SEMANTISCHE REPRÄSENTATION, OBLIGATORISCHE AKTIVIERUNG UND VERBALE PRODUKTION ARITHMETISCHER FAKTEN

Frank Domahs

Dissertationsschrift

eingereicht bei der
Humanwissenschaftlichen Fakultät der Universität Potsdam

Juni 2006

Gutachter:

Prof. Dr. Ria de Bleser (Universität Potsdam)
Prof. Dr. Margarete Delazer (Medizinische Universität Innsbruck)

Datum der mündlichen Prüfung:

06. November 2006

Danksagung

Diese Arbeit konnte nur mit Hilfe vielfältiger Unterstützung entstehen. Daher möchte ich mich herzlich bei Ria de Bleser, Margarete Delazer, Aliette Lochy, Hans-Christoph Nürk und Klaus Willmes für ihren wertvollen fachlichen Rat sowie bei den Teilnehmern der Experimente für Ihre unerschrockene Duldsamkeit bedanken. Für ihren moralischen Rückhalt danke ich ganz besonders meiner Frau Ulrike und meiner Familie, aber auch allen Anderen, die nicht zuletzt durch ihr unentwegtes Nachfragen mit dazu beigetragen haben, „das Kind auf die Welt zu bringen“.

HINWEISE FÜR DEN LESER

Aus Gründen der flüssigeren Lesbarkeit wurde in dieser Arbeit für Personenbezeichnungen die generische Form verwandt, die zumeist mit der maskulinen Form übereinstimmt (z.B. der Teilnehmer, die Teilnehmerin). Durch das Nichtverwenden der weiblichen (z.B. die Therapeutin, die Therapeutinnen) bzw. anders gebildeter generischer Formen (z.B. die TherapeutIn, die TherapeutInnen) soll keinerlei geschlechtsspezifische Aussage getroffen werden.

Leser der elektronischen Form dieser Arbeit können hyperaktive Querverweise nutzen, die insbesondere bei folgenden Textelementen eingesetzt wurden: Inhaltsverzeichnis, Verweise im Text auf Tabellen, Abbildungen, andere Abschnitte und Fußnoten.

Ich habe mich bemüht, wenn möglich, deutsche Bezeichnungen auch für Fachbegriffe zu verwenden. Da jedoch nicht für alle Fachbegriffe solche Bezeichnungen bereits üblich sind, habe ich ggf. welche neu eingeführt (z.B. „Zwillingsaufgabe"). In solchen Fällen oder in anderen potentiellen Zweifelsfällen der Übersetzung von Fachtermini habe ich den üblichen englischen Ausdruck kursiv in Klammern angefügt (z.B. *tie problem*).

Die in meiner Dissertation beschriebenen Studien sind in folgenden Artikeln veröffentlicht worden:

- Delazer, M., Domahs, F., Bartha, Brenneis, C., L. Lochy, A., Trieb, T. & Benke, T. (2003). Learning complex arithmetic – an fMRI study. *Cognitive Brain Research, 18,* 76-88.
- Delazer, M., Domahs, F., Bartha, L., Brenneis, C., & Trieb, T. (2004). The acquisition of arithmetic knowledge – a fMRI study. *Cortex, 40,* 166-167.
- Domahs, F., Bartha, L. & Delazer, M. (2003). Rehabilitation of arithmetic abilities: Different intervention strategies for multiplication. *Brain and Language, 87,* 165-166.
- Domahs, F., Delazer, M. & Nuerk, H.C. (2006). What makes multiplication facts difficult: Problem size or neighbourhood consistency? *Experimental Psychology, 53,* 275-282.

- Domahs, F., Lochy, A., Eibl, G. & Delazer, M. (2004). Adding colour to multiplication: Rehabilitation of arithmetic fact retrieval in a case of traumatic brain injury. *Neuropsychological Rehabilitation, 14 (3),* 303-328.
- Domahs, F., Zamarian, L. & Delazer, M. (eingereicht). Sound arithmetic: Auditory cues in the rehabilitation of impaired fact retrieval.

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Repräsentation und Verarbeitung arithmetischer Fakten. Dieser Bereich semantischen Wissens eignet sich unter anderem deshalb besonders gut als Forschungsgegenstand, weil nicht nur seine einzelne Bestandteile, sondern auch die Beziehungen dieser Bestandteile untereinander außergewöhnlich gut definierbar sind. Kognitive Modelle können also mit einem Grad an Präzision entwickelt werden, der in anderen Bereichen kaum je zu erreichen sein wird. Die meisten aktuellen Modelle stimmen darin überein, die Repräsentation arithmetischer Fakten als eine assoziative, netzwerkartig organisierte Struktur im deklarativen Gedächtnis zu beschreiben. Trotz dieser grundsätzlichen Übereinstimmung bleibt eine Reihe von Fragen offen. In den hier vorgestellten Untersuchungen werden solche offene Fragen in Hinsicht auf drei verschiedene Themenbereiche angegangen: 1) die neuroanatomischen Korrelate 2) Nachbarschaftskonsistenzeffekte bei der verbalen Produktion sowie 3) die automatische Aktivierung arithmetischer Fakten.

In einer kombinierten fMRT- und Verhaltensstudie wurde beispielsweise der Frage nachgegangen, welche neurofunktionalen Entsprechungen es für den Erwerb arithmetischer Fakten bei Erwachsenen gibt. Den Ausgangspunkt für diese Untersuchung bildete das Triple-Code-Modell von Dehaene und Cohen, da es als einziges auch Aussagen über neuroanatomische Korrelate numerischer Leistungen macht. Das Triple-Code-Modell geht davon aus, dass zum Abruf arithmetischer Fakten eine „perisylvische“ Region der linken Hemisphäre unter Einbeziehung der Stammganglien sowie des Gyrus angularis nötig ist (Dehaene & Cohen, 1995; Dehaene & Cohen, 1997; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003). In der aktuellen Studie sollten gesunde Erwachsene komplexe Multiplikationsaufgaben etwa eine Woche lang intensiv üben, so dass ihre Beantwortung immer mehr automatisiert erfolgt. Die Lösung dieser geübten Aufgaben sollte somit – im Gegensatz zu vergleichbaren ungeübten Aufgaben – immer stärker auf Faktenabruf als auf der Anwendung von Prozeduren und Strategien beruhen. Hingegen sollten ungeübte Aufgaben im Vergleich zu geübten höhere Anforderungen an exekutive Funktionen einschließlich des Arbeitsgedächtnisses stellen. Nach dem Training konnten die Teilnehmer – wie erwartet – geübte Aufgaben deutlich schneller und sicherer beantworten als ungeübte. Zusätzlich wurden sie auch im Magnetresonanztomogra-

fen untersucht. Dabei konnte zunächst bestätigt werden, dass das Lösen von Multiplikationsaufgaben allgemein von einem vorwiegend linkshemisphärischen Netzwerk frontaler und parietaler Areale unterstützt wird. Das wohl wichtigste Ergebnis ist jedoch eine Verschiebung der Hirnaktivierungen von eher frontalen Aktivierungsmustern zu einer eher parietalen Aktivierung und innerhalb des Parietallappens vom Sulcus intraparietalis zum Gyrus angularis bei den geübten im Vergleich zu den ungeübten Aufgaben. So wurde die zentrale Bedeutung von Arbeitsgedächtnis- und Planungsleistungen für komplexe ungeübte Rechenaufgaben erneut herausgestellt. Im Sinne des Triple-Code-Modells könnte die Verschiebung innerhalb des Parietallappens auf einen Wechsel von quantitätsbasierten Rechenleistungen (Sulcus intraparietalis) zu automatisiertem Faktenabruf (linker Gyrus angularis) hindeuten.

Gibt es bei der verbalen Produktion arithmetischer Fakten Nachbarschaftskonsistenzeffekte ähnlich zu denen, wie sie auch in der Sprachverarbeitung beschrieben werden? Solche Effekte sind nach dem aktuellen „Dreiecksmodell“ von Verguts & Fias (2004) zur Repräsentation von Multiplikationsfakten erwartbar. Demzufolge sollten richtige Antworten leichter gegeben werden können, wenn sie Ziffern mit möglichst vielen semantisch nahen falschen Antworten gemeinsam haben. Möglicherweise sollten demnach aber auch falsche Antworten dann mit größerer Wahrscheinlichkeit produziert werden, wenn sie eine Ziffer mit der richtigen Antwort teilen. Nach dem Dreiecksmodell wäre darüber hinaus sogar der klassische Aufgabengrößeneffekt bei einfachen Multiplikationsaufgaben (Zbrodoff & Logan, 2004) auf die Konsistenzverhältnisse der richtigen Antwort mit semantisch benachbarten falschen Antworten zurückzuführen. In einer Reanalyse der Fehlerdaten von gesunden Probanden (Campbell, 1997) und einem Patienten (Domahs, Bartha, & Delazer, 2003) wurden tatsächlich Belege für das Vorhandensein von Zehnerkonsistenzeffekten beim Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben gefunden. Die Versuchspersonen bzw. der Patient hatten solche falschen Antworten signifikant häufiger produziert, welche die gleiche Zehnerziffer wie das richtigen Ergebnisses aufwiesen, als ansonsten vergleichbare andere Fehler. Damit wird die Annahme unterstützt, dass die Zehner- und die Einerziffern zweistelliger Zahlen separate Repräsentationen aufweisen – bei der Multiplikation (Verguts & Fias, 2004) wie auch allgemein bei numerischer Verarbeitung (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001; Nuerk & Willmes, 2005). Zusätzlich dazu wurde in einer Regressionsanalyse über die Fehlerzahlen auch erstmalig empirische Evidenz für die Hypothese vorgelegt, dass der klassische Aufgabengrößeneffekt beim Abruf von Multiplikationsfakten auf Zehnerkonsistenzeffekte zurückführbar ist: Obwohl die Aufgabengröße als erster Prädiktor in das Modell einging, wurde diese Variable wieder verworfen, sobald ein Maß für die Nachbarschaftskonsistenz der richtigen Antwort in das Modell aufgenommen wurde.

Schließlich wurde in einer weiteren Studie die automatische Aktivierung von Multiplikationsfakten bei gesunden Probanden mit einer Zahlenidentifikationsaufgabe (Galfano, Rusconi, & Umilta, 2003; Lefevre, Bisanz, & Mrkonjic, 1988; Thibodeau, Lefevre, & Bisanz, 1996) untersucht. Dabei sollte erstmals die Frage beantwortet werden, wie sich die automatische Aktivierung der eigentlichen Multiplikationsergebnisse (Thibodeau et al., 1996) zur Aktivierung benachbarter falscher Antworten (Galfano et al., 2003) verhält. Ferner sollte durch die Präsentation mit verschiedenen SOAs der zeitliche Verlauf dieser Aktivierungen aufgeklärt werden. Die Ergebnisse dieser Studie können insgesamt als Evidenz für das Vorhandensein und die automatische, obligatorische Aktivierung eines Netzwerkes arithmetischer Fakten bei gesunden, gebildeten Erwachsenen gewertet werden, in dem die richtigen Produkte stärker mit den Faktoren assoziiert sind als benachbarte Produkte (Operandenfehler). Dabei führen Produkte kleiner Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Produkte großer Aufgaben und Operandenfehler großer Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Operandenfehler kleiner Aufgaben. Ein solches Aktivierungsmuster passt gut zu den Vorhersagen des Assoziationsverteilungsmodells von Siegler (Lemaire & Siegler, 1995; Siegler, 1988), bei dem kleine Aufgaben eine schmalgipflige Verteilung der Assoziationen um das richtige Ergebnis herum aufweisen, große Aufgaben jedoch eine breitgipflige Verteilung.

Somit sollte die vorliegende Arbeit etwas mehr Licht in bislang weitgehend vernachlässigte Aspekte der Repräsentation und des Abrufs arithmetischer Fakten gebracht haben: Die neuronalen Korrelate ihres Erwerbs, die Konsequenzen ihrer Einbindung in das Stellenwertsystem mit der Basis 10 sowie die spezifischen Auswirkungen ihrer assoziativen semantischen Repräsentation auf ihre automatische Aktivierbarkeit.

ABSTRACT

The present thesis deals with the representation and processing of arithmetic facts. This domain of semantic knowledge has gained a substantial amount of interest as its components as well as their interrelations are well specified. Thus, cognitive models can be developed with a degree of precision, which cannot be reached in many other domains. Most recent models agree that arithmetic facts are represented in an associative, network-like structure in declarative memory. Despite this general agreement a lot of issues still remain unresolved. The open questions tackled in the present work address three different aspects of arithmetic facts: 1) their neuro-anatomical correlates, 2) neighbourhood consistency effects in their verbal production and 3) their automatic activation.

In a combined behavioural and fMRI study the neurofunctional correlates of the acquisition of arithmetic facts in adults were examined. This research was based on the Triple-Code-Model of Dehaene and Cohen, the only recent model which makes explicit assumptions on neuroanatomical correlates of numerical abilities. The Triple-Code-Model assumes that a "perisylvian" region in the left hemisphere including the basal ganglia and the Angular Gyrus is involved in the retrieval of arithmetic facts (Dehaene & Cohen, 1995; Dehaene & Cohen, 1997; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003). In the present study healthy adults were asked to train complex multiplication problems extensively during one week. Thus, these problems could be solved more and more automatically. It was reasoned that answering these trained problems should more and more rely on the retrieval of facts from declarative memory, whereas answering untrained problems should rely on the application of strategies and procedures, which impose high demands on executive functions including working memory. After the training was finished, participants – as expected – could solve trained problems faster and more accurately than non-trained problems. Participants were also submitted to a functional magnetic resonance imaging examination. In general, this examination added to the evidence for a mainly left hemispheric fronto-parietal network being involved in mental multiplication. Crucially, comparing trained with non-trained problems a shift of activation from frontal to more parietal regions was observed. Thus, the central role of

central executive and working memory for complex calculation was highlighted. Moreover, a shift of activation from the Intraparietal Sulcus to the Angular Gyrus took place within the parietal lobe. According to the Triple-Code-Model, this shift may be interpreted to indicate a strategy change from quantity based calculation, relying on the Intraparietal Sulcus, to fact retrieval, relying on the left Angular Gyrus.

Are there neighbourhood consistency effects in the verbal production of arithmetic facts similar to what has been described for language production? According to the "Triangle Model" of simple multiplication, proposed by Verguts & Fias (2004), such effects can be expected. According to this model corrects answers can be given more easily if they share digits with many semantically close wrong answers. Moreover, it can be assumed that wrong answers, too, are more likely to be produced if they share a digit with the correct result. In addition to this, the Triangle Model also states that the classical problem size effect in simple multiplication (Zbrodoff & Logan, 2004) can be drawn back to neighbourhood consistency between the correct result and semantically close wrong answers. In fact, a re-analysis of error data from a sample of healthy young adults (Campbell, 1997) and a patient with acalculia (Domahs, Bartha, & Delazer, 2003) provided evidence for the existence of decade consistency effects in the verbal production of multiplication results. Healthy participants and the patient produced significantly more wrong answers which shared the decade digit with the correct result than otherwise comparable wrong answers. This result supports the assumption of separate representations of decade and unit digits in two-digit numbers in multiplication (Verguts & Fias, 2004) and in number processing in general (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001; Nuerk & Willmes, 2005). Moreover, an additional regression analysis on the error rates provided first empirical evidence for the hypothesis that the classical problem size effect in the retrieval of multiplication facts may be an artefact of neighbourhood consistency: Although problem size was the first variable to enter the model, it was excluded from the model once a measure for neighbourhood consistency was included.

Finally, in a further study the automatic activation of multiplication facts was examined in a number matching task (Galfano, Rusconi, & Umilta, 2003; Lefevre, Bisanz, & Mrkonjic, 1988; Thibodeau, Lefevre, & Bisanz, 1996). This experiment addressed the question how the automatic activation of actual multiplication results (Thibodeau et al., 1996) relates to the activation of semantically close wrong answers (Galfano et al., 2003). Furthermore, using different SOAs the temporal properties of these activations should be disclosed. In general, the results of this study provide evi-

dence for an obligatory and automatic activation of a network of arithmetic facts in healthy educated adults in which correct results are stronger associated with the operands than semantically related wrong answers. Crucially, products of small problems lead to stronger interference effects than products of larger problems while operand errors of large problems lead to stronger interference effects than operand errors of small problems. Such a pattern of activation is in line with predictions of Siegler's Distribution of Associations Model (Lemaire & Siegler, 1995; Siegler, 1988) which assumes a more peaked distribution of associations between operands and potential results for small compared to large multiplication problems.

In sum, the present thesis should shed some light into largely ignored aspects of arithmetic fact retrieval: The neural correlates of its acquisition, the consequences of its implementation in the base 10 place value system, as well as the specific effects of its semantic representation for automatic activation of correct multiplication facts and related results.

VORBEMERKUNGEN

Grundlegende numerische Fähigkeiten wie das schnelle Erfassen kleiner Mengen „auf einen Blick“ (*subitizing*), das Schätzen größerer Anzahlen von Objekten oder auch das Addieren und Subtrahieren mit sehr kleinen Zahlen scheinen beim Menschen angeboren zu sein (Wynn, 1992; Dehaene, 1997; Spelke & Dehaene, 1999; Butterworth, 1999). Man findet sie selbst bei höheren Tieren (s. z.B. Dehaene, 2001; Hauser & Carey, 2003). Nieder und Kollegen (Nieder, Freedman, & Miller, 2002; Nieder & Miller, 2003) konnten bei Primaten zeigen, dass Neuronen im intraparietalen und lateralen präfrontalen Kortex spezifisch auf eine bestimmte Anzahl (zwischen 1 und 5) reagieren. Aus der Zusammenschau verschiedener Methoden (Entwicklungspsychologie, Verhaltensbiologie, bildgebende Verfahren, Elektrophysiologie) kann man annehmen, dass das menschliche Gehirn eine Basiskapazität zur Verarbeitung von Zahlen hat, dass diese Basiskapazität sich evolutionär herausgebildet hat und den Ausgangspunkt für den Erwerb formalen Wissens im Bereich der Zahlenverarbeitung und des Rechnens darstellt (Dehaene, 1997; Dehaene, Molko, Cohen, & Wilson, 2004).

Solch formales Wissen beinhaltet beispielsweise das Lösen komplexer Rechenaufgaben oder das Transkodieren zwischen verschiedenen numerischen Modalitäten. Es muss – anders als unser angeborener „Zahlensinn“ – in einer längeren Phase formaler Ausbildung vermittelt werden. Zu diesem formalen Wissen gehören auch die so genannten „arithmetischen Fakten“.

Als arithmetische Fakten werden oft allgemein einfache Rechenaufgaben bezeichnet, insbesondere solche mit einstelligen Operanden. Im engeren Sinne sind damit genau jene Rechenaufgaben gemeint, deren Ergebnis man direkt aus dem Langzeitgedächtnis abrufen kann. Aus dieser Definition geht bereits hervor, dass es kein einheitliches, vom jeweiligen Individuum unabhängiges Set von Aufgaben gibt, auf das diese Bezeichnung anwendbar wäre. Arithmetische Fakten werden von gesunden, gebildeten Erwachsenen in den vier Grundrechenarten unterschiedlich oft zur Lösung von Aufgaben herangezogen. Ihr Anteil bei einfachen Aufgaben erreicht etwa 45% bei der Division (Lefevre & Morris, 1999), zwischen 71 und 97% bei einfachen Subtraktionsaufgaben (Geary, Frensch, & Wiley, 1993; Seyler, Kirk, & Ashcraft, 2003) und zwischen 33 und 100% (im Mittel 71%) bei der Addition (Lefevre, Sadesky, & Bisanz, 1996b). Er beträgt in Abhängigkeit von Bildung, Instruktionen und Aufgabentyp im Mittel zwischen 77% und 100% bei der Multiplikation (Lefevre, Bisanz, Daley, Buffone, Greenham, & Sadesky, 1996a; Hecht, 1999; Smith-Chant & Lefevre, 2003). Da die angegebenen Werte zusätzlich auch von kulturellen Faktoren wie beispielsweise dem Schulsystem abhängen (Lefevre & Liu, 1997; Campbell & Xue, 2001; Robinson, Arbuthnott, & Gibbons, 2002), können sie stark variieren.

Auf Grund der empirisch beobachteten unterschiedlichen Nutzungshäufigkeit von Faktenabruf in den verschiedenen Grundrechenarten und der von einigen Autoren vertretenen Annahme, dass Gedächtnisabruf bei einfachen Multiplikationsaufgaben am häufigsten und quasi prototypisch auftrete (z.B. Dehaene & Cohen, 1997; Roussel, Barrouillet, & Fayol, 2002; Lemer, Dehaene, Spelke, & Cohen, 2003), werde ich bei der Darstellung des aktuellen Forschungsstandes überwiegend und bei meinen eigenen Untersuchungen ausschließlich auf einfache Multiplikationsaufgaben eingehen.

Warum ist es eigentlich so interessant, die assoziativen Strukturen im Langzeitgedächtnis, die man arithmetische Fakten nennt, zu erforschen? Was macht die 64 Aufgaben des kleinen Einmaleins dabei so wichtig?

Einer der Gründe liegt wohl in ihrer großen Verbreitung. In unserer modernen Wissensgesellschaft begegnen uns arithmetische Fakten in vielen Lebensbereichen. Man benötigt sie beispielsweise, um die Dauer eines psychologischen Experiments mit einer bestimmten Zahl von Aufgaben zu überschlagen, um eine ausreichende, aber nicht übertriebene Zahl von Fahrzeugen für die zu erwartenden Fahrgäste bereitstellen zu können, um die Menge der Zutaten eines Rezeptes auf die angekündigte Zahl der Gäste anzupassen, um den Preis mehrerer gleichartiger Waren zu bestimmen, um die Rangfolge der Mitspieler eines Kartenspiels festzustellen usw. Wer die Fähigkeit verliert, auf arithmetische Fakten in solchen und zahllosen weiteren Situationen schnell und sicher zuzugreifen, ist bei seiner Teilnahme sowohl am beruflichen als auch am privaten Leben deutlich eingeschränkt.

Ein weiterer Grund dafür, dass das Forschungsinteresse an arithmetischen Fakten hoch ist und in letzter Zeit sogar noch weiter zugenommen hat, mag darin liegen, dass diese einen Bereich semantischen Wissens bilden, über den Erwachsene in praktisch allen Kulturen verfügen – wenn auch natürlich in unterschiedlichem Maße. Darüber hinaus sind in diesem Bereich semantischen Wissens nicht nur die einzelnen Bestandteile, sondern auch die Beziehungen dieser Bestandteile untereinander gut definiert. Kognitive Modelle können also mit einem Grad an Präzision entwickelt werden, der in anderen Bereichen kaum je zu erreichen sein wird. Dieser Umstand schützt allerdings nicht davor, die bestehenden Definitionen immer weiter zu ergänzen und zu verfeinern. Einige solcher Verfeinerungen werden sich aus der vorliegenden Arbeit ergeben.

1. THEORETISCHER HINTERGRUND

Einfache arithmetische Aufgaben, für deren Lösung es keiner eigentlichen Rechnung oder Strategien bedarf, werden allgemein als *arithmetische Fakten* bezeichnet. Oft werden alle Aufgaben mit einstelligen Operanden unter diesem Begriff zusammengefasst (z.B. 2 + 4; 3 × 5; 6 - 3). Eine exakte Definition wird allerdings kaum je gegeben. Im Folgenden soll etwas näher erläutert werden, was arithmetische Fakten eigentlich sind und wie sie sich von anderen, teilweise ähnlichen kognitiven Funktionen unterscheiden. Es wird darauf eingegangen, wie sie erworben werden und was sie charakterisiert. Ferner sollen Modelle zu Repräsentation und Abruf solcher Fakten vorgestellt werden. Schließlich wird ein Überblick über bisherige Arbeiten gegeben, die Aktivierungen des menschlichen Gehirns bei der Verarbeitung arithmetischer Fakten untersucht haben.

1.1. Arithmetische Konzepte, Prozeduren und Fakten

1.1.1. Definitionen

Man kann drei wesentliche Arten arithmetischen Wissens und daraus abgeleitet drei grundsätzlich verschiedene Lösungswege zum Beantworten einfacher Rechenaufgaben unterscheiden: Konzepte, Prozeduren und Fakten (Delazer, 2003).

Konzeptuelles Wissen

Konzeptuelles Wissen ist das Verständnis derjenigen arithmetischen Prinzipien, welche die verschiedenen Rechenarten charakterisieren. Darüber hinaus erlaubt es, Schlussfolgerungen zu ziehen und verschiedene arithmetische Informationen miteinander zu verknüpfen. Konzeptuelles Wissen ist flexibel, es kann auf neue Aufgaben angepasst und generalisiert werden. Damit ist es die Voraussetzung adaptiven Könnens (*adaptive expertise*) im Sinne von Hatano (1988). Konzeptuelles Wissen kann explizit oder implizit vorliegen; es ist nicht zwangsläufig auch verbalisierbar (Siegler & Stern, 1998; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001).

Prozedurales Wissen

Prozedurales Wissen ermöglicht die Ausführung von Handlungsfolgen zur Lösung von Problemen. Es kann nur in vertrauten Kontexten angewandt werden, ist also nicht generalisierbar. Demzufolge kann es als Routinekönnen (*routine expertise*) charakterisiert werden (Hatano, 1988). Prozedurales Wissen im Sinne von Anderson (1993) besteht aus so genannten „Produktionsregeln", bei denen ein *Wenn*-Teil die kontextuellen Bedingungen definiert, bei deren Vorliegen eine Regel anwendbar ist, und ein *Dann*-Teil die in diesem Fall auszuführende Aktion. Diese Produktionsregeln sind zielgerichtet und modular. Durch die letztgenannte Eigenschaft wären sie weitgehend resistent gegen Interferenz. So gäbe es beispielsweise kein Priming zwischen verschiedenen Regeln. Produktionsregeln sind darüber hinaus allgemein und abstrakt, d.h. sie enthalten keine spezifischen Werte, sondern Variablen. Beispielsweise können Zählprozeduren in der Addition über alle beliebigen Summanden x und y operieren; sie sind nicht etwa spezifisch für die Summanden *3* und *4* festgelegt.

Arithmetische Fakten

Arithmetische Fakten schließlich sind im Langzeitgedächtnis gespeichert und werden direkt von dort abgerufen (Ashcraft, 1987; Siegler, 1988b; Dehaene & Cohen, 1995; Campbell, 1995; Rickard & Bourne 1996). Sie können als Beispiel für deklaratives Wissen im Sinne von Anderson angesehen werden (Anderson, 1983; Anderson, 1993; Anderson, 1995; Anderson, Reder, & Lebière, 1996). Demnach sind sie Item-spezifisch. Beispielsweise müssen Multiplikationsergebnisse für unterschiedliche Operanden auch unterschiedliche Gedächtniseinträge aufweisen. Dadurch kann es auch zu Item-basierten Interferenzeffekten kommen, beispielsweise zu Rechenarteninterferenzen ($3 \times 7 = 10$ oder $3 + 7 = 21$; s. Abschnitt 1.5). Während des Erwerbsprozesses entwickelt sich die Verfügbarkeit arithmetischer Fakten wohl überwiegend auf der Basis konzeptuellen und prozeduralen Wissens (s. Abschnitt 1.4).

1.1.2. Dissoziierbarkeit arithmetischen Wissens: Neuropsychologische Evidenz

Neuropsychologische Studien lieferten Belege für die Annahme, dass arithmetische Fakten in Bezug auf andere numerische Fähigkeiten separat repräsentiert sind. In einer viel beachteten Fallstudie beschrieb Warrington (1982) einen Patienten, der einfache

Rechenaufgaben nicht mehr aus dem Gedächtnis lösen konnte. Er war hingegen in der Lage, verschiedene Rechenarten zutreffend zu erklären, *ungefähr* richtige Ergebnisse für sowohl einfache als auch komplexere Aufgaben zu produzieren, die Anzahl visuell präsentierter Punktanordnungen zu schätzen sowie die relative Größe einer Zahl zu beurteilen. Auch in einer Reihe späterer Fallberichte wurde die selektive Störbarkeit oder der isolierte Erhalt arithmetischen Faktenwissens belegt und somit die Annahme unterstützt, dass es separat gespeichert ist.

Doppelte Dissoziationen zwischen Fakten und konzeptuellem Wissen weisen auf eine relative Autonomie beider Komponenten innerhalb des kognitiven Systems. So wurde gezeigt, dass Patienten praktisch ihr gesamtes konzeptuelles Verständnis für Arithmetik einbüßen und trotzdem einen Teil des Faktenwissens (einschließlich fast aller einfachen Multiplikationsfakten) bewahren können (Delazer & Benke, 1997; Dehaene & Cohen, 1997). Für andere Patienten wurden schwere Beeinträchtigungen im Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis berichtet, obwohl sie über ein ausgezeichnetes konzeptuell-arithmetisches Wissen verfügten (Hittmair-Delazer, Semenza, & Denes, 1994; Hittmair-Delazer, Sailer, & Benke, 1995; für entsprechende Belege aus dem Bereich der Entwicklungsdyskalkulie s.a. Temple, 1994).

In der aktuellen Literatur besteht weitgehende Einigkeit darüber, dass arithmetische Fakten und Prozeduren separat verarbeitet und von verschiedenen kognitiven Komponenten unterstützt werden. Dissoziationen zwischen relativ erhaltenem Faktenabruf und gestörten prozeduralen Fähigkeiten, wie sie von mehreren Autoren beschrieben werden, sprechen für diese Ansicht (Benson & Weir, 1972; Lucchelli & De Renzi, 1993; Girelli & Delazer, 1996; McNeil & Burgess, 2002) ebenso wie das umgekehrte Leistungsmuster (Cohen & Dehaene, 1994). Doppelte Dissoziationen zwischen arithmetischen Fakten und Prozeduren wurden von Caramazza & McCloskey (1987) für erworbene und von Temple (1991; 1994) für Entwicklungsstörungen berichtet.

1.1.3. Vorkommenshäufigkeit und Strategiewahl bei gesunden Erwachsenen

Es gibt Hinweise darauf, dass auch gesunde, gebildete Erwachsene nicht die Ergebnisse *aller* einfachen Rechenaufgaben aus dem Gedächtnis abrufen. So analysierten Lefevre und Mitarbeiter (Lefevre et al., 1996a; b) Reaktionszeiten und introspektive Berichte von Studenten für einfache Additions- und Multiplikationsaufgaben. Dabei zeigte sich, dass bei einem gewissen Teil der Aufgaben fast alle Versuchspersonen andere Lösungswege als Gedächtnisabruf anwandten. Bei einfachen Additionsaufgaben wurden in 29% aller Aufgaben solch andere Strategien eingesetzt, für Aufgaben mit Summen > 10 sogar in etwa der Hälfte aller Aufgaben. Bei einfachen Multiplikationsaufgaben wurden zwischen 12% und 19% nicht durch Gedächtnisabruf gelöst (ähnliche Werte fand auch Hecht, 1999). Dabei gab es deutliche interindividuelle Unterschiede. Während 2 von 16 Versuchspersonen für alle Additionsaufgaben Gedächtnisabruf berichteten, nutzten 3 von 16 Teilnehmern Gedächtnisabruf in weniger als der Hälfte aller Aufgaben. Und obwohl alle Befragten mindestens in einem Fall Gedächtnisabruf für einfache Multiplikationsaufgaben einsetzten, variierte dessen Nutzung bei verschiedenen Personen zwischen 23% und 100% aller gelösten Aufgaben. Ausschließlich auf Gedächtnisabruf vertrauten bei allen Aufgaben lediglich 28% der Versuchspersonen.[1]

Ob bei einer spezifischen Aufgabe Fakten direkt aus dem Gedächtnis abgerufen werden oder die Antwort über die Anwendung von Prozeduren gefunden wird, hängt entscheidend davon ab, wie schnell und sicher der jeweilige Lösungsweg zum richtigen Ergebnis führen kann. Dabei fließen zum einen individuelle Erfahrungen mit den verschiedenen Lösungswegen bei früherer Konfrontation mit dieser Aufgabe ein: Bewährte Lösungswege werden bevorzugt genutzt (Lemaire & Siegler, 1995; Siegler & Lemaire, 1997). Zum anderen werden aber auch die konkreten Gegebenheiten, unter denen die Aufgabe diesmal beantwortet werden muss, flexibel berücksichtigt. So könnte Zeitdruck einerseits den verstärkten Einsatz von Faktenabruf bewirken, da Prozeduren – insbesondere bei größeren Aufgaben – verhältnismäßig lange dauern können (Campbell, 1997a; Campbell & Austin, 2002). Andererseits fanden Smith-Chant & Lefevre (2003) bei einer Instruktion, die auf möglichst schnelle Antworten orientierte, keine höhere Rate

[1] Die Aussagekraft introspektiver Berichte sollte jedoch mit Vorsicht behandelt werden (Cooney, Swanson, & Ladd, 1988; Russo, Johnson, & Stephens, 1989; Cooney & Ladd, 1992; Kirk & Ashcraft, 2001; Smith-Chant & Lefevre, 2003). So könnten Versuchspersonen möglicherweise grundsätzlich nicht in der Lage sein, brauchbare Berichte über ihre Strategien zu liefern (Cooney et al., 1988; Kirk & Ashcraft, 2001). Zudem kann allein die Tatsache, dass Probanden solche Berichte abgeben sollen, ihr Verhalten verändern (Cooney & Ladd, 1992; Kirk & Ashcraft, 2001; Smith-Chant & Lefevre, 2003). Schließlich kann auch die Art der Instruktionen oder des experimentellen Designs einen nicht unerheblichen Einfluss auf die Angaben der Teilnehmer haben (Kirk & Ashcraft, 2001). Insgesamt argumentieren LeFevre, Smith-Chant und Kollegen (Smith-Chant & Lefevre, 2003; Lefevre, Smith-Chant, Hiscock, Daley, & Morris, 2003) jedoch für die Nützlichkeit introspektiver Berichte zur Gewinnung von Daten über Strategien bei einfachen Rechenaufgaben.

für Faktenabruf, sondern nur einen erhöhten Anteil an geratenen Antworten gegenüber einer Instruktion, die auf möglichst hohe Antwortgenauigkeit orientierte. Wenn die Sicherheit des Faktenabrufs in einer konkreten Situation verringert wird (beispielsweise durch erhöhte Interferenz), kommt es signifikant häufiger zur Anwendung von weniger interferenzanfälligen Prozeduren (Campbell & Timm, 2000). Ferner kann es individuelle Unterschiede in den zugrunde gelegten Konfidenzschwellen geben, die die Aktivierung eines Gedächtniseintrages erreichen muss, um von der jeweiligen Person geäußert zu werden. Dabei legen einige Personen offensichtlich mehr Wert auf Sicherheit, andere auf Geschwindigkeit, und dementsprechend unterscheiden sich ihre Strategien (Siegler, 1988a). Schließlich wurde auch wiederholt beobachtet, dass sich der Anteil von Prozeduren im Alter zugunsten von Faktenabruf aus dem Gedächtnis verringert. Dies berichten beispielsweise Geary et al. (1993) für die Subtraktion, Geary & Wiley (1991) für die Addition und Robinson et al. (2002) für die Division. Dabei ist jedoch nicht immer leicht, zwischen reinen Alterseffekten und anderen Faktoren zu unterscheiden. So können soziale bzw. kulturelle Faktoren wie ein geänderter Lehrplan an den Schulen, der plötzlich weit weniger Wert auf das Auswendiglernen von Fakten legt, die Gebrauchshäufigkeit des direkten Faktenabrufs beeinflussen (Geary, 2000; Robinson et al., 2002).

1.1.4. Unterscheidungsmerkmale der unterschiedlichen Lösungswege

Auf der Grundlage introspektiver Berichte kam eine Reihe von Autoren (Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997; Hecht, 1999; Campbell & Xue, 2001) zu dem Ergebnis, dass beim Lösen einer Aufgabe mittels Prozeduren eine deutlichere Zunahme der Antwortzeiten mit steigender Größe der Aufgaben zu beobachten ist als beim direkten Abruf aus dem Gedächtnis (Aufgabengrößeneffekt, s.a. Abschnitt 1.9). Prozedural gelöste Aufgaben zeigten also einen größeren Effekt als durch Faktenabruf gelöste Aufgaben (Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997; Campbell & Xue, 2001). Allerdings müssen solche introspektiven Angaben mit Vorsicht betrachtet werden (s. Fußnote 1).

Einen Weg, unabhängig von den Selbstauskünften der Teilnehmer zwischen der ausschließlichen Verwendung von Faktenabruf einerseits und einer Kombination aus Faktenabruf und Prozeduren andererseits zu unterscheiden, beschrieben Penner-Wilger, Leth-Steensen, & Lefevre (2002). Diese Autoren fanden einen Aufgabengrößeneffekt sowohl bei chinesischen als auch bei kanadischen Teilnehmern einer bereits anderweitig publizierten Studie (Lefevre & Liu, 1997). Angesichts der spezifischen Charakteristika der Reaktionszeitverteilungen kamen die Autoren jedoch zu dem Schluss, dass diese bei den kanadischen Probanden auf eine Kombination von Faktenabruf und prozeduralen Strategien (relativ breitgipflige, linkssteile Verteilung), bei den chinesischen Probanden hingegen ausschließlich auf Gedächtnisabruf zurückzuführen seien (schmalgipflige, kaum linkssteile Verteilung). Während die Reaktionszeitverteilung der chinesischen Teilnehmer für größere Multiplikationsaufgaben lediglich bei einer späteren RZ einsetzte, aber von ihrer Form her gegenüber kleineren Aufgaben praktisch unverändert blieb, veränderte sich bei der Verteilung der kanadischen Teilnehmer zusätzlich auch deren Form (noch breitgipfliger und linkssteiler). Die aus der Reanalyse der Daten abgeleitete Interpretation von Penner-Wilger et al. (2002), dass die kanadischen Teilnehmer eine Mischung aus Faktenabruf und Prozeduren anwandten, während die chinesischen Teilnehmer praktisch ausschließlich auf Faktenabruf vertrauten, stimmt mit den introspektiven Berichten der Probanden überein, die in der Originalstudie (Lefevre & Liu, 1997) berichtet wurden.

Auch eine Studie von Roussel et al. (2002) beschäftigte sich mit den unterschiedlichen „Spuren“, die Faktenabruf und alternative Lösungsstrategien in den Reaktionszeit- und Fehlerdaten ihrer Teilnehmer hinterließen. Ihre Versuchspersonen sollten einfache Additions- und Multiplikationsaufgaben verifizieren, wobei das jeweilige Rechenzeichen („+“ bzw. „×“) teilweise synchron mit dem Rest der Aufgabe, teilweise aber auch schon vorher präsentiert wurde. Roussel et al. (2002) beobachteten, dass die frühere Präsentation des Rechenzeichens im Vergleich zur synchronen Darbietung nur bei der Addition, nicht jedoch bei der Multiplikation einen fazilitierenden Effekt hatte (s.a. Sohn & Carlson, 1998). Sie erklären dies damit, dass die Additionsaufgaben zu einem substanziellen Teil über Prozeduren gelöst wurden, welche, da sie über Variablen und nicht über konkrete Elemente operieren (Anderson, 1993), schon vor Präsentation der Operanden vorbereitet werden können. Multiplikationsaufgaben hingegen würden hauptsächlich über den Abruf von Fakten aus dem Gedächtnis gelöst. Dieser Vorgang wäre Item-spezifisch (Anderson, 1993) und könne somit erst aktiviert werden, wenn die Operanden bekannt seien. Ferner zeigten Roussel et al. (2002), dass der Größeneffekt (s.o., Abschnitt 1.9) bei den Additionsaufgaben ausgeprägter war als bei Multiplikationsaufgaben. Auch dies führten sie auf unterschiedliche Lösungsstrategien zurück: Der zusätzliche Aufwand, Prozeduren (z.B. Zählen) bei großen Aufgaben anzuwenden, sei größer als der zusätzliche Aufwand, große Aufgaben aus dem Gedächtnis abzurufen. Schließlich beobachteten die Autoren noch eine größere Interferenz durch die jeweils andere Rechenart für Multiplikationsaufgaben (z.B. $7 \times 3 = 10$) als für Additionsaufgaben (z.B. $7 + 3 = 21$). Dies ließe sich damit erklären, dass Item-basierte Interferenzeffekte nur beim Abruf von Fakten aus dem deklarativen Gedächtnis, nicht aber beim Aktivieren von Rechenprozeduren zu erwarten sind (Anderson, 1993; s. den oben stehenden Abschnitt „Definitionen“). Allerdings liefern Roussel et al. (2002) keine überzeugende Erklärung dafür, dass andere Autoren genau das umgekehrte Muster beschrieben (größere Rechenarteninterferenz für Additions- als für Multiplikationsaufgaben; z.B. Miller & Paredes, 1990; s.a. Abschnitte 1.4, 1.5 und 1.8).

Unterschiede zwischen Faktenabruf und anderen Lösungsstrategien für einfache Rechenaufgaben zeigen sich nicht nur auf der Ebene von Verhaltensdaten. So fanden Jost, Beinhoff, Henninghausen, & Rösler (2004a) elektrophysiologische Unterschiede zwischen dem Lösen kleiner und größerer Multiplikationsaufgaben. Da es sich um Unterschiede in der Topographie (und nicht ausschließlich in der Amplitude) der Hirnaktivität handelte, schließen die Autoren auf die Verwendung unterschiedlicher Lösungsstrategien (s.a. Abschnitt 1.12). Unterschiedliche Hirnaktivierungen im Zusammenhang mit Faktenabruf und anderen Lösungsstrategien wurden auch wiederholt in Untersuchungen mit funktionellen Magnetresonanztomografie beobachtet (s. Abschnitte 1.12 und 2.1).

1.2. Exaktes und approximatives einfaches Rechnen

Der Abruf arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis führt im Ergebnis immer zu einer exakten Zahl. Wie bereits durch Warrington (1982) gezeigt, kann jedoch die Fähigkeit exakt zu rechnen von der Fähigkeit approximativ zu rechnen dissoziieren. Diese Beobachtung wurde in einer nachfolgenden Fallstudie von Dehaene & Cohen (1991) repliziert. Diese Autoren beschrieben den Patienten NAU, der selbst einfachste Aufgaben falsch rechnete (z.B. $2 + 2 = 3$). In *multiple choice* Aufgaben hingegen konnte er numerisch weit vom richtigen Ergebnis entfernte Lösungen sicher ablehnen ($2 + 2 = 9$), akzeptierte allerdings numerisch nahe Lösungen ($2 + 2 = 5$). Angesichts dieses Leistungsprofils schlugen Dehaene und Cohen zwei separate Systeme zur Zahlenverarbeitung vor – eines, dass Zahlen als exakte Symbole verarbeitet (und am Faktenabruf beteiligt ist) und eines, dass Zahlen als ungefähre Größenrepräsentationen verarbeitet (und beispielsweise am approximativen Rechnen und Schätzen beteiligt ist).

1.3. Arithmetische Fakten und Regeln

Nicht alle einfachen Rechenaufgaben werden als arithmetische Fakten klassifiziert. McCloskey und Mitarbeiter (z.B. McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985; Sokol, McCloskey, Cohen, & Aliminosa, 1991; McCloskey, Aliminosa, & Sokol, 1991a; Dagenbach & McCloskey, 1992) unterschieden zwischen drei Typen von einfachen Multiplikationsaufgaben: 0-Aufgaben (alle Aufgaben, die 0 als Faktor beinhalten), 1-Aufgaben (mit 1 als Faktor) und 2-9-Aufgaben (2×2 bis 9×9). Für die Lösung der ersten beiden Aufgabentypen (mit 0 und 1 als Faktor) wird die Anwendung von generalisierten Regeln angenommen, wohingegen die Aufgaben des letzteren Typs individuell gespeichert und überwiegend aus dem Gedächtnis abgerufen würden.

Erste Evidenz für einen Sonderstatus regelbasierter Aufgaben lieferten Untersuchungen von Parkman (1972; für ähnliche Ergebnisse s.a. Stazyk, Ashcraft, & Hamann, 1982; Koshmider & Ashcraft, 1991). Parkman fand in einem Verifikationsparadigma höhere Reaktionszeiten und Fehlerraten für Multiplikationsaufgaben mit 0 als durch strukturelle Variablen (z.B. die Größe des anderen Operanden) vorhergesagt. Zudem gab es für 0-Aufgaben nicht den systematischen Zusammenhang zwischen den subjektiven Schwierigkeitseinschätzungen durch die Teilnehmer und der Aufgabengröße, wie er bei anderen Aufgaben festgestellt wurde. Interessanterweise werden 0-Aufgaben – trotz der bei ihnen beobachteten hohen Reaktionszeiten und Fehlerraten – einheitlich als „leicht“ bewertet (Stazyk et al., 1982). Andererseits wurden Aufgaben mit 1 als Faktor deutlich schneller beantwortet, als eine Interpolation auf Grund der Aufgabengröße erwarten ließe (Parkman, 1972).

In Produktionsparadigmen wurden schnellere Reaktionszeiten für Regelaufgaben sowohl mit 0 als auch mit 1 als Faktor im Vergleich zu arithmetischen Fakten beobachtet – selbst wenn es sich um Faktenaufgaben mit kleinem Ergebnis handelte (Miller, Perlmutter, & Keating, 1984; Cooney et al., 1988; Lefevre et al., 1996a; Kirk & Ashcraft, 2001; Jost et al., 2004a). Butterworth, Zorzi, Girelli, & Jonckheere (2001) fanden, dass die Antwortzeiten auf Additionsaufgaben mit Null am besten durch die Zeit vorhergesagt werden, die für das Benennen des anderen Summanden benötigt wird. Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen aus Verifikations- und aus Produktionsaufgaben bezüglich der 0-Aufgaben könnte damit erklärt werden, dass bei Verifikation die Lösung nicht zwangsläufig auch errechnet oder aus dem Gedächtnis abgerufen werden muss, sondern dass auch Wiedererkennens- oder Plausibilitätsstrategien zum Einsatz kommen können (Zbrodoff & Logan, 1990; Campbell & Tarling, 1996), die sich möglicherweise auf Fakten und regelbasierte Aufgaben unterschiedlich auswirken.

Untersuchungen zum Erwerb arithmetischer Kenntnisse zeigen darüber hinaus, dass es bei Regelaufgaben, – anders als bei individuell zu lernenden arithmetischen Fakten – einen Transfer auf ungeübte Aufgaben gibt, wenn einmal die Regel verstanden wurde (Baroody, 1985; 1987a). Während des Erwerbsprozesses im frühen Schulalter können arithmetische Regelaufgaben jedoch zeitweise auch mittels anderer Strategien gelöst werden. So fanden Cooney et al. (1988), dass insbesondere 1-Aufgaben zunächst (in der 3. Klasse einer US-amerikanischen Grundschule) mit einer Zählstrategie gelöst wurden und erst im weiteren Verlauf (ab der 4. Klasse) überwiegend mittels der Regel.

Elektrophysiologische Unterschiede zwischen regelbasierten Aufgaben im Vergleich zu Aufgaben mit Faktenabruf zeigte unlängst eine Studie von Jost et al. (2004a). Zum einen war die Amplitude einer frühen Positivierung (P300) für 0-Aufgaben signifikant kleiner als für Faktenaufgaben – und zwar unabhängig von deren Aufgabengröße. Diesen Effekt interpretieren die Autoren als Ausdruck einer frühzeitigen Kategorisierung des Aufgabentyps im Sinne des Strategiewahlmodells von Siegler (Lemaire & Siegler, 1995; Siegler & Shipley, 1995). Dabei würden Regelaufgaben eher als leicht, Faktenaufgaben hingegen (zunächst noch unabhängig von ihrer Aufgabengröße) als schwerer klassifiziert und entsprechende Aufmerksamkeits- bzw. Verarbeitungsressourcen bereitgestellt. Zum anderen wurden bei einer späteren langsamen Negativierung topographische Unterschiede zwischen Regel- und Faktenaufgaben beobachtet, wobei nur erstere eine links-anteriore Negativierung zeigte. Dieser Unterschied ist – den Autoren zufolge – auf die tatsächliche Anwendung unterschiedlicher Strategien zurückzuführen. Bemerkenswert erscheint in diesem Zusammenhang die topographische Ähnlichkeit, die arithmetische Regelaufgaben mit der Anwendung sprachlicher (insbesondere morphosyntaktischer) Regeln aufweisen (s.a. Abschnitt 1.12).

Darüber hinaus zeigten Studien mit neurologischen Patienten, dass regelbasierte Aufgaben typischerweise (und im Gegensatz zu arithmetischen Fakten) konstante und konsistente Fehlermuster aufweisen (z.B. $n \times 0 = n$ oder $n \times 1 = 1$), wobei 0-Aufgaben fehleranfälliger zu sein scheinen als 1-Aufgaben (McCloskey et al., 1991a; s.a. Lefevre et al., 1996a für ähnliche Ergebnisse bei gesunden Teilnehmern). Unterschiede wurden auch im Verlauf einer Therapie bzw. Spontanremission beschrieben: Anders als bei arithmetischen Fakten können sich die Leistungen bei regelbasierten Aufgaben schlag artig und umfassend für alle Aufgaben einer Regelklasse verbessern (Sokol et al., 1991; McCloskey et al., 1991a; Domahs, Lochy, Eibl, & Delazer, 2004). Auch bei der Division und Addition können regelbasierte Aufgaben selektiv gestört oder erhalten sein. So berichten Delazer, Domahs, Lochy, Karner, Benke, & Poewe (2004) den Fall eines Patienten mit Morbus Fahr, der selektive Schwierigkeiten mit der Regel *n : 1* zeigte, während keine solchen Defizite bei n : n oder Regeln anderer Rechenarten beobachtet wurden. Pesenti, Depoorter, & Seron (2000) beschrieben eine Patientin, die regelbasierte Aufgaben in allen Rechenarten (einschließlich solche des Typs *n + 0*) richtig lösen konnte – außer Aufgaben des Typs *0 + n* (s.a. McCloskey et al., 1991a für zwei ähnliche Fälle für die Multiplikation). Generalisierte Regeln werden also offensichtlich nicht immer mitsamt gültiger Kommutativitätsbeziehungen repräsentiert, wie dies wohl bei individuellen Aufgaben („echten Fakten“) der Fall ist (Rickard, Healy, & Bourne, 1994; Verguts & Fias, 2005a).

1.4. Zum Erwerb arithmetischer Fakten

Zum Erwerb arithmetischer Fähigkeiten im Kindesalter gibt es eine nahezu unüberschaubare Flut an Veröffentlichungen. Es ist an dieser Stelle nicht möglich und sinnvoll, einen vollständigen Überblick über all diese Arbeiten zu geben. Vielmehr soll auf einige wenige, aber zentrale Fragestellungen zum Faktenerwerb eingegangen werden. Dabei werden insbesondere solche Studien vorgestellt, die zum Verständnis der nachfolgenden Darstellungen besonders wichtig erscheinen.

Zuerst wird auf Evidenz dafür eingegangen werden, dass der Erwerb als ein Übergang von Prozeduren und Strategien zum Gedächtnisabruf vor sich geht. Anschließend sollen Phänomene beschrieben werden, die diesen Übergang charakterisieren. Danach wird auf die Frage eingegangen, ob das Ausgangswissen eher konzeptueller oder prozeduraler Natur ist. Schließlich soll ein Überblick über einige Faktoren gegeben werden, die den Erwerb arithmetischer Fakten erschweren oder auch begünstigen können.

1.4.1. Die Richtung: Von Prozeduren und Strategien zum Gedächtnisabruf

Einige Autoren vertreten die Auffassung, dass die Entwicklungsfortschritte von Schulkindern im Bereich Arithmetik teilweise oder vollständig dadurch zu erklären seien, dass konzeptuell basierte Strategien und / oder prozedurales Rechnen immer effizienter und automatisierter ablaufen (Jerman, 1970; Baroody, 1983; 1985; 1994; 2003). Die meisten Autoren stimmen jedoch darin überein, dass Kinder beim Lösen von einfachen Rechenaufgaben während der ersten Schuljahre zunehmend von der mehr oder weniger bewussten schrittweisen Abarbeitung manchmal recht aufwändiger Prozeduren und Strategien zu immer sichereren und effizienteren Lösungswegen übergehen und schließlich – wie Erwachsene – überwiegend den direkten Gedächtnisabruf verwenden (z.B. Campbell & Graham, 1985; Cooney et al., 1988; Siegler, 1988b; Koshmider & Ashcraft, 1991; Lemaire & Siegler, 1995; Steel & Funnel, 2001). Im Folgenden sollen Argumente diskutiert werden, die für letztere Auffassung sprechen. Diese Argumente betreffen zunächst die allgemeine Leistungsverbesserung für einfache Rechenaufgaben im Grundschulalter. Daraufhin wird auf die Veränderung charakteristischer Reaktionszeit- und Fehlermuster eingegangen. Im Anschluss werden Untersuchungen zur Strategiewahl beim Lösen einfacher Rechenaufgaben vorgestellt. Schließlich werden Belege dafür diskutiert, dass der Abruf arithmetischer Fakten zunehmend automatisch erfolgt.

Leistungsverbesserungen

Kinder lösen im Verlauf der Schulzeit einfache Multiplikationsaufgaben zunehmend schneller und sicherer (Campbell & Graham, 1985; Koshmider & Ashcraft, 1991; Butterworth, Marchesini, & Girelli, 2003). Beispielsweise fanden Koshmider & Ashcraft (1991), dass die mittleren Reaktionszeiten US-amerikanischer Schulkinder in Verifikationsaufgaben für die Multiplikation wie folgt abnahmen: 3. Klasse: 2542 ms, 5. Klasse: 1642 ms, 7. Klasse: 1370 ms, 9. Klasse: 1140 ms und College: 1084 ms. Butterworth et al. (2003) berichten für italienische Schulkinder beim mündlichen Beantworten einfacher Multiplikationsaufgaben eine Abnahme der mittleren Antwortzeiten von 3,43 s in der dritten über 2,37 s in der vierten bis auf 1,81 s in der fünften Klasse. Die entsprechenden Fehlerzahlen sanken von 13,3% über 9,1% auf 5,3%.

Charakteristische Effekte

Eine allgemeine Leistungsverbesserung, wie sie gerade beschrieben wurde, ließe sich möglicherweise noch durch schnellere Enkodier- oder Antwortprozesse bzw. eine effizienter werdende Abarbeitung von Prozeduren erklären. Die Antworten werden jedoch nicht nur allgemein schneller, gleichzeitig nimmt auch der Aufgabengrößeneffekt (d.h. die Differenz zwischen großen und kleinen Aufgaben) ab: beispielsweise von 703 ms über 233 ms, 194 ms und 164 ms bis zu 161 ms in den Daten von Koshmider & Ashcraft (1991). Diese Abnahme des Aufgabengrößeneffekts (s.a. Campbell & Graham, 1985) passt gut zu einer zunehmenden Verwendung von Gedächtnisabruf anstelle von Hilfsstrategien (z.B. Groen & Parkman, 1972).

Das zentrale Argument der Studie von Koshmider & Ashcraft (1991) bezieht sich jedoch nicht auf eine allgemeine Abnahme der Reaktionszeiten mit zunehmendem Alter und den zurückgehenden Aufgabengrößeneffekt, sondern auf Interferenzeffekte durch semantisch relatierte falsche Ergebnisse. Bereits in der 5. Klasse antworteten die untersuchten Kinder signifikant häufiger falsch positiv auf operandenrelatierte als auf neutrale „nein“-Antworten, so wie es auch bei Erwachsenen beobachtet wurde. Darüber hinaus erwiesen sich normative Variablen zur Aufgabenschwierigkeit als bessere Prädiktoren der mittleren Antwortzeiten einzelner Aufgaben als strukturelle Variablen (z.B. Größe der Operanden oder des Ergebnisses).

Ein ähnlicher Relatiertheitseffekt kann auch beobachtet werden, wenn das Ergebnis einer Aufgabe (z.B. Addition) für eine andere Rechenart (z.B. Multiplikation) richtig wäre (Rechenartenfehler; s.a. Abschnitt 1.5). Auch solche Interferenz durch eine andere Rechenart ist am besten durch die Repräsentation in einem (für die verschiedenen Rechenarten integrierten bzw. interrelatierten) Netzwerk erklärbar, wenn man nicht davon ausgeht, dass dabei immer nur das Rechenzeichen verwechselt wird. Tatsächlich bestanden schon in einer zweiten Klasse einer US-amerikanischen Schule etwa 4% aller Fehler bei Additionsaufgaben darin, das Multiplikationsergebnis für die beiden präsentierten Operanden zu äußern. Dieser Fehlertyp machte in der dritten Klasse bereits 14% aller Fehler aus und erreichte in der vierten Klasse seinen höchsten Anteil mit 48% (Miller & Paredes, 1990). Alle diese Angaben beziehen sich auf blockweise Darbietung, d.h. es wurden ausschließlich Additionsaufgaben präsentiert. Bei gemischter Darbietung waren die Fehlerzahlen sogar noch höher.

Fehlerplausibilität

Kinder können einfache Rechenaufgaben nicht nur zunehmend schneller und sicherer beantworten, die Fehler, die sie begehen, werden zudem auch immer plausibler, d.h. sie weisen eine immer größere semantische Nähe zum Ziel auf (Campbell & Graham, 1985; Miller & Paredes, 1990; Lemaire & Siegler, 1995; Butterworth et al., 2003). Schon in der dritten Klasse machten bei italienischen Schülern Operandenfehler (z.B. $7 \times 9 = 56$) den Großteil aller falschen Antworten aus (Butterworth et al., 2003). Ihr Anteil nahm in den folgenden beiden Schuljahren noch weiter zu von zunächst 65,4% über 84,0% auf 87,5% bei den besseren Schülern und auf zuletzt immerhin 77,5% auch bei den schlechteren Schülern. Bei den von Lemaire & Fayol (1995) beobachteten französischen Schülern schien dieser Prozess sogar noch schneller vonstatten zu gehen. Der Anteil an Operandenfehlern (z.B. $3 \times 7 = 28$) nahm bei ihnen vom Anfang zum Ende der zweiten Klasse von 16% auf 81% zu. Spätestens in der fünften Klasse – möglicherweise jedoch schon deutlich eher – erreichen Kinder also Werte, wie sie auch bei Erwachsenen beobachtet werden (s. Abschnitt 1.9).

Parallel dazu nimmt auch die numerische Distanz der Operandenfehler von der richtigen Antwort (der so genannte *Operandensplit*) weiter ab: Während der Anteil von Operandenfehlern mit einer Operandendistanz von ± 1 (z.B. $3 \times 7 = 28$) zwischen der dritten und fünften Klasse von 55,5% auf 71,2 % stieg, sank der Anteil von Operandenfehlern mit einer Distanz von ± 2 (z.B. $3 \times 7 = 35$) von 16,8% auf 9,6% und der Anteil von Operandenfehlern mit einer Distanz von ± 3 (z.B. $3 \times 7 = 42$) von 12,6% auf 5,4%.

Einen weiteren Hinweis auf die zunehmende semantische Nähe der falschen Antworten zum richtigen Ergebnis liefern die Ergebnisse von Lemaire & Siegler (1995). Sie fanden, dass die Fehler von französischen Schülern einer zweiten Klasse beim Gedächtnisabruf von Multiplikationsfakten anfänglich noch überwiegend (zu 81%) dem Paritätsmuster von Additionsaufgaben entsprachen (s.a. Siegler, 1988b). Während des zweiten Schuljahres nahm diese Übereinstimmung jedoch ab (auf 60%). Im selben Zeitraum entsprachen ihre Faktenabruf-Fehler hingegen immer mehr den Paritätsregeln der Multiplikation (anfangs 39%, zuletzt 66%).[2]

[2] Die Addition sowohl zweier ungerader als auch zweier gerader Zahlen ergibt eine gerade Zahl, die Addition einer ungeraden und einer geraden Zahl ergibt hingegen ein ungerades Ergebnis. Andererseits führt die Multiplikation zweier ungerader Faktoren immer zu einer ungeraden Zahl, während die Multi-

Darüber hinaus verschwanden stark unplausible Fehler bei den von Lemaire & Fayol (1995) beschriebenen Schülern innerhalb des zweiten Schuljahres fast völlig. Dies betraf sowohl Rechenartenfehler (z.B. $3 \times 7 = 10$) als auch die Wiederholung eines Faktors als Antwort (z.B. $3 \times 7 = 7$). Ihr Anteil sank von 35% bzw. 30% auf jeweils 2% aller Fehler.

Beobachtungen und Selbstauskünfte zur Strategiewahl

Weitere Evidenz zum Übergang von Strategien und Prozeduren hin zum Abruf von arithmetischen Fakten aus dem Langzeitgedächtnis kommt von Untersuchungen, in denen das Verhalten von Schulkindern beobachtet oder Selbstauskünfte von ihnen erhoben wurden (Brownell, 1935; Houlihan & Ginsburg, 1981; Cooney et al., 1988; Siegler, 1988b; Lemaire & Siegler, 1995; Steel & Funnel, 2001).[3] So fanden Cooney et al. (1988) in den zwischen der dritten und vierten Klasse erhobenen Selbstauskünften von US-amerikanischen Schülern einen Anstieg von Gedächtnisabruf-Antworten von 55,0% auf 73,8%. Im selben Zeitraum nahmen Selbstauskünfte, die als „Zählstrategien“ kategorisiert wurden, von 18,8% auf 11,2% ab. Lemaire & Siegler (1995) beobachteten innerhalb eines Schuljahres bei Zweitklässlern in einer französischen Grundschule die Zunahme von als „Faktenabruf“ bewerteten Verhaltens zum Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben von 38% auf 92%. Allerdings wurden Lösungswege sehr großzügig bereits dann als Faktenabruf gewertet, wenn kein offenes anderes Verhalten (wie z.B. Zählen) zu beobachten war. Mit großer Wahrscheinlichkeit sind die Angaben zum Faktenabruf von Lemaire & Siegler (1995) also um nicht offen beobachtbare Strategie- oder Prozeduranwendungen überschätzt (Baroody, 2003). Der gleiche Einwand trifft schon auf die Daten von Siegler (1988b) zu.

Automatizität des Abrufs

Obwohl es also Evidenz dafür gibt, dass Kinder schon ab dem ersten Jahr, in dem sie in Multiplikation unterrichtet werden, auf Faktenabruf aus dem Gedächtnis vertrauen, so unterscheiden sich ihre Abrufzeiten doch offensichtlich noch erheblich von denen

---

plikation zweier gerader Operanden oder einer geraden mit einer ungeraden Zahl zu einem geraden Ergebnis führt.

[3] Das methodische „Für und Wider“ solcher Untersuchungen wurde bereits in Fußnote 1 diskutiert.

Erwachsener (s.o.). Erfolgt der Abruf arithmetischer Fakten also bei Kindern weniger automatisch als bei Erwachsenen? Koshmider & Ashcraft (1991) gingen dieser Frage in einem Priming-Experiment nach. Dabei fanden sie, dass sich in Verifikationsaufgaben Primingeffekte schon bei Kindern der 3. Klassenstufe einer US-amerikanischen Schule nachweisen ließen, also im ersten Jahr des Unterrichts in Multiplikation. Allerdings zeigten sich diese Effekte zunächst nur für kleinere bzw. leichtere Aufgaben, die zu diesem Zeitpunkt bereits sicherer beherrscht wurden, nicht jedoch für größere bzw. schwerere Aufgaben. Da die beobachteten Primingeffekte bereits bei sehr kurzer Zeit zwischen Prime und Target auftraten (SOA = 225 ms), wurden sie als Ausdruck einer automatischen Aktivierung des Netzwerkes arithmetischer Fakten interpretiert.

Der Frage, ab welchem Zeitpunkt und unter welchen Bedingungen Schulkinder Additionsfakten automatisch aktivieren, gingen Lemaire, Barrett, Fayol, & Hervé (1994) mit einer Zahlenidentifizierungs- (ZI) Aufgabe nach. Bei dieser Aufgabe werden kurzzeitig zwei Zahlen als *Cue* präsentiert, denen nach mehr oder weniger kurzer SOA eine *Target*-Zahl folgt. Die Teilnehmer sollen beurteilen, ob das Target identisch mit einem der Cues ist oder nicht (für Details s. Abschnitt 1.11). Bei Erwachsenen werden systematisch längere Antwortzeiten für relatierte im Vergleich zu neutralen Targets beobachtet, wobei die Relatiertheit typischerweise darin besteht, dass das Target das Ergebnis der Addition bzw. Multiplikation der beiden Cue-Zahlen bildet (Lefevre, Bisanz, & Mrkonjic, 1988; Lemaire et al., 1994; Thibodeau, Lefevre, & Bisanz, 1996; Galfano, Rusconi, & Umilta, 2003; Rusconi, Galfano, Speriani, & Umilta, 2004; Galfano, Mazza, Angrilli, & Umilta, 2004). Der Reaktionszeitanstieg für relatierte Targets wird als Interferenz durch arithmetisches Wissen interpretiert, das in dieser Aufgabe zwar irrelevant ist, aber trotzdem automatisch und obligatorisch aktiviert wird. In einer ersten ZI-Studie mit Kindern hatten Lefevre, Kulak, & Bisanz (1991) nur minimale Interferenzeffekte für Additionsergebnisse bei Schülern der dritten bis fünften Klassenstufe gefunden. Die Untersuchung von Lemaire et al. (1994) war jedoch differenzierter angelegt und ermöglichte den Nachweis von systematisch erhöhten Reaktionszeiten für Additionsergebnisse. Dabei verursachten bei Zweitklässlern nur sehr kleine Aufgaben (beide Addenden ≤ 5) einen solchen Interferenzeffekt, bei Drittklässlern kleine und mittelgroße Aufgaben (ein Addend ≤ 5, der andere zwischen 6 und 9) und bei Viert- und Fünftklässlern (wie bei Erwachsenen auch) alle getesteten Aufgabengrößen (bis maximal 9 + 9). Im Verlauf der Entwicklung weisen also zuerst die kleinsten und dann zunehmend größere Aufgaben hinreichend starke Assoziationen im Langzeitgedächtnis auf, um automatisch und obligatorisch aktiviert zu werden.

In einem weiteren Experiment zur Verifikation von Additions- und Multiplikationsaufgaben mit gemischter Darbietung fanden Lemaire et al. (1994) Interferenzeffekte in Form längerer Reaktionszeiten für Rechenartenfehler der jeweils anderen Rechenart (s.o.; s. Abschnitt 1.5) schon bei Schülern der dritten bis fünften Klassenstufe.[4] Dabei war Interferenz durch Additionsergebnisse bei Multiplikationsaufgaben (z.B. für $3 \times 7 = 10$) von Beginn der dritten Klasse an zu beobachten, während Interferenz durch Multiplikationsergebnisse bei Additionsaufgaben (z.B. $3 + 7 = 21$) sich erst im Verlauf der dritten Klasse herausbildete. Dies wurde darauf zurückgeführt, dass die Multiplikation später als die Addition erworben wird. Allerdings wurden Interferenzeffekte zu allen Zeitpunkten nur mit kleinen, nie jedoch mit größeren einstelligen Aufgaben nachgewiesen. Aus den durch Rechenartenfehler verursachten Interferenzeffekten schlossen Lemaire et al. (1994), dass arithmetische Fakten beider Rechenarten nach Darbietung der Operanden bis zu einem gewissen Grad automatisch aktiviert werden, unabhängig von den konkreten Erfordernissen der Aufgabe (d.h. unabhängig vom präsentierten Rechenzeichen).

Zusammenfassend kann man sagen, dass Kinder in den ersten Schuljahren einfache Multiplikations- und Additionsaufgaben nicht nur zunehmend schneller und sicherer lösen. Sie verwenden dabei eigenen Angaben und dem Augenschein nach auch immer häufiger direkten Abruf aus dem Gedächtnis. Schon sehr früh in der Entwicklung werden zumindest kleine arithmetische Fakten automatisch aktiviert. Ferner zeigen sowohl die richtigen Antworten als auch die (immer seltener auftretenden) Fehler immer mehr charakteristische Effekte, wie sie auch bei Erwachsenen zu beobachten sind und die als Beleg für den Abruf von arithmetischen Fakten aus einer netzwerkartig organisierten Repräsentation im Langzeitgedächtnis interpretiert werden können.

[4] Zu in dieser Hinsicht ähnlichen Ergebnissen waren bereits Lemaire, Fayol, & Abdi (1991) gekommen. Hamann & Ashcraft (1985) hingegen konnten Interferenzeffekte bei diesen beiden Rechenarten erst ab der 10. Klasse nachweisen.

1.4.2. Der Weg: Übergangsphänomene zwischen Prozeduren, Strategien und Fakten

Wenn Kinder beim Erwerb arithmetischer Fakten zunächst von der Anwendung konzeptuellen bzw. prozeduralen Wissens ausgehen, auf welche Art und Weise erfolgt dann der Übergang zum direkten Abruf aus dem Langzeitgedächtnis? Lemaire & Siegler (1995) identifizierten auf Grundlage ihres adaptiven Strategiewahl-Modells (*adaptive strategy choice model*, *ASCM*), dem „Nachfolger" des Assoziationsverteilungsmodells (*distribution of associations model, DOAM*) von Siegler (Siegler & Shrager, 1984; Siegler, 1988b; s.a. Abschnitt 1.1), vier verschiedene Aspekte, die diesen Übergang kennzeichnen: a) *Welche* Lösungswege werden angewandt? b) *Wann* werden die verschiedenen Lösungswege angewandt? c) Auf welche *Art und Weise* werden die Lösungswege ausgeführt? und d) Wie werden sie *ausgewählt*? Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich die nachfolgenden Angaben auf die Longitudinalstudie von Lemaire & Siegler (1995) zu drei Zeitpunkten im Verlauf des Schuljahrs, in dem Multiplikationsaufgaben im Bereich des kleinen Einmaleins erworben werden (eine zweite Klasse im französischen Schulsystem).

a) Welche: Alle Kinder verwandten zu jedem Untersuchungszeitpunkt zwei bis drei der insgesamt fünf von Lemaire & Siegler (1995) identifizierten Lösungswege. Dies sind direkter Faktenabruf aus dem Gedächtnis, wiederholte Addition, „Weiß ich nicht"-Antworten, das Aufschreiben der Aufgabe sowie das Aufmalen und anschließende Auszählen von Objekten. Neue Lösungswege kamen in diesem Zeitraum nicht zum Einsatz.
b) Wann: Die unterschiedlichen Lösungswege wurden jedoch keineswegs zu allen Zeitpunkten gleich häufig eingesetzt. Vielmehr stieg der Gebrauch des direkten Gedächtnisabrufs (von 38% auf 92%) bei gleichzeitiger Abnahme der Verwendung anderer Lösungswege (s.a. Cooney et al., 1988; Siegler, 1988b; Butterworth et al., 2003). So ging der Anteil der wiederholten Addition von 30% auf 6% und die „Weiß ich nicht"-Antworten von 32% auf 2% zurück. Die zwei anderen Lösungswege wurden im Verlauf des Beobachtungszeitraumes von einigen Kindern entdeckt und ausprobiert, aber

schließlich zunehmend verworfen und insgesamt nur sehr selten angewandt. Die generelle Verschiebung hin zum Faktenabruf kann jedoch nochmals nach der Aufgabenschwierigkeit differenziert werden: Faktenabruf setzt sich bei schwierigen (zumeist größeren) Aufgaben später durch als bei einfachen (kleineren).

c) Art und Weise: Sowohl der Faktenabruf aus dem Gedächtnis als auch die wichtigste Hilfsstrategie – wiederholte Addition – wurden zunehmend schneller und sicherer ausgeführt. Eine Analyse des Fehlermusters zeigte auch qualitative Veränderungen mit einer Zunahme plausiblerer und einer Abnahme unplausiblerer Fehler (s.o.). Die Tatsache, dass die falschen Antworten mehr und mehr dem Paritätsmuster der Multiplikation und immer seltener dem zunächst übergeneralisierten Muster der Addition (s. Fußnote 2) entsprachen, spricht für die zunehmende (unbewusste) Nutzung von Informationen, die über die Ebene einzelner Aufgaben hinausgehen und vielmehr Regularitäten der Rechenart an sich (z.B. Multiplikation im Vergleich zur Addition) oder einzelner Aufgabengruppen innerhalb dieser Rechenart betreffen (z.B. Aufgaben, deren kleinerer Operand vorne steht oder Aufgaben mit zwei geraden Operanden).

   Die besseren Leistungen bei der wiederholten Addition gingen einher mit einer effizienteren Ausführung dieser Hilfsstrategie: Die untersuchten Kinder addierten immer häufiger den größeren Faktor so oft, wie der kleinere Faktor angibt, als umgekehrt (also z.B. für 5×3 eher $5 + 5 + 5$ als $3 + 3 + 3 + 3 + 3$). Die Anwendung dieser effizienteren Strategie stieg von 46% auf 80%.

d) Auswahl: Schon zu Beginn des Erwerbsprozesses können Kinder recht gut entscheiden, welcher Lösungsweg für sie Erfolg versprechend ist. So nutzten sie wiederholte Addition genau dann, wenn sie auch mit einiger Wahrscheinlichkeit zum richtigen Ergebnis führte und antworteten in den meisten anderen Fällen mit „Weiß ich nicht“. Letztere Strategie kann dann als adäquat betrachtet werden, wenn auch andere verfügbare Lösungswege nicht zum richtigen Ergebnis führen würden, da sie zwar mit Sicherheit eine fal-

> sche Antwort produziert, dies aber mit geringst möglichem Aufwand. Die Fähigkeit, den geeigneten Lösungsweg zu wählen, nimmt mit wachsender Erfahrung sogar noch weiter zu. So erhöhten sich beispielsweise die Korrelationen zwischen Reaktionszeit bzw. Fehlerrate beim Faktenabruf und dem Anteil des Faktenabrufs an allen Lösungswegen signifikant.
> Die Auswahl der Erfolg versprechendsten Strategie kann dabei nicht nur auf Grund der in der Vergangenheit gesammelten Erfahrungen mit verschiedenen Strategien bei einer spezifischen Aufgabe getroffen werden, sondern auch auf Grund der Erfahrungen mit diesen Strategien bei allen Aufgaben dieser Rechenart oder einer bestimmten Aufgabengruppe sowie auf Grund von Abschätzungen für künftige Anwendungen (s.a. Siegler & Lemaire, 1997).
> So ist es beispielsweise auch möglich, sich für einen bestimmten Lösungsweg bei einer Aufgabe zu entscheiden, die man noch nie zuvor gelöst hat.

Über den Erwerbszeitraum hinweg konnten relativ stabile individuelle Unterschiede festgestellt werden. Dabei gelten folgende Grundprinzipien: Die frühzeitig richtige Ausführung von Hilfsstrategien führt im weiteren Verlauf sowohl zu einem schnelleren Übergang zum Gedächtnisabruf als auch zu einer sichereren Anwendung desselben (s.a. Geary, Bow-Thomas, Liu, & Siegler, 1996). Hingegen nutzten Kinder, die anfänglich viele Fehler beim Ausführen von Hilfsstrategien machen, später solche Strategien signifikant häufiger als Faktenabruf aus dem Gedächtnis. Und schließlich lassen sich auch aus einem frühzeitig richtigen Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis spätere geringe Fehlerzahlen beim Faktenabruf vorhersagen. Diese Prinzipien wirken über den Erwerbsprozess hinaus auch bis in das Erwachsenenalter fort. Sie lassen sich aus dem Assoziationsverteilungsmodell (*distribution of associations model*, DOAM) von Siegler (1988b; s.a. Siegler & Shrager, 1984) ableiten (s.a. Abschnitt 1.1).

In diesem Modell wird mit jeder produzierten Antwort eine Assoziation zwischen Aufgabe und Antwort etabliert oder eine bereits bestehende Assoziation verstärkt. Dabei spielt es keine Rolle, ob die Antwort über direkten Abruf aus dem Langzeitgedächtnis oder über das Abarbeiten einer Prozedur erhalten wurde. Es ist darüber hinaus prinzipiell unerheblich, ob die Antwort richtig oder falsch war. Die akkumulierten

Assoziationen einer Aufgabe mit der richtigen und allen jemals produzierten falschen Antworten bildet die Namensgebende Assoziationsverteilung, wobei deren Gipfel im Normalfall über der richtigen Antwort liegt, d.h. die Assoziation zwischen der Aufgabe und ihrer richtigen Antwort ist am stärksten. Einfache (zumeist kleinere) Aufgaben bilden schmalgipflige Assoziationsverteilungen und schwierige (größere) Aufgaben breitgipflige Verteilungen, so dass die relative Assoziationsstärke für die richtigen Antworten bei einfachen Aufgaben größer ist als bei schwierigen Aufgaben. Daraus folgt im DOAM, dass einfache Aufgaben häufiger über Gedächtnisabruf gelöst werden können als schwierige, da die richtige Antwort bei schmalgipfligen Verteilungen eher ein Konfidenzkriterium an relativer Aktivierung übersteigt als bei breitgipfligen Verteilungen. Faktenabruf wird bei einfachen Aufgaben jedoch nicht nur häufiger eingesetzt, sondern er kann auch schneller und sicherer erfolgen. Da falsche Antworten in ihrer Mehrheit auf systematischen Fehlern in der Anwendung von Prozeduren beruhen, werden diese Fehler über die Assoziationsverteilung „konserviert" und beeinflussen auch den späteren Faktenabruf im Erwachsenenalter. Schließlich spielt – wie bei anderen Gedächtnisinhalten auch – die Häufigkeit, in der eine Aufgabe in der Erwerbsgeschichte gelöst wurde, eine entscheidende Rolle für den Erfolg bei dieser Aufgabe. Hochfrequente Aufgaben werden demnach bei einer gleich geformten Assoziationsverteilungskurve (d.h. bei einer ähnlichen Fehlerverteilung während der Erwerbsgeschichte) schneller und sicherer gelöst, weil ihre absolute Assoziationsstärke größer (bzw. der Gipfel ihrer Assoziationsverteilungskurve höher) ist als bei seltenen und deshalb das Konfidenzkriterium der Aktivierung eher erreicht werden kann. Die Funktionsweise des Modells wird auch im Abschnitt 1.1 beschrieben.

