 ab Seite 149.**





## B.1 Testing for unstable periodic orbits to characterize spatiotemporal dynamics

Titel: Testing for unstable periodic orbits to characterize spatiotemporal dynamics  
Autoren: G. Zöller, R. Engbert, S. Hainzl und J. Kurths  
In: *Chaos, Solitons and Fractals* **9**, 1429-1438 (1998)

*Chaos, Solitons and Fractals* **9**, 1-10 (1998)

## Testing for Unstable Periodic Orbits to Characterize Spatiotemporal Dynamics

G. Zöller, R. Engbert, S. Hainzl and J. Kurths  
Institute of Physics  
University of Potsdam  
POB: 60 15 53, 14415 Potsdam  
Germany

Telephone: +49-(0)331-977-1175

Fax: +49-(0)331-977-1142

Email: gert@ik.uni-potsdam.de

### **Abstract**

We present a new technique for the analysis of spatiotemporal data. In our approach the concept of intermediate-scale determinism is combined with a test on unstable periodic orbits. A comparison of original data with appropriate surrogate data provides a statistical assessment of the results. The method is applied to both numerically generated data and data from a natural system.

## 1 Introduction

In recent years a lot of techniques have been developed to analyse time series from complex dynamical systems (cf. [1, 2]). A special challenge is the analysis of spatiotemporal dynamics, in particular of natural systems. Although the study of patterns and dynamics of spatially extended systems becomes more and more important, e.g. in theoretical ecology [3] or brain imaging techniques [4], little is known about how to analyse the corresponding data. In many approaches the spatial extension is not taken into account and the multi-dimensional data are simplified to one-dimensional time series [5]. This procedure may be justified for systems, which show approximately homogeneous behaviour in space, but in general this approach may fail to capture characteristic dynamical patterns of natural systems. Alternative approaches which focus on dynamical properties of the system under investigation are based on a decomposition of spatiotemporal patterns into special basis functions, e.g. wavelet transformation [6] or the Karhunen–Loève method [7]. But these techniques seem to be appropriate in those cases, where the data can be approximated globally by a few dynamical modes. This restriction, however, excludes the analysis of many natural systems.

The intention of this work is to characterize the spatiotemporal dynamics by typical spatial length scales, on which the interesting dynamical properties of the system can be observed. This procedure requires to take the spatial extension of the system into account and should be applicable to a large variety of data.

To illustrate the main idea of our approach, we assume that a part of a two-dimensional system of size  $L \times L$  is observed inside a fixed window of size  $l \times l$  (with  $l \leq L$ ). On small scales  $l \ll L$  the observed dynamics of natural systems mostly reflects intrinsic stochasticity and spatial inhomogeneities, whereas on larger scales  $l \leq L$  spatial averaging over dynamically desynchronized parts of the system suppresses stochastic fluctuations as well as the interesting dynamical properties which we want to extract. Therefore, we search for an intermediate scale (window size), where, on the one hand, a signal with significant deterministic properties is observed and, on the other hand, the loss of dynamical information arising from spatial averaging is as small as possible. Thus, the averaging procedure itself is exploited for the analysis of spatiotemporal time series. This concept was introduced by Rand [8, 9] for systems, where the global dynamics is in a steady state and, therefore, trivial in the thermodynamic limit.

Most natural systems, however, are far from the thermodynamic equilibrium [10] and their system size is far from infinite size. As a consequence, we observe complex dynamical behaviour even on the largest observable scales. Therefore, we propose a technique without any restrictions for the dynamics in the infinite size limit. To identify a nontrivial determinism on a characteristic length scale, we use an approach of Pei and Moss [11] based on a test for unstable periodic orbits. In Sec. 2 we describe the algorithm for the extraction of the spatial length scales in detail. To demonstrate the efficiency of our method, we first investigate a lattice of coupled tent maps as an example for a system exhibiting complex spatiotemporal dynamics (Sec. 3). Second, we show that our method works also for data from a natural system. Therefore, we analyse earthquake data, which have several complex features, because the underlying processes like stress accumulation and ruptures are strongly nonlinear (Sec. 4). The results are summarized and discussed in Sec. 5.

## 2 Extraction of Characteristic Spatial Length Scales

The intention of this work is to include the spatial extension of a system in the analysis of spatiotemporal data. For this aim we want to extract spatial regions from the data, where the dynamics is significantly deterministic. In contrast to global descriptions, where the spatial extension is simplified to a number, more dynamical information is taken into account here.

Assume that the spatiotemporal data are given by the map  $g(\vec{x}, t_i)$  with discrete time  $t_i$  and no restrictions for  $\vec{x}$  and  $g$ . For a certain point  $\vec{x}_0$  we consider a set of window time series  $\{w_i\}_R$  calculated by averaging the data in a circular area (radius  $R$ ) around  $\vec{x}_0$ . The main idea is to compare the time series for different values of  $R$  with respect to the occurrence of nonlinear determinism in the data. A powerful tool to quantify nonlinear determinism in time series is the detection of unstable periodic orbits (UPOs). Numerous techniques have been developed for this aim [11, 12, 13, 14]. In this work we use the method of Pei and Moss [11].

For a location  $\vec{x}_0$  we call a length scale  $R_0$  *characteristic*, if the dynamics for  $R_0$  is deterministic with high significance in comparison with other scales  $R$ . The time series  $w_i$  corresponding to  $R_0$  is then the appropriate choice for further investigations of the local dynamics.

We describe now the procedure for the extraction of characteristic scales in five steps:

- i. Generation of window time series:

For a fixed  $\vec{x}_0 = (x_0, y_0)$  and different values of  $R$  the window time series

$$w_i = \langle g(\vec{x}, t_i) \rangle_{|\vec{x}-\vec{x}_0| \leq R} \quad (1)$$

are computed, where the brackets  $\langle \cdot \rangle_{|\vec{x}-\vec{x}_0| \leq R}$  denote the average over all points  $\vec{x} = (x, y)$  with  $\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \leq R$ .

- ii. Scatter plot of the time series  $w_i$ :

The value  $w_i$  of the time series is plotted against the preceding value  $w_{i-1}$  (see Fig. 1).

- iii. Detecting candidates for unstable periodic orbits (UPOs):

The identification of unstable periodic orbits [11, 12] rests on the occurrence of a special sequence of points in the time series. If the system's trajectory enters such a sequence, a predictable pattern of values of the time series follows: the trajectory approaches an unstable fixed point along a stable manifold and diverges from it along an unstable manifold. The unstable fixed point is the intersection point of the stable and the unstable manifold. In the vicinity of the unstable fixed point, we can approximate these manifolds locally linear. We consider sequences of five points  $P_1, \dots, P_5$ , respectively, and define the following criteria for an UPO candidate (see Fig. 1): (A) The points  $P_1, P_2$  and  $P_3$  approach the line of identity along a straight line with decreasing perpendicular distances to the line of identity; (B) the points  $P_3, P_4$  and  $P_5$  diverge from the line of identity along a straight line with increasing distances; (C) the candidate for the unstable fixed point, which is defined as the intersection point of the two lines, is close to the line of identity, i.e. the perpendicular distance to the line of identity is smaller than the mean of the perpendicular distances of the five points; (D) the stable manifold has a negative slope with magnitude less than 1 and the unstable manifold a negative slope with magnitude

greater than 1. Note that this condition applies to a so-called “flip-saddle” and only holds for fixed points of period 1. An important property, the recurrence of UPOs, is not taken into account in these criteria. This condition is only appropriate for long time series and has the disadvantage of an additional parameter, a ball size in phase space that decides, whether two encounters are identical.

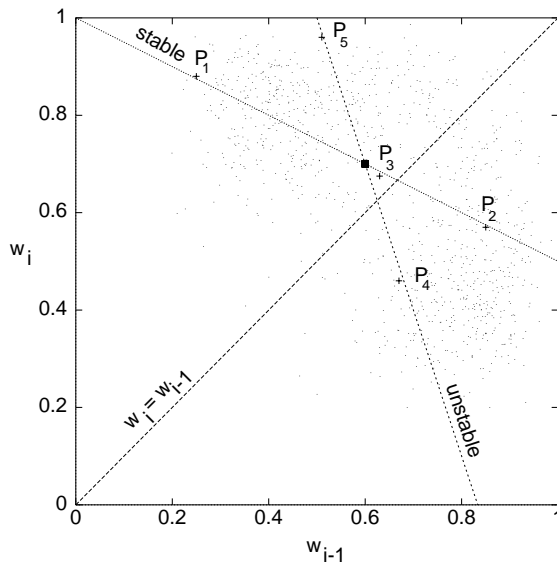


Figure 1: Geometrical definition of an UPO candidate in a time series  $w_i$ : the dots are the data points, the crosses denote the sequence of points associated with an UPO ( $P_1, P_2, P_3$ : stable direction;  $P_3, P_4, P_5$ : unstable direction), the square (intersection point) is the candidate for the unstable fixed point which is close to the line of identity  $w_i = w_{i-1}$ .

iv. Calculation of the statistical significance:

Since sequences with the properties (A)-(D) in the previous item can also occur by chance in a time series, we check the robustness of the method by applying the concept of surrogate data [15]. The statistical significance for the number of UPOs can be defined by comparing the original data with a large number of surrogate data files. Therefore, we count the number of UPOs in the original data,  $N$ , and in the surrogate data,  $N_s$ , and compute the statistical significance [11]:

$$K = \frac{N - \langle N_s \rangle}{\sigma_s}, \quad (2)$$

where  $\sigma_s$  is the standard deviation of  $N_s$  and  $\langle N_s \rangle$  the mean value of  $N_s$  over all surrogate data files. For Gaussian distributions  $K \geq 3$  is equivalent to a confidence level of 99% to reject the null hypothesis that the original data are linear in the sense that they do not contain a significant number of UPO candidates. Our surrogate data are generated by phase randomization and amplitude adjustment of the original data [15], so that the linear correlations as well as the statistical properties of the data are conserved.

v. Extraction of a characteristic length scale:

Applying steps ii. and iii. on each time series of the set  $\{w_i\}_R$  from i. yields a function  $K(R)$ . For this function we have to define selection rules to extract the characteristic length scale, e.g.  $K$  has to be maximum and above a certain threshold.

### 3 Analysis of model data

In this section we illustrate the efficiency of our method. Therefore, we consider a special kind of couple map lattices [16], the coupled tent maps. A tent map [17] is given by the formula

$$f(u) = 1 - 2|u - \frac{1}{2}|. \quad (3)$$

The field  $u$  depends on the discrete time  $t_i$  and the discrete spatial coordinates  $x$  and  $y$ . The dynamics of the field is given by a linear operator  $\hat{D}$ :

$$u(x, y, t_{i+1}) = \hat{D}f(u(x, y, t_i)) \quad (4)$$

For  $\hat{D}$  we choose a diffusion operator with an 8-neighbour coupling, which is approximately isotropic [18]

$$\begin{aligned} \hat{D}u(x, y) &= (1 - \frac{5}{4}\varepsilon)f(u(x, y)) \\ &+ \frac{1}{4}\varepsilon[f(u(x-1, y)) + f(u(x+1, y)) + f(u(x, y-1)) + f(u(x, y+1))] \\ &+ \frac{1}{16}\varepsilon[f(u(x-1, y-1)) + f(u(x-1, y+1)) \\ &+ f(u(x+1, y-1)) + f(u(x+1, y+1))] \end{aligned} \quad (5)$$

with the coupling strength  $\varepsilon \in [0, 0.8]$ . The simulation starts with random numbers  $u(x, y, 0) \in [0, 1]$  and evolves, until a statistically stationary state is reached. Then the time series with 1000 data points, respectively, are generated. For a randomly chosen point  $\vec{x}_0 = (x_0, y_0)$  a set of time series  $\{w_i\}_R$  corresponding to different spatial scales  $R$  is produced:

$$w_i = \langle u(x, y, t_i) \rangle_{|\vec{x} - \vec{x}_0| \leq R}. \quad (6)$$

For each time series we now compute the significance  $K$  for the existence of unstable periodic orbits from Eq. (2). To suppress statistical fluctuations, we repeat this process for 100 points  $\vec{x}_0$  and compute the mean significance for each scale.

In Fig. 2 we show the dependence of the significance for UPOs on the length scale for three different values of the coupling  $\varepsilon$ . Each curve has a maximum significance for the smallest scale and decreases for increasing scale size due to the increasing degree of spatial averaging. Therefore, note that the system is completely deterministic and the dynamics on the smallest scale, which includes only one point, is not affected by averaging. Consequently, this scale yields the highest degree of determinism. Comparing the results for different values of  $\varepsilon$  we observe a rapid fall-off for  $\varepsilon = 0.30$  in contrast to a slower fall-off for stronger couplings. This is

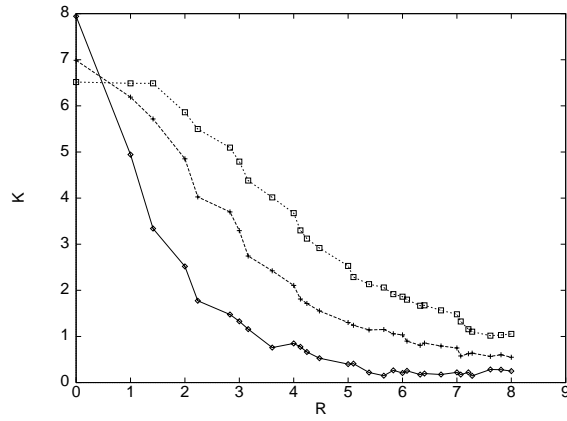


Figure 2: Significance  $K$  (Eq. 2) as a function of the spatial scale for the homogeneous tent map model for different values of the coupling:  $\varepsilon = 0.30$  (solid line),  $\varepsilon = 0.55$  (dashed line),  $\varepsilon = 0.80$  (dotted line).

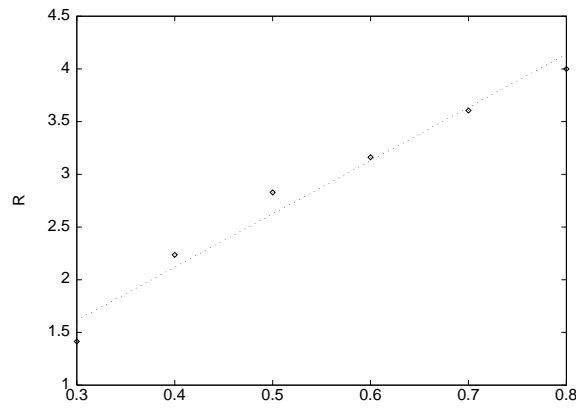


Figure 3: Relationship between the scale size, where the significance for the existence of UPOs decreases below  $K_{th} = 4.0$ , and the coupling  $\varepsilon$  of the CML; dotted line: linear fit.

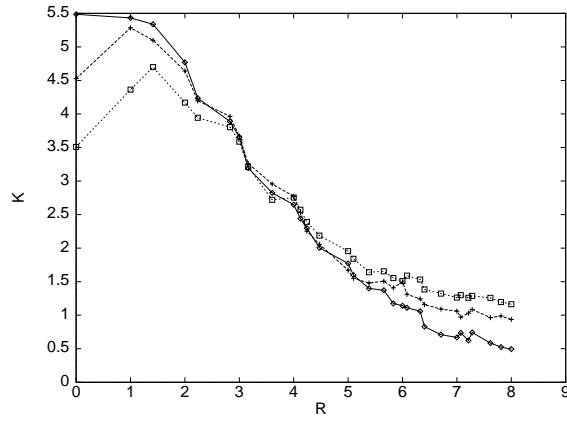


Figure 4: Significance  $K$  as a function of the spatial scale for the inhomogeneous tent map model for different values of the coupling:  $\varepsilon = 0.70$  (solid line),  $\varepsilon = 0.75$  (dashed line),  $\varepsilon = 0.80$  (dotted line).

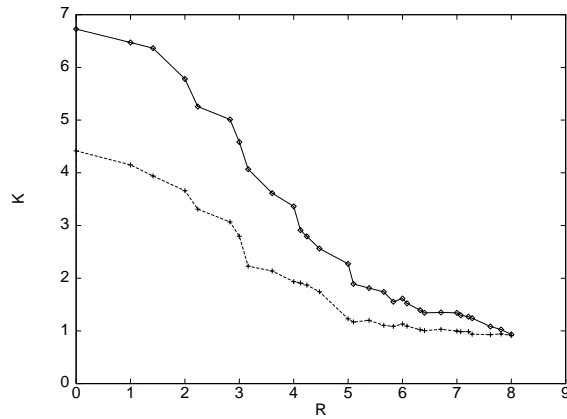


Figure 5: Influence of external noise (Eq. 8) on the homogeneous tent map model with  $\varepsilon = 0.7$  for  $\eta = 0$  (solid line) and  $\eta = 10\%$  (dashed line).



reasonable, since weakly respectively strongly coupled systems should provide small respectively large characteristic length scales. Thus, the detection of UPOs can be used to measure coupling strengths in the spatiotemporal system. In Fig. 3 we plot the scale, for which  $K$  decreases below an (arbitrary) threshold of  $K_{th} = 4.0$  versus the coupling strength  $\varepsilon$ . The figure shows that the relationship between coupling strength and scale size is approximately linear.

However, this model is far away from describing natural systems, rather it can be considered as a toy model. In order to mimic an important feature of several natural systems we now simulate the occurrence of inhomogeneous spatial patterns. Such patterns can be observed e.g. in earthquake data (see Sec. 4), where different spatial regions yield different levels of seismicity due to the local tectonics. As a simple approach to introduce inhomogeneities in our toy model we replace 1000 randomly chosen grid nodes  $(x, y)$  by 0:  $u(x, y, t) \equiv 0$  for all times  $t$ . Fig. 4 shows the results analogous to Fig. 2 for the inhomogeneous tent map model with  $\varepsilon = 0.70, 0.75$  and  $0.80$ . Below  $\varepsilon = 0.70$  we observe no qualitative difference in comparison with the homogeneous model. The existence of inhomogeneities attacks predominantly the smallest scales, because the average is carried out only for a few grid nodes in contrast to large scales, where the influence of the inhomogeneities decreases with respect to the large number of grid nodes in the average. Thus, the significance is suppressed for small scales. In between these small scales, on the one hand, and the large scales, where averaging suppresses determinism, on the other hand, we now observe a scale with maximum significance for the existence of UPOs. This is a characteristic length scale in the sense of the previous section. Note that the significance on small scales is much more suppressed for systems with intrinsic stochasticity.

In summary, the technique proposed in Sec. 2 allows to extract characteristic spatial length scales from spatiotemporal data and measures coupling strengths from the corresponding system. Finally, we show that our method is robust with respect to external noise. Therefore, note that an orbit of the tent map (Eq. (3)) is only confined in  $[0, 1]$ , if the initial value  $u_0$  is in  $[0, 1]$ . Otherwise, the orbit moves off to  $-\infty$ . The diffusion operator (Eq. 5) holds  $\hat{D}f(u(x, y, t)) \in [0, 1]$  for all time  $t$ , but external noise can violate this condition. For the following calculation we, thus, use modified tent maps [18] defined by

$$\tilde{f}(u) = \max[-b, (1 - 2|u - \frac{1}{2}|)], \quad b = 0.025. \quad (7)$$

If a point sequence leaves the interval  $[0, 1]$  due to noise, the (stable) fixed point  $u_f = -b$  is visited and, in the next step, the orbit moves away from  $u_f$ , again due to noise. The external noise is added according to

$$\tilde{f}_n(u) = \tilde{f}(u) + \eta\delta, \quad (8)$$

where  $\eta$  is the standard deviation of the external noise and  $\delta$  is an uncorrelated Gaussian distributed random variable.

For noise levels up to  $\eta \approx 20\%$  the significances decrease as a consequence of the noise, but the shapes of the curves remain similar. Above this threshold the occurrence of UPOs is not significant. As an example we show in Fig. 5 the results for the homogeneous lattice ( $\varepsilon = 0.70$ ) with  $\eta = 0$  and  $\eta = 10\%$ . In conclusion, the method is robust with respect to moderate external noise.

## 4 Analysis of earthquake data

As a dynamically rich and interesting subject, we apply this approach to earthquake data, which are an example for a natural system with complex dynamics; for an overview see [19]. Here we only mention the famous Gutenberg–Richter law [20]

$$\log_{10} N = a - bM, \quad (9)$$

where  $N$  is the number of earthquakes with magnitude greater than or equal to  $M$ . The “ $b$ -value” varies, dependent on the region, generally in the range  $0.8 \leq b \leq 1.2$  [21]. The constant  $a$  is a measure for the regional level of seismicity. The magnitude  $M$  is related to the energy  $E_s$  in the seismic waves [19] by

$$\log_{10} E_s = 5.24 + 1.44M. \quad (10)$$

The data, which are investigated here incorporate 11, 781 earthquakes recorded in Armenia between 1962 and 1996 [22]. Each earthquake is described by a four-dimensional vector consisting of time, longitude, latitude and magnitude. To avoid finite size effects, we have cut off a marginal region in space. The range for the latitude and the longitude is  $[39.2^\circ, 41.0^\circ]$  and  $[43.0^\circ, 46.0^\circ]$ , respectively, corresponding to a size of approximately  $200 \text{ km} \times 250 \text{ km}$ . The magnitude range is given by  $2.0 \leq M \leq 7.0$ .

Since the events are distributed very complex, i.e. not equidistant, in time and space, we need a pre-processing in order to generate time series analogous to Eq. (6). Therefore, we define a  $20 \times 20$ -square lattice in space and compute for each node  $\vec{x}_{0,j}$  the average energy  $E_s$  from Eq. (10) in an adjacent region represented by  $R$  and a time interval  $T_i = [t_i, t_{i-1}]$ :

$$w_i = \langle E_s(\vec{x}, t) \rangle_{|\vec{x} - \vec{x}_{0,j}| \leq R, t \in T_i} \quad (11)$$

with the notation from Eq. (6). In our investigations the time intervals have a length of 14 days. As we have found, the results do not depend sensitively on this parameter.

Figure 6 shows the significance for the existence of UPOs as a function of the scale  $R$  for the location of the magnitude-7–Spitak earthquake, which occurred on December, 7<sup>th</sup> 1988. This location is appropriate for the analysis of the local dynamics, because it is approximately isolated from the adjacent seismic regimes. First, the peak at  $R \approx 48 \text{ km}$  confirms clearly the existence of an intermediate spatial length scale with a high degree of nonlinear determinism. Second, the significance at this position is remarkably high ( $K \approx 8.0$ ). The probability that the occurrence of UPOs in the data is due to statistical fluctuation in a system with linear dynamics, is less than 0.1%. In contrast to this we cannot find such a length scale in other regions, although the level of seismicity is larger than average. An example is given in Fig. 7. To give an overview for the whole region covered by the earthquake catalogue we define the characteristic scale by the conditions that  $K$  is maximum and  $K \geq 3.0$ . The result (Fig. 8) exhibits regions with nonlinear determinism and provides the spatial length scales, where this can be observed with maximum significance.

The length scales from these investigations yield the highest degree of nonlinear determinism. For geophysical applications of our results we refer to techniques for the analysis of earthquake data, which are based on spatial clustering [23]. In such approaches a spatial ball size is required. Instead of an ad-hoc definition of this ball size, our technique allows to determine this parameter from dynamical reasons.