Zusammenfassend kann man sagen, dass nach dem adaptiven Strategiewahl-Modell (ASCM) bzw. Assoziationsverteilungsmodell (DOAM) der Erwerbsprozess nicht durch den plötzlichen Übergang von einem Lösungsweg zu einem anderen gekennzeichnet ist. Vielmehr kommt es eher zu einer Verschiebung der Anteile einzelner Strategien, deren immer besserer Anwendung und ihrer gezielteren Auswahl. Die arithmetischen Leistungen zu einem bestimmten Zeitpunkt lassen sich mit den gleichen Faktoren erklären wie der Ablauf des Entwicklungsprozesses.

Die Auffassungen des ASCM / DOAM stimmen mit einigen grundlegenden Annahmen zur Lerntheorie aus der experimentellen Psychologie überein. Beispielhaft seien hier die *Component Power Law Theory (CMPL)* von Rickard (2004; s.a. Rickard, 1997) und die *Instance Theory (IT)* von Logan & Klapp (1991) genannt, die auch an (alphabet-) arithmetischen Lernprozessen überprüft wurden. Sowohl ASCM / DOAM als auch CMPL und IT beschreiben den Erwerbsprozess als Item-spezifischen Übergang von Prozeduren zu Gedächtnisabruf, d.h. während für einige Aufgaben noch Prozeduren angewandt werden, kommt es bei anderen schon zum Faktenabruf. Für andere Aspekte des Erwerbs gibt es jedoch größere Gemeinsamkeiten von ASCM / DOAM mit der CMPL: Beide gehen davon aus, dass *eine* Assoziation zwischen Aufgabe und (richtigem) Ergebnis ausgebildet und mit jedem erneuten Lösen der Aufgabe verstärkt wird, während die IT für jedes einzelne Lösen einer Aufgabe das Anlegen einer neuen Gedächtnisspur (*instance*) annimmt. Häufiges Lösen einer Aufgabe führt im Sinne der IT zu einem Anwachsen der Anzahl der Gedächtnisspuren. Weiterhin erklären sowohl ASCM / DOAM als auch die CMPL das Lösen einer gegebenen Aufgabe mit der Anwendung von *entweder* Faktenabruf *oder* Prozedurenanwendung. Die IT modelliert hingegen einen parallel stattfindenden Wettlauf beider Lösungswege. Sowohl ASCM / DOAM als auch die CMPL sagen eine Leistungsverbesserung auch für die Abarbeitung von Prozeduren vorher, während eine solche Verbesserung in der IT nicht vorgesehen ist. Anders als die CMPL gehen ASCM und DOAM jedoch nicht davon aus, dass eine Prozedur nie wieder angewandt wird, wenn die gegebene Aufgabe einmal mittels Faktenabruf aus dem Gedächtnis gelöst wurde.

1.4.3. Der Ausgangspunkt: Strategien oder Prozeduren?

In den beiden vorangehenden Abschnitten wurden die Begriffe „Strategie" und „Prozedur" verwandt, als seien sie weitgehend synonym. Wenn man jedoch das Anwenden einer Strategie als Vorgang auffasst, der auf konzeptuellem Wissen basiert und eine Prozedur als Abarbeiten eines Algorithmus, das (zumindest theoretisch) weitgehend ohne Rückgriff auf konzeptuelles Wissen erfolgen kann, so stellt sich die Frage, auf welcher dieser beiden unterschiedlichen Arten von Wissen der Erwerb arithmetischer Fakten eigentlich aufbaut.

Die Diskussion darüber, ob konzeptuelles Wissen prozeduralem vorangeht oder umgekehrt, beschäftigt schon Generationen von Pädagogen und Psychologen. Während die Debatte über die ersten Jahrzehnte von einem „Entweder oder" geprägt war, mehren sich in letzter Zeit die Stimmen, die für ein „Sowohl als auch" plädieren (für eine Übersicht s. Rittle-Johnson & Siegler, 1998). Nach letzterer Gruppe von Ansätzen könnte man die Entwicklung von konzeptuellem und prozeduralem Wissen als wechselseitig verwoben oder iterativ bezeichnen. Demzufolge verliefe die Entwicklung beider Wissensbereiche graduell, und dabei käme es zu wechselseitigen Beeinflussungen. Größeres Wissen in einem Bereich ist nicht nur allgemein assoziiert mit größerem Wissen im anderen Bereich (Baroody & Gannon, 1984; Cauley, 1988; Byrnes & Wasik, 1991; Cowan & Renton, 1996; Dixon & Moore, 1996; Hiebert & Wearne, 1996; Cowan, Dowker, Christakis, & Bailey, 1996), sondern Zuwächse in einem Bereich führten auch zu Zuwächsen im anderen Bereich, die wiederum auf den ersten stimulierend wirkten (Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Rittle-Johnson et al., 2001). Wissen in einem bestimmten Bereich sei nicht einfach „vorhanden“ oder „nicht vorhanden“. Vielmehr könne Wissen – insbesondere zu Beginn der Entwicklung – zwar prinzipiell vorhanden aber zugleich noch sehr beschränkt sein (Gelman & Gallistel, 1978; Fuson, 1990; Rittle-Johnson et al., 2001). Die Tatsache, dass ein Kind etwas über X wisse, bedeute nicht gleichzeitig auch, dass es X auch vollständig verstehe. Solch unvollständiges Wissen könne durch verschiedene Arten von Erfahrungen ausgebaut werden. Dazu gehörten insbesondere selbständiges Problemlösen, Beobachtung anderer Personen, Instruktionen durch andere Personen und eigene Überlegungen (Rittle-Johnson et al., 2001). Der wechselseitig verwobene Erwerbsprozess könne dabei sowohl von konzeptuellem als auch von prozeduralem Wissen ausgehen. Dies hänge davon ab, ob das Kind den jeweiligen Konzepten oder Prozeduren eher und/oder häufiger ausgesetzt sei (Rittle-Johnson & Siegler, 1998). Rittle-Johnson et al. (2001) illustrieren diesen Ansatz wie folgt:

> „...Initial knowledge in a domain tends to be conceptual if the target procedure is not demonstrated in the everyday environment or taught in school or if children have frequent experience with relevant concepts before the target procedure is taught. In contrast, initial knowledge generally is procedural if the target procedure is demonstrated frequently before children understand key concepts or if the target procedure is closely analogous to a known procedure in a related domain. Thus, children’s prior experience with the domain predicts which type of knowledge sets the learning process in motion. Once children develop some knowledge of one type, the other type of knowledge often begins to develop as well…”

Zusammenfassend kann man sagen, dass mit großer Wahrscheinlichkeit davon auszugehen ist, dass der Erwerb arithmetischer Fakten auf der Grundlage sowohl konzeptuellen als auch prozeduralen Wissens erfolgt. Die wiederholte Addition mag dabei (in Abhängigkeit von der Vermittlung im Unterricht) zunächst als „kochrezeptartige" *Prozedur* abgearbeitet werden. Sie liefert aber gleichzeitig auch den Schlüssel zum Verständnis des Zusammenhangs zwischen den beiden Rechenarten. In diesem Sinne wäre sie (zunehmend) auch eine konzeptuell basierte *Strategie*.

1.4.4. Abkürzungen und Stolpersteine: Faktoren, die den Erwerb arithmetischer Fakten beeinflussen

Im letzten Abschnitt zum Faktenerwerb soll der Frage nachgegangen werden, welche Umstände den Erwerb arithmetischer Fakten begünstigen oder erschweren können. Dabei soll sowohl auf Beobachtungen zum normalen als auch zum gestörten Erwerb Bezug genommen werden. Tatsächlich wurden weitgehend isolierte Störungen des Erwerbs arithmetischer Fakten beschrieben, also Defizite für einfache Multiplikationsaufgaben bei erhaltenen Leistungen für arithmetische Prozeduren und für Transkodieren zwischen verschiedenen numerischen Formaten (Temple, 1991; 1994; 1997; Temple & Sherwood, 2002). Häufig treten solche Störungen aber auch gemeinsam mit anderen numerischen oder nicht-numerischen Defiziten auf.

In diesem Abschnitt sollen zunächst mögliche Einflüsse der Arbeitsgedächtniskapazität auf den Erwerb arithmetischer Fakten diskutiert werden. Dann werden Studien vorgestellt, die einen Einfluss allgemein verbaler Fähigkeiten der Kinder oder des Zahlwortsystems ihrer Muttersprache untersuchten. Anschließend werden mögliche Effekte diskutiert, welche auf die konkrete Erwerbsgeschichte bei Repräsentation bzw. Abruf bestimmter arithmetischer Fakten zurückgehen, wobei die Erwerbsgeschichte insbesondere durch die Variablen Erwerbsreihenfolge und Frequenz einzelner Fakten charakterisiert wird. Schließlich sollen Auswirkungen konkreter Instruktionen und Vorbilder sowie des Unterrichtspensums auf den Faktenerwerb diskutiert werden.

Arbeitsgedächtnis

In der Literatur wird übereinstimmend berichtet, dass Kinder mit einer Entwicklungsdyskalkulie in Aufgaben, die das Arbeitsgedächtnis testen, im Mittel schlechter abschneiden als Kinder ohne Dyskalkulie (z.B. Geary, Hoard, & Hamson, 1999; Bull & Scerif, 2001). Ferner stimmen die meisten Autoren darin überein, dass Kinder mit einer Entwicklungsdyskalkulie sehr häufig Probleme beim Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis haben (Geary, 1990; 1993; Temple, 1994; Ostad, 1997; Barrouillet, Fayol, & Lathulière, 1997; Geary, Hamson, & Hoard, 2000; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Temple & Sherwood, 2002; Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004). Diese Faktenabrufstörung kann zudem über mehrere Jahre hinweg relativ stabil bleiben (Geary, 1993; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003). Gibt es also einen kausalen Zusammenhang zwischen einer geringen Arbeitsgedächtniskapazität und einem erschwerten Erwerb arithmetischer Fakten?

Eine direkte Untersuchung des möglichen Zusammenhangs zwischen Arbeitsgedächtniskapazität und arithmetischem Faktenabruf berichteten unlängst Barrouillet & Lépine (2005). Sie beobachteten bei französischen Grundschülern für einfache Additionsaufgaben eine signifikante Korrelation zwischen der Arbeitsgedächtniskapazität und der Rate, mit der Gedächtnisabruf als Lösungsweg angewandt wurde (s.a. Steel & Funnel, 2001). Dieser Zusammenhang war für größere Aufgaben stärker ausgeprägt als für kleinere. Ferner erfolgte der Abruf aus dem Gedächtnis bei Schülern mit großer Arbeitsgedächtniskapazität auch schneller als bei Schülern mit geringerer Arbeitsgedächtniskapazität. Barrouillet & Lépine (2005) diskutieren drei mögliche Gründe für den Zusammenhang zwischen Arbeitsgedächtniskapazität und Erwerb des Faktenabrufs:

Erstens erlaubt eine hohe Arbeitsgedächtniskapazität eine schnellere und sicherere Abarbeitung von Prozeduren und Hilfsstrategien (Case, Kurland, & Goldberg, 1982). Eine langsamere Abarbeitung solcher Algorithmen kann dazu führen, dass die Aufgabe relativ oft schon vergessen ist, bis das Kind zur richtigen Lösung gelangt ist (Geary et al., 1996; Thevenot, Barrouillet, & Fayol, 2001). Aufgabe und Lösung können also bei schneller Abarbeitung des Algorithmus häufiger erfolgreich miteinander assoziiert werden als bei langsamer Abarbeitung. Außerdem führt eine hohe Arbeitsgedächtniskapazität dazu, dass die Prozeduren und Strategien häufiger zum richtigen Ergebnis führen. Die Assoziationsverteilung zwischen Aufgabe und Ergebnis kann also schmalgipfliger werden, was den späteren Abruf aus dem Gedächtnis begünstigt (Siegler & Shrager, 1984; Siegler, 1988b; Lemaire & Siegler, 1995; s.o.).

Zweitens könnte eine reduzierte Arbeitsgedächtniskapazität auch Ausdruck dafür sein, dass nur geringe Aufmerksamkeitsressourcen zur Verfügung stehen, um Wissen im Langzeitgedächtnis zu aktivieren (Barrouillet, Bernardin, & Camos, 2004). Damit würde eine reduzierte Arbeitsgedächtniskapazität zu langsamerem und weniger effizientem Gedächtnisabruf und in der Folge zu einer häufigeren Verwendung von Hilfsstrategien führen.

Drittens könnten (anderen Modellen zufolge) Maße der Arbeitsgedächtniskapazität eher Fähigkeiten wie Aufmerksamkeitskontrolle oder Interferenzanfälligkeit widerspiegeln (z.B. Engle, Kane, & Tuhoski, 1999). Beim Abruf arithmetischer Fakten werden besonders häufig Interferenzphänomene beobachtet (Hamann & Ashcraft, 1985; Lefevre et al., 1988; Lemaire et al., 1991). Demnach könnten Kinder mit einer geringen Arbeitsgedächtniskapazität interferenzanfälliger sein, was zu einem langsameren und fehlerhafteren Abruf arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis führen sollte. Tatsächlich fanden Barrouillet et al. (1997), dass Jugendliche mit Lernschwierigkeiten besondere Probleme damit hatten, interferierende Antworten bei Multiplikationsaufgaben zu unterdrücken, obwohl ihr Multiplikationswissen selbst intakt zu sein schien.

Ähnlich wie Barrouillet & Lépine (2005) fanden auch Noël, Seron, & Trovarelli (2004) bei belgischen Erstklässlern eine signifikante Korrelation zwischen der Faktenabrufrate bei einfachen Additionsaufgaben und einem Maß für die Kapazität der phonologischen Schleife des Arbeitsgedächtnisses.

Keinen direkten Zusammenhang zwischen der Arbeitsgedächtniskapazität und der Faktenabrufrate fanden hingegen Geary et al. (2004). Allerdings beobachteten auch diese Autoren einen Zusammenhang der Arbeitsgedächtniskapazität mit der Strategiewahl bei Additionsaufgaben: Der Anteil an Zählen mit den Fingern nahm mit hoher Arbeitsgedächtniskapazität ab, während der Anteil verbalen Zählens zunahm (s.a. Geary et al., 1996).

Auch eine andere Studie zu diesem Thema (Temple & Sherwood, 2002) konnte keinen Zusammenhang zwischen dem Erwerb einfacher Multiplikationsfakten mit verschiedenen Maßen für die Arbeitsgedächtniskapazität (Zahlenspanne vorwärts und rückwärts, Corsi Blockspanne und Merkspanne für verschieden lange Wörter) nachweisen. Weder hatten Schüler mit einer spezifischen Störung des Faktenabrufs eine signifikant kleinere Arbeitsgedächtniskapazität als vergleichbare Kinder einer Kontrollgruppe noch konnte eine Korrelation zwischen den Leistungen im kleinen Einmaleins mit der Kurzzeitgedächtnisspanne beobachtet werden.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Frage, ob das Arbeitsgedächtnis mit dem Erwerb arithmetischer Fakten zusammenhängt, noch nicht abschließend geklärt wurde. Ähnlich wie für den Zusammenhang bei Erwachsenen (s. Abschnitt 1.8) gibt es auch für den Erwerb teilweise widersprüchliche Beobachtungen.

Verbale Fähigkeiten

Eine Reihe von Autoren postuliert einen Zusammenhang zwischen den individuellen verbalen Fähigkeiten und der Repräsentation bzw. dem Abruf arithmetischer Fakten im bzw. aus dem Langzeitgedächtnis sowohl bei Erwachsenen (insbesondere Dehaene, Cohen und Kollegen; z.B. Dehaene & Cohen, 1997; Dehaene, 1997; Lemer et al., 2003; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003; s.a. Abschnitt 1.6) als auch während des Erwerbsprozesses bei Kindern (Ashcraft, 1992; Geary, 1993; Geary, 1994; Bull & Johnston, 1997). Allerdings zeigten viele der entsprechenden Untersuchungen keinen Zusammenhang zwischen allgemeinen verbalen Fähigkeiten wie Lesegeschwindigkeit, auditivem Sprachverständnis bzw. Lesesinnverständnis für Wörter, verbalem IQ, dem Lösen von Textaufgaben einerseits und der Fähigkeit, arithmetische Fakten abzurufen andererseits (z.B. Hanich et al., 2001; Hecht, Torgesen, Wagner, & Rashotte, 2001; Jordan et al., 2003). Anscheinend gibt es also bei Schulkindern weder einen Zusammenhang zwischen allgemein verbalen Fähigkeiten und dem Faktenabruf noch den häufig vermuteten spezifischeren Zusammenhang zwischen Dyslexie und Faktenabrufstörungen.

Es ist jedoch keineswegs ausgeschlossen, dass zum einen das Konstrukt „Abruf arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis“ und zum anderen auch die oben genannten Aufgaben zum Test „verbaler Fähigkeiten“ zu unspezifisch sind. Verbale Fähigkeiten wären ja allein schon nötig, um eine in arabischen Zahlen präsentierte Aufgabe in das möglicherweise verbale (s. Abschnitte 1.6 und 1.1) Repräsentationsformat zu überführen bzw. die verbale Antwort zu produzieren. So wurde wiederholt Evidenz für das routinemäßige Transkodieren von im arabischen Format dargebotenen einfachen und komplexen Rechenaufgaben in ein verbales Format gefunden (Logie, Gilhooly, & Wynn, 1994; Geary et al., 1996; Miura, Okamoto, Vlahovic-Stetic, Kim, & Han, 1999). Verbale Leistungen wie das Übertragen der Aufgabe in das zum Abruf nötige Format sowie das Produzieren der Antwort sollten jedoch vom eigentlichen Abruf der Fakten aus dem Langzeitgedächtnis unterschieden werden. Was den eigentlichen Abruf betrifft, so wurde mehrfach ein Zusammenhang zwischen der Kapazität der phonologischen Schleife des Arbeitsgedächtnisses und dem Abruf arithmetischer Fakten bei Erwachsenen (z.B.

Lee & Kang, 2002; s.a. Abschnitt 1.8) als auch, wie oben stehend beschrieben, bei Kindern (Bull & Johnston, 1997; Noël et al., 2004) gefunden. Andere Studien sind jedoch zu gegensätzlichen Ergebnissen gekommen (z.B. Temple & Sherwood, 2002).
Die in der Studie von Temple & Sherwood (2002) untersuchten verbalen Leistungen hingegen können als gutes Beispiel für eine modellgeleitete Operationalisierung des Konzeptes „verbale Fähigkeiten“ gelten. Die Autorinnen testeten unter anderem das Benennen von Farben und Objekten. Dem lag die Annahme zugrunde, dass Faktenabruf möglicherweise einer Art lexikalischem Abruf entspräche, ähnlich dem, wie er beim Benennen stattfindet. Tatsächlich waren die Kinder mit spezifischen Faktenabrufstörungen signifikant langsamer beim Benennen dieser beiden Kategorien von Wörtern als die Kontrollgruppe. Dies konnte zumindest bei der Untergruppe der Kinder mit Turner-Syndrom nicht auf eine allgemeine Verlangsamung zurückgeführt werden, da diese Kinder bei Multiplikationsaufgaben zwar deutlich mehr Fehler produzierten als die gesunden Kinder, nicht aber langsamer antworteten. Möglicherweise hängen Störungen des Abrufs arithmetischer Fakten also mit Problemen im lexikalischen Zugriff zusammen, wenn auch möglicherweise nicht ursächlich.

Schließlich fällt auf, dass eine andere verbale Fähigkeit, die dem hochautomatisierten Faktenabruf möglicherweise funktionell sehr ähnlich ist (Dehaene & Cohen, 1997; s.a. Abschnitt 1.6), üblicherweise gar nicht in Tests der verbalen Fähigkeiten von Kindern berücksichtigt wird, nämlich die Produktion stark überlernter verbaler Sequenzen wie z.B. Gedichte, Gebete, Abzählreime, das Alphabet, die Zählsequenz u.ä.m. Auch hier erscheint die Studie von Temple & Sherwood (2002) wieder eine relevante Ausnahme zu sein. Die Kinder sollten in dieser Untersuchung unter anderem auf verschiedene Art und Weise zählen: Abzählen von Punkten, freies Zählen und schnelles Zählen („so schnell wie möglich“). Die Autorinnen beobachteten, dass die Kinder mit Faktenabrufstörungen zwar richtig zählen konnten (sowohl Punkte als auch frei), dass sie aber beim schnellen Zählen signifikant langsamer waren als die Kinder der Kontrollgruppe. Fast noch aussagekräftiger erscheint die Tatsache, dass schlechte Leistungen für Multiplikationsfakten mit langsamem Zählen korreliert waren (0,32; $p < 0.055$). Wie auch Temple & Sherwood (2002) betonen, muss ein solcher Zusammenhang jedoch nichts über die zu Grunde liegende Ursache besagen.

Für das endgültige Verwerfen der Hypothese eines Zusammenhangs zwischen verbalen Leistungen und dem Erwerb arithmetischer Fakten scheint es jedenfalls noch zu früh. Der Frage sollte jedenfalls mit spezifischen, modellgeleiteten Operationalisierungen nachgegangen werden. Möglicherweise sollten dabei hochautomatisierte sprachliche Leistungen wie Abzählreime, die Zählsequenz oder das Alphabet eine stärkere Berücksichtigung finden.

Verbales Zahlsystem

Das verbale Zahlwortsystem, mit Hilfe dessen arithmetisches Wissen erworben wird, kann auf zwei verschiedene Weisen einen Einfluss auf die Erwerbsgeschwindigkeit von Fakten ausüben. Zum einen sind Zahlwörter in einigen Sprachen (z.B. Chinesisch) kürzer als in anderen (z.B. Walisisch). Es wurde gezeigt, dass die Länge der verwendeten Zahlwörter einen deutlichen Einfluss auf die Zahlenspanne im Arbeitsgedächtnis hat (z.B. Ellis & Hennelley, 1980; Stigler, Lee, & Stevenson, 1986). Um eine Assoziation zwischen der Aufgabe und ihrem richtigen Ergebnis aufbauen zu können, müssen alle Bestandteile gleichzeitig im Arbeitsgedächtnis aktiviert sein (Thevenot et al., 2001; s.o.). Dies könnte für kurze Zahlwörter einfacher sein als für lange, was zu einem schnelleren Erwerb arithmetischer Fakten mit kurzen im Vergleich zu langen Zahlwörtern führen sollte (Geary et al., 1996).

Zum anderen können Zahlwörter, welche das den arabischen Zahlen zugrunde liegende Zehnersystem relativ transparent widerspiegeln (z.B. Chinesisch, Koreanisch oder Japanisch), die Ausführung von Prozeduren oder Hilfsstrategien wie z.B. die wiederholte Addition im Vergleich zu intransparenteren Zahlwortsystemen (z.B. Deutsch, Englisch, Französisch) begünstigen (Geary et al., 1996). Wie bereits mehrfach ausgeführt, können sicher und schnell ausgeführte Prozeduren und Strategien in der Entwicklung zu einer früheren und häufigeren Verwendung von direktem Faktenabruf führen (Siegler & Shrager, 1984; Siegler, 1988b; Lemaire & Siegler, 1995; s.o.).

Erwerbsreihenfolge und –frequenz

Praktisch allen Kindern werden zuerst die kleinen Rechenaufgaben beigebracht. Später dann kommen nach und nach größere Aufgaben dazu, während die kleinen auch weiterhin wiederholt werden. Demnach werden einerseits kleine Aufgaben häufiger geübt als große (Clapp, 1924; Hamann & Ashcraft, 1986; Ashcraft & Christy, 1995; s.a. Abschnitte 1.9 und 1.1), andererseits ist es viel unwahrscheinlicher, dass die Ergebnisse großer Aufgaben mit denen kleiner Aufgaben interferieren als umgekehrt (Campbell & Graham, 1985). Zudem wird der Erwerb arithmetischer Fakten wahrscheinlich dadurch erschwert, dass die verschiedenen Aufgaben sich oft sehr ähnlich sind, da die Aufgaben sich hinsichtlich ihrer Operanden stark überlappen: Die möglichen 100 Aufgaben mit einstelligen Operanden werden aus der Kombination von nur 10 Zahlen erzeugt (Campbell, 1987a; Campbell, 1987b). Welche strukturellen (z.B. Aufgabengröße oder Operandenüberlappung) oder psychologischen (z.B. Erwerbsreihenfolge oder Darbietungsfrequenz) Variablen beeinflussen nun aber den Erwerbsprozess und auf welche Art und Weise?

Graham (1987) ließ amerikanische Schüler einer dritten Klasse die Aufgaben des kleinen Einmaleins in der umgekehrten Reihenfolge lernen als üblich, d.h. sie begannen mit den großen Aufgaben statt mit den kleinen. Eine Kontrollgruppe lernte die Aufgaben in der herkömmlichen Reihenfolge. Die Schüler beider Gruppen konnten die zuerst gelernten Aufgaben am sichersten beantworten. Einen signifikanten Aufgabengrößeneffekt – d.h. steigende Antwortzeiten für größer werdende Aufgaben – zeigte jedoch nur die Gruppe, die die Aufgaben in der konventionellen Reihenfolge gelernt hatte.

Aus ethischen Gründen ist es natürlich nicht verantwortbar, Kindern die so wichtigen Rechenaufgaben versuchsweise in allen theoretisch interessanten Reihenfolgen und Darbietungshäufigkeiten beizubringen. Einen Kompromiss zwischen solchen ethischen Erwägungen und dem berechtigten Erkenntnisinteresse bieten so genannte alphabetarithmetische Aufgaben, also Aufgaben bei denen „künstliche“, aus Buchstaben bestehende arithmetische Fakten zu lernen sind. Beispielsweise konnten Graham & Campbell (1992) auch beim Erwerb von „Alphaplikationsaufgaben“ (z.B. E, I = p oder E, E = j) wesentliche Effekte des Erwerbs normaler arithmetischer Fakten nachweisen: Es gab einen Vorteil für Zwillingsaufgaben (E, E = j) im Vergleich zu anderen Aufgaben (E, I = p), falsch produzierte Ergebnisse entstammten fast ausnahmslos aus der Menge der für andere Aufgaben richtigen Antworten, und Antwortzeiten und Fehlerraten waren stark miteinander korreliert. Besonders interessant in diesem Zusammenhang ist jedoch, dass die schlechtesten Leistungen für die zuletzt gelernten Aufgaben beobachtet wurden.

Zbrodoff (1995) ließ Versuchspersonen alphabetarithmetische Aufgaben lernen, die der Addition von Buchstaben und Zahlen entsprechen (z.B. A + 2 = C), bis die Teilnehmer von einer Zählstrategie zu Gedächtnisabruf übergegangen waren. Dabei manipulierte sie sowohl die Häufigkeit als auch die Ähnlichkeit der dargebotenen Aufgaben. Im Ergebnis fand sie, dass keiner der beiden Faktoren allein den charakteristischen Aufgabengrößeneffekt (s. Abschnitt 1.9) erzeugen konnte. Die Versuchspersonen zeigten allerdings einen normalen Aufgabengrößeneffekt, wenn sie kleine überlappende Aufgaben häufiger übten als große überlappende Aufgaben. Wenn sie jedoch große überlappende Aufgaben häufiger übten als kleine überlappende Aufgaben, zeigte sich ein umgekehrter Größeneffekt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass sowohl strukturelle Faktoren wie Aufgabenähnlichkeit als auch psychologische Faktoren wie Erwerbsreihenfolge und Darbietungshäufigkeit (bzw. eine Interaktion aus diesen Faktoren) einen Einfluss darauf zu haben scheinen, wie schnell und sicher arithmetische Fakten aus dem Gedächtnis abgerufen werden können. Evidenz für einen Einfluss des strukturellen Faktors Aufgabengröße wurde in den beschriebenen Studien hingegen nicht berichtet (s.a. Abschnitt 2.2).

Instruktion und Vorbilder

Es wurde insbesondere von Pädagogen immer wieder diskutiert, inwieweit Kinder durch das Vorbild oder explizite Instruktionen des Lehrers dazu angehalten werden können, eher die eine oder eher die andere Lösungsstrategie für einfache Rechenaufgaben anzuwenden. Obwohl diese Frage hier bei weitem nicht abschließend geklärt werden kann, so sollen doch beispielhaft einige Beobachtungen wiedergegeben werden, die als Argumente für oder gegen einen solchen Einfluss interpretiert werden können.

Kinder entwickeln ihre eigenen Strategien und Prozeduren und es kann zu einem bestimmten Zeitpunkt praktisch unmöglich sein, sie von deren Gebrauch abzubringen. Ein immer wieder beschriebenes Beispiel ist das Zählen oder Rechnen mit Hilfe der Finger (z.B. Siegler, 1984; Geary, Bow-Thomas, & Yao, 1992; Geary et al., 1996). Eine ähnliche Beobachtung machten Lemaire & Fayol (1995). Diese Autoren fanden, dass Schüler im französischen Schulsystem prinzipiell die gleichen Strategien und Prozeduren zum Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben entwickelten wie ihre US-amerikanischen Altersgenossen. Das ist deshalb bemerkenswert, weil im französischen Schulsystem praktisch ausschließlich auf das Auswendiglernen von Faktenwissen orientiert wird, während es von US-amerikanischen Lehrern zugelassen oder sogar unterstützt wird, wenn ihre Schüler eigene Prozeduren und Strategien entwickeln.

In einer Langzeitstudie mit US-amerikanischen Grundschülern untersuchten Miller & Paredes (1990) den Einfluss des Beispiels einer Rechenart auf eine andere. Ausgangspunkt waren die bei Erwachsenen zu beobachtenden Interferenzeffekte zwischen den Rechenarten Addition und Multiplikation, die auf eine hohe Integration beider Rechenarten hindeuten (Winkelman & Schmidt, 1974; Stazyk, Ashcraft, & Hamann, 1982; Miller et al., 1984; Zbrodoff & Logan, 1986; Geary, Widaman, & Little, 1986; s.a. Abschnitt 1.5). Zudem erstaunt die Tatsache, dass eine wesentliche Verringerung der Antwortzeiten für einfache Additionsaufgaben erst in einer Phase der Entwicklung stattfindet, in der die Vermittlung des Additionswissens bereits abgeschlossen ist (Ashcraft, 1982). Andererseits nehmen die Reaktionszeiten für die Beantwortung von Multiplikationsaufgaben vom Beginn des Erwerbs an durchgehend ab (s.o.). Das führt zu der Konstellation, dass Drittklässler Multiplikationsaufgaben schneller beantworten können als Additionsaufgaben, während dies bei Erwachsenen genau umgekehrt ist (Miller & Paredes, 1990). Ferner werden Schüler in der Phase, in der sie Multiplikationsaufgaben lernen, bei den vorher schon beherrschten Additionsaufgaben vorübergehend sogar langsamer (ebenda). Miller & Paredes (1990) erklären diese Phänomene damit, dass die Rechenprozeduren für die Addition (insbesondere das Zählen) relativ einfach, schnell und sicher zum Ziel führten – somit also keinen besonders starken Anreiz für einen Übergang auf Gedächtnisabruf böten. Bei Multiplikationsaufgaben hingegen sei dies anders. Die hauptsächliche Hilfsstrategie (wiederholte Addition) sei aufwändig und fehleranfällig und im Unterricht würde auch eher der direkte Gedächtnisabruf propagiert. Deshalb würden Multiplikationsaufgaben relativ bald als Fakten gelernt und Ergebnisse der Multiplikation wären eine Zeit lang besser zugänglich als Additionsergebnisse. Erst die gelernten Multiplikationsfakten böten schließlich Vorbild und Motivation, auch in der Addition endgültig von Prozeduren zu Faktenabruf überzugehen. Für eine Beeinflussung in Richtung Multiplikation → Addition spricht nach Ansicht von Miller & Paredes (1990) der Umstand, dass Interferenzeffekte auch bei Erwachsenen noch in diese Richtung stärker ausgeprägt sind. Beispielsweise werden mehr Multiplikationsergebnisse für Additionsaufgaben produziert als umgekehrt (s.a. Abschnitt 1.5).

Umfang bzw. Intensität des Unterrichts

Schließlich gibt es auch Hinweise darauf, dass die Zahl der erhaltenen Unterrichtsstunden in Mathematik mit dem Anteil von direktem Faktenabruf an den Lösungswegen zum Beantworten einfacher Rechenaufgaben im frühen Schulalter korreliert ist. Solch einen Zusammenhang beobachteten für einfache Additionsaufgaben beispielsweise

Geary et al. (1996) im Vergleich von US-amerikanischen und chinesischen Grundschülern (s.a. Geary, 1996). Ein besonders intensives Üben größerer Aufgaben konnte sogar bewirken, dass diese schneller und sicherer gelöst wurden, als kleine Aufgaben, d.h. der klassische Aufgabengrößeneffekt (s. Abschnitt 1.9) wurde zeitweise umgekehrt. Wie die Autoren selbst einschränkten, ist es aber sehr schwer, den Umfang des Unterrichts von anderen Faktoren wie Art des Unterrichts, Motivation der Schüler, Unterstützung durch die Eltern u.ä. abzugrenzen. Beispielsweise berichten Pan, Gauvain, Liu, & Cheng (2006), dass chinesische Eltern ihre Kinder im Alltag deutlich häufiger Rechenaufgaben aussetzen als US-amerikanische Eltern.

Wie die vorangehende Übersicht gezeigt hat, gibt es Umstände, die sich günstig oder ungünstig auf den Erwerb arithmetischer Fakten auswirken können. Zu den begünstigenden Umständen gehört beispielsweise ein verbales Zahlsystem, das mit möglichst kurzen Wörtern das Zehnersystem möglichst transparent abbildet. Ferner wirken sich eine hohe Darbietungsfrequenz bzw. ein frühes Auftreten im Erwerbsprozess positiv auf die Leistungen bei einzelnen Aufgaben aus. Auch wenn Kinder prinzipiell in der Lage sind, eigene Strategien und Prozeduren zu entwickeln, so gibt es doch Hinweise darauf, dass Instruktionen des Lehrers und das Anbieten entsprechender Vorbilder die Strategiewahl von Kindern beeinflussen können. Der Einfluss der Arbeitsgedächtniskapazität sowie der verschiedener verbaler Fähigkeiten auf den Faktenerwerb hingegen scheint noch nicht endgültig geklärt zu sein.

1.5. Verschiedene Rechenarten – verschiedene Repräsentationen?

1.5.1. Experimentell-psychologische Evidenz

Sind die vier Grundrechenarten völlig unabhängig voneinander repräsentiert, sind ihre Repräsentationen miteinander verbunden oder bilden sie gar nur *ein* gemeinsames Netzwerk? Es gibt starke Evidenz für zumindest miteinander interagierende Repräsentationen der beiden Rechenarten, bei denen direkter Abruf von Ergebnissen aus dem Gedächtnis die wohl größte Rolle spielt, nämlich Addition und Multiplikation. Insbesondere die drei folgenden Argumente sprechen für eine solche Ansicht:

Erstens machen Rechenartenverwechslungen (*cross operation errors*) einen Großteil der Fehler in diesen Rechenarten aus, d.h. „richtige" Multiplikationsergebnisse werden bei Additionsaufgaben produziert ($2 + 4 = 8$) und umgekehrt ($3 \times 4 = 7$). So fanden beispielsweise Miller et al. (1984), dass etwa ein Viertel aller Fehler, die Erwachsene beim Lösen einfacher Additions- und Multiplikationsaufgaben in reinen Blöcken (d.h. ausschließlich eine Rechenart pro Block) machten, aus solchen Rechenartenverwechslungen bestanden. Darüber hinaus beobachteten Winkelman & Schmidt (1974) den inzwischen vielfach replizierten Effekt, dass „richtige" Multiplikationsergebnisse (z.B. 8) in Verifikationsparadigmen zu einer robusten Interferenz bei Additionsaufgaben (z.B. $2 + 4$) führen und umgekehrt.

Zweitens sind die Reaktionszeiten für Additionsaufgaben bessere Prädiktoren für RZ-Daten in Multiplikationsaufgaben mit den gleichen Operanden (z.B. $3 + 4$ und 3×4) als alle strukturellen Variablen (z.B. Summe der Operanden) der Multiplikationsaufgabe selbst (Miller et al., 1984; s.a. Geary et al., 1986). Dies gilt auch in die umgekehrte Richtung, also von der Multiplikation auf die Addition (ebenda).

Drittens führt der Erwerb von Multiplikationsfakten bei Schulkindern, wie schon in Abschnitt 1.4 beschrieben, zu einer zeitweiligen Verschlechterung für bereits erworbene Additionsaufgaben (Miller & Paredes, 1990). Der durch den Multiplikationserwerb ausgelöste U-förmige Verlauf bei Additionsleistungen spricht den Autoren zufolge in Analogie zum Erwerb anderer Fähigkeiten (z.B. Sprache[5]) dafür, dass beide Rechenarten ein und demselben System zuzuordnen seien. Wenn es sich hingegen um zwei unterschiedliche funktionelle Domänen handeln würde, sollte es nicht zu solchen Interferenzeffekten kommen.

Die Untersuchung des Zusammenhangs zwischen Multiplikation und Division in Lernstudien mit gesunden Versuchspersonen führte zu unterschiedlichen Ergebnissen. Campbell (1997a) fand hoch korrelierte Reaktionszeit- und Fehlermuster für beide Rechenarten sowie ein Priming von Multiplikationsfehlern durch vorangehende Divisionsaufgaben. Diese Ergebnisse sind mit der Auffassung vereinbar, dass auf Multiplikation zumindest zurückgegriffen wird, um Divisionsaufgaben zu überprüfen. Zu ähnlichen Schlussfolgerungen kamen Lefevre & Morris (1999), die einen engen Zusammenhang der Reaktionszeit- und Fehlermuster sowie eine Fazilitierung komplementärer Aufgaben beschrieben. Die Fazilitierung wirkte jedoch stärker von der Division auf die Multiplikation (z.B. von 36 : 9 auf 9 × 4) als umgekehrt. Darüber hinaus berichteten die Versuchspersonen introspektiv insbesondere für größere Divisionsaufgaben eine „Rückführung“ auf die komplementäre Multiplikationsaufgabe. Lefevre und Morris interpretieren ihre Studie als Unterstützung für die Hypothese, dass Multiplikation und Division zwar über separate mentale Repräsentationen verfügen, dass aber die Lösung schwererer Divisionsaufgaben auch den Zugriff auf die Multiplikation mit einschließen kann.

Andererseits konnten Rickard et al. (1994) praktisch keine Transfereffekte eines Multiplikationstrainings auf Divisionsleistungen feststellen (für gegensätzliche Evidenz s. Campbell, 1999a). Möglicherweise können diese widersprüchlichen Ergebnisse zumindest teilweise auf interindividuelle Unterschiede zurückgeführt werden, wie dies auch von Rickard et al. (1994) diskutiert wurde.

1.5.2. Neuropsychologische Evidenz

In einer Reihe neuropsychologischer Fallstudien wurde die relative Autonomie der Repräsentationen verschiedener Rechenarten herausgestellt. Die detaillierte Beschreibung

---

[5] So gehören sowohl regelmäßige als auch unregelmäßige Flexionsformen zur funktionellen Domäne ‚Morphologie'. Der Erwerb der regelmäßigen Flexionsformen führt vorübergehend zu einer Verschlechterung bei unregelmäßigen Formen (in Form von Regularisierungsfehlern).

eines Falles mit einer Leistungsdissoziation für die Grundrechenarten lieferten bereits Singer & Low (1933; für eine wissenschaftshistorische Darstellung s.a. Girelli, 2003). Ihr Patient erlitt eine Kohlenmonoxydvergiftung und in deren Folge verschiedene neuropsychologische Störungen wie eine Apraxie, Agraphie und Akalkulie. Im Kopfrechnen war der Patient auch nach sechs Monaten täglichen Übens nicht in der Lage, einfachste Subtraktionen und Divisionen durchzuführen. In der Addition konnte er noch Aufgaben mit einstelligem Ergebnis lösen und Ziffern zu 10 oder 20 hinzufügen (z.B. 10 + 8 = 18). Lediglich in der Multiplikation zeigten sich nach vier Monaten intensiven täglichen Trainings jedoch Fortschritte. Der Patient konnte dann Aufgaben wie 7 × 2 oder 6 × 12 lösen. Seine Leistungen dissoziierten jedoch nicht nur hinsichtlich der Fehlerraten sondern auch hinsichtlich der benötigten Antwortzeiten. Während der Patient Multiplikationsergebnisse schnell und automatisch fand, war seine Addition deutlich verlangsamt.

Einige Jahrzehnte später testeten McCloskey et al. (1991a) zwölf Patienten mit erworbenen Dyskalkulien[6] und beobachteten, dass diese durchgehend schlechtere Leistungen für Multiplikation als für Addition und Subtraktion aufwiesen. Einige der Patienten waren darüber hinaus schlechter in der Subtraktion als in der Addition. Angesichts dieser Ergebnisse (und in Unkenntnis des Falles von Singer & Low, 1933) könnte man annehmen, dass Multiplikation einfach ein schwererer Aufgabentyp ist als Addition oder Subtraktion und dass die gefundenen Muster von gestörten und erhaltenen Leistungen somit Unterschiede in der prämorbiden „Stärke“ der Repräsentationen widerspiegeln. Die Schwierigkeits-Rangordnung der vier Grundrechenarten ist allerdings möglicherweise nicht über alle Zeiten, Kulturen oder Individuen gleich. So stellt beispielsweise Berger (1926) fest:

> „Der Ausfall der Division oder der Division und Subtraktion entspricht unseren sonstigen Erfahrungen über die verschiedene Schwere der einzelnen Rechnungsarten. Es ist uns ganz verständlich, daß diejenigen Rechnungsarten, welche den größten Aufwand von geistiger Leis-

[6] Der Begriff „Dyskalkulie“ wird insbesondere im englischen Sprachraum oft synonym zum Begriff „Akalkulie“ verwandt. Dieser Verwendungsweise folge ich hier und an anderen Stellen der vorliegenden Arbeit ungeachtet der Tatsache, dass „Dyskalkulie“ im deutschen Sprachraum vorwiegend im Zusammenhang mit Entwicklungsstörungen verwandt wird.

> tungsfähigkeit verlangen, unter pathologischen Bedingungen auch am ersten Schaden erleiden. Am häufigsten sind die Division, dann die Subtraktion und endlich die Multiplikation betroffen; eine Aufhebung der Additionsfähigkeit habe ich in keinem Falle gesehen.“

In der Tat wurden seither die verschiedensten Muster gestörter und erhaltener Rechenarten beobachtet (für eine Übersicht s.a. van Harskamp & Cipolotti, 2001; Cipolotti & van Harskamp, 2001), so dass eine einfache Erklärung im Sinne unterschiedlicher Aufgabenschwierigkeit ausgeschlossen werden kann. So wurde zwar in der Tat mehrfach beeinträchtigte Multiplikation bei besser oder vollständig erhaltener Addition und / oder Subtraktion beschrieben (Berger, 1926; Fall MF; Hittmair-Delazer et al., 1994; van Harskamp & Cipolotti, 2001), aber auch die entgegengesetzte Dissoziation konnte beobachtet werden (Singer & Low, 1933; Delazer & Benke, 1997; Dehaene & Cohen, 1997; van Harskamp & Cipolotti, 2001). Weiterhin wurde gelegentlich (besser) erhaltene Subtraktion bei (stärker) gestörter Multiplikation oder Addition berichtet (Dagenbach & McCloskey, 1992; Pesenti, Seron, & Van der Linden, 1994; McNeil & Warrington, 1994). Das entgegengesetzte Muster (d.h. isoliert beeinträchtigte Subtraktion) fanden Berger (1926; Patienten AT und ThA) sowie van Harskamp & Cipolotti (2001). Darüber hinaus gibt es auch Evidenz für selektiv erhaltene Addition (Domahs et al, 2003), während van Harskamp & Cipolotti (2001) ihren Fall FS als Beleg für selektiv störbare Addition anführen. Im Unterschied zu anderen Fällen machte dieser Patient jedoch überwiegend Rechenartenfehler, d.h. er produzierte in der Mehrzahl der Fälle „richtige“ Multiplikationsergebnisse für die Operanden der Additionsaufgaben. In einer Reanalyse dieses Falles argumentieren Dehaene et al. (2003) jedoch, dass das Problem von FS eher in der Auswahl der richtigen Rechenart bzw. in der ungenügenden Unterdrückung der Multiplikation als in schlechten Additionsfähigkeiten selbst gelegen haben könnte. Diese Interpretation erhält Rückhalt durch die Tatsache, dass FS richtige Additionsergebnisse für immerhin 100 von 108 Aufgaben produzierte, bei denen keine Rechenartverwechslung auftrat. Schließlich wurde auch ein selektives Defizit für Divisionsleistungen beschrieben (Cipolotti & de Lacy Costello, 1995), während eine Dissoziation zwischen gestörter Multiplikation und erhaltener Division bislang nicht gefunden werden konnte. Diese fehlende Evidenz lässt Raum für die Annahme, dass Divisionsaufgaben nicht eigenständig im Gedächtnis repräsentiert sind, sondern bei ihrer Lösung immer in Multiplikationsaufgaben übersetzt werden müssen – eine Möglichkeit, die zumindest mit einigen der oben dargestellten experimentellen Ergebnisse der Lernstudien mit Gesunden in Einklang gebracht werden kann.

Einen klaren Beleg für die Separierbarkeit der Rechenleistungen für die Grundrechenarten Multiplikation und Subtraktion liefert auch eine Studie mit intraoperativer Stimulation des linken Parietallappens (Duffau, Denvil, Lopes, Gasparini, Cohen, Capelle, & Van Effenterre, 2002). Dabei wurden im unteren linken Gyrus angularis eine Stelle gefunden, bei deren Stimulation die Multiplikation, nicht aber die Subtraktion ausfiel, sowie eine andere Stelle, auch im linken Gyrus angularis, aber weiter oben und vorn gelegen, die bei Elektrostimulation das umgekehrte Störungsmuster zeigte.

Für die hier kurz zusammengefassten Beobachtungen wurden unterschiedliche Erklärungen vorgeschlagen. Dagenbach & McCloskey (1992) interpretierten die selektiven Defizite ihrer Patienten mit der Schädigung separater Repräsentationen für die unterschiedlichen Rechenarten (s. Abschnitt 1.1). Dagegen erklären McNeil & Warrington (1994) rechenart- und modalitätsspezifische Störungen mit der Existenz eines visuellen und eines verbalen Kalkulators, die jeweils für unterschiedliche Rechenarten zuständig seien. Während Addition und Multiplikation bevorzugt im verbalen Kalkulationssystems verarbeitet würden, wäre das visuell / arabische System eher für Subtraktionen zuständig. Ein ähnlicher Ansatz wurde von Dehaene & Cohen (1995) vorgeschlagen (s. Abschnitt 1.1). Diese Autoren stellen jedoch die Existenz unterschiedlicher Verarbeitungskomponenten zur Lösung der vier Grundrechenarten heraus. Multiplikationsaufgaben und einige einfache Additionen würden demnach systematisch gelehrt und vertrauten im Wesentlichen auf Gedächtnisabruf, wohingegen Subtraktionen und Divisionen, die nicht so systematisch vermittelt werden, auf Hilfsstrategien zurückgriffen. Somit werden Muster selektiv gestörter oder erhaltener Rechenarten eher als Ausdruck von gestörten oder erhaltenen Verarbeitungskomponenten als von selektiv betroffenen Repräsentationen begriffen. Nach Dehaene und Cohen sollte eine Gedächtnisstörung zu einer Beeinträchtigung der Multiplikation, nicht aber der Subtraktion führen. Probleme im Abarbeiten von Strategien und Prozeduren andererseits sollten ein Defizit bei Subtraktion und Division, nicht aber bei hochgradig überlernten Multiplikationsaufgaben auslösen. Da sich die Grundrechenarten diesem Ansatz zufolge nicht nur in den benötigten Verarbeitungskomponenten, sondern auch in ihren zugrunde liegenden Repräsentationsformaten unterscheiden (Multiplikation: verbal-auditiver Code, Subtraktion: analoger Größencode, s.a. Abschnitt 1.1), lassen sich Rechenart- und modalitätsspezifische Störungen erklären (Dehaene & Cohen, 1997).

Dieser kurze Überblick über neuropsychologische Evidenz sollte verdeutlichen, dass der Grund für rechenartspezifische Störungen nicht allein in der unterschiedlichen Schwierigkeit der einzelnen Rechenarten liegen kann. Es wurden zwei wichtige Hypothesen entwickelt um die gefundenen Dissoziationen zu erklären. Während die eine von separaten Gedächtnissystemen ausgeht (Dagenbach & McCloskey, 1992), geht die andere davon aus, dass die vier Grundrechenarten im Wesentlichen durch zwei verschiedene Verarbeitungskomponenten unterstützt werden (Dehaene & Cohen, 1995; 1997). Letztere Hypothese ist vereinbar mit den zu Beginn dieses Abschnitts dargestellten Ergebnissen aus der experimentellen - und Entwicklungspsychologie, die darauf hindeuten, dass zumindest die Netzwerke von Addition und Multiplikation interagieren. Die Annahme separater Gedächtnissysteme für die einzelnen Rechenarten, wie sie von McCloskey und Mitarbeitern vorgeschlagen wurde, schließt solche Interaktion nicht völlig aus. Der entsprechende Ansatz müsste aber wohl modifiziert und spezifiziert werden, um die entsprechenden Daten tatsächlich erklären zu können.

1.6. Arithmetische Fakten und Sprachfunktionen

In den letzten Jahrzehnten des 19. Jahrhunderts sah man Rechenstörungen allgemein lediglich als einen Aspekt des vielgestaltigen aphasischen Symptomkomplexes an (für einen geschichtlichen Überblick s. Boller & Grafman, 1983). Die erste Beobachtung einer Rechenstörung unabhängig von einer Aphasie findet sich bei Lewandowsky & Stadelmann (1908). Diese Autoren gelangten auf Grund der umfassenden Untersuchung ihres Patienten R. zu der Überzeugung, dass Rechenfähigkeiten prinzipiell auch ohne Einschränkungen der allgemeinen Intelligenz und ohne das Vorliegen aphasischer Defizite gestört sein können, dass numerische Beeinträchtigungen also ein eigenständiges und isoliertes neuropsychologisches Störungsbild darstellen können, auch wenn dies möglicherweise eher die Ausnahme ist. Einige Jahre später konstatierte auch Henschen (1919; 1920), dass Akalkulie ein eigenständiges Symptom bildet, auch wenn er beobachtete, dass Akalkulie oft mit Aphasie verbunden ist. Zudem erkannte er, dass auch Agraphie und Akalkulie häufig assoziierte Symptome sind, die er mit Läsionen des linken Gyrus angularis in Zusammenhang brachte.

Dissoziationen zwischen Sprachfunktionen und dem Abruf arithmetischer Fakten in beide Richtungen wurden auch in einer Reihe modernerer Einzelfallstudien beschrieben. Während beispielsweise Warrington (1982), Lucchelli & De Renzi (1993) und Delazer et al., (2004) Fälle mit gestörten einfachen Rechenfähigkeiten bei erhaltenen sprachlichen Leistungen berichteten, wurde das entgegengesetzte Muster beispielsweise von Rossor, Warrington, & Cipolotti (1995) gefunden. Letztere Autoren untersuchten einen schwer aphasischen Patienten, dessen Fähigkeit, sowohl einfache als auch komplexere Rechenaufgaben zu lösen (Addition, Subtraktion, Multiplikation), durch seine Sprachstörung nicht in Mitleidenschaft gezogen wurde. Laut Rossor et al. (1995) kompensierte dieser Patient möglicherweise verbal basierte Rechenleistungen durch nicht-verbale Verarbeitungsrouten. Auch Whalen, McCloskey, Lindemann, & Bouton (2002) argumentieren gegen eine ausschließlich sprachbasierte Erklärung des Faktenabrufs. Ihre Patienten konnten erfolgreich die Lösungen einfacher Rechenaufgaben finden, selbst wenn sie offenbar nicht in der Lage waren, die phonologische Repräsentation der Aufgabe selbst oder die der Antwort zu generieren.

Obwohl die genannten Fälle starke Evidenz für die Ansicht bilden, dass Sprach- und Rechenfähigkeiten prinzipiell separate funktionelle Systeme bilden, so darf doch nicht übersehen werden, dass Sprach- und Rechenstörungen häufig gemeinsam auftreten und sich dabei systematische Zusammenhänge zeigen (eine diesbezügliche Übersicht findet sich in Delazer & Bartha, 2001). Im Folgenden sollen einige Hinweise auf solche Zusammenhänge dargestellt werden.

Berger (1926) beschrieb Rechenstörungen, die auf sprachliche Defizite zurückzuführen waren und interpretierte sie als eine Form *sekundärer Akalkulie*. Die Idee, sekundäre (also auf andere kognitive Defizite zurückgehende) von primären Rechenstörungen zu unterscheiden, fand seither Eingang in viele Klassifikationsversuche. In diesem Sinne sprachen Hécaen, Angelergues, & Houillier (1961) außer von einer „räumlichen Akalkulie“ auch von Rechenstörungen auf Grund einer Alexie oder einer Zahlenagraphie. Benson & Denckla (1969) konnten Paraphasien als Ursache der Rechenfehler zweier aphasischer Patienten identifizieren. Deren Rechenstörung erschien ausgeprägt, wenn mündliche oder schriftliche Antworten zu geben waren. Wenn dieselben Aufgaben jedoch im Mehrfachwahl- (*multiple choice*-) Modus durchgeführt wurden, konnten sie die richtigen Lösungen mit Sicherheit zeigen. Mehrfachwahlaufgaben gehören seitdem zum Standardrepertoire klinischer Untersuchungen auf Akalkulie (s.a. Delazer, Girelli, Grana, & Domahs, 2003; Lochy, Domahs, & Delazer, 2004b; Delazer & Domahs, 2006).

Wie die Beantwortung einfacher Rechenaufgaben von den sprachlichen (Fehl-) Leistungen eines Patienten beeinflusst werden kann, beschrieben Girelli & Delazer (1999; s.a. Cohen & Dehaene, 2000). Sie zeigten, dass eine genaue Analyse der Fehlreaktionen dabei unterschiedliche Strategien offenlegen kann: Während sich einige Patienten – ungeachtet ihrer eigenen falschen Leseleistung – beim Rechnen an die geschriebene Aufgabe halten, produzieren andere das „richtige“ Ergebnis zur falsch vorgelesenen Aufgabe. So las Patient GS beispielsweise die Aufgabe 6 × 9 als „*tre per otto*“ (drei mal acht) und gab die Antwort „*ventiquattro*“ (vierundzwanzig). Andere Patienten zeigen Mischformen beider Strategien. Eine Übersicht über die Beziehungen zwischen Zahlenverarbeitungs- und Rechenleistungen findet sich in Delazer & Bartha (2001).

Die Rechenstörungen bei verschiedenen Gruppen von Aphasikern wurden in Studien von Dahmen, Hartje, Bussing, & Sturm (1982) und von Rosselli & Ardila (1989) untersucht. Die Beschreibung der Rechenleistungen war in diesen Studien allerdings recht allgemein gehalten. Eine Studie von Delazer, Girelli, Semenza, & Denes (1999) versuchte hingegen, die Beziehungen zwischen Sprach- und Rechenstörungen auf der Grundlage aktueller Modelle zur Zahlenverarbeitung zu analysieren und dabei auch spezifische Komponenten dieser Systeme zu betrachten. Dabei fanden sie, dass aphasische Patienten bei der Beantwortung einfacher Rechenaufgaben schlechter abschnitten als eine Kontrollgruppe. Ihre schlechteren Leistungen konnten allerdings nicht auf Beeinträchtigungen der verbalen Antwortproduktion zurückgeführt werden, da unterschiedliche Antwortmodalitäten gestattet waren. Insgesamt korrelierte das Ausmaß der Rechenstörung mit dem Schweregrad der Aphasie; Patienten mit globaler Aphasie wiesen die schwersten Defizite auf. Darüber hinaus konnten jedoch auch qualitative Unterschiede für die einzelnen aphasischen Syndrome nachgewiesen werden, die teilweise in Beziehung zur spezifischen Natur der Sprachstörung stand. In allen Patientengruppen (Amnestische Aphasie, Wernicke-Aphasie, Broca-Aphasie, Globale Aphasie) war die Addition besser erhalten als Subtraktion und Multiplikation. Die Multiplikation wiederum erwies sich als besonders schwierig für Broca-Aphasiker, die hierbei signifikant schlechtere Ergebnisse als bei der Subtraktion erreichten. Dieses Resultat steht in Übereinstimmung mit anderen Berichten, die eine hohe Inzidenz von Multiplikationsstörungen bei sprachgestörten Patienten feststellen (McCloskey, Harley, & Sokol, 1991b; McCloskey, 1992). Es steht zudem in Übereinstimmung mit der Auffassung, dass insbesondere die Multiplikation stark von Sprachfunktionen unterstützt wird, wie sie beispielsweise von McNeil & Warrington (1994) sowie Dehaene & Cohen (1995) vertreten wird.

Schließlich zeigte auch eine Trainingsstudie von Spelke & Tsivkin (2001) mit gesunden bilingualen Versuchspersonen, dass es einen gewissen Einfluss der Sprache auf die Repräsentation numerischer Fakten zu geben scheint. Während ihre Russisch-Englisch-sprechenden Teilnehmer Informationen über ungefähre Zahlenangaben und nicht-numerische Fakten mit etwa gleicher Sicherheit in ihren beiden Sprachen abrufen konnten, zeigten sie bei exakten Zahlenangaben („numerischen Fakten") einen Vorteil für die Sprache, in der diese Fakten gelernt worden waren.

Insgesamt kann man sagen, dass es generell Evidenz für systematische Korrelationen zwischen sprachlichen - und Rechenleistungen gibt, auch wenn neuropsychologische Einzelfallstudien für eine prinzipielle Autonomie beider Funktionsbereiche sprechen. Weitgehend ignoriert wird in diesem Disput jedoch allgemein die Tatsache, dass „Sprache" weit davon entfernt ist, eine monolithische kognitive Leistung zu sein. In Bezug auf den Abruf arithmetischer Fakten sollte man meines Erachtens nach den so genannten automatisierten sprachlichen Fähigkeiten eine größere Beachtung schenken. Dass solche Fähigkeiten wie das Aufsagen von Gedichten, Gebeten oder des Alphabets besonders eng mit dem Abruf von arithmetischen Fakten zusammenhängen, wird beispielsweise im Triple-Code-Modell vorhergesagt (Dehaene & Cohen, 1997; s.a. Abschnitt 1.1).

1.7. Arithmetische Fakten und Rechenzeichen

Wiederholt wurden Patienten beschrieben, die Probleme in der Verarbeitung von Rechenzeichen hatten (Lewandowsky, 1907; Lewandowsky & Stadelmann, 1908; Eliasberg & Feuchtwanger, 1922; Hécaen et al., 1961; Ferro & Silveira Botelho, 1980; Laiacona & Lunghi, 1997). Zwei besonders reine Fälle einer solchen Störung berichteten Ferro & Silveira Botelho (1980). Beide Patienten konnten Zahlen richtig lesen, schreiben und auf dem Blatt positionieren. Sie hatten keine Mühe mit der Beantwortung mündlich gestellter einfacher Rechenaufgaben. Wenn sie jedoch schriftlich rechnen sollten, lasen sie regelmäßig die arithmetischen Zeichen falsch und rechneten in der falsch gelesenen Rechenart.

Auf separierbare Komponenten für den Abruf arithmetischer Fakten und das Verarbeiten von Rechenzeichen deutet auch eine EEG-Studie von Earle, Garcia-Dergay, Manniello, & Dowd (1996) hin (s.a. Abschnitt 1.12).

1.8. Arithmetische Fakten und fronto-exekutive Funktionen

Wie andere höhere kognitive Leistungen auch ist das Lösen von Rechenaufgaben nur im Zusammenspiel mit einer ganzen Reihe grundlegender Funktionen denkbar, die zusammenfassend als „fronto-exekutiv“ beschrieben werden können. Zu diesen Funktionen gehören beispielsweise Aufmerksamkeit, Antrieb, Planungs- und Monitoringleistungen, verschiedene Gedächtniskomponenten sowie Inhibitions- und Umstellfähigkeit. Das Zusammenwirken von wesentlichen fronto-exekutiven Basisfunktionen kann im Rahmen des weit verbreiteten Arbeitsgedächtnismodells von Baddeley beschrieben werden (Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 1986; 1992; 1996; Baddeley & Logie, 1999). In diesem Modell besteht das Arbeitsgedächtnis im Wesentlichen aus drei Komponenten: der zentralen Exekutive (*central executive*) und den Subsystemen der phonologischen Schleife (*phonological loop*) und der visuell-räumlichen Arbeitsmappe *VRAM* (*visual-spatial sketchpad*). Dabei ist die zentrale Exekutive für die Planung und Organisation der zeitlichen Abfolge von Aufgaben verantwortlich. Sie weist verschiedenen Prozessen und Subsystemen auch unterschiedliche Aufmerksamkeitsressourcen zu und überwacht die Aktivitäten der beiden Kurzzeitgedächtnissysteme (phonologischen Schleife und

VRAM). Die Funktion letzterer Subsysteme besteht im Speichern und Aktualisieren verschiedener Arten von Informationen. Wie die Namen schon suggerieren, ist die phonologische Schleife dabei auf sprachbasierte Informationen spezialisiert, die VRAM hingegen auf visuell-räumliche Informationen.

Dass Arbeitsgedächtniskomponenten bei komplexen Rechenaufgaben eine Rolle spielen, ist bereits in einer Vielzahl von Studien gezeigt worden (Hitch, 1978; Jackson & Warrington, 1986; Hulme & Mackenzie, 1992; Logie et al., 1994; Heathcote, 1994; Fürst & Hitch, 2000; Noel, Desert, Aubrun, & Seron, 2001). All diese Untersuchungen sprechen für eine Korrelation komplexer Rechenleistungen mit der Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses sowie für die Störbarkeit des Rechnens durch gleichzeitige Arbeitsgedächtnisaufgaben (für eine Übersicht s. DeStefano & Lefevre, 2004; s.a. Abschnitt 1.4). In den folgenden beiden Abschnitten soll jedoch ein Überblick insbesondere über solche Studien gegeben werden, die Aussagen zum Verhältnis von Arbeitsgedächtnis und dem Abruf arithmetischer Fakten machen. Dabei soll zunächst auf die Kurzzeitgedächtniskomponenten eingegangen werden, danach auf Funktionen, die der zentralen Exekutive zugeschrieben werden können (Inhibition und Umstellfähigkeit).

1.8.1. Faktenabruf und Kurzzeitgedächtnis

Faktenabruf ohne Kurzzeitgedächtnis?

Neuropsychologische Studien lassen üblicherweise auf einen Zusammenhang von Kurzzeitgedächtnis und Rechenleistungen schließen. So zeigte die Untersuchung von Mayer, Reicherts, Deloche, Willadino-Braga, Taussik, Dordain, Van der Linden M., & Annoi (2003), dass die Leistungen von Schlaganfallpatienten im verbalen Kurzzeitgedächtnis mit denen im mündlichen Rechnen einerseits sowie im visuell-räumlichen Kurzzeitgedächtnis mit denen im schriftlichen Rechnen andererseits hoch korreliert sind. Allerdings operationalisierten die Autoren die Rechenleistungen mit den jeweiligen Summenscores aus der EC-301R-Batterie (Deloche, Seron, Larroque, Magnien, Metz-Lutz, Noël, Riva, Schils, Dordain, Ferrand, Baeta, Basso, Cipolotti, Claros-Salinas, Howard, Gaillard, Goldenberg, Mazzucchi, Stachowiak, Tzavaras, Vendrell, Bergego, & Pradat-diehl, 1994; Deloche, 1995; Dellatolas, Deloche, Basso, & Claros-Salinas, 2001; deutsche Version: Claros-Salinas, 1994), die nur wenige Aufgaben aller vier Grundrechenarten enthält. Differenzierte Aussagen über einzelne Rechenarten (z.B. einfache Multiplikationsaufgaben) sind somit nicht möglich.

Eine neuropsychologische Einzelfallstudie von Butterworth, Cipolotti, & Warrington (1996) zum Zusammenhang von (auditiv/verbalem) Kurzzeitgedächtnis und Rechenleistungen kam indes zu einem erstaunlichen Ergebnis: Das Leistungsprofil ihres Patienten MRF deutet nach Ansicht von Butterworth und Kollegen (Butterworth et al., 1996; Butterworth, 1999) darauf hin, dass das Arbeitsgedächtnis (genauer gesagt dessen phonologische Schleife) anscheinend keine zwingende Voraussetzung für das Lösen selbst komplexer Kopfrechenaufgaben ist. MRF hatte lediglich eine Zahlenspanne von zwei bis drei (vorwärts) und zeigte ein außerordentlich schnelles Vergessen einzelner Zahlen oder Buchstaben in der *Brown-Peterson Vergessensaufgabe*. Trotzdem konnte er komplexe mentale Additions- und Subtraktionsaufgaben (bis zu dreistellige Operanden mit Übertrag) mit überraschender Leichtigkeit lösen (Perzentil 63 beim *Graded Difficulty Arithmetic Test, GDAT*) und zeigte auch in der Rechenbatterie von Hitch (1978) normale Leistungen sowohl für das Lösen komplexer schriftlicher Multiplikations- und Divisionsaufgaben als auch für das Bearbeiten von Aufgaben mit Brüchen und Dezimalzahlen. Butterworth und Kollegen diskutierten angesichts dieser Ergebnisse die Möglichkeit, dass arithmetische Aufgaben kaum auf das „allgemeine“ (verbal kodierte) Kurzzeitgedächtnis zurückgreifen, sondern auf ein spezifisches Gedächtnissystem. Gilt diese Schlussfolgerung schon für komplexe Aufgaben wie sie im GDAT bzw. in der Batterie von Hitch (1978) verwandt werden, so sollte sie erst recht auf den Abruf einfacher arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis gelten, da diese ja als Grundlage für das Lösen komplexerer Rechenaufgaben angesehen werden können: Der Abruf von arithmetischen Fakten sollte nicht auf das allgemeine (verbale) Arbeitsgedächtnis zurückgreifen.

Der Fall MRF ist bislang singulär geblieben und die von Butterworth et al. (1996) vorgeschlagene Interpretation muss angesichts von Ergebnissen nicht nur aus neuropsychologischen Gruppenstudien (Mayer et al., 2003), sondern auch aus experimentellen Untersuchungen mit gesunden Probanden wohl zumindest differenziert werden, wie im weiteren Verlauf dieses Abschnitts gezeigt werden soll.

Kurzzeitgedächtnisanforderungen bei Input- und Outputverarbeitung

Der Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis findet nicht als isolierte kognitive Leistung statt. Im Normalfall muss zuvor die Aufgabe enkodiert und ggf. müssen die Operanden erinnert werden (Inputverarbeitung) und üblicherweise wird anschließend auch ein Ergebnis produziert (Outputverarbeitung). Es liegt auf der Hand, dass sowohl bei der Input- als auch bei der Outputverarbeitung Kurzzeitgedächtnissysteme involviert sein können bzw. müssen (für eine Übersicht s. DeStefano & Lefevre, 2004). Für die Inputverarbeitung können die Anforderungen an das Kurzzeitgedächtnis in Abhängigkeit von Faktoren wie Dauer oder Format der Stimuluspräsentation variieren. So erhöht beispielsweise eine nur kurze, zeitlich begrenzte Präsentation der Aufgabe mit sequenzieller Darbietung der Operanden, wie sie für die auditive Darbietung charakteristisch ist, die Anforderungen an die phonologische Schleife (Fürst & Hitch, 2000). Bei visueller Operandenpräsentation in horizontalem Format vertrauen Versuchspersonen offensichtlich stärker auf phonologische Kodierung als in vertikalem Format (Heathcote, 1994; Trbovich & Lefevre, 2003). Die Kurzzeitgedächtnisanforderungen bei der Outputproduktion werden von der jeweiligen Modalität und insbesondere von Faktoren wie Länge und (phonologischer / motorischer) Komplexität der Antwort abhängen.

Kurzzeitgedächtnis bei Fakten und Prozeduren

In einer Studie von Ashcraft & Kirk (2001) wurden die Arbeitsgedächtnisanforderungen bei einfachen und komplexen Rechenaufgaben miteinander verglichen. Die Autoren fanden, dass die Reaktionszeiten für einfache – nicht aber für komplexe – Additionsaufgaben im Wesentlichen unverändert blieben, auch wenn sie mit einer verbalen Arbeitsgedächtnisaufgabe (dem Merken von Buchstabenfolgen) konkurrierten. Additionsaufgaben können im Triple-Code-Modell von Dehaene (z.B. Dehaene & Cohen, 1995) jedoch sowohl über den verbal-auditiven Code als auch über den analogen Größencode gelöst werden (s.a. Abschnitt 1.1). Möglicherweise konnten die Versuchspersonen von Ashcraft & Kirk (2001) bei Störung des verbal-auditiven Codes durch die Sekundäraufgabe also auf den analogen Größencode, der nicht mit der phonologischen Schleife konkurriert, ausweichen. Ashcraft & Kirk (2001) selbst favorisieren jedoch eine andere Interpretation, nach der hohe Arbeitsgedächtnisanforderungen selektiv nur mit komplexeren Additionsaufgaben (solchen mit Übertrag) interferieren.

Zu ähnlichen Ergebnissen kamen Hecht (2002) für Additions- und Seyler et al. (2003) für Subtraktionsaufgaben, wobei die Interpretation dieser Autoren weniger auf die Art der Aufgabe selbst als vielmehr auf die von den Versuchspersonen gewählten Lösungsstrategien abhebt: In diesen Studien beeinträchtigte eine Beanspruchung der phonologischen Schleife nur die Leistungen bei solchen Aufgaben, für die die Teilnehmer auch über eine Nutzung von Prozeduren berichteten, nicht aber solche, für die die Teilnehmer über Gedächtnisabruf berichteten. Darüber hinaus zeigten Regressionsanalysen in der Studie von Hecht (2002) keine Interaktion von Aufgabengröße und Arbeitsgedächtnisbeanspruchung bei Faktenabruf aus dem Gedächtnis – ein möglicher Hinweis darauf, dass Faktenabruf keine Arbeitsgedächtnisressourcen benötigt. Bei der Anwendung von Prozeduren hingegen benötigten schwerere Aufgaben auch größere Arbeitsgedächtnisressourcen (sowohl der phonologischen Schleife als auch der zentralen Exekutive). Auch für die Ergebnisse der Studien von Seyler et al. (2003) sowie Hecht (2002) könnte im Sinne des Triple-Code-Modells (Dehaene & Cohen, 1995; s.a. Abschnitt 1.1) jedoch argumentiert werden, dass Subtraktionsaufgaben überhaupt nicht und Additionsaufgaben nicht ausschließlich verbal repräsentiert sind, sich also deshalb anders verhalten könnten als beispielsweise Multiplikationsfakten, von denen dies explizit angenommen wird.

Faktenabruf und Kurzzeitgedächtnismodalitäten

Der Frage, inwieweit die im Triple-Code-Modell angenommenen Unterschiede im Format der mentalen Repräsentation einzelner Grundrechenarten zu einer unterschiedlichen Beteiligung der verschiedenen Kurzzeitgedächtnismodalitäten (phonologische Schleife bzw. VRAM) führen könnte, gingen Lee & Kang (2002) nach. Sie untersuchten den Einfluss verbaler und visueller Arbeitsgedächtnisinhalte auf das Lösen einfacher Subtraktions- und Multiplikationsaufgaben bei koreanischen Probanden. Dabei fanden sie in keiner der Bedingungen eine Verschlechterung der Rechen*genauigkeit*. In den Antwort*zeiten* zeigten sich jedoch dissoziierende Interferenzeffekte: Während Multiplikationsaufgaben bei verbaler, nicht aber bei visueller Arbeitsgedächtnisbelastung signifikant langsamer gelöst wurden, war bei Subtraktionsaufgaben das umgekehrte Muster zu beobachten. Zudem wurde die visuelle Gedächtnisaufgabe im Multiplikationsblock signifikant genauer bearbeitet als im Subtraktionsblock. Die Autoren interpretieren diese Ergebnismuster als Hinweis auf unterschiedliche Repräsentationsformate für beide

Rechenarten im Sinne von Dehaene & Cohen (1995) oder Campbell & Clark (1988) und somit als Evidenz gegen eine amodale Repräsentation, wie sie von McCloskey et al. (1985) vorgeschlagen wurde (s.a. Abschnitt 1.1). Darüber hinaus können sie auch als Beleg dafür gewertet werden, dass das verbale Kurzzeitgedächtnis entweder eine Funktion beim Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Langzeitgedächtnis erfüllt oder zumindest um die gleichen Ressourcen konkurriert. Dies mag jedoch durchaus kulturell verschieden sein. So fanden weder de Rammelaere und Kollegen (De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 1999; 2001) mit Verifikationsaufgaben noch Seitz & Schumann-Hengsteler (2000; 2002) mit Produktionsaufgaben Evidenz für Beeinträchtigungen beim Lösen einfacher Additions- bzw. Multiplikationsaufgaben von englisch- bzw. deutschsprachigen Teilnehmern, wenn das phonologische Kurzzeitgedächtnis beansprucht wurde. Auf die Möglichkeit kultureller Unterschiede bei der Bearbeitung einfacher Rechenaufgaben haben u.a. Lefevre und Kollegen (Lefevre & Liu, 1997; Lefevre, Lei, Smith-Chant, & Mullins, 2001) hingewiesen.

1.8.2. Faktenabruf und die zentrale Exekutive

Ashcraft (1995) ging davon aus, dass die zentrale Exekutive des Arbeitsgedächtnisses für den Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis und für deren Manipulation zuständig ist und weniger zugängliche Fakten mehr exekutive Ressourcen verbrauchen als leicht zugängliche Fakten. Die erstere der beiden Annahmen steht auch in Übereinstimmung mit Ergebnissen von Ashcraft, Donley, Halas, & Vakali (1992), die bei einem Verifikationsexperiment mit einfachen Additionsaufgaben fanden, dass die Aufgaben schneller beantwortet werden konnten, wenn sekundär die phonologische Schleife beansprucht wurde (Buchstaben wiederholen) als wenn sekundär die frontale Exekutive beansprucht wurde (Wörter generieren, Buchstaben ordnen).

Schlechtere Ergebnisse für einfache Rechenaufgaben (Addition und Multiplikation) bei gleichzeitiger Beanspruchung der zentralen Exekutive fanden nachfolgend auch andere Autoren mit verschiedenen Doppelaufgaben- (*dual task*) Experimenten – sowohl in Verifikationsdesigns (Lemaire, Abdi, & Fayol, 1996; De Rammelaere et al., 1999; 2001) als auch für Produktionsaufgaben (Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000; 2002). Allerdings fand sich dabei kaum Evidenz für die Annahme von Ashcraft (1995), dass weniger zugängliche Fakten mehr Aufmerksamkeitsressourcen verbrauchten als leicht zugängliche – jedenfalls, wenn sie tatsächlich aus dem Gedächtnis abgerufen und nicht über Prozeduren erarbeitet werden (Hecht, 2002).

Einen Überblick zu Studien, die den Zusammenhang zwischen Arbeitsgedächtnis und dem Erwerb arithmetischer Fakten untersuchten, wird in Abschnitt 1.4 gegeben.

In den folgenden beiden Abschnitten sollen Teilfähigkeiten, die im Zusammenhang mit der zentralen Exekutive stehen, und Untersuchungen zu ihrer Beteiligung bei einfachen Rechenleistungen konkreter beschrieben werden. Es sind dies die Inhibitions- und Umstellfähigkeit sowie der Umgang mit Matheangst.

Faktenabruf, Inhibition und Umstellfähigkeit

Eine Reihe von Untersuchungen zur Umstellfähigkeit wurde mit komplexen Kopfrechenaufgaben durchgeführt (für einen Überblick s. Rubinstein, Meyer, & Evans, 2001). So beschrieb beispielsweise bereits Jersild (1927), dass Versuchspersonen nicht nur für das Rechnen komplexerer Aufgaben länger brauchten als für einfache Aufgaben und für gemischte Darbietung länger als für Blockdarbietung, sondern auch, dass beide Effekte signifikant interagierten: Gemischte Darbietung verursachte höhere Kosten für komplexe als für einfachere Aufgaben. Möglicherweise beeinflussen also beide Faktoren – Darbietungsart und Aufgabenkomplexität – denselben Prozess. Es könnte sich dabei um einen exekutiven Kontrollprozess handeln, der die jeweils erforderlichen „Aufgabenregeln" aktiviert (für eine gegensätzliche Ansicht s. Allport, Styles, & Hsieh, 1994).

Die Auswirkungen von Hinweisreizen auf blockweise oder gemischt dargebotene Aufgabenfolgen untersuchten Spector & Biederman (1976). Sie fanden, dass die Darbietungskosten (gemischte Darbietung minus Blockdarbietung) signifikant gesenkt werden konnten, wenn die Art der Aufgabe jeweils durch einen Hinweisreiz (in ihrem Beispiel die Rechenzeichen für Addition und Subtraktion) angezeigt wurde als wenn sie aus dem Gedächtnis abgerufen werden musste (Addition und Subtraktion sollten in beiden Bedingungen immer abwechselnd ausgeführt werden). Der Vorteil, den die Darbietung von Hinweisreizen bietet, könnte mit der Existenz eines exekutiven Kontrollprozesses erklärt werden, der die Art der nächsten Aufgabe bestimmt (Rubinstein et al., 2001; für eine gegensätzliche Ansicht s. Allport et al., 1994). Dieser Prozess würde durch die Präsentation relevanter externer Informationen fazilitiert (im Gegensatz zu zeitaufwändigerem Gedächtnisabruf).