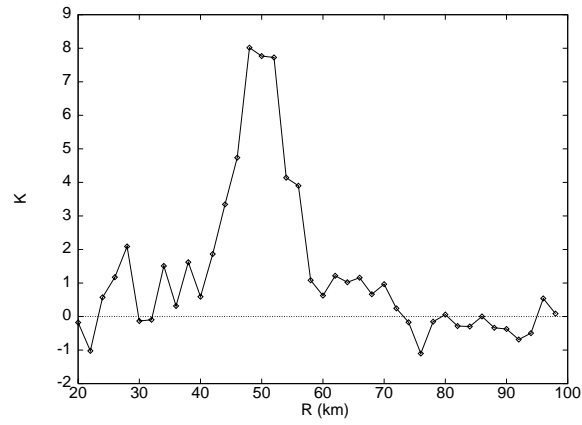


Figure 6: Significance  $K$  as a function of the spatial scale for  $\vec{x}_0 = (40.92^\circ, 44.22^\circ)$  (location of  $M7$ –Spitak earthquake).

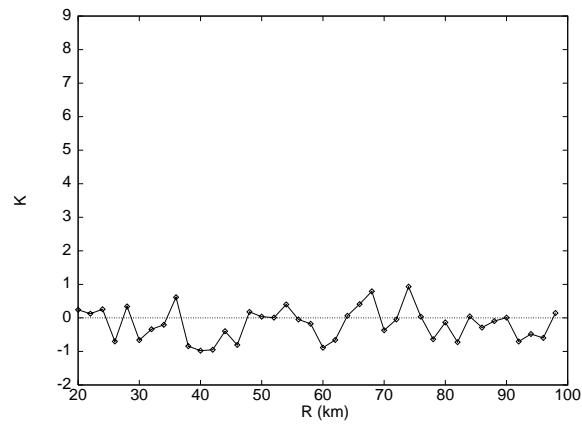


Figure 7: Significance  $K$  as a function of the spatial scale for  $\vec{x}_0 = (40.00^\circ, 43.10^\circ)$ .

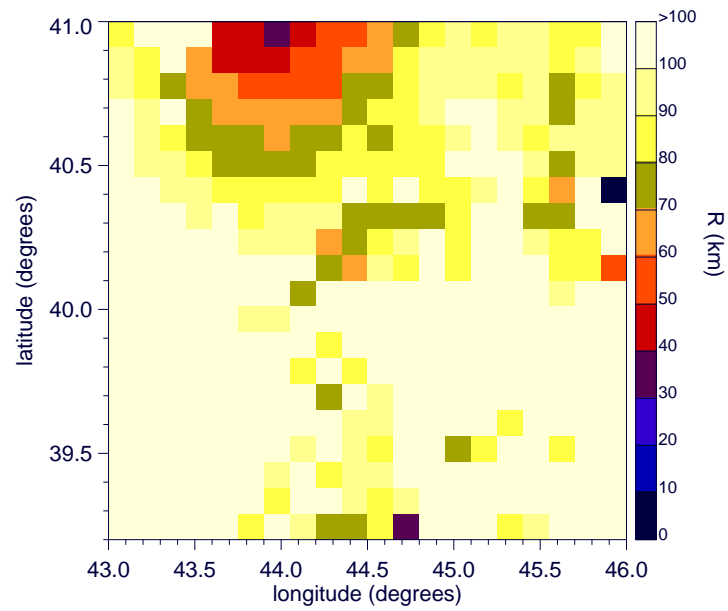


Figure 8: Spatial distribution of characteristic length scales for the Armenia earthquake catalogue. The colour denotes the characteristic scale, which is defined by the conditions that  $K$  is maximum and  $K \geq 3$  for each  $\vec{x}_0$ , respectively.

## 5 Summary and Outlook

We have presented a new technique to quantify the dynamics of spatially extended systems. The main idea is to check whether it exists an intermediate spatial scale between the noisy micro-scales and the large scales, where the interesting dynamics is suppressed by averaging effects. This intermediate scale is then characterized by a maximum of nontrivial determinism and it represents the appropriate length scale, on which important features of the underlying dynamics can be observed. To extract the characteristic length scale from the data, we look for unstable periodic orbits in time series corresponding to different scales. The occurrence of such orbits is a measure for nonlinear determinism. The scale with the highest significance, with respect to the condition that  $K$  is above a certain threshold, can be considered as the characteristic length scale. The statistical significance is derived from a comparison of the original data with appropriate surrogate data.

Our calculations show that intermediate scales with deterministic dynamics in the sense as mentioned above exist in numerically generated data from a CML. We have investigated two simple models: a homogeneous and an inhomogeneous lattice of coupled tent maps. The homogeneous model shows first that nonlinear determinism decreases with increasing scale size, and second that this decrease correlates with the coupling in the model. The latter one shows that spatial inhomogeneities suppress determinism on small scales. Furthermore, we have shown that the scale size correlates nearly linear with the coupling strength in the model. The robustness of the method with respect to noise has been verified numerically. These results are encouraging for the application of our technique to other, more complicated physical models.

In the second part of the work, we have detected characteristic length scales in earthquake data as an example for a natural system. In some spatial regions we have observed clear maxima for the significance as a function of the scale size. Moreover, the statistical significance reaches values which correspond to a probability of more than 99.9% to reject the null hypothesis.

One has to keep in mind, however, that our approach is still very general and should be refined for special applications, e.g. by using more complicated windows than circles. This would be well-adapted for the study of spatial inhomogeneities. Another possible refinement of our method is the use of different kinds of surrogate data. The appropriate choice depends on the null hypothesis under consideration. Since we have focused on nonlinear correlations in our work, we have used phase randomized surrogates. For the detection of correlations in general, one may generate surrogates simply by shuffling the original data.

In summary we believe that our technique is promising for the analysis of a large variety of spatially extended dynamical systems.

## Acknowledgement

The authors are grateful to C. Grebogi, J. Zschau and A. H. Martirosyan for stimulating discussions. We thank A. H. Martirosyan also for the Armenia earthquake data.

## References

- [1] P. Grassberger, T. Schreiber and C. Schaffrath. Nonlinear Time Sequence Analysis, *Intern. J. Bif. Chaos* **1**, 521–547 (1991); H. Kantz and T. Schreiber. *Nonlinear time series analysis*. Cambridge University Press (1997).
- [2] E. Ott, T. Sauer and J. A. Yorke (eds.). *Coping with Chaos*. John Wiley & Sons, New York (1994).
- [3] M. P. Hassel, H. Comins and R. M. May. Species coexistence and self-organizing spatial dynamics, *Nature* **370**, 290–292 (1994); M. A. Nowak and R. M. May. Evolutionary games and spatial chaos, *Nature* **359**, 826–829 (1992).
- [4] M. Hämäläinen, R. Hari, R. J. Illmoniemi, J. Knuutila and O. V. Lounasmaa. Magnetoencephalography – theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 413–498 (1993).
- [5] G. Rossi. Fractal Analysis as a Tool to Detect Seismic Cycle Phases, in *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*, ed. J. H. Kruhl, Springer-Verlag, Berlin (1994), pp. 169–179.
- [6] C. K. Chui. *An Introduction to Wavelets*. Academic Press, Boston (1992).
- [7] C. Uhl, R. Friedrich and H. Haken. Analysis of spatio-temporal signals of complex systems, *Phys. Rev. E* **51**, 3890–3900 (1992).
- [8] D. A. Rand. Measuring and characterizing spatial patterns, dynamics and chaos in spatially extended dynamical systems and ecologies, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **348**, 497–514 (1994).
- [9] D. A. Rand and H. B. Wilson. Using spatio-temporal chaos and intermediate-scale determinism to quantify spatially extended ecosystems, *Proc. R. Soc. Lond. B* **259**, 111–117 (1995).
- [10] H. Haken. *Synergetics*. Springer-Verlag, Berlin (1988).
- [11] X. Pei and F. Moss. Characterization of low-dimensional dynamics in the crayfish caudal photoreceptor, *Nature* **379**, 618–620 (1996).
- [12] S. J. Schiff, K. Jerger, D. H. Duong, T. Chang, M. L. Spano and W. L. Ditto. Controlling chaos in the brain, *Nature* **370**, 615–620 (1994).
- [13] P. So, E. Ott, S. J. Schiff, D. T. Kaplan, T. Sauer and C. Grebogi. Detecting Unstable Periodic Orbits in Chaotic Experimental Data, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4705–4708 (1996).
- [14] P. Schmelcher and F. K. Diakonou. Detecting Unstable Periodic Orbits of Chaotic Dynamical System, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4733–4735 (1997).
- [15] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian and J. D. Farmer. Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, *Physica D* **58**, 77–94 (1992); J. Theiler, B. Galdrikian, A. Longtin, S. Eubank and J. D. Farmer. Using surrogate data to detect nonlinearity in time series, in *Nonlinear Modeling and Forecasting. SFI Studies in the Sciences of Complexity*, eds. M. Casdagli and S. Eubank, Proc. Vol. XII, Addison Wesley, pp. 163–188 (1992).

- [16] K. Kaneko (ed.). *Theory and Applications of Coupled Map Lattices*. Wiley, Chichester (1993).
- [17] E. Ott. *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge University Press (1993).
- [18] O. Rudzick, A. Pikovsky, C. Scheffczyk and J. Kurths. Dynamics of chaos-order interface in coupled map lattices, *Physica D* **103**, 330–347 (1997).
- [19] D. L. Turcotte. *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> ed. (1997).
- [20] B. Gutenberg and C. F. Richter. Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **46**, 105–145 (1954).
- [21] C. Frohlich and S. D. Davis. Teleseismic b-values; or, much ado 1.0, *J. Geophys. Res.* **98**, 631–644 (1993).
- [22] A. H. Martirosyan. Armenia Earthquake Catalogue, *unpublished*, GeoForschungsZentrum Potsdam (1997).
- [23] J. Zschau, W. Welle, A. Ates and H. Berkhemer. SEISMOLAP: A new approach to prediction, in: *Earthquake prediction: state-of-the-art*, (Council of Europe, EMSC), pp. 585–606 (1991).





## **B.2 Using spatiotemporal surrogate data for a statistical assessment of precursory seismic quiescence in Armenia**

Titel: Using spatiotemporal surrogate data for a statistical assessment of precursory seismic quiescence in Armenia  
Autoren: G. Zöller, S. Hainzl und J. Kurths  
Vorgesehen für: *Journal of Seismology*

## Using spatiotemporal surrogate data for a statistical assessment of precursory seismic quiescence in Armenia

G. Zöller ([gert@ik.uni-potsdam.de](mailto:gert@ik.uni-potsdam.de)), S. Hainzl & J. Kurths

*Institute of Physics, University of Potsdam, POB 60 15 53, 14415 Potsdam, Germany*

J. Zschau

*Division for Solid Earth's Physics and Disaster Research, GeoForschungsZentrum Potsdam, Telegrafenberg A 17, 14473 Potsdam, Germany*

January 7, 1999

**Abstract.** We propose a new technique in order to estimate statistical significances for seismic quiescence. The algorithm SEISMOLAP, which was designed for the quantification of quiescence, is combined with a concept of surrogate data for spatiotemporal systems. For a fixed geographical location, we test the null hypothesis that the application of SEISMOLAP yields the same results for both, the earthquake data itself and the surrogate data. A gridding technique allows to investigate the entire spatial volume covered by a certain earthquake catalog. As a result we get a significance  $K(\vec{x}, t)$  for seismic quiescence as a function of space and time. A point  $(\vec{x}, t)$  is considered as quiet, if  $K(\vec{x}, t)$  exceeds a threshold value  $K^{(99)}$  such that the null hypothesis is rejected with a probability of  $p \geq 99$  p.c.. Because earthquake clusters like aftershocks and swarm events generate erroneous quiescence, we also investigate declustered catalogs and discuss the influence of the clusters.

Applying this method to an earthquake catalog from Armenia, we observe several cases of seismic quiescence before mainshocks. These quiescence periods occur in the original data as well as in the declustered data. Using alarm conditions we find that quiescence periods and mainshocks are correlated “better-than-chance”.

As an illustrative example, we finally focus on the M7, 1988, Spitak earthquake and find that this event was preceded by a quiescence of approximately 2.5 years located north of the epicenter with a maximum extension of 80 km.

**Keywords:** seismic quiescence, statistical methods, earthquake prediction

### 1. Introduction

Seismic quiescence, which has been reported firstly by Mogi (1969), is well known as a promising candidate for an intermediate-term precursor to large earthquakes (Habermann, 1988; Wyss and Habermann, 1988a, 1988b; Ogata, 1992; Wyss and Dmowska, 1997). It extends typically over the rupture zone of the subsequent mainshock and lasts for several years. Seismic quiescence has already been the basis for successful predictions of earthquakes (Ohtake et al., 1977, 1981; Wyss and Burford, 1987). In this work, we present a statistical assessment of precursory seismic quiescence and estimate correlations with mainshocks. However, we do not want to participate in the discussion about predictability of earthquakes (Geller et al., 1997; Wyss, 1997).

The detection of quiescence in earthquake catalogs is not straightforward due to the following reasons: (1) The occurrence of seismicity rate variations in earthquake data is “a complex mixture of real and man-made changes” (Habermann, 1987). The latter mostly arise from network changes and systematic changes in magnitudes. (2) The significance of an observed signal, e.g. a seismic quiescence, depends on the data quality as well as on the statistical testing procedure itself. For instance, the detection of quiescence becomes critical, if the background seismicity is too low. (3) A proper definition of the (null) hypothesis is required. The present work mainly deals with points (2) and (3). For the discrimination between real and “man-made” changes we refer to Habermann (1987, 1991).



Wyss and Habermann (1988a) define seismic quiescence by a decrease of the mean seismicity rate compared with the preceding background rate in the same crustal volume and an overlap of the quiet volume with the source volume of the associated mainshock. To estimate statistical significances for quiescence, Wyss and Habermann (1988a) apply the concept of  $z$ -value statistics (Habermann, 1988) and verify in several case histories that major earthquakes have been preceded by significant seismic quiescence (Wyss and Burford, 1987; Wyss and Habermann, 1988a; Wyss et al., 1995). In contrast to this result, Reasenbergh and Matthews (1988) conclude from the analysis of 37 shallow earthquakes in California and Japan that “no evidence is found in the cases studied for a systematic, widespread, or reliable pattern of quiescence prior to the mainshocks.”

A new approach to quantify seismic quiescence is the algorithm SEISMOLAP, which has been recently proposed by Zschau (1996). SEISMOLAP measures directly the clustering of earthquakes by computing a weighted sum instead of the mean value of the events in a certain space and time window ( $S_1$ -value). The amplitudes decrease with increasing distance in space and time. The inverse of  $S_1$ , called  $S_2$ -value, is a measure for quiescence. A statistical measure, the  $S_3$ -value is derived by computing the probability distribution of the  $S_2$ -values in a statistics window in the past, using the Pierson type III distribution. However, due to clustering and inhomogeneous reporting the data are highly instationary and consequently, the results depend significantly on the size of the statistics window.

A common problem of all approaches mentioned above is the large number of parameters needed for the analysis, e.g. space and time windows, magnitude cutoff and parameters coming from data pre-processing like declustering (Reasenbergh, 1985). Since the quiescence signal depends on these parameters, the separation of precursory quiescence and artificial rate decreases is not clear. Furthermore, the definitions, e.g. for duration and extension of the quiescence, are arbitrary. A reasonable definition of quiescence depends strongly on the “normal” level of seismicity, i.e. it depends on the microearthquake activity in the case where no mainshock is in preparation.

The main idea in this work is to use randomized earthquake data to compute significances for seismic quiescence (Theiler et al., 1992). This approach is based on the bootstrap techniques, which are well-known in time series analysis (Kantz and Schreiber, 1997). In this context, we test the null hypothesis that the SEISMOLAP function of real earthquakes can be modeled by randomized ones. Although this approach also contains some parameters, we expect a higher degree of robustness for the results, because each  $S_2$ -value of the original data can be compared with a mean value of a large number of random data. Moreover, we do not consider quiescence prior to single earthquakes, rather we investigate a period of about 16 years, which contains eight earthquakes with magnitude  $M \geq 5.0$ . In contrast to detailed case histories, this method does not attempt to determine exactly the begin, duration and location of precursory seismic quiescence. Instead, we focus on the question, if different periods of precursory quiescence show common features.

## 2. Data and Method

### 2.1. THE DATA

We investigate an earthquake catalog for the Armenia region ( $38.2^\circ - 42.0^\circ N / 42.0^\circ - 47.0^\circ E$ ), which has been recorded by the National Survey for Seismic Protection of the Republic of Armenia between 1962 and 1996. Armenia and the adjacent regions are characterized by a diffusive distribution of earthquake epicenters which is due to the typical mosaic-block structure formed by several differently orientated faults (Balassanian et al., 1997).

The data set contains time, coordinates of the epicenter and magnitude for the total number of 11,781 events with  $M \geq 2.0$ . The depths are not taken into account. The epicenters are calculated to the nearest  $0.1^\circ$ .

Figure 1 shows the frequency magnitude relationship (Gutenberg and Richter, 1954) for the catalog. A straight line with a Richter- $b$ -value of  $b = 0.98$  fits the distribution. From this figure we conclude that homogeneous reporting is approximately guaranteed for  $M \geq 2.2$ . Thus, we introduce the magnitude cutoff  $M_c = 2.2$ . The remaining 9,314 events are the basis for the further investigations.

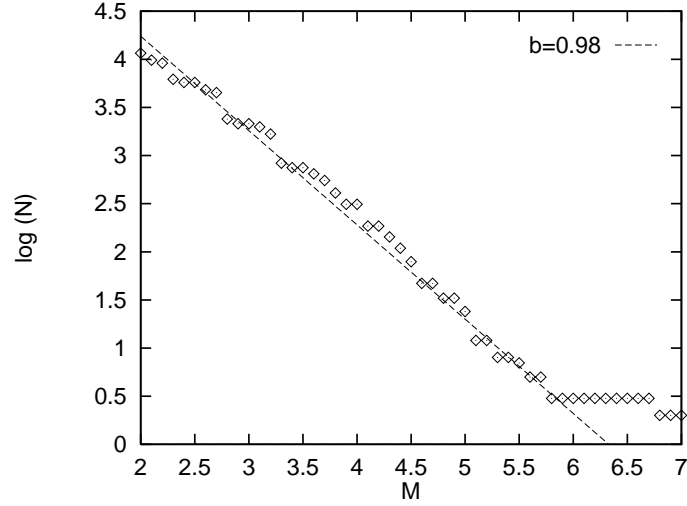


Figure 1. The frequency magnitude relation (Gutenberg–Richter law) for the Armenia data. The solid line is a fit for  $b = 0.98$  (Richter  $b$ -value).

## 2.2. THE SEISMOLAP ALGORITHM

For the quantification of seismic quiescence, we use the algorithm SEISMOLAP (Zschau, 1996, Zschau et al., 1996). Here we only give a brief description of SEISMOLAP:

1. The function  $S_1(\vec{x}, t)$  is defined as the weighted sum of all earthquakes occurred at time  $T_i$  with epicenter  $\vec{X}_i$  in the past ( $T_i \leq t$ ):

$$S_1(\vec{x}, t) = \sum_{T_i < t} w^{space}(\vec{x}, \vec{X}_i) w^{time}(t, T_i), \quad (1)$$

The spatial weight  $w^{space}(\vec{x}, \vec{X}_i) = V(\vec{x}, \vec{X}_i)/(\pi R^2)$  contains the overlap volume  $V(\vec{x}, \vec{X}_i)$  of two circles with the same radius  $R$  surrounding the epicenter  $\vec{X}_i$  and the point  $\vec{x}$ :

$$V(\vec{x}, \vec{X}_i) = R^2 \cdot \begin{cases} 2 \arccos\left(\frac{r_i}{2R}\right) - \sin\left[2 \arccos\left(\frac{r_i}{2R}\right)\right], & r_i \leq 2R \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \quad (2)$$

where  $r_i = |\vec{x} - \vec{X}_i|_S$  is the distance on the sphere. In contrast to the original version of SEISMOLAP, which is illustrated in Figure 2, we use circles instead of squares. Although the results do not depend significantly on this choice, we favour a spherical symmetry for our investigations.

The time weight  $w^{time}(t, T_i)$  is a piecewise linear function:

$$w^{time}(t, T_i) = \begin{cases} 1 - \frac{t-T_i}{T}, & 0 \leq t - T_i \leq T \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (3)$$

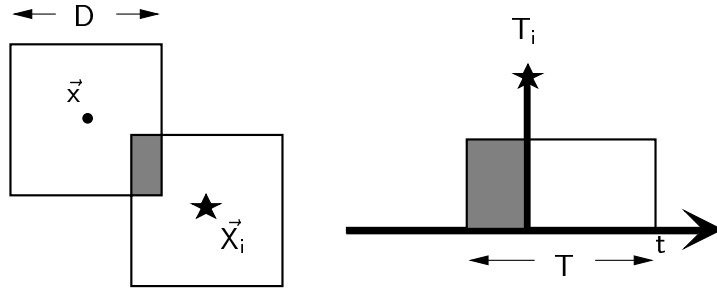


Figure 2. Visualization of SEISMOLAP for a location  $\vec{x}$  and a time  $t$ : The spatial weight at  $\vec{x}$  is given by the overlap volume of the squares (original version), the temporal weight is a ramp function.

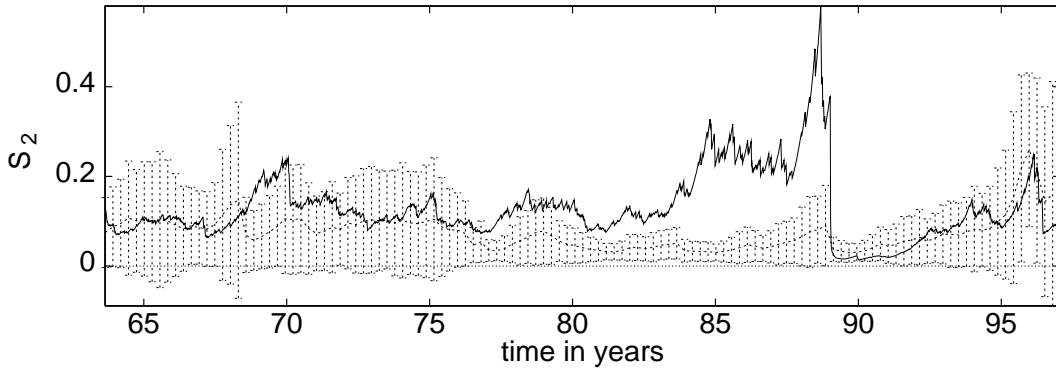


Figure 3. The SEISMOLAP function  $S_2(t)$  at the location of the M7 Spitak earthquake on 7 December 1988. The solid line results from the original earthquake catalog. The dashed line is the average of 100 surrogate catalogs, each generated by scrambling the original data. The errorbars denote three standard deviations:  $\langle S_2^{sur} \rangle \pm 3\sigma^{sur}$ .

2. The inverse of  $S_1$  is a measure for seismic quiescence:

$$S_2(\vec{x}, t) = 1/S_1(\vec{x}, t). \quad (4)$$

As an example, we calculate the function  $S_2(\vec{x}, t)$  at the location  $\vec{x} = (40.92^\circ N, 44.22^\circ E)$  of the M7 Spitak earthquake (8 December 1988) with  $2R = 60 \text{ km}$  and  $T = 600 \text{ days}$  (see Figure 3). The curve shows several peaks indicating less seismic activity. However, we have to discriminate statistical fluctuations from real quiescence. Therefore, we have generated 100 synthetic earthquake catalogs by randomizing the spatiotemporal correlations in the data. In particular, we have shuffled the epicenters as a function of the time:  $(t_i, \vec{x}_i) \rightarrow (t_i, \vec{x}_{rand(i)})$ , where  $rand(\cdot)$  maps the index  $i$  on a randomly selected index  $j$ . The dashed line in Figure 3 shows the average of  $S_2$  over the 100 synthetic catalogs; the errorbars indicate three standard deviations:  $\langle S_2^{sur} \rangle \pm 3\sigma^{sur}$ . The comparison of both curves shows that only before the Spitak earthquake,  $S_2$  deviates significantly from the “normal” seismicity, which is assumed to be given by the synthetic earthquake data.

### 2.3. THE NULL HYPOTHESIS

A proper definition of a null hypothesis is not straightforward (Stark, 1997; Kagan, 1997). In this paper, we construct the null hypothesis simply by randomizing the times and the locations of the earthquakes in the original catalog, so that the spatiotemporal correlations in the data are destroyed. This technique is convenient, because the null hypothesis is derived directly from the data set itself (Theiler et al., 1992) such that the statistical structure of the data is preserved. In detail, we define the following null hypothesis for seismic quiescence:

*Null Hypothesis.* The function  $S_2(\vec{x}, t)$  for real earthquakes can be modeled by  $S_2^{sur}(\vec{x}, t)$  obtained from surrogate earthquake data with randomized dynamics but the same statistical properties.

An important property of the surrogate data is the conservation of the event distributions, i.e. the time distribution and the spatial distribution of earthquakes. Consequently, the frequency magnitude relation (Gutenberg and Richter, 1954) is preserved. Only the dynamics is randomized by scrambling the epicenters and thus, destroying the spatiotemporal correlations. The main advantage of this technique is that important constraints of the earthquake data are untouched. This is in contrast to the use of synthetic data for the null hypothesis, e.g. a random Poisson process (Kagan and Vere-Jones, 1996). In general, it is a difficult procedure to include constraints like spatial inhomogeneities in a stochastic process.

However, the surrogate data have to be considered carefully. Therefore, note that the original data, which are the basis for the randomization, are not uniformly distributed; they contain either aftershocks and other clusters like earthquake swarms. These clusters are distributed over the entire catalog by the randomization. As a consequence, the seismic rate increases outside the cluster volume and artificial quiescence is measured almost everywhere, when original data and surrogate data are compared. There are two methods to deal with the cluster problem (Kagan and Vere-Jones, 1996): (A) declustering the earthquake catalog and (B) using a null hypothesis which explicitly includes clustering. Both techniques are related to additional parameters, since they depend on the definition of a cluster. With respect to the latter method, we introduce a special kind of randomization, which is performed by a sequence of transpositions of two events,  $i \leftrightarrow j$ . First an event  $i$  is picked up randomly from the catalog. For a uniform randomization the probability that  $i$  is exchanged with  $j$ , is independent of  $i$  and  $j$ :  $p_{ij} = 1/n$ , where  $n$  is the total number of earthquakes in the catalog. In contrast to this, we use a Gaussian probability distribution for a modified null hypothesis:

$$p_{ij} \sim e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r_{ij}}{r_0}\right)^2}, \quad (5)$$

where  $r_{ij}$  is the distance of the epicenters of  $i$  and  $j$ ; the parameter  $r_0$  is set to  $r_0 = 50 \text{ km}$ . This technique favours a more localized randomization. Although the influence of the clusters decreases, artificial quiescence is still present. This is not surprising, because the spatial extension of most clusters is less than the typical distance  $r_0$ . On the other hand,  $r_0$  can not be chosen arbitrarily small, because the total number of events is relatively small and inhomogeneously distributed. Therefore, we also make use of the method proposed by Kagan and Vere-Jones (1996). Declustered catalogs are created to identify quiet periods, which are artificial. Applying the decluster algorithm of Reasenber (1985) with the parameters from Arabasz and Hill (1996), a data set of 7892 events with  $M \geq 2.2$  remains.

Note that the declustering is an additional pre-processing of the data and thus independent of the randomization. In the next section, we describe the test of the null hypothesis. The testing procedure is then applied to the original earthquake catalog including clusters as well as to the declustered catalog.

#### 2.4. TEST OF THE NULL HYPOTHESIS

The modeling procedure can be divided in four steps and is performed for the times  $t, t + \Delta T, t + 2\Delta T, \dots$ , where the time bin is set to  $\Delta T = 25 \text{ days}$ .

- (i) For a fixed location  $\vec{x}$  and a time  $t$  the set of all events that occurred before  $t$  is considered.
- (ii) For this reduced catalog,  $N$  surrogate data sets are created by randomization.
- (iii) The statistical significance

$$K(t) = \frac{S_2(t) - \langle S_2^{sur} \rangle(t)}{\sigma^{sur}(t)} \quad (6)$$

is calculated, where  $\langle S_2^{sur} \rangle(t)$  is the average of  $S_2$  over all surrogates and  $\sigma^{sur}(t)$  the corresponding standard deviation.

- (iv) Set  $t \rightarrow t + \Delta T$  and go back to item 1.

In order to detect precursory phenomena, only events from the past ( $T_i \leq t$ ) are used to model  $S_2$  at the time  $t$ . Due to statistical reasons, we have to guarantee that the number of events with  $T_i \leq t$  as well as the number of events within the space and time window of the SEISMOLAP algorithm is not too small. We hence, restrict our calculations – arbitrarily – to  $t \geq 1/1980$ , so that the past contains at least 4000 earthquakes with  $M \geq 2.2$  (3500 in the declustered catalog). Furthermore, we introduce the condition that for a location  $\vec{x}$  at least three events have to satisfy for each time  $t$  the conditions  $r_i \leq 2R$  and  $0 \leq t - T_i \leq T$  from Equations (2) and (3). Else, the modeling at the location  $\vec{x}$  is not taken into account.

The steps (i) to (iv) are performed for the nodes  $\vec{x}_j$  of a  $50 \times 50$  grid in space. To avoid boundary effects we consider a grid that covers only the central region in space ( $38.6^\circ - 41.6^\circ N / 42.8^\circ - 46.3^\circ E$ ). The SEISMOLAP parameters are  $2R = 60 \text{ km}$  and  $T = 600 \text{ days}$  in order to approximate quiescence episodes with intermediate size and duration; the time bin in item 4. is set to  $\Delta T = 25 \text{ days}$ . For each time step a number of  $N = 100$  surrogate data files is generated.

The aforementioned procedure provides the significance  $K(\vec{x}, t)$  as a function of space and time. To transform the significance into a probability, we have to consider the distribution of  $S_2$ -values. For Gaussian distributions a value of  $K \geq 3$  is equivalent to a probability  $p = 99 \text{ p.c.}$  to reject the null hypothesis. Because we cannot assume that  $S_2$  is Gaussian distributed, we create 100 surrogate data files by scrambling the entire earthquake catalog and compute for each time step  $t$  the distribution of  $S_2(t)$  for all  $\vec{x}$ . The value below which 99% of the results fall, is extracted from each distribution and the corresponding significance  $K^{(99)}(t)$  is calculated from equation (6). As a conservative approximation we choose  $K^{(99)} = \max_t K^{(99)}(t)$  as the threshold for rejecting the null hypothesis. For the original catalog, we find  $K^{(99)} = 12$  and for the declustered catalog  $K^{(99)} = 8$ .

Table I. Earthquakes in the Armenia region with  $M \geq 5.0$  in the time between 1/1980 and 12/1996. Event 4a is an aftershock of event 4.

No.	Date	Time	Latitude	Longitude	Magnitude
1	16.06.1982	13:49:02	41.00	43.90	5.0
2	20.09.1984	14:08:54	41.42	44.08	5.8
3	13.05.1986	08:44:00	41.45	43.70	5.6
4	07.12.1988	07:41:22	40.92	44.22	7.0
4a	07.12.1988	07:45:43	40.85	44.22	5.7
5	16.12.1990	15:45:40	41.32	43.69	5.1
6	06.10.1991	01:46:42	41.13	43.60	5.1
7	09.12.1992	20:29:43	40.10	45.19	5.0
8	24.09.1994	17:47:25	40.37	46.15	5.0

### 3. Data Analysis

#### 3.1. PERIODS OF SEISMIC QUIESCENCE IN THE ARMENIA REGION BETWEEN 1980 AND 1997

The technique introduced in the previous section is now applied to detect periods of seismic quiescence prior to mainshocks. Here, we investigate earthquakes with magnitudes  $M \geq 5.0$ . The original catalog with clusters contains nine such events including one aftershock in the time between 1980 and 1996. These earthquakes are listed in Table I. The aftershock (event 4a in Table I) is not considered as a mainshock in the further investigations.

In order to analyse temporal correlations between quiescence and mainshocks, we compute for each time step  $t$  the fraction  $V_Q$  of quiet grid nodes, namely of grid nodes with  $K \geq K^{(99)}$  (see Equation (6)). Figure 4 shows the results for the earthquake catalog including clusters (Figure 4(a)) and those for the declustered catalog (Figure 4(b)). The figure shows at least four different periods of quiescence. The results obtained for the original data and the declustered data have two main differences: first, the aforementioned artificial periods of quiescence after the mainshocks, which are due to the shuffled aftershock sequences in the surrogate data, are absent in the case of declustering. Second, the results for the declustered data show a quiescence in the beginning of 1983, which is not present in the original data.

Although quiescence periods before mainshocks are visible in some cases (see Figure 4), a systematic analysis is required to justify the statement that quiescence periods are correlated with large earthquakes. This problem is addressed in the next section.

#### 3.2. TEMPORAL CORRELATIONS BETWEEN QUIESCENCE PERIODS AND MAINSHOCKS

For a quantitative analysis of correlations between quiescence and mainshocks, we define alarm conditions. Afterward, we count the predicted events, the false alarms and the failures to predict. Finally, we have to compute the fraction of time, which is covered by alarm.

The alarm conditions have the following form:

- (A1) The alarm starts, if the fraction of the quiet volume  $V_Q(t)$  falls below the threshold  $V_{th}$  (time  $t_e$ ).
- (A2) The alarm lasts for  $T_A$ .



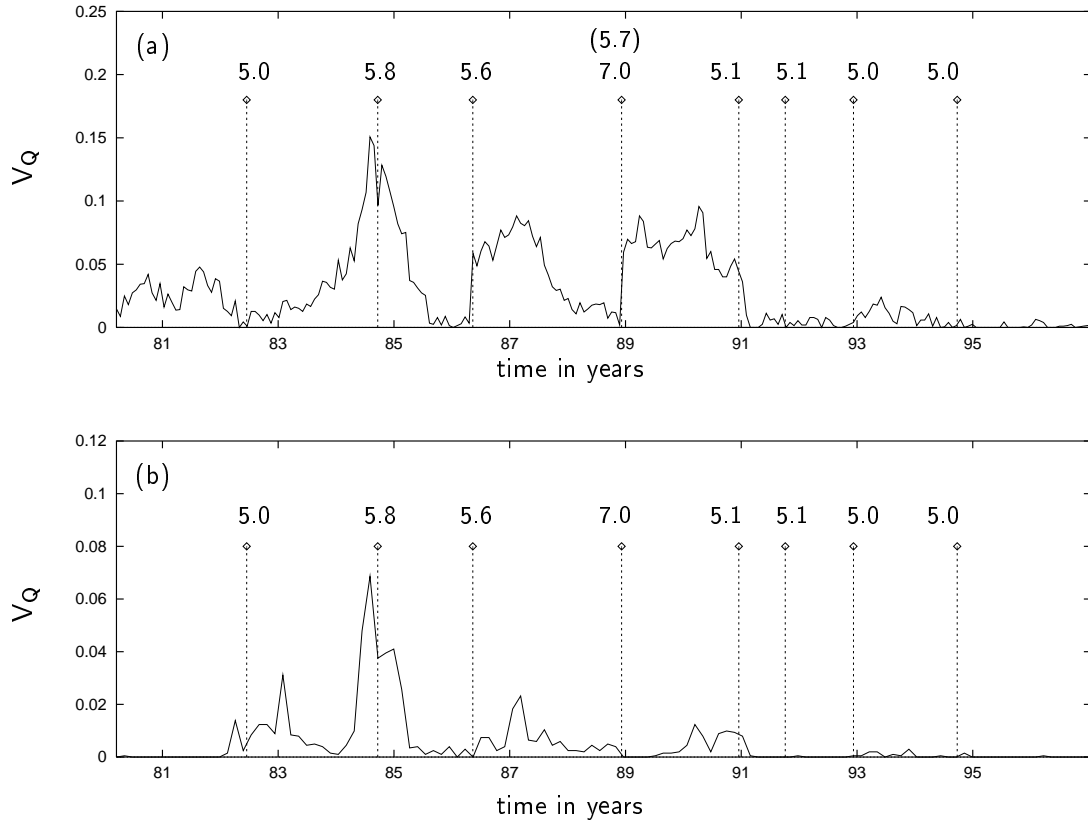


Figure 4. Fraction  $V_Q$  of the total volume covered by seismic quiescence ( $K \geq K^{(99)}$ ) for the original catalog without declustering (top) and the declustered catalog (bottom). The impulses apply to earthquakes with magnitude  $M \geq 5.0$ .

(A3) If condition (A1) is fulfilled during a running alarm, this alarm remains unchanged and no new alarm is issued.

A visualization of the alarm conditions is given in Figure 5.

These alarm conditions are connected with two additional parameters, the threshold volume  $V_{th}$  and the alarm duration  $T_A$ . An event is “predicted”, i.e. recognized by an alarm, if it takes place in an alarm interval  $[t_e; t_e + T_A]$ .

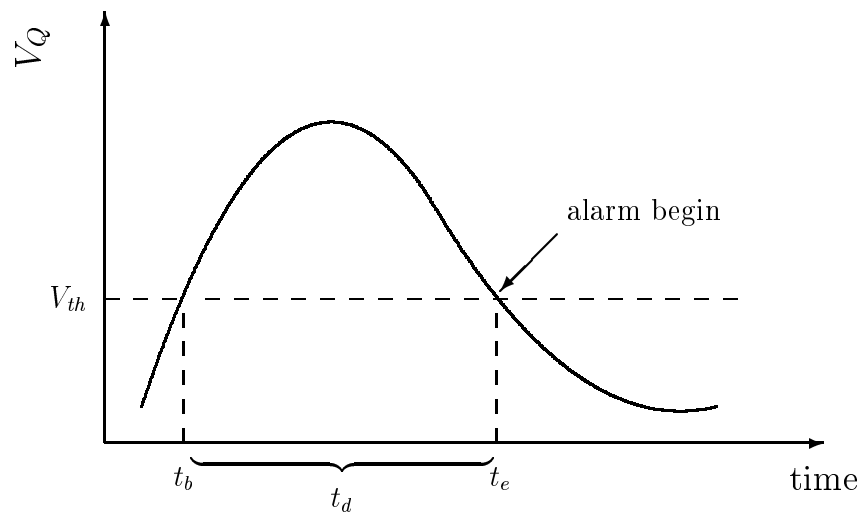


Figure 5. Pictorial definition of begin and end of a quiescence. An alarm is issued at the end of the quiescence.

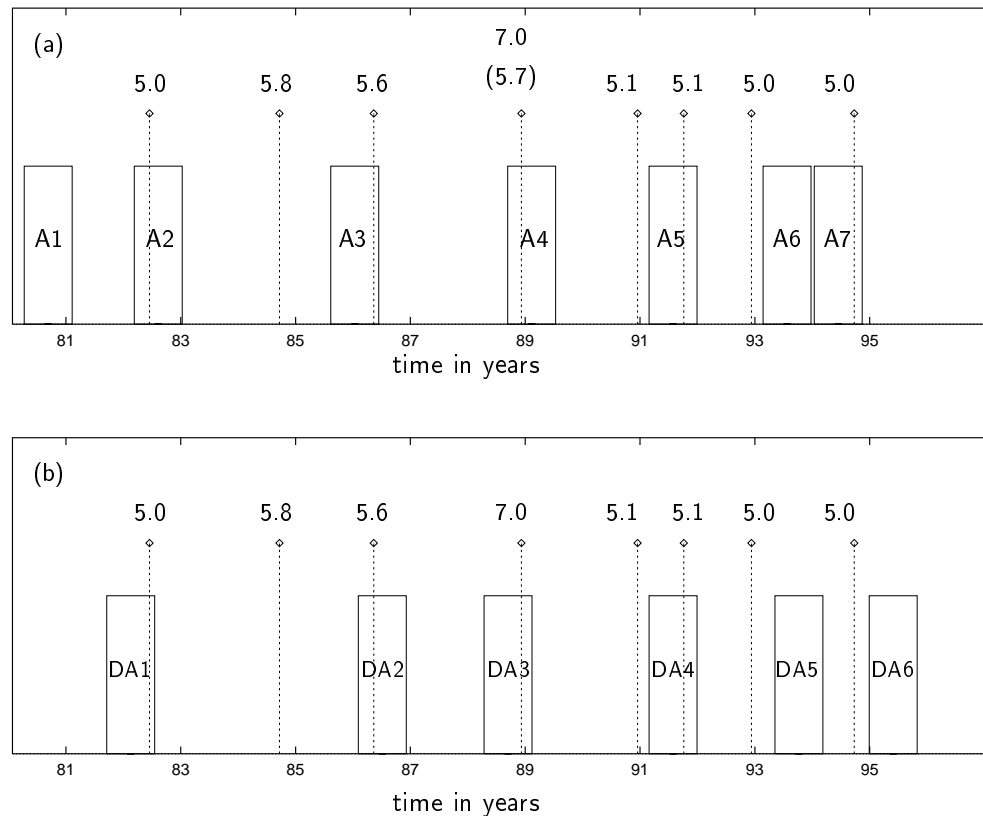


Figure 6. Temporal correlations between alarms (boxes) and earthquakes with  $M \geq 5.0$  (impulses) for the original catalog (top) and the declustered catalog (bottom). The threshold value for  $V_Q$  is set to  $V_{th} = 1$  p.c. for the original catalog and  $V_{th} = 0.5$  p.c. for the declustered catalog; the alarm duration  $T_A$  is 10 months, respectively.

Figure 6 shows the positions of the alarms relative to the mainshocks for a fixed set of parameters. The alarm duration is  $T_A = 10$  months and the threshold value  $V_{th}$  is chosen to  $V_{th} = 1$  *p.c.* for the original catalog and  $V_{th} = 0.5$  *p.c.* for the declustered data. For the original catalog, 5/8 of the mainshocks are preceded by an alarm and for the declustered catalog this fraction is 4/8. Therefore, note that one of the mainshocks (event 4a in Table I) is an aftershock of the Spitak earthquake in 1988 (event 4). Among the seven alarms, there are two false alarms and three failures to predict. In Figure 6 the fraction of the total time covered by alarm is 36 *p.c.* for the catalog including clusters (Figure 6(a)) and 31 *p.c.* for the declustered catalog (Figure 6(b)).

It is, however, not clear, if the results in Figure 6 deviate significantly from a random response. Therefore, we distribute seven alarms, each lasting for  $T_A$ , randomly over the entire time interval and count the number of mainshocks covered by an alarm  $N_s$  as well as the number of false alarms. This procedure is repeated 10,000 times. A confidence level can be defined by the probability  $p_c$  to predict less than  $N_s$  mainshocks with these random alarm sets.

This calculation is performed for different values of  $T_A$  and  $V_{th}$ . The results are given in Figure 7 (catalog with clusters) and in Figure 8 (declustered catalog). Each plot corresponds to a fixed alarm duration  $T_A$  and shows the number of alarms and false alarm (lower plot) and the confidence level  $p_c$  (upper plot) as a function of  $V_{th}$ , respectively. The figures demonstrate that the distribution of alarms is for certain ranges of the parameters  $V_{th}$  and  $T_A$  far away from being random. This result holds for both, the catalog with clusters and the declustered catalog. The confidence level for the example in Figure 6(a) is  $p_c = 0.91$ . For Figure 6(b) this value is  $p_c = 0.81$ .

### 3.3. LOCATION OF THE QUIESCENCE VOLUME

In the previous section, we have computed temporal correlations between episodes of seismic quiescence and subsequent mainshocks. For certain alarm conditions, the alarms issued by the quiescence detector are far away from a random response. The alarm conditions correspond to the hypothesis that seismic quiescence prior to mainshocks exists. This hypothesis is rather general, because no further assumptions about the duration and the spatial location are taken into account. The reason for this is that the underlying mechanism of quiescence is not well understood and it may not be applicable for all earthquakes, e.g. the earthquake mechanisms may vary with locations or depth of focus.

Figure 9 and Figure 10 show the location of the quiescence volumes relative to the mainshock epicenter for the “successful” alarms in Figure 6 for the catalog with clusters and the declustered catalog, respectively. Therefore, we have defined the quiescence volume by the set of grid points, which are at least 10 *p.c.* of the duration  $t_d$  in Figure 5 quiet. Shortterm fluctuations of the quiescence volume are thus suppressed.

Figure 9(c) and Figure 10(c) both provide a quiescence volume near the epicenter of the subsequent Spitak earthquake. In the other cases the quiescence volume is less stable with respect to the declustering procedure. Hence, the quiescence detector yields the clearest signal for the largest mainshock, the M7 Spitak earthquake.