Rubinstein et al. (2001) replizierten die Ergebnisse sowohl von Jersild (1927) als auch von Spector & Biederman (1976): Sie fanden höhere Darbietungskosten (gemischte Darbietung minus Blockdarbietung) bei komplexen als bei einfacheren Aufgaben und einen größeren Effekt von Hinweisreizen auf gemischte - als auf Blockdarbietung. Zusätzlich beobachteten sie eine stärkere Fazilitierung durch Hinweisreize bei komplexen als bei einfachen Aufgaben. Dabei waren die Effekte der Hinweisreize und der Aufgabenkomplexität im Wesentlichen additiv. Dies interpretieren Rubinstein et al. (2001) als Beleg für ihr zweistufiges Modell exekutiver Kontrollfunktionen: Eine erste Stufe, der sog. Zielwechsel (*goal shifting*), bestimmt demzufolge die Aufgabenart und eine zweite, spätere Stufe aktiviert die entsprechenden Aufgabenregeln (*rule activation*). Während die erste Stufe durch das Vorhandensein oder Fehlen eines Hinweisreizes beeinflusst werden könne, hinge die zweite Stufe wesentlich von der Komplexität der Aufgabe ab. Weiterhin würden die Darbietungskosten von der Richtung des Aufgabenwechsels beeinflusst: Sie waren durchschnittlich höher beim Wechsel von vertrauteren (Addition oder Multiplikation) zu weniger vertrauten Aufgaben (Subtraktion oder Division) als beim Wechsel in der umgekehrten Richtung – und das unabhängig von der Aufgabenkomplexität. Die Aktivierung von Aufgabenregeln (Stufe 2) ist für vertraute Aufgaben also möglicherweise einfacher als für weniger vertraute Aufgaben. Dabei gab es allerdings eine große interindividuelle Varianz, die wahrscheinlich mit der unterschiedlichen Vertrautheit der Teilnehmer mit den einzelnen Rechenarten im Zusammenhang stehen könnte. Schließlich erscheint noch erwähnenswert, dass die Umstellkosten von Subtraktions- auf Additionsaufgaben in der Bedingung mit Hinweisreizen (d.h. Rechenzeichen) erstaunlich gering waren (29 ms). In Bezug auf dieses Ergebnis diskutieren Rubinstein et al. (2001) die Möglichkeit, dass die Aufgabenregeln für die Addition – ähnlich wie etwa die Regeln zum Lesen vertrauter Wörter – im Langzeitgedächtnis permanent aktiviert sein könnten. Dies würde auch ihre gute automatische Aktivierbarkeit erklären (Lefevre et al., 1988; Lefevre & Kulak, 1994; s.a. Abschnitt 1.11).

Auch wenn die bisher vorgestellten Untersuchungen alle mit komplexen Rechenaufgaben durchgeführt wurden, so sollten einige der Ergebnisse (z.B. die Effekte von gemischter Darbietung, Hinweisreizen und Familiarität) auch auf den Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis übertragbar sein. Es gibt jedoch auch Evidenz zur Inhibitions- und Umstellfähigkeit, die direkt mit Aufgaben zum Faktenabruf gewonnen wurde.

Ein nicht unerheblicher Anteil aller Fehler bei einfachen Additions- und Multiplikationsaufgaben, also den klassischen Faktenabrufbedingungen, besteht in der Verwechslung dieser beiden Rechenarten (z.B. 3 × 7 = 10 oder 3 + 3 = 9; Winkelman & Schmidt, 1974; Stazyk et al., 1982; Miller et al., 1984; Ashcraft, 1987; Miller & Paredes, 1990; Lemaire et al., 1991; Campbell, 1995; Lemaire & Siegler, 1995; Roussel et al., 2002). Schon bei Blockdarbietung können sie etwa ein Viertel (Multiplikation) bis ein Drittel (Addition) aller Fehlproduktionen bei Erwachsenen ausmachen (Miller et al., 1984), wobei die höhere Anfälligkeit der Addition möglicherweise auf die Erwerbsreihenfolge beider Rechenarten zurückgeführt werden kann (Miller & Paredes, 1990; s.a. Abschnitte 1.1, 1.4 und 1.5). Von anderen Autoren wurde allerdings teilweise das umgekehrte Muster (Roussel et al., 2002), teilweise auch erheblich geringere Interferenzeffekte (Campbell, 1995; 1997a; Girelli, Delazer, Semenza, & Denes, 1996) berichtet. Campbell (1995) fand einen Anteil von 6,4% für Multiplikation und 23,1% für Addition. Campbell (1997a) beobachtete für einfache Multiplikationsaufgaben, die nach einer auf hohe Antwortgeschwindigkeit orientierenden Instruktion im Wechsel mit Divisionsaufgaben präsentiert wurden, nur 3,1% Additionsergebnisse und 2,6% Divisionsergebnisse. Girelli et al. (1996) fanden insgesamt gar nur etwa 3% Rechenartenfehler bei einfachen Multiplikationsaufgaben. Lemaire & Siegler (1995) beschrieben einen Rückgang von Rechenartenfehlern bei Blockdarbietung einfacher Multiplikationsaufgaben von 35% auf 2% schon innerhalb des ersten Jahres des Faktenerwerbs.

Der Anteil von Rechenartenfehlern ist besonders hoch für kleinere - und Zwillingsaufgaben (Campbell, 1995). Er erhöht sich deutlich bei gemischter Darbietung verschiedener Rechenarten (Miller & Paredes, 1990; für analoge Ergebnisse bei Verifikationsaufgaben s. Zbrodoff & Logan, 1986). Auch während des Faktenerwerbs im Schulalter werden teilweise drastisch erhöhte Anteile von Rechenartverwechslungen beobachtet. Beispielsweise können bei gemischter Darbietung 81,3% aller Additionsfehler von Drittklässlern in Multiplikationsantworten bestehen (Miller & Paredes, 1990). Der recht hohe Anteil von Rechenartverwechslungen bei gebildeten Erwachsenen wird allerdings durch die insgesamt geringe Fehlerzahl relativiert, die auch bei gemischter Darbietung 5,5% kaum übersteigt. Gleichzeitig werden einfache Additions- und Multiplikationsaufgaben allerdings in gemischter Darbietung signifikant langsamer beantwortet als in Blockdarbietung (ebenda).

Das Auftreten von Rechenartverwechslungen selbst in Blockdarbietung kann als Hinweis auf die Repräsentation mehrerer Rechenarten (zumindest Addition und Multiplikation) in einem Netzwerk oder zumindest auf die enge Interaktion verschiedener Netzwerke angesehen werden (Zbrodoff & Logan, 1986; Miller & Paredes, 1990; Lemaire & Siegler, 1995; s.a. Abschnitt 1.5). Ihre Existenz spricht damit etwa gegen die Annahme, dass alle einfachen Rechenaufgaben mit Hilfe von (hochautomatisierten) Prozeduren gelöst werden (Baroody, 1983; 1999) und für einen direkten Abruf aus dem Gedächtnis. Bei gemischter Darbietung bedarf es jedoch offensichtlich eines zusätzlichen Aufwandes, die richtigen Antworten abrufen zu können. Diesen Aufwand kann man einerseits auf Prozesse wie der Bestimmung der Aufgabenart beim Zielwechsel oder der Aktivierung der entsprechenden Gedächtnisinhalte zurückführen (Rubinstein et al., 2001) und andererseits auf die Inhibition der gerade zuvor benötigten, nun aber „falschen" Informationen der Konkurrenzrechenart (Allport et al., 1994). Er kommt in erhöhten Reaktionszeiten zum Ausdruck. Der nicht unwesentliche Anteil von Rechenartverwechslungen an den (insgesamt recht wenigen) Fehlern spricht allerdings dafür, dass dieser Aufwand nicht immer von Erfolg gekrönt wird.

Einen Erklärungsansatz für die unterschiedlich hohen Anteile an Rechenartenfehlern in vorangehenden Studien bieten Lemaire & Siegler (1995). Demzufolge würden zwar während des Erwerbsprozesses die assoziativen Netzwerke von Addition und Multiplikation enger und enger miteinander verwoben, gleichzeitig wären aber auch zunehmend effektive exekutive Kontrollprozesse in der Lage, die Aufgaben „auseinander zu halten" – wenn sie denn genug Zeit dazu hätten. Für diese Interpretation spricht, dass Studien, bei denen es auf schnelle Antworten ankam, tendenziell mehr Rechenartenfehler fanden als Studien, bei denen schnelle Antworten nicht forciert wurden. Direktere Evidenz liefert eine Untersuchung von Lemaire et al. (1991), in der Additions- und Multiplikationsaufgaben in gemischter Darbietung verifiziert werden mussten. Interferenz durch das Ergebnis der jeweils anderen Rechenart wurde nur dann gefunden, wenn die Antwort sofort oder nach nur 100 ms Verzögerung präsentiert wurde, nicht jedoch, wenn sie erst nach 300 ms oder 500 ms Verzögerung erschien. Möglicherweise war die längere Verzögerung also ausreichend, dass die Versuchspersonen die irrelevante Aktivierung der anderen Rechenart unterdrücken konnten.

Wie Campbell & Timm (2000) zeigten, kann nicht nur die gemischte Darbietung zweier Rechenarten innerhalb eines Blockes Wechselkosten verursachen, sondern schon das vorherige Lösen eines Blockes von Multiplikationsaufgaben das anschließende Lösen eines Blockes von Additionsaufgaben beeinträchtigen. Dabei zeigten sich die Beeinträchtigungen nicht nur in längeren Antwortzeiten und erhöhten Fehlerraten, wobei vor allem der Anteil von Rechenartenfehlern anstieg, sondern auch in einer geringeren Verwendung von Gedächtnisabruf und einer erhöhten Nutzung von Rechenprozeduren. Die Autoren führen das auf die Interferenz von Multiplikation und Addition zurück, die innerhalb eines einzigen oder zweier stark interagierender Netzwerke arithmetischer Fakten repräsentiert seien. Diese Interferenz sollte somit selektiv den Faktenabruf betreffen. Tatsächlich zeigte sich die Leistungsverschlechterung insbesondere für kleine Additionsaufgaben, also solche, die vermutlich eher als Fakten aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen werden. Interferenz arithmetischer Fakten einer anderen Rechenart kann also offensichtlich vergleichsweise lange anhalten und die Strategiewahl im Sinne des Modells von Siegler beeinflussen (Siegler, 1988b; Lemaire & Siegler, 1995; Shrager & Siegler, 1998; s.a. Abschnitt 1.1). Keine solche Interferenz ist hingegen zwischen Division und Addition zu erwarten, da diese beiden Rechenarten nicht in einem gemeinsamen Netzwerk repräsentiert sind. Tatsächlich beeinträchtigte das vorherige Lösen von Divisionsaufgaben nicht die nachfolgende Beantwortung einfacher Additionen.

Matheangst

Die Auswirkungen eines Unbehagens oder gar einer Angst vor dem Umgang mit numerischem Material („Matheangst"; *math anxiety*) wurden vielfach untersucht. Matheangst wird dabei zumeist mittels Fragebögen diagnostiziert (Suinn, 1972; Alexander & Martray, 1989; Hopko, Mahadevan, Bare, & Hunt, 2003), aber auch psychophysiologische Messungen wurden berichtet (z.B. Turner & Carroll, 1985). Es wurde übereinstimmend gefunden, dass eine solche Angst zu erheblich schlechteren Leistungen in unterschiedlichen mathematischen Bereichen führt (für Übersichtsartikel s. Hembree, 1990 oder Ashcraft & Ridley, 2004). Eine aktuelle Untersuchung zu den Auswirkungen von Matheangst auf kognitive Leistungen beim Rechnen kommt zu dem Schluss, dass Matheangst sich insbesondere auf die zentrale Exekutive des Arbeitsgedächtnisses auswirkt, indem der primären Aufgabe (also dem Rechnen) Ressourcen entzogen werden (Ashcraft & Kirk, 2001). In diesem Erklärungsansatz werden in der zentralen Exekutive immer wieder Gedanken, Sorgen und Ängste, die mit einer schlechten (Selbst-) Beurteilung und einem möglichen Versagen zusammenhängen, registriert und erhalten Aufmerksamkeitsressourcen. Demzufolge wirken die ununterdrückbaren negativen Gedanken bei Matheangst praktisch wie die zusätzliche Anforderung in einer Doppelaufgabe.

Für diese Interpretation spricht, dass sich insbesondere solche Rechenaufgaben bei der Bearbeitung durch Probanden mit Matheangst als erschwert erwiesen, die besonders große Anforderungen an das Arbeitsgedächtnis stellen, also beispielsweise Additionsaufgaben mit Übertrag (Ashcraft & Faust, 1994; Faust, Ashcraft, & Fleck, 1996; Ashcraft & Kirk, 2001). Für das Verständnis über mögliche Zusammenhänge zwischen Arbeitsgedächtnis und dem Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis relevanter erscheint jedoch der andere Aspekt dieser Aussage: Für einfache Additions- bzw. Multiplikationsaufgaben ohne Übertrag wurde kein signifikanter Zusammenhang zwischen dem individuellen Grad an Matheangst und den Antwortzeiten oder Fehlerraten der Teilnehmer gefunden (Ashcraft & Faust, 1994; Faust et al., 1996; Ashcraft & Kirk, 2001). Diese Ergebnisse können als zumindest indirekter Hinweis darauf gedeutet werden, dass der Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis keine (hohen) Anforderungen an die zentrale Exekutive stellt.

1.9. Charakteristika normalen Faktenabrufs

1.9.1. Zur Schwierigkeit verschiedener Aufgaben

Gibt es innerhalb des kleinen Einmaleins leichtere und schwerere Aufgaben? Für einfache Multiplikationsaufgaben kennt man einige robuste Effekte und weder Reaktionszeiten noch Fehlerraten sind über alle Aufgaben zufällig verteilt. Die wichtigsten Effekte sollen im Folgenden dargestellt werden. Es sind dies der Aufgabengrößeneffekt und seine Modifikationen, der Zwillingseffekt und der Fünfer-Effekt. Ferner soll auf den Reihenfolge-Effekt sowie auf den Fan-Effekt eingegangen werden.

Aufgabengrößeneffekt

Aufgaben mit größeren Faktoren (z.B. 7×8) führen sehr robust zu längeren Antwortzeiten und höheren Fehlerzahlen als Aufgaben mit kleineren Faktoren (2×3). Dieser Aufgabengrößeneffekt (*(problem) size effect*) wurde nicht nur in der experimentellen - und Entwicklungspsychologie immer wieder beschrieben (Groen & Resnick, 1972; Campbell & Graham, 1985; Siegler, 1988b; Ashcraft, 1992; 1995; Jost et al., 2004a; für eine Übersicht s. Zbrodoff & Logan, 2004), sondern auch bei Patienten mit Akalkulie häufig beobachtet (McCloskey et al., 1991a; Hittmair-Delazer et al., 1994; Whetstone, 1998). Die unterschiedlichen Erklärungen des Aufgabengrößeneffekts lassen sich im Wesentlichen in drei Gruppen von Ansätzen einteilen: Demnach geht der Größeneffekt hauptsächlich a) auf häufigeren oder veränderten Einsatz prozeduraler Lösungswege b) auf besondere strukturelle Eigenschaften oder c) auf die spezifische Erwerbsgeschichte der größeren im Vergleich zu den kleineren Aufgaben zurück:

a) Einige Autoren schreiben den Aufgabengrößeneffekt der Anwendung von Strategien und Prozeduren zu, die bei größeren Aufgaben länger dauerten und fehleranfälliger seien als bei kleineren (Baroody, 1983; 1994; Svenson, 1985; Geary & Wiley, 1991). Somit träte der Effekt gar nicht eigentlich beim direkten Gedächtnisabruf auf. In diese Richtung lassen sich auch Beobachtungen von Jost et al. (2004a) interpretieren. In einer Studie mit ereigniskorrelierten Potentialen fanden diese Autoren, dass kleinere Multiplikationsaufgaben andere Hirnaktivität verursachten als größere (s. Abschnitt 1.12). In ihrem zentralen Argument verweisen sie darauf, dass sich die Aktivierungsmuster nicht (nur) in ihrer Amplitude, sondern (auch) in ihrer Topographie unterscheiden. Dies ist nur unter der Annahme prinzipiell verschiedener Lösungswege erklärbar, nicht jedoch mit einer in unterschiedlicher „Intensität" angewandten einheitlichen Strategie (z.B. Faktenabruf).

   Andere Autoren beobachteten jedoch auch bei Personen, die dem Augenschein nach bzw. introspektiven Berichten zufolge auf Gedächtnisabruf vertrauten, einen signifikanten Aufgabengrößeneffekt und nehmen deshalb an, dass der Aufgabengrößeneffekt auch den Faktenabruf selbst betrifft (Widaman, Geary, Cormier, & Little, 1989; Koshmider & Ashcraft, 1991; Widaman & Little, 1992; Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997; Penner-Wilger et al., 2002). Allerdings zeigten Untersuchungen von Lefevre und Kollegen (Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997; Penner-Wilger et al., 2002; Smith-Chant & Lefevre, 2003) und Svenson (1985), dass der Aufgabengrößeneffekt deutlich reduziert oder sogar ganz aufgehoben werden kann, wenn Aufgaben, die nicht durch Faktenabruf gelöst werden, von der Analyse ausgeschlossen werden.

Es sei jedoch darauf verwiesen, dass Belege für einen Aufgabengrößeneffekt, der auch beim Faktenabruf selbst auftritt, nicht ausschließen, dass ein größerer Teil dieses Effektes auf die Anwendung von Prozeduren zurückzuführen ist (Penner-Wilger et al., 2002). Alle Datensätze, die der Diskussion des Größeneffektes zugrunde gelegt werden, sollten jedenfalls auf diese mögliche Konfundierung hin überprüft werden.

b) Beispiele für die Erklärung des Aufgabengrößeneffekts mit strukturellen Eigenschaften der einzelnen Aufgaben sind die Netzwerk-Interferenz-Theorie (NIT) von Campbell (1995) und das Modell Interagierender Nachbarn (IN-Modell) von Verguts & Fias (2005a). Die NIT führt den Größeneffekt auf eine stärkere Interferenz für größere im Vergleich zu kleineren Aufgaben zurück. In der aktuellen Version dieses Modells beruht die unterschiedliche Interferenz vor allem auf der Aktivierung einer Größenrepräsentation, die für große Zahlen komprimiert ist (s. Abschnitt 1.1).

   Auch im IN-Modell wird der Aufgabengrößeneffekt der Struktur der mentalen Repräsentation von Multiplikationsfakten zugeschrieben. Demnach haben die Ergebnisse großer Aufgaben weniger konsistente Nachbarn als die Lösungen kleiner Aufgaben, wobei Konsistenz sich auf identische Ziffern bezieht (s. Abschnitte 1.1 und 2.2).

c) Siegler (1988b) führt den Aufgabengrößeneffekt auf die komplexeren und somit fehleranfälligeren Hilfsstrategien, die Kinder während der Entwicklung bei größeren Aufgaben anwenden, zurück. Diese Tatsache aus der Erwerbsgeschichte wirke auch beim Faktenabruf von Erwachsenen fort (s.a. Abschnitt 1.4).

   Ebenfalls auf die Erwerbsgeschichte zielt die Interpretation von Graham und Campbell (Campbell & Graham, 1985; Graham, 1987; Graham & Campbell, 1992). Sie argumentieren, dass kleinere Aufgaben weniger durch proaktive Interferenz gestört würden als größere, da sie eher gelernt werden. Einen solchen Effekt konnten McCloskey & Lindemann (1992) in ihrer Simulation jedoch nicht finden, obwohl sie die Erwerbsreihenfolge manipulierten.

Auch der Begriff „Aufgaben*größen*effekt“ an sich wird kontrovers diskutiert. So argumentieren einige Autoren (z.B. Campbell & Graham, 1985; Koshmider & Ashcraft, 1991; Ashcraft, 1992), dass Aufgaben mit großen Operanden für sich genommen nicht schwerer zu verarbeiten wären als solche mit kleinen, dass sie aber in üblichen Schulbüchern (Clapp, 1924; Hamann & Ashcraft, 1986; Siegler, 1988b; Ashcraft & Christy, 1995) und auch natürlichen Kontexten (Ashcraft, 1992) seltener vorkämen und nur deshalb schwerer zu beantworten seien. Der Aufgaben*größen*effekt wäre demnach eigentlich ein Aufgaben*frequenz*effekt (s.a. Abschnitt 1.1). Tatsächlich fand Geary (1996), dass Drittklässler nach intensivem Üben größerer Additionsaufgaben einen umgekehrten Größeneffekt aufwiesen. Allerdings heben bereits McCloskey et al. (1991b) hervor, dass alle relevanten Aufgaben bis zum Erwachsenenalter so häufig gelöst werden, dass die Auswirkungen eines (frühen) Ungleichgewichts dann nur noch sehr gering sein sollten.

Experimentelle Evidenz gegen das Frequenzargument lieferten Pauli, Bourne, Jr., & Birbaumer (1998). Diese Autoren ließen erwachsene Versuchspersonen neun einfache Multiplikationsaufgaben drei Sitzungen lang intensiv trainieren. Der Aufgabengrößeneffekt verringerte sich zwar mit zunehmender Übung, war jedoch selbst dann noch nachweisbar, als die Reaktionszeiten eine Asymptote erreicht hatten. Auf einer ähnlichen Grundlage könnte möglicherweise auch die Tatsache zu erklären sein, dass chinesische Erwachsene, die einfache Multiplikationsaufgaben schneller und sicherer lösen als westliche Erwachsene und dabei im Gegensatz zu diesen offenbar ausschließlich auf Gedächtnisabruf vertrauen, einen signifikant geringeren Aufgabengrößeneffekt aufweisen als jene (Geary et al., 1996; Lefevre & Liu, 1997; Lefevre, 1998; Penner-Wilger et al., 2002).

Butterworth et al. (2001) fanden in einer Regressionsanalyse keinen signifikanten Einfluss der Aufgabenfrequenz auf die Reaktionszeiten zur Beantwortung einfacher Additionsaufgaben durch Erwachsene Teilnehmer.

Zwillingseffekt

Der Aufgabengrößeneffekt betrifft nicht alle einfachen Multiplikationsaufgaben im selben Umfang. Vielmehr werden „Zwillingsaufgaben" (*tie problems* oder *repeated operand problems*), wie z.B. 7 × 7, schneller und sicherer beantwortet, als von ihrer reinen Aufgabengröße her vorhergesagt (z.B. Stazyk et al., 1982; Miller et al., 1984; Campbell & Graham, 1985; Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997; Blankenberger, 2001; Campbell & Gunter, 2002). Dieser Zwillingseffekt ist für chinesische Erwachsene weniger stark ausgeprägt als für westliche Erwachsene (Lefevre & Liu, 1997).

Darüber hinaus gibt es eine Interaktion zwischen Aufgabengrößen- und Zwillingseffekt, d.h. der Aufgabengrößeneffekt nimmt für Zwillingsaufgaben weniger stark zu als für andere Aufgaben (z.B. Stazyk et al., 1982). Allerdings könnte diese Interaktion zwischen Aufgabengrößen- und Zwillingseffekt eher etwas mit prozeduralem Rechnen als mit dem Abruf arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis zu tun haben. So fanden Lefevre et al. (2003), dass die Interaktion bei Personen am stärksten ausgeprägt war, die eigenen Angaben zufolge selten Faktenabruf und häufig Prozeduren oder Strategien verwenden. Bei Personen, die ausschließlich auf Faktenabruf vertrauen, war sie jedoch nicht mehr signifikant.

Fünfer-Effekt

Ähnliches wie für die Zwillingsaufgaben gilt auch für Aufgaben mit 5 als Faktor (Siegler, 1988b; Lefevre et al., 1996a; Lefevre & Liu, 1997). Bereits Kinder in der dritten Klasse können Fünfer-Aufgaben leichter lösen als von der Größe her vergleichbare Aufgaben ohne 5 als Faktor (Siegler, 1988b; Butterworth et al., 2003). Diesen Vorteil für Fünfer-Aufgaben kann man jedoch nicht nur als Phänomen des Gedächtnisabrufs interpretieren. Vielmehr können auch Hilfsstrategien wie Zählen der Multiplikationsreihe oder wiederholte Addition mit Fünferaufgaben leichter bewältigt werden als mit vergleichbaren anderen Aufgaben (Siegler, 1988b).

Hinweise auf mögliche kulturelle Unterschiede liefert eine Untersuchung von Lefevre & Liu (1997). Während kanadische Erwachsene einen Fünfer-Effekt bei einfachen Multiplikationsaufgaben zeigten, war ein solcher Effekt für chinesische Erwachsene nicht nachweisbar.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass der Aufgabengrößeneffekt eine zentrale Beobachtung in der kognitiven Literatur über einfache Rechenaufgaben ist. Er wird jedoch unterschiedlich interpretiert. Die verschiedenen Erklärungsansätze schließen einander allerdings nicht immer aus. Unterschiedliche Interpretationen des Aufgabengrößeneffekts, wie auch seiner Modulation durch den Zwillings- und Fünfer-Effekt werden auch im nachfolgenden Abschnitt über kognitive Modelle des Faktenabrufs (1.1) diskutiert. Eine brauchbare Übersicht findet sich ferner bei Zbrodoff & Logan (2004).

Operandenfolge-Effekt

Da bei der Multiplikation wie bei der Addition das Kommutativgesetz gilt, führen Aufgaben, die dieselben Operanden enthalten zum selben Ergebnis, auch wenn die Operanden in unterschiedlicher Reihenfolge auftreten („komplementäre Aufgaben“; z.B. 3 × 4 und 4 × 3). Tatsächlich wurden in Lernexperimenten Transfereffekte auf nicht trainierte Aufgaben gefunden, wenn ihr komplementäres Pendant geübt worden ist (Rickard et al., 1994; Rickard & Bourne, 1996; Manly & Spoehr, 1999). Aufgrund dieser Beobachtungen gehen auch einige kognitive Modelle zur Repräsentation arithmetischer Fakten davon aus, dass komplementäre Aufgaben nur in einer der beiden möglichen Reihenfolgen gespeichert sind (z.B. Butterworth et al., 2001; Verguts & Fias, 2005a; s.a. Abschnitt 1.1). Ein mögliches Ordnungsprinzip könnte dabei die Größe der Operanden sein, so dass eine Person sich beispielsweise entweder nur Aufgaben vom Typ *Groß* × *klein* (G × k) oder nur Aufgaben vom Typ *klein* × *Groß* (k × G) merkt und die jeweils andere Form beim Rechnen in die tatsächlich gespeicherte transformiert. Für die Addition schlagen dies beispielsweise Butterworth et al. (2001) vor.

Wenn diese Annahme sich als richtig erweist, sollte es Reihenfolgeeffekte derart geben, dass Aufgaben in einer (direkt gespeicherten) Operandenfolge systematisch schneller gelöst werden können als Aufgaben in der anderen (beim Rechnen zu transformierenden) Aufgabenfolge. Solche Reihenfolgeeffekte wurden tatsächlich immer wieder beobachtet. Allerdings werden unterschiedliche Richtungen dieses Effektes berichtet. Einige Autoren fanden langsamere Antwortzeiten für die Operandenfolge $k \times G$ als für die umgekehrte Folge (Campbell & Graham, 1985; Svenson, 1985; Butterworth et al., 2001; 2003), was für eine zugrunde liegende Repräsentation der Operandenfolge $G \times k$ spräche.

Beispielsweise zeigten italienische Schulkinder schnellere Antwortzeiten für die Operandenfolge $G \times k$, obwohl sie im Unterricht eher und häufiger mit der Operandenfolge $k \times G$ konfrontiert werden (Butterworth et al., 2003). Dieser Reihenfolgeeffekt zeigte sich jedoch erst ab der vierten Klasse und nur für die kleineren, leichteren und häufig geübten Aufgaben der 2er und 3er Reihe. Butterworth et al. (2003) interpretieren ihre Ergebnisse als Evidenz für eine Reorganisation innerhalb der Repräsentation arithmetischer Fakten im Langzeitgedächtnis, mit dem Vorteil, den zu speichernden Gedächtnisinhalt fast zu halbieren, aber mit dem Nachteil, zu einem gewissen Mehraufwand beim Rechnen mit den zu transformierenden Aufgaben zu führen. Leider weist die Studie von Butterworth et al. (2003) jedoch einige methodische Unzulänglichkeiten auf, so dass ihre Ergebnisse nur mit Vorsicht zu interpretieren sind. Zum einen wurde kein Versuch unternommen, zwischen Gedächtnisabruf und der Verwendung anderer Strategien bei den getesteten Kindern zu unterscheiden. Es bleibt somit unklar, ob sich der beobachtete Reihenfolgeeffekt tatsächlich auf die Repräsentation bzw. den Abruf arithmetischer Fakten im bzw. aus dem Langzeitgedächtnis bezieht. Zudem verwenden Kinder bei der wichtigsten Hilfsstrategie, der wiederholten Addition, bevorzugt die Operandenfolge $G \times k$. Wenn sie auch beim Faktenabruf mit dieser Operandenfolge schneller rechnen können, könnte dies einfach auf einen Gewöhnungseffekt oder eine allgemeine Präferenz zurückzuführen sein, die nicht zwangsläufig auch die Organisation arithmetischer Fakten im Gedächtnis widerspiegelt. Schließlich bleibt unklar, warum Fünfer-Aufgaben *keinen* Reihenfolgeeffekt zeigen. An einer mangelnden Vertrautheit mit diesen Aufgaben kann es wohl nicht liegen, da sie etwa genauso schnell gelöst werden können wie Aufgaben aus der 3er-Reihe.

Auch bei den Reihenfolgeeffekten gibt es jedoch Hinweise auf kulturelle Unterschiede. Während, wie bereits dargestellt, in einigen Ländern eher eine Präferenz für die Operandenfolge $G \times k$ vorzuliegen scheint (Campbell & Graham, 1985; Svenson, 1985; Butterworth et al., 2001; 2003), transformieren chinesischsprachige Erwachsene Multiplikationsaufgaben offenbar bevorzugt in die Reihenfolge $k \times G$ (Lefevre & Liu, 1997; Lefevre, 1998). Aber auch Kiefer & Dehaene (1997) beobachteten bei ihren US-amerikanischen Versuchspersonen signifikant mehr Fehler für die Operandenfolge $G \times k$. Sie verweisen darauf, dass Schulen in Ländern wie Finnland, Großbritannien und China explizit darauf hinwirken würden, dass die Schüler die Operanden immer in eine bestimmte Reihenfolge brächten und suggerieren, dies sei die Folge $k \times G$. Kiefer & Dehaene (1997) beobachteten zusätzlich auch im EEG ihrer Teilnehmer einen Effekt für die Operandenfolge der Aufgaben (s.a. Abschnitt 1.12). Dieser Effekt war jedoch nur bei Präsentation der Aufgaben mittels auditiver Zahlwörter, nicht jedoch bei Darbietung in arabischen Zahlen vorhanden. Die Autoren erklären dies damit, dass die Operanden beim (obligatorischen) mentalen Transkodieren von der arabischen in die verbale Modalität sowieso immer in die richtige Reihenfolge gebracht werden müssten, während dies bei auditiver Präsentation nur in der „ungünstigen" Operandenfolge ($G \times k$) der Fall sei.

Paritätseffekt

Multiplikationsaufgaben mit zwei geraden Operanden können etwas schneller gelöst werden als Aufgaben mit einem geraden Operanden und diese wiederum etwas schneller als Aufgaben, die aus zwei ungeraden Operanden gebildet werden. Campbell, Parker, & Doetzel (2004) fanden für das mündliche Beantworten dieser drei Aufgabentypen folgende mittleren Reaktionszeiten: 839 ms, 840 ms sowie 861 ms, wenn die Aufgaben mit arabischen Zahlen dargeboten wurden, bzw. 1058 ms, 1097 ms sowie 1109 ms, wenn die Aufgaben mit geschriebenen Zahlwörtern dargeboten wurden. Die Fehlerraten für diese drei Bedingungen unterschieden sich jedoch nicht signifikant voneinander; sie betrugen 14,3%, 12,6% sowie 14,0% bei arabischen Zahlen und 19,8%, 17,6% sowie 20,1% bei Zahlwörtern. Der Paritätseffekt war für einfache Additionsaufgaben deutlich größer als der für die gerade berichteten Multiplikationsaufgaben. Eine Erklärung liefern Campbell et al. (2004) lediglich für die Addition. Demnach ist das Zählen mit geraden Zahlen (2, 4, 6, 8 usw.) wesentlich vertrauter als das mit ungeraden Zahlen (1, 3, 5, 7 usw.) und da Zählen eine wichtige Hilfsstrategie bei der Addition ist, würde diese Hilfsstrategie für gerade Addenden besser funktionieren als für ungerade. Ob diese Interpretation auf die Multiplikation übertragbar ist, bleibt offen.

Fan-Effekt

Wenn mehrere Aufgaben sich dasselbe richtige Ergebnis teilen (z.B. 3 × 4 und 6 × 2), werden diese Aufgaben etwas weniger schnell und sicher gelöst, als vergleichbare Aufgaben (z.B. 4 × 2), deren Ergebnis aufgabenspezifisch ist (Campbell & Clark, 1992b). Die Autoren sprechen in diesem Zusammenhang, in Analogie zur Literatur über allgemeine Gedächtnisphänomene, vom so genannten „Fan-Effekt“.

1.9.2. Einflüsse auf die Fehlerproduktion bei einfachen Multiplikationsaufgaben

Wie sieht ein typischer Multiplikationsfehler aus? Die meisten falschen Ergebnisse sind so genannte Operandenfehler (z.B. 3 × 7 = 28; 3 × 7 = 18) (Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1987b; 1994; 1997a; Siegler, 1988b; Sokol et al., 1991; Girelli et al., 1996; Campbell & Tarling, 1996; Butterworth et al., 2003). Bei gesunden, gebildeten Erwachsenen können sie zwischen zwei Drittel und vier Fünftel aller Fehler ausmachen (McCloskey et al., 1991a; Campbell, 1994; 1997a; Girelli et al., 1996). Operandenfehler werden jedoch nicht völlig willkürlich produziert. Vielmehr gibt es eine Reihe von Faktoren, die ihr Auftreten systematisch beeinflussen. Sie betreffen die numerische Distanz und, allgemeiner gesagt, die semantische Relatiertheit der falschen zur richtigen Antwort und Interferenz durch die Operanden der aktuellen Aufgabe bzw. Interferenz durch vorher präsentierte Aufgaben.

Numerische Distanz

Die überwiegende Mehrheit der Operandenfehler sind numerisch nah zum richtigen Ergebnis (Miller et al., 1984; Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1997a). Man spricht in diesem Zusammenhang auch vom „Operandendistanzeffekt“ (Sokol et al., 1991). So fand Campbell (1997a), dass 73% der Operandenfehler eine Distanz zum richtigen Produkt von ± 1 Operanden aufwiesen (z.B. 3 × 7 = 28), 22% eine Distanz von ± 2 Operanden (z.B. 3 × 7 = 35) und nur die restlichen 5% eine größere Distanz. Bereits sehr früh im Erwerbsprozess (in der dritten bis fünften Klasse) wiesen Operandenfehler von Schulkindern überwiegend eine Operandendistanz von ± 1 auf (Butterworth et al., 2003; s.a. Abschnitt 1.4).

min-Relatiertheit

Die Relatiertheit von Operandenfehlern bezieht sich deutlich häufiger auf die Reihe des kleineren Operanden (min) als auf die des größeren (max) (Campbell, 1995; 1997a). Der Fehler 4 × 9 = 32 ist also wahrscheinlicher als der Fehler 4 × 9 = 27 – und zwar unabhängig von der Faktorenfolge in der konkreten Aufgabe. Campbell (1997a) berechnete ein min-max-Verhältnis von etwa 3 zu 1 und erklärte diese Beobachtung, ähnlich zum unter a) beschriebenen Operandendistanzeffekt, mit dem Wirken eines semantischen Distanzeffektes. Diese Interpretation beruht auf der Tatsache, dass min-relatierte Operandenfehler (z.B. 32) näher am richtigen Ergebnis (z.B. 36) sind als max-relatierte Fehler (z.B. 27).

Doppelte Relatiertheit

Operandenfehler sind besonders wahrscheinlich, wenn beide Operanden zur selben falschen Antwort relatiert sind und es somit zu einer Konvergenz fehlerhafter Aktivierungen kommt (Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1995; 1997a). Beispielsweise wird bei 8 × 4 = 24 die Antwort sowohl von 8 als auch von 4 aktiviert (über 8 × 3 bzw. 6 × 4). In den Daten von Campbell (1995) machten solche „doppelt aktivierten" Fehler 9,6% aller Operandenfehler aus.

Intrusionsfehler

Operandenfehler können gleichzeitig mit so genannten Intrusionsfehlern ((*operand*) *intrusion errors*) oder Benennfehlern (*naming errors*) einhergehen. Im ersteren Fall wird ein Teil der Antwort (z.B. 8 × **4** = 2**4**), im letzteren die ganze Antwort durch Operanden der Aufgabe ersetzt (z.B. 4 × 8 = **4**, **8** oder **48**). Im Folgenden werden die Begriffe „Intrusion" oder „Intrusionsfehler" in einem weiteren Sinne gebraucht werden, der Benennfehler als Sonderfall mit einschließt.

Intrusionsfehler können als Interferenz durch das automatische Lesen der Operanden als zweistellige Zahl aufgefasst werden (Campbell & Clark, 1992b; Campbell, 1994; 1997a; b; 1998). Dafür sprechen die folgenden Beobachtungen: 1) Die Faktorenfolge hat einen Einfluss auf diese Fehler, derart, dass der erste (linke) Faktor bevorzugt mit der Zehnerstelle und der zweite (rechte) Faktor bevorzugt mit der Einerstelle des Ergebnisses interferiert („kongruente Intrusionsfehler"). Der Intrusionsfehler 24 wird also mit größerer Wahrscheinlichkeit bei der Operandenfolge 8 × 4 als bei der Folge 4 × 8 produziert und die Aufgabe 8 × 4 führt eher zum Intrusionsfehler 24 als zum Intrusionsfehler 28. Campbell (1995) fand beispielsweise etwa 68% kongruente und nur 32% inkongruente Intrusionsfehler. Dieser Kongruenzeffekt steht Campbell zufolge in Zusammenhang mit der Hauptleserichtung von links nach rechts in westlichen Kulturen. 2) Das Präsentationsformat beeinflusst die Anzahl der Intrusionsfehler. Wenn es Lesen eher begünstigt, kommt es zu mehr Intrusionsfehlern als wenn es vom Lesen eher abhält. So führt beispielsweise die Darbietung mit Zahlwörtern (acht × vier) zu mehr Intrusionsfehlern als die Darbietung mit arabischen Zahlen (Campbell & Clark, 1992b; Campbell, 1994; Noël, Fias, & Brysbaert, 1997). Horizontale Darbietung der Faktoren begünstigt kongruente Intrusionsfehler, vertikale Darbietung hingegen macht sie weniger wahrscheinlich (Campbell, 1997b). Präsentation des ersten Operanden zeitlich vor dem zweiten oder simultane Präsentation macht Intrusionsfehler wahrscheinlicher als Präsentation des zweiten Operanden vor dem ersten (ebenda).

Obwohl sie also als Interferenz durch das Lesen der Operanden als zweistellige Zahl interpretiert werden können, entstehen Intrusionsfehler laut Campbell beim Abruf des Ergebnisses selbst und nicht etwa erst auf der Ebene der Output-Verarbeitung, wie es von McCloskey, Macaruso, & Whetstone (1992), Noël et al. (1997) und Cipolotti & Butterworth (1995) angenommen wird. Für diese Annahme gibt es folgende Argumente: 1) Intrusionsfehler sind fast ausschließlich operandenrelatiert. Kaum 10% der Intrusionsfehler führen nicht zu einem Operandenfehler (z.B. 5 × 9 = 59). Diese Quote ist genauso niedrig wie bei nicht auf Operandenintrusion zurückführbaren Fehlern und viel niedriger, als nach Zufallsverteilung zu erwarten wäre (Campbell & Clark, 1992b; Campbell, 1997b). In diesem Zusammenhang ist auch die Dominanz von Intrusionsfehlern zu sehen, welche den zweiten Operanden bzw. die Einerstelle des Ergebnisses betreffen. Sie treten viel häufiger auf (74,6%) als etwa Intrusionsfehler bei der Zehnerstelle (17,6%) oder solche, die beide Stellen gleichzeitig betreffen (7,8%). Das könnte damit erklärt werden, dass Intrusionsfehler der Zehnerstelle mit geringerer Wahrscheinlichkeit zu einem Multiplikationsergebnis führen und von der Größenordnung unplausibler sind als Intrusionsfehler der Einerstelle (z.B. 8 × 2 = 86 vs. 8 × 2 = 32; Campbell, 1997b; 1998). Auch Intrusionsfehler sind also durch arithmetische Relatiertheit zum richtigen Ergebnis charakterisiert.

Zu einer etwas anderen Erklärung von Intrusionsfehlern gelangten Noël et al. (1997). Sie verglichen die Anzahl und Position von Intrusionsfehlern in einem identischen Versuchsaufbau (Produktion einfacher Multiplikationsergebnisse) einmal in einer Sprache ohne und einmal in einer Sprache mit verbaler Intrusion von Einer- und Zehnerstelle (Französisch vs. Niederländisch; z.B. 2*8*: vingt*huit* vs. *acht*-en-twintig). Wenn Intrusionsfehler als Interferenz durch das Lesen der Operanden als zweistellige Zahl innerhalb der Faktenabrufkomponente selbst aufträten, so ihre Argumentation, sollte sich der Kongruenzeffekt in der Sprache mit Intrusion gegenüber der Sprache ohne Intrusion umkehren, d.h. in der Inversionssprache sollte der erste Operand die *Einer*-stelle und nicht die *Zehner*stelle des Ergebnisses beeinflussen: Für „*vier* × acht" wäre demnach zwar die Antwort „*vier*-en-twintig", nicht aber die Antwort „acht-en-twintig" kongruent, während es im Französischen genau andersherum wäre: Für „quatre × *huit*" wäre die Antwort „vent*huit*", nicht aber die Antwort „ventquatre" kongruent. Noël et al. (1997) fanden jedoch keinen Unterschied in den Positionen der Intrusionsfehler zwischen Französisch und Niederländisch sprechenden Teilnehmern. Auch sie beobachteten jedoch – und zwar unabhängig von der Sprache – ein deutlich häufigeres Auftreten von Intrusionsfehlern in der Einer- im Vergleich zur Zehnerstelle des Ergebnisses. Zudem fanden sie – wiederum unabhängig von der Sprache – dass der zweite Operand signifikant häufiger als Intrusion im Ergebnis auftauchte als der erste.

Diese Ergebnisse interpretieren Noël et al. (1997) als Hinweis darauf, dass Intrusionsfehler nicht als Interferenz auf der Ebene des Faktenabrufs selbst, sondern vielmehr auf der Ebene eines „phonologischen Output-Lexikons" [7] bzw. eines „phonologischen Output-Buffers" für arithmetische Fakten zu lokalisieren seien. Demzufolge träten mehr Einer- als Zehnerintrusionen auf, weil es sich bei den Operanden ja auch um einstellige Zahlen handelt. Beispielsweise unterscheidet sich der erste Operand bei 2 × 8 = 24 („zwei") phonologisch von der Zehnerstelle des Ergebnisses („zwanzig"). Einen solchen Unterschied gibt es bei Intrusionen in die Einerstelle nicht. Die verschiedene Häufigkeit der Intrusion des ersten und zweiten Operanden erklären die Autoren damit, dass in einer seriellen Verarbeitung von links nach rechts die Aktivierung des ersten Operanden im Output-Lexikon sich eher wieder abschwächt als die des zweiten Operan-

[7] Für die Existenz eines solchen Lexikons sprechen Beobachtungen von Cohen & Dehaene (1994). Ihr Patient hatte erhebliche Defizite, Multiplikationsaufgaben im Bereich des kleinen Einmaleins zu beantworten. Er konnte jedoch gut entscheiden, welche von zwei vorgegebenen Zahlen ein Multiplikationsergebnis ist. Das Lösen dieser Aufgabe könnte man in Analogie zur Wortverarbeitungsliteratur als eine Art „lexikalisches Entscheiden" interpretieren.

den, letzterer bei der Produktion des Ergebnisses also noch stärker interferieren könne. Die Tatsache schließlich, dass auch Intrusionsfehler überwiegend operandenrelatiert sind – das Hauptargument Campbells für die Lokalisation in der Faktenabrufkomponente – kann laut Noël et al. (1997) damit erklärt werden, dass die Informationsübertragung zwischen der Faktenabrufkomponente und dem Output-Lexikon parallel oder kaskadenartig verläuft. Demnach wird im Output-Lexikon nicht nur ein einziges Ergebnis (nämlich das richtige) aktiviert, sondern zusätzlich auch, zumeist aber in geringerem Ausmaß, einige falsche Ergebnisse. Diese falschen Ergebnisse sind aber, aufgrund der netzwerkartigen Aktivierung in der Faktenabrufkomponente, semantisch relatiert zur richtigen Antwort. Intrusionsfehler erhalten somit eine doppelte Aktivierung: Einerseits eine semantisch relatierte aus dem Faktenabrufsystem und andererseits eine phonologisch relatierte aus der verbalen Input-Verarbeitung der Operanden. Diese Interpretation ihrer Daten geht weitgehend mit der *ad-hoc*-Erklärung von McCloskey et al. (1992) konform.

Wesentliche Punkte der Argumentation von Noël et al. (1997) wurden jedoch in einem Kommentar von Campbell (1998) entkräftet. In einer Reanalyse der Daten zeigte er, dass, wie von seinem eigenen Ansatz vorhergesagt, niederländisch sprechende Teilnehmer in der Wortbedingung nicht nur allgemein mehr Intrusionsfehler auf der Zehnerstelle des Ergebnisses produzierten als französisch sprechende Probanden, sondern dass sie auf dieser Stelle insbesondere auch mehr *inkongruente* Intrusionsfehler produzierten als *kongruente*. Ein solches Muster fand sich weder bei den gleichen Probanden, wenn sie Aufgaben mit arabischen Zahlen lösen mussten, noch bei französisch sprechenden Teilnehmern (für keines der beiden Formate). Hier zeigt sich offensichtlich der Einfluss der Inversion in niederländischen Zahlwörtern und zwar genau in der Form, in der er von Noël et al. (1997) hypothetisiert, aber dann auf Grund der eigenen Analysen verworfen worden war. Außerdem kann laut Campbell (1998) die Hypothese von Noël et al. (1997) nicht erklären, warum bei Präsentation mit arabischen Zahlen in beiden Sprachgruppen der linke Operand der Aufgabe deutlich häufiger in die Zehnerstelle des Ergebnisses einfließt als der rechte Operand.

Beide Erklärungsansätze für Intrusionsfehler (Interferenz auf der Ebene des Abrufs selbst oder auf der Ebene der Output-Verarbeitung) stimmen jedoch darin überein, dass man diese als eine Art Priming des falschen Ergebnisses durch einen oder beide Operanden der Aufgabe betrachten kann: Fehlerhafte Antworten sind wahrscheinlicher, wenn sie zumindest teilweise durch die dargebotenen Faktoren geprimt werden. Anders herum kann ein Priming durch die Operanden aber auch solche Aufgaben begünstigen, in deren richtigem Ergebnis sich einer der Operanden an der korrespondierenden Stelle wiederfindet (z.B. 6 × **4** = 2**4**). Tatsächlich beobachteten Campbell & Clark (1992b) für Aufgaben mit einer solchen Übereinstimmung zwischen Operanden und Teilen des Ergebnisses bei gesunden Versuchspersonen schnellere Reaktionszeiten und weniger Fehler als für andere Aufgaben (s.a. Noël et al., 1997). Eine Reanalyse der Fehlerdaten zweier Patienten, die von Sokol et al. (1991) berichtet worden waren, führte zu ähnlichen Ergebnissen.

Plausibilitätsstrategien

Nicht auf Gedächtnisabruf basierende Plausibilitätsstrategien können zumindest genutzt werden, um Multiplikationsergebnisse zu *überprüfen* bzw. in Verifikationsaufgaben wieder zu erkennen (Krueger, 1986; Lemaire & Fayol, 1995; Lemaire & Reder, 1999; Lochy, Seron, Delazer, & Butterworth, 2000; Masse & Lemaire, 2001; Vandorpe, De Rammelaere, & Vandierendonck, 2005). In einem Verifikationsparadigma fanden beispielsweise Lochy et al. (2000), dass richtige Multiplikationsergebnisse schneller erkannt wurden, wenn sie aus einer geraden Zahl bestanden. Umgekehrt konnten falsche Ergebnisse schneller abgelehnt werden, wenn sie ungerade waren. Diese Beobachtung könnte mit einer höheren „Familiarität“ mit geraden Ergebnissen zusammenhängen, da in der Tat etwa drei Viertel aller Produkte gerade sind.

Ob solche Plausibilitätsstrategien auch bei der Produktion eine Rolle spielen, so dass beispielsweise Operandenfehler mit größerer Wahrscheinlichkeit produziert werden, wenn sie gerade sind, kann derzeit noch nicht mit Sicherheit gesagt werden. Als einen Hinweis darauf ließen sich die Ergebnisse von Lemaire & Siegler (1995) interpretieren. Im Verlauf des Erwerbsprozesses von französischen Schülern in der zweiten Klasse entsprachen die Fehler beim Gedächtnisabruf von Multiplikationsfakten immer seltener den Paritätsregeln[8] der Addition (anfangs 81%, zuletzt 60%; s.a. Siegler,

[8] Wiederholung von Fußnote 2: Die Addition sowohl zweier ungerader als auch zweier gerader Zahlen ergibt eine gerade Zahl; die Addition einer ungeraden und einer geraden Zahl ergibt hingegen ein ungerades Ergebnis. Andererseits führt die Multiplikation zweier ungerader Faktoren immer zu einer ungeraden Zahl, während die Multiplikation zweier gerader Operanden oder einer geraden mit einer ungeraden Zahl zu einem geraden Ergebnis führt.

1988b). Im selben Zeitraum entsprachen ihre Faktenabruffehler hingegen immer mehr den Paritätsregeln der Multiplikation (anfangs 39%, zuletzt 66%).

Keinen Einfluss auf die Fehlerhäufigkeit bei Multiplikationsaufgaben (wohl aber auf die Antwortzeiten) scheint jedoch die Parität der Operanden zu haben. Unabhängig davon, ob keiner, einer oder alle beide Operanden gerade waren, produzierten die Versuchspersonen in der Studie von Campbell et al. (2004) immer etwa gleich viele Fehler. Anders hingegen das Bild bei den Additionsaufgaben: Hierbei wurden umso mehr Fehler produziert, je mehr ungerade Addenden die Aufgabe enthielt (für die Darbietung mit arabischen Zahlen: 7,2%, 11,3% bzw. 14,8%; für die Darbietung mit Zahlwörtern: 12,3%, 14,8% bzw. 21,4% für Aufgaben mit jeweils keinem, einem bzw. zwei ungeraden Operanden).

Primingeffekte

Campbell (1987b) hat gezeigt, dass die Produktion von Multiplikationsergebnissen durch einen zuvor präsentierten relatierten, aber falschen Prime (z.B. Prime: 28; Aufgabe: 3 × 7) *inhibiert*, durch die zuvor als Prime präsentierte richtige Antwort (z.B. Prime: 21; Aufgabe: 3 × 7) jedoch im Vergleich zu einer unrelatierten Bedingung (z.B. Prime: 29; Aufgabe: 3 × 7) *fazilitiert* werden konnte. Zu ähnlichen Ergebnissen kamen fast 20 Jahre später auch Jackson & Coney (2005).

Darüber hinaus haben Untersuchungen von Campbell und Kollegen (Campbell & Clark, 1989; Campbell, 1991; Meagher & Campbell, 1995; Campbell & Arbuthnott, 1996; Campbell & Tarling, 1996) gezeigt, dass auch die Produktion von Fehlern geprimt werden kann („Fehlerpriming“) und zwar durch Antworten, die als richtige Ergebnisse für vorangehende Aufgaben produziert wurden. Dieses Wiederholungspriming (*repetition priming*) kann negativ sein (also zur Inhibition der gerade zuvor geäußerten Antwort führen) oder auch positiv (also eine Fazilitierung derjenigen Antworten bewirken, die zuvor produziert wurden). Durch positives Wiederholungspriming werden beispielsweise frühere Antworten ungefähr 20% bis 30% häufiger als Fehler produziert als nach Zufallsverteilung zu erwarten wäre (Campbell & Clark, 1989). Es ist für Aufgaben nachweisbar, die zwei bis zehn Aufgaben vor der Zielaufgabe gelöst wurden; das entspricht einer Dauer der Restaktivierung von etwa 60s bis 90s (ebenda). Negatives Wiederholungspriming betrifft demnach nur das Ergebnis, das für die unmittelbar vorangehende Aufgabe produziert worden ist.

Zusammenfassend kann man sagen, dass der typische Multiplikationsfehler zu mindestens einem Operanden relatiert und zum richtigen Ergebnis numerisch nah ist und von einer Reihe zusätzlicher Variablen wie Parität und Form bzw. Abfolge der Operandendarbietung beeinflusst werden kann.

1.10. Modellvorstellungen zum Abruf arithmetischer Fakten

Wie kann man sich die Repräsentation arithmetischer Fakten und die beim Gedächtnisabruf solcher Fakten stattfindenden Prozesse vorstellen? Hierzu wurden eine Reihe verschiedener Modelle vorgeschlagen, von denen die wichtigsten im Folgenden vorgestellt werden sollen. Jedes dieser Modelle kann einige der wesentlichen empirischen Beobachtungen erklären, aber zugleich unterscheiden sich alle Modelle in der Perspektive, aus der heraus der Erklärungsversuch erfolgt, und auch in Aspekten, die unerklärt bleiben.

Zunächst soll ein Überblick über Modelle gegeben werden, die aus einer eher experimentell-psychologischen bzw. entwicklungspsychologischen Perspektive heraus entstanden sind. Diese Modelle versuchen im Wesentlichen, die interne Struktur der Repräsentation arithmetischer Fakten zu erklären. Im Einzelnen werden vorgestellt: Tafelsuchmodelle, das Netzwerk-Abruf-Modell, das Netzwerk-Interferenz-Modell, das Modell identischer Elemente, das Assoziationsverteilungsmodell, das Modell integrierter Strukturen, sowie das Modell interagierender Nachbarn. In gesonderten Abschnitten werden Argumente für eine Hybridmodellierung des Aufgabengrößeneffektes und für eine netzwerkartige Repräsentation arithmetischer Fakten diskutiert.

Anschließend sollen Modelle vorgestellt werden, die aus einer eher neuropsychologischen Perspektive heraus entwickelt wurden und die sich vorwiegend mit dem Format der Repräsentation arithmetischer Fakten und ihrer Störbarkeit beschäftigt haben. Dies sind insbesondere das Modell zentraler abstrakter Zahlenrepräsentationen und das Triple-Code-Modell. Argumente für und gegen die zentralen Annahmen dieser beiden Modelle, die obligatorische Verarbeitungsroute über amodale abstrakte Repräsentationen bzw. die verbale Repräsentation arithmetischer Fakten, werden ausführlich dargestellt. Schließlich wird ein bislang wenig ausgearbeiteter Hybridansatz, die Hypothese individuell bevorzugter Zugangscodes, kurz vorgestellt.

1.10.1. Tafelsuchmodelle

Gegenstand

Tafelsuchmodelle (*table search models*) haben sich in zwei Stufen entwickelt, die mit einem ähnlichen Grundprinzip ganz unterschiedliche mentale Prozesse zu erklären versuchten. Beschrieben sie zunächst einen auf Zählprozeduren beruhenden Rechenvorgang insbesondere bei der Addition (Suppes & Groen, 1967; Parkman & Groen, 1971; Groen & Parkman, 1972; s.a. Jerman, 1967), so dienten sie später als Metapher für eine Art des Gedächtnisabrufs und schlossen die Multiplikation mit ein (Parkman, 1972). Das Ziel beider Varianten von Tafelsuchmodellen bestand hauptsächlich in der Erklärung des Aufgabengrößeneffekts. Eine besondere Rolle spielte dabei die Frage, welche Variable die Aufgabengröße am besten beschreibt (z.B. kleinerer Operand, größerer Operand, Differenz der Operanden, Summe der Operanden, Produkt der Operanden u.a.) und somit als geeigneter Prädiktor für den beobachteten Reaktionszeitanstieg dienen kann.

Funktionsweise

Groen & Parkman (1972; s.a. Suppes & Groen, 1967) beschrieben einen Zähl-Algorithmus, bei dem zunächst ein mentales Zählwerk auf Null gesetzt wird und dann beide Addenden einzeln dazu gezählt werden. Man kann sich das auch als eine Art Rechentabelle vorstellen (daher der Name *Tafel*suchmodell), in der links oben eine Null steht (das Zählwerk in seinem Ausgangszustand), in der ersten Zeile der erste Addend und in der ersten Spalte der zweite Addend. Im Tabellenfeld stehen dann die Summen beider Operanden. Die Anzahl der Schritte, die benötigt werden, um in der Zeile und in der Spalte zum jeweiligen Operanden zu gelangen, entspricht der Summe der beiden Operanden („Zähle alles!“-Strategie). Daher soll die Summe der beiden Operanden auch der beste Prädiktor für die Reaktionszeit bei der Beantwortung von Additionsaufgaben sein, wie dies Parkman & Groen (1971) tatsächlich fanden. Gleichzeitig berichteten Parkman & Groen (1971) aber auch, dass der kleinere der beiden Addenden ein fast ebenso guter Prädiktor für die Reaktionszeit ist. Dies ließe sich mit dem „automatischen“ Setzen des Zählers auf den größeren der beiden Addenden und anschließendem Abzählen des kleineren Addenden erklären („Add-Min“-Strategie), wobei der erste Vorgang (das Setzen des Zählwerks) eine invariable (d.h. vom konkreten Operanden unabhängige) Zeitspanne benötigt und nur der zweite Vorgang (das Abzählen) die Reaktionszeit in Abhängigkeit von der Größe des kleineren Operanden beeinflusst. Tatsächlich wurden auf einer bestimmten Entwicklungsstufe von Kindern sowohl die „Zähle alles!“ als auch die „Add-Min“-Strategie beobachtet (Groen & Resnick, 1977; Fuson, 1982; Baroody, 1987b; Siegler & Jenkins, 1989; für die Multiplikation siehe Jerman, 1970; Cooney et al., 1988).

Der Wechsel von einem prozeduralen (Zähl-) Modell hin zu einem Modell des Abrufs arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis wurde im Wesentlichen durch zwei Beobachtungen ausgelöst: Zum einen beträgt der Reaktionszeitanstieg bei jeder Zunahme des Additionsergebnisses um 1 jeweils nur 20 ms, wenn bei erwachsenen Teilnehmern die „Add-Min“-Strategie zu Grunde gelegt wird (Parkman & Groen, 1971; Groen & Parkman, 1972). Dies ist viel weniger als die Zeit, die Erwachsene sonst üblicherweise zum impliziten Zählen benötigen (z.B. Logan & Klapp, 1991; Compton & Logan, 1991; Zbrodoff, 1995; 1999). Zum anderen fand Parkman (1972), dass auch der Reaktionszeitanstieg bei einfachen Multiplikationsaufgaben am besten durch den kleineren der beiden Operanden bzw. (kaum weniger gut) durch die Summe der Operanden vorhergesagt wird (s.a. Jerman, 1970). Die Idee eines prozeduralen Zähl-Algorithmus ließe sich angesichts dessen nur dann aufrechterhalten, wenn in den einzelnen Schritten nicht mehr nur um 1, sondern um die Größe eines Operanden weitergezählt würde (Prinzip der wiederholten Addition). Beispielsweise könnte die Aufgabe 7×3 gelöst werden, indem das Zählwerk in drei Schritten um jeweils 7 erhöht wird. Dabei sollte jedoch die Zeit, die das Weiterzählen benötigt, nicht von der Größe der zu zählenden Einheit (in diesem Fall 7) abhängen.

Das implizite Zählen um Einheiten, die größer sind als 1, kam Parkman (1972) als Standardprozedur zum Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben durch Erwachsene nicht plausibel vor (s.a. Ashcraft, Fierman, & Bartolotta, 1984). Vielmehr schlug er vor, das Lösen einfacher Multiplikations- aber auch Additionsaufgaben als Abruf arithmetischer Fakten aus dem Langzeitgedächtnis zu erklären. Dabei wird die Metapher einer Rechentafel beibehalten, um die Repräsentation dieser Fakten zu beschreiben. Der in dieser Tafel zurückgelegte Weg kennzeichnet nun nicht mehr ein prozedurales Zählen, sondern die Suche des Gedächtniseintrages, die für große Operanden länger dauert als für kleine und die durch die Summe der beiden Faktoren (bzw. Addenden) am besten operationalisiert werden kann. Beispielsweise würde man sowohl bei $7 + 4$ als auch bei

7×4 sieben Zeilen nach unten und dann vier Spalten nach rechts gehen, um zum Gedächtniseintrag des Ergebnisses zu gelangen.

In der ersten Version des Tafelsuchmodells auf Basis von Gedächtnisabruf wird also der Abruf des Ergebnisses am besten durch die Summe der beiden Operanden operationalisiert – es geht demnach von einer linearen Zunahme der Entfernung zu den größeren Ergebnissen aus (Parkman, 1972). Die angenommene Organisation der mentalen Repräsentation arithmetischer Fakten beruhte also hauptsächlich auf der Evidenz über die Qualität bestimmter Prädiktorvariablen (z.B. Summe der Operanden) für den Reaktionszeitanstieg bei größeren Aufgaben (Aufgabengrößeneffekt). Später wurde jedoch Evidenz dafür gefunden, dass andere Prädiktorvariablen den Aufgabengrößeneffekt noch besser beschrieben als die Summe der Operanden. Demzufolge mussten die Vorstellungen über die zugrunde liegende Struktur der Repräsentation arithmetischer Fakten modifiziert werden. Ashcraft und Mitarbeiter (Ashcraft & Battaglia, 1978; Ashcraft & Stazyk, 1981) zeigten beispielsweise, dass die Summe der quadrierten Operanden einen besseren Prädiktor darstellt als die Summe der Operanden. Widaman et al. (1989) wiesen darauf hin, dass es vielmehr um das Quadrat der Summe der Operanden handle. Dabei würde die ursprüngliche Idee einer symmetrischen Repräsentation aufgegeben werden. Schließlich wurde jedoch nachgewiesen, dass das Produkt der beiden Operanden (eine Variable, die von Parkman, 1972 gar nicht untersucht wurde) sowohl bei Additions- als auch bei Multiplikationsaufgaben ein noch besserer Prädiktor als die vorgenannten ist (Stazyk et al., 1982; Miller et al., 1984; Widaman et al., 1989). Ein solches Ergebnis ist mit einem Tafelsuchmodell dann erklärbar, wenn man davon ausgeht, dass die in der Rechentafel zwischen beiden Operanden aufgespannte Fläche die Aktivierung eines Ergebnisses am besten beschreibt (Widaman et al., 1989). Gleichzeitig könnte man wieder eine symmetrische Tabellenform als Struktur der mentalen Repräsentation zugrunde legen.

Operandenfehler

Die Erklärung von Operandenfehlern war gar nicht das Ziel von Tafelsuchmodellen. Es sollte ausschließlich der Reaktionszeitanstieg für größere Aufgaben (also der Aufgabengrößeneffekt) modelliert werden (s.u.).

Man könnte Operandenfehler in einem Tafelsuchmodell jedoch durch fehlerhaftes „Abgehen“ der Operandenreihen erklären. Einigen Autoren zufolge sollten demnach bei Tafelsuchmodellen Operandenfehler unterhalb des richtigen Ergebnisses wahrscheinlicher sein als solche oberhalb des richtigen Ergebnisses, da erstere ja auf dem „normalen Weg“ zum Abruf des richtigen Ergebnisses lägen, letztere jedoch nicht (z.B. Stazyk et al., 1982). Eine solche Vorhersage würde sich nicht mit der empirischen Beobachtung decken, dass Operandenfehler oberhalb und unterhalb des richtigen Ergebnisses etwa gleich verteilt sind (s. Abschnitt 2.2). Dieses Argument erscheint jedoch nicht zwingend, weil der Suchvorgang in der Reihe eines der beiden Operanden ja nicht nur zu früh sondern auch zu spät beendet werden kann.

Tafelsuchmodelle können jedoch nicht ohne weiteres erklären, wie es bei der Multiplikation zu falschen Antworten kommen kann, die nicht Teil einer Multiplikationstafel sind (z.B. externe Fehler bzw. *non-table errors*; z.B. $4 \times 7 = 29$).

Aufgabengrößeneffekt

Die Beantwortung größerer Aufgaben dauert länger als die kleinerer Aufgaben, weil erstere innerhalb der Tafel mehr Schritte bis zum Ergebnis benötigen als letztere. In Tafelsuchmodellen kann allerdings nicht erklärt werden, wie der Aufgabengrößeneffekt durch andere Faktoren (z.B. Aufgaben mit 5 als Operand, Zwillingsaufgaben) moduliert wird. Das stellte sich in der weiteren Entwicklung kognitiver Modelle zum Rechnen auch als einer der zuerst bemerkten größeren Nachteile von Tafelsuchmodellen heraus.

Zwillingseffekt

Der Zwillingseffekt kann in einfachen Tafelsuchmodellen nicht erklärt werden (s. Aufgabengrößeneffekt).

Besonderheiten

Zur Erklärung von Interferenzeffekten durch verschiedene Rechenarten (s. Abschnitt 1.5) kann man sich die Tafeln der Ergebnisse als miteinander verbunden vorstellen. Geary et al. (1986) beschreiben beispielsweise eine dreidimensionale Repräsentation, in der die beiden Operanden die Grundfläche aufspannen und die Rechenarten (Addition und Multiplikation) verschiedene Ebenen darstellen. Die Ergebnisse der Aufgaben $3 + 4$ und 3×4 würden demnach also „übereinander“ liegen.

1.10.2. Netzwerk-Abruf-Modell

Gegenstand

Die Repräsentation einfacher Rechenaufgaben im Langzeitgedächtnis und deren Verarbeitung, insbesondere die Verifikation von Additions- und Multiplikationsaufgaben bei Erwachsenen, wurde erstmals von Ashcraft und Kollegen im Rahmen eines semantisch-assoziativen Netzwerkes erklärt (Netzwerk-Abruf-Modell, *network retrieval model*; Stazyk et al., 1982; Ashcraft, 1987). Dabei wurde zur Erklärung des Aufgabengrößeneffekts anfänglich die Grundstruktur der mentalen Repräsentation vom Tafelsuchmodell übernommen, später dann jedoch zunehmend adaptiert. Mit den Konzepten „semantische Nähe“ und „Interferenz“ konnten nun auch zwei bis dahin unerklärte Haupteffekte von Verifikationsaufgaben modelliert werden: der Spliteffekt und Interferenz durch Operandenfehler (s. Abschnitt 1.11).

Funktionsweise

Arithmetische Fakten werden in einer netzwerkartigen Struktur repräsentiert und abgerufen, die zunächst an eine Tabelle erinnert. Jeweils ein Operand steht dabei in einer Zeile und der andere in einer Spalte der Tabelle (so genannte Elternknoten). Auf das Ergebnis, das am Schnittpunkt der Zeile und der Spalte steht, wird über sich von den Elternknoten ausbreitende Aktivierung zugegriffen. Dabei hängt die Zeit für den Zugriff – wie im Tafelsuchmodell – insbesondere vom zurückzulegenden Weg (der „semantischen Distanz“) zwischen den Elternknoten und deren Schnittpunkt ab. Antwortknoten können jedoch – und das ist eine wesentliche Neuerung – Unterschiede in ihrer Zugänglichkeit aufweisen. Auf ihrem Weg zum richtigen Ergebnis aktivieren die beiden Elternknoten die gesamte Reihe ihres Operanden. Bei der Aufgabe 3×5 wird also sowohl die 3er-Reihe als auch die 5er-Reihe aktiviert. Im Normalfall erhält das richtige Ergebnis eine doppelte Aktivierung und kann somit sicher produziert werden.

Operandenfehler

Die normalerweise irrelevante Aktivierung der unrichtigen Antworten aus den aktivierten Multiplikationsreihen der beiden Faktoren kann dem Modell zufolge sowohl Interferenzeffekte durch Operandenfehler, wie sie beispielsweise in Verifikationsaufgaben vorgegeben werden, als auch Primingeffekte (beispielsweise durch zuvor geäußerte, für die aktuelle Aufgabe jedoch falsche Ergebnisse) erklären.

Aufgabengrößeneffekt

Wie im Tafelsuchmodell bewirkt die Gedächtnissuche entlang einer Tafelstruktur, dass größere Aufgaben grundsätzlich langsamer gelöst werden als kleinere. Die Abstände zwischen den Knoten können jedoch auch unterschiedlich groß sein. Damit soll insbesondere die Abrufbarkeit für bestimmte Ergebnisse moduliert werden (z.B. verbesserte Abrufbarkeit der Ergebnisse von Zwillingsaufgaben). Unterschiede in den Distanzen oder in der Zugänglichkeit von Antwortknoten würden sich auch in subjektiven Einschätzungen der „Schwierigkeit“ einzelner Aufgaben niederschlagen. Aufgabengröße und subjektive Schwierigkeitseinschätzungen sind laut Stazyk et al. (1982) weitgehend austauschbare Maße der mentalen Distanz zwischen den Operanden und ihrem Ergebnis. Etwas später fanden Koshmider & Ashcraft (1991), dass normative Variablen (wie Aufgabenschwierigkeit) strukturellen Variablen (wie Aufgabengröße) in der Qualität der Vorhersage von RZ-Effekten sogar überlegen sind.

In einigen Aspekten (z.B. dem Zwillingseffekt) kann ein solches Netzwerk-Abruf-Modell die Daten besser erklären als das klassische Tafelsuchmodell, aus dem es hervorgegangen ist. Es muss jedoch ausreichend spezifiziert werden, um überprüfbar zu bleiben. Die Distanz zwischen zwei Knoten wäre im Netzwerk-Abruf-Modell jedoch keine rein strukturell definierte Variable mehr, sondern eine vom Erwerbsprozess beeinflusste. Demzufolge hätten häufig geübte Aufgaben eine kleinere Distanz zwischen den Operanden und ihrem Ergebnis (oder eine sonst bessere Zugänglichkeit des Antwortknotens) als selten geübte (Stazyk et al., 1982). Tatsächlich fanden verschiedene Autoren Evidenz für einen Frequenzvorteil von kleineren gegenüber größeren Aufgaben in gängigen Schulbüchern (Clapp, 1924; Stazyk et al., 1982; Hamann & Ashcraft, 1986; Ashcraft & Christy, 1995). Zudem konnten Fendrich, Healy, & Bourne (1993) zeigen, dass der Aufgabengrößeneffekt sich reduzierte, wenn Versuchspersonen kleine und große Aufgaben gleich oft übten.

Allerdings ist die Erklärung des Aufgabengrößen- und Zwillingseffekts mit der Darbietungshäufigkeit in Schulbüchern nicht unproblematisch. Wie bereits McCloskey et al. (1991b) bemerkten, ist keineswegs klar, wie die Frequenz in Schulbüchern angesichts der lebenslang hohen Anwendungshäufigkeit einfacher Rechenaufgaben zu unterschiedlichen Aufgabenschwierigkeiten noch im Erwachsenenalter führen kann. Darüber hinaus fanden Pauli et al. (1998), dass der Aufgabengrößeneffekt selbst dann noch nachweisbar war, wenn die Reaktionszeiten für einfache Multiplikationsaufgaben nach intensivem Lernen eine Asymptote erreicht hatten (s.a. Fendrich et al., 1993). (Zur Diskussion des Zusammenhangs zwischen Frequenz und Aufgabengrößeneffekt s.a. Abschnitt 1.9)

Zwillingseffekt

Die Ergebnisse von Zwillingsaufgaben sind „semantisch näher" zu ihren Operanden repräsentiert oder haben besser zugängliche Antwortknoten als die anderer Aufgaben. Damit könnten dann auch die Besonderheiten der Aufgaben mit 5 beschrieben werden. Die Abstände bzw. Zugänglichkeit wiederum reflektieren den Erwerbsprozess, insbesondere die Darbietungsfrequenz der einzelnen Aufgaben.

Allerdings macht diese Art der Erklärung das Netzwerk-Abruf-Modell nicht nur sehr flexibel, sondern praktisch untestbar, da alle Effekte, die nicht auf die Struktur der Repräsentation selbst zurückführbar sind, auf eine nur vage definierte Zugänglichkeit geschoben werden können (Siegler, 1988b).

Noch stärker wiegt jedoch die Tatsache, dass sich bei einer genaueren Analyse gar kein Frequenzvorteil für Zwillingsaufgaben gegenüber anderen Aufgaben in Schulbüchern belegen lässt (Baroody, 1999; Verguts & Fias, 2005a).

1.10.3. Netzwerk-Interferenz-Modell

Gegenstand

Das Netzwerk-Interferenz-Modell (*network interference model;* Campbell & Graham, 1985; Campbell & Oliphant, 1992; Campbell, 1995)[9] beschreibt die Repräsentation und Produktion von Multiplikations- und Additionsfakten aus dem Gedächtnis bei gesunden Erwachsenen.

[9] Auch das Netzwerk-Interferenz-Modell hat sich mit der Zeit erheblich verändert. Beispielsweise wurde der Aufgabengrößeneffekt zunächst durch Erwerbsreihenfolge und Auftretenshäufigkeit einzelner Aufgaben erklärt, in der aktuellen Version jedoch durch einen separaten Größencode. In der vorliegenden Übersicht wird nur die aktuelle Version des Modells (Campbell, 1995) beschrieben.

Funktionsweise

In diesem Modell werden bei Präsentation einer Aufgabe so genannte „Aufgabenknoten“ (*physical nodes*) unterschiedlich stark aktiviert – je nach dem Grad der Aktivierung ihrer Konstituenten. Bei Präsentation der Aufgabe 3 × 8 würden beispielsweise die Aufgabenknoten {3, 7, 21}, {4, 8, 32} oder {3, 8, 24} und viele andere mehr aktiviert werden, der richtige im Normalfall am stärksten. In der aktuellsten Version des Modells (Campbell, 1995) wird zusätzlich zum Aufgabenknoten noch ein so genannter Größencode (*magnitude code*) aktiviert, der die ungefähre numerische Größe der Antwort repräsentiert und seinerseits Aufgabenknoten mit etwa dieser Ergebnisgröße aktiviert. Die Konfrontation mit einer größeren Aufgabe würde also zur Aktivierung der Aufgabenknoten verschiedener größerer Aufgaben führen, die Konfrontation mit einer kleineren Aufgabe die Aktivierung verschiedener kleinerer Aufgabenknoten (s. Fußnote 9).

Die richtigen Antwortknoten aller Aufgaben erhalten prinzipiell denselben exzitatorischen Input von ihren jeweiligen Aufgabenknoten. Unterschiedliche Aufgabenschwierigkeit geht demzufolge auf verschieden starke Inhibition durch mitaktivierte Aufgabenknoten zurück. Exzitatorische und inhibitorische Aktivierungen nähern sich zunehmend einem Gleichgewicht, und eine Antwort kann geäußert werden, wenn einer der Antwortknoten mit seiner Aktivierung einen bestimmten Schwellwert überschreitet.

Operandenfehler

Die relativ stärkste Aktivierung eines falschen Aufgabenknoten führt zu einer falschen Antwort. Dies ist umso wahrscheinlicher, je mehr Ähnlichkeit der falsche zum richtigen Aufgabenknoten hat (d.h. je mehr gemeinsame Merkmale sie aufwiesen). Hohe Ähnlichkeit (z.B. in Form eines gemeinsamen Faktors) weisen insbesondere Operandenfehler auf, die deshalb besonders oft vorkommen.

Aufgabengrößeneffekt

Die Existenz eines Größencodes kann Campbell (1995) zufolge den Aufgabengrößeneffekt erklären, wenn man sich seine Repräsentation zu den größeren Zahlen hin komprimiert vorstellt (Argumente für eine komprimierte Größenrepräsentation finden sich u.a. bei Dehaene, 1989 und Dehaene, 2003). Bei einer komprimierten Größenrepräsentation würde ein kleiner Größencode weniger Aufgaben aktivieren als ein großer, was weniger

Inhibition und bessere Leistungen bei kleineren Aufgaben bewirken sollte (s. Fußnote 9).

Zwillingseffekt

Die Erklärung des Zwillingseffekts erfordert im Netzwerk-Interferenz-Modell eine zusätzliche Annahme, nämlich die weitgehend separate Repräsentation von Zwillingsaufgaben. Diese Annahme ist aber, wie Verguts & Fias (2005a) betonen, problematisch, da unter diesen Umständen Fehlproduktionen bei Zwillingsaufgaben ausschließlich aus Antworten zu anderen Zwillingsaufgaben bestehen sollten. Diese Vorhersage widerspricht jedoch den empirischen Beobachtungen.

Besonderheiten

Campbell (z.B. 1995) nimmt an, dass es spezifische Repräsentationen arithmetischer Fakten sowohl für einzelne Inputmodalitäten als auch für verschiedene Outputmodalitäten gibt (*encoding complex view*). Das Modell beschreibt Repräsentation und Abruf von Multiplikations- und Additionsfakten. Somit können auch Rechenartenfehler innerhalb dieser beiden Grundrechenarten erklärt werden. Ferner sagt das Modell auch das Auftreten von Operandenintrusionsfehlern vorher. Darüber hinaus können im Netzwerk-Interferenz-Modell Wechselwirkungen zwischen Antwortgeschwindigkeit und –genauigkeit (*speed-accuracy trade-off*) beschrieben werden. Schließlich werden auch Fehlerprimingeffekte modelliert, wie sie von Campbell und Kollegen empirisch beobachtet wurden (Campbell, 1987b; 1991; Campbell & Arbuthnott, 1996).

1.10.4. Hybriderklärungen für den Aufgabengrößeneffekt

Im Netzwerk-Abruf-Modell von Ashcraft und Kollegen (Stazyk et al., 1982; Ashcraft, 1987) wird der Aufgabengrößeneffekt durch die Stärke von Assoziationen innerhalb eines assoziativen Netzwerkes erklärt. Die Assoziationsstärke geht in diesem Modell hauptsächlich auf die Häufigkeit des Umgangs mit einer bestimmten Aufgabe zurück. Im Netzwerk-Interferenz-Modell von Campbell hingegen wird der Aufgabengrößeneffekt mit Interferenz durch konkurrierende ähnliche Aufgaben erklärt. Größere Aufgaben sind einander in diesem Modell ähnlicher als kleinere, weil sie durch einen komprimierten Größencode „zusammenrücken“.

Es gibt jedoch auch Evidenz für eine Interaktion von sowohl Assoziationsstärke (Frequenz) als auch Interferenz (Aufgabenähnlichkeit) beim Abruf einfacher arithmetischer Fakten. So fand Zbrodoff (1995) bei der Verifikation von alphabetischen Additionsaufgaben (z.B. A + 2 = C), dass unterschiedliche Darbietungsfrequenz nur zu Beginn des Trainings einen Aufgabengrößeneffekt bewirkte, zu dessen Ende jedoch nicht mehr. Interferenz zwischen verschiedenen Aufgaben verursachte zwar einen Aufgabengrößeneffekt auch zum Ende des Trainings, nicht aber, wenn die Aufgaben mit gleicher Häufigkeit dargeboten worden waren. Daraus schloss Zbrodoff (1995), dass nur eine Interaktion von Assoziationsstärke und Interferenz den Aufgabengrößeneffekt bewirkt.

Zu einer ähnlichen Schlussfolgerung gelangten Griffith & Kalish (2002). Nach der Methode mehrdimensionalen Skalierens (*multidimensional scaling approach*) ließen sie Versuchspersonen die Ähnlichkeit von Multiplikationsaufgaben bestimmen. Die dabei erhaltene Ähnlichkeitsmatrix zeigte einige charakteristische Eigenschaften, wie sie auch rezenten Modellen zur Repräsentation arithmetischer Fakten zugrunde liegen. Beispielsweise bildeten die Multiplikationsreihen verschiedener Operanden Cluster und der Abstand zwischen komplementären Aufgaben (z.B. 3 × 4 und 4 × 3) und Zwillingsaufgaben war besonders gering. In einer anschließenden Modellierung fanden Griffith & Kalish (2002), dass nur eine Interaktion zwischen verschiedener Darbietungshäufigkeit einzelner Aufgaben und Ähnlichkeit zwischen den Aufgaben bestmöglich typische Multiplikationsfehler und den Aufgabengrößeneffekt erzielen konnte, wie sie empirisch beobachtet werden.

1.10.5. Modell Identischer Elemente

Gegenstand

Das Modell Identischer Elemente wurde von Rickard und Kollegen Mitte der 90er Jahre vorgeschlagen (Rickard et al., 1994; Rickard & Bourne, 1995; 1996) und unlängst durch Rickard (2005) zum Revidierten Modell Identischer Elemente weiterentwickelt (*revised identical elements model, RIEM*). Es beschreibt die Repräsentation von arithmetischen Fakten im Langzeitgedächtnis und beschäftigt sich insbesondere auch mit der Beziehung zwischen einfachen Multiplikations- und Divisionsaufgaben. Das RIEM beschreibt die Repräsentation bei geübten Rechnern, die ein asymptotisches Leistungsniveau erreicht haben. Es lässt ausdrücklich die Möglichkeit offen, dass bei weniger geübten Rechnern andere Arten von Repräsentationen genutzt werden.

Funktionsweise

Dem RIEM zufolge besteht jeder Eintrag eines arithmetischen Fakts im Langzeitgedächtnis aus einer Repräsentation der Aufgabe (die beiden Operanden und das Rechenzeichen) und einer Assoziation zum Ergebnis, z.B. $(4, 7, \times) \rightarrow 28$. Das Modell nimmt separate Repräsentationen für jede Rechenart, jedes Paar von Operanden und jede Antwort an. Andererseits greifen sowohl verschiedene Modalitäten (z.B. auditiv oder visuell) als auch verschiedene Formate (z.B. arabische Zahlen oder geschriebene Zahlwörter) und bei kommutativen Rechenarten auch verschiedene (räumliche bzw. zeitliche) Operandenfolgen (z.B. 4×7 und 7×4) auf dieselbe Repräsentation zu. Für diese Annahmen sprechen einerseits Evidenz zu Transfereffekten bei Lernstudien mit gesunden Teilnehmern (Rickard & Bourne, 1995; 1996; Campbell, 1997a; Lefevre & Morris, 1999; Manly & Spoehr, 1999; Campbell, 1999a) und andererseits Störungsmuster bei Patienten, die beispielsweise ähnliche Defizite für Aufgaben mit unterschiedlicher Operandenfolge zeigten (McCloskey et al., 1991a). Spezifische Antwortmuster für eine bestimmte Operandenfolge bei Kindern (Siegler, 1986) oder Patienten (Hittmair-Delazer et al., 1994) werden insbesondere damit erklärt, dass zumindest teilweise kein Faktenabruf vorlag, sondern Rechenprozeduren verwandt wurden.

Operandenfehler

Die Integration des RIEM in ein assoziatives Netzwerkmodell zur Erklärung von Interferenzeffekten wie z.B. den Operandenfehlern ist laut Rickard (2005) zwar prinzipiell denkbar, aber derzeit noch nicht erfolgt.

Aufgabengrößeneffekt

Der Aufgabengrößeneffekt wird im Modell nicht explizit erklärt, aber in ihrer Diskussion argumentieren Rickard & Bourne (1996), dass die unterschiedliche Darbietungsfrequenz kleiner und großer Aufgaben sowohl perzeptuelle Vorgänge als auch den eigentlichen Abrufprozess beeinflussen könne (S. 1293).

Zwillingseffekt

Der Vorteil für Zwillingsaufgaben wird damit erklärt, dass deren Assoziationen zwischen Operanden und Ergebnis nicht nur im Zusammenhang mit Multiplikation (und Division), sondern auch im Zusammenhang mit Quadratwurzelaufgaben verstärkt werden (s.a. den folgenden Paragrafen „Besonderheiten“). Es handelt sich bei dieser Erklärung also um eine Variante des Frequenzarguments für den Aufgabengrößen- oder Zwillingseffekt (s.a. Netzwerkabruf- und Assoziationsverteilungsmodell). Damit ließe sich auch der Zwillingseffekt für einfache Divisionsaufgaben (z.B. 64 : 8) erklären, wie ihn beispielsweise Campbell & Gunter (2002) beobachtet haben.

Besonderheiten

Im RIEM sind nicht nur Assoziationen zwischen Operanden und den dazugehörigen Ergebnissen vorgesehen, sondern auch Assoziationen in die umgekehrte Richtung, z.B. 28 $\rightarrow$ (4, 7, $\times$). Diese können zur Faktorenzerlegung dienen, mit deren Hilfe Divisionsaufgaben auf Multiplikationsaufgaben zurückgeführt werden können. Dies gilt aber nur für ungeübte Rechner, während geübte Rechner auch Divisionsaufgaben als separate Fakten im Langzeitgedächtnis gespeichert haben. Faktorenzerlegung wird aber beispielsweise auch für die Bestimmung einer Quadratwurzel oder eines gemeinsamen Nenners von Brüchen benötigt. Assoziationen in der Richtung Ergebnis $\rightarrow$ Operanden bilden sich implizit aus, wenn ihre Entsprechungen in der entgegengesetzten Richtung erworben werden. Sie sind jedoch etwas schwächer als diese.

1.10.6. Assoziationsverteilungsmodell

Gegenstand

Das Assoziationsverteilungsmodell (*distribution of associations model; DOAM*) von Siegler (1988b; s.a. Siegler & Shrager, 1984; Lemaire & Siegler, 1995) beschreibt den Erwerb arithmetischer Fakten im Kindesalter und die Auswirkungen, welche die angenommene Art und Weise des Erwerbs auf Charakteristika der Repräsentation und des Abrufs arithmetischer Fakten bei Erwachsenen hat. Es macht darüber hinaus – insbesondere in seiner aktuelleren Version, dem adaptiven Strategiewahl-Modell (*adaptive strategy choice model*, *ASCM*) (Lemaire & Siegler, 1995; s.a.Siegler & Shipley, 1995;

Siegler & Lemaire, 1997) – jedoch auch Aussagen über den Entscheidungsprozess zwischen Gedächtnisabruf einerseits und Anwendung verschiedener Strategien oder Prozeduren andererseits. Demzufolge wird der direkte Abruf von Fakten aus dem Gedächtnis nur dann verwandt, wenn er als der effektivste und erfolgversprechendste Lösungsansatz beurteilt wird. Auf das DOAM bzw. ASCM wurde bereits im Abschnitt über den kindlichen Erwerb arithmetischer Fakten eingegangen (Abschnitt 1.4).

Funktionsweise

Zunächst verwenden Kinder Strategien und Prozeduren, um einfache Multiplikations (oder Additions-) aufgaben zu lösen. Für die Multiplikation kommt insbesondere die wiederholte Addition als Strategie in Frage (z.B. $7 \times 4 = 7 + 7 + 7 + 7$). Jede – auch jede falsche – Antwort führt zur Ausbildung bzw. Verstärkung einer Assoziation mit der gegebenen Aufgabe. Dadurch werden alle im Laufe des Erwerbsprozesses je gegebenen Antworten quasi als Assoziationsmuster „konserviert“ und zwar unabhängig davon, ob sie mittels Strategien gelöst oder aus dem Gedächtnis abgerufen wurden.

Der Abruf aus dem Gedächtnis läuft wie folgt ab: Eine gegebene Aufgabe aktiviert verschiedene Antworten (einschließlich dem richtigen Ergebnis und relatierten Antworten). Dabei bestimmt die Stärke der inzwischen akkumulierten Assoziationen dieser Antworten mit der gegebenen Aufgabe das Ausmaß der Aktivierung für eine jeweilige Antwort. Die Möglichkeit, eine Antwort aus dem Gedächtnis abzurufen, hängt von ihrer relativen Aktivierung ab, also der Aktivierung dieser Antwort im Verhältnis zur Gesamtaktivierung aller Antworten. Aus diesem Grund ist der Abruf einer Antwort stark von der Interferenz durch konkurrierende Antworten beeinflusst. Wenn die Aktivierung einer Antwort ein bestimmtes (je nach Situation veränderliches) Konfidenzkriterium übersteigt, kann die Lösung direkt aus dem Gedächtnis abgerufen werden. Dies erfolgt umso leichter, je stärker diese Antwort mit der Aufgabe assoziiert ist und je weniger Interferenz durch andere Antworten stattfindet. Wenn keine Antwort innerhalb eines festgesetzten Zeitintervalls das Konfidenzkriterium erreicht, kommt eine Hilfsstrategie zum Einsatz. In der neueren Version des Modells (Lemaire & Siegler, 1995; s.a. Siegler & Shipley, 1995; Siegler & Lemaire, 1997) ist Faktenabruf allerdings nicht mehr in jedem Fall der zuerst versuchte *Default*-Lösungsansatz. Vielmehr entscheidet ein Strategiebewertungsmechanismus vor jeder Beantwortung einer Aufgabe, welcher Lösungsweg der effektivste und erfolgversprechendste zu sein scheint. Faktenabruf wäre dann nur noch eine von mehreren Möglichkeiten, würde aber im Verlauf der Entwicklung zunehmend häufiger verwandt. In beiden Modellversionen werden Fehlerzahl, mittlere Antwortdauer und gewählter Lösungsweg durch die spezifische Assoziationsverteilungskurve einer Aufgabe bestimmt, wobei eine schmalgipflige Verteilung zu schnellen, sicheren Antworten per Gedächtnisabruf führt und eine breitgipflige Verteilung zur Anwendung von Prozeduren und Strategien bzw. fehleranfälligerem und langsameren Gedächtnisabruf.

Operandenfehler

Operandenfehler werden als Resultat der in der Erwerbsgeschichte verwandten Hilfsstrategien interpretiert. Demzufolge käme es bei der Anwendung dieser Strategien zu systematischen Fehlern. So könne das Lösen von Multiplikationsaufgaben mittels wiederholter Addition (z.B. $7 \times 4 = 7 + 7 + 7 + 7$), wenn dabei ein Schritt zuwenig oder zuviel ausgeführt wird, zu den charakteristischen Operandenfehlern führen ($7 \times 4 = 21$ bzw. 35), die dann in der Assoziationsverteilung „gespeichert“ würden. In der Tat fand Siegler (1988b; Experiment 2), dass dieser Fehlertyp sehr häufig auftritt (37%), wenn Kinder wiederholte Additionen ausführen.

Auch der relative Vorteil von Aufgaben mit 5 als Faktor und das Auftreten numerisch naher Fehler (z.B. $7 \times 4 = 29$) werden in diesem Modell auf die während des Erwerbsprozesses verwandten Hilfsstrategien zurückgeführt. So traten nur sehr wenige Fehler auf, wenn der Operand 5 wiederholt addiert wurde (3%). Der Anteil numerisch naher Fehler bei wiederholter Addition lag bei 45% (ebenda). Unklar bleibt hingegen, wie die Tatsache erklärt werden kann, dass zwar numerisch nahe Fehler bei der stark dominanten Hilfsstrategie (wiederholte Addition) häufiger vorkommen als Operandenfehler (45% vs. 37%), erstere aber beim Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis schon bei Dritt- und Viertklässlern deutlich seltener auftreten als letztere (56% vs. 20%; ebenda). Dieses Überwiegen von Operandenfehlern ist bei Erwachsenen sogar noch ausgeprägter (Campbell, 1995; 1997a; s.a. Abschnitt 1.9).

Aufgabengrößeneffekt

Auch der Aufgabengrößeneffekt wird im Sinne der Erwerbsgeschichte mit den im Kindesalter eingesetzten Strategien erklärt. Für größere Aufgaben würden komplexere Strategien eingesetzt, die häufiger zu Fehlern führten. Die Strategien für kleinere Aufgaben wären hingegen weniger fehleranfällig, so dass bei ihnen stärkere Assoziationen zwischen Aufgabe und richtiger Lösung ausgebildet würden als bei größeren Aufgaben, bei denen es auch zur Ausbildung von Konkurrenz-Assoziationen zwischen der Aufgabe und den bei Strategieanwendung produzierten falschen Lösungen komme. Die so frühzeitig entstandene, ungleiche Verteilung der Assoziationen von verschiedenen Aufgaben zu ihren richtigen Lösungen, aber auch zu Konkurrenzergebnissen bei kleineren und größeren Aufgaben bliebe Siegler zufolge auch langfristig bestehen und führte somit zum Aufgabengrößeneffekt auch beim Gedächtnisabruf von älteren Kindern und Erwachsenen.

Zwillingseffekt

Der Zwillingseffekt ist laut Siegler auf die Darbietungsfrequenz zurückzuführen. In seiner Analyse kamen Zwillingsaufgaben in zwei gängigen Mathematik-Schulbüchern 1,5 mal bzw. 1,3 mal häufiger vor als andere Aufgaben. Andere Autoren fanden allerdings keinen solchen Frequenzvorteil für Zwillingsaufgaben in Schulbüchern (Baroody, 1999; Verguts & Fias, 2005a).

Besonderheiten

Im Unterschied zu den meisten modernen Modellen zum Faktenabruf geht das DOAM nicht von der Existenz eines Netzwerkes arithmetischen Fakten aus, die durch den Fluss von Aktivierung und Inhibition miteinander verbunden sind. Vielmehr werden voneinander unabhängige Assoziationsverteilungen für jede einzelne Aufgabe angenommen.

Das Assoziationsverteilungsmodell kann den Erwerb von arithmetischen Fakten sowie die Wahl der jeweiligen Lösungsstrategie (Faktenabruf, Strategien oder Prozeduren) besser erklären als alle anderen aktuellen Modelle.

1.10.7. Modell integrierter Strukturen

Gegenstand

Das Modell integrierter Strukturen (*Integrated Structures Modell, ISM*) von Manly & Spoehr (1999) hat seinen Fokus weniger auf der Repräsentation arithmetischer Fakten selbst als vielmehr auf dem Zusammenspiel dieser Faktenrepräsentation mit anderen, konzeptuell relatierten aber gleichwohl abgrenzbaren Repräsentationen.

Funktionsweise

Dem Modell integrierter Strukturen zufolge aktivieren Multiplikationsaufgaben gleichzeitig (mindestens) drei unterschiedliche, aber stark assoziierte Repräsentationen im Langzeitgedächtnis: Eine Repräsentation arithmetischer Fakten (*whole facts representation*), einen analogen Größencode, der die ungefähre numerische Größe des Produkts repräsentiert und beispielsweise ein schnelles Abschätzen der ungefähren Antwortgröße ermöglicht (Moyer & Landauer, 1967; Dehaene, 1992; s.a. das Triple Code Modell und das Netzwerk-Interferenz-Modell), sowie eine Operandenreihen- (OR-) Repräsentation (*operand multiples representation*), die beispielsweise nützlich wäre, um den kleinsten gemeinsamen Nenner zu bestimmen oder in Schritten größer als Eins zu zählen (z.B. „5, 10, 15, 20…“). Beispielsweise aktiviert die Aufgabe 6 × 4 außer der Faktenrepräsentation {6 × 4 = 24} auch einen Bereich um die numerische Größe des Produkts, also etwa {22, 23, 24, 25, 26} sowie die Operandenreihen der beiden Faktoren {6, 12, 18, …,54} und {4, 8, 12, …, 36}. Alle drei Repräsentationen erhalten Input von der Aufgabe selbst und von den beiden anderen assoziierten Repräsentationen, und alle drei sind beim Abruf arithmetischer Fakten beteiligt, wobei sie teilweise miteinander konkurrieren. Der jeweilige Einfluss der verschiedenen Repräsentationen auf die Lösung kann sich von Aufgabenart zu Aufgabenart unterscheiden. Bei der Produktion des Ergebnisses ist die Faktenrepräsentation am wichtigsten und die OR-Repräsentation spielt eine weniger wichtige Rolle. Bei der Verifikation eines operandenrelatierten falschen Ergebnisses hingegen (z.B. 6 × 4 = 18) kann die OR-Repräsentation wichtiger werden.

Evidenz für die beschriebene Struktur liefern Manly & Spoehr (1999) mit Hilfe des so genannten Übungstransferparadigmas (*praxis transfer paradigm*). Dem ISM zufolge sollte eine wiederholte Produktion von Multiplikationsfakten u.a. auch zu einer Stärkung der OR-Repräsentation und zu deren besserer Integration in das Multiplikationswissen für diese Aufgabe führen. Das sollte sich in anschließenden Verifikationsaufgaben durch eine stärkere operandenrelatierte Interferenz bei geübten im Vergleich zu ungeübten Aufgaben zeigen. Beispielsweise sollte die Reaktionszeitdifferenz zwischen 6 × 4 = 28 (operandenrelatiert) und 6 × 4 = 29 (unrelatiert) größer sein als zwischen 8 × 3 = 32 (operandenrelatiert) und 8 × 3 = 31 (unrelatiert), wenn erstere Aufgabe zuvor geübt wurde, letztere jedoch nicht. Tatsächlich beobachteten Manly & Spoehr (1999) ein solches Ergebnismuster. Allerdings argumentierten Phenix & Campbell (2004), dass dieses zentrale Ergebnis von Manly & Spoehr (1999) auf eine Konfundierung im experimentellen Design zurückzuführen ist: Die operandenrelatierten falschen Antworten bei den geübten Aufgaben waren vielfach gleichzeitig auch die richtigen Ergebnisse von anderen geübten Aufgaben, während dies bei ungeübten Aufgaben ausgeschlossen war. Somit könnte die stärkere Interferenz bei geübten im Vergleich zu ungeübten Aufgaben von der Verwendung solcher zuvor als richtig geübter Ergebnisse herrühren. In der Tat zeigen Phenix & Campbell (2004), die mit einem sehr ähnlichen Design arbeiteten wie Manly & Spoehr (1999), dass eine separate Analyse nur solcher Aufgaben, bei denen die operandenrelatierten falschen Antworten nicht gleichzeitig auch richtige Antworten aus dem Übungsset waren, zum genau umgekehrten Ergebnis führt: Ein kleinerer operandenrelatierter Interferenzeffekt für geübte Aufgaben. Dieses Ergebnis ließe sich im Sinne Abruf-induzierten Vergessens (*retrieval-induced forgetting*) erklären. Nach Anderson und Kollegen (Anderson, Bjork, & Bjork, 1994; Anderson & McCulloch, 1999) sollte die wiederholte Übung eines bestimmten Subsets von Fakten zur Unterdrückung relatierter aber ungeübter Fakten führen und nicht zu ihrer Stärkung, wie dies von Manly & Spoehr (1999) angenommen wird. Es bleibt jedoch anzumerken, dass auch das Ergebnis von Phenix & Campbell (2004) prinzipiell für die Existenz einer Operandenreihen-Repräsentation spricht, nur dass deren wiederholte Aktivierung in der Trainingsphase sich durch eine reduzierte und nicht durch eine erhöhte operandenrelatierte Interferenz in der Testphase zeigt. Es bleibt anhand der Daten von Phenix & Campbell (2004) auch offen, ob diese OR-Repräsentation separat existiert, wie von Manly & Spoehr (1999) vorgeschlagen, oder ob sie in das Faktennetzwerk selbst integriert ist, wie dies andere in diesem Abschnitt vorgestellte Modelle annehmen (z.B. das Netzwerk-Abruf-Modell oder die Netzwerk-Interferenz-Theorie).

Operandenfehler

Operandenfehler entstehen dem ISM zufolge durch die zusätzlich zur Aktivierung des richtigen arithmetischen Fakts auftretende Koaktivierung der Operandenreihen der beiden Faktoren.

Aufgabengrößeneffekt

Der Aufgabengrößeneffekt wird eher spekulativ entweder auf die Auftretenshäufigkeit einzelner Aufgaben (s.a. das Netzwerk-Abruf-Modell von Ashcraft) oder auf eine allgemeine Präferenz des analogen Größencodes für kleine Zahlen zurückgeführt. Als weitere Möglichkeit wird diskutiert, dass der Übergang von Hilfsstrategien zum Faktenabruf für große bzw. schwere Aufgaben im Erwerbsprozess relativ gesehen zügiger erfolgen könnte als für kleine bzw. leichte Aufgaben, da Hilfsstrategien für letztere schneller und einfacher zum Erfolg führen als für erstere. Deshalb wiesen große schwere Aufgaben „weniger integrierte“ Strukturen auf, d.h., sie verfügten über weniger starke Repräsentationen des analogen Größencodes oder der Operandenreihen bzw. weniger starke Verknüpfungen dieser Repräsentationen mit dem Faktenwissen. Gut integrierte (leichte) Fakten könnten schneller und sicherer abgerufen werden als schlecht integrierte (schwere) Fakten, da sie (kooperative) Aktivierungen der verschiedenen Repräsentationen erhalten, während schwere Aufgaben lediglich im Faktennetzwerk selbst nennenswert aktiviert würden.

Das gleiche Argument kann auch auf den Fünfereffekt angewandt werden: Da die wiederholte Addition mit 5 besonders leicht ist, würde der Übergang zum reinen Faktenabruf relativ spät erfolgen und demnach wiesen 5er-Aufgaben besonders gut integrierte Repräsentationen (also eine relativ stark mit dem Faktenwissen assoziierte OR-Repräsentation) auf.

Zwillingseffekt

Der Zwillingseffekt kommt laut Manly & Spoehr (1999) dadurch zustande, dass Zwillingsaufgaben nur eine Operandenreihe aktivieren und nicht – wie andere Aufgaben – zwei solcher Reihen. Diese eine aktivierte Operandenreihe unterstützt in Folge nur halb so viele Kandidaten in der Faktenrepräsentation und da die Antwortzeit bzw. Fehlerzahl stark von der Anzahl konkurrierender Antwortkandidaten abhängt, könnten Zwillingsaufgaben schneller und sicherer beantwortet werden als andere.

Besonderheiten

Die Integration verschiedener Arten von Repräsentationen zu einem „Multiplikationswissen“ könnte während des Erwerbs beispielsweise durch die Abarbeitung von Hilfsstrategien entstehen. So könnten OR-Repräsentationen auf die Hilfsstrategie der wiederholten Addition zurückgehen. Anders als im Assoziationsverteilungsmodell von Siegler (s.o.) würden aber nicht allein fehlerhafte Anwendungen der wiederholten Addition solche OR-Repräsentationen bewirken, sondern grundsätzlich alle Anwendungen dieser Strategie.

1.10.8. Modell Interagierender Nachbarn

Gegenstand

Unlängst schlugen Verguts und Fias (2005a; s.a. Verguts & Fias, 2005b) ein konnektionistisches Modell Interagierender Nachbarn (*Interacting Neighbors Model*; IN-Modell) zur Repräsentation und zum Abruf von Multiplikationsfakten vor, mit dem sie die wichtigsten bisher akkumulierten empirischen Beobachtungen erklären können. Dies sind der Aufgabengrößen-, der Zwillings- und der Fünfer-Effekt sowie Interferenzeffekte bei operandenrelatierten Aufgaben. Gleichzeitig wird die Auffassung von einer getrennten Verarbeitung der Einer- und Zehnerstelle bei mehrstelligen Zahlen in das Modell integriert, wie sie insbesondere von Nuerk, Willmes und Kollegen vertreten wird (Nuerk, Weger, & Willmes, 2001; Nuerk & Willmes, 2005), was gleichzeitig zu neuen Vorhersagen führt.

Funktionsweise

Innerhalb der Kernkomponente des IN-Modells, dem *semantischen Feld*, ist die Repräsentation der Multiplikationsaufgaben nach der Größe ihrer Faktoren organisiert, d.h. Aufgaben mit ähnlich großen Operanden sind einander benachbart (z.B. 6 × 7 und 7 × 7). Dabei ist – motiviert durch Evidenz von Sokol et al. (1991), Rickard et al. (1994), Rickard & Bourne (1996), Campbell (1999a) sowie Butterworth et al. (2003) – nur eine der beiden komplementären Formen einer Aufgabe gespeichert, also entweder das Format *Groß × klein* oder das Format *klein × Groß*. Aus dem semantischen Feld heraus werden zwei Klassen von Zahlenrepräsentationen graduell aktiviert – eine für die Einer- und eine für die Zehnerstelle. Diese Zahlenrepräsentationen wiederum aktiveren die Repräsentation eines Ergebnisses im so genannten Antwortfeld.

Bei Präsentation einer Aufgabe (z.B. 7 × 4) werden im semantischen Feld die Knoten verschiedener benachbarter Multiplikationsaufgaben (z.B. 7 × 3; 7 × 5; 6 × 4;

8 × 4) zu einem gewissen Grad aktiviert (für entsprechende empirische Evidenz s. z.B. Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen, Rösler, & Jost, 1999; Galfano et al., 2003). Zwischen verschiedenen Antwortkandidaten (dem richtigen Ergebnis und Ergebnissen von Aufgaben in der Nachbarschaft) kommt es zu kooperativen und kompetitiven Interaktionen: Wenn verschiedene Antwortkandidaten die gleiche Einer- oder Zehnerstelle aktivieren, führt das zu einer kooperativen Interaktion und der Abruf erfolgt vergleichsweise leicht. Wenn hingegen verschiedene Antwortkandidaten unterschiedliche Einer- oder Zehnerstellen aktivieren, ist das eine kompetitive Interaktion, die den Abruf erschwert. Beispielsweise führt die Aktivierung der falschen Antwort 21 bei der Aufgabe 7 × 4 zu einer kooperativen Interaktion bei der Zehnerstelle, die Aktivierung der falschen Antwort 35 hingegen zu einer kompetitiven Interaktion (ähnliche Ideen finden sich bereits bei Campbell, 1995).

Operandenfehler

Die Organisation des semantischen Feldes in Zeilen und Spalten bewirkt eine stärkere Koaktivierung operandenrelatierter als unrelatierter Aufgaben. Dieses Prinzip wurde von Tafelsuchmodellen bzw. vom Netzwerk-Abruf-Modell entlehnt (s.o.), nur dass die Anordnung jetzt nicht mehr einem Viereck sondern einem Dreieck entspricht, da komplementäre Aufgaben nur einmal repräsentiert sind. Die Aktivierung einer Aufgabe im semantischen Feld entspricht der Summe der Aktivierungen durch die Input-Felder der beiden Operanden, womit üblicherweise die richtige Aufgabe am stärksten aktiviert wird.

Aufgabengrößeneffekt

Im IN-Modell kann der Aufgabengrößeneffekt mit einer stärker kooperativen Aktivierung von Zehner-Antwortknoten bei kleineren im Vergleich zu größeren Aufgaben erklärt werden, d.h. verschiedene kleinere Faktoren aktivieren gemeinsam den gleichen Zehner-Antwortknoten. Beispielsweise aktivieren bei der Zielaufgabe 5 × 3 die im semantischen Feld benachbarten Aufgaben 5 × 2, 6 × 3 und 4 × 3 die gleiche Zehnerstelle (1_) (sie sind „zehnerkonsistent“) und nur die Nachbaraufgabe 5 × 4 aktiviert eine andere Zehnerstelle (2_) (sie ist „inkonsistent“). Bei Aufgaben mit größeren Faktoren kommt es hingegen zu einer weniger kooperativen Aktivierungen von Zehner-Antwortknoten, was im Umkehrschluss zu einer größeren kompetitiven Interaktion unter diesen

Knoten und somit zu langsameren und fehleranfälligeren Antworten bei größeren Aufgaben – also dem Aufgabengrößeneffekt – führt. So hat die Aufgabe 8 × 7 nur vier inkonsistente und keinen konsistenten direkten Nachbarn. Große Aufgaben haben demnach ein „doppeltes Handicap“: Eine fehlende kooperative Aktivierung einerseits und zusätzliche kompetitive Aktivierung anderer Einer- bzw. Zehnerstellen.
Durch eine zusätzliche Implementierung unterschiedlicher Darbietungshäufigkeiten nach den Frequenzangaben von Ashcraft & Christy (1995) erzeugte die Simulation von Verguts & Fias (2005a; Simulation 2) einen Aufgabengrößeneffekt nicht nur in den RZ- sondern auch in den Fehlerdaten. Wie die Autoren betonen, ist Frequenz im IN-Modell jedoch keineswegs eine wichtige Variable, da die meisten Effekte (einschließlich des Aufgabengrößeneffekts für Reaktionszeiten) auch ohne diese Variable erzeugt werden konnten.

Zwillingseffekt

Im IN-Modell geht der Zwillingseffekt auf Besonderheiten der Repräsentation im semantischen Feld zurück. Demzufolge haben Zwillingsaufgaben weniger Nachbarn und folglich weniger Konkurrenten als andere Aufgaben.

Besonderheiten

Charakteristische Eigenschaften der Entwicklung des Faktenwissens bei Kindern konnten durch Verguts & Fias (2005a) simuliert werden (Simulation 3), indem weniger spitzgipflige Assoziationen zwischen einer Aufgabe und der entsprechenden Repräsentation im semantischen Feld implementiert wurden, was einer geringeren Darbietungshäufigkeit der Aufgaben entsprechen soll. Dadurch stiegen die Reaktionszeiten und Fehlerraten des Systems an (Campbell & Graham, 1985), der Aufgabengrößeneffekt schwächte sich ab (Groen & Parkman, 1972; Campbell & Graham, 1985; Koshmider & Ashcraft, 1991), der Anteil von Operandenfehlern nahm ab und ihr Operandensplit (also die Entfernung eines Operandenfehlers vom richtigen Ergebnis gemessen als Anzahl der abweichenden Operanden) nahm zu (Campbell & Graham, 1985; Butterworth et al., 2003) (Referenzen in Klammern für entsprechende empirische Beobachtungen bei Schülern).

In der Beschreibung des IN-Modells bleibt unerwähnt, wie Multiplikationsaufgaben mit einstelligen Ergebnissen bzw. mit Ergebnissen im Bereich zwischen 11 und

19 (*teens*) verarbeitet werden. Sie scheinen jedoch unterschiedslos wie alle anderen Aufgaben behandelt worden zu sein, wobei die Zehnerstelle bei einstelligen Zahlen jeweils auf 0 gesetzt wurde. Es ist jedoch bislang ungeklärt, ob eine leere Zehnerstelle tatsächlich vergleichbar verarbeitet wird wie eine gefüllte. Die Annahme, Zahlen zwischen 11 und 19 würden wie andere zweistellige Zahlen verarbeitet, scheint nur für die arabische Modalität haltbar zu sein. In den verbalen Modalitäten (mündlich und schriftlich) kommt es in vielen der Sprachen, die üblicherweise von den getesteten Versuchspersonen gesprochen werden (z.B. Englisch, Französisch, Deutsch, Niederländisch), ganz oder teilweise zur Inversion von Einer- und Zehnerstelle (1**3** > **drei**zehn) oder das Zahlwort ist hinsichtlich des Positionssystems opak (z.B. elf). Das Inversionsproblem gilt für das Deutsche und das Niederländische auch für die anderen zweistelligen Zahlen (z.B. 2**3** > **drei**undzwanzig). Die Auswirkungen von unbesetzten, opaken oder invertierten Positionen werden jedoch im Modell nicht erklärt. Kann beispielsweise im Englischen bei der Aufgabe 3 × 5 die Einerstelle des richtigen Ergebnisses (**fif**teen) mit der Einerstelle der relatierten Antwort 25 (twenty **five**) kooperieren, obwohl bei ersterer eine Inversion vorliegt, bei letzterer jedoch nicht?

1.10.9. Die Repräsentation arithmetischer Fakten in Form eines assoziativen Netzwerkes

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die meisten aktuellen Modelle zur mentalen Repräsentation arithmetischer Fakten von einer netzwerkartigen Struktur assoziativer Verknüpfungen ausgehen (Ashcraft, 1987; McCloskey & Lindemann, 1992; Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005a); eine Ausnahme bilden Rickard (2005) und Siegler (1988b). Dafür gibt es inzwischen auch Evidenz aus verschiedenen Bereichen:

a) Fehler in der Produktion von Rechenergebnissen treten nicht zufällig auf. Vielmehr lassen sich systematische Beziehungen zwischen Fehlreaktionen und den richtigen Antworten zu einer Aufgabe feststellen. Für eine Netzwerkstruktur der mentalen Repräsentation arithmetischer Fakten sprechen insbesondere Operandenfehler (z.B. 4 × 7 = 21) und Rechenartenfehler (z.B. 4 × 7 = 11; z.B. Miller et al., 1984; Miller & Paredes, 1990; Koshmider & Ashcraft, 1991; Campbell, 1995; s.a. Abschnitt 1.9).

b) Ein Spiegelbild systematischer Fehler in der Produktion sind Interferenzeffekte bei vorgegebenen relatierten „nein“-Antworten in der Verifikation. Hier führen Operandenfehler und Rechenartenfehler zu längeren Antwortzeiten als unrelatierte „nein“-Antworten (z.B. Winkelman & Schmidt, 1974; Zbrodoff & Logan, 1986; Campbell, 1987b; s.a. Abschnitt 1.11).
c) Evidenz für eine Netzwerkstruktur der mentalen Repräsentation arithmetischer Fakten liefern auch Ergebnisse aus Primingstudien. Dabei kann der Abruf richtiger Fakten sowohl fazilitiert als auch durch Interferenz erschwert werden. Andererseits kann auch die Produktion falscher Antworten durch Priming begünstigt werden (Campbell, 1987b; 1991; Koshmider & Ashcraft, 1991; Meagher & Campbell, 1995; Campbell & Arbuthnott, 1996).
d) Für eine netzwerkartige Repräsentation arithmetischer Fakten spricht ferner, dass diese automatisch auch in solchen Aufgaben assoziiert werden, für die ihr Abruf gar nicht notwendig ist (s.a. Abschnitt 1.11). Zu dieser Art von Evidenz gehören beispielsweise Zahlenidentifikations- (ZI-) Experimente (Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2003; Rusconi et al., 2004), Bisektionsaufgaben (Nuerk, Geppert, van Herten, & Willmes, 2002) sowie Aufgaben zum Paritätsentscheiden (Graf, Nuerk, & Willmes, 2003) (s.a. Abschnitt 1.11).
e) Schließlich lieferten auch Untersuchungen mit der Methode ereigniskorrelierter elektrischer Potenziale Hinweise auf eine Repräsentation arithmetischer Fakten in Form semantischer Netzwerke. Sowohl beim Lösen von Verifikationsaufgaben (Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen et al., 1999) als auch in ZI-Paradigmen (Galfano et al., 2004) führt die Präsentation von unterschiedlich stark multiplikativ relatierten Antworten (Produkte, Operandenfehler, nicht relatierte Items) zu einer abgestuften Komponente, die als N400 interpretiert werden kann (s.a. Abschnitt 1.12).

Die meisten der bis hierher vorgestellten Modelle beschäftigen sich allerdings nicht mit der Frage, wie unterschiedliche Rechenarten repräsentiert sind oder in welchem Format

Speicherung und Abruf erfolgen. Was letzteren Punkt betrifft, so kann man annehmen, dass die Autoren implizit von der Repräsentation in einem abstrakten Format ausgehen (für eine Ausnahme s. Campbell, 1994). Die neuropsychologischen Modelle, die im Folgenden kurz beschrieben werden sollen, beschäftigen sich vorrangig mit diesen Fragen. Sie ignorieren dabei aber weitgehend den Erwerbsprozess und Reaktionszeitphänomene wie den Aufgabengrößeneffekt, oder sie schreiben ihn peripheren Prozessen zu.

1.10.10. Modell zentraler abstrakter Zahlenrepräsentationen

McCloskey und Mitarbeiter (McCloskey et al., 1985; 1992; Sokol et al., 1991; McCloskey, 1992) gehen von einer modularen Organisation der Zahlenverarbeitung und des Rechnens aus mit einem zentralen semantischen System, auf das bei allen Rechenaufgaben unabhängig vom Inputformat zugegriffen wird. Alle Zahlenformate (gesprochene und geschriebene Zahlwörter sowie arabische Zahlen) werden demzufolge in abstrakte Repräsentationen überführt, welche die Größe einer Zahl spezifizieren und als Input für das Rechensystem dienen. Letzteres besteht aus je einer Komponente für arithmetische Fakten, prozedurales Wissen und die Verarbeitung von Rechenzeichen. Somit sagt das Modell von McCloskey vorher, dass arithmetische Fakten unabhängig von ihrem Inputformat (<3 × 4>, /draɪ mal viːᵃ/ oder <drei mal vier>) in ein und demselben zentralen und amodalen System verarbeitet werden. Lediglich die In- und Outputprozesse verlaufen in dem Modell modalitätsspezifisch. Innerhalb des Rechenmoduls im zentralen System wären die einzelnen Rechenarten (z.B. Multiplikation und Addition) separat gespeichert.

Für ein solches amodales semantisches System als zentrale „Schnittstelle“ beim Lösen verschiedener Rechenarten in verschiedenen Modalitäten sprechen nach Ansicht von McCloskey und Kollegen gleichartige Rechenstörungen bei der Überprüfung in unterschiedlichen Modalitäten wie beim Patienten PS (Sokol et al., 1991). Dieser Patient hatte unabhängig von den jeweiligen In- und Outputmodalitäten (insgesamt wurden neun verschiedene Kombinationen getestet) eine bemerkenswert übereinstimmende Fehlerrate (zwischen 12% und 14%). Darüber hinaus waren seine Fehlerkonstanz und –konsistenz außerordentlich hoch, d.h. PS machte unabhängig von der getesteten Modalität bei immer denselben Aufgaben praktisch immer gleiche Fehler (für einen in dieser Beziehung ähnlichen Fall siehe Cohen & Dehaene, 1994).

Die eigentliche Faktenabrufkomponente wird im Modell selbst allerdings nicht näher spezifiziert. McCloskey & Lindemann (1992) beschreiben jedoch die konnektionistische Computersimulation MATHNET zum Abruf arithmetischer Fakten, die auf den Grundideen des Modells zentraler abstrakter Zahlenrepräsentationen beruht. Ein Aufgabengrößeneffekt konnte in MATHNET erzielt werden, wenn kleine Aufgaben häufiger „gelernt“ wurden als große Aufgaben. Allein die Variation der Erwerbsreihenfolge (kleine Aufgaben vor großen oder umgekehrt) konnte hingegen keinen Aufgabengrößeneffekt bewirken. Weder ein Zwillingseffekt noch ein Vorteil für Aufgaben mit dem Operanden 5 wurden im Output von MATHNET beobachtet. In Hinblick auf die in der Simulation produzierten Fehlermuster gab es sowohl Ähnlichkeiten als auch Unterschiede zu normalem oder beeinträchtigtem menschlichen Verhalten. So produzierte sowohl das heile als auch das „lädierte“ Netzwerk überwiegend Operandenfehler. Andererseits wurden komplementäre Aufgaben mit unterschiedlicher Operandenfolge offensichtlich – anders als im menschlichen Verhalten zu beobachten – unterschiedlich verarbeitet. So produzierte das „lädierte“ Netzwerk „C-L“ bei der Aufgabe 7 × 6 ausschließlich falsche Antworten, bei der komplementären Aufgabe 6 × 7 jedoch keine einzige. Einschränkend betonen aber auch McCloskey & Lindemann (1992) selbst, dass eine solche Simulation, selbst wenn sie das menschliche Verhalten sehr gut nachahmt, kaum theoretische Erklärungen für selbiges liefern kann.

McCloskey und Kollegen äußern sich praktisch nicht zur internen Struktur der mentalen Repräsentation arithmetischer Fakten. Einige Aussagen des McCloskey-Modells zum Faktenabruf sind jedoch spezifisch genug, um möglicherweise eine Angriffsfläche für kritische Einwände zu bilden: a) Der Abruf arithmetischer Fakten ist separierbar von komplexen Rechenprozeduren und der Verarbeitung von Rechenzeichen. b) Fakten verschiedener Rechenarten sind separat repräsentiert. c) Der Aufgabengrößeneffekt geht möglicherweise auf die Frequenz, wahrscheinlich jedoch nicht auf die Reihenfolge der Konfrontation mit den einzelnen Aufgaben in der Erwerbsgeschichte zurück. d) Das In- und Outputformat für das Faktenabrufsmodul sind abstrakte Repräsentationen, die in den meisten Kulturen mit der Basis 10 in verschiedenen Potenzen operieren. Daraus folgt gleichzeitig, dass der Abruf arithmetischer Fakten unabhängig von der Modalität der Aufgabe oder der Antwort erfolgen sollte.

Die Separierbarkeit der Repräsentation und des Abrufs arithmetischer Fakten von der Verarbeitung komplexerer Rechenprozeduren oder Rechenzeichen scheint weitgehend unstrittig. Entsprechende Evidenz wurde in den Abschnitten 1.1 und 1.1 zusammengefasst. Nicht unumstritten ist hingegen die Annahme einer separaten Repräsentation der verschiedenen Rechenarten. Einen Überblick über die diesbezügliche Diskussion gibt Abschnitt 1.5. Die verschiedenen Erklärungen zum Aufgabengrößeneffekt einschließlich der Argumente für und gegen einen frequenzbasierten Ansatz wurden bereits weiter oben in diesem Abschnitt vorgestellt.

1.10.11. Obligatorische Verarbeitung über zentrale abstrakt-semantische Repräsentationen?

Den heftigsten Widerspruch provozierten McCloskey und Kollegen wohl jedoch mit der Kernaussage des Modells selbst – mit der Annahme der obligatorischen Verarbeitung über ein modalitätsunabhängiges, abstrakt-semantisches System bei allen grundlegenden numerischen Leistungen (also sowohl beim Transkodieren als auch beim Rechnen). Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, die aus dem Bereich des Transkodierens stammende Evidenz gegen diese Annahme zu diskutieren. Einen guten Überblick findet man bei Noël (2001). Angesichts dieser Evidenz schlugen Cipolotti und Butterworth (Cipolotti, 1995; Cipolotti & Butterworth, 1995) eine Version des Modells vor, die (in Analogie zur Wortverarbeitung) auch eine asemantische Verarbeitungsroute zum Transkodieren enthielt.

Es gibt jedoch auch Argumente speziell gegen die Annahme, dass der Abruf arithmetischer Fakten völlig unabhängig vom Darbietungsformat der Aufgabe erfolgt. So ließen Campbell & Clark (1992b) Versuchspersonen einfache Multiplikationsaufgaben in zwei Formaten lösen: arabische Zahlen und geschriebene Zahlwörter. Die Teilnehmer benötigten länger und produzierten mehr Fehler, wenn die Aufgaben in Zahlwörtern präsentiert wurden. Entscheidend ist jedoch, dass dieser Vorteil zugunsten arabischer Zahlen für schwere (große) Aufgaben ausgeprägter war als für leichte (kleine), selbst wenn die Länge der verschiedenen Zahlwörter in Betracht gezogen und Zwillingsaufgaben gesondert berücksichtigt wurden. Aber nicht nur die Anzahl, sondern auch die Art der Fehler unterschied sich für die beiden Notationen. So waren die falschen Antworten in der Zahlwortbedingung numerisch deutlich weiter vom Ziel entfernt als bei arabischen Zahlen. Zudem war der Anteil an Benennfehlern (z.B. 4 × **8** = **8** oder **4** × **8** = **48**) und Operandenintrusionen (z.B. 9 × **6** = 5**6** oder **7** × 9 = **7**2) bei Präsentation von Zahlwörtern wesentlich höher als bei Präsentation von arabischen Zahlen. Beide Arten von Fehlern kann man mit einem Priming (eines Teils) der Antwort durch die

Operanden der Aufgabe erklären (s. Abschnitt 1.9). Dieses Priming betrifft offensichtlich (auch) den Faktenabruf selbst und nicht (nur) die Output-Komponenten, worauf der überzufällig hohe Anteil an operandenrelatierten Fehlern hinweist, die in Folge solcher Primingeffekte entstehen (s. Abschnitt 1.9).

Solch unterschiedliche Muster der Reaktionszeiten, Fehlerzahlen und Fehlerarten für die Präsentation derselben Aufgaben in verschiedenen Formaten sind vom McCloskey-Modell nicht leicht zu erklären. McCloskey et al. (1992) kritisierten allerdings mehrere Punkte der Studie von Campbell & Clark (1992a). Dies betraf sowohl Aspekte der Methode als auch der Interpretation (für eine erste direkte Antwort s. Campbell, 1992). In der folgenden Diskussion erhielt eines der Argumente von McCloskey et al. (1992) die größte Aufmerksamkeit: Wenn man tatsächlich eine Interaktion zwischen Präsentationsformat und Aufgabengrößeneffekt beobachten kann, so ist diese aber möglicherweise nicht auf einen Faktenabruf in unterschiedlichen Formaten zurückzuführen, sondern vielleicht nur auf besondere Charakteristika des Enkodierens der Aufgabe in verschiedenen Notationen. Eine denkbare Erklärung lautete demnach wie folgt: Größere Zahlen haben allgemein eine geringere Auftretenshäufigkeit als kleinere Zahlen (Dehaene & Mehler, 1992). Dies gilt prinzipiell sowohl für arabische Zahlen als auch für geschriebene Zahlwörter. Allerdings ist der Häufigkeitsunterschied zwischen kleinen und großen einstelligen Zahlen (den Operanden für einfache Rechenaufgaben) in der arabischen Notation weniger stark ausgeprägt als für geschriebene Zahlwörter. Deshalb könnte ein stärkerer Aufgabengrößeneffekt mit Zahlwörtern allein auf die deutlichere Zunahme der Enkodierzeit für größere Operanden in dieser Notation im Vergleich zu den arabischen Zahlen zurückzuführen sein. Die unterschiedlichen Fehleranzahlen und -arten ließen sich dann mit einer „Deadline-Hypothese“ erklären: Da die Versuchspersonen bemüht sind, möglichst gleich schnell zu antworten, das Enkodieren in der Zahlwortbedingung aber länger dauert als mit arabischen Zahlen, nehmen sie bei Zahlwortaufgaben mehr Fehler bzw. Fehler mit einer größeren semantischen Abweichung von der richtigen Antwort in Kauf als mit arabischen Zahlen.

Praktisch alle nachfolgenden Studien, die sich mit der These einer einheitlichen, abstrakt-semantischen Repräsentation beim Lösen einfacher Rechenaufgaben beschäftigten, widmeten dem Problem der Unterscheidbarkeit des Wirkungsortes von Formateffekten (auf das Enkodieren der Operanden einerseits und auf den tatsächlichen Abruf arithmetischen Fakten andererseits) besondere Aufmerksamkeit (Vorberg & Blankenberger, 1993; Campbell, 1994; 1998; 1999b; Noël et al., 1997; Blankenberger & Vorberg, 1997; Campbell & Fugelsang, 2001; Campbell et al., 2004; Campbell & Epp, 2004). Dabei konnten sie mehrfach die wesentlichen Ergebnisse der Studie von Campbell & Clark (1992a) replizieren: Auch sie fanden unterschiedliche Fehlermuster für unterschiedliche Präsentationsformate (z.B. mehr Rechenartfehler bei arabischen Zahlen als bei Zahlwörtern oder chinesischen Zahlensymbolen) sowie eine Interaktion der Notation der Aufgabenpräsentation mit dem Aufgabengrößeneffekt. Darüber hinaus konnten die meisten dieser Studien aber auch das Argument von McCloskey et al. (1992), es könne sich dabei ausschließlich um Effekte handeln, die lediglich das Enkodieren, nicht aber den Faktenabruf selbst beträfen, weitgehend entkräften.

Eine Ausnahme bildet dabei die Untersuchung von Noël et al. (1997). Auch diese Autoren beobachteten außer je nach Präsentationsformat unterschiedlichen Fehlermustern einen stärkeren absoluten Aufgabengrößeneffekt für Multiplikationsaufgaben mit Zahlwörtern als mit arabischen Zahlen. Allerdings gab es einen gleichartigen Unterschied auch für eine Zahlenzuordnungsaufgabe, in der die Versuchspersonen entscheiden mussten, ob arabische Zahlen bzw. Zahlwörter vorher gezeigten Punktmustern entsprachen. Unterschiedliche Größeneffekte für beide Notationen in dieser Aufgabe (wie auch beim Multiplizieren) sprechen gegen eine funktionale Lokalisation auf der Ebene des Faktenabrufs, da beim Zahlenzuordnen ja gar kein Faktenabruf stattfindet. Des Weiteren wiesen die Autoren darauf hin, dass es irreführend sein kann, den Aufgabengrößeneffekt nur in absoluten Differenzen zu messen, da es ja einen Haupteffekt für die Notationen gibt, derart, dass Zahlwörter generell langsamer verarbeitet werden als arabische Zahlen. In der Tat kehrte sich die Stärke des Größeneffekts sogar um, wenn man ihn prozentual betrachtete (24,1% in der Wortbedingung und 26,8% in der Bedingung mit arabischen Zahlen). Außerdem verringerte sich die Interaktion zwischen Präsentationsformat und Aufgabengröße mit zunehmender Praxis in den Multiplikationsaufgaben. Auch das ist ein Befund, der sich mit einer Lokalisation auf der Ebene des Faktenabrufs nicht in Übereinstimmung bringen lässt, sondern nach Meinung der Autoren eher mit einer Lokalisation auf der Ebene des Enkodierens der Aufgabe erklärbar ist. Schließlich fanden Noël et al. (1997) vergleichbare Intrusionsfehler für französischsprachige wie für niederländisch sprechende Teilnehmer (s. Abschnitt 1.9). Diese Beobachtung lässt sich nicht als aus dem Lesen der Aufgabe entstehende Interferenz mit der Faktenabrufkomponente erklären, wie von Campbell & Clark (1992a) vorgeschlagen.

Vielmehr interpretieren Noël et al. (1997) dieses Ergebnis als Beleg für eine Interferenz mit der Output-Verarbeitung.[10]

Campbell (1998) wiederum deckte jedoch einige Schwachpunkte der Studie von Noël et al. (1997) auf. Insbesondere konnte er in einer Reanalyse der Daten nachweisen, dass sich die Aussage nicht halten ließ, niederländisch und französisch sprechende Teilnehmer hätten vergleichbare Intrusionseffekte gezeigt. Vielmehr produzierten erstere im Vergleich zu letzteren bei verbaler Aufgabenpräsentation tatsächlich deutlich mehr Intrusionsfehler auf der Zehnerstelle des Ergebnisses, die im arabischen Zahlsystem als inkongruent klassifiziert werden müssten (z.B. **vier** × acht = **vier** en twintig [2**4**]). Dies lässt sich nach der von Noël et al. (1997) selbst eingeführten Operationalisierung nur mit sprachspezifischen Einflüssen auf den Abruf arithmetischer Fakten erklären, im konkreten Fall mit dem Einfluss der Inversion zweistelliger Zahlwörter im Niederländischen (s. Abschnitt 1.9). Auf die anderen Argumente von Noël et al. (1997), also z.B. auf die Lerneffekte und auf die Umkehrung der Interaktion von Notation und Aufgabengrößeneffekt bei relativer anstelle von absoluter Betrachtung geht Campbell (1998) allerdings nicht ein.

Wie bereits angedeutet, gibt es jedoch eine Reihe von Hinweisen aus anderen Untersuchungen darauf, dass verschiedene Aufgabenformate sich nicht nur auf die Enkodierphase auswirken können. Ein wichtiges Argument ist hierbei die von mehreren Autoren beschriebene Interaktion der Antwortzeiten zwischen dem Darbietungsformat und der Rechenart (Vorberg & Blankenberger, 1993; Campbell, 1994; Blankenberger & Vorberg, 1997). So konnten die Versuchspersonen von Vorberg & Blankenberger (1993; Experiment 2) dargebotene Multiplikationsaufgaben schneller lösen als Additionsaufgaben, wenn diese mit arabischen Zahlen dargeboten wurden; sie zeigten aber das umgekehrte Muster (Addition schneller als Multiplikation) mit Punktmustern im Würfelformat. Da sich ein unterschiedliches Enkodieren beider Notationen auf alle Rechenarten gleich auswirken sollte, scheidet eine Erklärung auf der Basis von Enkodier-Effekten offensichtlich aus.

[10] Diese Interpretation würde eine Modifizierung des Modells von McCloskey und Mitarbeitern erfordern: Statt einer strikt seriellen Weiterleitung nur eines (normalerweise des richtigen) Antwortkandidaten von der Faktenabrufkomponente an das Output-System fände die Weiterleitung eines Kandidaten*sets* statt (vergleiche den Vorschlag von Caramazza & Hillis, 1990 für nichtnumerische lexikalische Output-Verarbeitung).

Mit einem methodisch verbesserten Versuchsaufbau gingen Blankenberger & Vorberg (1997) noch einmal der Frage nach, ob es Interaktionen zwischen Darbietungsformat (visuelle Zahlwörter, arabische Zahlen oder Würfel) und Aufgabentyp (einfache Additions- oder Multiplikationsaufgaben) gibt. Den Autoren zufolge ist nur eine Additivität beider Faktoren mit der Annahme eines einheitlichen (amodalen) Repräsentationsformats der arithmetischen Fakten (*single format assumption, SFA*) vereinbar, während Interaktionen mit einem einheitlichen Repräsentationsformat nicht erklärbar sind. Dies gilt jedoch nur unter der Annahme streng serieller Verarbeitung: Die Enkodierung der Aufgabe muss vollständig abgeschlossen sein, ehe der Faktenabruf beginnt. Um diese Annahme überflüssig zu machen führten Blankenberger & Vorberg (1997) zusätzlich zu einer vollständigen visuellen Präsentation (z.B. „3 6“ für die Aufgaben 3 × 6 = ? oder 3 + 6 = ?) noch eine Gedächtnisbedingung ein, in der der zweite Operand aller Aufgaben eines Blocks vorher bekannt gegeben wurde und während des ganzen Blokkes konstant blieb (z.B. „3“ für die Aufgaben 3 × 6 = ? oder 3 + 6 = ?). Somit wurde eine streng serielle Verarbeitung für den jeweils zweiten Operanden einer Aufgabe bewusst aufgegeben (dieser konnte eine vorbereitende Wirkung schon zu Beginn jedes Blockes entfalten), um sie andererseits für den jeweils ersten Operanden besser absichern zu können: Der eigentliche Gedächtnisabruf arithmetischer Fakten konnte somit immer erst nach vollständiger Enkodierung des ersten Operanden erfolgen. Zudem ließ sich mit der Gedächtnisbedingung noch einer weiteren Frage nachgehen: Findet ein Rückgriff auf ein einheitliches (amodales) Repräsentationsformat vielleicht nur unter bestimmten Bedingungen statt, unter anderen Bedingungen aber nicht? Kann beispielsweise die vollständige visuelle Darbietung der Aufgabe zu einem direkten, formatspezifischen Abruf des Ergebnisses führen, während das Halten mindestens eines Operanden im Arbeitsgedächtnis eine amodale Verarbeitung bewirkt? Tatsächlich fanden Blankenberger & Vorberg (1997) rein additive Reaktionszeiteffekte von Aufgabenformat und Rechenart in der Gedächtnisbedingung aber eine Interaktion zwischen diesen Faktoren in der visuellen Bedingung. Diese Interaktion ging hauptsächlich auf eine Verlangsamung für Additionsergebnisse bei Zahlwortaufgaben zurück. Die Autoren schlussfolgern, dass die Annahme einer einheitlichen, amodalen Repräsentation arithmetischer Fakten nur für die folgenden Bedingungen aufrechtzuerhalten ist: a) Operanden und / oder Zwischenergebnisse müssen im Arbeitsgedächtnis gehalten werden oder b) die Aufgabe enthält Operanden in unterschiedlichen Formaten. Sie schlagen eine Erweiterung des Modells von McCloskey und Kollegen um zwei zusätzliche Verarbeitungswege vor: a) eine direkte

Verbindung zwischen Input- und Output-Verarbeitung, die Interferenzphänomene insbesondere von Zahlwörtern auf das verbal zu produzierende Ergebnis erklären können (insbesondere Intrusionsfehler, s. Abschnitt 1.9) und b) format-spezifische Abrufmechanismen, welche die zentrale amodale Repräsentation immer dann umgehen können, wenn das Arbeitsgedächtnis für das Lösen der Aufgabe nicht benötigt wird. Im Klartext argumentieren sie mit dem Erweiterungsvorschlag b) dafür, zumindest die strenge Form einer unumgehbaren, amodalen semantischen Repräsentation, wie sie von McCloskey und Kollegen vertreten wurde, aufzugeben.

Mit einer ähnlichen Methode, einer sequenziellen Darbietung der Operanden, präsentierte Campbell (1999b) einfache Additionsaufgaben. Die Logik war die gleiche wie die von Blankenberger & Vorberg (1997): Wenn der zweite Operand genügend lange nach dem ersten präsentiert wird, geht nur das Enkodieren des zweiten, nicht aber das Enkodieren des ersten Operanden in die Antwortzeit ein. Im Unterschied zu den Ergebnissen von Blankenberger & Vorberg (1997) fand Campbell (1999b) jedoch für diese Darbietungsart eine vergleichbare Zunahme des Aufgabengrößeneffekts wie für die Version mit gleichzeitiger Präsentation beider Operanden. Dieses Ergebnis spricht laut Campbell (1999b) eindeutig gegen eine unumgehbare zentrale semantische Repräsentation.

Campbell (1994) fand für Multiplikationsaufgaben aus dem Bereich des kleinen Einmaleins, die in randomisierter Folge als arabische Zahlen und als Zahlwörter präsentiert worden waren, signifikant stärkeres Fehlerpriming innerhalb derselben Notation als über die Notationen hinweg. Das richtige Ergebnis einer vorangehenden Aufgabe trat also seltener als Fehler einer aktuellen Aufgabe auf, wenn diese in einer anderen Notation präsentiert wurde. Da das Ergebnis der vorangehenden Aufgabe ja nicht auf dem Bildschirm präsentiert, sondern vom Teilnehmer selbst generiert wurde, ging Campbell (1994) davon aus, dass dieses notationsabhängige Fehlerpriming nicht auf Enkodierprozesse zurückführbar ist.

In einem Verifikationsdesign untersuchten Campbell & Fugelsang (2001) einfache Additionsaufgaben, die wiederum einmal mit arabischen Zahlen und einmal mit Zahlwörtern präsentiert wurden. Die Teilnehmer gaben signifikant häufiger an, Faktenabruf (anstelle von anderen Lösungsstrategien) zu verwenden, wenn die Aufgaben mit arabischen Zahlen präsentiert wurden, als wenn sie mit Zahlwörtern dargeboten wurden. Dieser Unterschied war besonders ausgeprägt für größere im Vergleich zu kleinen Aufgaben (s.a. Campbell et al., 2004). Zudem nahmen die Reaktionszeiten nicht nur besonders stark von kleinen zu größeren Aufgaben in der Wortbedingung im Vergleich zur Bedingung mit arabischen Zahlen zu, sondern dieser Unterschied war auch noch besonders ausgeprägt für „ja“-Antworten im Vergleich zu „nein“-Antworten. All diese Interaktionen lassen sich nicht mit einer funktionalen Lokalisation beim Enkodieren der Aufgabe erklären. Der geringere Anteil an direktem Faktenabruf bei größeren Zahlwortaufgaben im Vergleich zu größeren Aufgaben mit arabischen Zahlen spricht außerdem dafür, dass die Interaktion zwischen Aufgabengröße und Darbietungsformat offensichtlich nicht allein durch einen in beiden Bedingungen *unterschiedlich effektiven* Faktenabruf verursacht wird, sondern dass auch die Tatsache, dass *weniger bzw. mehr* Faktenabruf stattfindet, zu diesem Effekt beiträgt (s.a. Campbell et al., 2004).

Campbell et al. (2004) beobachteten für einfache Additionsaufgaben neben der inzwischen schon „klassischen“ Interaktion zwischen Aufgabengröße und Präsentationsformat sowie häufigerem und effektiverem Faktenabruf mit arabischen Zahlen im Vergleich zu Zahlwörtern auch eine Wechselwirkung zwischen der Parität der Operanden und der Aufgabennotation: Die Versuchspersonen wurden umso langsamer und produzierten umso mehr Fehler, je mehr ungerade Operanden in der Aufgabe vorkamen (0, 1 oder 2). Dieser Vorteil für gerade Operanden war bei Zahlwortaufgaben noch ausgeprägter als bei Aufgaben mit arabischen Zahlen. Die Tatsache, dass kein solcher Paritätseffekt für Multiplikationsaufgaben gefunden wurde, spricht gegen eine Lokalisation in der Enkodierphase der Aufgabe, da Addition und Multiplikation vergleichbare Anforderungen an das Enkodieren stellen.

Schließlich fanden auch Campbell & Epp (2004; s.a. Campbell, Kanz, & Xue, 1999) verschiedene Auswirkungen unterschiedlicher Darbietungsformate auf den Abruf arithmetischer Fakten, die mit der Annahme einer zentralen, modalitätsunabhängigen semantischen Verarbeitung unvereinbar sind. Die von ihnen untersuchten zweisprachigen Versuchspersonen waren allgemein langsamer, wenn sie auf Englisch antworten mussten, als wenn sie auf Chinesisch antworten mussten, dieser Unterschied war aber signifikant größer für Aufgaben, die in chinesischen Schriftzeichen präsentiert wurden als in Aufgaben, die mit arabischen Zahlen präsentiert wurden. Ferner war der Aufgabengrößeneffekt bei Antworten auf Englisch größer als bei Antworten auf Chinesisch. Außerdem wurden Multiplikationsaufgaben allgemein langsamer beantwortet als Additionsaufgaben. Dieser Unterschied war aber besonders ausgeprägt, wenn die Antworten auf Englisch gegeben werden mussten. Des Weiteren waren falsche Antworten nicht nur allgemein etwas häufiger für die chinesische im Vergleich zur arabischen Aufgabendarbietung; numerisch stark abweichende Antworten waren bei chinesisch präsentierten Aufgaben auch deutlich häufiger als bei Aufgaben, die in arabischen Zahlen präsentiert wurden. Auch Operandenintrusionsfehler zeigten ein solches ungleich verteiltes Auftreten. Andererseits waren Rechenartenfehler bei einer Präsentation mit arabischen Zahlen häufiger als bei Darbietung mit chinesischen Zahlzeichen.

Ferner gibt es aber auch neuropsychologische Evidenz gegen die Annahme einer einheitlichen, amodalen zentralen Repräsentation arithmetischer Fakten. Dagegen spricht beispielsweise eine modalitäts- und rechenartspezifische Störung, wie sie Patient HAR (McNeil & Warrington, 1994) zeigte. Die Leistungen dieses Patienten waren bei verbaler Aufgabenpräsentation weitgehend ungestört. Bei Präsentation mit arabischen Zahlen wurde jedoch eine Dissoziation zwischen erhaltenen Leistungen für die Subtraktion und gestörten Leistungen für die Addition und Multiplikation gefunden. Da die Störung wegen der guten Leistungen in der Subtraktion offensichtlich nicht auf Probleme in der Verarbeitung des Inputs zurückzuführen sein können und wegen der guten Leistungen bei verbaler Aufgabenpräsentation auch nicht auf die (tatsächlich vorhandenen leichten) Output-Defizite, muss von einer Separierbarkeit der Rechenarten ausgegangen werden. Dass diese Dissoziation jedoch nur in einer Modalität zu beobachten war (arabischer Input), in einer anderen hingegen nicht (verbaler Input), lässt sich mit der Existenz eines amodalen semantischen Systems, von dem alle Rechenaufgaben einheitlich gelöst werden, nicht in Einklang bringen. Allerdings kann der Fall HAR zwar als Evidenz gegen die Vorhersagen des Modells von McCloskey und Mitarbeitern gelten, das keine unterschiedlichen Aussagen für die verschiedenen Rechenarten macht, nicht aber im strengen Sinne auch als Evidenz für eine modalitätsspezifische Repräsentation arithmetischer Fakten, zumindest wenn man davon ausgeht, das Subtraktionsaufgaben wahrscheinlich überwiegend nicht direkt aus dem Gedächtnis abgerufen, sondern über Prozeduren und Strategien gelöst werden (s.a. Abschnitte 1.1 und 1.5).

Direktere neuropsychologische Evidenz zum Faktenabruf lieferte die Studie von Deloche & Willmes (2000). Drei der darin beschriebenen Patienten (CB, QS und TD) zeigten Dissoziationen zwischen der Verifikation einfacher Additions- und Multiplikationsaufgaben (also den beiden Rechenarten, die am ehesten mittels Faktenabruf gelöst werden) in Abhängigkeit vom jeweiligen Darbietungsformat der Aufgaben (arabische Zahlen und auditive Zahlwörter). Diese Dissoziationen traten sowohl innerhalb eines Patienten (QS) als auch zwischen den Patienten (CB und TD) auf und konnten nicht etwa durch periphere Störungen der Input- oder Output-Verarbeitung erklärt werden.

Deloche & Willmes (2000) schlussfolgerten, dass sich die Annahme einer zentralen amodalen Repräsentation arithmetischer Fakten, wie sie im Modell von McCloskey und Kollegen angenommen wird, nicht aufrechterhalten lässt.

Zusammenfassend kann man sagen, dass eine Reihe von Untersuchungen sowohl aus der experimentellen Psychologie als auch Patientenstudien gegen die zentrale Annahme des Modells von McCloskey und Mitarbeitern spricht, derzufolge der Zugang zu arithmetischen Fakten zwingend über eine amodale und abstrakte semantische Repräsentation führt.

1.10.12. Triple-Code-Modell

Eine Alternative zum Modell von McCloskey ist das von Dehaene vorgeschlagene *Triple-Code-Modell* (Dehaene, 1992; 1997; Dehaene & Cohen, 1995; Dehaene et al., 2003). Dieses Modell beinhaltet drei wesentliche Komponenten: einen visuell-arabischen Zahlencode, einen auditiv-verbalen Code sowie eine analoge Größenrepräsentation. Jede dieser funktionellen Komponenten ist bei Zahlenverarbeitung und Rechnen in verschiedene Aufgaben involviert. Die drei Codes können ineinander übersetzt werden, ohne dass ein abstrakter, modalitätsunabhängiger Code zwischengeschaltet wird. Darüber hinaus wurde von Dehaene und Kollegen auch der Versuch unternommen, jede dieser Komponenten anatomisch zu lokalisieren.

<u>Der visuell-arabische Zahlencode</u> ist demnach für die In- und Outputverarbeitung von Zahlen im arabischen Format zuständig, darüber hinaus für das Rechnen mit mehrstelligen Zahlen und (zumindest ursprünglichen Vermutungen zufolge) auch für Paritätswissen. Als Lokalisation dieses Codes werden bilaterale inferior-temporale Areale angegeben (s.a. Cohen & Dehaene, 1995; 1996; 2000; Cohen, Dehaene, Chochon, Lehericy, & Naccache, 2000).

<u>Der auditiv-verbale Code</u> repräsentiert Zahlen als morphosyntaktisch komplexe lexikalische Einträge (s.a. McCloskey, Sokol, & Goodman, 1986). Er wird für die In- und Outputverarbeitung verbalen Materials benötigt, ferner für Speichern und Abruf arithmetischer Fakten im engeren Sinne und zum Zählen. Der auditiv-verbale Code ist demzufolge linkshemisphärisch repräsentiert und setzt sich aus zumindest zwei unterscheidbaren Subsystemen zusammen (Dehaene & Cohen, 1997; Cohen et al., 2000): a) Korti-

ko-subkortikalen Schleifen, die für die Produktion hochgradig überlernter verbaler Sequenzen (z.B. Gedichte, Gebete, aber auch Zählsequenzen und arithmetische Fakten) zuständig sind und b) „klassischen“ perisylvischen Sprachareal einschließlich des Broca-Areals und des Lobulus parietalis inferior (insbesondere die Gyri supramarginalis und angularis).

Der analoge Größencode schließlich repräsentiert die mit einer Zahl verbundene Größe und ihre Distanzbeziehungen zu anderen Zahlen als spezifisches Aktivierungsmuster auf einem gerichteten und komprimierten „mentalen Zahlenstrahl“. Dieser Code wird für Zahlenvergleiche, approximatives und quantitätsbasiertes Rechnen, Schätzen sowie das automatische Erfassen kleiner Mengen (*Subitizing*) benötigt. Er wird bilateral im Sulcus parietalis lokalisiert, insbesondere in dessen horizontalen Abschnitt.

1.10.13. Verbale Repräsentation arithmetischer Fakten?

Das Triple-Code-Modell geht davon aus, dass Multiplikationsreihen und einige einfache, hochfrequente Additionsaufgaben („echte arithmetische Fakten“) als verbale Assoziationen gespeichert sind und ihre Lösung nur dann abgerufen werden kann, wenn die Aufgabe zuvor in den verbalen Code überführt wurde. Demzufolge würde eine in arabischen Zahlen dargebotene Aufgabe (z.B. 3 × 4) erst (zumindest subvokal) in ein verbales Format transkodiert, bevor das Ergebnis aus dem Gedächtnis abgerufen werden könnte. Während diese „direkte“ verbale Verarbeitungsroute besonders für hochgradig überlernte Aufgaben – insbesondere für Multiplikationen – verwandt wird, gehen Dehaene & Cohen (1997) auch von der Existenz einer zweiten, „indirekten“ Route für das Lösen einfacher Rechenaufgaben aus. Die Operanden könnten dazu nicht nur im verbalen Format repräsentiert werden, sondern auch als Größenaktivierung auf dem gerichteten Zahlenstrahl. Auf diesem Zahlenstrahl könnten Aufgaben durch Größenmanipulationen gelöst werden. Diese indirekt-semantische Route würde zum Einsatz kommen, wenn keine verbalen Assoziationen verfügbar wären, typischerweise bei Subtraktionsaufgaben. Für „echte arithmetische Fakten“ – insbesondere für einfache Multiplikations- und viele einfache Additionsaufgaben – nimmt also auch das Triple-Code-Modell (wie das Modell zentraler abstrakt-semantischer Repräsentationen) an, dass sie in nur einem Format repräsentiert sind (*single format assumption*), wobei spezifiziert wird, dass es sich um ein phonologisch-verbales Format handeln soll.

Für die Repräsentation arithmetischer Fakten in einem verbal-phonologischen Format sprechen mehrere Fallstudien insbesondere aus der Arbeitsgruppe um Dehaene und Cohen (z.B. Dehaene & Cohen, 1997; Cohen et al., 2000; Cohen & Dehaene, 2000; Lemer et al., 2003), aber auch von anderen Autoren (z.B. Lampl, Eshel, Gilad, & Sarova-Pinhas, 1994; Delazer, Karner, Zamarian, Donnemiller, & Benke, 2006). All diesen Fällen ist gemeinsam, dass bei ihnen sprachliche Leistungen gemeinsam mit den Leistungen bei einfachen Multiplikationsaufgaben gestört bzw. erhalten sind und insbesondere von den Leistungen zur Größenverarbeitung von Zahlen dissoziieren, die sich wiederum parallel zu den Subtraktionsleistungen verhalten (s.a. Abschnitte 1.5 und 1.6).

Evidenz für eine formatspezifische verbale Repräsentation arithmetischer Fakten kommt auch aus der experimentellen Psychologie. So ließen beispielsweise Lee & Kang (2002) Multiplikations- und Subtraktionsaufgaben einmal mit einer zusätzlichen phonologischen und einmal mit einer zusätzlichen visuell-räumlichen Aufgabe lösen (s.a. Abschnitt 1.8). Während das Lösen von Multiplikations-, nicht aber von Subtraktionsaufgaben durch die phonologische Zusatzaufgabe gestört wurde (s.a. Seitz & Schumann-Hengsteler, 2000), verzögerten sich die Antworten nur bei Subtraktionsaufgaben, nicht aber bei Multiplikationen durch die zusätzliche visuell-räumliche Aufgabe. Aus diesen Ergebnissen schlossen Lee & Kang (2002), dass Multiplikationsaufgaben eher mit der phonologischen Schleife, Subtraktionsaufgaben dagegen eher mit der visuell-räumlichen Arbeitsmappe des Arbeitsgedächtnisses verbunden wären. Dies lässt sich nicht in Übereinstimmung mit den Vorhersagen des Modells von McCloskey und Kollegen bringen, es spricht aber für eine überwiegend verbale Verarbeitung arithmetischer (Multiplikations-) Fakten. Es kann jedoch auf Grund dieser Evidenz nicht völlig ausgeschlossen werden, dass das verbale Format nur das für arithmetische Fakten bevorzugte ist, nicht jedoch das einzig mögliche. Gegen die Annahme nur eines einheitlichen Repräsentationsformats von arithmetischen Fakten spricht eine Reihe von Argumenten, die bereits im Zusammenhang mit dem Modell von McCloskey diskutiert wurden (s.o.). Es gibt jedoch auch Argumente, die spezifisch gegen eine Repräsentation ausschließlich im verbal-phonologischen Format sprechen, wie sie innerhalb des Triple-Code-Modells angenommen wird.

Neuropsychologische Evidenz gegen diese Annahme liefern zum Beispiel Fallstudien von Whalen et al. (2002) sowie Delazer et al. (2004). Während die beiden von Whalen et al. (2002) berichteten Patienten KSR und JM einfache Multiplikationsaufgaben meistens lösen konnten, obwohl sie andererseits nicht in der Lage waren, die phonologische Repräsentation der Aufgabe oder der Antwort zu generieren, wies der Patient HGM von Delazer et al. (2004) schwere Defizite beim Abruf von Multiplikationsfakten auf, obwohl keinerlei sprachliche Beeinträchtigungen bei ihm festgestellt wurden. Ähnliche Leistungsdissoziationen bei neurologischen Patienten wurden auch von Warrington (1982) sowie Rossor et al. (1995) berichtet (s.a. Abschnitt 1.6). Schließlich haben auch Cohen & Dehaene (1994) selbst eine Patientin beschrieben, deren Störungsmuster sie wie folgt charakterisieren (S. 216):

> „…a relatively pure case of amnesia for arithmetic facts, with essentially no other accompanying deficits of language and number processing…"

Gegen die Annahme einer ausschließlich verbal-phonologisch codierten Repräsentation arithmetischer Fakten sprechen auch verschiedene Befunde aus der experimentellen Psychologie. Beispielsweise fanden sowohl Campbell und Mitarbeiter (Campbell & Clark, 1992b; Campbell, 1994) als auch Noël et al. (1997) signifikant mehr Intrusionsfehler bei der Produktion einfacher Multiplikationsergebnisse für Zahlwortstimuli im Vergleich zu arabischen Zahlen (s.a. Abschnitt 1.9). Unter der Voraussetzung, dass beim Faktenabruf auch die als arabische Zahlen präsentierten Operanden immer zunächst in eine verbale Form überführt werden müssen, sollte in diesem Format jedoch eine ähnliche Anfälligkeit gegen Interferenz aus verbaler Inputverarbeitung zu beobachten sein wie für Zahlwort-Operanden.

Gegen eine ausschließlich phonologische Kodierung sprechen ferner Ergebnisse aus Trainingsstudien von Rickard et al. (1994), Rickard & Bourne (1996) sowie Manly & Spoehr (1999). Diese Autoren fanden, dass eine Verbesserung geübter Operandenfolgen (z.B. 7 × 4) auch eine Verbesserung bei ungeübten komplementären Operandenfolgen (z.B. 4 × 7) bewirkte. Wenn der Abruf arithmetischer Fakten ausschließlich verbal erfolgt, so sollte er sicherlich eine streng sequenzielle Komponente beinhalten, was mit den Ergebnissen von Rickard et al. (1994) und Rickard & Bourne (1996) in Widerspruch steht.