### 3.4. THE M7 SPITAK EARTHQUAKE

In this subsection we focus on the Spitak M7 earthquake, which occurred on 7 December 1988 at  $40.92^\circ N, 44.22^\circ E$  (Balassanian et al., 1995; Rogozin and Philip, 1991). In a detailed study, Wyss and Martirosyan (1998) claim that this earthquake was preceded by a quiescence of  $5 \pm 0.5$  years duration and a maximum extension of approximately 40 *km*. The quiescence is located north of the epicenter. This is in good agreement with our

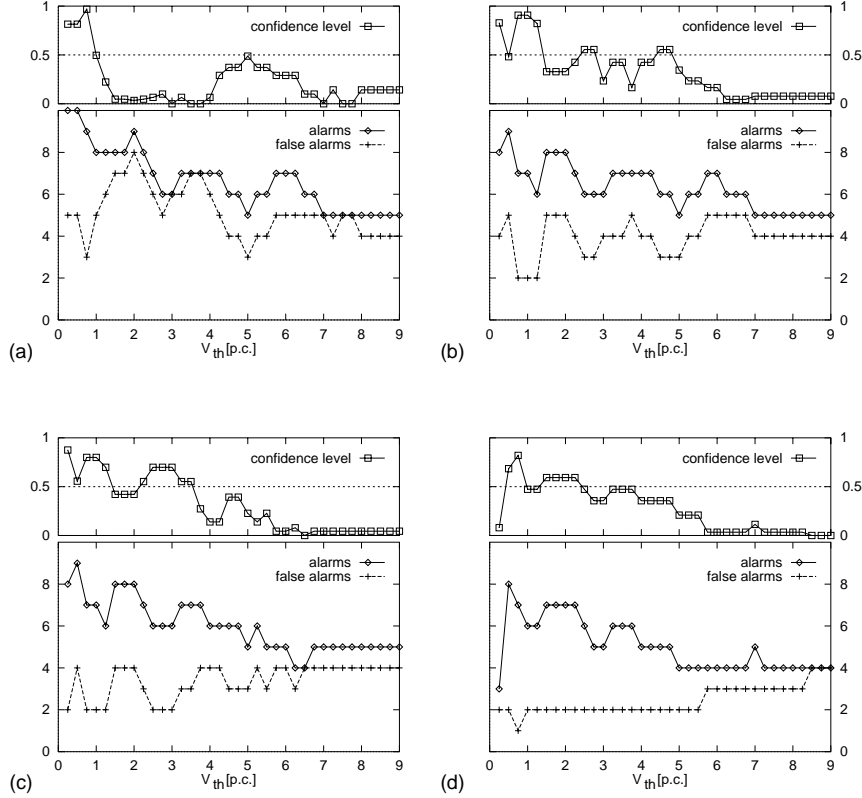


Figure 7. Catalog with clusters: number of alarms and false alarms as a function of the parameters  $T_A$  and  $V_{th}$  (bottom); confidence level  $p_c$  for the alarms not being randomly distributed (top). (a)  $T_A = 8$  months, (b)  $T_A = 10$  months, (c)  $T_A = 12$  months, (d)  $T_A = 15$  months.

result illustrated in Figures 9(c) and 10(c). Furthermore, our technique yields a maximum extension of the quiescence of approximately 80 km in February 1987.

The main difference is found in the onset and the duration of the quiescence. Contrary to Wyss and Martirosyan (1998), we find a quiescence that begins in May 1986 and lasts for 2.5 years. Therefore, note that the definition of the duration and the extension is arbitrary. Wyss and Martirosyan (1998) determine these parameters by a 75 p.c. rate decrease in the crustal volume of the mainshock. This is in contrast to the quiescence detector in the present work, because the quiescence is distorted due to the special weights in Equation (1).

However, our results strongly support the hypothesis that the M7 Spitak earthquake was preceded by a clearly pronounced seismic quiescence.

#### 4. Summary and Conclusion

In this work, we have focused on seismic quiescence as an intermediate-term precursor to large earthquakes. This phenomenon is known at least since the 1960s, and well documented in several case studies. As an alternative approach to the statistical evaluations of

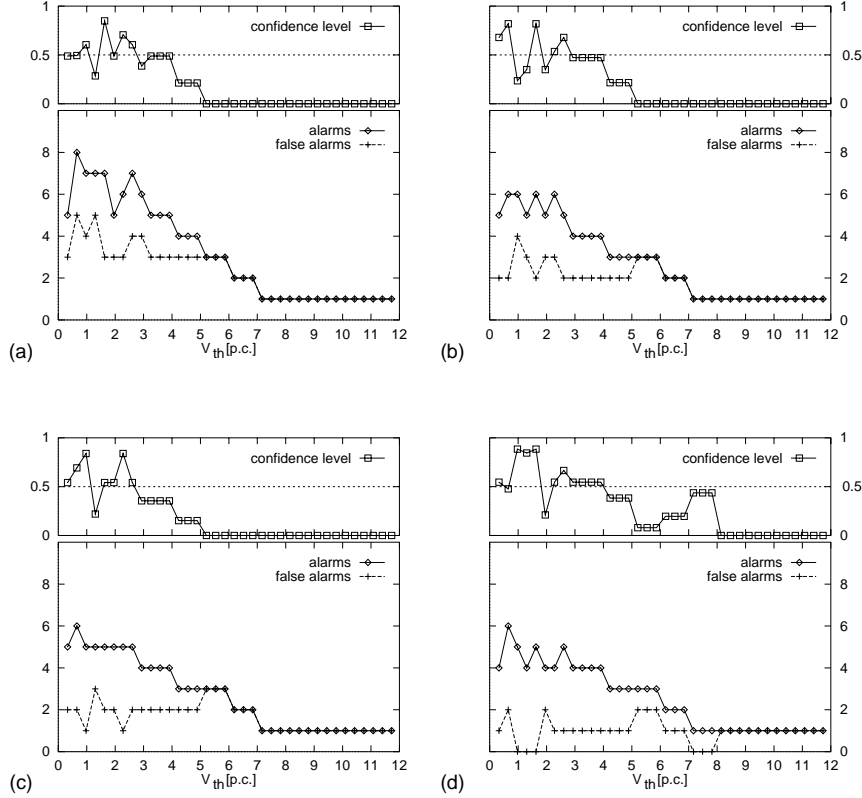


Figure 8. Declustered catalog: number of alarms and false alarms as a function of the parameters  $T_A$  and  $V_{th}$  (bottom); confidence level  $p_c$  for the alarms not being randomly distributed (top). (a)  $T_A = 8$  months, (b)  $T_A = 10$  months, (c)  $T_A = 12$  months, (d)  $T_A = 15$  months.

Wyss and Habermann (1988a) and Reasenbergh and Matthews (1988), we have used the algorithm SEISMOLAP, which has been developed by Zschau (1996). To derive significances for seismic quiescence, we have combined SEISMOLAP with the statistical concept of surrogate data for spatiotemporal systems. In detail, we have tested the null hypothesis that SEISMOLAP values of real earthquake data can be modeled with randomized ones. Using a large number of surrogate data files yields results with a high degree of robustness. Applying a gridding technique provides a significance  $K(\vec{x}, t)$  for seismic quiescence as a function of space and time. With respect to the robustness of the method, we have introduced a threshold  $K^{(99)}$ , which discriminates, if the system at  $(\vec{x}, t)$  is significantly quiet or not, respectively, if the null hypothesis can be rejected with a probability of at least 99 *p.c.* or not. Due to the scrambling of aftershock sequences over the entire spatial volume in the surrogate data, postseismic quiescence is observed. The application of the method to a declustered earthquake catalog shows that this postseismic quiescence is artificial.

The temporal correlations between quiescence periods and mainshocks have been estimated by introducing alarm conditions. Using the high quality data recorded in the Armenia region, we have found that four of eight mainshocks are preceded by a quiescence with a confidence level of  $P = 81$  *p.c.* of being better-than-chance.

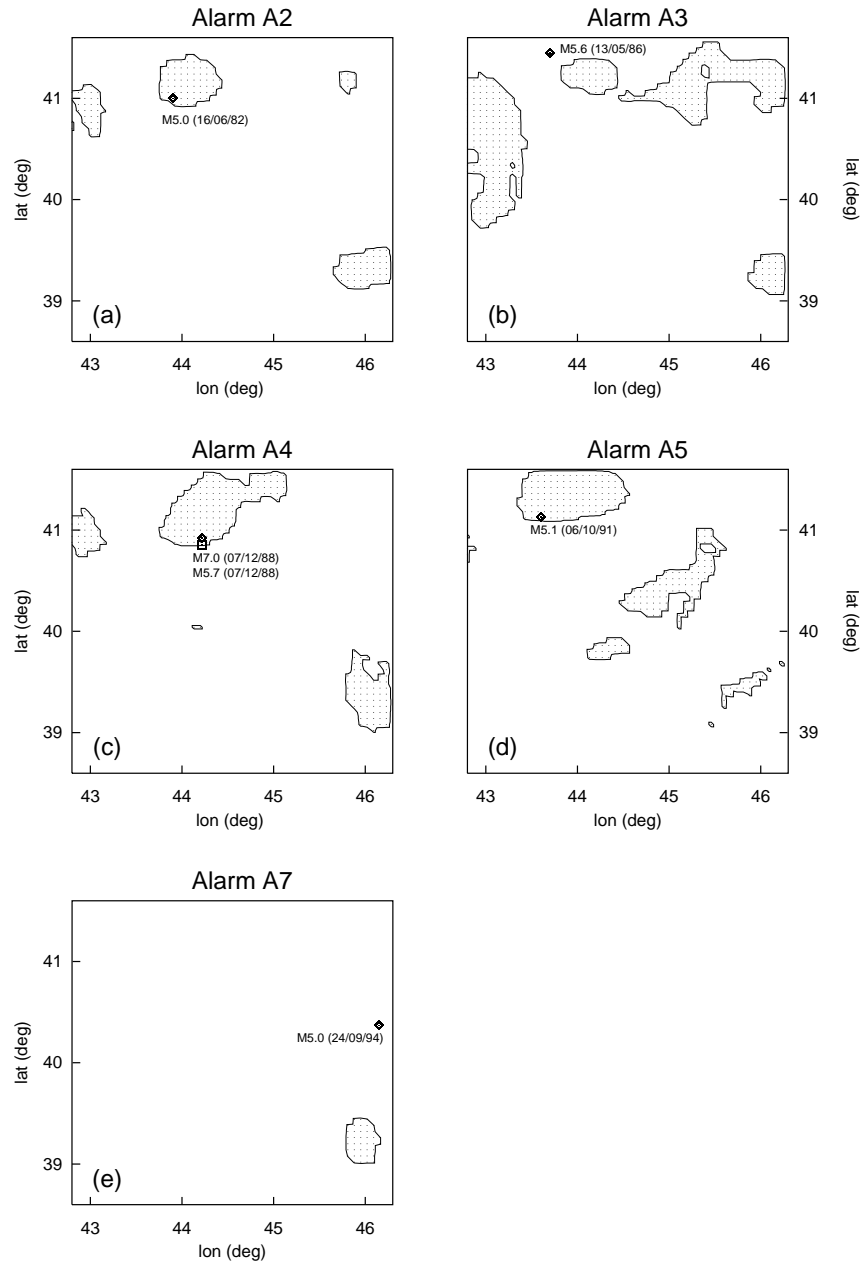


Figure 9. Catalog with clusters: location of the quiescence volume relative to the mainshock epicenter ( $V_{th} = 1 p.c.$ ) for the matched mainshocks in Figure 6(a).

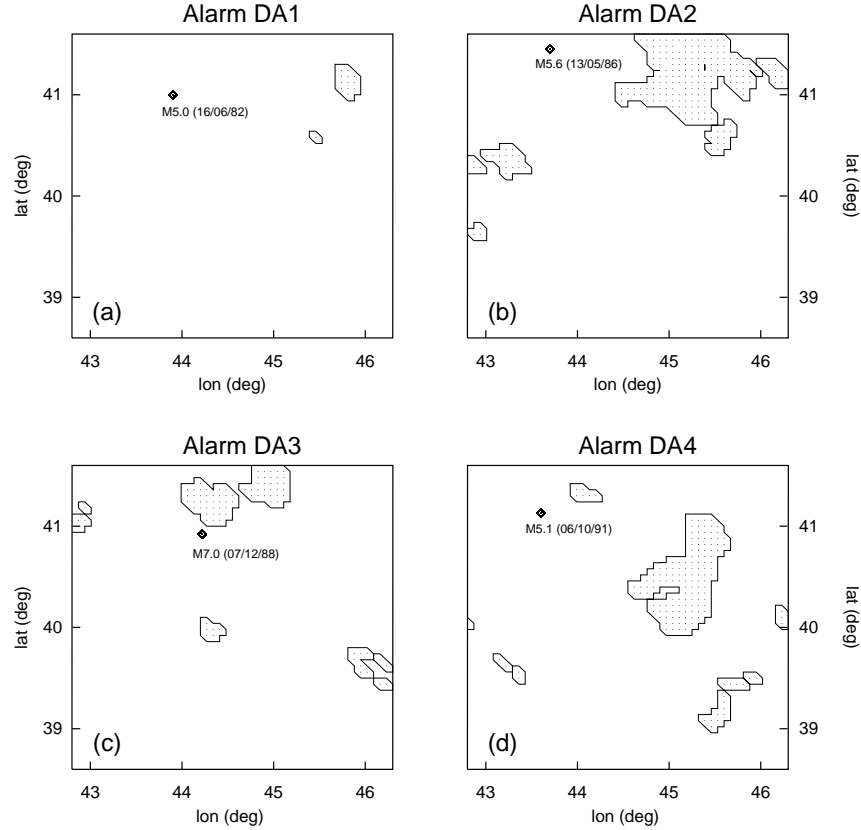


Figure 10. Declustered catalog; location of the quiescence volume relative to the mainshock epicenter ( $V_{th} = 0.5$  p.c.) for the matched mainshocks in Figure 6(b).

In a case study of the M7 Spitak earthquake in 1988, our method yields results, which agree qualitatively with those of Wyss and Martirosyan (1998).

However, it is questionable to assign mainshocks to periods of quiescence automatically by simple association rules. Earthquakes, which occur outside the area covered by the catalog, may significantly influence the results. For the present data, there are at least two strong earthquakes ( $M = 7$ ) that occurred close to the region covered by the catalog: the earthquake in Norman (Turkey) on 30 October 1983 at ( $40.31^\circ N, 42.10^\circ E$ ) and the earthquake in Racha (Georgia) on 29 April 1991 at ( $42.46^\circ N, 43.67^\circ E$ ). Although the events themselves are not included in the earthquake catalog, their interaction zones probably overlap with the catalog region. Furthermore, the alarm conditions do not include the empirical finding that the quiescence duration and the magnitude of the subsequent mainshock are positively correlated. Instead, it is implicitly assumed that only mainshocks, which are defined by the arbitrary condition  $M \geq 5.0$ , are preceded by seismic quiescence without further specification of the duration and the extension. Consequently, our alarm conditions should not be considered as a part of a prediction algorithm, rather they quantify correlations between episodes of quiescence and mainshocks. In particular, simplified alarm conditions cannot replace detailed case histories that take into account ad-

ditional geophysical information, e.g. about the tectonic environment and special faulting mechanisms.

Our method has several parameters. Some parameters are determined by the nature of the data set and, thus, cannot be varied. The space window  $2R$  and the time window  $T$  lead to the highest significances, if they approximate the extension and the duration of the quiescence. They should not be chosen too small, because in this case short and random fluctuations are highlighted. In our analysis, we use values of intermediate size in order to detect anomalies with different extensions and durations. In general, we find that the significances do not depend sensitive on the parameters.

In conclusion, this work does not solve the problem of earthquake prediction. It gives neither an answer to the question of predictability of earthquakes. The predictions in this paper are obviously postdictions, because the precursor is identified not before, but after the associated earthquake occurred. Furthermore, the number of eight mainshocks is too small to provide results, which are statistically reliable. However, we have identified significant periods of quiescence, which are obviously correlated with mainshocks. This is an unexpected result, especially since we have used the same parameters for the analysis of the entire data set. If these results, namely the rate of predicted events and the false alarm rate, hold for the next couple of years, without changing the parameters, the method might be a contribution to the seismic hazard assessment in Armenia and eventually also in other seismic regions. Since seismic data are abundant, the next step should be the application to other earthquake catalogs.

### Acknowledgements

We are grateful to M. Wyss (University of Alaska, Fairbanks) for stimulating discussions. The Armenia earthquake data have been provided by A. H. Martirosyan (NSSP Yerevan). This work was supported in part by the Sonderforschungsbereich 555 "Komplexe Nichtlineare Prozesse".

### References

- Arabasz, W.J. and Hill, S.J., 1996, Applying Reasenberg's cluster analysis algorithm to regional earthquake catalogs outside California, *Seismol. Res. Lett.* **67**, 30.
- Balassanian, S.Y., Arakelian, A.R., Nazaretioan, S.N., Avanesian, A.S., Martirosyan, A.H., Igoumnov, V.A., Melkoumian, M.G., Manoukian, A.V. and Tovmassian, A.K., 1995, Retrospective analysis of the Spitak earthquake, *Annali di Geofisika* **38**, 345-372.
- Balassanian, S.Y., Nazaretian, S.N., Avanesian, A.S., Arakelian, A.R., Igoumnov, V.A., Basalian, M., Martirosyan, A.H., Ambartsumian, V. and Tovmassianm, A.K., 1997, The new seismic zonation map for the territory of Armenia, *Natural Hazards* **15**, 231-249.
- Geller, R.J., Jackson, D.D., Kagan, Y.Y. and Mulargia, F., 1997, Earthquakes cannot be predicted, *Science* **275**, 1616-1617.
- Gutenberg, B. and Richter, C.F., 1954, Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **46**, 105-145.
- Habermann, R.E., 1987, Man-made changes of seismicity rates, *Bull. Seism. Soc. Am.* **77**, 141-159.
- Habermann, R.E., 1988, Precursory seismic quiescence: Past, present, and future, *Pure Appl. Geophys* **126**, 279-318.
- Habermann, R.E., 1991, Seismicity rate variations and systematic changes in teleseismic catalogs *Tectonophysics* **193**, 277-289.
- Kagan, Y.Y. and Vere-Jones, D., 1996, Problems in the modeling and the statistical analysis of earthquakes. In Heyde, C.C., Prohorov, Y.V., Pyke R. & Racher, S.T. (eds), *Lecture Notes in Statistics* **114**, Springer-Verlag, New York, 398-425.



- Kagan, Y.Y., 1997, Are earthquakes predictable?, *Geophys. J. Int.* **131**, 505-525.
- Kantz, H. and Schreiber, T., 1997, *Nonlinear time series analysis*, Cambridge University Press, 202 pp.
- Mogi, K., 1969, Some features of recent seismic activity in and near Japan (2), Activity before and after great earthquakes, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo* **47**, 395-417.
- Ohtake, M., Matumoto, T. and Latham, G., 1977, Seismicity gap near Oaxaca, southern Mexico as a probable precursor to a large earthquake, *Pure Appl. Geophys* **115**, 375-385.
- Ohtake, M., Matumoto, T. and Latham, G., 1981, Evaluation of the forecast of the 1978 Oaxaca, southern Mexico earthquake based on a precursory seismic quiescence. In Simpson D. and Richards, P. (eds), *Earthquake Prediction, an International Review. M. Ewing Ser. 4*, Washington, D.C.: American Geophysical Union, 53-62.
- Ogata, Y., 1992, Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model, *J. Geophys. Res.* **97**, 19845-19871.
- Reasenber, P., 1985, Second-order moment of central California seismicity, 1969-1982, *J. Geophys. Res.* **90**, 5479-5495.
- Reasenber, P. and Matthews, M.V., 1988, Precursory seismic quiescence: a preliminary assessment of the hypothesis, *Pure Appl. Geophys* **126**, 373-406.
- Rogozin, E.A. and Philip H., 1991, Geological and tectonic study of the Spitak earthquake zone, *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Fizika Zemli* **11**, 3-18.
- Scholz, C.H., 1994, *The mechanics of earthquakes and faulting*, Cambridge University Press, 341 pp.
- Stark, P.B., 1997, Earthquake prediction: the null hypothesis, *Geophys. J. Int.* **131**, 495-499.
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, J., Galdrikian, B. and Farmer, J.D., 1992, Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, *Physica D* **58**, 77-94.
- Wyss, M., 1997, Cannot earthquakes be predicted, *Science* **278**, 487.
- Wyss, M. and Burford, R.O., 1987, A predicted earthquake on the San Andreas fault, California, *Nature* **329**, 323-325.
- Wyss, M. and Dmowska, R., 1997, Special issue: Earthquake prediction – state of the art, *Pure Appl. Geophys* **149**, 1-264.
- Wyss, M. and Habermann, R.E., 1988a, Precursory seismic quiescence, *Pure Appl. Geophys* **126**, 319-332.
- Wyss, M. and Habermann, R.E., 1988b, Precursory quiescence before the August 1982 Stone Canyon, San Andreas fault, earthquakes, *Pure Appl. Geophys* **126**, 333-356.
- Wyss, M. and Martirosyan, A.H., 1998, Seismic quiescence before the M7, 1988, Spitak earthquake, Armenia, *Geophys. J. Int.*, **134**, 329-340.
- Wyss, M., Westerhaus, M., Berkhemer, H. and Ates, R., 1995, Precursory seismic quiescence in the Mudurnu Valley, North Anatolian fault zone, Turkey, *Geophys. J. Int.* **123**, 117-124.
- Zschau, J., 1996, SEISMOLAP – Ein Schritt in Richtung Erdbebenvorhersage, *Geowissenschaften* **14**, 11-17.
- Zschau, J., Welle, W., Ates, A. and Berkhemer, H., 1996, SEISMOLAP: A new approach to prediction. In *Proceedings of the International Conference on Earthquake prediction: state-of-the-art*, Council of Europe, Strasbourg, France, pp. 444-453.

*Address for Offprints:*

GERT ZÖLLER – Institute of Physics – University of Potsdam  
 POB 60 15 53, 14415 Potsdam, Germany  
 e-mail: gert@ik.uni-potsdam.de  
 Fax: +49-331-977-1142



### **B.3 Self-organized criticality model for earthquakes: quiescence, foreshocks, and aftershocks**

Titel: Self-organized criticality model for earthquakes: quiescence, foreshocks, and aftershocks  
Autoren: S. Hainzl, G. Zöller und J. Kurths  
In Druck bei: *International Journal of Bifurcation and Chaos* (1998)

## Self-Organized Criticality Model for Earthquakes: Quiescence, Foreshocks and Aftershocks

S. Hainzl, G. Zöller and J. Kurths  
Institute for Physics, University of Potsdam, Germany

Address:

Institute for Physics, University of Potsdam, Am Neuen Palais, D-14469 Potsdam, Germany, Tel. +49-331/977-1175, Fax +49-331/977-1142,  
Email: hainzl@ik.uni-potsdam.de

**Abstract.** We introduce a crust relaxation process in a continuous cellular automaton version of the Burridge-Knopoff model. Analogously to the original model, our model displays a robust power-law distribution of event sizes (Gutenberg–Richter law). The principal new result obtained with our model is the spatio-temporal clustering of events exhibiting several characteristics of earthquakes in nature. Large events are accompanied by a precursory quiescence and by localized fore- and aftershocks. The increase of foreshock activity as well as the decrease of aftershock activity follows a power-law (Omori law) with similar exponents  $p$  and  $q$ . All empirically observed power-law exponents, the Richter  $B$ -value,  $p$  and  $q$  and their variability can be reproduced simultaneously by our model, which depends mainly on the level of conservation and the relaxation time.

**Short title:** SOC-Model: Quiescence, Fore- and Aftershocks

## 1. Introduction

The dynamics of earthquakes has attracted much attention as a real-world example for a self-organized critical phenomenon (SOC), introduced by Bak et al. [1987]. In this concept, a system drives itself into a statistically stationary state characterized by spatial and temporal correlation functions with power-law behavior. The system is attracted to this state without a detailed specification of the initial conditions and control parameters.

In fact, earthquakes show several types of power-law behavior. A famous one is the Gutenberg–Richter law [Gutenberg & Richter, 1956], which can be transformed into a power-law for the number of observed earthquakes with rupture sizes greater than  $S$  [Kanamori & Anderson, 1975]

$$N(\text{Size} > S) \sim S^{-B}. \quad (1)$$

The exponent  $B$  varies over a wide range of values for different faults, namely, between 0.80 and 1.05 [Pacheco et al., 1992].

According to a whole generation of SOC models [Bak et al., 1987; Bak & Tang, 1989], however, the frequency-size statistics are not cumulative. The exponent of the noncumulative power-law was found to be universal and close to one, i.e.  $N(\text{Size}=S) \sim S^{-1}$ . A step forward in the interpretation of fault systems as a SOC-phenomenon was performed by Olami, Feder and Christensen (OFC) [Olami et al., 1992; Christensen & Olami, 1992a,b; Christensen et al., 1992]. They found in simulations of a continuous, nonconservative cellular automaton version<sup>1</sup> of the famous Burridge-Knopoff (BK) model [Burridge & Knopoff, 1967; Carlson & Langer, 1989a,b] that Eq. (1) is fulfilled with a realistic value of the exponent  $B$ , if the level of conservation decreases.

However, none of these models shows the most conspicuous characteristics of spatio-temporal clustering observed in real fault systems: A large earthquake is often preceded by a spatially localized sequence of a few foreshocks and mostly followed by a larger number of aftershocks. Both, the decay of the aftershock sequences and the time distribution of foreshocks are found to follow power-laws. The aftershocks are described by the modified Omori law [Omori, 1894; Utsu et al., 1995]

$$R_a \sim (c_a + t - t_M)^{-p}, \quad (2)$$

and the foreshocks by an analogous power-law [Papazachos, 1975; Kagan & Knopoff, 1978]

$$R_f \sim (c_f + t_M - t)^{-q}, \quad (3)$$

---

<sup>1</sup>We use the term *continuous cellular automaton* to denote a system with continuous state variables. The concept of (discrete) cellular automaton is reserved for a system with discrete state variables.

where  $t_M$  indicates the occurrence time of the mainshock,  $R_a$ ,  $R_f$  the occurrence rate of aftershocks and foreshocks, respectively, and  $c_a, c_f$  are small constants. Both exponents  $p$  and  $q$  are found to be close to one for empirical earthquake catalogues [Scholz, 1994].

The Burridge-Knopoff spring-block model [Burridge & Knopoff, 1967] as well as their cellular automaton version of Olami et al. [1992] (OFC-model) assume rigid tectonic plates bounding the fault system. Thus, in the inter-occurrence time intervals between successive earthquakes, the stress changes only due to the global tectonic loading. Nakanishi [1992] investigated a crust relaxation process, which is assumed to work on a long time scale compared to the duration of a single earthquake. His model, an one-dimensional fault coupled with a two-dimensional visco-elastic crust, yields aftershock sequences, but no foreshocks. In this paper, we introduce a crust relaxation mechanism in the two-dimensional fault OFC-model. We find that in this case aftershock sequences as well as foreshock sequences occur according to Eq. (2) and Eq. (3).

## 2. The Model

By analogy with the BK-model, we simplify the fault system by considering a two-dimensional homogeneous network of coupled blocks lying between the crust and a moving tectonic plate. All blocks are driven simultaneously by the slow relative movement between crust and plate. Once the stress on a block exceeds the static friction  $\sigma_{stat}$ , sliding is initiated and the sliding block moves to the zero-stress position. The loss of stress at the sliding block  $\Delta\sigma$  is compensated by a stress increase of the neighbored blocks  $4\alpha\Delta\sigma$  and an increase of  $(1-4\alpha)\Delta\sigma$  in the crust. The redefined stress of neighbored blocks can result in further slips and a chain reaction, i.e. an avalanche, can evolve. Thereby, an avalanche is identified with a single earthquake. The cellular automaton version of the BK-model, which assumes a rigid crust, displays the Gutenberg-Richter law with the exponent  $B$  depending on the level of conservation  $\alpha$ . The  $B$ -value varies between 0.22 for a conservative block system ( $\alpha=0.25$ ) up to  $B$ -values larger than 2.0 for small values of  $\alpha$ .

As an extension of the OFC-model, we consider a crust relaxation process. A fraction of the stress, which is absorbed in the crust during the earthquake, is assumed to feedback to the block system according to the response of a standard linear solid (e.g. [Dieterich, 1972]), i.e. with an exponential function  $1/T \cdot \exp(-t/T)$ . The relaxation time  $T$  as well as the tectonic reloading time are assumed to be much longer than the time needed for the evolution of a single earthquake. This is justified by the empirical observations that the duration of the largest earthquakes is of the order of minutes, whereas the duration of aftershock sequences is of the order of weeks and the recurrence times of large earthquakes are of the order of hundred years. Hence, it is expected that the crust relaxation and the tectonic loading have little effect on the dynamics during an individual event.

We implement the model in the form of a continuous cellular automaton by defining an  $L \times L$  array of blocks  $(i,j)$ , where  $i, j$  are integers,  $1 \leq i, j \leq L$ . The stress level

for each block is given by  $\sigma(i, j)$ . The model algorithm consists of two steps, (i) the evolution of a single earthquake and (ii) the stress changes in the inter-occurrence time between successive events:

(i) The evolution of a single event is described in the following way: If the stress on a block  $(k, l)$  exceeds the static friction,  $\sigma(k, l) \geq \sigma_{stat}$ , sliding is initiated at this block. The moving block will slip to the zero-stress position and the stress  $\sigma(k, l)$  is distributed to the neighbored blocks and to the crust. The stress increase of the crust is signed by  $\sigma_{cr}^N(i, j)$ , which is set to zero at the beginning of the earthquake (with index  $N$ ) occurring at time  $t_N$ . The stress of the four nearest neighbors is set according to the algorithmic rule

$$\begin{aligned}\sigma(i, j) &\rightarrow \sigma(i, j) + \alpha \cdot \sigma(k, l) \\ \sigma_{cr}^N(i, j) &\rightarrow \sigma_{cr}^N(i, j) + (0.25 - \alpha) \cdot \sigma(k, l)\end{aligned}\quad (4)$$

and the stress of the sliding site is set to

$$\sigma(k, l) \rightarrow 0. \quad (5)$$

This change of the values  $\sigma(i, j)$  may lead to an instability in one or more blocks, thus, a chain reaction starts and the stresses are distributed according Eq. (4) and Eq. (5) until the earthquake is terminated, i.e. until  $\sigma(i, j) < \sigma_{stat}$  for all blocks  $(i, j)$ .

The spatial size of the avalanche is measured, i.e. the blocks which slipped at least once are counted.

(ii) In the inter-occurrence time interval between successive events the dynamics is described in the following way: The evolution of a single earthquake is set to be instantaneous. A fraction of the stress stored in the crust,  $\kappa \cdot \sigma_{cr}^N$ , is released to the block system according to the exponential function  $1/T \cdot \exp(-t/T)$ . Additionally to the crust relaxation process, the movement of the tectonic plates increases the force at each block with a rate of  $\sigma_{stat}/T_0$ , where  $T_0$  is the tectonic reloading time. Therefore, the time evolution of the stress distribution following an earthquake at time  $t = t_N$  can be described by

$$\begin{aligned}\sigma(i, j, t) &= \sigma(i, j, t_N) + \frac{\sigma_{stat}}{T_0} \cdot (t - t_N) + \kappa \cdot \int_{t_N}^t \sum_{n=1}^N \sigma_{cr}^n(i, j) \cdot \frac{e^{-\frac{t-t_n}{T}}}{T} d\tilde{t} \\ &= \sigma(i, j, t_N) + \frac{\sigma_{stat}}{T_0} \cdot (t - t_N) + \kappa \cdot S_N(i, j) \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_N}{T}}),\end{aligned}\quad (6)$$

where  $t_n$  is the occurrence time of the  $n$ th event. The function  $S_N(i, j)$  can be calculated iteratively by

$$\begin{aligned}S_N(i, j) &\equiv \sum_{n=1}^N \sigma_{cr}^n(i, j) \cdot e^{-\frac{t_N-t_n}{T}} \\ &= \sigma_{cr}^N(i, j) + S_{N-1}(i, j) \cdot e^{-\frac{t_N-t_{N-1}}{T}}.\end{aligned}\quad (7)$$

To determine the onset of the following earthquake (index  $N+1$ ), the equations  $\sigma(i, j, \tilde{t}_{ij}) = \sigma_{stat}$  are solved and the block is picked up with the minimal time  $t_{min} = \min\{\tilde{t}_{ij} | i, j \in 1, \dots, L\}$ . The next earthquake is initiated at this block and occurs at time  $t_{N+1} = t_{min}$ . All stresses are changed to the values  $\sigma(i, j, t_{min})$  according to Eq. (6) and step (i) is repeated for the next earthquake.

### 3. Model Simulations

For the numerical simulations in this paper, we use open boundary conditions and start with random values of  $\sigma(i, j)$  uniformly distributed in the interval  $[0, \sigma_{stat}]$  with  $\sigma_{stat}$  set to one. The system is iterated until it reaches a statistically stationary state. Since we are only interested in the ratio between the tectonic reloading time  $T_0$  and the relaxation time  $T$ , we fix one of them. We set  $T_0 = 10^3$  for the following simulations; other values do not lead to qualitative changes.

In the first part (Sec. 3.1), we study the distribution of event sizes (Gutenberg-Richter law). The spatio-temporal patterns of the earthquake dynamics are investigated in Sec. 3.2. For the simulations analyzed in these two parts, the elastic parameter  $\alpha$  is set to 0.2 and the feedback fraction  $\kappa$  is set to 0.5. Hence, apart from the system size  $L$ , only the relaxation time  $T$  is varied. In Sec. 3.3, we discuss the dependence of the results on the parameters in general.

#### 3.1. Size-frequency statistics

The introduction of the relaxation mechanism maintains the SOC-behavior observed in the OFC-model. The probability distribution of event sizes, shown in Fig. 1, yields the Gutenberg-Richter exponent  $B=0.9$  compared to  $B=0.91$  in the OFC-model [Olami et al., 1992]. Thereby, we find that the distribution function is independent of the relaxation time  $T$ . To verify the criticality of the model, we study the effect of increasing system size  $L = 75, 100$  and  $125$ . We observe that the exponent stays the same, while the cutoff in the size distribution scales with system size (see inset in Fig. 1).

#### 3.2. Spatio-temporal clustering

In real fault systems, earthquakes typically do not occur as isolated events, but are usually part of a sequence of events. Foreshock and aftershock sequences are closely related to a larger event called mainshock. In this section, we analyze the simulations of our model with regard to spatio-temporal clusters accompanying large events. For that, we determine the mainshocks in the simulated data as events with sizes  $S \geq S_{cut}$  which are the largest event within a time interval  $\pm \Delta t_M$ . For the calculations in this section (with system size  $L^2=10^4$ ), we use the definitions  $S_{cut} = 0.1 \cdot L^2$  and  $\Delta t_M = 0.1 \cdot T_0$ . For each mainshock we compute the occurrence rate of events relative to the mainshock occurrence time  $t_M$ . Because of the small number of foreshocks and aftershocks associated with any single mainshock, there is a considerable variability in the details of the occurrence rates, especially with respect to foreshock sequences. Hence, to describe



the temporal characteristics of clustering, we average the occurrence rates over several mainshocks.

In the first part of this section, we examine the seismicity in short time intervals before and after mainshocks. The seismicity preceding mainshocks in a longer time interval is investigated in the second part.

**3.2(A). Power-law increase and decrease of seismicity.** In Fig. 2 the averaged occurrence rate per spatial volume is plotted in dependence on the spatial distance  $r$  to the epicenter (initiation point) of the mainshock. An increasing number of foreshocks occur just before the mainshock, followed by a decay of aftershocks. The rate of aftershocks exceeds approximately the rate of foreshocks by one order of magnitude. It is important to note that the number of foreshocks as well as of the aftershocks decreases with increasing distance from the epicenter of the mainshock, i.e. the clusters are localized around the epicenter of the mainshock. Hence, we conclude that most foreshocks and aftershocks occur on or near the fracture area of the mainshock, which is by definition greater than  $10^3$  grid points. This is in accordance with empirical findings for real earthquakes [Mendoza & Hartzell, 1988].

The log-log plots of Fig. 3 give the rate of extra events, i.e. the occurrence rate less the expected rate in the absence of clustering, for the foreshock and aftershock sequences corresponding to the three different ratios  $T/T_0 = 10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  and  $10^{-3}$ . Each data set shows an interval in which the sequences of foreshocks as well as the sequences of aftershocks follow a power-law. As an important result, we find that the exponent  $p$  of the Omori law (Eq. (2)) is very close to the exponent  $q$  for the foreshock sequences (Eq. (3)). This is in good agreement with findings for real fault systems [Papazachos, 1975]. Furthermore, the exponent of the power-law decreases approximately with 1.6, 1.0 and 0.5 for increasing ratio  $T/T_0=10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  and  $10^{-3}$ , respectively. These results are found to be independent of the system size  $L$  of the simulations. The empirical values  $p$ ,  $q \approx 1.0$  are reproduced by the model, if the ratio between the relaxation time  $T$  and the tectonic reloading time  $T_0$  is on the order of  $10^{-4}$ .

**3.2(B). Precursory quiescence.** We now investigate the evolution of seismicity in a longer time interval before the onset of foreshock sequences. For this, we calculate the averaged earthquake density in the time interval  $\Delta t_M$  preceding the mainshock, where the mainshock is by definition the largest event. This is shown in Fig. 4 for a simulation with  $T/T_0=10^{-4}$ . As a result, we find that the earthquake occurrence rate decreases on average almost linearly until the foreshock sequence is initiated. This is in good agreement with observations for real earthquake systems: It is found that many mainshocks are preceded by a period of less seismic activity, so-called quiescence [Habermann, 1988; Wyss & Habermann, 1988].

### 3.3. Dependence on parameters and noise

In the previous sections, we have analyzed the model with respect to the elastic constant  $\alpha=0.2$  and the feedback fraction  $\kappa=0.5$ . However, we have studied also other values of the model parameters.

We have found that the model dynamics depends mainly on two parameters: On the one hand, the Richter- $B$  is significantly influenced only by the elastic parameter  $\alpha$ . Analogous to the OFC-model, we have found that the  $B$ -value increases, if  $\alpha$  decreases. On the other hand, we have found that the ratio of the relaxation time  $T$  to the tectonic reloading time  $T_0$  determines the power-law exponents  $p$  and  $q$ . The feedback fraction  $\kappa$  as well as the spatial dimension  $L$  do not influence any of the power-law exponents significantly. However, the number of fore- and aftershocks occurring in the simulations are positively correlated to  $\kappa$  and  $L$ .

Finally, we find that the exponents  $B$ ,  $p$  and  $q$  are robust with respect to moderate white noise, which is added to the tectonic loading rate after each event and for each block, separately.

#### 4. Conclusions

The introduction of a crust feedback mechanism in the cellular automaton version of the Burridge-Knopoff model leads to a consistent description of many features of real fault systems: the Gutenberg-Richter law, localized fore- and aftershock sequences which follow similar power-laws and a precursory quiescence. Thereby, the values of the two model parameter  $\alpha$  and  $T$  can explain the observed power-law exponents  $B$ ,  $p$  and  $q$  and their variability in real fault systems. On the one hand, the distribution of event sizes with its power-law exponent  $B$  is mainly influenced by the level of conservation  $\alpha$  in the fault plane. Thus, the observed  $B$ -values,  $B=0.8-1.05$ , in real faults indicate a loss of stress, i.e. transfer of stress to the crust, of approximately twenty percent for each block sliding. On the other hand the ratio between the relaxation time  $T$  and the tectonic reloading time  $T_0$  varies the power-law exponent of the aftershock and the foreshock sequences. Hence, the observed values  $p, q \approx 1$  lead to the conclusion that the ratio  $T/T_0$  is in the order of  $10^{-4}$  for real fault systems.

In spite of the fact that we neglect heterogeneties, long-range interactions and more realistic friction laws, there are striking similarities to empirical findings concerning the size distribution as well as the spatio-temporal clustering accompanying large earthquakes. Therefore, we believe that the mechanism in our conceptual model bear a strong resemblance to the actual dynamical process involved in earthquake faults.

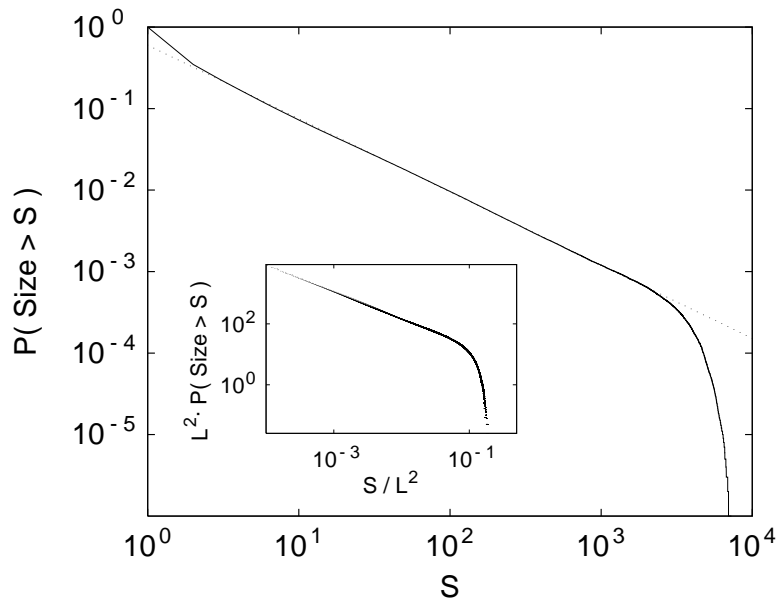
#### Acknowledgments

The authors would like to thank R. Engbert and J. Zschau for stimulating discussions.

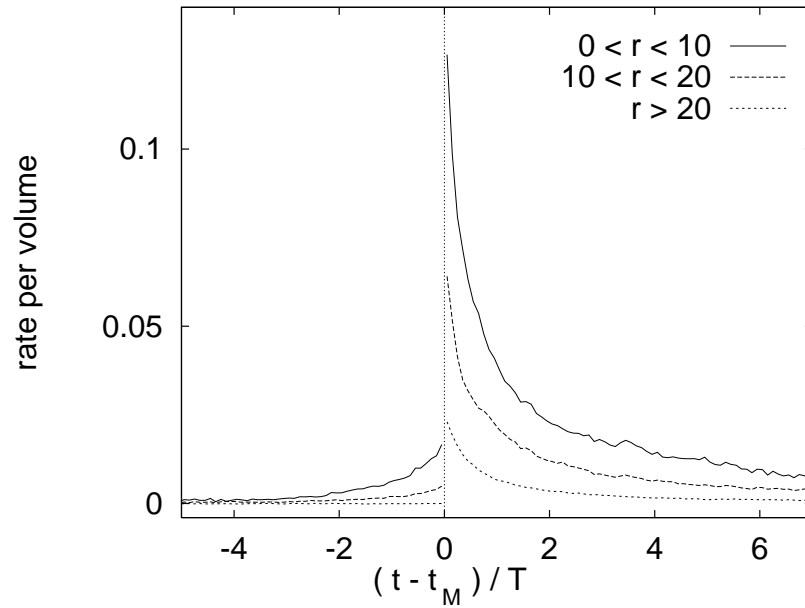
- Bak, P. & Tang, C. [1989] "Earthquakes as a self-organized critical phenomenon," *J. Geophys. Res.* **94**, 15635–15637.
- Bak, P., Tang, C. & Wiesenfeld K. [1987] "Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise," *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381–384.
- Burridge, R. & Knopoff, L. [1967] "Model and theoretical seismicity," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **57**, 341–371.
- Carlson, J. M. & Langer, J. S. [1989a] "Properties of earthquakes generated by fault dynamics," *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2632–2635.
- Carlson, J. M. & Langer, J. S. [1989b] "A mechanical model of an earthquake fault," *Phys. Rev. A* **40**, 6470–6484.
- Christensen, K. & Olami, Z. [1992a] "Variation of the Gutenberg-Richter b-values and nontrivial temporal correlations in a spring-block model for earthquakes," *J. Geophys. Res.* **97**, 8729–8735.
- Christensen, K. & Olami, Z. [1992b] "Scaling, phase transitions, and nonuniversality in a self-organized critical cellular-automaton model," *Phys. Rev. A* **46**, 1829–1838.
- Christensen, K., Olami, Z. & Bak, P. [1992] "Deterministic 1/f noise in nonconservative models of self-organized criticality," *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2417–2420.
- Dieterich, J. H. [1972] "Time-dependent friction as a possible mechanism for aftershocks," *J. Geophys. Res.* **77**, 3771–3781.
- Gutenberg, B. & Richter, C. F. [1956] "Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **46**, 105–145.
- Habermann, R. E. [1988] "Precursory seismic quiescence: past, present and future," *Pure Appl. Geophys.*, **126**, 279–318.
- Kagan, Y. Y. & Knopoff, L. [1978] "Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes," *Geophys. J. R. Astron. Soc.* **55**, 67–86.
- Kanamori, H. & Anderson, D. L. [1975] "Theoretical basis of some empirical relations in seismology," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **65**, 1073–1095.
- Mendoza, C. & Hartzell, S. H. [1988] "Aftershock patterns and main shock faulting," *Bull. Seismol. Soc. Am.* **78**, 1438–1449.
- Nakanishi, H. [1992] "Earthquake dynamics driven by a viscous fluid," *Phys. Rev. A* **46**, 4689–4692.
- Olami, Z., Feder, H. S. & Christensen, K. [1992] "Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes," *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1244–1247.
- Omori, F. [1894] "On the aftershocks of earthquakes," *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo* **7**, 111–200.
- Pacheco, J. F., Scholz, C. H. & Sykes, L. R. [1992] "Changes from frequency-size relationship from small to large earthquakes," *Nature* **355**, 71–73.
- Papazachos, B. C. [1975] "Foreshocks and earthquake prediction," *Tectonophysics* **28**, 213–226.
- Scholz, C. H. [1994] *The Mechanics of Earthquakes and Faulting* (Cambridge University Press), pp. 353–354.
- Utsu, T., Ogata, Y. & Matsu'ura, R. S. [1995] "The centenary of the Omori formula for

a decay law of aftershock activity," *J. Phys. Earth* **43**, 1–33.