1.10.14. Individuell bevorzugte Zugangscodes oder ein „Encoding Complex“

Möglicherweise gibt es aber keine allgemeingültigen Repräsentationsformate für alle Personen, alle Rechenarten und alle Aufgabentypen. Einen solchen Gedanken formulierten beispielsweise Noël & Seron (1993; 1995). Sie nannten diesen Vorschlag *Preferred-Entry Code Hypothesis*, was etwa übersetzt werden könnte mit „Hypothese individuell bevorzugter Zugangscodes“. Wie die Autoren in neuropsychologischen Fallstudien beobachteten, kann es individuelle Unterschiede darin geben, welcher Code bevorzugt wird, um auf die Bedeutung einer Zahl zuzugreifen oder numerische Aufgaben zu lösen. Einige Personen bevorzugen dabei offenbar einen verbalen Eingangscode, andere einen visuellen. Wenn das Transkodieren von einem bestimmten Format (z.B. arabisch) in den bevorzugten Code (z.B. verbal) gestört ist, sollten alle in diesem Format (in diesem Fall arabisch) präsentierten Aufgaben (z.B. Zahlenvergleichen, Rechnen u.a.) davon betroffen sein. Der Vorschlag von Noël & Seron (1993; 1995) weist gewisse Ähnlichkeiten mit der *Encoding Complex*-Hypothese von Campbell (Campbell & Clark, 1992b; Campbell & Epp, 2004) auf, derzufolge Repräsentationen arithmetischer Fakten in mehreren Formaten vorliegen, die beim Lösen der entsprechenden Aufgaben in unterschiedlicher Form miteinander interagieren. Bestimmte Modalitäten wären demnach auf bestimmte Aufgaben „spezialisiert“. Bislang beziehen beide Ansätze ihre Attraktivität hauptsächlich aus der Tatsache, dass vielfältige Evidenz gegen Repräsentation und Abruf arithmetischer Fakten in nur einem Format spricht (z.B. Campbell, 1992; 1994; Campbell & Clark, 1992b; Vorberg & Blankenberger, 1993; McNeil & Warrington, 1994; Blankenberger & Vorberg, 1997; Deloche & Willmes, 2000; Campbell & Epp, 2004; s.a. die Diskussion des Modells zentraler abstrakter Zahlenrepräsentationen von McCloskey und Kollegen in Abschnitt 1.10.10 und 1.10.11). Beiden Ansätzen ist aber auch gemeinsam, dass ihre Funktionsweise wenig konkret und überprüfbar ausformuliert ist.

Zusammenfassend kann man sagen, dass Modelle, die eher aus einer experimentell-psychologischen oder entwicklungspsychologischen Perspektive heraus entwickelt wurden, sich insbesondere mit typischen Reaktionszeit- und Fehlermustern sowie Interferenzeffekten beim Faktenabruf beschäftigen. Sie unterscheiden sich in der Interpretation dieser Effekte, beispielsweise des Aufgabengrößeneffektes. Neuropsychologisch motivierte Modelle hingegen versuchen insbesondere das Repräsentationsformat arithmetischer Fakten und die Beziehungen unterschiedlicher Aufgabentypen und Rechen arten zueinander zu erklären. Sie machen zum Beispiel unterschiedliche Aussagen darüber, ob arithmetische Fakten als verbale Sequenzen oder in einem abstrakten Format repräsentiert sind.

1.11. Wiedererkennen und automatische Aktivierung arithmetischer Fakten

1.11.1. Produktion und Wiedererkennen

In traditionellen Designs zur Untersuchung einfacher Rechenleistungen wurden – wohl nicht zuletzt auch aus praktischen Gründen – neben Produktions- oft auch Verifikationsaufgaben eingesetzt (z.B. Parkman, 1972; Stazyk et al., 1982; Krueger, 1986). Die Autoren gingen dabei zumindest implizit von der Annahme aus, dass auch die Verifikation einer Rechenaufgabe (d.h. die Beurteilung, ob ein vorgegebenes Ergebnis richtig oder falsch ist) die Produktion ihres Ergebnisses zwingend mit einschließe. Diese Annahme wurde jedoch in den 90er Jahren überzeugend widerlegt. Zunächst zeigten Zbrodoff & Logan (1990), dass Verifikation nicht einfach als Produktion des richtigen Ergebnisses und dessen anschließender Vergleich mit dem vorgegebenen Ergebnis aufgefasst werden kann. In ihren Experimenten variierten sie systematisch die Aufgabengröße – also einen Faktor, der die angenommene Produktionsphase beeinflusst. Zudem wurde die Zeit zwischen Präsentation der Aufgabe und Präsentation des zu beurteilenden Ergebnisses systematisch manipuliert – also die Zeit zwischen angenommener Produktion und angenommenen Vergleich des Ergebnisses. Wenn Verifikation aus einer Produktions- und einer anschließenden Vergleichskomponente bestünde, sollte der Einfluss des Faktors Aufgabengröße auf die Gesamtreaktionszeit bei einer Verifikation mit zunehmender Zeit zwischen Präsentation der Aufgabe (Produktionskomponente) und Präsentation des Ergebnisses (Vergleichskomponente) abnehmen, da die Zeit zwischen Aufgabe und Ergebnis nur erstere, nicht aber letztere Komponente beeinflussen würde. Diese Vorhersage wurde jedoch nicht erfüllt; vielmehr wurde auch bei langen Pausen zwischen Darbietung der Aufgabe und des Ergebnisses ein Aufgabengrößeneffekt beobachtet. Deshalb schlussfolgerten Zbrodoff & Logan (1990), dass Verifikation nicht als Produktion und anschließender Vergleich des selbst gefundenen Ergebnisses mit dem vorgegebenen Ergebnis aufgefasst werden kann, sondern dass vielmehr ein Ab-gleich der gesamten Aufgabe (einschließlich der vorgegebenen Lösung) mit den Inhalten des Langzeitgedächtnisses plausibel ist.

Auch Untersuchungen von Campbell (Campbell, 1987b; Campbell & Tarling, 1996) sprechen für diese Auffassung. Campbell & Tarling (1996) zeigten, dass bei einer gemischten Abfolge von Produktion und Verifikation frühere Produktionsfehler zwar nachfolgende Fehler in der Produktion, nicht aber in der Verifikation primten. Umgekehrt primten Fehler in früheren Verifikationsaufgaben nachfolgende Fehler in der Verifikation, nicht aber in der Produktion. Auch diese Ergebnisse deuten darauf hin, dass Produktion und Verifikation verschiedene Gedächtnisprozesse beinhalten.

Allerdings scheint die Aussage „Verifikation beruht *niemals* auf dem aktiven Abruf des Ergebnisses aus dem Gedächtnis" genauso wenig haltbar zu sein wie die Annahme „Verifikation beinhaltet *immer* zunächst den aktiven Abruf des Ergebnisses aus dem Gedächtnis". Aufschlussreich sind in dieser Hinsicht die Arbeiten von Lemaire & Fayol (1995) und Lemaire & Reder (1999). Diese Autoren fanden, dass Versuchspersonen bei der Verifikation von Multiplikationsaufgaben Plausibilitätsstrategien auf der Basis von Parität[11] und „Fünferstatus"[12] des Ergebnisses einsetzen (s.a. Krueger, 1986; Lochy et al., 2000). Der Einsatz solcher Plausibilitätsstrategien hing jedoch von a) der Aufgabenschwierigkeit, b) von der Zeit zwischen Präsentation der Operanden und Präsentation des zu beurteilenden Ergebnisses sowie c) von der Anzahl der Aufgaben, die mit Hilfe dieser Strategien gelöst werden konnten, ab. Plausibilitätsstrategien kommen demnach eher zum Einsatz, wenn a) die Aufgaben schwierig, b) die Zeit von der Darbietung der Operanden bis zur Darbietung des Ergebnisses kurz und c) die Anzahl der mit solchen Strategien lösbaren Aufgaben groß sind. Die Punkte a) und b) sprechen für ein parallel stattfindendes „Wettrennen" zwischen Gedächtnisabruf und Plausibilitätsstrategien: Gedächtnisabruf kann bei einfachen Aufgaben und längeren Zeitfenstern bis zum zu beurteilenden Ergebnis das Rennen gewinnen, während in den anderen Fällen

[11] Nur Multiplikationsaufgaben mit zwei ungeraden Operanden führen zu einem ungeraden Ergebnis. Insgesamt bestehen etwa ¾ aller Multiplikationsergebnisse aus einer geraden Zahl. Somit sind alle Ergebnisse, die den Paritätsregeln der Multiplikation nicht entsprechen (Krueger, 1986) bzw. alle ungeraden Ergebnisse im Allgemeinen (Lochy et al., 2000) wenig plausibel und können (nur aufgrund dieser Information) schnell abgelehnt werden.

[12] Multiplikationsaufgaben, in denen mindestens ein Operand die 5 ist, resultieren in einem Ergebnis, das auf 5 oder 0 enden muss. Alle Ergebnisse, die diese Eigenschaft nicht aufweisen, sind unplausibel und können (nur aufgrund dieser Information) schnell abgelehnt werden.

die Plausibilitätsstrategie siegreich bleibt. Dass der Ausgang dieses Rennens von der Anzahl der Aufgaben, die per Plausibilitätsstrategie lösbar sind, abhängt (Punkt c), spricht für eine gute Sensitivität der Versuchspersonen für Erfolg versprechende Lösungsstrategien (Lemaire & Reder, 1999).

Die Auswahl der erfolgversprechendsten Lösungsstrategie ist allerdings trotzdem nicht immer perfekt möglich. Beispielsweise bevorzugten weniger geübte Rechner in einem Verifikationsexperiment von Roussel et al. (2002; Experiment 3) offenbar eher Plausibilitätsstrategien, während geübte Rechner sich eher auf die tatsächliche (exakte) Überprüfung des Ergebnisses verließen. Die erstere Gruppe von Teilnehmern hatte durch ihre Strategie Vorteile (d.h. schnellere Antwortzeiten) bei numerisch stark abweichenden Antworten (z.B. 6 + 4 = 26), die letztere Gruppe hingegen bei numerisch plausiblen Antworten (z.B. 6 + 4 = 11). Da beide Arten falscher Ergebnisse in diesem Experiment gleich oft vorkamen, mussten sich die Versuchspersonen anscheinend für einen Vorteil auf Kosten eines Nachteils entscheiden. Die individuelle Wahl wurde dabei offenbar auch von den konkreten Rechenfähigkeiten der jeweiligen Person beeinflusst.

Anders als bei der Produktion reicht bei der Verifikation also oftmals das Wiedererkennen des richtigen Ergebnisses im Aufgabenkontext. Ein damit verwandtes, auch auf Wiedererkennen beruhendes Paradigma ist die Auswahl des richtigen Ergebnisses aus mehreren Vorgaben in Form einer Mehrfachwahl-Aufgabe (*Multiple Choice* Aufgabe). Dabei kann die Schwierigkeit der Ablenker durch geringere oder größere semantische Nähe zum richtigen Ergebnis variiert werden (s. Abschnitt 1.9). Beispielsweise berichteten Cohen & Dehaene (1994) den Fall einer Patientin, die von zwei vorgegebenen Multiplikationsergebnissen das richtige dann herausfinden konnte, wenn der Ablenker keine Antwort aus dem kleinen Einmaleins war (z.B. 6 × 9 = 54 oder 55). Eine Überprüfung arithmetischen Wissens im *Multiple-Choice*-Modus ist auch dann möglich, wenn bei einem Patienten Störungen in der mündlichen oder schriftlichen Produktion des Ergebnisses vorliegen (Benson & Denckla, 1969). Deshalb sollten *Multiple-Choice*-Aufgaben zum Grundrepertoire der Diagnostik von Rechenstörungen gehören (Delazer et al., 2003; Lochy et al., 2004b).

Bei der Produktion einfacher Multiplikationsergebnisse *muss*, bei ihrer Verifikation oder beim *Multiple-Choice*-Entscheiden *kann* man durch direkten Abruf aus dem deklarativen Langzeitgedächtnis das Ergebnis erhalten. Ein Wiedererkennen des Ergebnisses im Aufgabenkontext ist hingegen nur bei letzteren beiden Aufgabentypen möglich. Allerdings gibt es Argumente für die Annahme, dass die verschiedenen Aufgabentypen letztendlich auf ein und dasselbe Faktennetzwerk zugreifen – wenn auch auf verschiedene Art (Zbrodoff & Logan, 1990). Dabei scheint es durchaus plausibel anzunehmen, dass das Wiedererkennen eines richtigen Ergebnisses im Aufgabenkontext eine geringere Aktivierung des Faktennetzwerkes erfordert als die aktive Produktion des Ergebnisses, da das vorgegebene Ergebnis als Prime wirken kann (Campbell, 1987b).

1.11.2. Automatische Aktivierung arithmetischer Fakten

Allen bisher diskutierten Aufgabentypen (Produktion, Verifikation, Mehrfachwahl-Aufgaben) ist gemeinsam, dass bewusst auf das Netzwerk arithmetischen Wissens zugegriffen wird, da die Instruktion immer eine Art von Rechenaufgabe spezifiziert. Dabei können auch Phänomene von automatischer, nicht unterdrückbarer Aktivierung beobachtet werden, die sich beispielsweise als Interferenzeffekte konkurrierender Ergebnisse der gleichen oder einer anderen Rechenart manifestieren (s. Abschnitte 1.1, 1.9 und 1.1). Aber selbst in Aufgaben, die zwar Zahlenstimuli verwenden, in denen es aber gar nicht explizit ums Rechnen geht, wird das Netzwerk arithmetischer Fakten automatisch und obligatorisch mitaktiviert, wie die folgenden Paragrafen zeigen werden.

Zahlenidentifizierungsaufgaben

Dieses Phänomen wurde zuerst für Zahlenidentifizierungs- (ZI-) Aufgaben (*number matching tasks*) beschrieben (Lefevre et al., 1988). Dabei bekommen Versuchspersonen zwei Ziffern (*Cue*) präsentiert (z.B. 4 + 3) und nach einer variablen Darbietungszeit, die die Autoren als SOA (*stimulus onset asynchrony*) bezeichneten[13], erscheint eine andere Ziffer (*Target*). Die Teilnehmer sollen so schnell wie möglich entscheiden, ob die Target-Ziffer bereits im Cue vorkam oder nicht. Sie werden hingegen *nicht* instruiert, mit den Cue-Ziffern Rechnungen durchzuführen. Trotzdem beobachteten (Lefevre et al.,

[13] Der Begriff SOA wurde in der ersten Veröffentlichung über ZI-Aufgaben von Lefevre et al. (1988) in diesem Sinne benutzt. Üblicherweise wird damit allerdings die Zeit zwischen dem Erscheinen des Cues und dem Erscheinen des Targets bezeichnet, wobei der Cue auch bei verschiedenen SOAs jeweils gleich lange dargeboten wird. Zwischen Präsentation des Cue und des Target kann dann beispielsweise auch eine Maske dargeboten werden. In letzterem Sinne wurde der Begriff SOA bei einigen nachfolgenden ZI-Untersuchungen benutzt (Lemaire et al., 1994; Galfano et al., 2003; Rusconi et al., 2004; Galfano et al., 2004).

1988), dass die Versuchspersonen signifikant längere Reaktionszeiten zeigten, wenn die Target-Ziffer dem Additionsergebnis der Cue-Ziffern entsprach (z.B. 7), als wenn sie nicht relatiert war (z.B. 6 oder 8). Dieser Reaktionszeitanstieg für relatierte Targets wurde auf Interferenzeffekte durch die automatische Aktivierung der Summe der Cue-Zahlen, die als Addenden wirken, zurückgeführt. Er konnte nachfolgend auch für Targets bestätigt werden, die das Multiplikationsergebnis eines Cues bildeten (Thibodeau et al., 1996; Rusconi et al., 2004; Galfano et al., 2004). Darüber hinaus zeigten Untersuchungen von Galfano et al. (2003), dass auch dem richtigen Multiplikationsergebnis benachbarte Operandenfehler (s. Abschnitt 1.9) zu Interferenzeffekten bei der ZI-Aufgabe führen können (z.B. Cue: 3   8, Target: 27) und zwar unabhängig davon, ob der Operandenfehler mit dem ersten oder zweiten Operanden relatiert ist und ob er oberhalb oder unterhalb des richtigen Ergebnisses liegt. Dabei kommt es nicht nur zu Interferenzeffekten, wenn die Cue-Ziffern tatsächlich mit einem Rechenzeichen präsentiert werden, sondern prinzipiell auch ohne, wie Lefevre et al. (1988), Lefevre & Kulak (1994) und Lemaire et al. (1994) für die Addition sowie Galfano et al. (2003; 2004), Rusconi et al. (2004) sowie Rusconi, Galfano, Rebonato, & Umilta (2006) für die Multiplikation zeigten.[14] Des weiteren konnte der Interferenzeffekt auch dann nachgewiesen werden, wenn die Cues nicht als arabische Zahlen, sondern als geschriebene Zahlwörter präsentiert wurden (Lefevre et al., 1988). Ferner wurde er auch dann beobachtet, wenn die Versuchspersonen gleichzeitig zur ZI-Aufgabe sekundäre Aufgaben durchführen mussten, die das Arbeitsgedächtnis beanspruchen (Zufallsfolgen mit den Fingern tippen, wiederholte Subtraktion, ständiges Wiederholen einer Silbe), was für eine tatsächlich automatische Aktivierung spricht (Rusconi et al., 2004). Allerdings ist die Existenz eines Interferenzeffektes bei ZI-Aufgaben offensichtlich an die Präsentation in einem konventionalisierten räumlichen Format (beide Faktoren stehen nebeneinander) gebunden (Rusconi et al., 2004). Schließlich zeigte eine aktuelle Studie von Rusconi et al. (2006), dass Interferenzeffekte nicht nur durch die automatische Aktivierung des Produktes bei Präsentation der Operanden auftreten, sondern auch umgekehrt durch die automatische Aktivierung der Operanden bei Präsentation des Produktes.

[14] Unterschiede bei der Präsentation mit und ohne Rechenzeichen fanden Lefevre & Kulak (1994). Frühe Interferenzeffekte (SOA 60 ms) wurden nur ohne das Rechenzeichen gefunden, möglicherweise weil das Enkodieren des Rechenzeichens zusätzliche Zeit erfordert.

Die automatische Aktivierung arithmetischer Fakten ist offensichtlich weder für alle Arten von Stimuli noch für alle Versuchspersonen gleich. Bei additiv relatierten Targets ist die Interferenz besonders stark, wenn der Cue eine Zwillingsaufgabe bildet (z.B. Cue: 3 3, Target: 6; Lefevre & Kulak, 1994). Aufgaben, deren Cue-Ziffern eine kleine Summe bilden, führen zu einer stärkeren Interferenz als solche, die eine große Summe bilden (Lemaire et al., 1994). Bei Kindern der zweiten Klasse bewirken überhaupt nur kleine additiv relatierte Targets signifikante Interferenzeffekte (ebenda). Auch für multiplikativ relatierte Targets verweisen Lefevre & Kulak (1994) auf einen Aufgabengrößeneffekt in bis dahin noch unveröffentlichten Daten.[15] Demnach wurde Interferenz nur für kleine (< 30), nicht jedoch für große Targets gefunden. Die Interferenz ist zudem bei Personen, die bessere Leistungen in komplexen Rechenaufgaben zeigen, stärker und früher nachweisbar als bei Personen mit schlechteren Leistungen, bei denen sie dafür jedoch länger anhält (Lefevre et al., 1991; Lefevre & Kulak, 1994). Bei Kindern in einem Altersbereich von acht bis elf Jahren konnten Lefevre et al. (1991) noch keine substanzielle Interferenz durch additiv relatierte Targets in den Reaktionszeitmustern nachweisen, obwohl Kinder in diesem Alter bereits einfache Additionsaufgaben durch Faktenabruf lösen (Ashcraft & Fierman, 1982; Siegler & Shrager, 1984; Hamann & Ashcraft, 1985). Einen kleinen Hinweis auf eine Interferenz fanden Lefevre et al. (1991) bei den untersuchten Kindern jedoch in den Fehlerraten. Hingegen fanden Lemaire et al. (1994) einen signifikanten Interferenzeffekt auch in den Reaktionszeiten schon bei Kindern der zweiten Klasse, wenn auch nur für additiv relatierte Targets kleiner Aufgabengröße.

Über den zeitlichen Verlauf der Interferenz für relatierte Targets bei ZI-Aufgaben gibt es teilweise widersprüchliche Evidenz. Bei Additionsaufgaben ist sie nur relativ früh zu beobachten (bei SOAs von 60 und 120 ms, nicht jedoch bei SOAs von 180, 240 und 480 ms; Lefevre et al., 1988; Lefevre & Kulak, 1994) und auch bei ZI-Experimenten mit Multiplikations-Targets zeigte sich in der Studie von Thibodeau et al. (1996) bei der längeren SOAs (350 ms) nur noch ein Trend in Richtung einer Interferenz. Ein solches Abschwächen der Interferenz im zeitlichen Verlauf kann entweder als Abklingen oder als aktive Unterdrückung der für die Aufgabe irrelevanten Aktivierung relatierter Zahlen interpretiert werden. Andererseits war der Interferenzeffekt noch bei einer SOA von 400 ms nachweisbar, sowohl wenn Produkte Rusconi et al. (2004), als

[15] In der eigentlichen Veröffentlichung zu diesen Daten wird ein Aufgabengrößeneffekt allerdings nicht berichtet (Thibodeau et al., 1996).

auch wenn Operandenfehler als Targets eingesetzt wurden (Galfano et al., 2003). Für diese teilweise widersprüchlichen Ergebnisse könnten methodische Unterschiede im Design der verschiedenen Studien verantwortlich sein. So wurden das eine Mal Rechenzeichen verwandt (Thibodeau et al., 1996), in anderen Experimenten jedoch nicht (Galfano et al., 2003; Rusconi et al., 2004). Es kann beim derzeitigen Wissensstand keineswegs ausgeschlossen werden, dass diese methodischen Unterschiede zu anderen zeitlichen Verläufen der Interferenz geführt haben. Einen Hinweis auf diese Möglichkeit gibt die ZI-Studie von Lefevre & Kulak (1994) zur Addition. Weitere Daten scheinen zur Beantwortung dieser Frage erforderlich (s. Abschnitt 2.3).

Interferenzeffekte durch die obligatorische Aktivierung arithmetischer Fakten wurden nicht nur in ZI-Experimenten gefunden (Lefevre et al., 1988; 1991; Lemaire et al., 1994; Lefevre & Kulak, 1994; Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2003; Rusconi et al., 2004; 2006), sondern auch in Verifikationsaufgaben. Bei letzteren beobachtet man im Vergleich zu unrelatierten „nein"-Antworten längere Reaktionszeiten bzw. höhere Fehlerzahlen bei „nein"-Antworten, die innerhalb der Rechenart (Operandenfehler) oder über die Grenzen der Rechenart hinweg (Rechenartenfehler) relatiert sind (Winkelman & Schmidt, 1974; Stazyk et al., 1982; Zbrodoff & Logan, 1986; Lemaire et al., 1991; s.o. und Abschnitte 1.5, 1.1 und 1.9). Obwohl jedoch auch diese Phänomene als Interferenz durch die obligatorische Aktivierung arithmetischer Fakten interpretiert werden, gibt es einen entscheidenden Unterschied zur Methode der ZI-Experimente: Während die Teilnehmer bei Verifikationsaufgaben instruiert werden zu rechnen, ist dies bei ZI-Aufgaben nicht der Fall. Im Gegenteil, Rechnen ist dabei sogar hinderlich. Von einer tatsächlich automatischen, impliziten Aktivierung kann folglich nur bei ZI-Aufgaben die Rede sein. Bemerkenswert scheint in diesem Zusammenhang die Tatsache, dass in anderen kognitiven Domänen Unterschiede zwischen expliziten und impliziten Aufgaben gefunden wurden (Lombardi, 1997; Asendorpf, Banse, & Mucke, 2002; Tunney, 2003; Perri, Carlesimo, Zannino, Mauri, Muolo, Pettenati, & Caltagirone, 2003). Neuropsychologische Studien haben ferner gezeigt, dass amnestische Patienten trotz ihrer Störung im expliziten Zugriff auf Gedächtnisinhalte Primingeffekte sowohl für arithmetisches Problemlösen (Delazer, Girelli, & Benke, 1999; Girelli, Semenza, & Delazer, 2004) als auch für den Abruf arithmetischer Fakten (Delazer, Ewen, & Benke, 1997) zeigen.

In einer ersten Studie zur Differenzierung expliziter und impliziter Aufgaben zum Abruf arithmetischer Fakten bei gesunden Personen verglichen Rusconi et al.

(2004) die Auswirkungen der sekundären Beanspruchung von Arbeitsgedächtnisressourcen (wiederholtes Subtrahieren, Tippen von Zufallsfolgen mit den Fingern) auf ZI-Aufgaben und auf Verifikationsaufgaben. Während bei ersteren die Interferenz trotz Sekundäraufgaben erhalten blieb, verschwand sie bei letzteren. Allerdings verwandten Rusconi et al. (2004) für die ZI-Experimente produktrelatierte Targets, für die Verifikationsexperimente jedoch Rechenartenfehler. Die Interferenz durch Rechenartenfehler ist jedoch wahrscheinlich nicht vollständig automatisch. Sie ist beispielsweise durch strategische Variablen (z.B. Anzahl der einzelnen Rechenarten innerhalb eines Blocks) modulierbar (Zbrodoff & Logan, 1986). Dies erscheint für produktrelatierte Operandenfehler bei der Verifikation von Multiplikationsaufgaben hingegen weniger wahrscheinlich.

Untersuchungen der elektrophysiologischen Korrelate von multiplikativ relatierten Aktivierungen (s. Abschnitt 1.12) zeigten vergleichbare, einer N400 ähnelnden Komponenten sowohl in Verifikations- (Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen et al., 1999) als auch in ZI-Aufgaben (Galfano et al., 2004). In den Studien von Niedeggen und Kollegen wurden die Stimuli jedoch nicht nach Parität kontrolliert, so dass nicht ausgeschlossen werden kann, dass die Versuchsteilnehmer Strategien anstelle von Faktenabruf angewandt haben (Lemaire & Fayol, 1995; Lemaire & Reder, 1999; Masse & Lemaire, 2001; s.o.). Galfano et al. (2004) haben ihre Items zwar nach Parität kontrolliert, nicht aber nach der Distanz der Targets vom Cue. Zudem untersuchten sie nur Produkte, aber keine Operandenfehler. Schließlich gibt es auch noch keinen direkten Vergleich der elektrophysiologischen Korrelate beider Arten von Aufgaben unter identischen experimentellen Bedingungen.

Die in den beiden vorangehenden Abschnitten dargestellte Situation aus bereits vorhandener Evidenz und methodischen Unzulänglichkeiten lässt es interessant und wünschenswert erscheinen, in künftigen Experimenten auch einen direkten Vergleich der Interferenz durch produktrelatierte und operandenrelatierte Targets durchzuführen. Darüber hinaus könnte man gleichartige Interferenzeffekte (z.B. Operandenfehler vs. unrelatierte Stimuli) in expliziten (z.B. Verifikation) und impliziten (z.B. ZI) Aufgaben bei gesunden Versuchspersonen miteinander vergleichen.

Eine besondere Bedeutung erhielte der letztgenannte Vergleich bei gesunden Personen insbesondere auch durch die Tatsache, dass in letzter Zeit versucht wurde, unterschiedliche Leistungsprofile bei expliziten (Produktion und Verifikation) und impliziten (Zahlenidentifikation) Aufgaben zum Abruf arithmetischer Fakten bei Patienten mit Akalkulie diagnostisch zu nutzen (Kaufmann, Lochy, Drexler, & Semenza, 2004;

Lochy, Domahs, & Delazer, 2004a). So wurde eine Dissoziation zwischen explizitem und implizitem Faktenabruf als Kriterium zur Unterscheidung von Zugriffs- und Speicherstörungen definiert (Kaufmann et al., 2004) – mit potenziellen Konsequenzen für die Prognose und Therapie solcher Störungen.

Zahlenbisektionsaufgaben

Ein weiterer Aufgabentyp, in dem Zahlen zwar als Stimuli verwandt werden, bei dem die Teilnehmer jedoch nicht instruiert werden zu rechnen, sind so genannte Zahlenbisektionsaufgaben. Die bislang wohl ausführlichste Studie zu diesem Aufgabentyp stammt von Nuerk et al. (2002). In der darin eingesetzten Verifikations-Version der Bisektionsaufgabe sollten die Teilnehmer entscheiden, ob eine bestimmte Zahl die numerische Mitte zwischen zwei anderen vorgegebenen Zahlen bildet. Dabei beobachteten die Autoren unter anderem, dass Versuchspersonen signifikant schneller und genauer auf Triplets antworten, die Teil einer Multiplikationsreihe sind (3_6_9), als auf vergleichbare Triplets, die nicht Teil einer solchen Reihe sind (2_5_8).

Wenn in der Instruktion zu dieser Aufgabe auch nicht die Rede von Rechnen ist, so impliziert die Aufgabenstellung jedoch trotzdem einen Rechenvorgang. Ein nahe liegender Weg, die numerische Mitte zwischen zwei Zahlen zu bestimmen läge z.B. darin, die Differenz zwischen beiden Zahlen zu halbieren und zur kleineren Zahl zu addieren. Es ist nicht ausgeschlossen, dass multiplikative Triplets einen Rechenvorgang überflüssig machen, weil etwa die Zahlenfolgen einer Multiplikationsreihe als Zählsequenz auswendig beherrscht werden. Insgesamt muss man jedoch sagen, dass von einer automatischen Aktivierung wie bei ZI-Aufgaben nicht ausgegangen werden kann. Vielmehr ist die Art der Aktivierung eher mit Verifikationsaufgaben vergleichbar, die auf arithmetische Fakten explizit zugreifen.

Paritätsentscheiden

Wenn Versuchspersonen so schnell wie möglich entscheiden sollen, ob eine Zahl gerade oder ungerade ist, dann findet man folgendes systematisches Antwortmuster (Graf et al., 2003): Gerade Zahlen, die ein Multiplikationsergebnis des kleinen Einmaleins sind (z.B. 28), können am schnellsten und sichersten entschieden werden. Hingegen sind die Antworten am langsamsten und fehlerhaftesten, wenn ungerade Zahlen ein Multiplikationsergebnis des kleinen Einmaleins bilden (z.B. 35). Dieser Effekt war auch dann noch nachweisbar, wenn Primzahlen und alle Zahlen der Zweier-Multiplikationsreihe aus der Analyse herausgenommen wurden.

Auch für das Paritätsentscheiden gilt jedoch ein ähnliches Argument, wie schon für die Zahlenbisektionsaufgaben: Selbst wenn von Rechnen in der Instruktion keine Rede ist, so ist dies doch nichtsdestotrotz mit der Aufgabe impliziert. Die Definition gerader Zahlen besteht ja gerade in ihrer Teilbarkeit durch 2. Auch wenn es prinzipiell möglich ist, Zahlen einfach aufgrund einer gelernten, abstrakten, also „rechenfreien" Zuordnung („Alle Zahlen, die auf 2, 4, 6, 8 oder 0 enden sind gerade, alle übrigen Zahlen sind ungerade.") oder einer auswendig gelernten Zählsequenz („Alle Zahlen, die zur Folge 2, 4, 6, 8, 10 usw. gehören sind gerade, alle übrigen ungerade.") nach ihrer Parität zu kategorisieren, so lässt sich doch eine „Probe der Dividierbarkeit durch 2" als Lösungsstrategie nicht mit Sicherheit ausschließen. Somit erfolgt die automatische Aktivierung arithmetischer Fakten auch beim Paritätsentscheiden im Unterschied zum ZI-Paradigma in einem zumindest impliziten Rechenkontext.

In einem von Rusconi et al. (2006) neu angewandten Paradigma des Paritätsentscheidens erhielten die Versuchspersonen dieselbe Darbietung von Zahlen wie in ihrer ZI-Aufgabe, d.h. einer zweistelligen Cue-Zahl folgten zwei einstellige Target-Zahlen. In der Hälfte der Fälle war der Cue das Produkt der beiden Target-Zahlen. Die Teilnehmer sollten allerdings den Cue komplett ignorieren und lediglich entscheiden, ob die beiden Target-Zahlen dieselbe Parität aufweisen. Wie beim Zahlenidentifikationsparadigma ist die multiplikative Beziehung zwischen Cue und Target irrelevant für die Aufgabe. Darüber hinaus ist bei dieser Art des Paritätsentscheidens aber sogar der Cue selbst gänzlich irrelevant für die Aufgabe. Die Interferenzeffekte (d.h. längeren Reaktionszeiten) für produktrelatierte Cue-Target-Folgen im Vergleich zu unrelatierten Cue-Target-Folgen, wie sie von Rusconi et al. (2006) tatsächlich nachgewiesen wurden, sind also tatsächlich auf eine rein stimulusbasierte automatische Aktivierung zurückzuführen.

Priming beim Zahlenbenennen

In einer jüngst veröffentlichten Studie zeigten Jackson & Coney (2005), dass das Benennen von Zahlen fazilitiert werden kann, wenn zuvor eine einfache Rechenaufgabe präsentiert wird, deren Ergebnis dem Zielwort entspricht (kongruente Bedingung; z.B. Prime: 6 × 5; Target: 30), selbst wenn die Zeitspanne zwischen Darbietung des Primes und Präsentation des Targets zu kurz ist, um eine bewusste Wahrnehmung oder strate gische Verarbeitung zu erlauben (z.B. 240 ms SOA). Andererseits kam es zu einer Inhibition der Antwort, wenn zuvor ein inkongruenter Prime präsentiert wurde (z.B. Prime: 6×6; Target: 21). Dabei wurden die Primingeffekte durch die Aufgabengröße und die Rechenfähigkeit des Teilnehmers moduliert: Kleine Aufgaben und gute Rechenfähigkeiten führten zu stärkeren Effekten als große Aufgaben und weniger gute Rechenfähigkeiten.

Die Zahlenbenennaufgabe erscheint gut geeignet, die automatische Aktivierung arithmetischer Fakten nachzuweisen, da sie – im Unterschied zu Zahlenbisektionsaufgaben oder dem Paritätsentscheiden – keinen auch nur impliziten Rechenkontext etabliert.

1.12. Neuroanatomische und elektrophysiologische Korrelate ungestörten Faktenabrufs

1.12.1. Funktionell-anatomische Lokalisation

Welche Hirnareale sind für die Verarbeitung arithmetischer Fakten zuständig? Bevor die Untersuchung von Hirnfunktionen bei gesunden Probanden mittels bildgebender Verfahren möglich war, konnten allein Läsionsstudien Auskunft darüber geben. Diese haben jedoch ihre Nachteile, wie sie beispielsweise von Rorden & Karnath (2004) aufgelistet wurden. Die Interpretation von Läsionsstudien wird demnach dadurch erschwert, dass

a) die Grenzen der Läsionen praktisch nie mit den Grenzen funktionaler Module zusammenfallen,
b) das Gehirn nach einer Läsion eine gewisse Plastizität aufweist, d.h., dass verschiedene Regionen ihre Funktion ändern können,
c) strukturell intakt erscheinende Regionen tatsächlich in ihrer Funktion beeinträchtigt sein können (beispielsweise durch Minderdurchblutung oder durch Diskonnektion bzw. Schädigung eines entfernt liegenden Areals, das für vorangehende Stufen der Informationsverarbeitung notwendig ist),

d) Aussagen über den Zeitpunkt in der Informationsverarbeitungssequenz, zu dem das lädierte Areal funktionell bedeutsam ist, nicht getroffen werden können.

Im Folgenden soll ein Überblick über Studien gegeben werden, die den Abruf arithmetischer Fakten mittels bildgebender Verfahren (fMRT und PET) untersucht haben. Dabei wurden alle mir bekannten (Teile von) Studien eingeschlossen, bei denen gesunde, gebildete Erwachsene Multiplikationsaufgaben aus dem Bereich des kleinen Einmaleins lösen sollten. Studien, bei denen mit Patienten (z.B. Ouchi, Yoshikawa, Futatsubashi, Okada, Torizuka, & Kaneko, 2004) oder Kindern (z.B. Rivera, Reiss, Eckert, & Menon, 2005) gearbeitet wurde, andere Grundrechenarten untersucht wurden (z.B. Cowell, Egan, Code, Harasty, & Watson, 2000; Menon, Rivera, White, Glover, & Reiss, 2000; Simon, Mangin, Cohen, Le Bihan, & Dehaene, 2002) oder ausschließlich komplexe Rechenaufgaben gelöst werden mussten (z.B. Fulbright, Molfese, Stevens, Skudlarski, Lacadie, & Gore, 2000; Schmithorst & Brown, 2004; Kong, Wang, Kwong, Vangel, Chua, & Gollub, 2005) wurden also nicht mit eingeschlossen um sicherzugehen, dass es sich tatsächlich um den Abruf arithmetischer Fakten in einem ungestörten, reifen System handelt (v.a. Abschnitte 1.1, 1.4, 1.5 und 1.9).

Eine bestimmte Modalität der Darbietung der Aufgabe oder ihrer Beantwortung war hingegen kein Einschlusskriterium. So wurden sowohl Paradigmen einbezogen, in denen das Ergebnis subvokal oder offen produziert werden sollte (Dehaene, Tzourio, Frak, Raynaud, Cohen, Mehler, & Mazoyer, 1996; Chochon, Cohen, van De Moortele, & Dehaene, 1999; Kazui, Kitagaki, & Mori, 2000; Lee, 2000; Hayashi, Ishii, Kitagaki, & Kazui, 2000; Zago, Pesenti, Mellet, Crivello, Mazoyer, & Tzourio-Mazoyer, 2001; Gruber, Indefrey, Steinmetz, & Kleinschmidt, 2001; Kawashima, Taira, Okita, Inoue, Tajima, Yoshida, Sasaki, Sugiura, Watanabe, & Fukuda, 2004) als auch solche mit Verifikations- bzw. Mehrfachwahlaufgaben (Rickard, Romero, Basso, Wharton, Flitman, & Grafman, 2000; Stanescu-Cosson, Pinel, van De Moortele, Le Bihan, Cohen, & Dehaene, 2000). Es wurden auch keine besonderen Anforderungen an die Aufgabe gestellt, mit welcher der Abruf arithmetischer Fakten jeweils kontrastiert wurde. Folglich findet sich hier auch ein sehr breites Spektrum von „Ruhe“ (Dehaene et al., 1996; Hayashi et al., 2000) oder dem einfachen Fixieren einer visuellen Markierung (Kawashima et al., 2004) über das Lesen von Zahlen bzw. Buchstaben (Chochon et al., 1999; Zago et al., 2001) oder das Lösen einfacher Aufgaben in anderen Rechenarten (Chochon et al., 1999; Lee, 2000) bis hin zum Lösen komplexer Rechenaufgaben (Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001). In der Konsequenz kann es zu sehr unterschiedlichen Aktivierungsmustern für die „Zielfunktion", also den Abruf arithmetischer Fakten, kommen. Dabei kann zum einen die Kontrastierung mit einer einfachen Aufgabe zu mehr „übrig bleibender" Aktivierung führen als die Kontrastierung mit einer schwierigeren Aufgabe. Zum anderen können unterschiedliche funktionelle Aspekte einer kognitiven Leistung „wegsubtrahiert" werden: Durch eine verbale Kontrollbedingung werden verbale Aspekte abgezogen, die beim Faktenabruf unspezifisch beteiligt sind, durch eine visuelle Kontrollbedingung hingegen mögliche visuelle Aspekte. Durch eine Kontrollbedingung, welche die Zielfunktion vollständig mit beinhaltet, kann es sogar dazu kommen, dass keinerlei Aktivierungen mehr den Kontrast überstehen. Dies könnte beispielsweise beim Kontrastieren einfacher Multiplikationsaufgaben mit einfachen Aufgaben anderer Rechenarten der Fall sein (Chochon et al., 1999), vorausgesetzt, sie haben dieselben kognitiven Grundlagen, oder auch beim Kontrastieren mit komplexen Rechenaufgaben, die den Abruf einfacher arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis mit einschließen.

Folgende Ausnahmen wurden bei den oben genannten Einschlusskriterien für die Studien gemacht: Die Studie von Gruber et al. (2001) wurde mit einbezogen, obwohl die Teilnehmer dabei eine Mischung aus einfachen Multiplikations- und Divisionsaufgaben lösen sollten. Ferner wurden die Veröffentlichungen von Hayashi et al. (2000) und Kazui et al. (2000) mit berücksichtigt, obwohl die Teilnehmer nicht direkt rechnen sollten, sondern lediglich Multiplikationsreihen wiederholt aufsagen mussten. Schließlich wurde auch die Untersuchung von Stanescu-Cosson et al. (2000) einbezogen, obwohl die Versuchspersonen dabei Additionsaufgaben lösten. Allerdings kann bei einem Vergleich von sehr kleinen (Addenden 1 bis 5) mit „größeren" (Addenden von 5 bis 9) Aufgaben mit einiger Sicherheit davon ausgegangen werden, dass es sich zumindest bei ersteren tatsächlich um Faktenabruf und nicht um die Anwendung anderer Lösungswege handelt. Bei letzteren kann es hingegen häufiger auch zum Einsatz von Rechenprozeduren kommen (Lefevre et al., 1996b; s.a. Abschnitte 1.1 und 1.5). Einen Überblick über alle zehn Studien, die den genannten Kriterien entsprechen, gibt Tabelle 1.

Modelltheoretische Vorhersagen zur neuroanatomischen Lokalisation des Abrufs arithmetischer Fakten macht einzig das Triple-Code-Modell von Dehaene und Cohen (z.B. Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995; 1997; Cohen et al., 2000; Dehaene et al., 2003; s.a. Abschnitt 1.1). Es geht davon aus, dass arithmetischer Faktenabruf vor allem von den Spracharealen der linken Hemisphäre geleistet wird. Die Autoren spezifizieren insbesondere drei Gebiete, die alle zu diesem sprachlichen Netzwerk gehören, aber durchaus unterschiedlichen Aspekten der Funktion Faktenabruf – also speziell dem Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben – dienlich sein könnten. Dies sind im Einzelnen:

a) „Perisylvische“ Sprachareale der linken Hemisphäre, deren Schädigung zu „klassischen“ aphasischen Symptomen führen. Diese Areale umfassen vor allem den Frontallappen – insbesondere das Broca-Areal – und den Lobulus parietalis inferior – insbesondere die Gyri supramarginalis und angularis (Dehaene et al., 2003).
b) Linksseitige inferior-temporale Strukturen, deren Läsion zu Störungen in der Verarbeitung von Schriftsprache einschließlich arabischer Zahlen führt (Cohen & Dehaene, 2004). Durch eine Diskonnektion zwischen diesen linksseitigen Repräsentationen zur Verarbeitung arabischer Zahlen (dem sog. „Visuellen Wortform-Areal“) einerseits und den (Laut-) Spracharealen derselben Hemisphäre andererseits könnte keine Übertragung der Aufgabe aus dem arabischen in den (dem Triple-Code-Modell zufolge notwendigen) verbalen Code erfolgen und Faktenabruf wäre deshalb (zumindest in der Standardmodalität) unmöglich. Gleichzeitig wäre die Aktivierung von Größenrepräsentationen noch von den rechtsseitigen Repräsentationen arabischer Zahlen aus möglich; die Subtraktion bliebe also ungestört. Nach dieser Erklärung gäbe es keine Verbindung von der rechtsseitigen Repräsentation arabischer Zahlen zum linksseitig lokalisierten verbalen Code, wohl aber zu den Größenrepräsentationen im Sulcus intraparietalis (Cohen & Dehaene, 1995; 2000).
c) Kortiko-subkortikale Schleifen (unter Beteiligung der Basalganglien und des Thalamus), die in der Produktion hochüberlernter verbaler Sequenzen (Gedichte, Gebete u.ä.) eine wichtige Rolle spielen. Quantitätsbasierte Rechenarten – an erster

> Stelle die Subtraktion – würden hingegen in bilateralen Arealen im Sulcus intraparietalis verarbeitet, insbesondere in dessen horizontalen Abschnitt.

Werden die Vorhersagen des Triple-Code-Modells von den empirischen Beobachtungen, wie sie in Tabelle 1 zusammengefasst sind, bestätigt? Zunächst einmal sollte ein sprachlich basierter Abruf arithmetischer Fakten zu einer Aktivierung insbesondere der linken Hemisphäre führen. Tatsächlich wurde in einigen Studien eine solche Dominanz der linken Hirnhälfte beobachtet (Chochon et al., 1999; Kazui et al., 2000; Rickard et al., 2000). Insgesamt aber zeigte sich häufig ein bilaterales Muster von Aktivierungen, bei dem insbesondere die rechtsseitigen homologen Areale signifikant mitaktiviert waren, wenn auch oft in geringerem Ausmaß (Rickard et al., 2000; Stanescu-Cosson et al., 2000; Hayashi et al., 2000; Kawashima et al., 2004).

Auch die spezifischere Vorhersage einer Aktivierung in perisylvischen Spracharealen wurde nicht in allen Untersuchungen bestätigt. So fand eine Arbeitsgruppe von Dehaene und Cohen selbst (Dehaene et al., 1996) ebenso wenig eine Aktivierung in den klassischen Spracharealen wie die Studie von Zago et al. (2001). Letztere Autoren schlossen auf Grund ihrer Ergebnisse sogar explizit aus, dass der Abruf arithmetischer Fakten sprachlich basiert erfolge. Andererseits war sowohl in den Studien von Rickard et al. (2000) und Kazui et al. (2000) als auch in der Untersuchung von Gruber et al. (2001) das Broca-Areal beim Faktenabruf signifikant aktiviert, wenn auch in letzterer nur, wenn mit Aufgaben ohne vergleichbare verbale Komponenten kontrastiert wurde.

Kontrast	Modalität	Aktivierte Region	Zentroid	BA	Hem	Z	p	Clust	N (sig)	N (ges)	Methode	Referenz
M > Ruhe	subvok Prod	Cuneus			li		0,13§			8	PET	Dehaene et al., 1996
		Cuneus			re		0,024§					
		lat Okzipitallappen			li		< 0,0001§					
		lat Okzipitallappen			re		< 0,0001§					
		Gy fusiform und lingual			li		0,05§					
		Gy fusiform und lingual			re		0,36§					
		Gy pariet inf			li		0,002§					
		Gy pariet inf			re		0,021§					
		Gy precentr			li		0,001§					
		Gy precentr			re		0,08§					
		SMA			li		0,008§					
M > GV	subvok Prod	Gy front sup		8	li		0,069§			8	PET	Dehaene et al., 1996
		Gy front sup		8	re		0,005§					
		Nucl lenticular			li		0,011§					
		Nucl lenticular			re		0,09§					
M > Buchst Les	subvok Prod	Su postcentr / Su intrapariet ant	42, -30, 45		re	6,01	< 0,05		3	8	fMRT	Chochon et al., 1999
		Su intrapariet Mitte	39, -42, 42		re	5,75			2			
		Su intrapariet post	33, -48, 45		re	4,81			2			
		Su intrapariet Mitte	-45, -42, 39		li	7,33			3			
		Su intrapariet post	-39, -54, 48		li	7,53			5			
		Su intrapariet post	-27, -66, 42		li	7,17			4			
		Gy front sup	24, 9, 48	6/8	re	5,12			2			
		Gy front dorsolat	42, 45, 18	9/46	re	4,66			3			
		Gy front inf	36, 27, -6	44/47	re	4,19			2			
		Gy front dorsolat	-30, -6, 51	9/46	li	5,41			4			
		Gy front inf	-36, 27, 3	44/47	li	4,95			4			
		Gy cing ant	-12, 18, 36	32	li	5,11			3			
M > Zahlen Les	subvok Prod	Gy precentr	-51, 3, 39	6	li	5,35	< 0,05			8	fMRT	Chochon et al., 1999
		Su intrapariet	-30, -72, 33		li	4,87						
		Su intrapariet ant	-45, -36, 36		li	4,63						
		Su postcentr	48, -30, 48		re	4,49						
M > GV	subvok Prod	Su intrapariet post	-30, -69, 48		li	4,70	< 0,05			8	fMRT	Chochon et al., 1999

Tabelle 1; Fortsetzung auf der nächsten Seite

Kontrast	Modalität	Aktivierte Region	Zentroid	BA	Hem	Z	p	Clust	N (sig)	N (ges)	Methode	Referenz
M > Sub	subvok Prod	keine sign. Aktivierung					< 0,05			8	fMRT	Chochon et al., 1999
M-Reihen > Ruhe	subvok Prod	Gy precentr / Gy front med	-42, -4, 40	6, 9	li	5,52	< 0,005§	1227		10	PET	Hayashi et al., 2000
		Gy front med dors / Gy cing	-4, 4, 48	6, 32		4,76		332				
		Gy ang	38, -72, 32	39	re	4,28		217				
		Gy ang / Precuneus	-28, -68, 32	39	li	3,71		184				
		Gy supramarg	-38, -42, 32	40	li	3,40		104				
M-Reihen > Zählen	subvok Prod	Gy ang / Precuneus	36, -76, 32	39, 19	re	3,72	< 0,005§	113		10	PET	Hayashi et al., 2000
		Gy front med / Gy precentr	-30, -6, 32	6, 9	li	3,50		168				
		Nucl lenticularis	-18, -4, -4		li	3,30		58				
		Gy ang	-22, -76, 44	39	li	3,29		57				
M-Reihen > Zählen	subvok Prod	PMA			bi		< 0,001§			9	fMRT	Kazui et al., 2000
		SMA			bi							
		Gy front inf post			li							
		Su intrapariet			li							
M > Sub	subvok Prod	Gy ang / Gy supramarg	-50, -54, 31	39/40	li	7,22	< 0,01	147		11	fMRT	Lee, 2000
		Gy front sup	-23, 33, 44	9/46	li	6,61		142				
		Gy lingual	11, -75, 5	18	re	7,38		75				
		Gy precentr	51, -9, 24	4	re	4,74		24				
		Gy cing ant	2, 50, 16	30		6,95		82				
		Precuneus	-3, -44, 49	7		6,79		59				
M > 1-Erkennen (GV)°	Verif	Lob parietal (einschl. [Pre]cuneus)	-25, -60, 42		li		< 0,01		8	8	fMRT	Rickard et al., 2000
		Lob parietal (einschl. [Pre]cuneus)	29, -61, 44		re				8			
		Gy fusiform, lingual u. occip inf	-41, -55, -12		li				8			
		Gy fusiform, lingual u. occip inf	31, -77, -10		re				7			
		Gy front inf	-40, 13, 32	44	li				8			
		Gy front inf	45, 16, 22	44	re				8			
		Gy front sup	-34, 48, 22	9/10	li				7			
		Gy front sup	41, 48, 22	9/10	re				6			
		Gy cing ant							5			
		Thalamus							2			

Tabelle 1; Fortsetzung auf der nächsten Seite

Kontrast	Modalität	Aktivierte Region	Zentroid	BA	Hem	Z	p	Clust	N (sig)	N (ges)	Methode	Referenz
Add klein (Buchstaben rechnen) > Add groß (Buchstaben rechnen)°	Mehrfach-wahlaufgabe (2 Alternativen)	Gy ang Gy ang Gy cing post / Precuneus ant medialer Lob front Gy precent inf Gy temp sup Insula Gy supramarg	-52, -68, 32 48, -60, 32 0, -40, 32 -8, 68, 8 64, ,4, 8 44, -8, -8 -44, -12, 12 -60, -28, 28		li re li re re li li	7,03 6,62 6,86 5,80 5,54 4,32 4,42 4,32	< 0,05			7	fMRT	Stanescu-Cosson et al., 2000
M + D > Ergebnis in einer Mehrfach-Wahlauf-gabe mit Tastendruck zuordnen	subvok Prod + Merken der Zwischenerg	Su front inf ant Su front inf ant PMA PMA Gy front inf (pars opercularis) Su intrapariet (+ angr. Kortex) Su intrapariet (+ angr. Kortex) Prä-SMA	-44, 44, 12 52, 40, 8 -48, 0, 32 44, -8, 32 -52, 8, 16 -36, -68, 48 24, -64, 40 -4, 8, 56		li re li re li li re 	4,58 3,37 6,28 4,85 4,76 5,80 5,72 3,60	0,05 < 0,001[§] 0,05 0,05 0,05 0,05 0,05 < 0,001[§]			6	fMRT	Gruber et al., 2001
M + D > Pseudorech-nen mit Buchstaben	subvok Prod + Merken der Zwischenerg	Gy front inf dors Su front inf Mitte Su intrapariet Gy cing post Precuneus		44/45 23/31 31/7	li li li (li) (li)		< 0,001[§]			6	fMRT	Gruber et al., 2001
M + D > Ziffern austauschen	subvok Prod + Merken der Zwischenerg	Gy ang dors Gy cing post Precuneus			li (li) (li)		< 0,001[§] 0,05 0,05			6	fMRT	Gruber et al., 2001
M + D > kompl M + D	subvok Prod + Merken der Zwischenerg	Gy cing post Precuneus			(li) (li)		< 0,001[§]			6	fMRT	Gruber et al., 2001

Tabelle 1; Fortsetzung auf der nächsten Seite

Kontrast	Modalität	Aktivierte Region	Zentroid	BA	Hem	Z	p	Clust	N (sig)	N (ges)	Methode	Referenz
M > Zahlen Les	Prod	Insel ant Gy precentr Su intrapariet Gy occip sup / Su intraoccip Cerebellum post Cerebellum Mitte Cerebellum ant	-30, 18, 2 -44, -2, 38 -28, -56, 46 36, -72, 26 12, -74, -36 6, -82, -14 -28, -42, -32		li li li re re re li	3,3 3,6 3,7 3,7 3,8 3,3 3,7	0,98 0,77 0,70 0,62 0,51 0,96 0,69	0,1 cm³ 0,3 cm³ 0,8 cm³ 1,0 cm³ 0,3 cm³ 0,2 cm³ 0,6 cm³		6	PET	Zago et al., 2001
M > kompl M (Zahlen Les)°	Prod	Gy temp transversus (Heschl) Gy cing post	34, -30, 8 2, -44, 26		re	4,0 4,1	0,34 0,37	0,3cm³ 1,4cm³		6	PET	Zago et al., 2001
M > Fixation	subvok Prod	Gy front med Gy front med Gy front med Gy front inf Su intrapariet Su intrapariet Gy temp inf Gy temp inf lat Okzipitallappen lat Okzipitallappen	-54, 16, 24 48, 8, 30 52, 44, 12 -22, 22, -2 -32, -50, 44 22, -64, 50 -46, -76, -10 36, -58, -24 -18, -92, -8 32, -86, -4		li re re li li re li re li re		< 0,05			8	fMRT	Kawashima et al., 2004

Tabelle 1: Überblick über Studien zur funktionellen Bildgebung des Abrufs arithmetischer Fakten.

Legende auf der folgenden Seite.

Legende für Tabelle 1:

Zentroid = Zentrum der Aktivierung des Clusters in den Koordinaten des Talairach-Atlas, BA = Brodmann-Areal, Hem = Hemisphäre (re = rechts, li = links), Z = Z-Wert, p = p-Wert der Aktivierung des Clusters, Clust = Größe des beschriebenen Clusters (wenn nicht anders angegeben in Anzahl der signifikant aktivierten zusammenhängenden Voxel), N (sig) = Anzahl der Versuchspersonen, in denen das Areal signifikant aktiviert war, N (ges) = Anzahl aller teilnehmenden Versuchspersonen; ° *conjunction*-Analyse (maskiert durch die Bedingung in Klammern); § nicht für multiples Testen korrigiert

<u>Abkürzungen in der ersten Spalte</u>: M = einfache Multiplikationsaufgaben, D = einfache Divisionsaufgaben, Sub = einfache Subtraktionsaufgaben, Add = einfache Additionsaufgaben (klein: Operanden von 1 bis 5, groß: Operanden von 5 bis 9), M-Reihen = Aufsagen von Multiplikationsreihen, GV = Größenvergleich von Zahlen, Buchst = Buchstaben, Les = Lesen, 1-Erkennen = Identifizieren von Einsen in Zahlenfolgen, kompl = komplex

<u>Abkürzungen in der zweiten Spalte</u>: Erg = Ergebnis(se), Prod = Produktion, subvok = subvokal, Verif = Verifikation

<u>Abkürzungen in der dritten Spalte</u>: Gy = Gyrus, Lob = Lobus, Nucl = Nucleus, Su = Sulcus

ant = anterior, dors = dorsal(is), front = frontal(is), inf = inferior, lat = lateral(is), med = medius, pariet = parietal(is), occip = occipital(is), post = posterior, postcentr = postcentral(is) precentr = precentral(is), temp = temporal(is), sup = superior

ang = angularis, cing = cinguli, fusiform = fusiformis, lenticular = lenticularis, lingual = lingualis, supramarg = supramarginalis

PMA = Primär Motorisches Areal, SMA = Supplementär-Motorisches Areal

angr. = angrenzend, einschl. = einschließlich

Weiterhin wird der linke Gyrus angularis von den Vertretern des Triple-Code-Modells als wichtiger Teil des sprachlich basierten Abrufs arithmetischer Fakten angesehen (z.B. Dehaene et al., 2003). Wiederum fanden jedoch Dehaene und Kollegen selbst nicht in jeder Studie eine signifikante Aktivierung dieses Areals (z.B. Dehaene et al., 1996). Rickard et al. (2000) und Zago et al. (2001) beobachteten sogar eine signifikante Deaktivierung des Gyrus angularis beim Abruf arithmetischer Fakten. Auch in diesem Punkt ist das Bild jedoch widersprüchlich: So fanden andere Autoren beim Faktenabruf sehr wohl eine Aktivierung des linken Gyrus angularis (Lee, 2000; Stanescu-Cosson et al., 2000; Hayashi et al., 2000; Gruber et al., 2001). Interessant ist in diesem Zusammenhang auch eine Studie von Menon, Rivera, White, Eliez, Glover, & Reiss (2000). Diese Autoren fanden, dass der einzige Aktivierungsunterschied zwischen „perfekten“ und nicht so guten Rechnern beim Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben im linken Gyrus angularis lokalisierbar war. Allerdings wiesen die perfekten Rechner dort signifikant *geringere* Aktivierungen auf als die nicht so guten Rechner, obwohl sie ja vermutlich *mehr* auf Faktenabruf und weniger auf prozedurale Lösungswege zurückgreifen. Dieses Ergebnis verweist auf die häufig ignorierte Tatsache, dass eine besonders gut beherrschte Aufgabe nicht zwangsläufig auch mit besonders viel Hirnaktivität einhergehen muss – im Gegenteil.

Wie oben bereits dargelegt, sagt das Triple-Code-Modell Aktivierungen im so genannten Visuellen Wortform-Areal voraus, wenn die Aufgabe mittels arabischer Zahlen präsentiert wird. In Übereinstimmung mit dieser Vorhersage zeigte sich der linke Gyrus fusiformis signifikant aktiviert, wenn visuell präsentierte Multiplikationsaufgaben mit einer Ruhebedingung (Dehaene et al., 1996) oder einer visuell vergleichsweise einfachen Aufgabe (Rickard et al., 2000) kontrastiert wurden. In Übereinstimmung mit dieser Vorhersage stehen aber auch fehlende Aktivierungen im Visuellen Wortform-Areal, wenn Multiplikation mit visuell vergleichbar komplexen Aufgaben kontrastiert wurde (Dehaene et al., 1996; Chochon et al., 1999; Lee, 2000; Stanescu-Cosson et al., 2000; Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001) bzw. keine visuelle Aufgabendarbietung erfolgte (Kazui et al., 2000; Hayashi et al., 2000). Passend zu dieser Interpretation zeigte sich das Visuelle Wortform-Areal beim Bearbeiten visuell noch komplexerer Multiplikationsaufgaben mit zweistelligen Operanden im Vergleich zu Aufgaben aus dem kleinen Einmaleins deutlich stärker aktiviert (Zago et al., 2001).

Ein letztes, aus dem Triple-Code-Modell bzw. seinen neuroanatomischen Spezifizierungen ableitbares Aktivierungsgebiet sind die Basalganglien und der Thalamus.

Allerdings beschrieben lediglich Dehaene et al. (1996) sowie Rickard et al. (2000) und Hayashi et al. (2000) unter bestimmten Bedingungen vergleichsweise geringe Aktivierungen des Nucleus lenticularis bzw. des Thalamus. Diese seltenen Berichte von Basalganglien-Aktivierungen in bildgebenden Studien mögen teilweise methodisch bedingt sein. Allerdings ist auch die neuropsychologische Evidenz eher widersprüchlich. Einerseits wurden Patienten beschrieben, die nach einer Läsion der Basalganglien Probleme mit einfachen Rechenaufgaben aufwiesen (Whitaker, Habiger, & Ivers, 1985; Corbett, McCusker, & Davidson, 1988; Hittmair-Delazer et al., 1994; Delazer et al., 2004), andererseits ist dies aber offensichtlich nicht die Regel.

Darüber hinaus sagt das Triple-Code-Modell vorher, dass es spezifische Aktivierungen für die Multiplikation im Kontrast zur Subtraktion geben sollte (z.B. Dehaene et al., 2003; s.a. Abschnitte 1.5 und 1.1). Demnach wäre die eine Rechenart nicht einfach schwerer als die andere. Vielmehr würden beide prototypisch auf unterschiedlichen Wegen gelöst. Der verbal basierte Abruf von Multiplikationsfakten sollte eher in den oben genannten linkshemisphärischen Spracharealen erfolgen, während die Subtraktion vorwiegend von bilateralen Größenrepräsentationen im Sulcus intraparietalis geleistet würde. Wie sieht nun die Datenlage in dieser Hinsicht aus? Von allgemein größerer Aktivierung für einfache Subtraktion- als für einfache Multiplikationsaufgaben sprechen Chochon et al. (1999), Kazui et al. (2000) sowie Hayashi et al. (2000). Allerdings fanden Chochon et al. (1999) keine signifikante Aktivierung von Multiplikation im Kontrast zur Subtraktion, weder perisylvisch noch in den Basalganglien. Lee (2000) hingegen berichten für den Kontrast Multiplikation > Subtraktion von Aktivierungen u.a. im linken Gyrus angularis, im Gyrus precentralis und im anterioren Gyrus cinguli sowie im Precuneus. Gleichzeitig benennen Lee (2000) aber auch ein Problem für den direkten Vergleich der beiden Rechenarten: Während einfache Subtraktionsaufgaben üblicherweise zu – visuell und verbal einfachen – einstelligen Ergebnissen führen, haben einfache Multiplikationsaufgaben typischerweise zweistellige Ergebnisse.

Es gibt jedoch nicht nur Regionen, in denen das Triple-Code-Modell Aktivierungen beim Abruf arithmetischer Fakten vorhersagt, sondern auch Regionen, für die keine spezifischen Aktivierungen erwartet werden. Dazu gehört insbesondere der Sulcus intraparietalis. Trotzdem haben viele Studien gerade dort Aktivierungen berichtet (Chochon et al., 1999; Kazui et al., 2000; Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001; Kawashima et al., 2004). Interessanterweise wurden solche intraparietalen Aktivierungen bei einigen Autoren selbst dann beobachtet, wenn der Abruf arithmetischer Fakten mit numerischen

Aufgaben kontrastiert wurde (Chochon et al., 1999; Kazui et al., 2000). Bei anderen Autoren hingegen „verschwand" die intraparietale Aktivierung, wenn eine (komplexere) numerische Aufgabe als Kontrast gewählt wurde (Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001). In keiner der beiden Studien, die den Abruf von Multiplikationsfakten direkt mit einfachen Subtraktionsaufgaben kontrastierten, war in dieser Bedingung der Sulcus intraparietalis signifikant aktiviert (Chochon et al., 1999; Lee, 2000). Die Hypothese, derzufolge intraparietale Aktivierungen als Spur des Fingerzählens während des Erwerbs von Rechenfähigkeiten interpretiert werden können (Zago et al., 2001), gilt somit wahrscheinlich eher für die überwiegend prozedural erfolgende Subtraktion als für den Abruf von arithmetischen (Multiplikations-) Fakten aus dem deklarativen Gedächtnis.

Eine ähnliche Beobachtung lässt sich interessanterweise auch für einen anderen Teil des von Zago et al. (2001) in die Diskussion gebrachten „Fingerzähl-Netzwerkes" machen: Linksseitige präzentrale bzw. prämotorische Areale. Obwohl tatsächlich einige Untersuchungen diese Areale beim Faktenabruf im Kontrast zu nichtnumerisch lösbaren Aufgaben (einschließlich dem Lesen von Zahlen) signifikant aktiviert fanden (Dehaene et al. 1996; Chochon et al., 1999; Kazui et al., 2000; Hayashi et al., 2000; Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001), „verschwand" diese Aktivierung bei vielen von ihnen, wenn Faktenabruf mit numerisch zu lösenden Aufgaben kontrastiert wurde (Dehaene et al., 1996; Chochon et al., 1999; Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001).[16]

Einige der hier diskutierten Untersuchungen fanden Aktivierungen in medialen Anteilen des Parietallappens, im Precuneus bzw. im hinteren Anteil des Gyrus cinguli (Lee, 2000; Rickard et al., 2000; Stanescu-Cosson et al., 2000; Hayashi et al., 2000; Zago et al., 2001; Gruber et al., 2001). Diese Areale wurden schon mit dem Abruf von Fakten aus dem Gedächtnis im Allgemeinen in Zusammenhang gebracht (Krause, Schmidt, Mottaghy, Taylor, Halsband, & Herzog, 1999) und in der Folge auch mit dem Abruf arithmetischer Fakten im Besonderen (Gruber et al., 2001).

Die Aktivierung der linken vorderen Insel und des rechten Cerebellums beim arithmetischen Faktenabruf in ihrer Studie setzten Zago et al. (2001) in Analogie zum einfachen Benennen von Bildern von Werkzeugen oder Lebewesen, bei dem auch die klassischen Sprachareale (Broca und Wernicke) nicht unbedingt aktiviert sein müssen (Martin, Wiggs, Ungerleider, & Haxby, 1996; Etard, Mellet, Papathanassiou, Benali,

[16] Numerisch zu lösen meint in diesem Zusammenhang, dass die entsprechenden Aufgaben einen Rückgriff auf die semantische Größenrepräsentation von Zahlen erfordern.

Houdé, Mazoyer, & Tzourio-Mazoyer, 1999). Demzufolge wäre das Beantworten einfacher Multiplikationsaufgaben insofern mit dem Bildbenennen vergleichbar, als dass in beiden Aufgaben einem Problem eine einzige richtige Antwort zugewiesen werden muss. Allerdings haben außer Zago et al. (2001) selbst lediglich Stanescu-Cosson et al. (2000) eine Aktivierung der linken Insel und niemand weiter eine Aktivierung des Cerebellums berichtet. Dies mag insbesondere im Fall des Kleinhirns methodische Ursachen haben, lässt die Hypothese vom Faktenabruf als Form des Benennens zum gegenwärtigen Zeitpunkt jedoch nicht besonders überzeugend erscheinen.

Weitgehend unklar bleibt auch die Rolle der von einigen Autoren (Dehaene et al., 1996; Chochon et al., 1999; Lee, 2000; Rickard et al., 2000) beobachteten Aktivierung des präfrontalen Kortex beim arithmetischen Faktenabruf. Während Aktivierungen in diesem Areal häufig exekutiven Funktionen (z.B. Arbeitsgedächtnis, Umgang mit Interferenz) zugeschrieben werden, erwägen Rickard et al. (2000) auch die Möglichkeit, dass dieses Areal etwas mit dem Faktenabruf selbst zu tun haben könnte. Als Unterstützung für diese Spekulation nennen sie zwei Fälle von Patienten, die nach präfrontalen Läsionen primäre Rechenstörungen entwickelt haben (Lucchelli & De Renzi, 1993; Tohgi, Saitoh, Takahashi, Takahashi, Utsugisawa, Yonezawa, Hatano, & Sasaki, 1995). Allerdings räumen Rickard et al. (2000) dabei ein, dass es sich bei diesen Fällen offensichtlich eher um „Ausnahmen“ handelt. Zudem wurde beim Patienten von Tohgi et al. (1995) zusätzlich auch eine Minderdurchblutung der Gyri supramarginales und angulares bilateral beobachtet.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Frage der neuroanatomischen Lokalisation des Abrufs arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis keineswegs abschließend geklärt ist. Weitgehend unkontrovers dürfte die allgemeine Feststellung sein, dass dabei ein fronto-parietales Netzwerk mit einer gewissen Betonung der linken Hemisphäre von Bedeutung ist. Von den spezifischen Vorhersagen des Triple-Code-Modells scheint bislang lediglich die Notwendigkeit eines Visuellen Wortform-Areals zum Verständnis visuell präsentierter Aufgaben überwiegend bestätigt zu sein (für eine Kritik am Konzept des Visuellen Wortform-Areals s. Price & Devlin, 2004).

1.12.2. Elektrophysiologische Korrelate

Welche spezifischen Muster elektrischer Spannungsunterschiede auf dem Schädel sind mit dem Abruf arithmetischer Fakten typischerweise verbunden?

Spezifische EEG-Aktivierungen für die Beantwortung einfacher Rechenaufgaben aller vier Rechenarten und die Verarbeitung von Rechenzeichen beschreiben Earle et al. (1996). Während die „arithmetischen Fakten" mit eher linksseitiger Aktivierung assoziiert waren, führte eine Rechenzeichen-Einsetzaufgabe zu eher rechtsseitigen Aktivierungen.

In einem kombinierten EKP- (Ereigniskorrelierte Potenziale) und Verhaltensexperiment untersuchten Pauli, Lutzenberger, Rau, Birbaumer, Rickard, Yaroush, & Bourne (1994) den Einfluss von Trainingseffekten und Aufgabenschwierigkeit bei Aufgaben aus dem kleinen Einmaleins. In den EEG-Daten beobachteten sie eine ausgeprägte Positivierung etwa 300 ms nach Darbietung der Aufgabe, die anschließend in einer langsamen Welle zwischen etwa 500 und 1000 ms nach Stimuluspräsentation wieder zum Ausgangsniveau zurückkehrte und schließlich in eine Negativierung kurz vor und während der Antwort überging. Im Verlauf der vier Sitzungen zeigten sich Übungseffekte nicht nur in den Verhaltensdaten, sondern auch darin, dass das Auslaufen der langsamen Welle mit zunehmender Übung immer früher einsetzte. Besonders interessant erscheint die Tatsache, dass die Positivierung, die zunächst an allen Elektroden zu beobachten war, von Sitzung zu Sitzung immer weniger an vorderen und mittleren Elektroden gefunden wurde, während sie an zentro-parietalen Elektroden unverändert beobachtbar war. Diese Veränderungen der Topographie der Positivierung führten Pauli et al. (1994) auf sich verschiebende Anteile bei den Lösungswegen zurück, welche die Versuchspersonen anwandten: Während in den ersten Sitzungen noch häufig Strategien oder Prozeduren abgearbeitet wurden, verließen sich die Teilnehmer im Verlauf des Trainings offenbar zunehmend auf direkten Faktenabruf aus dem Gedächtnis. Den Autoren zufolge ist die Abarbeitung von komplexeren Strategien und Prozeduren auf exekutive Funktionen angewiesen, die überwiegend in frontalen Arealen lokalisiert sind, während der direkte, „automatisierte" Faktenabruf weniger exekutive Funktionen in Anspruch nimmt und eher in parietalen Gebieten lokalisierbar ist. Die Tatsache, dass die parietale Positivierung sowohl für einfache als auch für schwierige Aufgaben in ihrer Topographie und Amplitude unverändert blieb, lässt sich damit erklären, dass beide Arten von Aufgaben prinzipiell den gleichen kognitiven Prozess – nämlich Faktenabruf – beinhalten. Die unterschiedlich lange Dauer der Positivierung (bei einfachen Aufgaben kürzer als bei schweren) könnte demnach darauf hindeuten, dass dieser Prozess jedoch unterschiedlich effektiv abläuft.

Die Negativierung vor dem jeweiligen Anklicken der Antwort auf dem Bildschirm verringerte sich in der Studie von Pauli et al. (1994) mit zunehmender Übung und hatte für schwere Aufgaben an parietalen Elektroden eine größere Amplitude als für leichte Aufgaben (s.a. Ruchkin, Johnson, Canoune, & Ritter, 1991). Außerdem war diese Negativierung bei mehr zentral und frontal gelegenen Elektroden auf der linken Seite stärker ausgeprägt als auf der rechten. Diese Negativierung bringen Pauli et al. (1994) mit exzitatorischen Prozessen zur Vorbereitung von Strategien und Prozeduren in Zusammenhang.

Den Effekt der Aufgabenschwierigkeit bei Multiplikationsaufgaben des kleinen Einmaleins untersuchten auch Kiefer & Dehaene (1997) in einer EKP-Studie. Sie präsentierten in einem Verifikationsparadigma Aufgaben und Antworten in unterschiedlichen Modalitäten (arabisch bzw. verbal-auditiv). Auch Kiefer & Dehaene (1997) beobachteten im EEG allgemein zunächst eine Positivierung, die im Zeitfenster zwischen 270 und 397 ms nach Präsentation des zweiten Operanden zu- und zwischen 398 und 629 ms wieder abnahm sowie eine anschließende Negativierung mit der Zunahme zwischen 630 und 1013 ms und Abnahme zwischen 1014 und 1399 ms. Der Aufgabenschwierigkeits (bzw. –größen) effekt zeigte sich nach 334 ms an links temporo-parietalen Elektroden: Im Unterschied zu den Ergebnissen von Pauli et al. (1994) bewirkten einfache (kleine) Aufgaben bei Kiefer & Dehaene (1997) eine größere Positivierung als schwierige (große). Ähnlich wie bei Pauli et al. (1994) gab es auch eine zeitliche Verschiebung: Die Positivierung erreichte ihren Gipfel bei den kleinen Aufgaben eher (bei 390 ms) als bei den großen (bei 414 ms). Bei etwa 438 ms nach Präsentation des zweiten Operanden liefen die Kurven für große und kleine Aufgaben wieder zusammen. Sie trennten sich jedoch erneut bei 670 ms an den bilateral gelegenen zentro-parietalen Elektroden, wobei der größere Unterschied auf der linken Seite zu beobachten war. Während sich ab diesem Zeitpunkt für kleine Aufgaben bereits eine Negativierung entwickelte, bestand für große Aufgaben die anfängliche Positivierung weiter fort. Die Kurven für kleine und große Aufgaben liefen schließlich nach 1150 ms wieder zusammen. Kiefer & Dehaene (1997) vermuteten auf Grund ihrer Ergebnisse, dass das Lösen größerer Aufgaben bilaterale Areale benötige („semantische Elaboration"), während für das Beantworten kleinerer Aufgaben hauptsächlich links-parietale Areale aktiv wären (reiner Faktenabruf). Eine stärkere Lateralisierung nach links für einfache im Vergleich zu schwierigen Aufgaben scheint auch mit den Ergebnissen von Earle et al. (1996) vereinbar zu sein, während in der Studie von Pauli et al. (1994) keine topographischen Unterschiede für kleine und große Aufgaben gefunden wurden.

Zusätzlich untersuchten Kiefer & Dehaene (1997) auch die Auswirkungen der Operandenfolge auf die EEG-Daten (zur ausführlicheren Diskussion von Effekten der Operandenfolge s.a. Abschnitt 1.9). Unterschiede je nachdem, ob der kleinere der beiden Faktoren als erstes ($k \times G$) oder zweites ($G \times k$) dargeboten wurde, fanden sich lediglich für auditiv präsentierte Aufgaben: 290 ms nach Erscheinen des zweiten Operanden gingen die Kurven für beide Bedingungen an superior-temporalen und präfrontalen Elektroden auseinander. An den temporalen Elektroden waren die EKPs für die Bedingung $k \times G$ positiver als für die Bedingung $G \times k$; an frontalen Elektroden wurde das entgegengesetzte Muster gefunden. Bei 370 ms liefen die Kurven beider Bedingungen wieder zusammen, um sich zwischen 860 und 1206 ms an Elektroden entlang der Mittellinie erneut zu trennen: Hier entwickelte sich die Negativierung in der $k \times G$ Bedingung schneller als in der $G \times k$ Bedingung. Die Tatsache, dass sich unterschiedliche Effekte für die beiden Operandenfolgen nur in der auditiven, nicht aber in der arabischen Modalität fanden, erklären Kiefer & Dehaene (1997) wie folgt: Von der visuell-arabischen Modalität aus muss die Aufgabe obligatorisch in die verbale Modalität transkodiert werden, in welcher laut Triple-Code-Modell alle arithmetischen Fakten repräsentiert sind (s. Abschnitt 1.1). Dabei wird nach einem Vergleich beider Operanden immer der kleinere Operand vor dem größeren transkodiert (s.a. Butterworth et al., 2001). Bei Präsentation in der verbalen Modalität muss bei der Operandenfolge $k \times G$ hingegen kein weiterer Transformationsschritt vorgenommen werden, da die Fakten ja genau in diesem Format repräsentiert sind. Bei Darbietung in der „ungünstigen" Operandenfolge müssen die Faktoren vor dem Gedächtnisabruf noch umgedreht werden. Diese Annahmen gelten streng genommen natürlich nur für Kulturen, in denen arithmetische Fakten nur in einer Operandenfolge vermittelt werden. Als Beispiele nennen Kiefer & Dehaene (1997) die Schulsysteme Finnlands, Großbritanniens und Chinas. Die Lokalisation des Operandenfolge-Effekts an temporal und präfrontal gelegenen Elektroden erscheint mit der Hypothese von einer „Umsortierung" im Arbeitsgedächtnis vereinbar.

Während die bisher zusammengefassten Studien der Frage nachgingen, welche EEG-Komponenten beim eigentlichen Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben auftreten, führten Niedeggen, Rösler und Jost (Niedeggen & Rösler, 1996; 1999; Niedeggen et al., 1999) eine neue Methode ein. In Anlehnung an entsprechende Paradigmen aus der Psycholinguistik untersuchten sie das semantische Priming verschiedener Antwortkandidaten durch die Aufgabe bei der Verifikation von Multiplikationsfakten. Dazu nutzten sie eine aus der Sprachverarbeitung bereits gut etablierte EKP-Komponente, die so genannte „N400“. Dabei handelt es sich um eine Negativierung, die um etwa 400 ms nach Stimuluspräsentation auftritt, wenn ein zum vorher etablierten semantischen Kontext inkongruenter Stimulus dargeboten wird (Kutas & Hillyard, 1980; Osterhout & Holcomb, 1995; Friederici, 1995; Kutas & Federmeier, 2000). Die Amplitude der N400 verändert sich systematisch mit dem Grad der semantischen Relatiertheit des Stimulus zum vorherigen Kontext (ebenda). Einen ganz ähnlichen Effekt fanden (Niedeggen et al., 1999; s.a. Niedeggen & Rösler, 1999) auch für Aufgaben aus dem kleinen Einmaleins: Falsche Ergebnisse lösten im Vergleich zu richtigen eine Negativierung aus, die in ihrer ansteigenden Flanke und in ihrem Maximum vergleichbar mit einer sprachlichen N400 war, sowohl in Hinsicht auf ihren zeitlichen Einsatz (etwa 270 ms nach Stimuluspräsentation) als auch in Hinsicht auf ihre topographische Lokalisation (die ansteigende Flanke war am deutlichsten an rechts-superioren, das Maximum an posterior-zentralen Elektroden zu beobachten). Die Negativierung war jedoch für die sprachliche Bedingung ausgeprägter und länger anhaltend. Zudem war auch die Topographie der abfallenden Flanke unterschiedlich. War sie in der sprachlichen Bedingung am deutlichsten an rechten und mittleren posterioren Elektroden zu finden, so lag ihr Schwerpunkt in der arithmetischen Bedingung bei den linksseitigen posterior-temporalen Elektroden. Ähnlich wie bei sprachlichem Material auch war die Amplitude der arithmetischen N400 von der semantischen Relatiertheit des Ergebnisses mit der zuvor präsentierten Aufgabe abhängig. Wenn falsche Ergebnisse zur Aufgabe relatiert waren (z.B. $8 \times 4 = 36$), zeigte sich die ansteigende Flanke und das Maximum der N400 weniger negativ als wenn sie unrelatiert zur Aufgabe waren (z.B. $8 \times 4 = 37$). Dieser Effekt war bei einer kurzen SOA ausgeprägter als bei einer langen SOA (s.a. Abschnitt 1.11). Die Topographie der N400 war jedoch für relatierte und unrelatierte falsche Ergebnisse vergleichbar. Im Experiment von Niedeggen & Rösler (1999) zeigte sich ferner, dass unrelatierte Ergebnisse unabhängig von ihrer numerischen Distanz zum richtigen Ergebnis eine N400 von relativ konstanter Amplitude aufweisen. Nur relatierte Ergebnisse mit großer numerischer

Distanz (± drei Operanden) zum richtigen Ergebnis zeigten eine damit vergleichbare Amplitude, während die Amplitude von numerisch nahen Operandenfehlern (± ein oder zwei Operanden) geringer ausfiel. Niedeggen & Rösler (1999) folgen u.a. Kutas & Hillyard (1989), Rösler & Hahne (1992) sowie Friederici (1995), wenn sie annehmen, dass die N400 den Mehraufwand an Aktivierung widerspiegelt, der nötig ist, eine Information in ein semantisches Netzwerk zu integrieren. Je mehr diese Information bereits durch einen Kontext voraktiviert ist, desto weniger zusätzliche Aktivierung ist demnach für ihre Integration erforderlich (für eine andere Interpretation des semantischen N400-Effekts s. Osterhout & Holcomb, 1995). Die Amplitude der N400 sollte sich also umgekehrt proportional zum Grad der Voraktivierung durch einen semantisch relatierten Prime verhalten. Niedeggen und Kollegen schlussfolgern demzufolge, dass eine Multiplikationsaufgabe außer dem richtigen Ergebnis auch einige eng benachbarte relatierte Antwortkandidaten mit aktiviert.

Der arithmetischen N400 folgte in den Experimenten von Niedeggen, Rösler und Jost außerdem – im Unterschied zur sprachlichen – noch eine späte Positivierung, die Niedeggen et al. (1999) als zur Gruppe der „späten Positivierungen“ (*late positivity component, LPC*) oder „P300“-Effekte zugehörig klassifizierten. Sie hätte somit etwas mit der Entdeckung überraschender Ereignisse zu tun (Donchin & Coles, 1988). Einige Autoren interpretieren sie als Anzeichen bewusster Verarbeitung (Rösler, Clausen, & Sojka, 1986). Die P300 zeigte im Experiment von Niedeggen & Rösler (1999) ein rechts-posteriores Maximum. Ihre Amplitude war umso größer, je unplausibler das vorgegebene Ergebnis für die jeweilige Aufgabe war – und zwar additiv sowohl in Hinsicht auf ihre Relatiertheit als auch in Hinsicht auf ihre numerische Distanz zur richtigen Antwort. Der Amplitudenunterschied zwischen relatierten und unrelatierten Antworten war an allen Elektroden zu beobachten, wies jedoch sein Maximum an oberen und mittleren Elektroden auf.

Allerdings haben Niedeggen und Kollegen ihre relatierten und unrelatierten Stimuli nicht nach der Parität der verschiedenen Arten von falschen Ergebnissen kontrolliert. (Bei Niedeggen & Rösler (1999) wird die Stimulusauswahl nicht genau genug beschrieben, um dies beurteilen zu können.) Es ist jedoch aus einer Reihe von Studien bekannt, dass die Parität der vorgegebenen Antworten in Verifikationsuntersuchungen zur Multiplikation von den Teilnehmern für Plausibilitätsstrategien genutzt werden kann (Krueger, 1986; Lemaire & Fayol, 1995; Lemaire & Reder, 1999; Lochy et al., 2000; Masse & Lemaire, 2001; s.a. Abschnitt 1.9). Somit ist nicht mit Sicherheit auszuschließen, dass etwa unrelatierte Items auf Grund einer Plausibilitätsstrategie abgelehnt wurden, während multiplikativ relatierte Stimuli zu einem tatsächlichen Faktenabruf zwangen. Dass die Anwendung unterschiedlicher Lösungsstrategien tatsächlich auch zu unterschiedlichen elektrophysiologischen Mustern führen kann, wurde bereits in anderen Zusammenhängen demonstriert (El Yagoubi, Lemaire, & Besson, 2003). Zudem waren bei der Studie von Niedeggen et al. (1999) unter der Klasse „unrelatierte Antworten" auch solche Ergebnisse subsumiert, die das richtige Additionsergebnis der gegebenen Multiplikationsaufgabe darstellten (z.B. 5 × 7 = 12). (Wiederum keine detaillierten Angaben finden sich bei Niedeggen & Rösler, 1999). Es gibt jedoch eine Vielzahl von Belegen dafür, dass solche Antworten deutlich anders verarbeitet werden, als wirklich unrelatierte Ergebnisse (s. Abschnitt 1.5).

Trotz dieser methodischen Unzulänglichkeiten erscheint der Zugang zum semantischen Netzwerk arithmetischer Fakten mit der Untersuchung des biphasischen N400 / P300 –Musters grundsätzlich viel versprechend. Er hat tatsächlich auch eine Reihe von Folgestudien inspiriert, nicht zuletzt im gleichen Labor. So untersuchten Jost, Henninghausen, & Rösler (2004b) nach demselben Grundprinzip Auswirkungen des Aufgabengrößeneffektes auf dieses Muster. Sie fanden einen N400-Effekt vergleichbarer Amplitude zwischen 270 ms und 500 ms mit einem Maximum zwischen 330 und 360 ms und einer Lokalisation über zentro-parietalen Elektroden sowohl für kleine als auch für große Aufgaben des kleinen Einmaleins. Allerdings trat diese Komponente für große Aufgaben etwas später auf als für kleine. Diese zeitliche Verzögerung für große Aufgaben bei gleicher Amplitude und Lokalisation des Effekts interpretieren Jost et al. (2004b) als Hinweis darauf, dass die Ergebnisse kleiner Aufgaben schneller aktiviert werden können als die Ergebnisse großer Aufgaben.

Ein genuiner Aufgabengrößeneffekt zeigte sich dann in einer relativen Negativierung großer gegenüber kleiner Aufgaben. Dieser Unterschied trat später auf (beginnend ab etwa 350 ms und bis zum Ende des Messzeitraumes bei 800 ms anhaltend) und war anders (d.h. eindeutig rechtshemisphärisch) lokalisiert als die N400. Spätestens ab 420 ms zeigte er auch keine Interaktion mit dem (der N400 zugrunde liegenden) Faktor Richtigkeit mehr; der Aufgabengrößeneffekt zeigte sich also gleichermaßen sowohl für richtige als auch für falsche Antworten. Jost et al. (2004b) schlussfolgern daraus, dass es sich beim Aufgabengrößeneffekt funktionell um einen anderen Prozess handeln muss als um eine geringere Voraktivierung des Ergebnisses, wie sie der N400 zugrunde liegt. Sie vermuten, dass der Aufgabengrößeneffekt zumindest teilweise auch auf das Anwenden von Prozeduren oder Strategien zusätzlich zum reinen Faktenabruf bei großen Aufgaben (z.B. das zusätzliche Überprüfen der Plausibilität der Größenordnung des Ergebnisses) zurückgeht (Campbell, 1995; s.a. Abschnitt 1.1). Warum sich der Größeneffekt bei Jost et al. (2004b) allerdings in einer stärkeren *Negativierung* zeigt, während er sich bei Kiefer & Dehaene (1997) ja als länger anhaltende *Positivierung* darstellte, bleibt offen. Auch in der Studie von Jost et al. (2004b) wurden die Bedingungen nicht nach Parität kontrolliert. Ferner wurden sowohl relatierte als auch nicht relatierte Antworten unter der Kategorie „falsch“ subsumiert, obwohl der Faktor Relatiertheit das EEG systematisch beeinflussen kann, wie ja eigene Ergebnisse der Autoren bereits belegt hatten (s.o.).

In einem impliziten Produktionsparadigma ließen Jost et al. (2004a) Versuchspersonen einfache Multiplikationsfakten unterschiedlicher Größe sowie Regelaufgaben (Multiplikation mit 0; s.a. Abschnitt 1.1) lösen. Sie beobachteten dabei – ähnlich wie schon Pauli et al. (1994) sowie Kiefer & Dehaene (1997) – allgemein ein biphasisches Muster aus anfänglicher Positivierung („P300“) mit einer nachfolgenden breiten Negativierung. Bei beiden Komponenten zeigten sich jedoch systematische Effekte der experimentellen Manipulationen. So war die Amplitude der P300 für Regelaufgaben signifikant kleiner als für Faktenaufgaben – unabhängig davon, ob letztere groß oder klein waren. Diesen Effekt interpretierten Jost et al. (2004a) als Ausdruck der unterschiedlichen Zuweisung von Aufmerksamkeits- oder Verarbeitungsressourcen. Die Aufgaben würden demnach schon relativ früh nach der anzuwendenden Lösungsstrategie (Faktenabruf oder Regelanwendung) kategorisiert (s.a. Siegler, 1988b; Lemaire & Siegler, 1995; Shrager & Siegler, 1998). Die geringere Amplitude für Regelaufgaben spricht laut Jost et al. (2004a) dafür, dass diese als „leichter“ eingeschätzt werden. Dies stimmt auch gut mit introspektiven Angaben von Versuchspersonen überein (s. Abschnitt 1.1).

Bei der nachfolgenden Negativierung zeigten Regelaufgaben im Unterschied zu kleinen Faktenaufgaben eine links-anteriore Topographie. Interessanterweise haben die EEG-Merkmale arithmetischer Regelaufgaben einige Ähnlichkeiten mit jenen von sprachlichen Aufgaben („LAN“), in denen morphosyntaktische Regeln angewandt werden müssen (z.B. Rösler, Pechmann, Streb, Röder, & Henninghausen, 1998).

Große Faktenaufgaben wiesen über alle Elektroden hinweg eine stärkere Negativierung auf als kleine (s.a. Jost et al., 2004b). Während erstere ihr Maximum an frontalen und rechts-temporalen Elektroden erreichten, wurde die Negativierung bei letzteren insbesondere an okzipitalen Elektroden mit Ausdehnung auf links-temporale Areale beobachtet. Solche topographischen Unterschiede sprechen eher für unterschiedliche zugrunde liegende Prozesse (z.B. Gedächtnisabruf und Prozeduren) als für denselben Prozess in unterschiedlicher Intensität (s.a. Jost et al., 2004b).

Die Idee von der N400 als Maß der Aktivierung in einem semantischen Netzwerk griff auch eine Studie von Galfano et al. (2004) auf. Diese Autoren untersuchten ereigniskorrelierte Potenziale bei der Aktivierung von Multiplikationsfakten nicht in einer expliziten Verifikations- (Kiefer & Dehaene, 1997; Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen et al., 1999; Jost et al., 2004b) bzw. internen Produktionsaufgabe (Jost et al., 2004a), sondern in einer Zahlenidentifikationsaufgabe, die den automatischen Zugang zum Netzwerk arithmetischer Fakten beinhalten soll (s. Abschnitte 1.11 und 2.3). Auch sie fanden eine Komponente, die sie als N400 interpretierten und die eine signifikant stärkere Negativierung für multiplikativ unrelatierte Stimuli als für Produkte aufwies. Die Aktivierung des Netzwerkes arithmetischer Fakten führte somit auch bei einer impliziten Aufgabe (ZI) zu einem vergleichbaren elektrophysiologischen Muster wie bei einer expliziten (Verifikation bzw. innere Produktion). Die Tatsache, dass relatierte Items im EEG zu einer schwächeren Negativierung aber im Verhalten zu längeren Reaktionszeiten und höheren Fehlerzahlen führten, zeigt laut Galfano et al. (2004), dass es sich bei der N400 nicht um den Ausdruck eines strategischen Herangehens der Probanden handelt, sondern vielmehr um den Ausdruck der automatischen Aktivierung von assoziierten Elementen innerhalb eines semantischen Netzwerkes. Es bleibt jedoch unklar, warum das Maximum des „N400"-Effektes bei Galfano et al. (2004) im Unterschied zu den Studien von Niedeggen, Rösler und Jost nur an rechtshemisphärischen Elektroden statistische Signifikanz erreichte. Die Stimuli waren – anders als in den Studien von Niedeggen, Rösler und Jost – nach Parität kontrolliert, so dass die beobachtete elektrophysiologische Dissoziation nicht etwa auf die Anwendung unterschiedlicher Strategien (Abruf vs. Plausibilität) zurückgeführt werden kann. Allerdings war die numerische Größe der „nein"-Antworten und damit auch ihre Differenz zu der jeweiligen „ja"-Antwort (bzw. zum Cue) nicht ausbalanciert: Da unrelatierte Antworten oft größer waren als Produkte, kann der Einfluss der Größe nicht völlig ausgeschlossen werden (für eine diesbezügliche Diskussion s. Galfano et al., 2004, S. 1378).

Auch in der Studie von Galfano et al. (2004) gab es einen signifikanten Unterschied von relatierten und neutralen Stimuli in einer späten Komponente des EEG. Die Richtung dieses Unterschiedes – in Hinblick auf die Multiplikation „unplausible" neutrale Targets zeigten eine größere Negativierung als „plausible" Multiplikationsergebnisse – ist genau entgegengesetzt dem Muster, das bei expliziten Multiplikationsaufgaben gefunden wird (Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen et al., 1999). Diese Tatsache wird von den Autoren selbst nicht diskutiert. Bei dieser späten Komponente scheint es jedoch plausibel, sie eher mit der tatsächlichen Aufgabe (Zahlenidentifikation) als mit dem automatisch mit ablaufenden Faktenabruf in Verbindung zu bringen.

Zusammenfassend kann man feststellen, dass der Abruf arithmetischer Fakten ein biphasisches EEG-Muster auszulösen scheint: Einer (insbesondere links-parietalen) Positivierung folgt eine lang anhaltende Negativierung. Dieses Grundmuster zeigt sich insbesondere für kleine bzw. vertraute Aufgaben. Es kann schon durch die Operandenfolge modifiziert werden. Große Aufgaben, die nicht (ausschließlich) durch Faktenabruf gelöst werden, sowie Regelaufgaben zeigen davon unterscheidbare Muster. Allerdings zeigte sich der Aufgabengrößeneffekt in verschiedenen Studien in unterschiedlichen EEG-Entsprechungen: Während größere Aufgaben bei Kiefer & Dehaene (1997) zu einer stärkeren Positivierung führten, zeigten sie in den Studien von Pauli et al. (1994) sowie Jost et al. (2004a; b) eine signifikant erhöhte Negativierung. Um die Aktivierung von Fakten innerhalb eines semantischen Netzwerkes zu studieren, können die unterschiedliche Aktivierung von Antwortkandidaten bzw. die „Überraschung“ über vorgegebene unplausible Antworten in einem Verifikationsparadigma gut an den Komponenten N400 bzw. LPC untersucht werden.

2. EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN

2.1. Untersuchung I: Neuroanatomische Korrelate des Erwerbs arithmetischer Fakten – Eine fMRT-Studie

2.1.1. Hintergrund

In der vorliegenden Studie soll untersucht werden, welche Hirnareale aktiviert werden, wenn unbekannte komplexe Multiplikationsaufgaben gelöst werden. Darüber hinaus soll erstmals der Frage nachgegangen werden, wie sich die Aktivierungen für vergleichbar komplexe Aufgaben unterscheiden, wenn diese zuvor intensiv gelernt wurden.

Die verwendeten Aufgaben haben jeweils einen einstelligen und einen zweistelligen Faktor, deren Multiplikation zu einem dreistelligen Ergebnis führt (z.B. 23 × 9 = 207). Das Bewältigen solcher Rechnungen ist eine komplexe Aufgabe, für die der richtige Lösungsansatz gefunden und die Abarbeitung der einzelnen Arbeitsschritte überwacht werden muss. Zwischenergebnisse (z.B. 3 × 9) müssen aus dem deklarativen Gedächtnis abgerufen, im Kurzzeitgedächtnis behalten und kontinuierlich erneuert werden. Kopfrechnen beansprucht also intensiv Leistungen wie Arbeitsgedächtnis, Strategiewahl und Aufmerksamkeit.

Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhang die Frage, ob zunehmende Fähigkeiten im Lösen komplexer Multiplikationsaufgaben zu einer Veränderung der beteiligten kognitiven Komponenten führen und ob diese Veränderung sich auch in unterschiedlichen Aktivierungsmustern der zuständigen Hirnareale niederschlägt. Mit zunehmender Praxis sollte sich die Beteiligung kognitiver Komponenten systematisch ändern: Aus einem langsamen und bewussten, schrittweisen Abarbeiten von Prozeduren sollte ein schnellerer und weniger mühsamer Gedächtnisabruf werden.[17] Insbesondere sollte ein solches Lernen mit einer abnehmenden Inanspruchnahme von verbalem und visuellen Arbeitsgedächtnis sowie verringerten Aufmerksamkeitsleistungen einhergehen. Darüber hinaus sollte das Lösen gelernter im Gegensatz zu ungelernten Aufgaben

[17] Diese Entwicklung lässt sich beispielsweise beim Erwerb des kleinen Einmaleins durch Schulkinder beobachten (Siegler, 1988; Lemaire & Siegler, 1995); s.a. Abschnitt 1.4).

weniger Regelanwendung, weniger Strategieplanung sowie weniger Monitoring beinhalten.

In Bezug auf Hirnaktivierungen lassen sich folgende Erwartungen ableiten: Das Rechnen von ungelernten im Vergleich zu gelernten komplexen Aufgaben sollte mit einer stärkeren präfrontalen Aktivierung einhergehen (Pauli et al., 1994). Mit zunehmend automatisierter Lösung der Aufgaben sollte das Lernen nicht nur zu einer verringerten Beteiligung frontaler Areale, sondern gleichzeitig auch zu Veränderungen parietaler Aktivierungen führen. Es gibt Hinweise darauf, dass es bei stark überlernten, einfachen Rechenaufgaben zu einer deutlichen Aktivierung des Gyrus angularis beider Hemisphären kommt, wohingegen sich bei quantitätsbasierten Rechenaufgaben mit großen Zahlen die Sulci intraparietales bilateral stärker aktiviert zeigen (z.B. Stanescu-Cosson et al., 2000; s.a. Abschnitt 1.12). Für gelernte Aufgaben sollten sich also stärkere Aktivierungen des Gyrus angularis zeigen, für ungelernte hingegen stärkere Aktivierungen des Sulcus intraparietalis.

2.1.2. Methode

Versuchspersonen

Dreizehn Versuchspersonen (sechs davon weiblich) nahmen an der Studie teil. Ihr mittleres Alter betrug 30,5 Jahre (s = 4,8). Sie waren entweder Universitätsstudenten oder hatten einen akademischen Abschluss. Alle Teilnehmer waren vollständig rechtshändig nach dem *Edinburgh Inventory* (Oldfield, 1971). Sie wurden über das allgemeine Ziel der Studie und die Untersuchungsmethode informiert und gaben ihr schriftliches Einverständnis zur Teilnahme.

Training

Den Versuchspersonen wurden komplexe Multiplikationsaufgaben (Set M^+; n = 18) auf einem Computerbildschirm präsentiert. Sie wurden aufgefordert, diese so schnell wie möglich zu beantworten ohne jedoch zu raten. Die Antwort wurde auf dem Zahlenfeld einer Computertastatur eingegeben. Um einen Abruf des Ergebnisses aus dem Gedächtnis zu begünstigen und die Versuchspersonen daran zu hindern, komplexe Lösungsstrategien zu verwenden, wurden relativ kurze Antwortzeiten vorgegeben, die im Verlauf des Trainings noch verringert wurden. Sie betrugen in der ersten Trainingssitzung 3500 ms bis zur Eingabe der ersten Ziffer und weitere 1500 ms für jede folgende Ziffer, in der letzten Trainingssitzung betrug die maximale Antwortzeit 3000 ms für die erste und je 1500 für die folgenden Ziffern - wenn von der jeweiligen Versuchsperson gewünscht, jedoch auch noch weniger. Bei einer fehlerhaften Eingabe oder Überschreitung der vorgegebenen Antwortzeit erhielt die Versuchsperson sofort eine entsprechende Rückmeldung auf dem Bildschirm, die ggf. falsch eingegebene Ziffer erschien nicht auf dem Bildschirm, vielmehr wurde das richtige Ergebnis angezeigt und die Aufgabe wiederholt. Die Aufgabe wurde (einschließlich der richtigen Lösung) noch für 2000 ms nach Eingabe der letzten Ziffer des Ergebnisses angezeigt.

Das Training erfolgte eine Woche lang täglich, wobei die Dauer der einzelnen Sitzungen etwa 25 Minuten betrug. Insgesamt wurde jede Aufgabe mindestens 48 mal präsentiert. Vor der eigentlichen fMRT-Untersuchung mussten die Versuchspersonen in einem Trainingsblock alle Aufgaben richtig und schnell genug (unter 3000 ms für die erste Ziffer, unter 1500 ms für jede weitere) gelöst haben. Dieses Kriterium wurde von allen Versuchspersonen erreicht.

fMRT-Untersuchung

Stimuli. Es gab drei experimentelle Bedingungen (Faktenabruf, geübte komplexe Aufgaben, ungeübte komplexe Aufgaben) und eine Kontrollbedingung (Zahlenzuordnen).

- *Faktenabruf (F):* Multiplikationsaufgaben (n = 18) im Bereich des „kleinen Einmaleins“ (Faktoren von 2 bis 9) werden präsentiert. Die Versuchsperson soll zwischen zwei dargebotenen Antworten entscheiden. Die Ablenker gehören jeweils zur selben Multiplikationsreihe („Operandenfehler“).
- *geübte komplexe Multiplikationsaufgaben (M^+):* Multiplikationsaufgaben (n = 18) werden präsentiert, deren erster Faktor eine zweistellige und deren zweiter Faktor eine einstellige Zahl ist; das Ergebnis ist jeweils dreistellig (z.B. 23 × 9 oder 46 × 7). Die Ablenker bestehen zu einer Hälfte aus Operandenfehlern (richtiges Ergebnis plus / minus den kleineren Faktor), zur anderen Hälfte aus Zahlen mit der korrekten Hunderter- und Einerstelle, die nur in einer Zehnerstelle abweichen. Falsche Antworten können also nicht sicher mit Hilfe einer schnellen Strategie abgelehnt werden – weder durch approximatives Abschätzen der richtigen Größenordnung noch durch ausschließliches Errechnen der letzten Ziffer oder aus Paritätserwägungen heraus.

- *ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben (M^-)*: Multiplikationsaufgaben (n = 18) werden präsentiert, deren erster Faktor eine zweistellige und deren zweiter Faktor eine einstellige Zahl ist. In einer Pilotstudie mit elf Versuchspersonen wurde sichergestellt, dass die Sets M^+ und M^- in Bezug auf die Aufgabenschwierigkeit vergleichbar sind (Antwortgenauigkeit: M^+: 89%, M^-: 87%; Wilcoxon p = ,537 / mittlere Antwortzeiten: M^+: 1504 ms [s = 124], M^-: 1497 ms [s = 144]; Wilcoxon p = ,378). Bei den ungeübten komplexen Multiplikationsaufgaben werden die gleichen Ablenkertypen wie bei den geübten verwandt (Operandenfehler und Zehnerstellenfehler).
- *Zahlenzuordnen (K)*: Zwei identische zweistellige Zahlen werden präsentiert. In einem zweiten Schritt soll die Versuchsperson diese Zahl aus einer Auswahlmenge von zwei Zahlen wieder erkennen.

<u>Ablauf</u>. Die vier verschiedenen Bedingungen (F, M^+, M^-, K) wurden in einem Blockdesign präsentiert. Dabei gab es sechs Blöcke mit je drei Aufgaben für jede experimentelle Bedingung. Es sollten also 18 Aufgaben pro Bedingung bearbeitet werden, deren richtige Lösung jeweils zur Hälfte links bzw. rechts dargeboten wurde. Die Blöcke der experimentellen Bedingungen wurden in der Reihenfolge F, M^+, M^-, M^+, M^-, F präsentiert. Jeweils drei experimentellen Blöcken folgte ein Block der Kontrollaufgabe.

In der Kontrollbedingung stand zwischen den zwei Zahlen der Aufgabe ein „=“, in den experimentellen Bedingungen ein „×“. Die Versuchspersonen waren instruiert worden, die Zahlen wiederzuerkennen bzw. zuzuordnen, wenn ein „=“ dazwischen stand und zu multiplizieren, wenn ein „×“ dazwischen stand.

Während der fMRT-Untersuchung wurden die Stimuli nacheinander auf einen Bildschirm außerhalb der Untersuchungsröhre projiziert, den die Versuchspersonen mit Hilfe eines über ihren Augen angebrachten Spiegels sehen konnten. Zunächst erschien für 500 ms ein Fixationspunkt (ein „=“ für die Kontrollbedingung, ein „×“ für die experimentelle Bedingung). Danach wurde für 2000 ms der jeweilige Stimulus präsentiert. Nach weiteren 500 ms, während derer ein Fragezeichen zu sehen war, wurden zwei nebeneinander stehende Zahlen dargeboten. Die Versuchsperson sollte die richtige Antwort auswählen und mit der linken Hand die entsprechende Taste einer Antwortbox drücken (die rechte Taste, wenn die rechte Zahl richtig war; die linke Taste, wenn die linke Zahl richtig war). Das Zeitlimit für die Antwort betrug 3000 ms. Jeder Aufgabe folgte ein Inter-Stimulus-Intervall (2000 ms, leerer Bildschirm).

Datengewinnung und –analyse. Die fMRT-Daten wurden mit einem Siemens Vision 1,5 T-Scanner (Siemens AG, Erlangen) mit einer runden, polarisierten Kopfspule (Durchmesser ~25 cm) gewonnen. Die funktionelle Bildgebung erfolgte in einer echoplanaren *single-shot* EPI- (Bildgebungs-) Sequenz. Die Echozeit (TE) betrug 64 ms, der Drehwinkel (*flip angle*) 90°. Es wurden 36 Schichten parallel zur Interkommissuren-Linie gewonnen (Schichtdicke 3 mm; Abstand zwischen den Schichten 1,5 mm; Matrixgröße 128 × 64; Sichtfeld [FoV] 220 mm; Voxelgröße 1,72 × 1,72 × 3,75 mm). Anatomische Bilder wurden mit T1-gewichteten 3D-MPRAGE Sequenzen gewonnen als Set von 138 aufeinander folgenden sagittalen Schichten (TR = 9,7 ms; TE = 4 ms; Schichtdicke = 1,23 mm; Matrixgröße: 256 × 256; FoV = 230 mm; Pixelgröße: 0,9 × 0,9 × 1,23 mm).

Die Daten wurden mit SPM 99b verarbeitet (Wellcome Department of Cognitive Neurology, London). Nach Ausschluss der ersten drei Messungen wurden die Aufnahmen jeder Versuchsperson zunächst auf Basis des ersten Scans ausgerichtet (*Realignment*), dann zu den anatomischen Bildern in Beziehung gesetzt (*Coregistration*) und räumlich auf den approximativen Talairach & Tournoux-Raum normalisiert. Für Gruppenanalysen wurden die Bilder mit einem Gauss'schen Kernelfilter von 6 × 6 × 12 mm (FWHM[18] x, y, z –Achsen) geglättet. Zur statistischen Analyse wurden Ein-Stichproben (*one sample*) t-Tests auf der Basis von Zufallseffekt-Modellen (*random effect models*) verwandt. Alle berichteten Aktivierungen sind voxelweise auf dem p < ,001-Niveau signifikant. Cluster werden ab einer Größe von mehr als 15 Voxel berichtet.

2.1.3. Ergebnisse

Verhaltensdaten

Die Versuchspersonen entschieden sich signifikant schneller und genauer für die Antworten geübter als für die Antworten ungeübter komplexer Multiplikationsaufgaben (mittlere Antwortzeiten M^+: 713 ms [s = 545], M^-: 1062 ms [s = 751]; Wilcoxon p < ,001 / Genauigkeit M^+: 90%, M^-: 68%; p < ,001). Aufgaben mit Multiplikationsfakten wurden schneller gelöst als Aufgaben mit geübten komplexen Multiplikationen (mittlere Antwortzeiten F: 593 ms [s = 473]; Wilcoxon p < ,001), unterschieden sich aber nicht signifikant in ihrer Antwortgenauigkeit (F: 89%).

[18] FWHM = full width – half maximum (Maß der räumlichen Auflösung).

fMRT-Daten

Folgende Kontraste wurden berechnet (Ein-Stichproben t-Tests): Faktenabruf minus Zahlenzuordnen (F minus K; s. Abbildung , Tabelle 2), ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben minus Zahlenzuordnen (M^- minus K; s. Abbildung , Tabelle 3), ungeübte minus geübte komplexe Multiplikationsaufgaben (M^- minus M^+; s. Abbildung , Tabelle 4) und geübte minus ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben (M^+ minus M^-; s. Abbildung , Tabelle 5). Die Ergebnisse des Faktenabrufs und der komplexen Multiplikationsaufgaben sind nicht direkt miteinander vergleichbar. Da sowohl der einfache Faktenabruf (z.B. 3 × 7) als auch die komplexen Aufgaben (z.B. 43 × 9) mit der gleichen Darbietungsrate präsentiert wurden, waren Schwierigkeit und Verarbeitungsanforderungen für die komplexen Aufgaben ungleich höher als für den Faktenabruf. Deshalb konzentriert sich die Analyse auf den Vergleich zwischen geübten und ungeübten komplexen Aufgaben und nicht auf den Vergleich zwischen komplexen Aufgaben und Faktenabruf.

Beim Vergleich F minus K zeigten sich große bilaterale Aktivierungen in den Sulci intraparietalis, die sich zum linken Gyrus angularis hin ausdehnten (s. Abbildung , Tabelle 2). Darüber hinaus wurden linkshemisphärische Aktivierungszentren in den Gyri frontales superior, medius und inferior, dem Sulcus precentralis, der Insula, dem Gyrus cinguli sowie dem Cerebellum gefunden. Rechtshemisphärische Aktivierungen zeigten sich in den Gyri frontales medius und inferior sowie im Cerebellum.

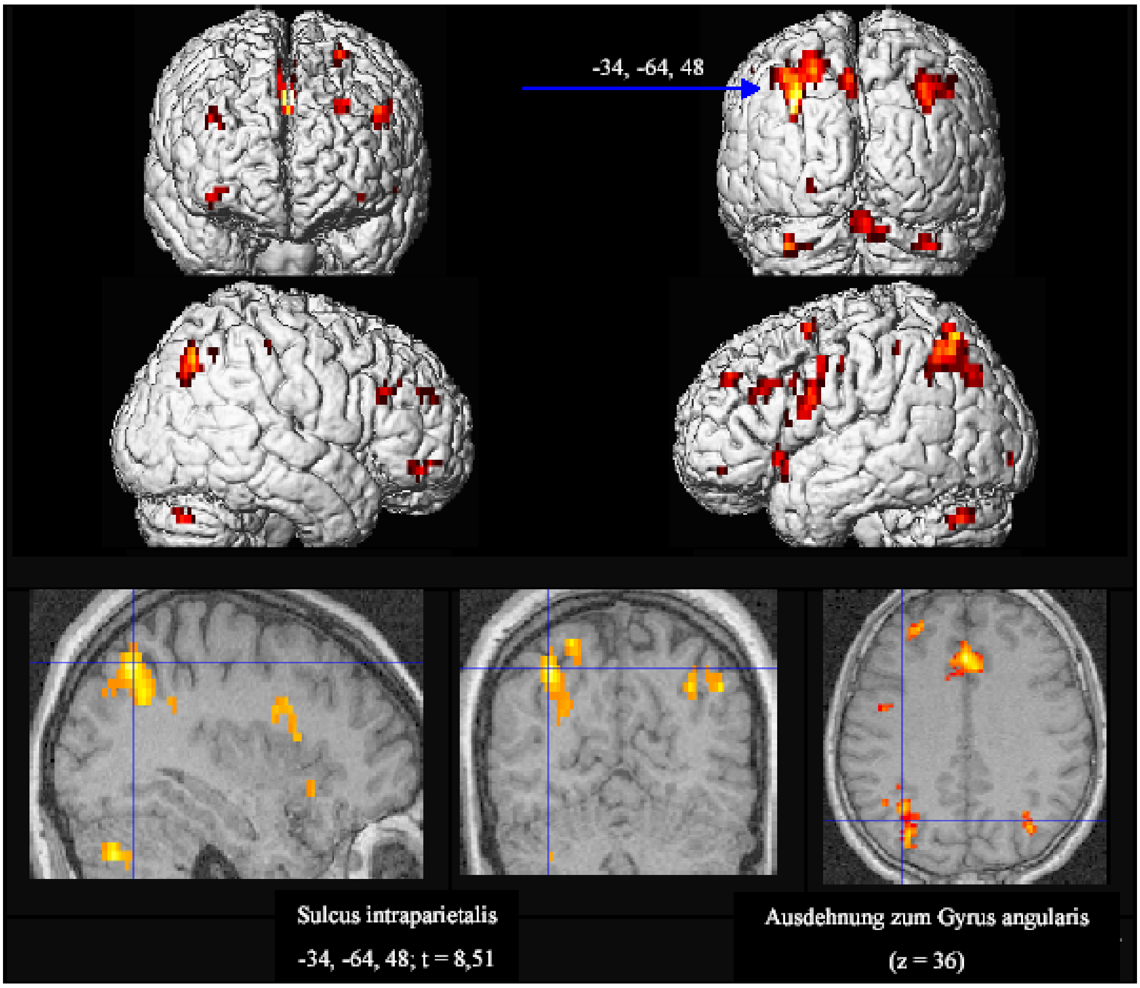

Abbildung 1: Ein-Stichproben t-Test des Kontrasts *F minus K* (p < ,001).

	LINKE HEMISPHÄRE						**RECHTE HEMISPHÄRE**					
REGION	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$
S. intraparietalis mit Ausdehnung zum G. angularis	-34	-64	48	392	8.51	0.000	34	-70	40	104	7.90	0.000
G. frontalis superior	-26	6	60	17	8.49	0.000						
G. frontalis medius	-26	44	36	23	6.24	0.000	38	28	28	26	5.57	0.000
	-46	24	32	36	6.10	0.000						
G. frontalis inferior	-50	18	-12	18	5.99	0.000	38	48	-12	27	5.18	0.000
S. precentralis	-40	2	24	159	8.40	0.000						
Insula	-32	20	-4	22	5.02	0.000						
G. cinguli	-2	26	40	268	10.37	0.000						
Cerebellum	-34	-72	-36	44	7.34	0.000	12	-82	-28	63	7.30	0.000
							38	-70	-36	29	5.45	0.000

Tabelle 2: Gruppenanalyse des Kontrastes Faktenabruf minus Zahlenzuordnen (Ein-Stichproben t-Test zweiten Grades [*second level one-sample t-test*]; p < ,001; Ausdehnung der Clustergröße > 15).

Fett gedruckte p-Werte sind mit einem korrigierten p-Wert von ,05 signifikant; andere p-Werte sind mit dieser Schwelle nicht signifikant.

Beim Vergleich *M⁻ minus K* wurden bilaterale Aktivierungen in den Sulci intraparietalis, den Gyri frontalis inferior und im Cerebellum gefunden (s. Abbildung , Tabelle 3). Linkshemisphärisch zeigten sich signifikante Aktivierungen des Gyrus frontalis superior und des Cuneus, rechtshemisphärisch im Gyrus frontalis medius und im Gyrus fusiformis.

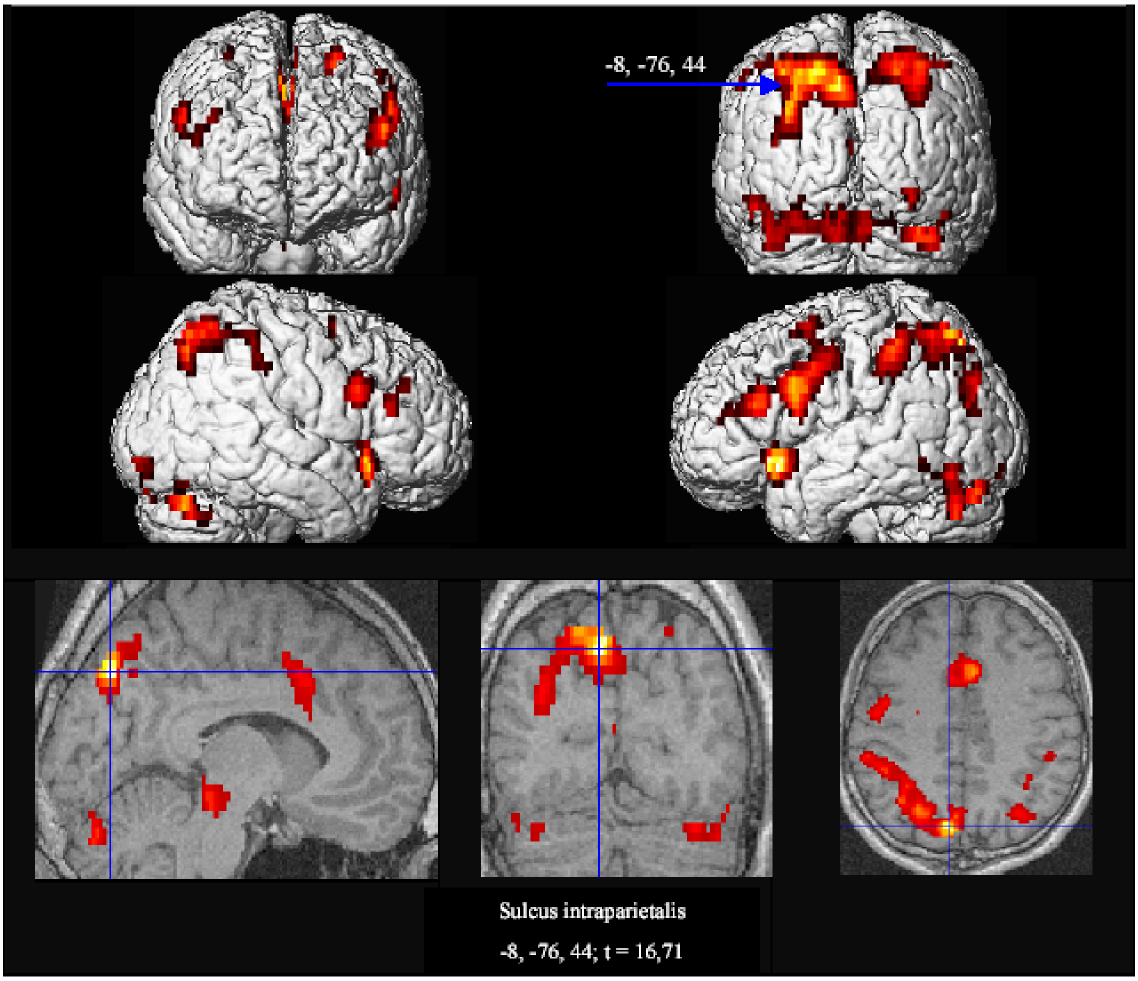

Abbildung 2: Ein-Stichproben t-Test des Kontrasts *M⁻ minus K* ($p < ,001$).

	LINKE HEMISPHÄRE						RECHTE HEMISPHÄRE					
REGION	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$
S. intraparietalis	-8	-76	44	1394	16.71	**0.000**	16	-70	60	490	11.14	**0.000**
G. frontalis inferior	-46	18	-8	289	12.15	**0.000**	50	16	24	102	9.68	0.000
	-50	8	20	687	9.29	0.000	30	22	-12	170	7.43	0.000
							44	32	20	57	5.61	0.000
G. frontalis superior	-26	2	60	97	6.30	0.000						
G. frontalis medius							4	22	36	478	9.98	0.000
G. fusiformis							30	-92	-12	32	7.61	0.000
Cuneus	-2	-78	12	20	5.18	0.000						
Cerebellum	-6	-82	-24	426	8.45	0.000	40	-72	-32	170	8.99	0.000

Tabelle 3: Gruppenanalyse des Kontrastes ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben minus Zahlenzuordnen (Ein-Stichproben t-Test zweiten Grades [*second level one-sample t-test*]; $p < .001$; Ausdehnung der Clustergröße >15).

Fett gedruckte p-Werte sind mit einem korrigierten p-Wert von ,05 signifikant; andere p-Werte sind mit dieser Schwelle nicht signifikant.

Der Kontrast M^- *minus* M^+ ergab signifikante Aktivierungen ausschließlich in der linken Hemisphäre und zwar im Sulcus intraparietalis, im Lobulus parietalis inferior, im Gyrus frontalis inferior, in Arealen entlang des Sulcus lateralis und im Gyrus lingualis (s. Abbildung , Tabelle 4).

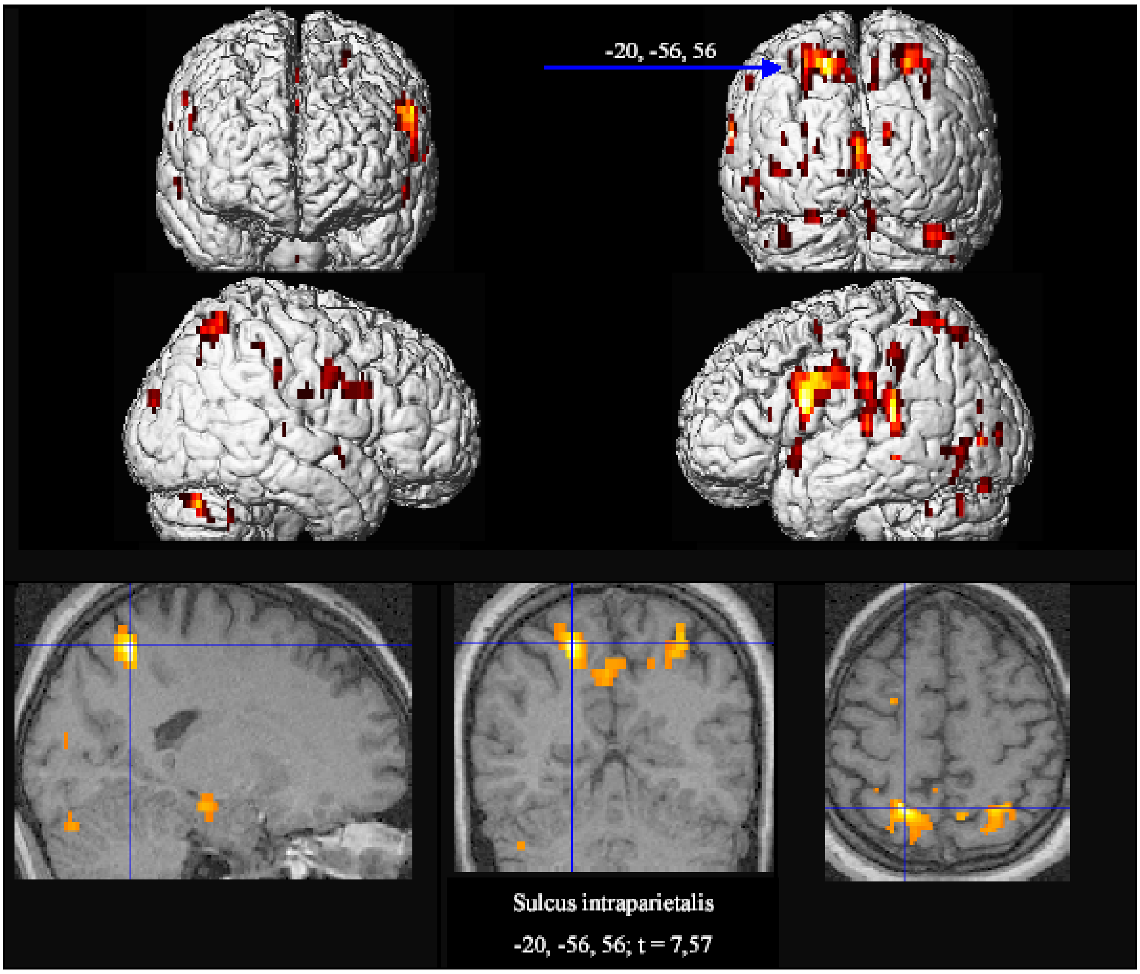

Abbildung 3: Ein-Stichproben t-Test des Kontrasts M^- *minus* M^+ (p < ,01).

	LINKE HEMISPHÄRE						**RECHTE HEMISPHÄRE**					
REGION	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$
S. intraparietalis	-20	-56	56	43	7.57	0.000						
L. parietalis inferior	-64	-24	24	21	5.14	0.000						
G. frontalis inferior	-50	6	20	32	5.57	0.000						
S. lateralis	-62	-36	20	32	7.20	0.000						
G. lingualis	-8	-84	0	35	6.50	0.000						

Tabelle 4: Gruppenanalyse des Kontrastes ungeübte minus geübte komplexe Multiplikationsaufgaben (Ein-Stichproben t-Test zweiten Grades [*second level one-sample t-test*]; p < .001; Ausdehnung der Clustergröße >15).

Fett gedruckte p-Werte sind mit einem korrigierten p-Wert von ,05 signifikant; andere p-Werte sind mit dieser Schwelle nicht signifikant.

Der Vergleich M^{+} *minus* M^{-} schließlich zeigte wiederum vorwiegend linkshemisphärische Aktivierungsmuster. Aktivierungszentren bildeten hier der Gyrus angularis, der Gyrus temporalis inferior und der Gyrus cinguli. Bilaterale Aktivierungen wurden in den Lobuli paracentrales und im Cerebellum gefunden (s. Abbildung , Tabelle 5).

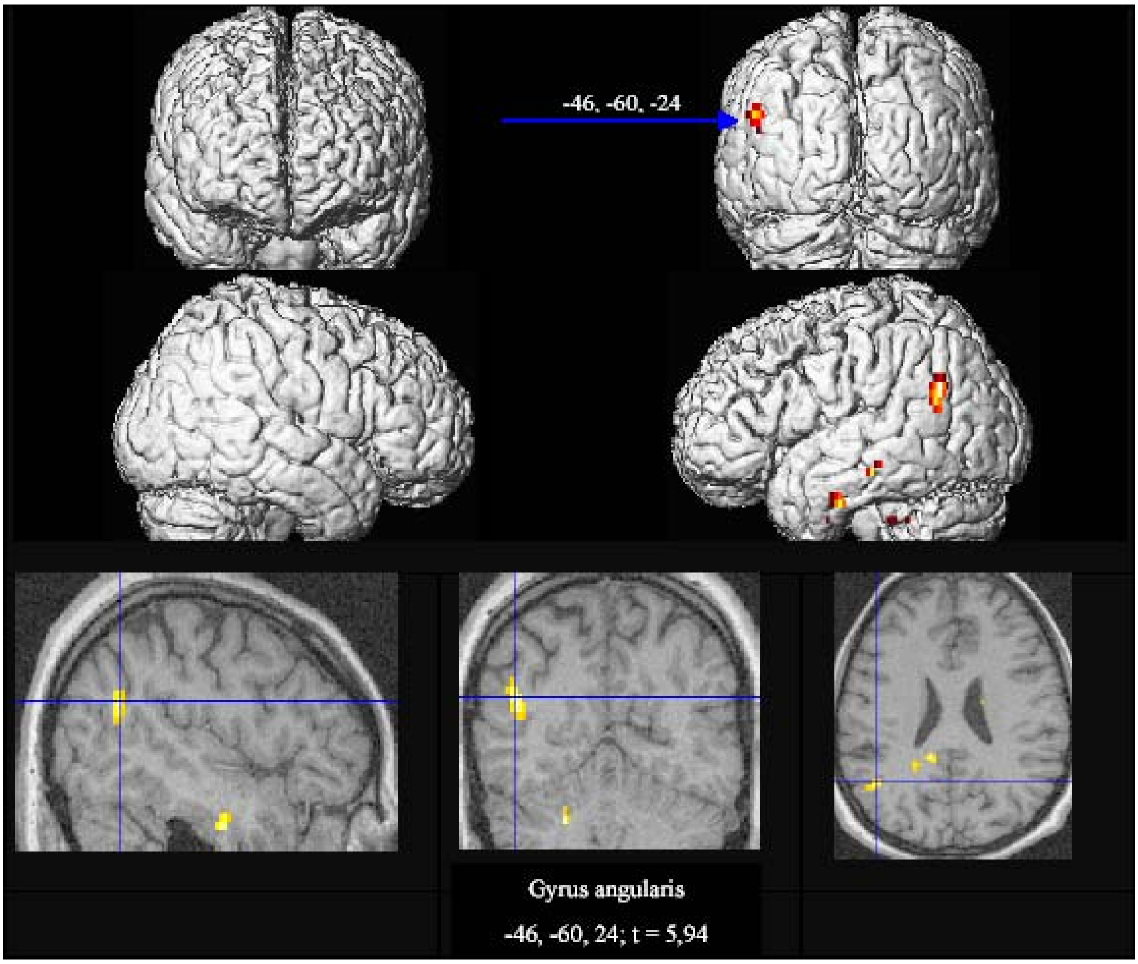

Abbildung 4: Ein-Stichproben t-Test des Kontrasts M^{+} *minus* M^{-} (p < ,001).

	LINKE HEMISPHÄRE						RECHTE HEMISPHÄRE					
REGION	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$	Tal x	Tal y	Tal z	Ausd.	SPM {t}	$p_{unkorr.}$
G. angularis	-46	-60	24	47	6.77	0.000						
G. temporalis inferior	-46	-12	-32	20	5.94	0.000						
G. cinguli	-12	-44	24	39	7.46	0.000						
	-22	-44	32	43	6.95	0.000						
L. paracentralis	-24	-20	48	17	6.30	0.000	14	-12	44	81	6.43	0.000
Cerebellum	-22	-58	-32	111	6.62	0.000	14	-52	-36	26	5.21	0.000

Tabelle 5: Gruppenanalyse des Kontrastes geübte minus ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben (Ein-Stichproben t-Test zweiten Grades [*second level one-sample t-test*]; $p < .001$; Ausdehnung der Clustergröße >15).

Fett gedruckte p-Werte sind mit einem korrigierten p-Wert von ,05 signifikant; andere p-Werte sind mit dieser Schwelle nicht signifikant

Für die Kontraste M^- *minus* M^+ und M^+ *minus* M^- wurde eine *Single-Subject*-Analyse für die Region des Gyrus angularis und des Sulcus intraparietalis durchgeführt. Für den Kontrast M^- *minus* M^+ zeigten 7/13 Versuchspersonen ($p < ,001$) eine Aktivierung im rechten Sulcus intraparietalis, sieben im linken Sulcus intraparietalis (sechs davon bilateral) und zwei Versuchspersonen zeigten eine bilaterale Aktivierung des Gyrus angularis. Für den Kontrast M^+ *minus* M^- zeigten neun Versuchspersonen eine Aktivierung im linken und acht eine im rechten Gyrus angularis (sieben bilateral). Für zwei Versuchspersonen wurden Aktivierungen im rechten, für zwei im linken Sulcus intraparietalis gefunden (eine bilateral).

2.1.4. Diskussion

In der vorliegenden Studie lernten gebildete Erwachsene ein Set komplexer Rechenaufgaben und zeigten anschließend signifikante Trainingseffekte. Diese kamen sowohl in schnelleren und genaueren Antworten bei geübten im Vergleich zu ungeübten Aufgaben als auch in geänderten Mustern der Hirnaktivität bei geübten Aufgaben zum Ausdruck. Offensichtlich hat also ein erfolgreicher Lernprozess stattgefunden. Das wichtigste Ergebnis ist jedoch, dass sich dieser Lernprozess in einer geänderten Hirnaktivierung niederschlägt.

Faktenabruf minus Kontrollbedingung

Die zentrale Aussage dieser Untersuchung betrifft die Lerneffekte im Vergleich von geübten und ungeübten komplexen Multiplikationsaufgaben. Bevor jedoch diese Kontraste diskutiert werden, sollen zunächst die Aktivierungszentren beim Abruf einfacher Multiplikationsfakten besprochen werden, da sie für die Interpretation von Lerneffekten bedeutsam scheinen. In der Faktenabrufbedingung wurden signifikante Aktivierungen in parietalen Arealen (Sulcus intraparietalis bilateral, Gyrus angularis linksseitig), in den Gyri frontalis superior, medius und inferior, im Sulcus precentralis, in der Insula, im Gyrus cinguli und im Cerebellum gefunden. Für das Ziel der vorliegenden Untersuchungen besonders relevant ist die Tatsache, dass sich die linkshemisphärischen parietalen Aktivierungen vom posterioren Teil des Sulcus intraparietalis zum Gyrus angularis erstreckten und diesen mit einschlossen.

Es erscheint besonders wichtig, auf die Aktivierung des linken Gyrus angularis bei einfachem Faktenabruf hinzuweisen, da eine Aktivierung dieses Areals auch im Kontrast zwischen geübten und ungeübten komplexen Aufgaben gefunden wurde. Möglicherweise spiegelt eine solche Aktivierung schnellen und automatischen Gedächtnisabruf wider. Allerdings wurden in der vorliegenden Studie Aufgaben im Bereich von 2 × 2 bis 9 × 9 als „Faktenabruf" definiert, während andere Autoren sich nur auf kleinere (und einfachere) Aufgaben dieses Bereichs beschränkten (Chochon et al., 1999; Zago et al., 2001). Es kann deshalb nicht ausgeschlossen werden, dass die Versuchspersonen nicht bei jeder einzelnen Aufgabe des Sets F das Ergebnis tatsächlich aus dem deklarativen Gedächtnis abriefen, sondern für einige größere (und schwerere) auch Hilfsstrategien verwandten (Lefevre et al., 1996a). Es ist also möglich, dass die beobachteten Aktivierungen nicht nur Gedächtnisabruf (bei den leichteren Aufgaben wie etwa 2 × 3 oder 4 × 5) widerspiegeln, sondern auch die Verwendung von Hilfsstrategien (bei schwereren Aufgaben wie etwa 7 × 8 oder 9 × 7). Folglich können die signifikanten Aktivierungen nicht ausschließlich auf den Abruf von Fakten aus dem Gedächtnis zurückgehen, sondern auch auf andere kognitive Leistungen wie dem Arbeitsgedächtnis, Strategiewahl und Planungsprozessen, die eher frontalen Arealen zugeschrieben werden (z.B. Pauli et al., 1994; Gruber et al., 2001).

Ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben minus Kontrollbedingung

Im Kontrast zwischen ungeübten komplexen Aufgaben und der Kontrollbedingung zeigten sich einige Aktivierungszentren, die darauf hinweisen, dass solche komplexen Multiplikationsaufgaben auf ein fronto-parietales Netzwerk zurückgreifen. Die größten Aktivierungen wurden bilateral im Sulcus intraparietalis beobachtet. Dieses Ergebnis stimmt mit einer Reihe früherer Studien überein, die alle die Bedeutung des Sulcus intraparietalis für eine quantitätsbasierte Zahlenverarbeitung hervorheben (ein Überblick findet sich in Dehaene et al., 2003). Die Aktivierung erstreckte sich auch auf den horizontalen Teil des Sulcus intraparietalis (HIPS), der eine wichtige Rolle bei der Größenrepräsentation zu spielen scheint (Dehaene et al., 2003).

Eine Aktivierung der bilateralen Sulci intraparietalis wurde wiederholt bei Rechenaufgaben beschrieben. Während bei einfachen Subtraktionsaufgaben dabei eine etwa gleichstarke Aktivierung beider Hemisphären gefunden wurde (Chochon et al., 1999), beobachteten dieselben Autoren für einfache Multiplikationsaufgaben eine stärker links lateralisierte Aktivierung (s.a. Kazui et al., 2000). Zudem sind die bilateralen Sulci intraparietalis bei größeren Aufgaben stärker aktiviert als bei kleineren und bei approximativem stärker als bei genauem Rechnen (Stanescu-Cosson et al., 2000).

Darüber hinaus wurden in der vorliegenden Studie für den Kontrast M^- *minus K* Aktivierungen in den Gyri frontalis inferior bilateral, im linken Gyrus frontalis superior und im rechten Gyrus frontalis medius gefunden. Diesen Arealen wurde nach einer Vielzahl bildgebender Untersuchungen eine Rolle bei Aufgaben zugeschrieben, die exekutive und Arbeitsgedächtnisleistungen beanspruchen (z.B. Cabeza & Nyberg, 2000; Ranganath, Johnson, & D'Esposito, 2003; Sylvester, Wager, Lacey, Hernandez, Nichols, Smith, & Jonides, 2003). Allerdings dienen diese Areale offensichtlich nicht spezifisch der Zahlenverarbeitung. Vielmehr zeigten sie Aktivierungen bei einer Reihe verschiedener Untersuchungen zum verbalen oder räumlichen Arbeitsgedächtnis. Eine Aktivierung des Gyrus frontalis inferior wurde häufiger bei verbalen und numerischen als bei visuell-räumlichen Aufgaben beschrieben und scheint eher links betont aufzutreten (Cabeza & Nyberg, 2000). Eine signifikante Aktivierung des linken Gyrus frontalis inferior wurde auch für Rechenaufgaben gefunden (Cowell et al., 2000; Menon et al., 2000; Rickard et al., 2000). Sie könnte als Unterstützung des Kopfrechnens durch sprachliche Leistungen und Arbeitsgedächtnis interpretiert werden (Kazui et al., 2000; Rickard et al., 2000). Aktivierungen im linken Gyrus frontalis superior wurden für verschiedene Modalitäten beobachtet (verbale Aufgaben, räumliche Aufgaben, Problemlösen) und können deshalb mit allgemeinen Arbeitsgedächtnisleistungen in Verbindung gebracht werden (Cabeza & Nyberg, 2000). Einige Autoren gehen jedoch davon aus, dass der Gyrus frontalis superior speziell daran beteiligt ist, aktive Repräsentationen visuell-räumlicher Informationen vorzuhalten, also eher visuell-räumliche Rechenstrategien widerspiegeln würde (Smith, Jonides, & Koeppe, 1996; Courtney, Petit, Maisog, Ungerleider, & Haxby, 1998). Insgesamt stimmen die Ergebnisse mit der Auffassung überein, dass Arbeitsgedächtnisleistungen unerlässlich für komplexe Kopfrechenaufgaben sind, z.B. um Zwischenergebnisse zu speichern, zu erneuern und abzurufen. Ob hauptsächlich verbale oder auch visuell-räumliche Arbeitsgedächtniskomponenten beteiligt waren, muss allerdings offen bleiben.

Schließlich wurden signifikante Aktivierungszentren auch im rechten Gyrus fusiformis (vergleiche Rickard et al., 2000; Zago et al., 2001) und im linken Cuneus gefunden. Zago et al. (2001) erklärten die Aktivierung des Gyrus fusiformis mit einer größeren visuellen Komplexität für Rechenaufgaben mit mehrstelligen Zahlen im Vergleich zum Zahlenlesen (ihrer Kontrollbedingung). Auch in der vorliegenden Studie waren die Ergebnisse der komplexen Rechenaufgaben etwas größer (dreistellig) als die Zahlen der Kontrollaufgabe (ein- oder zweistellig).

Ungeübte minus geübte komplexe Multiplikationsaufgaben

Von besonderem Interesse sind, wie bereits betont, die Vergleiche der beiden Bedingungen mit komplexen Multiplikationsaufgaben. Zunächst zeigt sich bei den Kontrasten in beide Richtungen, dass linkshemisphärische Aktivierungen dominieren. Sowohl das Abarbeiten von Prozeduren als auch der zunehmend automatisierte Abruf aus dem Gedächtnis sind offensichtlich überwiegend linkshemisphärisch unterstützte Funktionen.

Beim Kontrast M^{-} *minus* M^{+} zeigten sich mehrere Aktivierungszentren. Hervorzuheben ist hier die Tatsache, dass für den linken Sulcus intraparietalis und den Lobulus parietalis inferior signifikante Aktivierungen nachgewiesen wurden. Eine Aktivierung im linken Sulcus intraparietalis spricht dafür, dass die komplexen Multiplikationsaufgaben im ungeübten Set mehr quantitätsbasiert und weniger automatisiert gelöst wurden als im geübten (Dehaene et al., 2003).

Weitere signifikante Aktivierungen wurden im linken Gyrus frontalis inferior einschließlich BA 44 gefunden. Diese Aktivierung könnte mit höheren Arbeitsgedächtnisanforderungen in der ungeübten im Vergleich zur geübten Bedingung erklärt werden. Auf die Bedeutung links inferior-frontaler Areale für das Lösen komplexer Rechenaufgaben haben bereits Gruber et al. (2001) hingewiesen, die eine Aktivierung dieser Areale mit sprachlichen - und Arbeitsgedächtnisfunktionen sowie der Anwendung von Regeln in Verbindung bringen. Es sei darauf verwiesen, dass die Aktivierung links inferior-frontaler Areale in der vorliegenden Untersuchung die Gebiete zur Repräsentation von Lippen, Mund und Hand sowie das prämotorische Areal (BA 6) mit einschloss. Über eine Deutung dieser Aktivierungen als Spuren von Fingerzählen oder subvokalem Zählen beim Rechnen kann nur spekuliert werden. Möglicherweise wären beide Vorgänge für das Lösen der ungeübten Aufgaben wichtiger als für das Lösen der geübten. Auch die Aktivierungen entlang des Sulcus lateralis wären kompatibel mit verbalen Leistungen und Zählstrategien, die typische Sprachareale in Anspruch nehmen. Insgesamt deuten die großen frontalen Aktivierungen im Kontrast zwischen ungeübten und geübten komplexen Aufgaben darauf hin, dass für die ungeübten Aufgaben mehr Strategien und Algorithmen zum Einsatz kommen als für die geübten. Somit stehen die Ergebnisse in Übereinstimmung mit der Trainingsstudie von Pauli et al. (1994), die bei zunehmend automatisiertem Faktenabruf eine Verschiebung von frontalen hin zu parietalen Arealen beschrieb.

Geübte minus ungeübte komplexe Multiplikationsaufgaben

Im Kontrast zwischen geübten und ungeübten komplexen Aufgaben zeigte sich ein signifikantes Aktivierungszentrum im linken Gyrus angularis. Auch einige frühere bildgebende Untersuchungen haben eine Beteiligung des linken Gyrus angularis bei einfacher Multiplikation (Chochon et al., 1999; Lee, 2000; Gruber et al., 2001) und Addition (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999; Stanescu-Cosson et al., 2000) gezeigt. Die wichtige Rolle, die der Gyrus angularis bei der Multiplikation spielt, wurde darüber hinaus auch in Studien mit kortikaler Stimulation bestätigt (Whalen, McCloskey, Lesser, & Gordon, 1997; Duffau et al., 2002). Bei einfachen Additionsaufgaben fanden Stanescu-Cosson et al. (2000) einen umgekehrten Aufgabengrößeneffekt im Gyrus angularis: Kleine, stark überlernte Aufgaben führten zu mehr Aktivierung als größere. Menon et al. (2000) beschrieben eine abnehmende Aktivierung des Gyrus angularis mit zunehmenden Rechenfähigkeiten ihrer Versuchspersonen, d.h. Teilnehmer mit besseren Rechenleistungen (die wahrscheinlich eine höhere Automatisierung des Abrufs arithmetischer Fakten erreicht haben) zeigten eine geringere Aktivierung dieses Areals. Aufgrund dieser Ergebnisse könnte erwartet werden, dass weiteres Training mit zunehmender Automatisierung zu einer verringerten Aktivierung im linken Gyrus angularis führen sollte. Diese Hypothese verdient sicherlich, genauer untersucht zu werden.

Im Unterschied zu anderen Studien fanden Rickard et al. (2000) keine Aktivierung des Gyrus angularis bei einfachen Rechenaufgaben. In ihrem Experiment waren die Gyri angularis und supramarginalis beim einfachen Rechnen im Vergleich zu einer Größenvergleichs- und einer Kontrollaufgabe signifikant deaktiviert. Zudem sprechen auch nicht alle neuropsychologischen Fallstudien für eine Bedeutung des Gyrus angularis bei einfachen Rechenleistungen im Allgemeinen und bei der Multiplikation im Besonderen überein (van Harskamp & Cipolotti, 2001).

Aus Sicht des Triple-Code-Modells werden verschiedene Aspekte des Rechnens einerseits vom Gyrus angularis und andererseits vom linken Sulcus intraparietalis unterstützt. Demnach soll ersterer eine zentrale Rolle für stark überlernte Rechenleistungen spielen, während letzterer mit der Manipulation von Größen in Zusammenhang gebracht wird (Dehaene et al., 2003). Eine Aktivierung des Gyrus angularis ist jedoch keineswegs spezifisch für den Bereich Zahlenverarbeitung. Vielmehr wird sie auch bei phonologischen Leistungen in verschiedenen Aufgaben wie zum Beispiel Nachsprechen oder Lesen beobachtet (Paulesu, Frith, & Frackowiak, 1993; Binder, Frost, Hammeke, Rao, & Cox, 1996; Price, 1998; Simon et al., 2002). Simon et al. (2002) fanden überlappende Aktivierungen im linken Gyrus angularis für eine Phonemerkennungs- und eine Subtraktionsaufgabe. Demzufolge kann man sich den Gyrus angularis als Teil eines Sprachsystems vorstellen, das den Abruf von Fakten durch phonologische Leistungen in einem Netzwerk von fronto-parietalen Arealen ermöglicht. Aber auch visuell-räumliche Funktionen der Zahlenverarbeitung wurden dem Gyrus angularis zugeschrieben. So beeinträchtigte repetitive transkranielle Magnetstimulation (rTMS) im Bereich des rechten oder linken Gyrus angularis die Leistungen von Versuchspersonen sowohl in einer visuellen Suchaufgabe als auch in einer Vergleichsaufgabe mit großen Zahlen (Göbel, Walsh, & Rushworth, 2001). Allerdings lag das in der Studie von Göbel et al. (2001)

stimulierte Areal dorsal und unterschied sich somit von der Region der in der vorliegenden Untersuchung gefundenen Aktivierung des Gyrus angularis.

Die vorliegenden Ergebnisse zeigen, dass der linke Gyrus angularis nicht nur in Aufgaben aktiviert ist, die einfachen Faktenabruf erfordern. Vielmehr können auch komplexe Rechenaufgaben nach vergleichsweise kurzem Training zu einer signifikanten Aktivierung führen. Dieser Lerneffekt könnte einerseits mit einer größeren Automatisierung des Faktenabrufs erklärt werden, andererseits mit phonologischen Verarbeitungsleistungen innerhalb komplexerer Hilfsstrategien. Es ist unwahrscheinlich, dass nach nur einwöchigem Training alle komplexen Aufgaben mühelos aus dem Gedächtnis abgerufen werden konnten und automatisch als arithmetische Fakten verarbeitet wurden. Allerdings könnten einige der komplexen Aufgaben als ganzes und einige Zwischenergebnisse nunmehr schnell und mühelos aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen worden sein. Die Aktivierung des Gyrus angularis könnte einen solchen schnellen und mühelosen Gedächtnisabruf widerspiegeln – möglicherweise im verbalen Format, wie es vom Triple-Code-Modell vorausgesagt wird. Andererseits könnten die Versuchspersonen interne verbale Strategien verwandt haben (z.B. Wiederholen der ganzen Aufgabe), was auch zu einer signifikanten Aktivierung des Gyrus angularis geführt haben könnte. Gegen diese Annahme ließe sich einwenden, dass sich im Kontrast M^+ *minus* M^- keine klassischen Sprachareale aktiviert zeigten – im Gegenteil: Aktivierungen perisylvischer Sprachareale fanden sich in der umgekehrten Bedingung M^- *minus* M^+.

Im Vergleich von M^+ *minus* M^- zeigten sich weitere Aktivierungen im linken Gyrus temporalis inferior. Aktivierungen in dieser Region wurden beispielsweise für Aufgaben beschrieben, die visuelle Vorstellungen beinhalten (Mellet, Tzourio-Mazoyer, Bricogne, Mazoyer, Kosslyn, & Denis, 2000; Fias, Dupont, Reynvoet, & Orban, 2002) und könnten für die gelegentliche Verwendung von visuellen Hilfsstrategien sprechen (Zago et al., 2001).

Eine Aktivierung des anterioren Gyrus cinguli wurde zwar wiederholt für numerische Aufgaben beschrieben (Chochon et al., 1999; Cowell et al., 2000; Zago et al., 2001), scheint aber nicht spezifisch für diesen Aufgabenbereich zu sein. Sie wurde häufig bei Arbeitsgedächtnisaufgaben gefunden, wurde aber auch in Zusammenhang mit dem semantischen oder episodischen Gedächtnis gebracht (Nyberg, Marklund, Persson, Cabeza, Forkstam, Petersson, & Ingvar, 2003). Andere Studien interpretieren eine Aktivierung des anterioren Gyrus cinguli nicht in Verbindung mit Arbeitsgedächtnisleistungen *per se*, sondern als Ausdruck der Aufgabenschwierigkeit (Barch, Braver, Nystrom, Forman, Noll, & Cohen, 1997).

Schließlich zeigten sich bilaterale Aktivierungen auch im Cerebellum. Solche Aktivierungen wurden beispielsweise auch von Pesenti, Thioux, Seron, & De Volder, 2000), Menon et al. (2000) und Zago et al. (2001) berichtet. Nach Menon et al. (2000) werden kortiko-thalamo-cerebelläre Kreise bei komplexer und schneller arithmetischer Verarbeitung aktiviert. Die gefundenen Aktivierungen könnten also die Tatsache widerspiegeln, dass geübte Aufgaben schneller als ungeübte gelöst werden.

Abruf, Rechnen oder Plausibilitätsstrategien?

Die beobachteten Unterschiede zwischen den geübten und ungeübten komplexen Aufgaben lassen sich auf Lern- und Automatisierungsprozesse zurückführen, wenn man davon ausgeht, dass die Versuchspersonen die Ergebnisse in beiden Bedingungen wirklich ausgerechnet haben oder zumindest damit begonnen haben, bevor sie die richtige Antwort auswählten[19]. Es ließe sich jedoch einwenden, dass die Versuchspersonen möglicherweise zwei unterschiedliche Lösungsstrategien für geübte und ungeübte Aufgaben einsetzten. So könnten sie für ungeübte Aufgaben Plausibilitätsstrategien verwandt haben, um sich für die richtige der beiden vorgegebenen Antworten zu entscheiden (Lemaire & Fayol, 1995; Lochy et al., 2000). Obwohl Strategien wie Plausibilitätsurteile oder Approximation nie für alle Versuchspersonen und sämtliche Aufgaben völlig ausgeschlossen werden können, erscheint eine Erklärung der Ergebnisse in ihrer Gesamtheit auf dieser Grundlage eher unwahrscheinlich. Erstens wurden die Aufgaben in der fMRT-Sitzung in langen Zeitintervallen dargeboten. Die Versuchspersonen hatten also genügend Zeit, mit der Rechnung zu beginnen und sie in den meisten Fällen bereits abzuschließen, bevor die Antwortalternativen präsentiert wurden. Zweitens waren solche Ablenker gewählt worden, die den Einsatz von Plausibilitätsstrategien möglichst erschweren sollten. Faktoren wie Parität oder Größe, die solche Strategien bekanntermaßen begünstigen (Lemaire & Fayol, 1995; Lochy et al., 2000), sind kontrolliert worden (s. 2.1.2). Die Ablenker unterschieden sich zu geringfügig in ihrer Größe von den richtigen Ergebnissen um erfolgreich auf Approximation setzen zu können, und in der Hälfte

[19] Das Training erfolgte in einem Produktionsparadigma (d.h. die Ergebnisse mussten auf der Tastatur eingegeben werden); die fMRT-Untersuchung hingegen in einem *forced choice* Auswahlparadigma (d.h. das richtige Ergebnis musste erkannt und die Taste auf der entsprechenden Seite gedrückt werden).

der Fälle hatten Ablenker und richtiges Ergebnis identische letzte Ziffern. Auch die Ergebnisse der funktionellen Bildgebung sprechen gegen die Hypothese, dass die Versuchspersonen die richtigen Antworten der ungeübten Aufgaben mit Hilfe einer Approximationsstrategie herausfanden. Die großen präfrontalen Aktivierungen, die in der ungeübten Bedingung beobachtet wurden, lassen sich eher mit der Anwendung komplexer Strategien erklären als mit einfacher Approximation.

Komplexe Rechenaufgaben können mit einer Vielzahl von nicht auf Gedächtnisabruf beruhenden Strategien gelöst werden, beispielsweise Zerlegung in einfachere Teilaufgaben, schrittweiser Berechnung von Teilergebnissen und deren nachfolgende Addition oder visuelle Strategien (Burbaud, Camus, Guehl, Bioulac, Caille, & Allard, 1999; Zago et al., 2001). Strategien zur Lösung von Rechenaufgaben wurden ausführlich untersucht – sowohl bei Kindern (Fuson, 1982; Siegler, 1988b) als auch bei gesunden Erwachsenen (Lefevre et al., 1996a; b) oder Patienten (Hittmair-Delazer et al., 1994; Girelli, Bartha, & Delazer, 2002) und unlängst auch in einer fMRT-Studie (Burbaud, Camus, Caille, Biolac, & Allard, 1999). Dabei zeigte sich, dass unterschiedliche Rechenstrategien mit unterschiedlichen Hirnaktivierungen verbunden sind. In der vorliegenden Untersuchung wurden die Auswirkungen von individuellen Unterschieden und bevorzugten Strategien minimiert. Die Versuchspersonen wurden nicht darin bestärkt, individuelle Strategien beim Lernen neuer komplexer Rechenaufgaben anzuwenden. Das Design des Trainings zielte im Gegenteil darauf ab, möglichst den Abruf aus dem Gedächtnis zu fördern. So erfolgte die Präsentation der Aufgaben visuell, mit vielen Wiederholungen, kurzen Darbietungszeiten und abnehmenden maximalen Antwortzeiten. Obwohl also bestmöglich versucht wurde, individuelle Effekte verbaler oder visueller Strategien zu minimieren, so können sie doch nicht gänzlich ausgeschlossen werden. Es scheint durchaus realistisch anzunehmen, dass Versuchspersonen interne Strategien sowohl während des Trainings als auch in der fMRT-Sitzung anwandten und nur einen Teil der Lösungen (und / oder Zwischenergebnisse) aus dem Langzeitgedächtnis abriefen. Unterschiedliche Effekte von Gedächtnisabruf und Strategienutzung können in der vorliegenden Studie nicht sicher isoliert werden. Die Ergebnisse (Reaktionszeiten, Genauigkeit und Aktivierungsmuster) zeigen jedoch, dass im Verlauf des Trainings unabhängig vom tatsächlichen Herangehen (Abruf oder Strategien) Lernen und Automatisierung erfolgt sein muss.