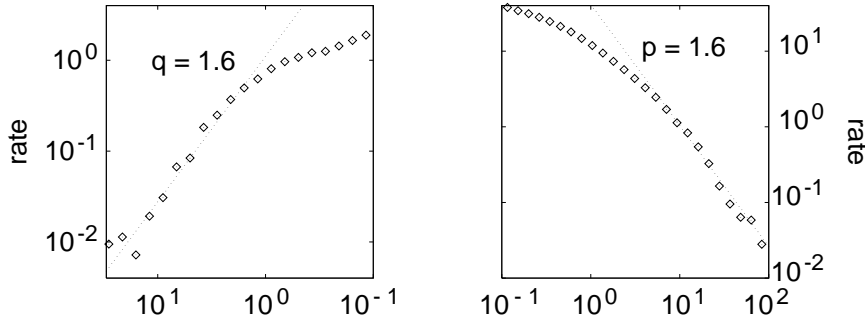
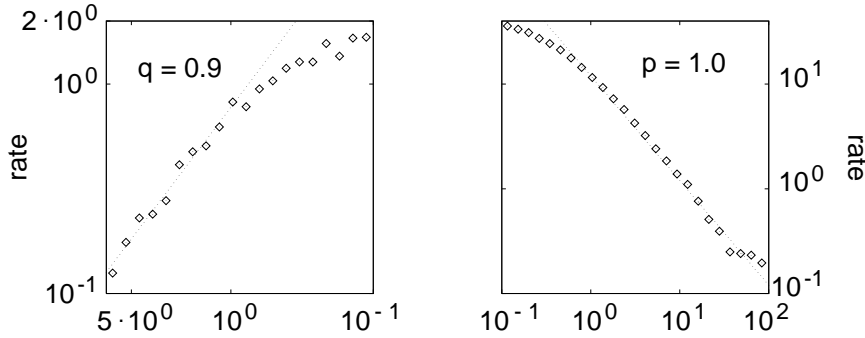
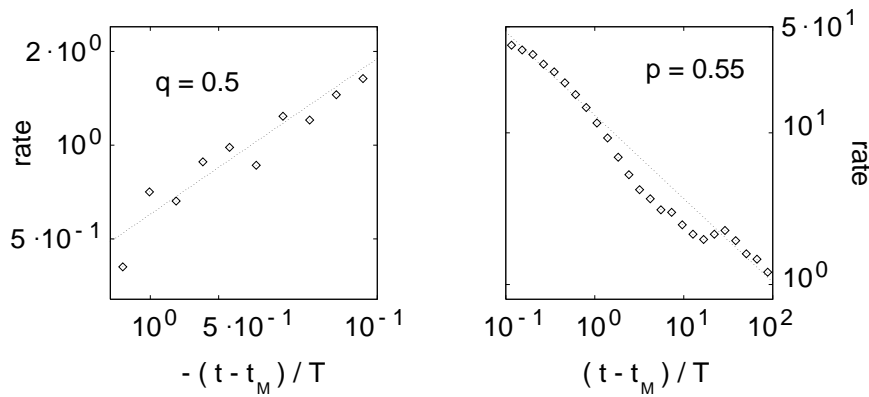
Wyss, M. & Habermann, R. E. [1988] "Precursory seismic quiescence," *Pure Appl. Geophys.*, **126**, 319–332.



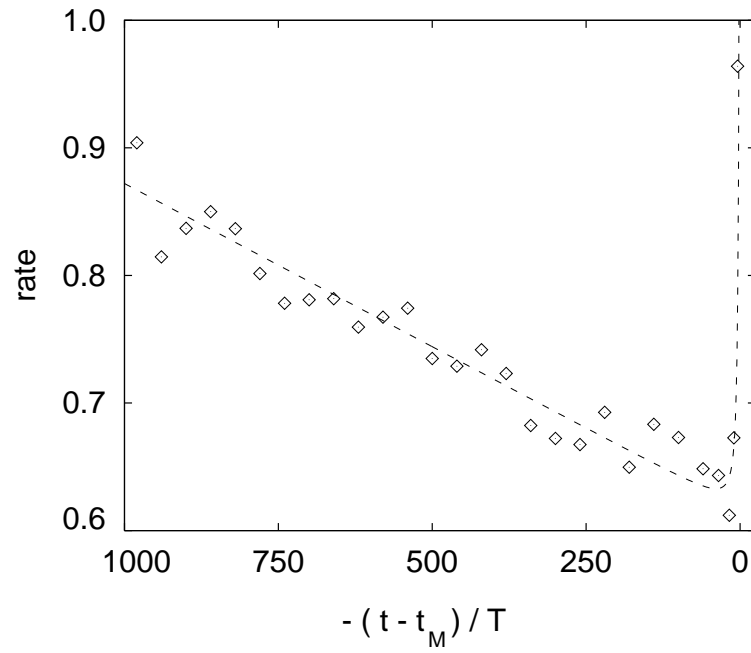
**Figure 1.** The solid line in the large figure shows the probability density of observing an earthquake of size greater than  $S$  in dependence on  $S$  for a system size  $L=100$ . The dotted line indicates the power-law decay with exponent  $B = 0.9$ . The small figure shows that the cutoff in the distribution scales with system size  $L$ : The distributions for the different system sizes  $L=75, 100$  and  $125$  coincide in the normalized coordinates  $S/L^2$  and  $L^2 \cdot P(Size > S)$ .



**Figure 2.** The averaged earthquake occurrence rate per spatial volume formed by stacking the records of seismic rate relative to mainshock times  $t_M$ . The rate depends on the distance  $r$  to the epicenter of the mainshock. The plot shows the average of 5000 mainshocks for a simulation with  $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ .

(a)  $T/T_0 = 10^{-5}$  :

 (b)  $T/T_0 = 10^{-4}$  :

 (c)  $T/T_0 = 10^{-3}$  :


**Figure 3.** The rate of extra events in dependence on the time relative to the occurrence time of the mainshock  $t_M$ . The left column shows the dynamics of foreshock occurrence while the right column shows aftershocks for the different ratios (a)  $T/T_0=10^{-5}$ , (b)  $T/T_0=10^{-4}$  and (c)  $T/T_0=10^{-3}$ . The dotted lines show fits for the power-laws with different exponents  $p$  and  $q$ . All plots correspond to the average of 5000 mainshocks calculated on a  $100 \times 100$ -grid.



**Figure 4.** The rate of events in dependence on the time before the mainshock occurrence time  $t_M$ . The dots belong to the average of 5000 mainshocks for a simulation with  $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ . The dashed line corresponds to a linear decrease with a sudden transition to a power-law increase of the seismic rate (foreshock sequence).



## **B.4 Similar power-laws fore fore- and aftershock sequences in a spring-block model for earthquakes**

Titel: Similar power-laws for fore- and aftershock sequences  
in a spring-block model for earthquakes  
Autoren: S. Hainzl, G. Zöller und J. Kurths  
In Druck bei: *Journal of Geophysical Research* **104**, 7243-7253 (1999)

## Similar Power-Laws for Fore- and Aftershock Sequences in a Spring-Block Model for Earthquakes

S. Hainzl, G. Zöller and J. Kurths

Institute of Physics, University of Potsdam, Am Neuen Palais, D-14469 Potsdam, Germany, Tel. +49-331/977-1175, Fax +49-331/977-1142, Email: hainzl@ik.uni-potsdam.de

### Abstract

We introduce a crust relaxation process in a continuous cellular automaton version of the Burridge-Knopoff model. The most important model parameters are the level of conservation and the ratio of the crust relaxation time to the tectonic reloading time. In correspondence with the original spring-block model, the modified model displays a robust power-law distribution of event sizes. The principal new result obtained with our model is the spatio-temporal clustering of events exhibiting several characteristics of earthquakes in nature. Large events are followed by aftershock sequences obeying the Omori law and preceded by localized foreshocks which are initiated after a time period of seismic quiescence. While we observe a considerable variability of precursory seismicity, we find that the rate of foreshocks increases on average according to a power-law with an exponent  $q$ , which is in good agreement with the exponent  $p$  of the Omori law. In contrast to other events, the distribution of foreshock sizes is characterized by a significantly smaller Richter  $B$ -value. Our model reproduces the empirically observed power-law exponents, the Richter  $B$ -value,  $p$  and  $q$  and their variability using one set of model parameters, simultaneously.

## 1. Introduction

In the recent past, many seismologists came to the agreement that the earth is in a state of self-organized criticality [Geller *et al.*, 1997; Main, 1997]. In the concept of self-organized criticality (SOC), which was first introduced by Bak *et al.* [1987], a system drives itself into a statistically stationary state characterized by spatial and temporal correlation functions with power-law behavior. The system is attracted to this state without a detailed specification of the initial conditions and control parameters.

In fact, earthquakes show several types of power-law behavior. A famous one is the Gutenberg–Richter law [Gutenberg and Richter, 1956], which can be transformed into a power-law for the number of observed earthquakes with rupture sizes greater than  $S$  [Kanamori and Anderson, 1975]

$$N(\text{Size} > S) \sim S^{-B}. \quad (1)$$

The exponent  $B$  varies over a wide range of values for different faults, namely, between 0.80 and 1.05 [Pacheco *et al.*, 1992].

Furthermore, large earthquakes are often preceded by spatially localized sequences of few foreshocks and mostly followed by a larger number of aftershocks. Both, the decay of the aftershock sequences and the time distribution of foreshocks are found to follow power-laws. The aftershocks are described by the modified Omori law [Omori, 1894; Utsu *et al.*, 1995]

$$R_a \sim (c_a + t - t_M)^{-p}, \quad (2)$$

and the foreshocks by a similar power-law [Kagan and Knopoff, 1978; Jones and Molnar, 1979]

$$R_f \sim (c_f + t_M - t)^{-q}, \quad (3)$$

where  $t_M$  indicates the occurrence time of the main-shock,  $R_a$  and  $R_f$  denote the occurrence rate of aftershocks and foreshocks, respectively, and  $c_a, c_f$  are small constants. Both exponents  $p$  and  $q$  are found to be close to one for empirical earthquake catalogues [Papazachos, 1975; Scholz, 1994].

To reproduce the observed characteristics, simplified models for complex fault systems have been studied. A well-known model, which reproduces the Gutenberg-Richter law, was proposed by Burridge and Knopoff [1967] (BK), assuming the fault system as a spring-block system lying between two rigid tectonic plates. Several modifications of this model have been analyzed by different authors (e.g. [Carlson and

Langer, 1989a,b; Nakanishi, 1991]). Olami, Feder and Christensen (OFC) [Olami *et al.*, 1992; Christensen and Olami, 1992a,b] have shown that their continuous, nonconservative cellular automaton model is equivalent to the two-dimensional BK-model in the quasistatic limit, i.e. if instantaneous block slips are assumed. In contrast to the first generation of SOC-models, which were limited to a conservation law [Bak and Tang, 1989], the OFC-model can explain the proper  $B$ -value and its empirically observed variability. According to the OFC-model, the exponent  $B$  is close to zero in the case of high levels of conservation and increases to values above two for low levels of conservation.

None of these models, however, shows the most conspicuous characteristics of spatio-temporal clustering observed in real fault systems: sequences of fore- and aftershocks. Several mechanisms were introduced to simulate this kind of clustering: stress recovery as a result of visco-elastic relaxation within the fault zone combined with time-dependent friction [Dieterich, 1972; Mikumo and Miyatake, 1979]; randomly re-shuffling of static friction (arbitrary fault strengthening or weakening) after block slip [Ito and Matsuzaki, 1990]; or pore fluid flows [Nur and Booker, 1972]. These mechanisms lead to aftershock sequences obeying the Omori law, but they cannot explain the emergence of foreshocks.

One explanation for foreshocks is an initiation process of earthquakes according to the mechanism of stress corrosion cracking, which is observed in laboratory experiments [Scholz, 1994]. Yamashita and Knopoff [1987, 1989, 1992] assume a fractal distribution of pre-existing cracks. In this case, stress corrosion can lead to foreshocks and aftershocks with the observed characteristics. Sornette *et al.*, [1992] have shown that a fractal distribution is not a prerequisite to reproduce foreshock sequences by means of stress corrosion cracking. However, the models are not able to simulate a statistically stationary state with successive small and large earthquakes, because cracks are not permitted to heal. Huang *et al.* [1998] studied a pre-existing hierarchical fault system assuming coupling strengths which are proportional to the cell sizes. The system self-organizes asymptotically into a stationary state where fore- and aftershock sequences with power-law behavior occur. While the observed exponent of the aftershock activity (2) is reproduced  $p \approx 0.9$ , the cellular automaton describes a long-term increase of foreshock activity  $q \approx 0.4$  rather than a short-term increase (3).

As an alternative to stress corrosion cracking which describes an accelerated process, we will show that transient creep, which occurs in the crust subsequently to earthquakes, can explain the observed spatio-temporal clustering accompanying large earthquakes. Postseismic slip is observed to occur in the vicinity of the fault over days to years [Peltzer *et al.*, 1996; Heki *et al.*, 1997; Savage and Swarc 1997]. Visco-elastic relaxation within the fault plane have been already examined by Mikumo and Miyatake [1979] in a model of Burridge-Knopoff type. In this case, no fore- and aftershocks can be reproduced without further assumptions. Nakanishi [1992] has investigated a viscous fluid flow under the fault. His one-dimensional fault model reproduces aftershock sequences obeying the Omori law, but no foreshocks.

In this paper, we study the effect of transient creep in the vicinity of the fault layer on the dynamics of the two-dimensional OFC-fault-model. Thus, in contrast to the models which use stress corrosion, we assume stick-slip motion with instantaneous healing. Furthermore, no built-in complexity is used. Hence, there are no differences in the initiation processes of different earthquakes. This assumption is supported by the observations that there is no known way to distinguish a foreshock from another event and that there is no correlation between the size of foreshocks and that of the subsequent mainshock [Jones and Molnar 1979; Ogata *et al.*, 1996]. We investigate two opposite types of crust relaxation processes (Section 2). In the case of a nonlocal effect, we will show that the Gutenberg-Richter law is maintained (Section 3.1), whereas in the case of a nothing but local effect the self-organized critical state is destroyed. In the former case, foreshocks and aftershocks occur according to (2) and (3) as well as a precursory quiescence which precedes the foreshocks (Section 3.2). Analyzing the statistics of fore- and aftershocks yields a significant difference of the corresponding  $B$ -values. In Subsection 3.2.4, some examples are presented which illustrate the precursory and postseismic activity accompanying single mainshocks. Finally, we discuss the robustness of our results with respect to model modifications and summarize the main ideas of our work.

## 2. Model

By analogy with the model of Burridge and Knopoff [1967] (BK), we discuss the internal dynamics of a single fault rather than the dynamics of a complex system of coupled faults. In our model, the fault is rep-

resented analogously by a network of interconnected blocks lying between two tectonic plates. Each block is coupled to the adjacent blocks and to the upper tectonic plate by springs and is connected frictionally to the bottom tectonic plate. It is assumed that the blocks perform stick-slip motion. All blocks are driven simultaneously by the slow relative movement of the two plates.

In contrast to the BK-model and its cellular automaton version (OFC-model), we do not assume total elasticity, because material creep, plasticity, fluid flow, and other processes are important in real fault systems. For example, afterslip or transient creep are known to induce a stress release in the order of the coseismic release [Heki *et al.*, 1997; DeMets, 1997]. Therefore, we study, as an extension of the BK-model, transient creep in the vicinity of the fault blocks which perform stick-slip motion. In general, a local failure changes the stress within the crust over a zone with a characteristic length set by the screening of the elastic Green function. Transient creep is expected to occur in this region. In a first order approximation, we restrict our analysis to transient creep which affects only the slipped block and its nearest neighbors. We study two opposite cases: The relaxation process involves either only the slipped block (local model) or only the adjacent blocks (nonlocal model). The more general case of a combination of both models is described in Section 4. The relaxation process is modeled by standard linear solids, which exhibit elastic properties in addition to transient creep characteristics. The standard linear solid consists of a Maxwell element in parallel with a spring (see e.g. [Dieterich, 1972]). One-dimensional sketches of two-dimensional block-systems, which are representing the local and nonlocal model, are shown in Figure 1 and analyzed in the appendix. For simplicity, we analyze an asymmetrical fault system in correspondence with the BK-model, i.e. only the edge of one of both tectonic plates is subdivided into blocks with elastic and transient characteristics. A symmetrical model, which treats both tectonic plates in the same manner, leads to the same qualitative dynamics.

In real fault systems, the duration of large earthquakes is of the order of minutes, whereas the duration of aftershock sequences is of the order of weeks and the recurrence times of large earthquakes are of the order of hundred years. Consequently, the dynamics of a single earthquake is much faster than the assumed crust relaxation and the tectonic loading. Therefore, we assume that the crust relaxation,

i.e. the relaxation of the standard linear solid, and the tectonic loading have no effect on the dynamics of an individual event. Thus, the evolution of a single earthquake depends only on the elastic properties of the block-system and can be described by analogy with the OFC-model. In the inter-occurrence time interval between successive earthquakes, the stresses increase according to the tectonic loading and additionally, in contrast to the OFC-model, according to the transient creep in the crust.

We implement our model in the form of a continuous cellular automaton by defining an  $L \times L$  array of blocks  $(i, j)$ , where  $i, j$  are integers,  $1 \leq i, j \leq L$ . The total force (or stress if unit area is assumed) on each block is given by  $\sigma(i, j)$ . The model algorithm consists of two steps, (i) the evolution of a single earthquake and (ii) the stress changes in the inter-occurrence time between successive events:

(i) The evolution of a single event is described in the following way: The friction law adopts the Mohr-Coulomb law with a spatially constant static failure threshold  $\sigma_F$ , and a spatially constant residual stress  $\sigma_R$ . If the stress on a block  $(k, l)$  exceeds the static failure threshold,  $\sigma(k, l) \geq \sigma_F$ , sliding is initiated at this block. The moving block slips to the position with the residual stress  $\sigma_R$  and the stress  $\Delta\sigma \equiv \sigma(k, l) - \sigma_R$  is distributed to the adjacent blocks and to the crust. The stresses of the four nearest neighbors  $(k_{\pm}, l_{\pm})$  are set according to the rule

$$\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}) \rightarrow \sigma(k_{\pm}, l_{\pm}) + \alpha \cdot \Delta\sigma \quad (4)$$

and the stress of the sliding site is reset to

$$\sigma(k, l) \rightarrow \sigma_R. \quad (5)$$

The elastic coupling constant  $\alpha$  depends on the spring constants (see appendix) and can vary in the range of  $0 \leq \alpha \leq 0.25$ , where  $\alpha=0.25$  refers to the conservative case. The stress increase in the crust is  $(1 - 4\alpha)\Delta\sigma$ . This change of stress causes a relaxation process which follows the earthquake (step (ii)). The effect of the relaxation process on the block system depends on the assumed coupling (see appendix (A8) and (A13)). Therefore, we introduce the stress levels  $\sigma_{cr}^N(i, j)$ , which indicate the additional stress in the crust. The values of  $\sigma_{cr}^N(i, j)$  are set to zero at the beginning of the earthquake (with index  $N$ ) occurring at time  $t_N$ .

- Local model: The stress in the crust increases in the position of the sliding block:

$$\sigma_{cr}^N(k, l) \rightarrow \sigma_{cr}^N(k, l) + (1 - 4\alpha) \cdot \Delta\sigma \quad (6)$$

- Nonlocal model: The stresses in the crust increase in the positions of the four adjacent blocks:

$$\sigma_{cr}^N(k_{\pm}, l_{\pm}) \rightarrow \sigma_{cr}^N(k_{\pm}, l_{\pm}) + (0.25 - \alpha) \cdot \Delta\sigma \quad (7)$$

The redefined stress on the adjacent blocks  $\sigma(k_{\pm}, l_{\pm})$  may lead to an instability, i.e.  $\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}) \geq \sigma_F$ , in one or more blocks. In this case, a chain reaction starts and the stresses are distributed according to equations (4), (5) and (6), respectively (7), until the earthquake is terminated, i.e. until  $\sigma(i, j) < \sigma_F$  for all blocks  $(i, j)$ .

The spatial size of the event is measured, i.e. the blocks, which slipped at least once in the avalanche, are counted.

(ii) In the inter-occurrence time interval between successive events the dynamics is described in the following way: The evolution of a single earthquake is set to be instantaneous, i.e. the relaxation process and the tectonic loading have no effect during the evolution of an earthquake. However, the Maxwell elements relax in time intervals between successive earthquakes. Each earthquake induces a subsequent relaxation process, e.g. an earthquake occurring at time  $t_n$  leads to a stress increase according to

$$\Delta\sigma^n(i, j, t) = \kappa \cdot \sigma_{cr}^n(i, j) \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_n}{T}}). \quad (8)$$

In the appendix, we derive explicitly the dependence of the relaxation time  $T$  and the parameter  $\kappa$  on the elastic and viscous properties of the investigated block-systems. The parameter  $\kappa$  denotes the fraction  $0 < \kappa < 1$  of the instantaneous stress jump in the crust  $\sigma_{cr}^n$ , which is redistributed to the fault in time. The value  $\kappa$  can be interpreted as a measure for the ratio of the postseismic to the coseismic deformation. The relaxation processes of all earthquakes can be determined by superposition. Additionally to the crust relaxation process, the movement of the tectonic plates increases the stress on each block with a rate of  $(\sigma_F - \sigma_R)/T_0$ , where  $T_0$  is the tectonic reloading time. Therefore, the time evolution of the stress distribution following an earthquake at time  $t = t_N$  can be described by

$$\begin{aligned} \sigma(i, j, t) &= \sigma(i, j, t_N) + \frac{\sigma_F - \sigma_R}{T_0} \cdot (t - t_N) \\ &\quad + \sum_{n=1}^N [\Delta\sigma^n(i, j, t) - \Delta\sigma^n(i, j, t_N)] \\ &= \sigma(i, j, t_N) + \frac{\sigma_F - \sigma_R}{T_0} \cdot (t - t_N) \end{aligned}$$

$$+ \kappa \cdot S_N(i, j) \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_N}{T}}), \quad (9)$$

where  $t_n$  is the occurrence time of the  $n$ th event. The function  $S_N(i, j)$  can be calculated iteratively by

$$\begin{aligned} S_N(i, j) &\equiv \sum_{n=1}^N \sigma_{cr}^n(i, j) \cdot e^{-\frac{t_N - t_n}{T}} \\ &= \sigma_{cr}^N(i, j) + S_{N-1}(i, j) \cdot e^{-\frac{t_N - t_{N-1}}{T}}. \end{aligned} \quad (10)$$

To determine the onset of the following earthquake (index  $N+1$ ), the equations  $\sigma(i, j, \tilde{t}_{ij}) = \sigma_F$  are solved with Newton's method and the block with the minimal time  $t_{min} = \min\{\tilde{t}_{ij} | i, j \in 1, \dots, L\}$  is picked up. The next earthquake is initiated at this block and occurs at time  $t_{N+1} = t_{min}$ . All stresses are changed to the values  $\sigma(i, j, t_{min})$  according to (9) and step (i) is repeated for the next earthquake.

### 3. Simulation of the Model

For numerical simulations, we use open boundary conditions, which implies that the blocks in the boundary layer are coupled to rigid boundary blocks. We start the simulations with random values of  $\sigma(i, j)$  uniformly distributed in the interval  $[\sigma_R, \sigma_F]$ . The values of  $\sigma_R$  and  $\sigma_F$  have no influence on the dynamics. They are set arbitrarily to  $\sigma_R=0$  and  $\sigma_F=1$ . Since we are primarily interested in the adjustment of the ratio of the relaxation time  $T$  to the tectonic reloading time  $T_0$ , we fix one of them. We choose  $T_0 = 10^3$  for the following simulations; different values do not lead to qualitative changes. The system is iterated until it reaches a statistically stationary state.

In the first part (Section 3.1), we study the distribution of event sizes (Gutenberg-Richter law) for the two different crust relaxation processes, analyzed in this paper. Then, in the second part (Section 3.2), we investigate the spatio-temporal patterns of earthquake dynamics, in particular, we analyze foreshock and aftershock sequences, the size distribution of fore- and aftershocks and the seismicity preceding large events in a longer time interval. For the simulations analyzed in the first two parts, the elastic parameter  $\alpha$  is set to 0.2 and the feedback fraction  $\kappa$  is set to 0.5. Hence, apart from the system size  $L$ , only the relaxation time  $T$  is varied. In Section 3.3, we discuss the dependence of the results on the parameters in general.