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie zeigen eine Veränderung der Aktivierungsmuster mit zunehmenden Rechenfähigkeiten. In dieser Hinsicht stimmen sie mit

Beobachtungen von Pesenti, Zago, Crivello, Mellet, Samson, Duroux, Seron, Mazoyer, & Tzourio-Mazoyer (2001) überein, die Unterschiede sowohl in den kognitiven Strategien als auch in den damit verbundenen Hirnaktivierungen zwischen einem Rechengenie und sechs durchschnittlich begabten Versuchspersonen beschrieben. Die unterschiedliche Hirnaktivierung beim Rechengenie lässt sich mit einem Strategiewechsel weg von Lösungsansätzen, die auf kurzfristig speicherintensiven Strategien beruhen, hin zu hocheffizienten Enkodier- und Abrufprozessen im episodischen Gedächtnis erklären. Ein direkter Vergleich der durch die Versuchspersonen in der hier berichteten Studie erlangten Fähigkeiten mit denen des Rechengenies ist jedoch kaum möglich – weder hinsichtlich der Rechenleistungen noch mit Blick auf die Hirnaktivierungen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass der Abruf arithmetischer Kenntnisse in der vorliegenden Untersuchung von einem vorwiegend linkshemisphärischen Netzwerk frontaler und parietaler Areale unterstützt wurde. Während eines relativ kurzen Trainings kam es zu signifikanten Veränderungen kognitiver Prozesse und damit verbundener Hirnaktivierungen. Der Vergleich von geübten und ungeübten Aufgaben zeigt zum einen die Verschiebung von eher frontalen Aktivierungsmustern zu einer eher parietalen Aktivierung und zum anderen eine Verschiebung innerhalb des Parietallappens vom Sulcus intraparietalis zum Gyrus angularis. So wurde die zentrale Bedeutung von Arbeitsgedächtnis- und Planungsleistungen für komplexe ungeübte Rechenaufgaben erneut herausgestellt. Im Sinne des Triple-Code-Modells deutet die Verschiebung innerhalb des Parietallappens auf einen Wechsel von quantitätsbasierten Rechenleistungen (Sulcus intraparietalis) zu automatisiertem Faktenabruf (linker Gyrus angularis). In einer alternativen Erklärung könnte man die Verwendung verbaler Strategien einschließlich phonologischer Verarbeitungsleistungen für die Aktivierung des linken Gyrus angularis verantwortlich machen. Die beiden Erklärungen schließen einander jedoch nicht aus, und die Versuchspersonen können durchaus sowohl Faktenabruf als auch phonologische Strategien angewandt haben. Interessant wäre es in diesem Zusammenhang, die Auswirkungen unterschiedlicher Lernmodalitäten auf die Lokalisation der Hirnaktivierungen beim Lösen vergleichbarer Rechenaufgaben zu untersuchen. So könnten ggf. zu beobachtende Aktivierungsunterschiede nach visuellem vs. verbal-auditivem Lernen dazu beitragen, den Anteil des Formates (visuell vs. auditiv) von dem der Rechenstrategie (komplexe Algorithmen vs. Faktenabruf) besser zu unterscheiden. Auch die Untersuchung der Auswirkungen verschiedener Lernstrategien (konzeptuell, prozedural oder auswendig lernen) auf die Hirnaktivität beim Lösen vergleichbarer Auf gaben könnte das Verständnis der Repräsentation von Rechen(teil)leistungen erheblich verbessern. Entsprechende Studien wurden innerhalb der Innsbrucker Projektgruppe bereits begonnen.

2.2. Untersuchung II: Zehnerkonsistenzeffekte bei der Produktion von Operandenfehlern

2.2.1. Hintergrund

Wovon hängt die Produktion eines spezifischen Operandenfehlers ab? Operandenfehler bilden den Großteil aller falschen Antworten bei einfachen Multiplikationsaufgaben (s. Abschnitt 1.9). Sie werden jedoch keineswegs unsystematisch und zufällig produziert. Vielmehr gibt es eine Reihe von Variablen, die einen Einfluss auf Art und Anzahl dieser Fehler haben. Ein zentraler und außerordentlich robuster Befund ist in diesem Zusammenhang der Aufgabengrößeneffekt, also die Tatsache, dass Fehler häufiger für große als für kleine Aufgaben produziert werden. Ferner ist bekannt, dass Fehlerart und –anzahl, allgemein gesprochen, mit der semantischen Distanz des Fehlers zum richtigen Ergebnis sowie mit der Darbietungsform und –reihenfolge der Operanden zusammenhängen (für Details s. Abschnitt 1.9).

Nachfolgend soll argumentiert werden, dass der fehlerhafte Abruf von Multiplikationsfakten noch von einer weiteren Variablen beeinflusst wird, nämlich von ihrer Konsistenz mit der Zehnerstelle der richtigen Antwort. Ein solcher Zusammenhang wird sowohl innerhalb der Netzwerk-Interferenz-Theorie (NIT) von Campbell (1995) als auch innerhalb des Modells Interagierender Nachbarn (IN-Modell) von Verguts und Fias (Verguts & Fias, 2005 a; b) vorhergesagt (s. Abschnitt 1.1), wurde bislang jedoch noch nicht empirisch überprüft. Darüber hinaus soll Evidenz dafür präsentiert werden, dass der klassische Aufgabengrößeneffekt möglicherweise ein Artefakt von Konsistenz-Charakteristika der Nachbarschaft eines Multiplikationsergebnisses ist, wie dies zwar vom IN-Modell, sonst aber von keinem aktuellen Modell zum Abruf arithmetischer Fakten (einschließlich der NIT) explizit vorhergesagt wird. Dieses Ergebnis hätte weitreichende modelltheoretische Konsequenzen, weil es dafür spräche, dass der Aufgabengrößeneffekt in der Multiplikation auf andere Ursachen zurückzuführen ist als der

Größeneffekt bei anderen numerischen Aufgaben (wie z.B. dem Größenvergleich zweier Zahlen).

Modelltheoretische Grundlagen

Da Operandenfehler eine solch prominente Rolle sowohl im normalen als auch im gestörten Faktenabruf spielen, bildet deren Erklärung zugleich auch einen Kernpunkt in allen kognitiven Modellen zur Multiplikation. In der Tat haben alle aktuellen Modelle keine Schwierigkeit mit der Integration dieses Phänomens (s. Abschnitt 1.1). Die wichtigsten von ihnen stimmen in der Grundannahme assoziativer Beziehungen zwischen Multiplikationsaufgaben und ihren Ergebnissen überein (Ashcraft, 1987; Siegler, 1988b; McCloskey & Lindemann, 1992; Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005a; Rickard, 2005). Allerdings werden nicht nur Assoziationen zwischen der Aufgabe und den richtigen Ergebnissen angenommen, sondern zusätzlich auch solche zu „benachbarten" falschen Antworten. Diese zweite Art von assoziativen Beziehungen kann zur Produktion von Operandenfehlern führen. Außerdem gehen alle Modelle davon aus, dass Operandenfehler je wahrscheinlicher auftreten, desto näher sie der richtigen Antwort kommen, weil die Stärke der fehlerhaften assoziativen Verbindungen mit zunehmender Entfernung vom richtigen Ergebnis abnimmt. Die meisten dieser Modelle machen jedoch keine Vorhersagen über die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Operandenfehler *unterhalb* oder *oberhalb* eines richtigen Ergebnisses auftritt (z.B. $3 \times 7 = 24$ anstatt $3 \times 7 = 18$). Zwar wurden in der Literatur Patienten beschrieben, die allgemein mehr Fehler in die eine oder andere Richtung produzierten (z.B. Dehaene & Cohen, 1991), aber dies muss wohl eher im Sinne von patientenspezifischen Ursachen interpretiert werden und nicht als Ausdruck eines allgemeinen Prinzips normaler Verarbeitung. Tatsächlich wurde bislang auch keine vergleichbare systematische Variation in der Richtung von Operandenfehlern für gesunde Probanden berichtet.

Es scheint jedoch möglich, sowohl aus Campbells (1995) NIT Modell als auch aus dem IN-Modell von Verguts & Fias (2005a s.a. Verguts & Fias, 2005b) Vorhersagen über die wahrscheinlichere Fehlerrichtung auf der Ebene einzelner Aufgaben abzuleiten. Das IN-Modell von Verguts & Fias integriert die Auffassung, dass zweistellige Zahlen (also die meisten Produkte einfacher Multiplikationsaufgaben) auf bestimmten Verarbeitungsstufen separate Repräsentationen für die Einer- und Zehnerstelle haben. Evidenz für diese Auffassung liefern beispielsweise Untersuchungen von Nuerk et al.,

(2001) sowie Ratinckx, Brysbaert, & Fias (eingereicht); eine Übersicht findet sich bei Nuerk & Willmes (2005). Analog zu Annahmen aus dem Bereich der Sprachverarbeitung (Segui & Grainger, 1990; Ziegler & Ferrand, 1998; Ventura, Morais, Pattamadilok, & Kolinsky, 2004) geht das Model ferner davon aus, dass ein erfolgreiches Beantworten einfacher Multiplikationsaufgaben von der Konsistenz des richtigen Ergebnisses mit konkurrierenden Antworten in der Nachbarschaft dieses Ergebnisses abhängt. Konsistenz bedeutet in diesem Fall eine Übereinstimmung der Einer- oder Zehnerstelle des Ergebnisses mit der Einer- oder Zehnerstelle von benachbarten Antworten. Demnach können Produkte, die Konsistenz mit möglichst vielen benachbarten Operandenfehlern aufweisen, schneller und sicherer abgerufen werden als solche, die weniger konsistent sind. So ist beispielsweise bei der Aufgabe 4 × 8 die Zehnerstelle (3) der richtigen Antwort (**3**2) konsistent mit der Zehnerstelle (3) der benachbarten falschen Antwort **3**6 (Ergebnis von 4 × 9), nicht aber mit der Zehnerstelle (2) der benachbarten Antwort **2**8 (Ergebnis von 4 × 7). Auf diese Weise kann laut Verguts & Fias (2005a) der Aufgabengrößeneffekt rein aus der Repräsentationsarchitektur der Fakten abgeleitet werden, ohne auf die Erwerbsgeschichte zurückgreifen zu müssen, da die Produkte kleinerer Aufgaben konsistenter mit benachbarten Operandenfehlern sind als die Produkte größerer Aufgaben (s. Abschnitte 1.9 und 1.1).

Gemäß Verguts & Fias (2005a) kann sowohl der Zwillingseffekt als auch der Fünfer-Effekt (s. Abschnitt 1.9) mit einer besonders konsistenten Nachbarschaft für diese besonderen Aufgabentypen erklärt werden (s.a. Abschnitt 1.1): Zwillingsaufgaben haben im IN-Modell allgemein weniger Nachbarn als andere Aufgaben, und da es prinzipiell mehr inkonsistente als konsistente Nachbarn gibt, werden für Zwillingsaufgaben weniger konkurrierende Aktivierungen angenommen. Für alle Fünfer-Aufgaben gibt es bei einem Operandensplit von ± 2 relatierte falsche Antworten mit einer identischen Einerstelle, also einerkonsistente Ergebnisse (z.B. für die Aufgabe 7 × 5: richtige Antwort: 3**5**; Operandenfehler: 2**5** und 4**5**). Obwohl Verguts und Fias davon ausgehen, dass der Einfluss dieser vergleichsweise weit entfernten Nachbarn eher klein ist, so könnte er dennoch ausreichen, um den Fünfer-Effekt zu erklären.

Die Annahme von Konsistenzeffekten[20] kann auch auf das Entstehen von Fehlern ausgedehnt werden, was zu der folgenden Vorhersage führt: Falsche Antworten

[20] Bei der Herleitung Ihres Modells beziehen sich Verguts und Fias ausdrücklich auf die Wortverarbeitungsliteratur. Im Kontext der Wortverarbeitung würde der von ihnen als „*Konsistenz*effekt“ bezeichnete

sollten wahrscheinlicher sein, wenn sie mit dem richtigen Ergebnis konsistent sind (also in mindestens einer Position mit ihm übereinstimmen) als wenn sie nicht mit ihm konsistent sind (also in keiner Position mit ihm übereinstimmen). Im gerade erwähnten Beispiel der Aufgabe 4 × 8 sollte die Produktion von 36 wahrscheinlicher sein als die von 28, da die erstere Antwort in der Zehnerstelle (3) konsistent mit dem richtigen Ergebnis ist, die letztere aber inkonsistent mit ihm. Dabei liegen beide Operandenfehler gleich weit entfernt von der richtigen Lösung und sind auch sonst in Bezug auf relevante Faktoren vergleichbar (s. Abschnitt 1.9).

Ähnliche Ideen wurden auch in der NIT von Campbell (1995) vertreten. Auch dieses Modell geht davon aus, dass Zehner- und Einerstellen des Ergebnisses von verschiedenen konkurrierenden Knoten separate Aktivierungen erhalten. Demnach würde zumindest ein Teil der auftretenden Operandenfehler von konkurrierender Aktivierung der Zehnerstellen durch das richtige Ergebnis selbst und verschiedene relatierte falsche Antworten herrühren.

Weder das IN-Modell noch die NIT sagen allerdings eine allgemein häufigere Produktion von Operandenfehlern oberhalb oder unterhalb des richtigen Ergebnisses vorher. Vielmehr sollte die Wahrscheinlichkeit eines Operandenfehlers ursächlich mit seiner Konsistenz mit der richtigen Antwort zusammenhängen. Beispielsweise sollte für die Aufgabe 8 x 4 der Operandenfehler oberhalb der richtigen Antwort (36) *wahrscheinlicher* sein als der Operandenfehler unterhalb (28). Bei der Aufgabe 8 × 6 wäre es jedoch umgekehrt: Der Fehler oberhalb (54) sollte *weniger wahrscheinlich* sein als der Fehler unterhalb (42) der richtigen Antwort.

Obwohl also sowohl das IN-Modell als auch die NIT einen Einfluss der Nachbarschaft der richtigen Antwort auf spezifische Operandenfehler vorhersagen, unterscheiden sich beide Modelle in der Erklärung des charakteristischen Aufgabengrößeneffekts (s. Abschnitt 1.9) für einfache Multiplikationsaufgaben. Innerhalb des IN-Modells kommt er durch verschiedene Konsistenzverhältnisse bei kleinen und großen Aufgaben zustande: Weil Produkte kleiner Aufgaben im Allgemeinen konsistenter mit benachbarten Ergebnissen sind als Produkte großer Aufgaben, können erstere schneller und sicherer abgerufen werden als letztere.

Zusammenhang jedoch eher „*Nachbarschafts*effekt" heißen. Nichtsdestotrotz soll hier die Terminologie von Verguts und Fias beibehalten werden.

Innerhalb der NIT wird der Aufgabengrößeneffekt auf eine komprimierte Größenrepräsentation („Größencode“), ähnlich dem mentalen Zahlenstrahl von Dehaene (z.B. Dehaene, 2003), zurückgeführt. Demnach würde der Größencode auf Grund seiner Komprimierung bei kleinen Aufgaben weniger Antworten mitaktivieren als der bei großen Aufgaben, was zu stärkeren Interferenzeffekten und schlechteren Leistungen für die letzteren führen sollte.

In diesem Punkt unterscheiden sich die beiden Modelle also wesentlich: Die NIT geht davon aus, dass der Aufgabengrößeneffekt in der Multiplikation auf die gleichen Repräsentationen zurückgeht, wie sie auch bei anderen Aufgaben genutzt werden (z.B. Größenvergleichsaufgaben). Das IN-Modell hingegen nimmt an, dass eine spezifische Eigenschaft der Repräsentation arithmetischer Fakten, nämlich die Konsistenzverhältnisse der Nachbarschaft der richtigen Antwort, den Größeneffekt bewirkt. Somit hätte der Aufgabengrößeneffekt bei Multiplikationsaufgaben nichts mit dem Effekt desselben Namens bei anderen numerischen Aufgaben (wie z.B. bei Größenvergleichsaufgaben) zu tun. Der Faktor “Aufgabengröße” sollte seine Vorhersagekraft sogar völlig verlieren, wenn die Konsistenzverhältnisse der Nachbarschaft des richtigen Ergebnisses mit in die Vorhersage einbezogen werden. Mit dieser Annahme unterscheidet sich das IN-Modell von allen anderen Modellen zum Abruf arithmetischer Fakten, so unterschiedlich ihre Erklärungen des Aufgabengrößeneffekts im Einzelnen auch sein mögen (s. Abschnitt 1.1).

Ziel der nachfolgenden Untersuchung ist, zwei der Kernaussagen des IN-Modells von Verguts & Fias (2005a) empirisch zu überprüfen: 1) Treten konsistente Operandenfehler mit größerer Wahrscheinlichkeit auf als damit vergleichbare inkonsistente Antworten (ein solches Ergebnis wäre auch innerhalb der NIT von Campbell (1995) erklärbar) und 2) können die Konsistenzverhältnisse der Nachbarschaft des richtigen Ergebnisses die Fehlerwahrscheinlichkeit bei einfachen Multiplikationsaufgaben vorhersagen, ohne dabei auf die Aufgabengröße als unabhängige Variable zurückgreifen zu müssen? (Ein solches Ergebnis wäre ausschließlich innerhalb des IN-Modells erklärbar.)

Zu diesem Zweck wurden zum einen Fehlerdaten von gesunden englischsprachigen Probanden reanalysiert, die im Original von (Campbell, 1997a) berichtet worden waren. Zum anderen wurden Daten eines Patienten mit Akalkulie ausgewertet.

2.2.2. Methode

Kategorielle Fehleranalyse: Konsistenzeffekte

Grundlage der Analyse waren Daten von Campbell (1997a) aus einer Untersuchung mit 44 Psychologiestudenten. Die Versuchspersonen hatten alle 36 einfachen Multiplikationsaufgaben mit allen Kombinationen aus den Faktoren von 2 bis 9 sechs Mal gelöst (drei Mal in jeder Operandenfolge). Insgesamt ergab diese Studie einen Datensatz von 132 Antworten pro Aufgabe, also alles in allem 9504 Antworten. Die Multiplikationsaufgaben waren abwechselnd mit einfachen Divisionsaufgaben dargeboten worden, wobei die Abfolge innerhalb beider Rechenarten pseudorandomisiert war. Die Teilnehmer waren instruiert worden, so schnell wie möglich zu antworten – einerseits um Faktenabruf aus dem Gedächtnis (im Gegensatz zur Anwendung von Prozeduren) zu begünstigen, andererseits um eine hohe Zahl an Fehlern zu elizitieren. Insgesamt wurden 737 (7,8%) falsche Antworten registriert, 645 (87,5%) davon Operandenfehler.

Die Reanalyse dieser Operandenfehler wurde wie folgt durchgeführt: Nur solche Aufgaben, bei denen zumindest ein Operandenfehler mit einer maximalen Entfernung von ± 2 zum richtigen Ergebnis produziert worden war, wurden eingeschlossen. Diese Entfernung diente auch bei Verguts & Fias (2005a) als Grenze für die Definition von „Nachbarschaft“. Aufgaben, die zu einstelligen Ergebnissen führen, wurden nicht berücksichtigt, da unklar ist, wie die Konsistenz von Zehnerstellen in diesen Fällen klassifiziert werden sollte. Für die übrigen Aufgaben wurde die Konsistenz aller ihrer Operandenfehler mit einer maximalen Entfernung von ± 2 vom richtigen Ergebnis bewertet. Dabei galt ein Operandenfehler als konsistent, wenn seine Zehnerstelle mit der Zehnerstelle des richtigen Ergebnisses identisch war. Er galt als inkonsistent, wenn dies nicht der Fall war.[21] Für jede Aufgabe $m \times n$ führt diese Bewertung zu vier nach Konsistenz klassifizierten Paaren von Operandenfehlern (n ± 1; n ± 2; m ± 1; m ± 2). Nur Paare mit

[21] Grundsätzlich sagen das IN-Modell und die NIT auch Konsistenzeffekte auf der Einerstelle vorher. Allerdings sind Operandenfehler mit konsistenter Einerstelle sehr selten. Deshalb konzentriert sich die vorliegende Analyse auf die Zehnerkonsistenz.

Es gibt jedoch eine erwähnenswerte Ausnahme: Bei Fünferaufgaben sind Operandenfehler mit einer Entfernung von ± 2 immer einerkonsistent mit der richtigen Antwort. Die Einerstelle besteht immer aus einer 5 oder einer 0. Diese Einer-Konsistenz entfernter Nachbarn wurde von Verguts & Fias (2005a) zur Erklärung des Fünfer-Effekts bei Multiplikationsaufgaben herangezogen (s. Hintergrund).

unterschiedlichen Konsistenzbewertungen wurden in die Analyse eingeschlossen. Zum Beispiel sind beide Elemente des Paars 21 und 27 konsistent mit dem richtigen Ergebnis der Aufgabe 8 × 3, beide Elemente des Paars 54 und 72 sind inkonsistent mit dem richtigen Ergebnis der Aufgabe 9 × 7. Solche Paare wurden von der Analyse ausgeschlossen. Aus diesem Grund wurde nicht jedes Paar von Operandenfehlern berücksichtigt, aber andererseits für einige Aufgaben mehr als nur ein Paar von Operandenfehlern eingeschlossen[22] (s. Tabelle 6). So könnten beispielsweise die folgenden drei Paare von Operandenfehlern der Aufgabe 7 × 4 (m = 7; n = 4) Berücksichtigung finden: m ± 1: 32 (inkonsistent) vs. 24 (konsistent); m ± 2: 36 (inkonsistent) vs. 20 (konsistent); n ± 1: 35 (inkonsistent) vs. 21 (konsistent) – nicht jedoch das Paar n ± 2, da diese Operandenfehler (42 vs. 14) beide inkonsistent mit dem richtigen Ergebnis sind. Die Vorhersage für die drei „einschlägigen" Paare dieser Aufgabe wäre, dass Operandenfehler *oberhalb* des richtigen Ergebnisses weniger wahrscheinlich sind als Operandenfehler *unterhalb* des richtigen Ergebnisses, da alle oberen Fehler inkonsistent und alle unteren konsistent mit der richtigen Lösung sind. Insgesamt führte das geschilderte Auswahlverfahren zu 31 „einschlägigen" Paaren von Operandenfehlern mit unterschiedlicher Konsistenz; das entspricht 141 falschen Antworten (s. Tabelle 6).

Dieselbe Analyse wurde für Daten eines Patienten mit Hirnschädigung (HV) durchgeführt, der in einem anderen Zusammenhang bereits von Domahs, Bartha, & Delazer (2003) beschrieben wurde. In diesem Kontext ist nur wichtig, dass dieser Patient unter einer schweren Akalkulie litt, die unter anderem seinen Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis massiv beeinträchtigte. Die Daten wurden in einer Therapiephase gewonnen (zwischen einschließlich T1 und T2), in der er etwa ein Drittel einfacher Multiplikationsaufgaben falsch beantwortete, wobei es sich überwiegend um Operandenfehler handelte. Die Aufgaben wurden in reinen Multiplikationsblöcken dargeboten (also nicht gemischt mit anderen Rechenarten) und dabei entweder vom Untersucher vorgelesen oder visuell in Arabischen Zahlen präsentiert oder beides gleichzeitig. Die Abfolge der einzelnen Aufgaben innerhalb eines Blocks war jeweils unterschiedlich. Da HV eine nennenswerte Anzahl von Operandenfehlern produzierte, die

[22] Für die Aufgabe 6 × 3 kann ein Paar von Operandenfehlern (24 vs. 12) nicht eindeutig einem Faktor zugeordnet werden. Sowohl die Interpretation als n ± 1 als auch als m ± 2 ist möglich. Dieses Paar wurde nur einmal berücksichtigt. Analog dazu wurden auch Fehlerpaare von Zwillingsaufgaben (z.B. 4 × 4) nur einmal berücksichtigt, also beispielsweise 20 vs. 12 nicht doppelt als m ± 1 und n ± 1.

weit vom Ziel entfernt sind, wurden in die Analyse auch Paare mit einer Distanz von ± 3 zum richtigen Ergebnis eingeschlossen. Es kamen also maximal sechs Paare von Operandenfehlern pro Aufgabe in Frage. Ausgehend von insgesamt 414 Antworten und 130 Fehlern (Gesamtfehlerrate = 31,4%) führte das geschilderte Auswahlverfahren zu 13 „einschlägigen“ Paaren von Operandenfehlern mit unterschiedlicher Konsistenz; das entspricht 19 falschen Antworten (s. Tabelle 7).

Kategorielle Fehleranalyse: Intrusionsfehler

Eine weitere Analyse sollte die möglichen Auswirkungen von Intrusionsfehlern auf die bevorzugte Richtung von Operandenfehlern untersuchen um auszuschließen, dass möglichen Konsistenzeffekten eigentlich Intrusionsfehler zugrunde liegen. Dazu wurde ein Aufgaben-Auswahlverfahren angewandt, wie es unter Konsistenz beschrieben ist – mit einem Unterschied: Nur Paare mit unterschiedlicher Möglichkeit[23] eines Intrusionsfehlers (also der Perseveration eines Faktors in der kongruenten Position des Operandenfehlers; s. Abschnitt 1.9) wurden eingeschlossen (anstelle unterschiedlicher Konsistenz in der oben beschriebenen Analyse). Beispielsweise enthält bei der Aufgabe **4** × 9 nur einer der Operandenfehler (nämlich **4**5) des Paares m ± 1 einen der Operanden in der korrespondierenden (Zehner-) Stelle. Der andere Operandenfehler dieses Paares (27) stellt keinen solchen potenziellen Intrusionsfehler dar. Potenzielle Intrusionsfehler für Zwillingsaufgaben (z.B. 7 × 7 = 47) gingen nicht in die Analyse ein, da es bei ihnen nicht eindeutig möglich ist, Kongruenz von Positionen zu definieren. Das geschilderte Verfahren führte zu 21 (15) einschlägigen Paaren mit unterschiedlicher Möglichkeit eines Intrusionsfehlers; das entspricht 136 (21) falschen Antworten aus den Daten von Campbell (1997a) und HV (letztere jeweils in Klammern).

[23] Natürlich ist nicht bei jeder Antwort, bei der ein Operand an kongruenter Stelle im Ergebnis wieder auftaucht, von einem Intrusionsfehler auszugehen, da es eine gewisse Zufallswahrscheinlichkeit für dieses Zusammentreffen gibt. Der Einfachheit halber soll trotzdem für all diese Fälle der Begriff Intrusionsfehler benutzt werden.

			Fehlerpaar		Intrusionsfehler möglich?		Fehlerzahl allgemein		Fehlerzahl Konsistenz		Fehlerzahl Intrusionen	
m × n	**Operand**	**Entf.**	**oben**	**unten**	**oben**	**unten**	**oben**	**unten**	**kons.**	**inkons.**	**+ Intr.**	**- Intr.**
6x2	n	1	**18**	6	0	0	8	1	8	1		
2x6	m	1	**18**	6	0	1	2	1	2	1	1	2
6x3	m	1	21	**15**	0	0	2	0	0	2		
6x3	n	1	24	**12**	0	0	2	2	2	2		
3x6	m	1	24	**12**	0	0	1	1	1	1		
7x3	m	1	**24**	18	0	0	1	0	1	0		
3x7	n	1	**24**	18	0	0	0	1	0	1		
4x5	n	1	**24**	16	0	0	1	0	1	0		
7x4	m	1	32	**24**	0	1	3	2	2	3	2	3
4x7	n	1	32	**24**	0	0	2	6	6	2		
8x4	m	1	**36**	28	0	0	4	0	4	0		
4x8	n	1	**36**	28	0	1	3	1	3	1	1	3
6x5	n	1	**36**	24	0	0	1	0	1	0		
5x6	m	1	**36**	24	1	0	2	0	2	0	2	0
5x6	n	1	**35**	25	0	0	0	1	0	1		
7x5	m	1	40	**30**	0	0	2	5	5	2		
5x7	n	1	40	**30**	0	0	2	3	3	2		
8x5	m	1	**45**	35	1	1	6	0	6	0		
5x8	m	1	**48**	32	1	0	3	0	3	0	3	0
5x8	n	1	**45**	35	0	1	4	0	4	0	0	4
7x6	m	1	**48**	36	0	1	1	6	1	6	6	1
6x7	m	1	**49**	35	0	0	3	1	3	1		
6x7	n	1	**48**	36	0	0	1	7	1	7		
8x6	m	1	54	**42**	0	0	2	7	7	2		
8x6	n	1	56	**40**	1	0	5	2	2	5	5	2
6x8	m	1	56	**40**	0	0	2	1	1	2		
6x8	n	1	54	**42**	0	0	2	12	12	2		
4x4	m	1	20	**12**	0	0	1	1	1	1		
7x7	m	1	56	**42**	0	0	0	7	7	0		
6x2	m	2	**16**	8	0	0	1	1	1	1		
2x6	n	2	**16**	8	1	0	3	2	3	2	3	2
Summe					**5**	**6**	**70**	**71**	**93**	**48**	**23**	**17**
Mittelwert							**2,3**	**2,3**	**3,0**	**1,5**	**2,6**	**1,9**

Tabelle 6: Konsistenz und Fehlerhäufigkeit für die „einschlägigen“ (d.h. analysierten) Paare von Operandenfehlern aus den Daten von Campbell (1997a). Hervorgehobene Operandenfehler sind konsistent mit dem richtigen Ergebnis (d.h. haben eine identische Ziffer). In der Spalte „Intrusionsfehler möglich?“ bedeutet 1 = Intrusionsfehler möglich und 0 = Intrusionsfehler nicht möglich.

Entf. = Entfernung zum richtigen Ergebnis in Operanden;
kons. / inkons. = konsistent / inkonsistent;
+ Intr. / - Intr.: Intrusionsfehler möglich / nicht möglich

m × n			Fehlerpaar		Intrusionsfehler möglich?		Fehlerzahl allgemein		Fehlerzahl Konsistenz		Fehlerzahl Intrusionen	
	Operand	Entf.	oben	unten	oben	unten	oben	unten	kons.	inkons.	+ Intr.	- Intr.
5x2	m	1	**12**	8	1	0	2	0	2	0	2	0
2x5	m	1	**15**	5	0	1	1	0	1	0	0	1
2x5	n	1	**12**	8	0	0	2	0	2	0		
6x2	n	1	**18**	6	0	0	3	0	3	0		
3x7	m	1	**28**	14	0	0	1	0	1	0		
8x4	m	1	**36**	28	0	0	0	1	0	1		
4x8	n	1	**36**	28	0	1	1	1	1	1	1	1
5x6	m	1	**36**	24	1	0	1	0	1	0	1	0
5x6	n	1	**35**	25	0	0	1	0	1	0		
7x6	n	1	**49**	35	0	0	1	0	1	0		
6x2	m	2	**16**	8	0	0	1	0	1	0		
4x5	n	2	**28**	12	0	0	2	0	2	0		
5x2	m	3	**16**	4	0	0	1	0	1	0		
Summe					**2**	**2**	**17**	**2**	**17**	**2**	**4**	**2**
Mittelwert							**1,3**	**0,2**	**1,3**	**0,2**	**1,0**	**0,5**

Tabelle 7: Konsistenz und Fehlerhäufigkeit für die „einschlägigen" (d.h. analysierten) Paare von Operandenfehlern aus den Daten von HV.

Hervorgehobene Operandenfehler sind konsistent mit dem richtigen Ergebnis (d.h. haben eine identische Ziffer). In der Spalte „Intrusionsfehler möglich?" bedeutet 1 = Intrusionsfehler möglich und 0 = Intrusionsfehler nicht möglich.
Entf. = Entfernung zum richtigen Ergebnis in Operanden;
kons. / inkons. = konsistent / inkonsistent;
+ Intr. / - Intr.: Intrusionsfehler möglich / nicht möglich

Die Zehnerkonsistenz war in beiden Stichproben ausbalanciert. In 4 (2) Paaren wirkte sie hinsichtlich der Fehlerwahrscheinlichkeit in dieselbe Richtung wie die Unterschiede potenzieller Intrusionsfehler. Beispielsweise hat bei der Aufgabe 5 × 8 der Operandenfehler m + 1 (48) gleichzeitig dieselbe Zehnerstelle wie das richtige Ergebnis (Zehnerkonsistenz) und eine mit dem zweiten Operanden korrespondierende Einerstelle (Intrusion), wohingegen der Operandenfehler m – 1 (32) keins der beiden Merkmale aufweist. In 5 (2) Paaren wirkten Konsistenz und mögliche Intrusionsfehler in die entgegengesetzte Richtung. Zum Beispiel hat bei der Aufgabe 7 × 6 der Operandenfehler m – 1 (36) eine mögliche Operandenintrusion auf der Einerstelle aber gleichzeitig eine inkonsistente Zehnerstelle, während der Operandenfehler m + 1 (48) zwar eine konsistente Zehnerstelle, aber keine potenzielle Operandenintrusion aufweist. In den anderen 12

(11) Paaren war die Zehnerkonsistenz neutral. So enthält bei der Aufgabe 8 × 9 nur der Operandenfehler m +1 (81) eine mögliche Operandenintrusion, der Operandenfehler m – 1 (63) jedoch nicht. Beide Operandenfehler m ± 1 sind aber auf beiden Stellen inkonsistent mit der richtigen Antwort.

Regressionsanalyse: Aufgabengröße oder Konsistenz?

Das IN-Modell von (Verguts & Fias, 2005a) macht die gewagt erscheinende Vorhersage, dass das traditionell als Aufgabengrößeneffekt beschriebene Phänomen eigentlich eher als Konsistenzeffekt zu deuten sei (s. Hintergrund und Abschnitt 1.1). Das Modell besagt insbesondere, dass kleine Aufgaben deswegen leichter seien als große, weil sie mehr konsistente Nachbarn haben. Diese Vorhersage kann in einer Regressionsanalyse überprüft werden.

In diese Regressionsanalyse wurden ausnahmslos alle Aufgaben und alle Fehler aus den Daten von Campbell (1997a) eingeschlossen. Als abhängige Variable fungierte die Fehlerzahl pro Aufgabe. Die unabhängigen Variablen, die in die schrittweise Regression eingingen, waren Aufgabengröße (operationalisiert als das richtige Produkt der Aufgabe)[24], Anzahl der konsistenten Nachbarn, Anzahl der inkonsistenten Nachbarn, Anzahl aller Nachbarn (alle Nachbarschaftsmaße beziehen sich auf die Operandenfehler im Bereich von ± 2 Operanden [s.o.]), Parität der richtigen Antwort (gerade = +2; ungerade = + 1), Zwillingsstatus der Aufgabe (Zwillingsaufgabe = 1; andere Aufgabe = 0), Fünferstatus der Aufgabe (Fünferaufgabe = 1; andere Aufgabe = 0), die relative Zahl möglicher Intrusionsfehler (Anzahl der Nachbarn, die als Intrusionsfehler interpretiert werden können, dividiert durch die Anzahl aller Operandenfehler in der Nachbarschaft im Bereich von ± 2 Operanden).

Es erscheint an dieser Stelle angebracht, darauf hinzuweisen, dass jede Variable, die sich auf die Identität der tatsächlich produzierten Fehler bezieht, in eine solche Analyse nicht mit einbezogen werden kann, weil sie nicht unabhängig wäre. Beispielsweise kann die Zahl konsistenter *Fehler* nicht mit einbezogen werden, weil es sonst zu einer Vermengung von abhängigen (der produzierten Antwort) und unabhängigen (der gegebenen Aufgabe) Variablen käme. Deshalb können nur solche Variablen als unabhängige

[24] Das richtige Ergebnis wurde als Maß für die Aufgabengröße verwandt, weil diese Variable sich als bester Prädiktor für den Aufgabengrößeneffekt erwiesen hat (Stazyk et al., 1982a).

Prädiktoren dienen, die ohne Bezug auf die produzierten Antworten auskommen (z.B. die Anzahl konsistenter *Nachbarn*, die sich allein aus der Struktur der Multiplikationstafeln ergibt).

2.2.3. Ergebnisse

Kategorielle Fehleranalyse: Konsistenz

Während die gesunden Versuchspersonen inkonsistente Operandenfehler in nur 48/141 (34,0%) der einschlägigen Fälle produzierten, waren 93/141 (66,0%) ihrer einschlägigen Fehler konsistent (s. Tabelle 6). Pro Trial kam es im Mittel zu 1,16% inkonsistenten gegenüber 2,30% konsistenten Fehlern.[25] Dieser Unterschied ist statistisch signifikant (Wilcoxon Z = -2,262; p = 0,024).

Der Patient produzierte 2/19 (10,5%) inkonsistente und 17/19 (89,5%) konsistente Operandenfehler in den einschlägigen Paaren (s. Tabelle 7). Dies entspricht mittleren Fehlerraten pro Trial von 3,12% für inkonsistente im Vergleich zu 19,1% für konsistente Antworten. Auch dieser Unterschied erreichte statistische Signifikanz (Wilcoxon Z = -2,803; p = 0,005).

Die Ergebnisse blieben prinzipiell unverändert, wenn Aufgaben mit einstelligen Ergebnissen und mit Ergebnissen zwischen 11 und 19 („Teens“) von der Analyse ausgeschlossen wurden.[26]

---

[25] Da es eine unterschiedliche Anzahl von Trials pro Aufgabe im Vergleich der Daten von Campbell (1997a) mit denen des Patienten HV gab, werden Fehlerraten auch pro Trial berichtet, um eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten. Die allgemeinen Fehlerraten werden im Methodenteil berichtet.

[26] In Hinblick auf einstellige Zahlen war unklar, wie ihre lexikalisch leere Zehnerstelle bei Konsistenzbeurteilungen behandelt werden sollte. Teens unterscheiden sich im Englischen von anderen zweistelligen Zahlen hauptsächlich durch die Inversion von Zehner- und Einerstelle bei verbalen Zahlwörtern (z.B. 1**6** vs. **six**teen). Ferner sind einige von ihnen ganz oder teilweise intransparent hinsichtlich des Wertes oder der Stelle ihrer Ziffern (z.B. **fif**teen, **twelve**). Bislang ist nicht bekannt, inwieweit die (In-)Transparenz dieser Eigenschaften mögliche Konsistenzeffekte beeinflussen könnte. Verursacht beispielsweise bei der Aufgabe 5 × 5 die 5 im Operandenfehler **fif**teen einen gleich starken Konsistenzeffekt wie die 5 im Operandenfehler thirty **five?** Verguts & Fias (2005a) äußern sich bei der Beschreibung ihres IN-Modells hierzu leider nicht.

Kategorielle Fehleranalyse: Allgemeine Fehlerrichtung

Für die gesunden Versuchspersonen wurde keinerlei Präferenz für eine bestimmte Fehlerrichtung gefunden. Innerhalb der einschlägigen Paare wurden Operandenfehler oberhalb des richtigen Ergebnisses genauso oft produziert (70/141) wie unterhalb des richtigen Ergebnisses (71/141). Dies entspricht 1,71% bzw. 1,74% Fehlern pro Trial.

Ein anderes Bild zeigte sich in den Daten des Patienten HV (s. Abbildung 5): Fast alle seine Fehler innerhalb der einschlägigen Paare waren oberhalb des richtigen Ergebnisses produziert worden (17/19 = 89,5%). Dies traf auch zu, wenn alle 40 Paare von Operandenfehlern unabhängig von eventuellen Konsistenzunterschieden (also einschlägige und nicht einschlägige zusammen) untersucht wurden (41/54 = 75,9% oberhalb des richtigen Ergebnisses). Im für die Konsistenzanalyse zugrunde gelegten Datenset wurden bei HV im Mittel 1,76% Fehler pro Trial oberhalb, aber nur 0,29% unterhalb der richtigen Antwort beobachtet. Im gesamten Datenset betrug dieser Unterschied 3,2% zu 1,2%. In beiden Vergleichen war die Dominanz von nach oben abweichenden Fehlern statistisch signifikant (exakter Wilcoxon Test; beide $p \leq 0{,}0142$).

Diese allgemeine Dominanz von nach oben abweichenden Fehlern wurde allerdings durch die Konsistenzinformation deutlich moduliert: HV machte 18/268 (6,72%) obere Fehler in Paaren, bei denen auch die Konsistenz einen oberen Fehler begünstigt, 23/834 (2,76%) in Paaren mit neutraler Konsistenz und 0/164 obere Fehler in Paaren, bei denen die Konsistenz einen unteren Fehler begünstigt (s. Abbildung). Diese Analyse basiert auf allen 1266 (einschlägigen und nicht einschlägigen) Paaren von Operandenfehlern mit einer maximalen Entfernung von ± 3 vom richtigen Ergebnis (bis zu sechs Paare pro Aufgabe) für jede einzelne vom Patienten gelöste Aufgabe.

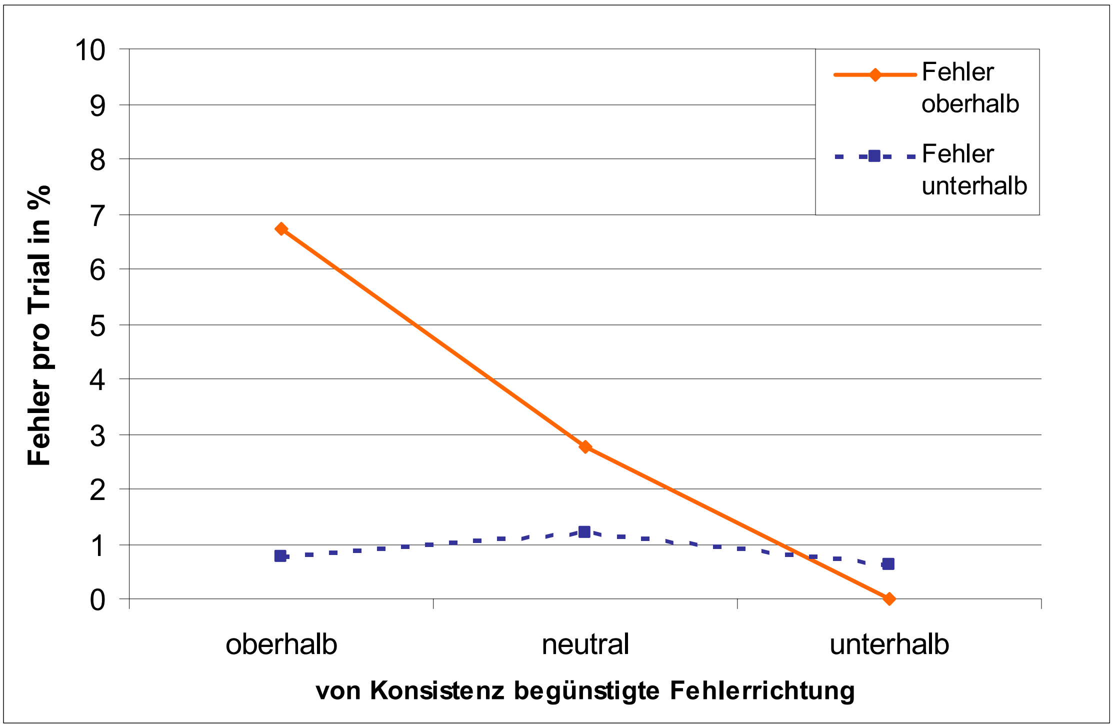

Abbildung 5: HVs Fehlerrate und –richtung in Abhängigkeit von der Konsistenzinformation für alle (d.h. nicht nur „einschlägige“) Paare von Operandenfehlern.

Die von der Konsistenzinformation begünstigte Fehlerrichtung ist „oben“, wenn der konsistente Operandenfehler oberhalb und der inkonsistente unterhalb des richtigen Ergebnisses wären. Im umgekehrten Fall wird die Fehlerrichtung „unten“ begünstigt. Wenn beide Operandenfehler gleichermaßen konsistent oder inkonsistent mit dem richtigen Ergebnis wären, wird keine Richtung begünstigt („neutral“).

Da auch die numerische Distanz (Split) einer falschen Antwort vom richtigen Ergebnis ein klassischer Prädiktor für die Fehlerrate ist (Campbell, 1997a; s. Abschnitt 1.9), könnte die Zahl der von HV produzierten Operandenfehler auch von deren Split abhängen. Tatsächlich betrug die Distanz der analysierten potenziellen Operandenfehler für Paare, welche Fehler oberhalb des richtigen Ergebnisses begünstigen, im Mittel 7,3, für neutrale Paare 10,0 und für Paare, welche Fehler unterhalb des richtigen Ergebnisses begünstigen, 6,6. Somit könnte zwar die höhere Rate für obere Fehler bei der ersten im Vergleich zur zweiten Bedingung darauf zurückzuführen sein, dass die potenziellen Operandenfehler in ersterer numerisch näher am richtigen Ergebnis liegen als in letzterer. Ein solches Argument kann allerdings nicht zum Tragen kommen, wenn man die erste und die dritte Bedingung miteinander vergleicht. Ungeachtet der Tatsache, dass die benachbarten Operandenfehler der Paare, welche Fehler oberhalb des richtigen Ergebnisses begünstigen, weiter von der richtigen Antwort entfernt liegen als die Operandenfehler der Paare, welche Fehler unterhalb des richtigen Ergebnisses begünstigen, wurden erstere von HV signifikant häufiger produziert als letztere (s. Abbildung).

Neben der Distanz des falschen vom richtigen Ergebnis ist auch die Aufgabengröße ein klassischer Prädiktor für die spezifischen Fehlerraten von Rechenaufgaben: Bei großen Aufgaben werden üblicherweise mehr Fehler gemacht als bei kleinen (Zbrodoff & Logan, 2004; s. Abschnitt 1.9). Die mittlere Aufgabengröße (gemessen am richtigen Produkt der Aufgabe) betrug in der Bedingung, die Fehler nach oben begünstigt, 20,9, in der neutralen Bedingung 31,1 und in der Bedingung, die Fehler nach unten begünstigt, 28,6. Daraus wird ersichtlich, dass HVs besonders hohe Fehlerzahl in der ersten Bedingung nicht auf ihre Aufgabengröße zurückzuführen sein kann. Im Gegenteil: Bei den kleinsten Aufgaben machte er die meisten Fehler!

Aus den vorangehenden zwei Absätzen geht hervor, dass die höhere Fehlerrate in der Bedingung, in der die Zehnerkonsistenz Fehler oberhalb des richtigen Ergebnisses begünstigt, nicht auf Split- bzw. Aufgabengrößeneffekte zurückgeht. Der Unterschied von Fehlern oberhalb des richtigen Ergebnisses in den Bedingungen 1 und 3 erreichte statistische Signifikanz ($\chi^2 = 9{,}85$; df = 1; $p < 0{,}01$).[27]

Kategorielle Fehleranalyse: Intrusionsfehler

In insgesamt 81/136 (59,6%) Fällen produzierten die gesunden Versuchspersonen Operandenfehler, die einen der Faktoren in der korrespondierenden Position enthielten (also den ersten Faktor in der Zehnerstelle bzw. den zweiten Faktor in der Einerstelle des Ergebnisses) und in den restlichen 55/136 (40,4%) Fällen enthielt die Antwort keinen solchen potenziellen Intrusionsfehler. Dies entspricht 2,92% bzw. 1,98% Fehlern pro Trial. Dieser Unterschied war statistisch nicht signifikant. Dies traf auch auf denselben Vergleich innerhalb jener 31 Paare zu, die für Konsistenzunterschiede einschlägig sind.

In den Patientendaten erfüllten insgesamt 12/20 (60,0%) der Operandenfehler gleichzeitig auch die Kriterien eines potenziellen Intrusionsfehlers und die verbleibenden 8/20 (40,0%) erfüllten sie nicht. Pro Trial produzierte HV 11,78% Fehler, die auch als Operandenintrusion interpretiert werden können, und 9,28% Fehler, auf die dies

[27] Nur diese beiden Bedingungen wurden miteinander verglichen, weil, wie zuvor beschrieben, für den Vergleich von Bedingung 1 und 2 die Vermengung eines möglichen Konsistenzeffektes mit dem Spliteffekt nicht ausgeschlossen werden kann.

nicht zutrifft. Auch dieser Unterschied verfehlte eine konventionelle statistische Signifikanzschwelle und dies traf auch auf denselben Vergleich innerhalb jener 13 Paare zu, die für Konsistenzunterschiede einschlägig sind.

Die Ergebnisse für die potenziellen Operandenintrusionsfehler können nicht durch Variablen wie Aufgabengröße oder Split konfundiert sein, da nur solche Paare von Operandenfehlern analysiert wurden, in denen beide Fehler (oberhalb und unterhalb des richtigen Ergebnisses) in diesen Variablen perfekt übereinstimmten (s. Methodenteil). Auch die Zehnerkonsistenz fällt als mögliche konfundierende Variable aus, da beide Bedingungen in dieser Hinsicht ausbalanciert sind. Darüber hinaus kam auch eine entsprechende Analyse von ausschließlich konsistenzneutralen Paaren zu unveränderten Ergebnissen.

Schließlich blieben die Ergebnisse auch dann prinzipiell die gleichen, wenn solche Aufgaben aus der Analyse ausgeschlossen wurden, deren richtige Ergebnisse im Bereich zwischen 11 und 19 liegen („Teens“). Teens unterscheiden sich von anderen zweistelligen Zahlen dadurch, dass ihre Ziffernfolge in der verbalen Form auch im Englischen invertiert ist (z.B. arabisch: 1**6**; verbal: **six**teen) und dass die verbale Form hinsichtlich der Identität und / oder Position der Ziffern, aus denen sie kombiniert sind, teilweise oder völlig intransparent sein können (z.B. **thir**teen, **elf**).[28] Somit war nicht klar, wie die Ergebnisse bei den Teens mit Blick auf potenzielle Intrusionsfehler interpretiert werden sollten.

Zusammenfassend kann man sagen, dass mögliche Operandenintrusionen zwar zu numerisch höheren Fehlerzahlen geführt haben, dieser Anstieg jedoch statistisch nicht signifikant war. Sowohl für Antworten, die als potenzielle Intrusionen klassifiziert werden können, als auch für die Antworten, auf die dies nicht zutrifft, waren Zehner-konsistente Fehler häufiger als Zehner-inkonsistente Fehler. Dieser Zusammenhang wird für die gesunden Versuchspersonen von Campbell (1997a) in Abbildung illustriert.

[28] Operandenintrusionen erfordern jedoch möglicherweise keine vollständige phonologische Überlappung zwischen einem Operanden und der korrespondierenden Ziffer des Ergebnisses. So werteten beispielsweise McCloskey et al. (1992) den Fehler „**three** × nine = **thirty** six“ als Intrusion.

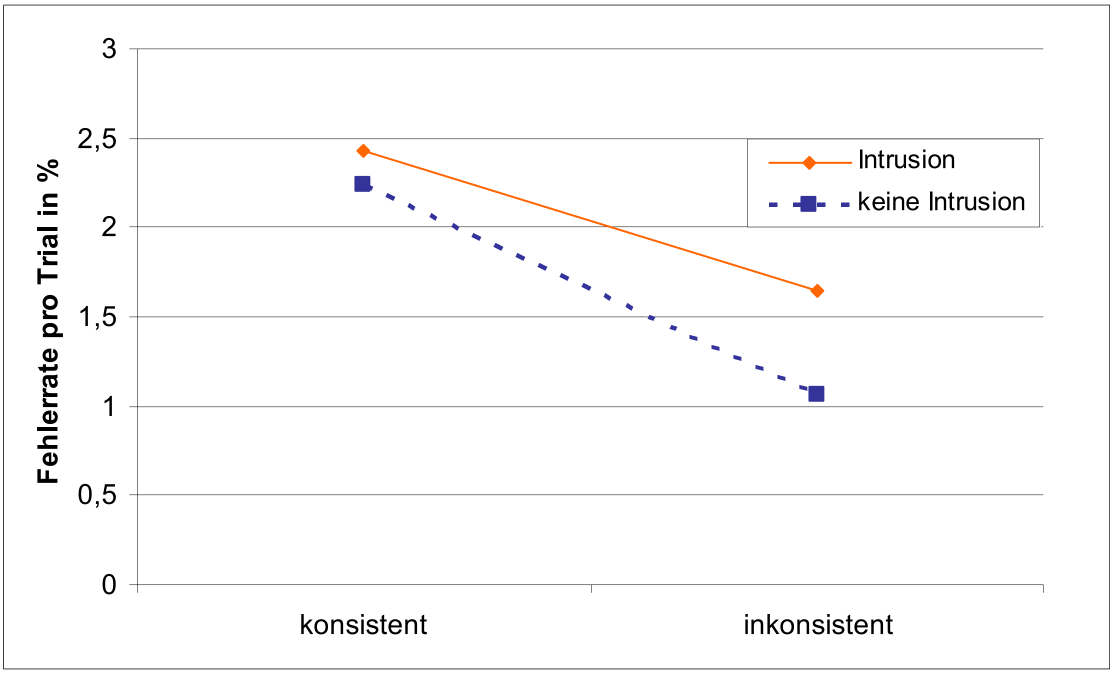

Abbildung 6: Abhängigkeit der Fehlerraten der gesunden Versuchspersonen von Konsistenz und potenziellen Intrusionsfehlern (Daten aus Campbell, 1997a).

Regressionsanalyse: Aufgabengröße oder Konsistenz?

Das aus der schrittweisen Regression über die Zahl der Fehler hervorgehende Modell hat eine hohe Vorhersagekraft ($R = 0{,}76$; korrigiertes $R^2 = 0{,}56$) und enthält drei signifikante Prädiktoren (s. Tabelle 8): Fehler wurden weniger wahrscheinlich, a) je höher die Anzahl konsistenter Nachbarn der richtigen Antwort war (standardisiertes $b = -0{,}56$), b) wenn es sich um eine Zwillingsaufgabe handelte ($b = -0{,}42$) und c) wenn es sich um eine Fünfer-Aufgabe handelte ($b = -0{,}33$). Interessanterweise ging die Aufgabengröße als erster Prädiktor in die schrittweise Regressionsanalyse ein, da sie am stärksten mit der Fehlerzahl korrelierte. Damit wurden traditionelle Aussagen aus der Literatur zunächst bestätigt. Nachdem jedoch die Anzahl konsistenter Nachbarn während der Regressionsprozedur in das Modell eingegangen war, konnte die Aufgabengröße keine zusätzliche Varianz mehr aufklären und fiel aus dem Modell wieder heraus ($p = 0{,}24$ für die teilweise Korrelation). Aus dieser Analyse wird also deutlich, dass die Größe einer Aufgabe die Fehlerwahrscheinlichkeit bei ihrer Beantwortung gut erklären kann, aber nur solange, wie die Konsistenz der Nachbarschaft nicht berücksichtigt wird.

		Multiples	Korrigiertes		Signifikanz der Änderung		Standardisiertes	T-Wert	p	Korrelation
		R	R²	df	F	p	Beta			Rohwert
Modell 1		0.57	0.31	62	29.96	0.00				
	Aufgabengröße						0.57	5.47	0.00	0.57
Modell 2		0.64	0.39	61	8.65	0.00				
	Aufgabengröße						0.60	6.08	0.00	0.57
	Zwillingsstatus						-0.29	-2.94	0.00	-0.23
Modell 3		0.71	0.48	60	11.55	0.00				
	Aufgabengröße						0.58	6.34	0.00	0.57
	Zwillingsstatus						-0.32	-3.48	0.00	-0.23
	Fünferstatus						-0.31	-3.40	0.00	-0.32
Modell 4		0.77	0.56	59	11.73	0.00				
	Aufgabengröße						0.17	1.18	0.24	0.57
	Zwillingsstatus						-0.40	-4.59	0.00	-0.23
	Fünferstatus						-0.33	-3.85	0.00	-0.32
	Anzahl konsistenter Nachbarn						-0.51	-3.42	0.00	-0.57
Modell 5		0.76	0.56	59	1.38	0.24				
	Zwillingsstatus						-0.42	-4.86	0.00	-0.23
	Fünferstatus						-0.33	-3.95	0.00	-0.32
	Anzahl konsistenter Nachbarn						-0.66	-7.58	0.00	-0.57

Tabelle 8: Übersicht über Regressionsmodelle für die Fehlerwahrscheinlichkeit pro Aufgabe in den Daten von Campbell (1997a). Eine detaillierte Beschreibung der Prädiktorvariablen findet sich im Methodenteil.

Auf den ersten Blick scheint der Umstand, dass mehr konsistente Nachbarn zu weniger Fehlern führen, im Widerspruch mit den oben stehenden Analysen zu stehen, in denen mehr konsistente als inkonsistente Fehler nachgewiesen wurden. Der Hauptunterschied zwischen den beiden Analysen besteht darin, dass in die Regressionsanalyse *alle* Fehler mit eingingen, während in den kategoriellen Analysen lediglich die Beziehungen einer wohldefinierten *Untergruppe* von produzierten Fehlern untersucht wurden, nämlich Paaren von Zehnerkonsistenten und -inkonsistenten Fehlern. Um sicherzustellen, dass es sich bei diesem Unterschied nicht um ein methodisches Artefakt handelt, wurde eine zweite Regressionsanalyse durchgeführt, in der die abhängige Variable nicht die allgemeine Fehlerwahrscheinlichkeit war, sondern das Verhältnis zwischen konsistenten und inkonsistenten Fehlern. Die entsprechende abhängige Variable „Konsistenzverhältnis" wurde wie folgt definiert:

$$Konsistenzverhältnis = \frac{konsistenteFehler - inkonsistenteFehler}{konsistenteFehler + inkonsistenteFehler}$$

In diese Analyse gingen alle Items mit einem von Null verschiedenen Nenner ein. Die gleichen unabhängigen Variablen wie in der ersten Regressionsanalyse gingen auch in die zweite ein. Das abschließende Regressionsmodell hat eine hohe Vorhersagekraft ($R = 0{,}73$; korrigiertes $R^2 = 0{,}50$) und enthält drei signifikante Prädiktoren:

a) Wie erwartet, wurde ein höheres Konsistenzverhältnis für Aufgaben mit einer hohen Anzahl an konsistenten Nachbarn gefunden (standardisiertes $b = 0{,}38$).
b) Auch Fünferaufgaben führten zu einem höheren Konsistenzverhältnis ($b = -0{,}41$).
c) Ein niedrigeres Konsistenzverhältnis wurde hingegen für Aufgaben mit einer kleinen Anzahl an inkonsistenten Nachbarn gefunden ($b = -0{,}34$).[29]

[29] Wie bereits im Methodenteil erwähnt, bleibt vorerst unklar, ob Konsistenzeffekte auch für einstellige Zahlen zu erwarten sind. Die Ergebnisse beider Regressionsanalysen blieben jedoch prinzipiell die gleichen, wenn einstellige Antworten von der Analyse ausgeschlossen wurden. In der Analyse über alle Fehler verblieben dieselben Prädiktoren wie oben berichtet (Anzahl konsistenter Nachbarn, Zwillingsaufgaben und Fünferaufgaben) im abschließenden Modell, während die Aufgabengröße keine zusätzliche Varianz aufklären konnte. Der einzige Unterschied bei der auf zweistellige Zahlen beschränkten Analyse bestand darin, dass die Aufgabengröße nicht einmal anfänglich in das Modell einging.

Das Ergebnis der zweiten Regressionsanalyse ist eindeutig: Je mehr konsistente Nachbarn die richtige Antwort einer Aufgabe aufweist, desto wahrscheinlicher ist die Produktion konsistenter Fehler im Vergleich zu inkonsistenten. Auf den ersten Blick erscheint diese Aussage trivial. Man sollte allerdings das Ergebnis der ersten Regressionsanalyse mit in Betracht ziehen. Darin führten ja mehr konsistente Nachbarn zu *weniger* Fehlern im Allgemeinen. Somit bewirkt eine hohe Zehnerkonsistenz der Nachbarschaft zwei verschiedene Effekte: Absolut gesehen werden weniger Fehler produziert, aber relativ gesehen sind die Fehler, die produziert werden, eher konsistent als inkonsistent.

Für die zweite Regressionsanalyse, in die unterschiedslos alle Aufgaben einbezogen wurden, muss eine offensichtliche Vermengung von zwei unterschiedlichen Effekten eingeräumt werden: Selbstverständlich ist die Wahrscheinlichkeit, einen konsistenten Fehler zu produzieren, bei Aufgaben, die viele konsistente aber nur wenige inkonsistente Nachbarn haben, höher als im umgekehrten Fall. Derartige Vermengungen von Effekten wurden aber in der paarweisen (kategoriellen) Analyse zur Zehnerkonsistenz durch eine sorgfältige Itemauswahl ausgeschlossen. Auch in dieser sorgfältig kontrollierten Auswahl von Aufgaben waren jedoch konsistente Fehler deutlich häufiger als inkonsistente.

2.2.4. Diskussion

Die vorliegende Analyse liefert weitere Evidenz dafür, dass Operandenfehler bei einfachen Multiplikationsaufgaben keineswegs willkürlich und unsystematisch produziert werden. Über die schon bekannten Effekte hinaus konnte sie zeigen, dass Operandenfehler vielmehr mit größerer Wahrscheinlichkeit auch dann produziert werden, wenn sie mit dem richtigen Ergebnis konsistent sind. Das trifft sowohl auf die Daten von gesunden Versuchspersonen als auch auf die eines Patienten mit Akalkulie zu. Schließlich konnte auch gezeigt werden, dass ein Maß für die Zehnerkonsistenz der Nachbarschaft des richtigen Ergebnisses die Fehlerwahrscheinlichkeit für eine Aufgabe erfolgreich vorhersagen kann, ohne dabei auf das Konstrukt „Aufgabengröße" zurückgreifen zu müssen.

In der nachfolgenden Diskussion soll zunächst der Frage nachgegangen werden, ob die beschriebenen Ergebnisse möglicherweise auf eine Vermengung mit anderen Variablen als Zehnerkonsistenz zurückgeführt werden könnten. Danach sollen die gefundenen Ergebnisse in aktuelle Modelle zum Abruf arithmetischer Fakten eingeordnet werden. Abschließend soll kurz die Bedeutung der Ergebnisse für die klinische Praxis diskutiert werden.

Potenziell konfundierende Variablen

Können die vorliegenden Ergebnisse auf andere Einflussfaktoren als auf Zehnerkonsistenz zurückgeführt werden? Solche möglichen Faktoren wurden im Abschnitt 1.9 beschrieben und im Folgenden soll gezeigt werden, dass keiner von ihnen den gefundenen Konsistenzeffekten zugrunde liegen kann.

Beide Operandenfehler eines "einschlägigen" Paares gehören zu ein und derselben Aufgabe. Folglich gibt es für sie keine Unterschiede in den Variablen Aufgabengröße, Zwillingsstatus und Fünferstatus. Darüber hinaus war Aufgabengröße nicht länger ein Prädiktor der Fehlerrate, wenn ein Maß für die Zehnerkonsistenz in die Regressionsanalyse einging (für eine ausführlichere Diskussion dieses Aspektes s.u.).

Beide Operandenfehler eines einschlägigen Paares sind vom richtigen Ergebnis numerisch gleich weit entfernt. Obwohl die numerische Distanz eine vielfach beschriebene und wichtige Variable in der Charakterisierung von Rechenfehlern im Allgemeinen und des fehlerhaften Abrufs von Multiplikationsfakten im Besonderen ist (z.B. Campbell, 1994; 1997a), können die beobachteten Konsistenzeffekte also nicht mit unterschiedlicher numerischer Entfernung vom richtigen Ergebnis erklärt werden.[30]

Beide Operandenfehler innerhalb eines einschlägigen Paares sind gleichermaßen entweder zum kleineren (min) oder zum größeren (max) Faktor der Aufgabe relatiert. Demzufolge kann auch der höhere Anteil von min-relatierten Fehlern, der im Allgemeinen bei Multiplikationsfakten gefunden wird (Campbell, 1997a), nicht für das beobachtete Muster verantwortlich gemacht werden.

---

[30] Zehnerkonsistenz kann in die gleiche oder in die entgegen gesetzte Richtung wirken wie die numerische Distanz zur richtigen Antwort (wenn letztere holistisch konzeptualisiert wird, also ohne Berücksichtigung von Brüchen an Zehnergrenzen): Bei richtigen Antworten in der Mitte einer Dekade sind numerisch nahe Operandenfehler gleichzeitig auch zehnerkonsistent (z.B. $5 \times 3 = 12$ oder 18). Bei Antworten nahe der Zehnergrenze jedoch können numerisch nahe Operandenfehler zehnerinkonsistent sein (z.B. $6 \times 3 = 21$), während numerisch weiter entfernte Operandenfehler zehnerkonsistent sein können (z.B. $6 \times 3 = 12$).

Auch die konvergierende Aktivierung eines Operandenfehlers durch beide Operanden kann Unterschiede innerhalb der einschlägigen Paare nicht erklären, da solche doppelten Aktivierungen systematisch bei beiden Fehlern dieser Paare auftreten. So werden bei der Aufgabe 6 × 3 beispielsweise beide Operandenfehler des Paares m ± 1 (24 und 12) konvergierend sowohl durch 6 als auch durch 3 aktiviert. Somit kann die hohe Auftretenshäufigkeit solcher konvergierend aktivierter Fehler bei Multiplikationsfehlern im Allgemeinen (Campbell & Graham, 1985; Campbell, 1997a) keine Unterschiede innerhalb eines einschlägigen Paares bewirkt haben.

Intrusionsfehler (also die Perseveration eines Faktors in die korrespondierende Position der Antwort; Campbell, 1994; 1997a; b) scheiden als Ursache für die beschriebenen Konsistenzeffekte aus, da kein signifikanter Unterschied der Fehlerwahrscheinlichkeit zwischen Antworten, die als potenzielle Intrusionsfehler interpretiert werden können, und anderen Antworten gefunden wurde. Auch war ein Maß für mögliche Intrusionsfehler in den Regressionsanalysen kein signifikanter Prädiktor für die Fehlerrate. Allerdings zeigte sich ein numerischer Anstieg der Fehlerzahl bei benachbarten Operandenfehlern, die als potenzielle Intrusionsfehler eingestuft werden können. Dieser Effekt mag in den vorliegenden Daten einfach nur zu schwach gewesen sein, um das statistische Signifikanzniveau zu erreichen. Der Umstand, dass in der vorliegenden Analyse kein signifikanter Einfluss von potenziellen Intrusionsfehlern gefunden wurde, bedeutet jedoch keineswegs, dass Intrusionsfehler die Richtung falscher Antworten bei einfachen Multiplikationsaufgaben prinzipiell nicht beeinflussen könnten. Zum Beispiel wurden die Aufgaben für HV teilweise auditiv präsentiert. Dadurch könnte die Möglichkeit der Entstehung von Intrusionsfehlern reduziert worden sein, da diese Fehler mit dem Lesen einer visuell präsentierten Aufgabe in Verbindung gebracht werden (Campbell, 1997b; s.a. Abschnitt 1.9, Punkt d). Außerdem ist gezeigt worden, dass das Darbietungsformat auch bei visueller Präsentation einen Einfluss auf die Anzahl von Intrusionsfehlern bei einfachen Multiplikationsaufgaben haben kann (Campbell, 1992; 1994; 1997b). Zudem könnten Intrusionsfehler möglicherweise bei den hier nicht untersuchten Fehlertypen (z.B. Tabellenfehler, Rechenartenfehler) eine größere Rolle spielen als bei Operandenfehlern. Von besonderer Relevanz könnte das Auftreten von Intrusionsfehlern auch bei bestimmten Akalkulien sein. Tatsächlich wurden wiederholt „Operandenperseverationen“ bei neurologischen Patienten berichtet (Berger, 1926; Whalen et al., 2002; Delazer et al., 2004). Ziel der hier beschriebenen Analysen war jedoch nicht zu untersuchen, ob es Intrusionsfehler prinzipiell geben kann und welche Umstände sie ggf. begünstigen. Vielmehr sollte die Existenz von Zehnerkonsistenzeffekten nachgewiesen werden, die nicht (nur) auf mögliche Operandenintrusionen zurückführbar sind. Auf Parität beruhende Plausibilitätsstrategien können nicht zur Erklärung der Fehlerverteilung innerhalb eines einschlägigen Paares dienen, da beide Operandenfehler eines Paares gleichermaßen gerade oder ungerade sind. Darüber hinaus hat die Parität der richtigen Antwort nicht signifikant zu den letztendlichen Regressionsmodellen beigetragen. Damit wird jedoch die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass Parität nicht nur bei der Verifikation (Lochy et al., 2000), sondern auch bei der Produktion von Multiplikationsfakten prinzipiell eine Rolle spielt, wie sich dies bei Lemaire & Siegler (1995) andeutet. Beispielsweise könnte die Parität einer Antwort die Entscheidung zwischen Operandenfehlern mit der Entfernung ± 1 vom richtigen Ergebnis und solchen mit der Entfernung ± 2 beeinflussen. So hätten beispielsweise die Operandenfehler m ± 2 der Aufgabe 3 × 6 einen „Paritätsvorteil“ gegenüber den Operandenfehlern m ± 1.

Wiederholungspriming, wie es von Campbell und Mitarbeitern beobachtet wurde (Campbell, 1991; Campbell & Arbuthnott, 1996; Campbell & Tarling, 1996), könnte prinzipiell einen Einfluss auf die Richtung von Operandenfehlern in Abhängigkeit von vorher geäußerten Antworten gehabt haben. Allerdings wurden die Aufgaben im Experiment von Campbell (1997a) sorgfältig randomisiert und auch die Aufgabenfolge bei HV änderte sich mehrfach. Damit sollte ein eventueller Effekt von Wiederholungspriming minimiert worden sein.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die in der vorliegenden Analyse gefundenen Konsistenzeffekte nicht durch irgendeine andere der Variablen verursacht sein können, von denen ein Einfluss auf Multiplikationsfehler bisher bekannt ist.

Modelltheoretische Einordnung

Die gefundenen Konsistenzeffekte stehen in Einklang mit Grundannahmen des IN-Modells von Verguts & Fias (2005a) und der NIT von Campbell (1995). Offensichtlich können nicht nur Produkte schneller und sicherer abgerufen werden, wenn sie konsistent mit möglichst vielen konkurrierenden Antworten sind (Verguts & Fias, 2005a), sondern auch Operandenfehler sind wahrscheinlicher, wenn sie konsistent zur richtigen Lösung sind. Darüber hinaus sind die vorliegenden Ergebnisse gut vereinbar mit der Annahme von separaten Größenrepräsentationen („Zahlenstrahlen“) für die Zehner- und Einerstellen von zweistelligen Zahlen (Nuerk et al., 2001; Ratinckx et al., eingereicht;

Nuerk & Willmes, 2005). Andere rezente Modelle zum Abruf von Multiplikationsfakten in ihren gegenwärtigen Versionen (Ashcraft, 1987; Siegler, 1988b; McCloskey & Lindemann, 1992; Rickard, 2005) können das in der Analyse gefundene systematische Fehlermuster hingegen nicht vorhersagen. Dabei scheint es prinzipiell aber durchaus möglich, die meisten dieser Modelle so zu modifizieren, dass sie Konsistenzeffekte erklären können.

Ein solches Unterfangen dürfte allerdings beim Assoziationsverteilungsmodell von Siegler (1988b; s.a. Abschnitte 1.4 und 1.1) besonders schwierig sein. Es ist unklar, wie Konsistenzeffekte auf die Verwendung bestimmter Hilfsstrategien (z.B. wiederholte Addition) während des Erwerbs von Multiplikationsfakten zurückgeführt werden könnten. Auch wenn die Verwendung solcher Strategien während des Erwerbsprozesses also schlecht geeignet erscheint, systematische Konsistenzeffekte zu erklären, so schließt dies keineswegs die Möglichkeit aus, dass die Spuren der Erwerbsgeschichte sich prinzipiell auch auf die im Erwachsenenalter produzierten Fehler auswirken können. Schließlich kann es auch eine gewisse interindividuelle Varianz geben, die auf Unterschiede im Verwenden von Hilfsstrategien zurückgehen könnte. Solche Varianz würde in einer Gruppenanalyse, wie sie beispielsweise von Campbell (1997a) verwandt wurde, allerdings nicht entdeckt. Dieser Gedanke kann an Hand der Patientendaten illustriert werden: HVs Neigung zu Fehlern oberhalb des richtigen Ergebnis könnte auf einen systematischen Fehler beim Einsatz von Hilfsstrategien während der Erwerbsphase zurückgehen. Er könnte beispielsweise als Kind bei der wiederholten Addition häufig einen Additionsschritt zu viel durchgeführt haben. Gäbe es nun eine andere Person, die als Kind häufig einen Additionsschritt zu wenig ausführte, ergäbe sich in einer Gruppenanalyse ein Nulleffekt, obwohl individuelle Einflüsse der Erwerbsgeschichte vorhanden sind. Tatsächlich wurde in einer Einzelfallstudie ein neurologischer Patient beschrieben, dessen Fehler überwiegend kleiner als die richtige Antwort waren (Dehaene & Cohen, 1991). Allerdings wurde die Bevorzugung von oberen Fehlern bei HV eindeutig durch Konsistenzinformation moduliert, d.h. obere Fehler waren wesentlich häufiger, wenn sie auch durch Konsistenz mit dem richtigen Ergebnis „legitimiert“ waren. Diese Tatsache kann mit der Erwerbsgeschichte schlecht erklärt werden. Sie kann jedoch, zusammen mit fehlenden Anzeichen eines offenen Abarbeitens von Strategien, als Beleg dafür interpretiert werden, dass HV zumindest versucht hat, die Lösungen direkt aus dem Gedächtnis abzurufen (und nicht prozedural zu errechnen).

Auf welcher Verarbeitungsebene kann der Konsistenzeffekt funktionell lokalisiert werden? Verguts & Fias (2005b) selbst stellen fest, dass es schwer ist, zwischen einer semantischen und einer phonologischen Lokalisation zu unterscheiden, und dass ihr IN-Modell mit beiden Varianten kompatibel sei (S. 139). Auch die vorliegenden Analysen rechtfertigen keine klare Entscheidung für oder gegen eine dieser beiden Varianten. Allerdings deutet der Umstand, dass alle kritischen Fehlerpaare zum richtigen Ergebnis semantisch relatiert waren, zumindest auf eine semantische Beteiligung beim Entstehen von Konsistenzeffekten. Ein rein phonologischer Erklärungsansatz würde eine hohe Anzahl unrelatierter Fehler vorhersagen, solange sie nur eine Ziffer mit der richtigen Antwort gemeinsam haben. Ein solches Bild hat sich in den vorliegenden Daten jedoch nicht gefunden.

Sowohl das IN-Modell von Verguts & Fias (2005a) als auch die NIT von Campbell (1995) sagen die in den Analysen gefundenen Konsistenzeffekte in der Multiplikation vorher. Beide Ansätze unterscheiden sich jedoch in ihren Erklärungen für den Aufgabengrößeneffekt. Wie vom IN-Modell vorhergesagt, konnte ein Maß für die Zehnerkonsistenz der Nachbarschaft der richtigen Antwort den vermeintlichen „Aufgabengrößeneffekt“ in der Erklärung der Daten völlig ersetzten. Die NIT hingegen erklärt den Größeneffekt mit der Annahme einer komprimierten Größenrepräsentation, auf die beim Multiplizieren (wie bei anderen numerischen Aufgaben) zurückgegriffen werde. Damit bleibt aber die Tatsache, dass Aufgabengröße nicht signifikant zur Aufklärung von Varianz beiträgt, wenn ein Maß für die Nachbarschaftskonsistenz in das Regressionsmodell eingeht, unerklärbar. Dies ist eine für die Theoriebildung entscheidende Schlussfolgerung: Beim „Aufgabengrößeneffekt“ für Multiplikationsaufgaben scheint es sich um etwas ganz anderes zu handeln als beim gleichnamigen Effekt für andere numerische Aufgaben (z.B. Größenvergleich).

Dem IN-Modell zufolge können große Zwillingsaufgaben deshalb schneller und sicherer beantwortet werden, weil sie mehr konsistente Nachbarn haben als vergleichbare Aufgaben mit zwei voneinander verschiedenen Operanden. Der Fünfereffekt wird mit einer höheren Einerkonsistenz der Ergebnisse dieser Aufgaben mit ihren Nachbarn (± 2 Operanden) erklärt. Auch wenn diese beiden Erklärungen modelltheoretisch richtig sein mögen, so stehen sie doch in scheinbarem Widerspruch zu den Ergebnissen der vorliegenden Regressionsanalysen: Warum haben der Zwillings- bzw. Fünfereffekt ihre Vorhersagekraft nicht verloren, sobald ein Konsistenzmaß in das Modell einging? Die Antwort in Hinblick auf den Fünfereffekt fällt vergleichsweise leicht: Während Verguts &

Fias (2005a) diesen Effekt mit einer höheren *Einer*konsistenz erklären, so haben sich die vorliegenden Analysen auf die Konsistenz der *Zehner*stelle konzentriert (s. Fußnote 21). Hinsichtlich des Zwillingseffekts ist die Antwort weniger offensichtlich. Dieser Effekt ist möglicherweise kein rein semantischer: Er könnte außer mit dem Abruf selbst auch mit dem Enkodieren der Aufgabe zu tun haben, wie von einigen Autoren argumentiert (Blankenberger, 2001).

Implikationen für die klinische Praxis

Über die modelltheoretische Bedeutung hinaus erscheint das Konzept der Konsistenzeffekte dazu geeignet, Diagnostik und Therapie von Patienten mit einer Faktenabrufstörung zu verbessern. Der Nachweis eines solchen Effekts in den Antworten eines Patienten (so wie bei HV) spricht beispielsweise für den zumindest versuchten Abruf der Fakten aus dem Gedächtnis und gegen den Einsatz von Hilfsstrategien. Darüber hinaus erscheint beim Einsatz von Hinweisreizen in der Therapie von Faktenabrufstörungen, wie er von Domahs et al. (2004) beschrieben wird, die Markierung der Einerstelle sinnvoller zu sein als die Markierung der Zehnerstelle. Dies lässt sich aus dem Umstand ableiten, dass Hinweisreize für die Einerstelle eine höhere Distinktivität aufweisen als Hinweisreize für die Zehnerstelle, weil viele Operandenfehler ohnehin konsistent mit der Zehnerstelle des Ergebnisses sind.

Abschließend lässt sich sagen, dass der typische Fehler beim Abruf von Multiplikationsfakten aus dem Gedächtnis nicht nur operandenrelatiert und numerisch nah zum richtigen Ergebnis ist, sondern auch konsistent mit dessen Zehnerstelle. Darüber hinaus war der klassische Aufgabengrößeneffekt der Multiplikation – zumindest in den vorliegenden Daten – mit einem Maß der Nachbarschaftskonsistenz konfundiert, das seine Varianz vollständig erklären konnte. Damit trifft möglicherweise die Vorhersage von Verguts & Fias (2005a) zu, nach der dieser Effekt – eine zentrale Beobachtung der kognitiven Forschung zum Rechnen – eigentlich auf einen Artefakt zurückgeht.

2.3. Untersuchung III: Zur automatischen Aktivierung arithmetischer Fakten beim Identifizieren von Zahlen

2.3.1. Hintergrund

Zahlenidentifizierungs- (ZI-) Aufgaben haben sich als geeignetes Mittel etabliert, die automatische Aktivierung arithmetischer Fakten zu untersuchen (Lefevre et al., 1988; 1991; Lemaire et al., 1994; Lefevre & Kulak, 1994; Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2003; 2004; Rusconi et al., 2004; 2006; s.a. Abschnitt 1.11). Dabei konnte gezeigt werden, dass sowohl Additions- als auch Multiplikationsergebnisse zu Interferenzeffekten führen (Lefevre et al., 1988; 1991; Lemaire et al., 1994; Lefevre & Kulak, 1994 bzw. Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2003; 2004; Rusconi et al., 2004; 2006). Diese Interferenzeffekte sind auch ohne Präsentation der Rechenzeichen zu beobachten (Lefevre et al., 1988; Lemaire et al., 1994; Lefevre & Kulak, 1994; Galfano et al., 2003; 2004; Rusconi et al., 2004; 2006) und auch für visuelle Zahlwörter nachweisbar (Lefevre et al., 1988). Darüber hinaus wurden Interferenzeffekte auch für Operandenfehler beschrieben, die dem richtigen Multiplikationsergebnis der Cue-Ziffern benachbart sind (Galfano et al., 2003).