#### 3.1. Distribution of Event Sizes

The distribution of event sizes, generated by our model, depends on the way in which the visco-elastic coupling between crust and block-system is implemented.

In the case of a local model, the power-law distribution, observed in the OFC-model, is destroyed (see Figure 2a). The crust relaxation leads to higher probabilities for larger events than in the OFC-model.

For the case of the nonlocal model, the SOC-behavior observed in the OFC-model is maintained. The probability distribution of event sizes, shown in Figure 2b, yields the Gutenberg-Richter exponent  $B=0.9$  compared to  $B=0.91$  in the OFC-model [Olami *et al.*, 1992]. In this case, as well as in the local model, we find that the distribution function is independent of the relaxation time  $T$ . The distributions for the different parameters  $T/T_0=10^{-3}, 10^{-4}$  and  $10^{-5}$  are visually indistinguishable. To verify the criticality of the model, we study the effect of increasing system size  $L=75, 100$  and  $125$ . We observe that the exponent is independent of the system size, whereas the cutoff in the size distribution scales with  $L^2$  (see inset in Figure 2b). Consequently, the cutoff in the distribution is a result of the finite system size which we have to use for our numerical simulations. However, from energy consideration it is obvious that also in real fault systems a cutoff at the large energy end of the Gutenberg-Richter distribution exists.

#### 3.2. Spatio-Temporal Clustering Associated with Mainshocks

In real fault systems, earthquakes typically do not occur as isolated events, but are usually part of a sequence of events. Foreshock and aftershock sequences are closely related to a larger event called mainshock; earthquake sequences without a large, dominant earthquake are called swarms.

In this section, we analyze the simulations of our model with regard to spatio-temporal clusters accompanying large events. For that, we determine the mainshocks in the simulated data as events with sizes  $S \geq S_{cut}$  which are the largest event within a time interval  $\pm \Delta t_M$ . For the calculations in this section (with system size  $L^2=10^4$ ), we use the definitions  $S_{cut} = 0.1 \cdot L^2$  and  $\Delta t_M = 0.1 \cdot T_0$ .

In the first two parts, we characterize the occurrence of foreshocks and aftershocks and examine their size distributions. Then, we investigate the seismicity preceding foreshock sequences. In the last part of

this section, we present some examples of simulated seismicity accompanying a mainshock.

**3.2.1. Power-law increase and decrease of seismicity.** For each mainshock we compute the occurrence rate of events relative to the mainshock occurrence time  $t_M$ . Because of the small number of foreshocks and aftershocks associated with any single mainshock, there is a considerable variability in the details of the occurrence rates, especially with respect to foreshock sequences (see Section 3.2.4). Hence, to describe the temporal characteristics of clustering, we average the occurrence rates over several mainshocks. In Figure 3 the averaged occurrence rate per spatial volume is plotted in dependence on the spatial distance  $r$  to the hypocenter (initiation point) of the mainshock.

In the case of a local model (Figure 3a), aftershocks occur with a distance of less than ten blocks ( $r \leq 10$ ), but foreshocks are absent. The maximum of the aftershock rate occurs with a delay which is of the order of the relaxation time  $T$ . This delay is in discrepancy to observations in real fault systems.

In the case of the nonlocal effect of the relaxation process, an increasing number of foreshocks is generated on average just before the mainshock (Figure 3b). Aftershocks turn on instantaneously after the mainshock, followed by a decay of the aftershock rate. The rate of aftershocks exceeds the rate of foreshocks by about one order of magnitude. It is important to note that the number of foreshocks as well as the number of aftershocks decreases with increasing distance  $r$  from the hypocenter of the mainshock, i.e. the clusters are localized around the hypocenter of the mainshock. Hence, we conclude that most foreshocks and aftershocks occur on or near the fracture area of the mainshock, which is by definition greater than  $10^3$  grid points (for an example see Figure 8). This is in good accordance with empirical findings for real earthquakes [Mendoza and Hartzell, 1988].

In the following, we restrict our analysis to the nonlocal model. At first, we investigate more accurately the time evolution of foreshock and aftershock sequences. For that, we define the rate of extra events as the occurrence rate less the expected rate in the absence of clustering. In practice, we search the last minimum of the seismic rate which precedes the mainshock  $R_{min}^-$  and the first minimum which follows the mainshock  $R_{min}^+$ . The rate of extra events is the rate which exceeds the value  $R_{min}^-$  (foreshocks) or the value of  $R_{min}^+$  (aftershocks). In Figure 4, these rates are shown in log-log plots for the three ratios

$T/T_0 = 10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  and  $10^{-3}$ . Each data set can be fitted quite well by power-laws according to (2) and (3), respectively. Our main finding is that the exponent  $p$  of the Omori law (2) is identical with the exponent  $q$  for the foreshock sequences (3). This is in good accordance with findings for real fault systems [Papazachos, 1975; Kagan and Knopoff, 1978; Jones and Molnar, 1979; Davis and Frohlich, 1991]. Furthermore, the exponent of the power-law decreases approximately with 1.65, 1.1 and 0.6 for increasing ratio  $T/T_0=10^{-5}$ ,  $10^{-4}$  and  $10^{-3}$ , respectively. These results are found to be independent of the system size  $L$  of the simulations. The empirical values  $p, q \approx 1$  are reproduced by our model, if the ratio of relaxation time  $T$  to tectonic reloading time  $T_0$  is of the order of  $10^{-4}$ . In this case, i.e.  $T/T_0=10^{-4}$ , we find that the constant  $c_a$  is  $0.4 \cdot T$ . The empirical observed  $c_a$ -values scatter from 0.01 days to over 1 day with a median of about 0.3 days [Utsu et al., 1995]. In our model a value of  $c_a = 0.3$  days would lead to the reloading time  $T_0$  of approximately 20 years which is in the range of the observed reloading times, e.g. 14-25 years for Parkfield, California [Segall and Harris, 1987].

**3.2.2. Size distribution of foreshocks and aftershocks.** It has been found that single foreshocks can be identified in advance only with a low probability from real data [Ogata et al., 1996]. However, observations in real fault system [Suyehiro et al., 1964; Papazachos, 1975] and on some laboratory work [Scholz, 1968] have shown that foreshock sequences are characterized on average by a smaller  $B$ -value than aftershocks or other earthquakes.

Now, we analyze the simulations of our model with regard to these observations. All events occurring in the spatio-temporal vicinity to a mainshock,  $-10 \cdot T \leq \Delta t < 0$  and  $r \leq 20$ , are counted as foreshocks and all events occurring within the time interval  $0 < \Delta t \leq 10 \cdot T$  and the distance  $r \leq 20$  are counted as aftershocks. Then, the distribution of event sizes is calculated for these foreshocks and aftershocks. In Figure 5, the result for a model simulation ( $T/T_0 = 10^{-4}$  and  $L = 100$ ) is shown in comparison to the size distribution of all events, i.e. independent events plus fore- and aftershocks.

We find that the  $B$ -value of foreshocks concerning (1) is significantly smaller than the  $B$ -value of aftershocks and all other earthquakes. This is in good agreement with the empirical knowledge and indicates that the mean fracture size increases as gross failure is approached.

**3.2.3. Precursory quiescence.** We now investigate the evolution of seismicity in a time interval before the onset of foreshock sequences. For this, we calculate the averaged earthquake density in the whole time interval  $\Delta t_M = 0.1 \cdot T_0$  preceding the mainshock, where the mainshock is by definition the largest event. This is shown in Figure 6 for a simulation with  $T/T_0=10^{-4}$ . As a result, we find that the earthquake occurrence rate decreases on average almost linearly until the foreshock sequence is initiated. This is in good agreement with observations for real earthquake systems: It is found that many mainshocks are preceded by a period of less seismic activity, so-called precursory seismic quiescence [Habermann, 1988; Wyss and Habermann, 1988].

**3.2.4. Examples.** In the previous sections we have analyzed the underlying dynamics leading to a mainshock as well as the dynamics following a mainshock. Because of the small number of foreshocks and aftershocks associated with a single mainshock, we have had to average over many mainshocks. Analyzing mainshocks without averaging, we find that in all cases mainshocks are followed by a sequence of aftershocks, whereas the precursory seismicity differs significantly for different mainshocks. Figure 7 shows three types of precursory seismicity appearing in our model simulations: (i) an accelerating number of foreshocks, (ii) mainshocks without significant foreshocks and (iii) a precursory swarm of small events separated from the mainshock by a time interval without seismicity.

Next, we present an example for the spatial-temporal evolution of slip events preceding and following a selected mainshock. The analyzed example (Figure 8) is of type (i), i.e. an increasing number of foreshocks occurs just before the mainshock. The foreshocks migrate toward the future hypocenter of the mainshock. We interpret this behavior in such a way that the block system is in a critical state where each of the foreshocks could grow in the mainshock. Then, the mainshock is initiated at the edge of the sliding zone of the foreshocks. Immediately after the mainshock, aftershocks occur on the gaps and on the edge of the mainshock rupture zone. This spatio-temporal evolution of foreshocks and aftershocks is found to be characteristic for our model.

### 3.3. Dependence on Parameters

In the previous sections, we have analyzed the model with respect to the elastic constant  $\alpha=0.2$  and the feedback fraction  $\kappa=0.5$ . However, we have stud-

ied also other values of the model parameters.

We have found that the model dynamics evolve independent of the initial conditions in a statistically stationary state which depends mainly on two parameters: On the one hand, the Richter- $B$  is significantly influenced only by the elastic parameter  $\alpha$ . Analogous to the OFC-model [Olami *et al.*, 1992], we have found that the  $B$ -value increases, if  $\alpha$  decreases. The variation of the observed  $B$ -values,  $B=0.8-1.05$ , in real faults can be reproduced by varying the parameter  $\alpha$  between 0.18 and 0.22. On the other hand, we have found that the ratio of the relaxation time  $T$  to the tectonic reloading time  $T_0$  determines the power-law exponents  $p$  and  $q$  (Figure 4). The empirical values  $p, q \approx 1$  can be reproduced in our model by a ratio  $T/T_0$  in the order of  $10^{-4}$ . In real fault systems, seismic waves and other processes lead to a loss of energy. Thus, the value of the feedback fraction  $\kappa$  can be small. We find that even for small values of  $\kappa$  fore- and aftershocks occur. Furthermore,  $\kappa$  as well as the spatial dimension  $L$  do not influence any of the power-law exponents significantly (Figure 9). However, the number of fore- and aftershocks occurring in the simulations are positively correlated to  $\kappa$  and  $L$ .

## 4. Discussion and Conclusion

We have shown that a network of blocks lying between two tectonic plates can evolve to a self-organized critical state with striking similarities to observations in real fault systems: a power-law distribution of event sizes, power-laws with similar exponents for fore- and aftershock sequences, a smaller  $B$ -value of foreshocks and a precursory seismic quiescence.

We have investigated two versions of a cellular automata which can be directly mapped into a spring-block model which is similar to the model of Burridge-Knopoff (BK). In contrast to the BK-model, the crust is assumed to perform transient creep which is modeled by standard linear solids. It is emphasized that the standard linear solid provides only a first order approximation to transient creep in rocks. Furthermore, long-range interactions are neglected. Our approach is to begin as simple as possible (minimal model) and progressively add more levels of detail as the effects of the different parameters are clarified. Thus, the results of modeling should be viewed as being qualitative.

The local and nonlocal model represent two dif-



ferent kinds of coupling between the crust and the block-system. Hence, the crust relaxation influences the block-system in different ways: In the case of the local model, the crust relaxation affects only the slipped block, whereas in the case of the nonlocal model only the four nearest neighbors are affected. Stress recovery on slipped blocks (local model) destroys the criticality of the system which is observed in the case of the BK-model, i.e. the Gutenberg-Richter law is not fulfilled. Aftershocks occur, but they do not comply with the Omori law. Furthermore, foreshocks are absent in this case. By contrast, the Gutenberg-Richter law is maintained in the case of the nonlocal model and, additionally, localized fore- and aftershock sequences occur which follow similar power-laws. Thereby, the empirically observed power-law exponents can be reproduced simultaneously using one set of model parameters. The observed variability of the exponents can be reproduced by variations of the parameter  $T$ , respectively  $\alpha$ . We find that the longer the relaxation time is, the smaller is the exponent of the Omori law (2). This is in good accordance with the model of *Nakanishi* [1992], who has investigated a viscous fluid flow under the fault. The absence of foreshocks in *Nakanishi*'s model is probably based on the investigation of an one-dimensional instead of a two-dimensional fault.

The proposed mechanism is a promising candidate for the actual dynamical process in real fault systems, because the dynamics observed in the nonlocal model is not restricted to this special case. We have found a remarkable robustness of the results with respect to modifications of the model. In particular, we have studied the dependence on external noise. After each event and for each block separately, we have added white noise with a standard deviation up to  $0.5/T_0$  to the tectonic loading rate  $1/T_0$ . We have found that this noise has almost no effect on the exponents  $B$ ,  $p$  and  $q$ . Furthermore, we have investigated a generalized model which is a combination of both discussed models: In this case the stress, which feeds back to the block system as a result of the crust relaxation, is distributed to one half to the slipped block and to the other half to the four adjacent blocks. We find that the mechanism described by the nonlocal model dominates the qualitative dynamics of the generalized model: The Gutenberg-Richter law as well as localized fore- and aftershock sequences are observed in good agreement with the results of the nonlocal model. Differences are found only in the time distribution of aftershocks occurring near the hypocenter

of the mainshock. The aftershock sequence turns out to be a superposition of the distributions generated by the local model and the nonlocal model. Note that in the case of the nonlocal model the number of aftershocks exceeds the value for the local model approximately by a factor five (see Figure 3). In the generalized model, therefore, the decay of aftershocks nearby the hypocenter of the mainshock,  $r \leq 10$ , is slowed down at a time distance of about one relaxation time  $T$  after the mainshock leading to a deviation from the Omori law for those aftershocks.

In the nonlocal model, the maintenance of the Gutenberg-Richter law with almost the same exponent  $B$  indicates that the overall dynamics is dominated by the elastic properties of the model, i.e. in our case by the OFC-model. The principal new result obtained with this model is the strong spatio-temporal clustering of events displaying several characteristics of earthquake clustering in nature. If the fault system is loaded critically, the mean event size increases (higher  $B$ -value) and it depends sensitively on details of the stress levels in the block-system, whether any particular event grows into a mainshock. This mechanism can explain how the great variability in precursory seismicity emerges from our homogeneous, deterministic spring-block model. On average, the time evolution of the seismicity accompanying mainshocks can be described in the following way: the occurrence rate decreases almost linearly until the seismicity accelerates to the main rupture according to the same power-law which describes the decay of aftershocks. The number of aftershocks, however, exceeds the number of foreshocks approximately by one order of magnitude.

In spite of the fact that we neglect heterogeneities, long-range interactions and more realistic friction laws, there are striking similarities to empirical findings concerning the size distribution as well as the spatio-temporal clustering accompanying large earthquakes. Therefore, we believe that the mechanism in our conceptual model bear a strong resemblance to the actual dynamical process involved in earthquake faults. In conclusion, our investigations support the hypothesis that fault systems are in a state of self-organized criticality.

## Appendix: Spring-Block Models

Transient creep characteristics can be modeled by linear visco-elastic solids (e.g. standard linear solids) which consist of combinations of springs and dash-

pots. In the following, we assume blocks with unit area. Thus, force and stress are synonymous. A spring of stiffness  $K$  deforms according to  $x = \sigma/K$  in response to a force  $\sigma$  and a dashpot with the viscous coefficient  $\eta$  relaxes at the rate

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} . \quad (\text{A1})$$

We aim at an analysis of the dynamics of the block-systems which are illustrated in Figure 1. Therefore, we assume that the deformations of the dashpots can be neglected during the block slip. Furthermore, we can restrict this analysis to the stress changes owing to an earthquake with only one sliding block, because more complicated cases can be solved by superposition. Assume that the stress  $\sigma(k, l, t_0)$  at the block  $(k, l)$  exceeds the threshold value,  $\sigma(k, l, t_0) \geq \sigma_F$ , at time  $t_0$ . The block moves the distance  $\Delta X_{k,l}$  in the position with the residual stress  $\sigma_R$ . Hence, the stress  $\Delta\sigma \equiv \sigma(k, l, t_0) - \sigma_R$  is distributed partly to the adjacent blocks  $(k_{\pm}, l_{\pm}) \in \{(k-1, l), (k+1, l), (k, l-1), (k, l+1)\}$  according to

$$\Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t_0) = K_a \cdot \Delta X_{k,l} \equiv \alpha \cdot \Delta\sigma \quad (\text{A2})$$

and partly to the crust

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{cr}(t_0) &= \Delta\sigma - \sum_{(k_{\pm}, l_{\pm})} \Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t_0) \\ &= (1 - 4\alpha) \cdot \Delta\sigma . \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

After the rapid displacement  $\Delta X_{k,l}$ , the block  $(k, l)$  sticks again and the dashpot starts to relax according to (A1).

### Local model

In this case, the displacement of the block  $(k, l)$  is

$$\begin{aligned} \Delta X_{k,l} &= \Delta\sigma / (4K_a + K_b + K_c) \\ &= \Delta\sigma_{cr}(t_0) / (K_b + K_c) , \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

which leads to the coefficient

$$\alpha = K_a / (4K_a + K_b + K_c) . \quad (\text{A5})$$

The displacement  $x$  of the dashpot is determined by the force  $\sigma_{\eta}$  at the dashpot

$$\sigma_{\eta} = K_b \cdot (\Delta X_{k,l} - x) = \eta \cdot \frac{dx}{dt} , \quad (\text{A6})$$

leading to

$$x(t) = \Delta X_{k,l} \cdot [1 - e^{-\frac{K_b}{\eta} \cdot (t-t_0)}] . \quad (\text{A7})$$

Thus, the relaxation time is  $T = \eta/K_b$ .

The change of stresses as a result of the slip of block  $(k, l)$  can be expressed by

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(k, l, t) &= -\Delta X_{k,l} \cdot (4K_a + K_c) - \sigma_{\eta} \quad (\text{A8}) \\ &= -\Delta\sigma + K_b \cdot x(t) \\ &= -\Delta\sigma + \kappa \cdot \Delta\sigma_{cr}(t_0) \cdot [1 - e^{-\frac{t-t_0}{T}}] \end{aligned}$$

$$\Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t) = \Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t_0) = \alpha \cdot \Delta\sigma$$

with  $\kappa = K_b/(K_b + K_c)$  (under consideration of (A4) and (A7)). Hence, the relaxation process following the slip influences only the slipped block.

### Nonlocal model

In this case, the displacement of the block  $(k, l)$  is

$$\begin{aligned} \Delta X_{k,l} &= \Delta\sigma / (4K_a + 4K_b) \\ &= \Delta\sigma_{cr}(t_0) / (4K_b) , \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

which leads to the coefficient

$$\alpha = K_a / (4K_a + 4K_b) . \quad (\text{A10})$$

The displacement  $x$  of a dashpot is determined by the force  $\sigma_{\eta}$  at the dashpot (note that the intermediate upper blocks are coupled only to the two adjacent bottom blocks):

$$\sigma_{\eta} = K_b \cdot \Delta X_{k,l} - (2K_b + K_c) \cdot x = \eta \cdot \frac{dx}{dt} . \quad (\text{A11})$$

This equation leads to

$$x(t) = \frac{K_b}{2K_b + K_c} \cdot \Delta X_{k,l} \cdot [1 - e^{-\frac{2K_b + K_c}{\eta} \cdot (t-t_0)}] . \quad (\text{A12})$$

Thus, the relaxation time is  $T = \eta/(2K_b + K_c)$ .

The change of stresses as a result of the slip of block  $(k, l)$  can be expressed by

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(k, l, t) &= -\Delta\sigma \quad (\text{A13}) \\ \Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t) &= \Delta\sigma(k_{\pm}, l_{\pm}, t_0) + 2K_b \cdot x(t) \\ &= \alpha \cdot \Delta\sigma + \kappa \cdot \frac{\Delta\sigma_{cr}(t_0)}{4} \cdot [1 - e^{-\frac{t-t_0}{T}}] \end{aligned}$$

with  $\kappa = 2K_b/(2K_b + K_c)$  (under consideration of (A9) and (A12)). Hence, the relaxation process following the slip influences only the adjacent blocks.

**Acknowledgments.** We are grateful to R. Engbert, M. Wyss, and J. Zschau for stimulating discussions. Also we would like to thank the reviewers for helpful comments. This work was supported by the Sonderforschungsbereich 555 "Komplexe Nichtlineare Prozesse".

The Editor would like to thank the reviewer of this manuscript.

## References

- Bak, P., and C. Tang, Earthquakes as a self-organized critical phenomenon, *J. Geophys. Res.*, *94*, 15635–15637, 1989.
- Bak, P., C. Tang, and K. Wiesenfeld, Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise, *Phys. Rev. Lett.*, *59*, 381–384, 1987.
- Burridge, R., and L. Knopoff, Model and theoretical seismicity, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *57*, 341–371, 1967.
- Carlson, J. M., and J. S. Langer, Properties of earthquakes generated by fault dynamics, *Phys. Rev. Lett.*, *62*, 2632–2635, 1989a.
- Carlson, J. M., and J. S. Langer, A mechanical model of an earthquake fault, *Phys. Rev. A*, *40*, 6470–6484, 1989b.
- Christensen, K., and Z. Olami, Variation of the Gutenberg-Richter b-values and nontrivial temporal correlations in a spring-block model for earthquakes, *J. Geophys. Res.*, *97*, 8729–8735, 1992a.
- Christensen, K., and Z. Olami, Scaling, phase transitions, and nonuniversality in a self-organized critical cellular-automaton model, *Phys. Rev. A*, *46*, 1829–1838, 1992b.
- Davis, S. D., and C. Frohlich, Single-link cluster analysis of earthquake aftershocks: decay laws and regional variations, *J. Geophys. Res.*, *96*, 6335–6350, 1991.
- DeMets, C., Afterslip no longer an afterthought, *Nature*, *386*, 549, 1997.
- Dieterich, J. H., Time-dependent friction as a possible mechanism for aftershocks, *J. Geophys. Res.*, *77*, 3771–3781, 1972.
- Geller, R. J., D. D. Jackson, Y. Y. Kagan, and F. Mulargia, Earthquake cannot be predicted, *Science*, *275*, 1616–1617, 1997.
- Gutenberg, B., and C. F. Richter, Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *46*, 105–145, 1956.
- Habermann, R. E., Precursory seismic quiescence: past, present and future, *Pure Appl. Geophys.*, *126*, 279–318, 1988.
- Heki, K., S. Miyazaki, and H. Tsuji, Silent fault slip following an interplate thrust earthquake at the Japan Trench, *Nature*, *386*, 595–598, 1997.
- Huang, Y., H. Saleur, C. Sammis, and D. Sornette, Precursors, aftershocks, criticality and self-organized criticality, *Europhys. Lett.*, *41*, 43–48, 1998.
- Ito, K., and M. Matsuzaki, Earthquakes as self-organized critical phenomena, *J. Geophys. Res.*, *95*, 6853–6860, 1990.
- Jones, L. M., and P. Molnar, Some characteristics of foreshocks and their possible relationship to earthquake prediction and premonitory slip on faults, *J. Geophys. Res.*, *84*, 3596–3608, 1979.
- Kagan, Y. Y., and L. Knopoff, Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *55*, 67–86, 1978.
- Kanamori, H., and D. L. Anderson, Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *65*, 1073–1095, 1975.
- Main, I., Long odds on prediction, *Nature*, *385*, 19–20, 1997.
- Mendoza, C., and S. H. Hartzell, Aftershock patterns and main shock faulting, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *78*, 1438–1449, 1988.
- Mikumo, T., and T. Miyatake, Earthquake sequences on a frictional fault model with non-uniform strengths and relaxation times, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *59*, 497–522, 1979.
- Nakanishi, H., Statistical properties of a cellular-automaton model for earthquakes, *Phys. Rev. A*, *43*, 6613–6621, 1991.
- Nakanishi, H., Earthquake dynamics driven by a viscous fluid, *Phys. Rev. A*, *46*, 4689–4692, 1992.
- Nur, A., and J. R. Booker, Aftershocks caused by pore fluid flow? *Science*, *175*, 885–887, 1972.
- Ogata, Y., T. Utsu, and K. Katsura, Statistical discrimination of foreshocks from other earthquakes, *Geophys. J. Int.*, *127*, 17–30, 1996.
- Olami, Z., H. S. Feder, and K. Christensen, Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, *68*, 1244–1247, 1992.
- Omori, F., On the aftershocks of earthquakes, *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, *7*, 111–200, 1894.
- Pacheco, J. F., C. H. Scholz, and L. R. Sykes, Changes from frequency-size relationship from small to large earthquakes, *Nature*, *355*, 71–73, 1992.
- Papazachos, B. C., Foreshocks and earthquake prediction, *Tectonophysics*, *28*, 213–226, 1975.
- Peltzer, G., P. Rosen, F. Rogez, and K. Hudnut, Postseismic rebound in fault step-overs caused by pore fluid flow, *Science*, *273*, 1202–1204, 1996.
- Savage, J. C., and J. L. Svarc, Postseismic deformation associated with the 1992  $M_w=7.3$  Landers earthquake, southern California, *J. Geophys. Res.*, *102*, 7565–7577, 1997.
- Scholz, C. H., The frequency-magnitude relation of microfracturing in rock and its relation to earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *58*, 399–415, 1968.
- Scholz, C. H., *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*, Cambridge University Press, 1994.
- Segall, P., and R. Harris, Earthquake deformation cycle on the San Andreas fault near Parkfield, California, *J. Geophys. Res.*, *92*, 10511–10525, 1987.

Sornette, D., C. Vanneste, and L. Knopoff, Statistical model of earthquake foreshocks, *Phys. Rev. A*, *45*, 8351–8357, 1992.

Suyehiro, S., T. Asada, and M. Ohtake, Foreshocks and aftershocks accompanying a perceptible earthquake in central Japan - on a peculiar nature of foreshocks, *Papers Meteorol. Geophys.*, *15*, 71–88, 1964.

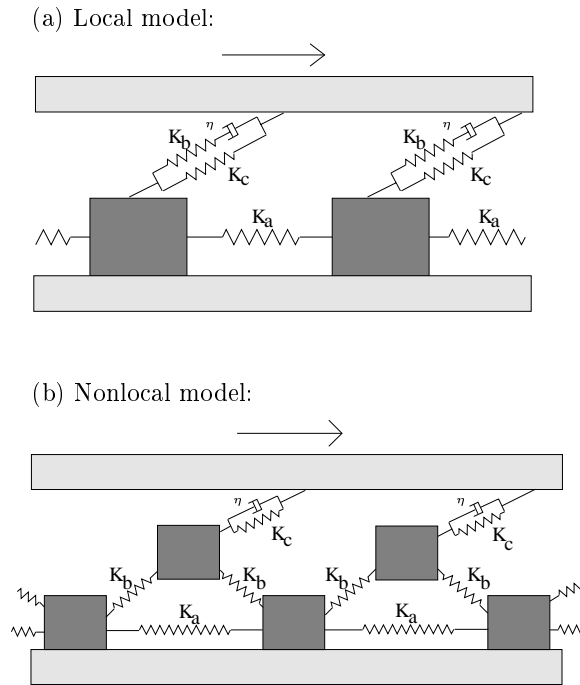
Utsu, T., Y. Ogata, and R. S. Matsu'ura, The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity, *J. Phys. Earth*, *43*, 1–33, 1995.

Wyss, M., and R. E. Habermann, Precursory seismic quiescence, *Pure Appl. Geophys.*, *126*, 319–332, 1988.

Yamashita, T., and L. Knopoff, Models of aftershock occurrence, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, *91*, 13–26, 1987.

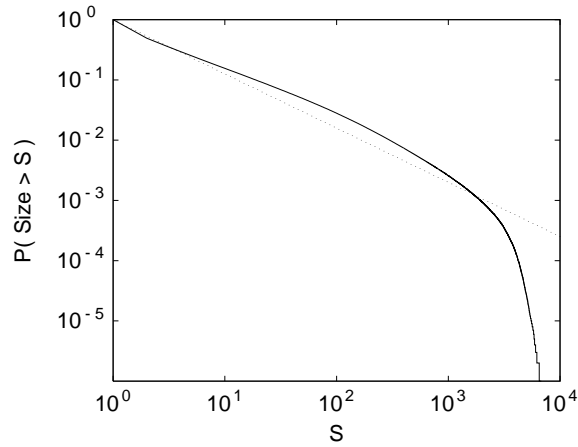
Yamashita, T., and L. Knopoff, A model of foreshock occurrence, *Geophys. J.*, *96*, 389–399, 1989.

Yamashita, T., and L. Knopoff, Model for intermediate-term precursory clustering of earthquakes, *J. Geophys. Res.*, *97*, 19873–19879, 1992.

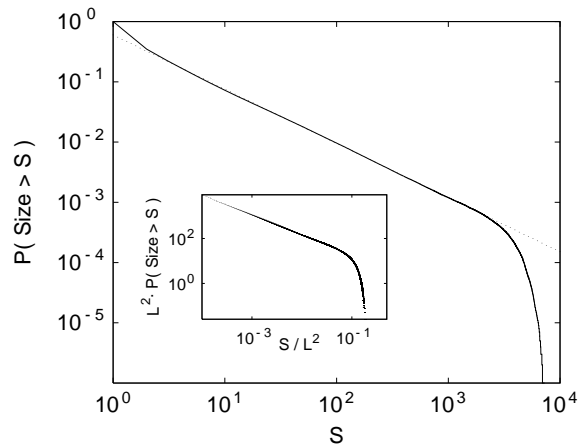


**Figure 1.** One-dimensional sketches of the two-dimensional spring-block models. The bottom blocks which can perform stick-slip motion are interconnected in the both cases, (a) the local model and (b) the nonlocal model, by springs of stiffness  $K_a$ . Additionally, they are coupled by springs of stiffness  $K_b$  and  $K_c$  and a dashpot with the viscous coefficient  $\eta$  to the upper tectonic plate and frictionally to the lower plate.

(a) Local model:

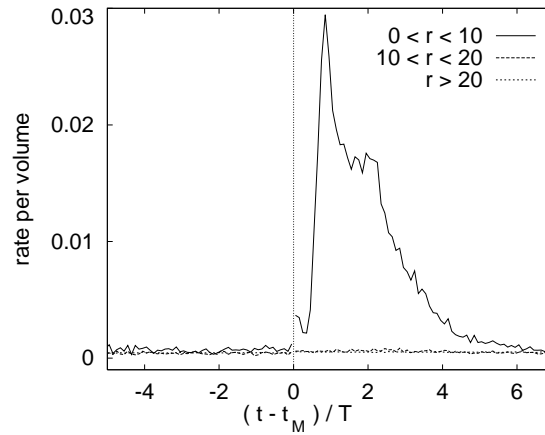


(b) Nonlocal model:

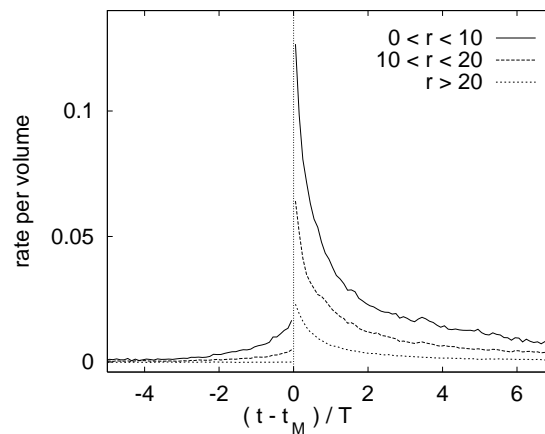


**Figure 2.** The probability density of observing an earthquake of size greater than  $S$  as a function of  $S$  for a system size  $L=100$  in the case of the (a) local model and (b) the nonlocal model. In both figures, the dotted lines indicate a power-law decay with exponent  $B = 0.9$ . For the nonlocal model, the small figure shows that the cutoff scales with system size  $L$ : The distributions for the different system sizes  $L=75, 100$  and  $125$  coincide in the normalized variables  $S/L^2$  and  $L^2 \cdot P(\text{Size} > S)$ . Each distribution results from a simulation which consists of  $10^7$  earthquakes.

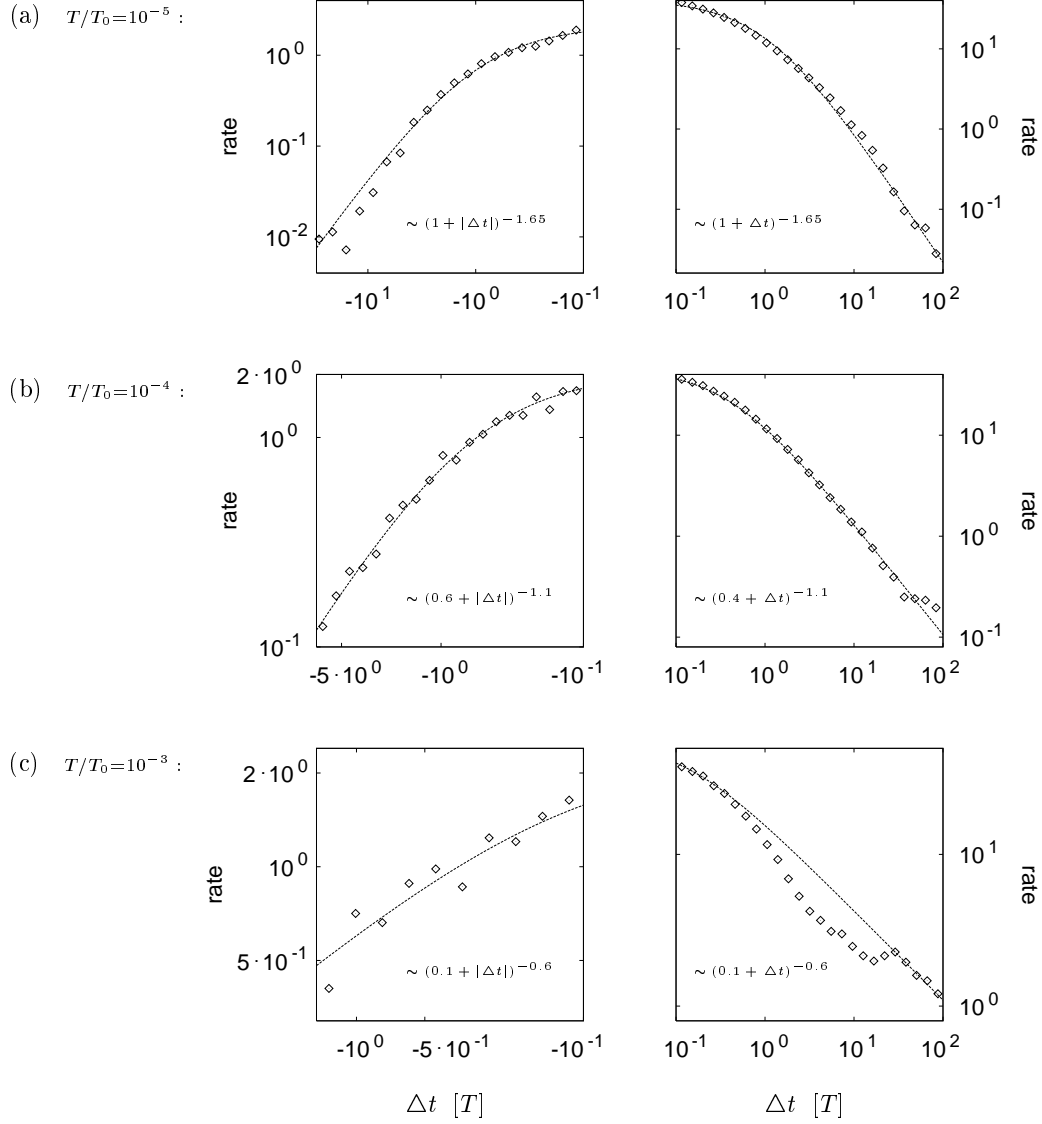
(a) Local model:



(b) Nonlocal model:

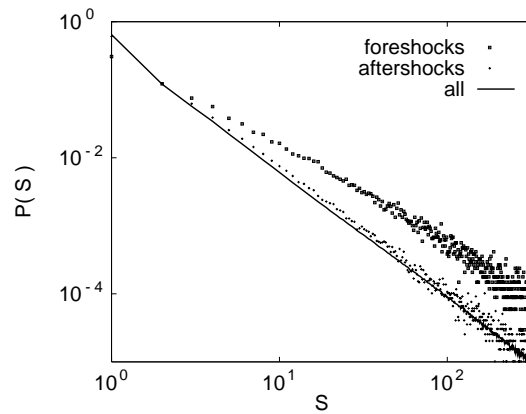


**Figure 3.** The averaged earthquake occurrence rate per spatial volume formed by stacking the records of seismic rate relative to mainshock occurrence times  $t_M$ . The rate depends on the distance  $r$  to the hypocenter of the mainshock. Note that the scale of the ordinate is different for (a) the local model and (b) the nonlocal model. Each curve shows the average of the seismic rate regarding the 5000 mainshocks occurring in a simulation of about  $10^7$  earthquakes ( $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ ).

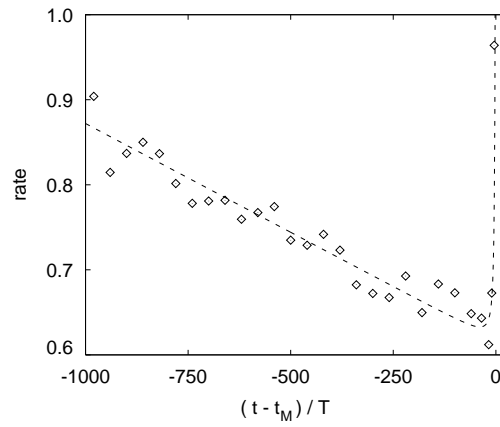


**Figure 4.** The rate of extra events in dependence on the time relative to the occurrence time of the mainshock  $t_M$ . The time is represented in units of the relaxation time  $T$ , i.e.  $\Delta t = (t - t_M)/T$ . The left column of the log-log plots shows the dynamics of foreshock occurrence, whereas the right column shows aftershocks, for the different ratios (a)  $T/T_0=10^{-5}$ , (b)  $T/T_0=10^{-4}$  and (c)  $T/T_0=10^{-3}$ . The dashed lines correspond to the indicated power-laws. Each plot represents the average of the seismic rate regarding 5000 mainshocks which occur in a simulation ( $L=100$ ) of about  $10^7$  earthquakes.

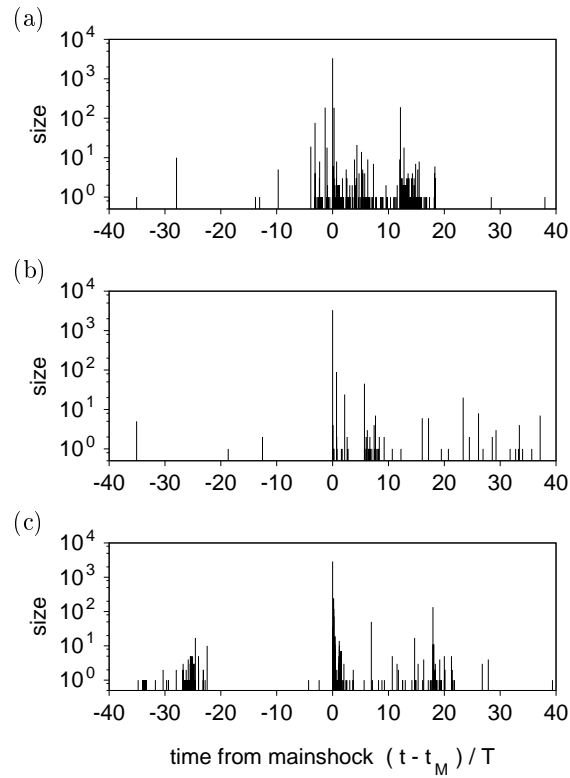




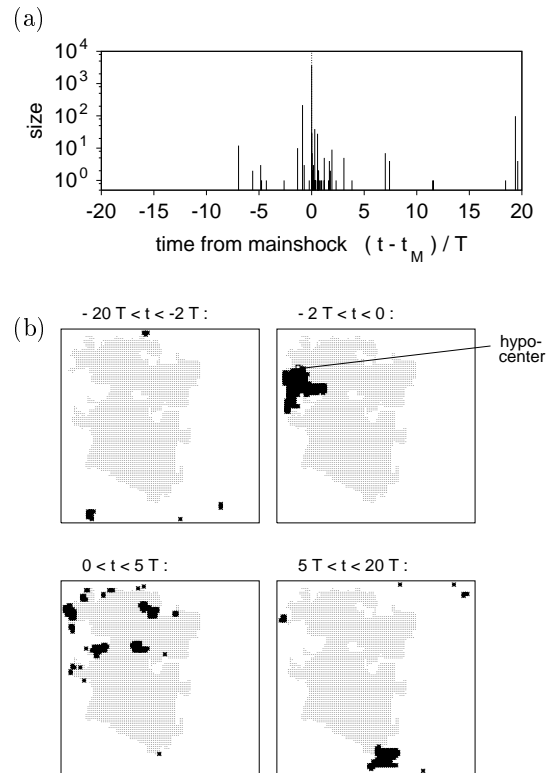
**Figure 5.** The probability density of observing an event of size  $S$  as a function of  $S$  for foreshocks, aftershocks and the whole sequence. The events correspond to a simulation ( $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ ) of a sequence of  $3 \cdot 10^7$  events containing about 17,500 mainshocks. The bold dots correspond to 34,000 foreshocks and the small crosses to 200,000 aftershocks occurring with a temporal distance of less than  $10 \cdot T$  and with a spatial distance of less than 20 grid points to a mainshock.



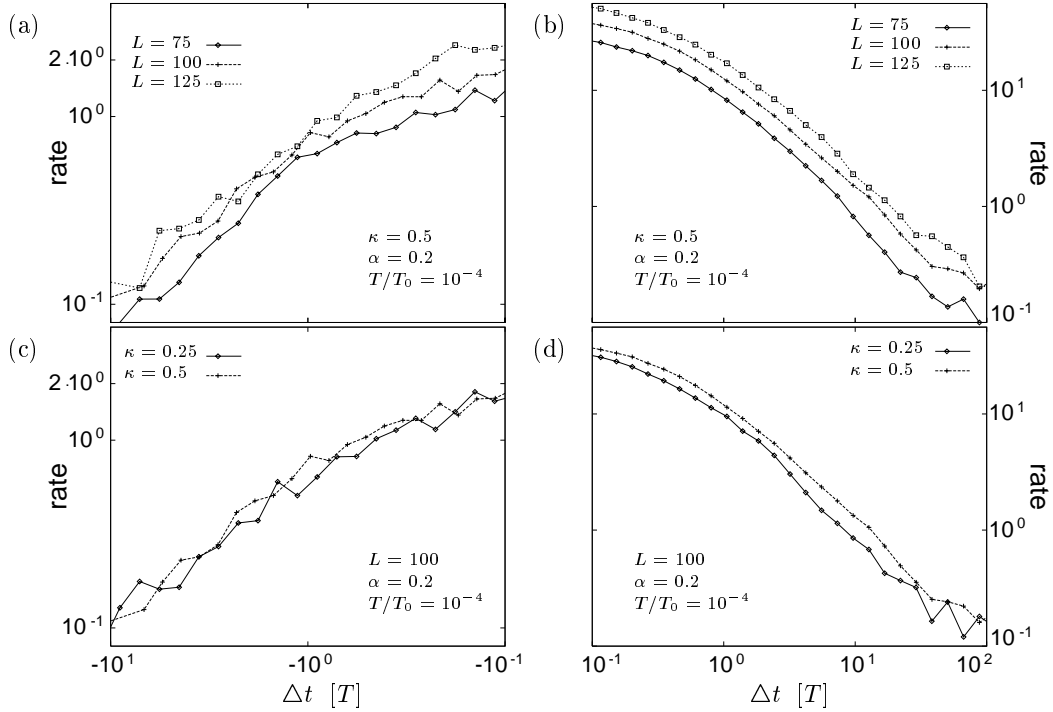
**Figure 6.** The rate of events in dependence on the time before the mainshock occurrence time  $t_M$ . The dots correspond to the average of the seismic rate regarding the 5000 mainshocks occurring in a simulation of about  $10^7$  earthquakes ( $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ ). The dashed line corresponds to a linear decrease with a sudden transition to a power-law increase of the seismic rate (foreshock sequence).



**Figure 7.** Examples of the seismicity preceding and following a single mainshock occurring at time  $t_M$ . The three different sequences demonstrate the diversity of precursory seismicity: (a) increasing foreshock activity, (b) absence of foreshocks and (c) a precursory swarm of small events. The parameters of the simulation are  $T/T_0=10^{-4}$  and  $L=100$ .



**Figure 8.** An example of a sequence of events accompanying a mainshock with size  $S=3705$ . Figure (a) shows the events and their sizes in dependence on the occurrence time relative to the mainshock. Figures (b): The four squares represent the  $100 \times 100$  block-system, where each block which slides during the indicated time interval is marked black. The dotted area refers to the sliding area of the mainshock occurred at time  $t = 0$ . Note that in the time interval  $-2 \cdot T < t < 0$  four different foreshocks occur close to each other and close to the initiation point (hypo-center) of the mainshock. The parameters used for this simulation are  $T/T_0 = 10^{-4}$  and  $L = 100$ .



**Figure 9.** The rate of extra events in the nonlocal model as a function of the time relative to the occurrence time of the mainshock  $t_M$ . The time is represented in units of the relaxation time  $T$ , i.e.  $\Delta t = (t - t_M)/T$ . The left column of the log-log plots shows the dynamics of foreshock occurrence, whereas the right column shows the rate of aftershocks for different parameter combinations. Each curve refers to the average of the seismic rate regarding 5000 mainshocks which occur in a simulation of about  $10^7$  earthquakes.