Bislang wurden jedoch die Interferenzeffekte von richtigen Multiplikationsergebnissen nie direkt mit jenen von benachbarten Operandenfehlern verglichen. In praktisch allen Netzwerkmodellen zur Repräsentation arithmetischer Fakten sind jedoch die richtigen Ergebnisse stärker mit den Operanden assoziiert als nahe Operandenfehler, um eine hohe Antwortgenauigkeit ihres Abrufs zu gewährleisten (z.B. Siegler, 1988b; Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005a; s.a. Abschnitt 1.1). In der Tat führen Produkte und Operandenfehler auch zu differenzierten elektrophysiologischen Reaktionen im Sinne einer abgestuften N400 (Niedeggen & Rösler, 1999; Niedeggen et al., 1999; s.a. Abschnitt 1.12). Daraus lässt sich ableiten, dass die Interferenzeffekte in ZI-Aufgaben für richtige Multiplikationsergebnisse stärker sein sollten als für Operandenfehler. Zudem erklären die Modelle – wenn auch auf teilweise unterschiedliche Weise – alle eine stärkere Assoziation zwischen kleinen Operanden (leichten Aufgaben) und ihrem Ergebnis als zwischen größeren Operanden (schweren Aufgaben) und deren Ergebnis (s. Abschnitte 1.9 und 1.1). Umgekehrt sind beispielsweise im Assoziationsverteilungsmodell von Siegler (1988b) große Operandenfehler stärker mit ihren

Faktoren assoziiert als kleine Operandenfehler (s. Abschnitt 1.1). Daraus folgt die Hypothese, dass Interferenzeffekte in ZI-Aufgaben sich für leichte und schwere Aufgaben unterscheiden sollten: Die Produkte leichter Aufgaben sollten zu größerer Interferenz führen als die schwerer Aufgaben, während es sich bei Operandenfehlern umgekehrt verhalten sollte. Ein Aufgabengrößeneffekt wurde für additiv relatierte Targets bereits beschrieben (Lemaire et al., 1994). Für erwachsene Versuchspersonen war die Interferenz bei kleinen Summen stärker als bei großen. Für Kinder der zweiten und dritten Klasse war ein Interferenzeffekt überhaupt nur für kleine bzw. mittelgroße Summen nachweisbar. Ein Hinweis auf einen möglichen Aufgabengrößeneffekt auch bei multiplikativ relatierten Targets findet sich bei Lefevre & Kulak (1994). Demnach wurde der Interferenzeffekt nur für Targets < 30 beobachtet. In der eigentlichen Veröffentlichung zu diesen Daten ist von einem solchen Effekt jedoch nicht mehr die Rede (Thibodeau et al., 1996). Die Abhängigkeit des Interferenzeffektes von der Aufgabengröße bei Operandenfehlern wurde bislang noch nicht untersucht.

Zudem ergaben bisherige ZI-Studien ein unklares Bild in Hinsicht auf den zeitlichen Verlauf des Interferenzeffektes. Während dieser bei Additionsaufgaben nur relativ früh zu beobachten ist (bei SOAs von 60 und 120 ms, nicht jedoch bei SOAs von 180, 240 und 480 ms; Lefevre et al., 1988; Lefevre & Kulak, 1994), führten ZI-Experimente mit Multiplikations-Targets zu widersprüchlichen Ergebnissen. So fanden Thibodeau et al. (1996) bei längeren SOAs (350 ms) nur noch ein Trend in Richtung einer Interferenz. Andererseits konnten Interferenzeffekte in der Studie von Rusconi et al. (2004) auch noch bei der längsten SOA (400 ms) nachgewiesen werden. Auch wenn Operandenfehler als Targets eingesetzt wurden, war der Interferenzeffekt noch bei einer SOA von 400 ms nachweisbar (Galfano et al., 2003). Noch ist also unklar, wie lange die automatische Aktivierung von Produkten anhält, die in Interferenzeffekten zum Ausdruck kommt. Dieser Frage soll mit der Verwendung von vier unterschiedlichen SOAs nachgegangen werden, die einen sehr großen zeitlichen Bereich abdecken (von 120 ms bis 480 ms nach Präsentation des Cue).

Folgende Fragen sollen also im nachfolgend beschriebenen Experiment untersucht werden: Ist der Interferenzeffekt für Produkte stärker als für Operandenfehler? Ist er für kleine Produkte stärker als für große und für große Operandenfehler stärker als für kleine? Wie lässt sich der zeitliche Verlauf der Interferenzeffekte für diese Art von Stimuli beschreiben?

2.3.2. Methode

Stimuli

Es wurden 30 Paare einstelliger Ziffern als Cues verwandt, wobei die beiden Ziffern unterschiedlich sein mussten (z.B. 3 × 8). Pro Cue wurden zweistellige Targets aus vier verschiedenen Kategorien gebildet: Identische Targets (IDENT, z.B. 38), unrelatierte Targets (UNREL, z.B. 29), Operandenfehler, die dem richtigen Produkt aus den Cue-Ziffern benachbart sind (OPERAND, z.B. 27) und schließlich das richtige Produkt selbst (PROD, z.B. 24). Während die identischen Targets mit „ja“ beantwortet werden sollten („sind identisch mit dem Cue“), sollten UNREL-, OPERAND- und PROD-Targets mit „nein“ beantwortet werden („sind nicht identisch mit dem Cue“). Bei letzteren drei Kategorien von Targets stimmte keine der beiden Ziffern mit dem Cue überein. Darüber hinaus bildeten diese Targets auch nicht die Summe der Cue-Ziffern. UNREL-Targets entsprachen keinem existierenden Produkt im Bereich des kleinen Einmaleins. Bei PROD-Targets war in 15 Fällen das richtige Produkt aus den Cue-Ziffern kleiner als 30 (leichte Aufgaben) und in 15 Fällen betrug es mindestens 30 oder mehr (schwere Aufgaben)(zur Einteilung der Aufgabenschwierigkeiten s. Campbell & Graham, 1985). Keiner der experimentellen Cues enthielt die Ziffern 0 oder 1. Somit waren die richtigen Multiplikationsergebnisse (PROD-Targets) nie durch Anwendung einer Regel sondern immer durch Abruf aus dem Langzeitgedächtnis zu erhalten (s. Abschnitt 1.1). Durch die Beschränkung auf unterschiedliche Ziffern in den Cues wurden auch keine Quadratzahlen (Zwillingsaufgaben) als PROD-Targets verwandt. Diese werden offensichtlich anders verarbeitet als andere Multiplikationsaufgaben (s. Abschnitt 1.9). Die drei nichtidentischen Kategorien waren nach ihrer Größe ausbalanciert (mittlere Größe UNREL = 35,6; OPERAND = 35,6 und PROD = 35,4). Somit war auch die mittlere Differenz dieser drei Kategorien zu den identischen Targets (bzw. den Cue-Ziffern) ausgeglichen (s.a. Galfano et al., 2003; Experimente 5 und 6). Sowohl eine vergleichbare Größe der zu verarbeitenden Zahlen als auch eine vergleichbare Differenz (*split*) zwischen zu vergleichenden Zahlen hat sich in vielen Studien zur numerischen Verarbeitung als sehr wichtig erwiesen: Kleine Zahlen werden schneller verarbeitet als große und stark abweichende Antworten können schneller erkannt werden als nur gering abweichende (Moyer & Landauer, 1967; Restle, 1970; Buckley & Gillman, 1974; Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976; Hinrichs, Yurko, & Hu, 1981; Stazyk et al., 1982; Dehaene, 1989; Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990; Zbrodoff & Logan, 1990; Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993).

Zusätzlich zu den experimentellen Aufgaben wurden auch Füllaufgaben nach folgenden Kriterien erstellt: 30 Füll-Cues wurden mit UNREL Targets (je einmal) und IDENT-Targets (je zweimal) verwandt. Somit war der Anteil der „ja“ und „nein“-Antworten insgesamt relativ ausgewogen (im Verhältnis 3:4). Weder Cues noch Targets der Füllaufgaben wurden bereits als Cues oder Targets in den experimentellen Aufgaben eingesetzt. Während die experimentellen UNREL Targets im Mittel deutlich kleiner waren als die IDENT-Targets (etwa 35,5 zu 65,5), waren die UNREL Targets der Füllaufgaben im Mittel deutlich größer als die experimentellen IDENT-Targets (82,6 zu 65,5). Somit konnte auf kleine Targets nicht mit Sicherheit allein aufgrund ihrer Größe mit „nein“ geantwortet werden. Die Ergebnisse der Füllaufgaben gingen nicht in die Analysen ein.

Durchführung

Jede einzelne Aufgabe wurde mittels Tastendruck durch den Probanden selbst gestartet. Nachdem für 450 ms ein weißer Bildschirm zu sehen war, wurde der Cue im Schrifttyp Arial, Größe 45 in der Mitte des weißen Bildschirms in schwarzer Farbe präsentiert. Beide Ziffern des *Cue* waren jeweils durch ein „×“ und zwei Leerzeichen auf jeder Seite getrennt. Der Cue verschwand nach einer variablen Darbietungsdauer (*stimulus onset asynchrony, SOA*[31]), und an seiner Stelle erschien das Target in derselben Formatierung. Gleichzeitig begann die Aufzeichnung der Reaktionszeit. Das Target blieb solange auf dem Bildschirm, bis die Versuchsperson durch Tastendruck mit „ja“ oder „nein“ geantwortet hat, wodurch die RZ-Messung beendet wurde. Die Probanden erhielten keine Rückmeldung über die Richtigkeit oder Geschwindigkeit ihrer Antwort.

Die verschiedenen SOAs betrugen 120, 180, 240 und 480 ms in Anlehnung an die Studie von Lefevre et al. (1988), wobei jede Cue-Target-Kombination in jeder SOA

[31] Der Begriff SOA wurde in der ersten Veröffentlichung über ZI-Aufgaben von Lefevre et al. (1988) in diesem Sinne benutzt. Üblicherweise wird damit allerdings die Zeit zwischen Verschwinden eines Cue und dem Erscheinen des Targets bezeichnet, wobei der Cue auch bei verschiedenen SOAs jeweils gleich lange dargeboten wird. Zwischen Präsentation des Cue und des Target kann dann beispielsweise auch eine Maske dargeboten werden. Die von diesem Usus etwas abweichende Methode und Terminologie wurde in der vorliegenden Untersuchung jedoch von (Lefevre et al., 1988) übernommen und beibehalten.

genau einmal präsentiert wurde. Das Experiment wurde in zwei Blöcken durchgeführt. In einem Block wurden die SOAs 120 und 180 ms verwandt, im anderen Block die SOAs 240 und 480 ms. Zwischen der Durchführung der beiden Blöcke lag eine Pause von mindestens einem Tag. Die Hälfte der Versuchspersonen wurde zuerst mit dem Block der kurzen SOAs getestet und dann mit dem der langen, bei der anderen Hälfte war es umgekehrt.

In einem Block wurden 30 (Cue-Anzahl) mal 4 (Targetkategorien) mal 2 (SOAs), also 240 experimentelle Aufgaben und zusätzlich 30 (Cues) mal 3 (Targetkategorien) mal 2 (SOAs), also 180 Füllaufgaben präsentiert, wobei die Abfolge der insgesamt 420 Aufgaben komplett randomisiert erfolgte. Zu Beginn jedes Blockes wurden zusätzlich 10 Übungsaufgaben bearbeitet. Die Durchführung eines Blocks dauerte zwischen 20 und 40 Minuten. Das Experiment wurde in einem ruhigen Raum durchgeführt. Die Versuchspersonen saßen in etwa 50 bis 70 cm Entfernung zum Bildschirm. Sie wurden instruiert, so schnell und genau wie möglich zu entscheiden, ob die Target-Ziffern identisch mit den Ziffern des Cues waren. Auf Nachfrage wurde erklärt, dass das „×“ zwischen den Ziffern des Cues als reines Trennzeichen betrachtet werden solle.

Versuchspersonen

An dem Experiment nahmen 50 freiwillige Probanden teil, davon waren 29 weiblich. Alle Versuchspersonen hatten mindestens 12 Jahre institutioneller Bildung durchlaufen. Ihr Alter reichte von 20 bis 65 Jahre (Mittelwert 31,7; Standardabweichung 11,6 Jahre). Die Teilnehmer verfügten über ein normales oder durch Sehhilfen auf normales Niveau korrigiertes Sehvermögen.

Auswertung

Für jede Versuchsperson wurden in jeder Bedingung die mittlere Reaktionszeit für die richtigen Antworten und die Fehlerrate ermittelt. Vor der Analyse wurden für jede Bedingung Reaktionszeiten als Extremwerte definiert und entfernt, die mehr als 2,5 Standardabweichungen über oder unter dem Mittelwert dieser Zelle lagen. Dies betraf etwa 3,3% aller Messwerte.

2.3.3. Ergebnisse

Die Versuchspersonen erreichten im Mittel eine Antwortgenauigkeit von 96,95% (Standardabweichung 3,86). Dabei betrug der schlechteste Wert einer Versuchsperson in einer Bedingung 73,30%. Eine genauere Auswertung der Fehlreaktionen führte zu Ergebnissen, welche keine Signifikanz erreichten oder die Analyse der RZ-Daten unterstützten. Im Folgenden werden nur die Analysen der RZ-Daten berichtet.

Die mittleren Reaktionszeiten für die IDENT-Targets („ja"-Antworten) waren deutlich kürzer (546,5 ms) als für die der nichtidentischen Targets („nein"-Antworten: von 574,1 ms bis 591,7 ms). Da nur die verschiedenen Kategorien von „nein"-Antworten für die Überprüfung der Hypothesen von Interesse sind, werden hier auch nur deren Ergebnisse berichtet.

Es wurde eine mehrfaktorielle Varianzanalyse vom Typ 3 (Targetkategorien: UNREL, OPERAND und PROD) × 2 (Aufgabengröße: klein und groß) × 4 (SOAs: 120, 180, 240 und 480 ms) mit Messwiederholungen für jeden Faktor durchgeführt. Die Ergebnisse waren wie folgt:

Haupteffekte

<u>Targetkategorie.</u> Es gab einen signifikanten Haupteffekt der Targetkategorie: $F(2, 98) = 13{,}455$; $p = 0{,}000$. Dies ist in Abbildung und Tabelle 9 illustriert. Gezielte Tests der Innersubjektkontraste zeigten, dass unrelatierte Targets signifikant schneller zurückgewiesen wurden als Produkte: $F(1, 49) = 20{,}96$; $p = 0{,}000$. Die Differenz der Mittelwerte betrug dabei 17,6 ms. Weiterhin wurden unrelatierte Targets auch signifikant schneller zurückgewiesen als Operandenfehler: $F(1, 49) = 11{,}73$; $p = 0{,}001$. Die Differenz der Mittelwerte betrug dabei 10,0 ms. Schließlich wurden auch Operandenfehler signifikant schneller zurückgewiesen als Produkte: $F(1, 49) = 4{,}86$; $p = 0{,}032$. Hier betrug die Differenz der Mittelwerte 7,6 ms.

<u>Aufgabengröße.</u> Es gab keinen signifikanten Effekt der Aufgabengröße. Targets zu „kleinen" Cues wurden im Mittel 2,8 ms langsamer abgelehnt als Targets zu „großen" Cues (s.a. Tabelle 9).

<u>SOA.</u> Es gab einen signifikanten Haupteffekt der SOA: $F(3, 147) = 11{,}80$; $p = 0{,}000$ derart, dass die Reaktionszeiten mit steigender SOA abnahmen. Gezielte Tests der

Innersubjektkontraste ergaben signifikante Unterschiede zwischen allen vier SOAs: F(1, 49) ≥ 4,55; p ≤ 0,038. Die mittleren Reaktionszeiten für die SOAs von 120, 180, 240 und 480 ms betrugen jeweils 610,0 ms; 591,7 ms; 582,2 ms und 549,8 ms (s. Abbildung und Tabelle 9).

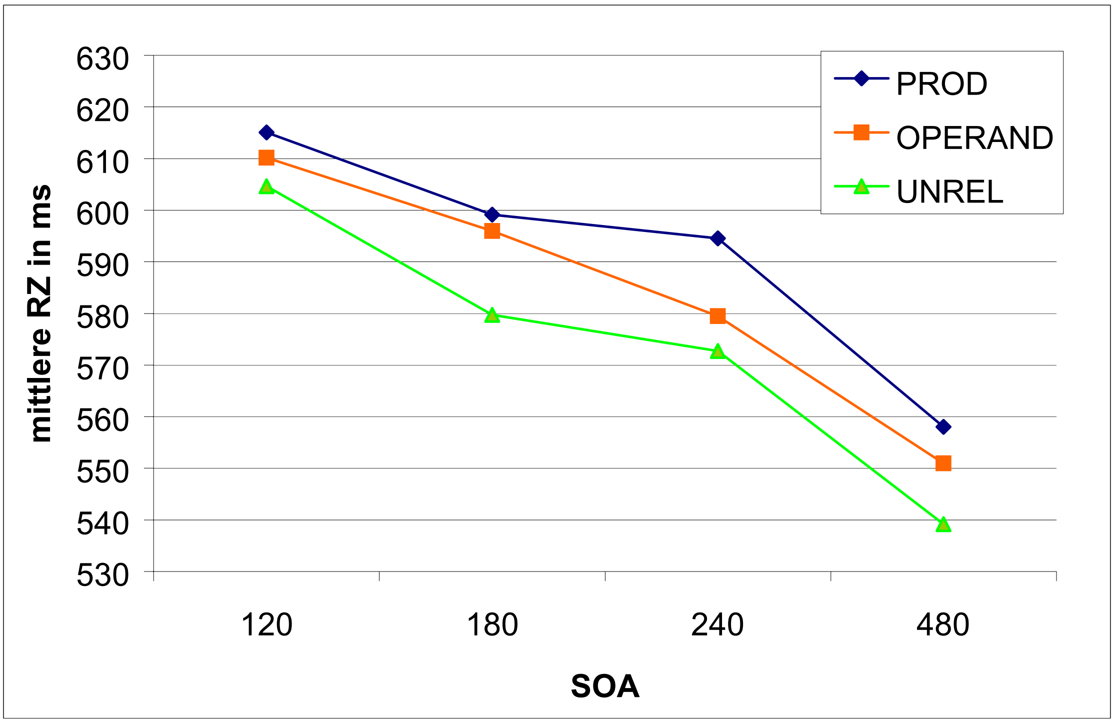

Abbildung 7: Abhängigkeit der mittleren Antwortzeiten für die verschiedenen Targetkategorien von der Dauer der Stimuluspräsentation (SOA).

Interaktionen

Keine der möglichen Interaktionen zwischen den einzelnen Faktoren erreichte statistische Signifikanz. Ausgehend von den Hypothesen wurde auch eine mögliche Interaktion nur zwischen den beiden relatierten Targetkategorien PROD und OPERAND und dem Faktor Aufgabengröße gezielt untersucht. Dabei zeigte sich der Trend einer Interaktion zwischen unterschiedlich großen Aufgaben bei Produkten und Operandenfehlern: F(1, 49) = 2,32; p = 0,134. Während kleine Produkte langsamer abgelehnt wurden als große, gab es einen solchen Unterschied bei Operandenfehlern nicht (mittlere Antwortzeiten: $\text{PROD}_{\text{klein}}$ = 595,0 ms; $\text{PROD}_{\text{groß}}$ = 588,4 ms; $\text{OPERAND}_{\text{klein}}$ = 584,2 ms; $\text{OPERAND}_{\text{groß}}$ = 584,6 ms). Diese (Trend-) Interaktion wird noch differenziert, wenn man sie zu unterschiedlichen SOAs betrachtet: Während die Interaktion zwischen Targetkategorie und Aufgabengröße im Vergleich von SOA 120 zu SOA 180 signifikant ist ($F(1, 49) = 4{,}99$; $p \leq 0{,}030$), gibt es innerhalb der längeren SOAs keine signifikante Interaktion mehr. Löst man die Interaktion zwischen Targetkategorie und Aufgabengröße nach SOAs auf, so übersteigt sie nur bei der SOA 120 das konventionelle Signifikanzniveau: $F(5, 245) = 3{,}36$; $p = 0{,}043$ (alle anderen SOAs $F \leq 0{,}347$; $p \geq 0{,}709$). Eine separate Analyse der Daten bei SOA 120 (s. Abbildung) ergibt dann folgendes Bild: Während die Interaktion zwischen PROD- und OPERAND-Targets und der Aufgabengröße signifikant ist ($F(3, 147) = 6{,}70$; $p = 0{,}013$), erreichen die beiden anderen möglichen Interaktionen (PROD bzw. OPERAND vs. UNREL mit der Aufgabengröße) keine statistische Signifikanz (beide $F \leq 2{,}66$; $p \geq 0{,}11$).

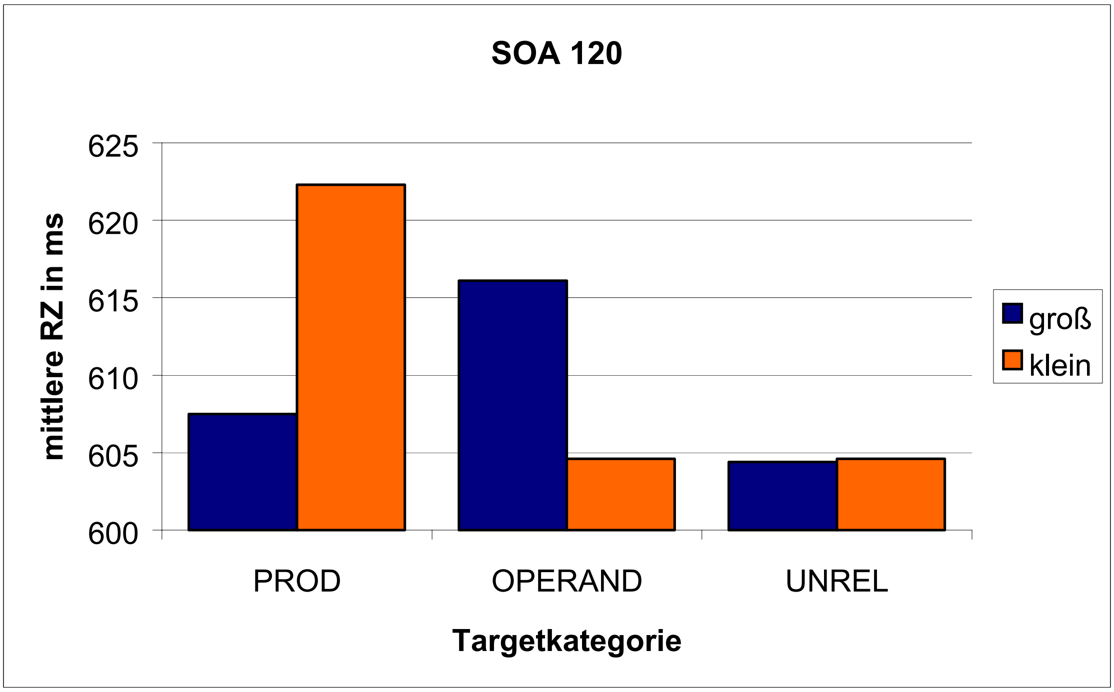

Abbildung 8: Interaktion zwischen Targetkategorie und Aufgabengröße bei der SOA von 120 ms.

SOA	**Aufgabengröße**	**PROD**	**OPERAND**	**Signifikanz PROD vs OPERAND**	**UNREL**
120	**klein**	622,3 *	604,6 ns	*	604,4
	groß	607,5 ns	616,1 ns	ns	604,8
180	**klein**	600,5 *	599,3 (*)	ns	549,3
	groß	598,1 *	592,5 *	ns	554,6
240	**klein**	598,0 *	583,5 (*)	(*)	573,8
	groß	591,2 *	575,2 ns	*	571,3
480	**klein**	559,2 *	549,3 (*)	ns	539,5
	groß	557,1 *	554,6 *	ns	539,2

Tabelle 9: Mittlere Reaktionszeiten bei der Zahlenidentifikationsaufgabe nach Darbietungsdauer des Cue (SOA), Aufgabengröße und Targetkategorie.
Signifikanzangaben bei relatierten Targetkategorien (PROD und OPERAND) beziehen sich auf den Vergleich zur entsprechenden unrelatierten Targetkategorie mit ungerichteten gepaarten t-Tests. * = signifikant mit $p < 0{,}038$ ($T \geq 2{,}131$); (*) = Trend mit $0{,}13 > p > 0{,}05$ ($T \geq 1{,}54$); ns = nicht signifikant mit $p \geq 0{,}221$ ($T \leq 1{,}24$).

Gezielte Einzelvergleiche der relatierten (PROD und OPERAND) mit der unrelatierten Bedingung getrennt nach Aufgabengröße und SOA mit ungerichteten gepaarten t-Tests ergaben schließlich folgende Ergebnisse (s.a. Tabelle 9): Die richtigen Multiplikationsergebnisse führten außer in der Bedingung große Produkte bei SOA 120 (s.a. Abbildung) jeweils zu signifikanten Interferenzeffekten im Vergleich zu den entsprechenden unrelatierten Bedingungen. Die Operandenfehler von großen Aufgaben führten bei den SOAs 180 und 480 zu signifikanten Interferenzeffekten im Vergleich zu unrelatierten

Targets der großen Aufgaben. Die Operandenfehler von kleinen Aufgaben führten außer bei SOA 120 immer zu Trends einer Interferenz im Vergleich zu unrelatierten Targets der kleinen Aufgaben. Offensichtlich zeigten kleine Produkte bei der SOA 120 längere Antwortzeiten als große Produkte, während es bei den Operandenfehlern zumindest numerisch genau anders herum war. In der UNREL-Bedingung hingegen gab es keinen Unterschied zwischen kleinen und großen Targets (s. Abbildung). Bei längeren SOAs hingegen zeigten sowohl kleine als auch große Produkte jeweils signifikante Interferenz. Operandenfehler zeigen nur bei großen Aufgaben und längeren SOAs (mit Ausnahme von 240 ms) signifikante Interferenzen. Bei kleinen Aufgaben gab es bei längeren SOAs jeweils nur den Trend einer Interferenz (s. Tabelle 9).

Im direkten Vergleich der Produkte mit den Operandenfehlern zeigten erstere nur für kleine Aufgaben bei der sehr kurzen SOA und für große Aufgaben bei der SOA 240 einen signifikant stärkeren Interferenzeffekt (s. Tabelle 9).

Auftreten des Interferenzeffektes in der Stichprobe

In einer *post-hoc*-Analyse wurde untersucht, wie viele der insgesamt 50 Versuchspersonen einen positiven Interferenzeffekt, d.h. numerisch längere Antwortzeiten für relatierte (PROD bzw. OPERAND) im Vergleich zu unrelatierten Targets aufwiesen. Tabelle 10 gibt einen Überblick über die Ergebnisse.

SOA	**120**	**180**	**240**	**480**
PROD	31	38	35	36
OPERAND	26	25	32	33

Tabelle 10: Anzahl jener Versuchspersonen (n = 50), die einen numerisch positiven Interferenzeffekt aufwiesen.

2.3.4. Diskussion

Im vorliegenden Zahlenidentifikations-Experiment konnten zunächst prinzipiell Effekte repliziert werden, die schon in Studien von anderen Autoren mit ähnlichen Paradigmen berichtet wurden (Lefevre et al., 1988; 1991; Lemaire et al., 1994; Lefevre & Kulak, 1994; Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2003; 2004; Rusconi et al., 2004; 2006). So verringerten sich zum einen die Antwortzeiten mit zunehmender Darbietungszeit des

Cue (SOA). Dies kann damit erklärt werden, dass die Enkodierung des Cue bei kürzeren SOAs möglicherweise noch nicht vollständig abgeschlossen ist, wenn das Target präsentiert wird und – im Gegensatz zu größeren SOAs – in die Reaktionszeiten mit einfließt (Lefevre et al., 1988). Auch ein zeitlicher Warneffekt (*temporal warning effect*) kommt als Erklärung in Frage (Niemi & Näätänen, 1981). Zum anderen wurden unrelatierte Targets (UNREL) schneller zurückgewiesen als relatierte (PROD und OPERAND). Dies ist der charakteristische Effekt in ZI-Experimenten (für Produkte s. Thibodeau et al., 1996; Galfano et al., 2004 und Rusconi et al., 2004; für Operandenfehler s. Galfano et al., 2003; für Operanden s. Rusconi et al., 2006). Er kann als Interferenz interpretiert werden, die entsteht, weil gesunde, gebildete Erwachsene arithmetische Fakten automatisch und obligatorisch aktivieren, wenn ihnen zwei Ziffern präsentiert werden – selbst wenn es für die Aufgabe irrelevant oder sogar störend ist.

Neu und theoretisch relevant ist an den vorliegenden Daten der direkte Vergleich zweier unterschiedlicher Arten von relatierten Targets: PROD vs. OPERAND. In praktisch allen Netzwerkmodellen zum Faktenabruf sind die richtigen Produkte stärker mit den Faktoren assoziiert als selbst eng benachbarte falsche Produkte, also Operandenfehler (z.B. Siegler, 1988b; Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005a; s.a. Abschnitt 1.1). In der Tat wäre es sonst kaum zu erklären, wie einfache Rechenaufgaben durch Faktenabruf meistens richtig gelöst werden können. Die richtigen Produkte sollten demzufolge auch zu stärkeren Interferenzeffekten führen als selbst benachbarte Operandenfehler. Diese Hypothese konnte bestätigt werden: Zu allen SOAs wurden Produkte langsamer beantwortet als damit vergleichbare Operandenfehler. Eine Dissoziation der Interferenz für bestimmte Arten relatierter Targets hatten bereits Lefevre & Kulak (1994) beschrieben. Sie fanden, dass bei additiv relatierten Targets die Summen von Zwillingsaufgaben eine stärkere Interferenz bewirkten als andere Summen. Allerdings kann in diesem Fall eine Erklärung auch außerhalb der automatischen Aktivierung im Netzwerk arithmetischer Fakten nicht ausgeschlossen werden. Der Cue >3 3< führt, selbst wenn die Antwort auf das Target >6< „nein“ lauten muss, möglicherweise zu einer doppelten Aktivierung der Ziffer 3 – ähnlich wie die „ja“-Antwort beispielsweise im folgenden Fall: Cue: >3 2<, Target: >3<. Eine analoge Erklärung für die stärkere Interferenz durch Produkte im Vergleich zu Operandenfehlern, wie sie in der vorliegenden Studie gefunden wurde, kann jedoch ausgeschlossen werden.

Neu und theoretisch relevant ist außerdem die Evidenz für eine Interaktion zwischen Targetkategorie und Aufgabengröße (bzw. –schwierigkeit): Während kleine Produkte zu einer stärkeren Interferenz führten als größere, ergab sich bei Operandenfehlern das umgekehrte Bild. Keine Unterschiede fanden sich hingegen – wie zu erwarten – für große und kleine unrelatierte Targets. Die beobachtete Interaktion stimmt gut mit Vorhersagen aktueller Netzwerkmodelle zum Faktenabruf überein (z.B. Siegler, 1988b; Campbell, 1995; Verguts & Fias, 2005a; s.a. Abschnitt 1.1): Kleine Faktoren sind stärker mit ihren Produkten assoziiert als große. Sie können schneller und sicherer abgerufen werden. In der Tat verwiesen bereits Lefevre & Kulak (1994) auf einen ähnlichen Aufgabengrößeneffekt bei multiplikativ relatierten Targets, der in der eigentlichen Veröffentlichung zu diesen Daten jedoch nicht berichtet wird (Thibodeau et al., 1996). Ein Aufgabengrößeneffekt für additiv relatierte Targets wurde von Lemaire et al. (1994) berichtet. Umgekehrt sind Operandenfehler stärker mit großen Faktoren assoziiert und treten bei ihnen häufiger auf. Bei kleinen Faktoren gibt es kaum fehlerhafte Assoziationen (s. insbesondere die Assoziationsverteilung im Modell von Siegler, 1988b). Deshalb können kleinere Produkte bzw. größere Operandenfehler zu jeweils größerer Interferenz in ZI-Aufgaben führen als größere Produkte und kleinere Operandenfehler.

Im hier beschriebenen Experiment wurden die Ziffern des Cue durch ein „×“-Zeichen getrennt. Trotzdem kann man von einer automatischen Aktivierung der Multiplikationsfakten ausgehen. Zum einen war die Multiplikation in der zu lösenden Aufgabe (Zahlenidentifikation) irrelevant und sogar störend. Zum anderen wurden in früheren ZI-Experimenten auch ohne Rechenzeichen vergleichbare Interferenzeffekte beobachtet (Lefevre et al., 1988; Lemaire et al., 1994; Galfano et al., 2003; Rusconi et al., 2004; 2006; s. jedoch Lefevre & Kulak, 1994).

Bei der Stimulusauswahl ist die Parität von Cue und Target nicht berücksichtigt worden. Es wäre jedoch denkbar, dass Targets, die im Merkmal Parität mit dem Cue übereinstimmen, etwas schwerer abgelehnt werden können als Targets, die sich in diesem Merkmal vom Cue unterscheiden (für ähnliche Ergebnisse beim Faktenabruf s. Krueger, 1986; Lemaire & Fayol, 1995; Lemaire & Siegler, 1995; Lemaire & Reder, 1999; Lochy et al., 2000; Masse & Lemaire, 2001). Eine *post-hoc*-Analyse der Stimuli ergab, dass 20/30 Produkte, 7/30 Operandenfehler und 13/30 unrelatierte Targets die gleiche Parität aufwiesen wie der jeweilige Cue. Während der Interferenzeffekt für Produkte also möglicherweise dadurch verstärkt worden sein könnte, dass sie eine größere semantische Ähnlichkeit (im Merkmal Parität) mit den Cues aufwiesen als unrelatierte Targets, kommt diese Erklärung für Operandenfehler nicht in Frage; denn sie weisen eine geringere diesbezügliche Ähnlichkeit mit den Cues auf. Was den Vergleich der relatierten Targets mit verschiedenen Aufgabengrößen angeht, so haben kleine Produkte in 11/15 Fällen die gleiche Parität wie der Cue und ähnlich viele große Produkte (9/15). Gleiche Parität wie der Cue haben außerdem 5/15 kleine und 2/15 große Operandenfehler. Alles in Allem scheint die Parität der Targets die beobachtete Verteilung der Interferenzeffekte also nicht erklären zu können.

Die vorliegenden Daten sprechen für ein frühes Auftreten des Interferenzeffektes bei multiplikativ relatierten Targets (schon bei 120 ms SOA) und für ein Andauern sowohl für Produkte als auch für Operandenfehler bis zu einem sehr späten Zeitpunkt (480 ms SOA). Zudem gab es (wie auch bei Thibodeau et al., 1996 und Galfano et al., 2003 sowie Rusconi et al., 2004) keine signifikante Interaktion zwischen Targetkategorie und SOA. Aus den vorliegenden Daten ist hingegen nicht zu erkennen, dass die Interferenzeffekte für relatierte Targets schon jenseits einer SOA von 120 ms nicht mehr nachweisbar wären, wie von Thibodeau et al. (1996) berichtet[32]. Dieses Ergebnis könnte mit dem Argument von Galfano et al. (2003, S. 53 f.) erklärt werden, dass die Interferenzeffekte in ZI-Aufgaben semantischen Primingeffekten aus der Wortverarbeitung ähnelten und in Analogie zu diesen eine Dauer von mindestens 400 ms erwarten ließen. Künftige Experimente sollten mit noch längeren SOAs hier Klarheit über ein mögliches Abklingen der Interferenz schaffen. Die unterschiedliche Dauer der Interferenzeffekte in den Experimenten von Thibodeau et al. (1996) einerseits (nur bis 120 ms) und Galfano et al. (2003) sowie Rusconi et al. (2004) andererseits (bis mindestens 400 ms) kann wahrscheinlich nicht damit erklärt werden, dass es sich bei den relatierten Targets im ersteren Fall um Produkte und im letzteren um Operandenfehler handelte. Im hier beschriebenen direkten Vergleich beider Arten von multiplikativ relatierten Targets zeigten jedenfalls sowohl Produkte als auch Operandenfehler Interferenzeffekte noch bei einer SOA von 480 ms. Methodische Unterschiede können als Ursache für die teilweise widersprüchlichen Daten nicht ausgeschlossen werden. So wurde in keiner ZI-Studie zur Multiplikation bislang die Rechenleistung der Teilnehmer systematisch kontrolliert. Bei ZI-Experimenten zur Addition zeigte sich jedoch, dass Teilnehmer mit weniger

[32] Galfano et al. (2003) berichten Einzelvergleiche zwischen relatierten und unrelatierten Targets bei verschiedenen SOAs nur für ihr Experiment 5. Dabei zeigte sich ein signifikanter Interferenzeffekt für Operandenfehler nur bei einer SOA von 120 ms, während bei SOAs von 270 und 400 ms das statistische Signifikanzniveau verfehlt wurde.

guten Rechenleistungen einen späteren Interferenzeffekt aufwiesen als gute Rechner (Lefevre et al., 1991).

Beide Arten von multiplikativ relatierten Targets führten bei der längsten SOA von 480 ms gleichermaßen zu (wenn auch unterschiedlich großen) Interferenzeffekten und es gab (wie auch bei Thibodeau et al., 1996 und Galfano et al., 2003) keine signifikante Interaktion zwischen Targetkategorie und SOA. Somit kann aufgrund der vorliegenden Daten nicht auf einen unterschiedlichen zeitlichen Verlauf (z.B. Abklingen oder Unterdrücken) der Interferenzen von Produkten und Operandenfehlern *am Ende* der gewählten Zeitspanne (480 ms) geschlossen werden. Die Interaktion von Aufgabengröße und Targetkategorie sowie die Einzelvergleiche von kleinen und großen Produkten und Operandenfehlern mit unrelatierten Targets zeugen jedoch von einem unterschiedlichen zeitlichen Verlauf *zu Beginn* der beobachteten Zeitspanne, bei einer SOA von 120 ms. Nur die Kategorie von Targets, die nach Modellvorhersagen am stärksten mit den Operanden assoziiert sein sollte – Produkte kleiner Aufgaben – zeigte zu diesem Zeitpunkt schon eine signifikante Interferenz. Möglicherweise konnte hier also das unterschiedlich frühe Einsetzen von Interferenzeffekten dokumentiert werden. Dazu passt auch die Tatsache, dass bei den Operandenfehlern die nach Modellvorhersagen stärker mit den Faktoren assoziierte Kategorie – große Operandenfehler – bei einer SOA von 120 ms schon einen numerischen (wenn auch statistisch nicht signifikanten) Interferenzeffekt aufweist. Bei der nächsten SOA (180 ms) erreicht dieser Effekt dann bereits das konventionelle Signifikanzniveau.

Warum fanden Thibodeau et al. (1996) und Galfano et al. (2003) – teilweise im Unterschied zu den hier beschriebenen Daten – schon bei 100 und 120 ms einen Interferenzeffekt für Produkte bzw. Operandenfehler? Für beide Untersuchungen wurde nicht nach der Aufgabengröße differenziert.[33] Galfano et al. (2003) haben Cues verwandt, deren Produkte im Mittel 33,3 betrugen. Das ist größer als die hier verwandten kleinen (20,7) aber gleichzeitig auch kleiner als die hier verwandten großen Aufgaben (50,1). Darüber hinaus werden mit Ausnahme von Experiment 5 keine Einzelvergleiche zwischen relatierten und unrelatierten Targets für jede einzelne SOA berichtet. Es wird lediglich gesagt, dass es keine signifikante Interaktion zwischen Targetkategorie und

[33] Obwohl Lefevre & Kulak (1994) auf einen möglichen Aufgabengrößeneffekt verweisen, wird dies in der eigentlichen Veröffentlichung zu diesen Daten von Thibodeau et al. (1996) nicht mehr erwähnt. Die Aufgabengröße der verwendeten Stimuli wird überhaupt nicht berichtet.

SOA gibt, aber das war auch bei den hier berichteten Daten so. Allein daraus lässt sich nicht automatisch das Vorliegen signifikanter Effekte bei einer SOA ableiten. Schließlich ist es aber auch möglich, dass die Unterschiede im experimentellen Design zu einer früheren Aktivierung von Operandenfehlern bei Galfano et al. (2003) als im hier beschriebenen Experiment führten. Wie bereits erwähnt, wurde in keiner der Studien zur Multiplikation die Rechenleistung der Teilnehmer systematisch kontrolliert, obwohl sie sich bei additiv relatierten Targets als wichtiger Faktor herausgestellt hat (Lefevre et al., 1991; Lefevre & Kulak, 1994). Obwohl die Teilnehmer in allen Experimenten typischerweise gut gebildet waren, lässt sich somit nicht ausschließen, dass die Teilnehmer der Experimente von Thibodeau et al. (1996) bzw. Galfano et al. (2003) bessere Rechenleistungen aufweisen als die Teilnehmer der hier beschriebenen Untersuchung. Ein weiterer methodischer Unterschied besteht in der Verwendung eines Rechenzeichens in der vorliegenden Studie und bei Thibodeau et al. (1996), während Galfano et al. (2003) die Ziffern der Cues nicht durch Rechenzeichen trennten. Lefevre & Kulak (1994) haben für additiv relatierte Targets gezeigt, dass Interferenzeffekte bei Cues ohne Rechenzeichen schon früher nachweisbar sind als bei Cues mit Rechenzeichen. Wahrscheinlich gehen diese Unterschiede auf die für das Enkodieren des Rechenzeichens benötigte Zeit zurück.

Obwohl im Gruppenmittel relatierte Targets (PROD und OPERAND) im Vergleich zu unrelatierten Targets signifikant langsamer beantwortet wurden, zeigte nicht jede einzelne Versuchsperson solche Interferenzeffekte bei jeder einzelnen Bedingung (s. Tabelle 10). Vielmehr wurden numerische Interferenzeffekte nur in einer Bandbreite zwischen 50% (Operandenfehler, SOA 180) und 76% (Produkte, SOA 180) der Teilnehmer beobachtet. Zudem erreicht nicht jeder dieser individuellen numerischen Interferenzeffekte auch statistische Signifikanz. Das individuelle Leistungsmuster hängt wahrscheinlich von der jeweiligen Rechenfähigkeit ab (Lefevre et al., 1991; Lefevre & Kulak, 1994), die in der vorliegenden Studie nicht systematisch kontrolliert wurde. Ob es weitere Einflussfaktoren gibt, ist derzeit noch unklar und es war auch gar nicht das Ziel der vorliegenden Untersuchung, dies herauszufinden. In Frage kommen wohl Faktoren wie Alter, Bildung, allgemeine psychomotorische Geschwindigkeit, Interferenzanfälligkeit u.ä.m. Weitere Studien sollten hier Klarheit schaffen.

Es wäre darüber hinaus auch wünschenswert, mehr über das Verhältnis von implizitem (z.B. in ZI-Paradigmen) und explizitem (z.B. bei Produktion und Verifikation) Faktenabruf bei Gesunden zu wissen, um die Ergebnisse solcher Aufgaben bei Patienten noch besser interpretieren zu können. Im Idealfall sollten Normdaten erhoben werden. Mit Blick auf die hier dargestellten Ergebnisse kann man allerdings sagen, dass das Fehlen von Interferenzeffekten bei ZI-Aufgaben allein nicht als pathologisch angesehen werden kann. Die teilnehmenden Versuchspersonen konnten mit großer Wahrscheinlichkeit einfache Multiplikationsaufgaben schnell und sicher lösen. Dass die Fähigkeit, Rechenergebnisse als Fakten abzurufen sich nicht zwingend auch in einer automatischen Aktivierung bei ZI-Aufgaben niederschlägt, zeigten Ergebnisse mit additiv relatierten Targets bei Kindern im Alter von acht bis elf Jahren (Lefevre et al., 1991). Umgekehrt kann es aber durchaus zulässig sein, aus dem Nachweis signifikanter Interferenzeffekte bei der Zahlenidentifikation (trotz möglicherweise gleichzeitig vorliegenden Störungen in der Produktion oder Verifikation einfacher Multiplikationsaufgaben) auf die Existenz eines Netzwerkes arithmetischer Fakten bei einem individuellen Patienten zu schließen (Kaufmann et al., 2004; Lochy et al., 2004a) und daraus Konsequenzen für die weitere Diagnose, für die Prognose des Patienten und für eine geeignete therapeutische Intervention abzuleiten.

Insgesamt können die vorliegenden Ergebnisse als Evidenz für das Vorhandensein und die automatische, obligatorische Aktivierung eines Netzwerkes arithmetischer Fakten bei gesunden, gebildeten Erwachsenen gewertet werden, in dem die richtigen Produkte stärker mit den Faktoren assoziiert sind als benachbarte Produkte (Operandenfehler). Dabei führen Produkte kleiner Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Produkte großer Aufgaben und Operandenfehler großer Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Operandenfehler kleiner Aufgaben.

FAZIT

Seit mehreren Jahrzehnten beschäftigen sich nun schon dutzende von Wissenschaftlern mit dem anscheinend sehr kleinen Thema der Repräsentation und des Abrufs des „Kleinen Einmaleins“. Gleichwohl sind viele der grundlegenden Fragen, denen man schon seit Anbeginn entsprechender Untersuchungen an nachgeht, noch immer nicht zufrieden stellend beantwortet. Dazu gehören beispielsweise die Fragen nach der Lokalisation des Abrufs arithmetischer Fakten im menschlichen Gehirn, nach dem Zusammenhang von Faktenabruf und sprachlichen Leistungen sowie nach den Besonderheiten der einzelnen Rechenarten und den Gesetzmäßigkeiten des Umschaltens zwischen ihnen. Zu diesen „klassischen“ Fragen haben sich in den letzten Jahren noch neue gesellt, zum Beispiel die nach den Gemeinsamkeiten und Unterschieden eines impliziten und expliziten Zugriffs auf das Faktennetzwerk.

Auch die vorliegende Arbeit ist praktisch ausschließlich dem kleinen Einmaleins gewidmet. Die darin beschriebenen Studien haben sich genau mit einigen der oben genannten Fragen beschäftigt. Dabei konnten eine Reihe neuer Erkenntnisse gewonnen werden.

In einer kombinierten fMRT- und Verhaltensstudie (Abschnitt 2.1) wurde beispielsweise der Frage nachgegangen, welche neurofunktionalen Korrelate es für den Erwerb arithmetischer Fakten bei Erwachsenen gibt. Dabei konnte zunächst bestätigt werden, dass der Faktenabruf allgemein von einem vorwiegend linkshemisphärischen Netzwerk frontaler und parietaler Areale unterstützt wird. Interessanterweise konnten nach einem relativ kurzen Training signifikante Veränderungen im Verhalten und den damit verbundener Hirnaktivierungen mit einer Verschiebung von eher frontalen Aktivierungsmustern zu einer eher parietalen Aktivierung und innerhalb des Parietallappens vom Sulcus intraparietalis zum Gyrus angularis nachgewiesen werden. So wurde die zentrale Bedeutung von Arbeitsgedächtnis- und Planungsleistungen für komplexe ungeübte Rechenaufgaben erneut herausgestellt. Im Sinne des Triple-Code-Modells könnte die Verschiebung innerhalb des Parietallappens auf einen Wechsel von quantitätsbasierten Rechenleistungen (Sulcus intraparietalis) zu automatisiertem Faktenabruf (linker Gyrus angularis) hindeuten.

In einer Reanalyse der Fehlerdaten von gesunden Probanden und einem Patienten wurden dann in Abschnitt 2.2 Belege für das Vorhandensein von Zehnerkonsistenzeffekten beim Lösen einfacher Multiplikationsaufgaben gefunden. Damit wird die Annahme unterstützt, dass die Zehner- und die Einerziffern zweistelliger Zahlen separate Repräsentationen aufweisen – bei der Multiplikation (Verguts & Fias, 2005a) wie auch allgemein bei numerischer Verarbeitung (Nuerk et al., 2001; Nuerk & Willmes, 2005). Vor allem wird damit jedoch erstmals empirische Evidenz für die Hypothese vorgelegt, dass der klassische Aufgabengrößeneffekt beim Abruf von Multiplikationsfakten auf Zehnerkonsistenzeffekte zurückzuführen ist. Wie in Abschnitt 2.2.4 dargelegt, erscheint es sinnvoll, dass Zehnerkonsistenzeffekte in Zukunft sowohl bei der Diagnostik als auch bei der Therapie von Faktenabrufstörungen Berücksichtigung finden.

Schließlich wurde in Abschnitt 2.3 die automatische Aktivierung von Multiplikationsfakten bei gesunden Probanden in einer Zahlenidentifikationsaufgabe untersucht. Die Ergebnisse dieser Studie können insgesamt als Evidenz für das Vorhandensein und die automatische, obligatorische Aktivierung eines Netzwerkes arithmetischer Fakten bei gesunden, gebildeten Erwachsenen gewertet werden, in dem die richtigen Produkte stärker mit den Faktoren assoziiert sind als benachbarte Produkte (Operandenfehler). Dabei führen Produkte kleiner Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Produkte großer Aufgaben und Operandenfehler großer Aufgaben zu einer stärkeren Interferenz als Operandenfehler kleiner Aufgaben. Auch die diagnostische Beurteilung der automatischen Aktivierung von Multiplikationsfakten mit ZI-Aufgaben könnte sich in der klinischen Praxis als sinnvoll erweisen.

Selbstverständlich bleibt auch nach den hier kurz skizzierten Studien noch eine Reihe von Fragen offen. Auf einige dieser offenen Fragen wurde in den Diskussionsteilen der jeweiligen Untersuchungen näher eingegangen. Sicher scheint jedenfalls, dass es auch in Zukunft noch zahlreiche Studien geben wird, die sich „nur“ mit dem kleinen Einmaleins beschäftigen…

LITERATURANGABEN

Alexander, L. & Martray, C. (1989). The development of an abbreviated version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development, 22,* 143-150.

Allport, A., Styles, E., & Hsieh, S. (1994). Shifting intentional set: Exploring the dynamic control of tasks. In C. Umilta & M. Moscovitch (Eds.), *Attention and performance XV: Conscious and nonconscious information processing* (pp.421-452). Cambridge, MA: MIT Press.

Anderson, J. R. (1983). *The architecture of cognition.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Anderson, J. R. (1993). *Rules of the mind.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Anderson, J. R. (1995). *Learning and memory: An integrated approach.* New York, NY: John Wiley & Sons.

Anderson, J. R., Reder, L. M., & Lebière, C. (1996). Working memory: Activation limitations on retrieval. *Cognitive Psychology, 30,* 221-256.

Anderson, M. C., Bjork, R. A., & Bjork, E. L. (1994). Remembering can cause forgetting: Retrieval dynamics in long-term memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 20,* 1063-1087.

Anderson, M. C. & McCulloch, K. C. (1999). Integration as a general boundary condition on retrieval-induced forgetting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 25,* 608-629.

Asendorpf, J. B., Banse, R., & Mucke, D. (2002). Double dissociation between implicit and explicit personality self-concept: The case of shy behavior. *Journal of Personality and Social Psychology, 83,* 380-393.

Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review, 2,* 213-236.

Ashcraft, M. H. (1987). Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In R. Brainerd & J. Bisanz (Eds.), *Formal methods in developmental research* (pp.302-338). New York: Springer-Verlag.

Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: a review of data and theory. *Cognition, 44,* 75-106.

Ashcraft, M. H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summery of new directions. *Mathematical Cognition, 1,* 3-34.

Ashcraft, M. H. & Battaglia, J. (1978). Cognitve arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory, 4,* 527-538.

Ashcraft, M. H. & Christy, K. S. (1995). The frequency of arithmetic facts in elementary texts: addition and multiplication in grades 1-6. *Journal for Research in Mathematics Education, 5,* 396-421.

Ashcraft, M. H., Donley, R. D., Halas, M. H., & Vakali, M. (1992). Working memory, automaticity, and problem difficulty. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.301-329). Amsterdam: Elsevier.

Ashcraft, M. H. & Faust, M. W. (1994). Mathematics anxiety and mental arithmetic performance: An exploratory investigation. *Cognition and Emotion, 8,* 97-125.

Ashcraft, M. H. & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology, 33,* 216-234.

Ashcraft, M. H., Fierman, B. A., & Bartolotta, R. (1984). The production and verification tasks in mental addition: An empirical comparison. *Developmental Review, 4,* 157-170.

Ashcraft, M. H. & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General, 130,* 224-237.

Ashcraft, M. H. & Ridley, K. S. (2004). Math Anxiety and It's Cognitive Consequences: A Tutorial Review. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp.315-327). New York, NY: Psychology Press.

Ashcraft, M. H. & Stazyk, E. H. (1981). Mental addition: a test of three verification models. *Memory and Cognition, 9,* 185-196.

Baddeley, A. (1986). *Working memory.* Oxford, UK: Oxford University Press.

Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science, 255,* 556-559.

Baddeley, A. (1996). Exploring the central executive. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A-Human Experimental Psychology, 49A,* 5-28.

Baddeley, A. & Hitch, G. J. (1974). Working memory. In G. Bower (ed.), *The psychology of learning and motivation* (pp.47-90). New York, NY: Academic Press.

Baddeley, A. & Logie, R. H. (1999). Working memory: The multiple-component model. In A. Miyake & P. Shah (Eds.), *Models of working memory* (pp.28-61). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Banks, W. P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgements of magnitudes of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 2,* 435-447.

Barch, D. M., Braver, T. S., Nystrom, L. E., Forman, S. D., Noll, D. C., & Cohen, J. D. (1997). Dissociating working memory from task difficulty in human prefrontal cortex. *Neuropsychologia, 35,* 1373-1380.

Baroody, A. J. (1983). The development of procedural knowledge: An alternative explanation for chronometric trends of mental arithmetic. *Developmental Review, 3,* 225-230.

Baroody, A. J. (1985). Mastery of basic number combinations: Internalization of relationships or facts? *Journal for Research in Mathematics Education, 16,* 83-98.

Baroody, A. J. (1987a). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers.* New York, NY: Teachers College Press.

Baroody, A. J. (1987b). The development of counting strategies for single-digit addition. *Journal for Research in Mathematics Education, 18,* 141-157.

Baroody, A. J. (1994). An evaluation of evidence supporting fact-retrieval models. *Learning and Individual Differences, 6,* 1-36.

Baroody, A. J. (1999). The roles of estimation and the commutativity principle in the development of third graders' mental multiplication. *Journal of Experimental Child Psychology, 74,* 157-193.

Baroody, A. J. (2003). The Development of Adaptive Expertise and Flexibility: The Integration of Conceptual and Procedural Knowledge. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills* (pp.1-34). Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Baroody, A. J. & Gannon, K. E. (1984). The development of the commutativity principle and economical addition strategies. *Cognition and Instruction, 1,* 321-339.

Barrouillet, P., Bernardin, S., & Camos, V. (2004). Time constraints and resource sharing in adult's working memory span. *Journal of Experimental Psychology: General, 133,* 83-100.

Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathulière, E. (1997). Selecting between competitors in multiplication tasks: An explanation of the errors produced by adolescents with learning difficulties. *International Journal of Behavioral Development, 21,* 253-275.

Barrouillet, P. & Lépine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *Journal of Experimental Child Psychology, 91,* 183-204.

Benson, D. F. & Denckla, M. B. (1969). Verbal paraphasia as a source of calculation disturbance. *Archives of Neurology, 21,* 96-102.

Benson, D. F. & Weir, W. F. (1972). Acalculia: acquired anarithmetia. *Cortex, 8,* 465-472.

Berger, H. (1926). Über Rechenstörungen bei Herderkrankungen des Großhirns. *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten, 78,* 238-263.

Binder, J. R., Frost, J. A., Hammeke, T. A., Rao, S. M., & Cox, R. W. (1996). Function of the left planum temporale in auditory and linguistic processing. *Brain, 119,* 1239-1247.

Blankenberger, S. (2001). The arithmetic tie effect is mainly encoding-based. *Cognition, 82,* B15-B24.

Blankenberger, S. & Vorberg, D. (1997). The single-format assumption in arithmetic fact retrieval. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 23,* 721-738.

Boller, F. & Grafman, J. (1983). Acalculia: historical development and current significance. *Brain and Cognition, 2,* 205-223.

Brownell, W. A. (1935). Psychological considerations in the learning and the teaching of arithmetic. In D. W. Reeve (Ed.), *The teaching of arithmetic* (pp.1-50). New York, NY: Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University.

Buckley, P. B. & Gillman, C. B. (1974). Comparison of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology, 103,* 1131-1136.

Bull, R. & Johnston, R. S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term-memory. *Journal of Experimental Child Psychology, 65,* 1-24.

Bull, R. & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology, 19,* 273-293.

Burbaud, P., Camus, O., Caille, J. M., Biolac, B., & Allard, M. (1999). Influence of individual strategies on brain activation patterns during cognitive tasks. *Journal of Neuroradiology, 26,* S59-S65.

Burbaud, P., Camus, O., Guehl, D., Bioulac, B., Caille, J. M., & Allard, M. (1999). A functional magnetic resonance imaging study of mental subtraction in human subjects. *Neuroscience Letters, 273,* 195-199.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain.* London, UK: Macmillan.

Butterworth, B., Cipolotti, L., & Warrington, E. K. (1996). Short-term memory impairment and arithmetical ability. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 49,* 251-262.

Butterworth, B., Marchesini, N., & Girelli, L. (2003). Multiplication facts: Passive storage or dynamic reorganization? In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetical concepts and skills* (pp.189-202). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Butterworth, B., Zorzi, M., Girelli, L., & Jonckheere, A. R. (2001). Storage and retrieval of addition facts: the role of number comparison. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 54,* 1005-1029.

Byrnes, J. & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental Psychology, 27,* 777-786.

Cabeza, R. & Nyberg, L. (2000). Imaging cognition II: An empirical review of 275 PET and fMRI studies. *Journal of Cognitive Neuroscience, 12,* 1-47.

Campbell, J. I. D. (1987a). Network-interference and mental multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 13,* 109-123.

Campbell, J. I. D. (1987b). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory and Cognition, 15,* 349-364.

Campbell, J. I. D. (1991). Conditions of error priming in number-fact retrieval. *Memory and Cognition, 19,* 197-209.

Campbell, J. I. D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition, 53,* 1-44.

Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition, 1,* 121-165.

Campbell, J. I. D. (1997a). On the relation between skilled performance of simple division and multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 23,* 1140-1159.

Campbell, J. I. D. (1997b). Reading-based interference in cognitive arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 51,* 74-81.

Campbell, J. I. D. (1998). Linguistic influences in cognitive arithmetic: comment on Noel, Fias and Brsybaert (1997). *Cognition, 67,* 353-364.

Campbell, J. I. D. (1999a). Division by multiplication. *Memory and Cognition, 27,* 791-802.

Campbell, J. I. D. (1999b). The surface form × problem size interaction in cognitive arithmetic: evidence against an encoding locus. *Cognition, 70,* B25-B33.

Campbell, J. I. D. & Arbuthnott, K. D. (1996). Inhibitory processes in sequential retrieval: evidence from variable-lag repetition priming. *Brain and Cognition, 30,* 59-80.

Campbell, J. I. D. & Austin, S. (2002). Effects of response time deadlines on adults' strategy choices for simple addition. *Memory and Cognition, 30,* 988-994.

Campbell, J. I. D. & Clark, J. M. (1988). An Encoding-Complex View of Cognitive Number Processing: Comment on McCloskey, Sokol, and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General, 117,* 204-214.

Campbell, J. I. D. & Fugelsang, J. (2001). Strategy choice for arithmetic verification: effects of numerical surface form. *Cognition, 80,* B21-B30.

Campbell, J. I. D. & Gunter, R. (2002). Calculation, culture, and the repeated operand effect. *Cognition, 86,* 71-96.

Campbell, J. I. D. & Tarling, D. P. (1996). Retrieval processes in arithmetic production and verification. *Memory and Cognition, 24,* 156-172.

Campbell, J. I. D. & Timm, J. C. (2000). Adults' strategy choices for simple addition: effects of retrieval interference. *Psychonomic Bulletin and Review, 7,* 692-699.

Campbell, J. I. D.& Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General, 130,* 299-315.

Campbell, J. I. D. (1992). In defense of the encoding-complex approach: Reply to McCloskey, Macaruso, & Whetstone. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.539-556). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J. I. D. & Clark, J. M. (1989). Time course of error-priming in number fact retrieval: Evidence for excitatory and inhibitory mechanisms. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 15,* 920-929.

Campbell, J. I. D. & Clark, J. M. (1992a). Cognitive number processing: An encoding-complex perspective. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.457-491). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J. I. D. & Clark, J. M. (1992b). Numerical cognition: An encoding-complex perspective. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.457-491). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J. I. D. & Epp, L. J. (2004). An Encoding-Complex Approach to Numerical Cognition in Chinese-English Bilinguals. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 58,* 229-244.

Campbell, J. I. D. & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology, 39,* 338-366.

Campbell, J. I. D., Kanz, C. L., & Xue, Q. (1999). Number processing in Chinese-English bilinguals. *Mathematical Cognition, 5,* 1-39.

Campbell, J. I. D. & Oliphant, M. (1992). Representation and retrieval of arithmetic facts: A network-interference model and simulation. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.331-364). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J. I. D., Parker, H. R., & Doetzel, N. L. (2004). Interactive Effects of Numerical Surface Form and Operand Parity in Cognitive Arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 30,* 51-64.

Caramazza, A. & Hillis, A. E. (1990). Where do semantic errors come from? *Cortex, 26,* 95-122.

Caramazza, A. & McCloskey, M. (1987). Dissociations of calculation processes. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical Disabilities: A Cognitive Neuropsychological Perspective* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Case, R., Kurland, M., & Goldberg, J. (1982). Operational efficiency and the growth of short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology, 33,* 386-404.

Cauley, K. M. (1988). Construction of logical knowledge: Study of borrowing in subtraction. *Journal of Educational Psychology, 80,* 202-205.

Chochon, F., Cohen, L., van De Moortele, P. F., & Dehaene, S. (1999). Differential contributions of the left and right inferior parietal lobules to number processing. *Journal of Cognitive Neuroscience, 11,* 617-630.

Cipolotti, L. (1995). Multiple routes for reading words, why not numbers? Evidence from a case of arabic numeral dyslexia. *Cognitive Neuropsychology, 12,* 313-342.

Cipolotti, L. & Butterworth, B. (1995). Toward a multiroute model of number processing: Impaired number transcoding with preserved calculation skills. *Journal of Experimental Psychology, 124,* 375-390.

Cipolotti, L. & de Lacy Costello, A. (1995). Selective impairment for simple division. *Cortex, 31,* 433-449.

Cipolotti, L. & van Harskamp, N. J. (2001). Disturbances of number processing and calculation. In R. S. Berndt (Ed.) *Handbook of Neuropsychology* (pp.305-334). Amsterdam: Elsevier.

Clapp, F. L. (1924). The number combinations. *University of Wisconsin Bureau of Educational Research, Bulletin No, 2*.

Claros-Salinas, D. (1994). *Untersuchungsmaterial zu Störungen des Rechnens und der Zahlenverarbeitung.* Konstanz: Kliniken Schmieder.

Cohen, L. & Dehaene, S. (1994). Amnesia for arithmetic facts: a single case study. *Brain and Language, 47,* 214-232.

Cohen, L. & Dehaene, S. (1995). Number processing in pure alexia: The effect of hemispheric asymmetries and task demands. *Neurocase, 1,* 121-137.

Cohen, L. & Dehaene, S. (1996). Cerebral networks for number processing: Evidence from a case of posterior callosal lesion. *Neurocase, 2,* 155-174.

Cohen, L. & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive Neuropsychology, 17,* 563-583.

Cohen, L. & Dehaene, S. (2004). Specialization within the ventral stream: the case for the visual word form area. *Neuroimage, 22,* 466-476.

Cohen, L., Dehaene, S., Chochon, F., Lehericy, S., & Naccache, L. (2000). Language and calculation within the parietal lobe: a combined cognitive, anatomical and fMRI study. *Neuropsychologia, 38,* 1426-1440.

Compton, B. J. & Logan, G. D. (1991). The transition from algorithm to retrieval in memory based theories of automaticity. *Memory and Cognition, 19,* 151-158.

Cooney, J. B. & Ladd, S. F. (1992). The influence of verbal protocol methods on children's mental computation. *Learning and Individual Differences, 4,* 237-257.

Cooney, J. B., Swanson, H. L., & Ladd, S. F. (1988). Acquisition of Mental Multiplication Skill: Evidence for the Transition between Counting and Retrieval Strategies. *Cognition and Instruction, 5,* 323-345.

Corbett, A. J., McCusker, E. A., & Davidson, O. R. (1988). Acalculia following a dominant-hemisphere subcortical infarct. *Archives of Neurology, 43,* 964-966.

Courtney, S. M., Petit, L., Maisog, J. M., Ungerleider, L. G., & Haxby, J. V. (1998). An area specialized for spatial working memory in human frontal cortex. *Science, 279,* 1347-1351.

Cowan, R., Dowker, A., Christakis, A., & Bailey, S. (1996). Even more precisely assessing children's understanding of the order-irrelevance principle. *Journal of Experimental Child Psychology, 62,* 84-101.

Cowan, R. & Renton, M. (1996). Do they know what they are doing? Children's use of economical addition strategies and knowledge of commutativety. *Educational Psychology, 16,* 409-422.

Cowell, S. F., Egan, G. F., Code, C., Harasty, J., & Watson, J. D. (2000). The functional neuroanatomy of simple calculation and number repetition: A parametric PET activation study. *Neuroimage, 12,* 565-573.

Dagenbach, D. & McCloskey, M. (1992). The organization of arithmetic facts in memory: evidence from a brain-damaged patient. *Brain and Cognition, 20,* 345-366.

Dahmen, W., Hartje, W., Bussing, A., & Sturm, W. (1982). Disorders of calculation in aphasic patients: Spatial and verbal components. *Neuropsychologia, 20,* 145-153.

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (1999). The contribution of working memory resources in the verification of simple mental arithmetic sums. *Psychological Research, 62,* 72-77.

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved? *Memory and Cognition, 29,* 267-273.

Dehaene, S. (1989). The psychophysics of numerical comparison: a reexamination of apparently incompatible data. *Perception and Psychophysics, 45,* 557-566.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44,* 1-42.

Dehaene, S. (1997). *The number sense.* New York: Oxford University Press.

Dehaene, S. (2001). Subtracting pigeons: logarithmic or linear? *Psychological Science, 12,* 244-246.

Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: a logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences, 7,* 145-147.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General, 122,* 371-396.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems: a case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia, 29,* 1045-1054.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1,* 83-120.

Dehaene, S. & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex, 33,* 219-250.

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 16,* 626-641.

Dehaene, S. & Mehler, J. (1992). Cross-linguistic regularities in the frequency of number words. *Cognition, 43,* 1-29.

Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinions in Neurobiology, 14,* 218-224.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20,* 487-506.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284,* 970-974.

Dehaene, S., Tzourio, N., Frak, V., Raynaud, L., Cohen, L., Mehler, J., & Mazoyer, B. (1996). Cerebral activations during number multiplication and comparison: a PET study. *Neuropsychologia, 34,* 1097-1106.

Delazer, M. (2003). Neuropsychological findings on conceptual knowledge of arithmetics. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills* (pp.385-408). Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Delazer, M. & Bartha, L. (2001). Transcoding and calculation in aphasia. *Aphasiology, 15,* 649-679.

Delazer, M. & Benke, T. (1997). Arithmetic facts without meaning. *Cortex, 33,* 697-710.

Delazer, M. & Domahs, F. (2006). Neuropsychologie der Zahlenverarbeitung und des Rechnens. In J. Lehrner, G. Pusswald, E. Fertl, W. Strubreiter, & I. Kryspin-Exner (Eds.), *Klinische Neuropsychologie* (pp.397-408). Wien: Springer.

Delazer, M., Domahs, F., Lochy, A., Karner, E., Benke, T., & Poewe, W. (2004). Number Processing and Basal Ganglia Dysfunction: A single case study. *Neuropsychologia, 42,* 1050-1062.

Delazer, M., Ewen, P., & Benke, T. (1997). Priming arithmetic facts in amnesic patients. *Neuropsychologia, 35,* 623-634.

Delazer, M., Girelli, L., & Benke, T. (1999). Arithmetic reasoning and implicit memory: A neuropsychological study on amnesia. *Cortex, 35,* 615-627.

Delazer, M., Girelli, L., Grana, A., & Domahs, F. (2003). Number processing and calculation – Normative data from healthy adults. *The Clinical Neuropsychologist, 17,* 331-350.

Delazer, M., Girelli, L., Semenza, C., & Denes, G. (1999). Numerical skills and aphasia. *Journal of the International Neuropsychological Society, 5,* 213-221.

Delazer, M., Karner, E., Zamarian, L., Donnemiller, E., & Benke, T. (2006). Number processing in posterior cortical atrophy - A neuropsychological case study. *Neuropsychologia, 44, 36-51.*

Dellatolas, G., Deloche, G., Basso, A., & Claros-Salinas, D. (2001). Assessment of calculation and number processing using the EC301 battery: Cross-cultural normative data and application to left- and right-brain damaged patients. *Journal of the International Neuropsychological Society, 7,* 840-859.

Deloche, G. (1995). *EC301R-F. Batterie standardisée d'évaluation du Calcul et du traitement des nombres.* Salvador, Brasil: Grafica Sarah Press.

Deloche, G., Seron, X., Larroque, C., Magnien, C., Metz-Lutz, M. N., Noël, M. P., Riva, I., Schils, J. P., Dordain, M., Ferrand, I., Baeta, E., Basso, A., Cipolotti, L., Claros-Salinas, D., Howard, D., Gaillard, F., Goldenberg, G., Mazzucchi, A., Stachowiak, F., Tzavaras, A., Vendrell, J., Bergego, C., & Pradatdiehl, P. (1994). Calculation and number processing: assessment battery; role of demographic factors. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology, 16,* 195-208.

Deloche, G. & Willmes, K. (2000). Cognitive neuropsychological models of adult calculation and number processing: the role of the surface format of numbers. *European Child and Adolescent Psychiatry, 9 Suppl 2,* II27-II40.

DeStefano, D. & Lefevre, J. A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 16,* 353-386.

Dixon, J. A. & Moore, C. F. (1996). The developmental role of intuitive principles in choosing mathematical strategies. *Developmental Psychology, 32,* 241-253.

Domahs, F., Bartha, L., & Delazer, M. (2003). Rehabilitation of arithmetic abilities: Different intervention strategies for multiplication. *Brain and Language, 87,* 165-166.

Domahs, F., Lochy, A., Eibl, G., & Delazer, M. (2004). Adding colour to multiplication: Rehabilitation of arithmetic fact retrieval in a case of traumatic brain injury. *Neuropsychological Rehabilitation, 14,* 303-328.

Donchin, E. & Coles, M. G. H. (1988). Is the P300 component a manifestation of context updating? *Behavioral and Brain Sciences, 11,* 357-427.

Duffau, H., Denvil, D., Lopes, M., Gasparini, F., Cohen, L., Capelle, L., & Van Effenterre, R. (2002). Intraoperative mapping of the cortical areas involved in multiplication and subtraction: an electrostimulation study in a patient with a left parietal glioma. *Journal of Neurology, Neurosurgery, and Psychiatry, 73,* 733-738.

Earle, J. B., Garcia-Dergay, P., Manniello, A., & Dowd, C. (1996). Mathematical cognitive style and arithmetic sign comprehension: a study of EEG alpha and theta activity. *International Journal of Psychophysiology, 21,* 1-13.

El Yagoubi, R., Lemaire, P., & Besson, M. (2003). Different brain mechanisms mediate two strategies in arithmetic: Evidence from event-related brain potentials. *Neuropsychologia, 41,* 855-862.

Eliasberg, W. & Feuchtwanger, E. (1922). Zur psychologischen und psychopathologischen Untersuchung und Theorie des erworbenen Schwachsinns. *Zeitschrift für die gesamte Neurologie und Psychiatrie, 75,* 516-595.

Ellis, N. C. & Hennelley, R. A. (1980). A bilingual word-length effect: Implications for intelligence testing and the relative ease of mental calculation in English and Welsh. *British Journal of Psychology, 71,* 43-52.

Engle, R. W., Kane, M. J., & Tuhoski, S. W. (1999). Individual differences in working memory capacity and what they tell us about controlled attention, general fluid intelligence, and functions of the prefrontal cortex. In A. Miyake & P. Shah (Eds.), *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control* (pp.102-134). Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Etard, O., Mellet, E., Papathanassiou, D., Benali, K., Houdé, O., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (1999). Picture naming without Broca's and Wernicke's area. *Neuroreport, 11,* 617-621.

Faust, M. W., Ashcraft, M. H., & Fleck, D. E. (1996). Mathematics anxiety effects in simple and complex addition. *Mathematical Cognition, 2,* 25-62.

Fendrich, D. W., Healy, A. F., & Bourne, L. E. (1993). Mental arithmetic: Training and retention of multiplication skill. In C. Izawa (Ed.), *Applied cognitive psychology:*

Applications of cognitive theories and concepts (pp.111-133). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Ferro, J. M. & Silveira Botelho, M. A. (1980). Alexia for arithmetical signs. A cause of disturbed calculation. *Cortex, 16,* 175-180.

Fias, W., Dupont, P., Reynvoet, B., & Orban, G. A. (2002). The quantitative nature of a visual task differentiates between ventral and dorsal stream. *Journal of Cognitive Neuroscience, 14,* 646-658.

Friederici, A. D. (1995). The time course of human syntactic activation during language processing: A model based on neuropsychological and neurophysiological data. *Brain and Language, 50,* 259-281.

Fulbright, R. K., Molfese, D. L., Stevens, A. A., Skudlarski, P., Lacadie, C. M., & Gore, J. C. (2000). Cerebral activation during multiplication: a functional MR imaging study of number processing. *American Journal of Neuroradiology, 21,* 1048-1054.

Fürst, A. J. & Hitch, G. J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory and Cognition, 28,* 774-782.

Fuson, K. C. (1982). An analysis of the counting-on procedure in addition. In T. H. Carpenter, J. M. Moser, & T. H. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp.67-78). Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum.

Fuson, K. C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction, 7,* 343-403.

Galfano, G., Mazza, V., Angrilli, A., & Umilta, C. (2004). Electrophysiological correlates of stimulus-driven multiplication facts retrieval. *Neuropsychologia, 42,* 1370-1382.

Galfano, G., Rusconi, E., & Umilta, C. (2003). Automatic activation of multiplication facts: evidence from the nodes adjacent to the product. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 56,* 31-61.

Geary, D. C. (1990). A componential analysis of an early learning deficit in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology, 49,* 363-383.

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin, 114,* 345-362.

Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications.* Washington, DC: American Psychological Association.

Geary, D. C. (1996). The problem-size effect in mental addition: Developmental and cross-national trends. *Mathematical Cognition, 2,* 63-93.

Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. *European Child and Adolescent Psychiatry, 9 Suppl 2,* II11-II16.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., Liu, F., & Siegler, R. S. (1996). Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: influence of age, language, and schooling. *Child Development, 67,* 2022-2044.

Geary, D. C., Bow-Thomas, C. C., & Yao, Y. (1992). Counting knowledge and skill in cognitive addition: a comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology, 54,* 372-391.

Geary, D. C., Frensch, P. A., & Wiley, J. G. (1993). Simple and complex mental subtraction: strategy choice and speed-of-processing differences in younger and older adults. *Psychological Aging, 8,* 242-256.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 77,* 236-263.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choice in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88,* 121-151.

Geary, D. C., Hoard, M. K., & Hamson, C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 74,* 213-239.

Geary, D. C., Widaman, K. F., & Little, T. D. (1986). Cognitive addition and multiplication: evidence for a single memory network. *Memory and Cognition, 14,* 478-487.

Geary, D. C. & Wiley, J. G. (1991). Cognitive addition: strategy choice and speed-of-processing differences in young and elderly adults. *Psychological Aging, 6,* 474-483.

Gelman, R. & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Girelli, L. (2003). Singer and Low's case of acalculia: Foresight of modern theories on number processing. In C. Code, C. W. Wallesch, Y. Joanette, & A. Roch Lecours (Eds.), *Classic Cases in Neuropsychology* (pp.37-55). Hove: Psychology Press.

Girelli, L., Bartha, L., & Delazer, M. (2002). Strategic learning in the rehabilitation of semantic knowledge. *Neuropsychological Rehabilitation, 12,* 41-61.

Girelli, L. & Delazer, M. (1996). Subtraction bugs in an acalculic patient. *Cortex, 32,* 547-555.

Girelli, L. & Delazer, M. (1999). Differential effects of verbal paraphasias on calculation. *Brain and Language, 69,* 361-364.

Girelli, L., Delazer, M., Semenza, C., & Denes, G. (1996). The representation of arithmetical facts: evidence from two rehabilitation studies. *Cortex, 32,* 49-66.

Girelli, L., Semenza, C., & Delazer, M. (2004). Inductive reasoning and implicit memory: evidence from intact and impaired memory systems. *Neuropsychologia, 42,* 926-938.

Göbel, S., Walsh, V., & Rushworth, M. F. (2001). The mental number line and the human angular gyrus. *Neuroimage, 14,* 1278-1289.

Graf, M., Nuerk, H. C., & Willmes, K. (2003). (SNARC) Effects for Irrelevant Decade Digits: An Examination from 0-99. *Posterpräsentation beim European Workshop on Cognitive Neuropsychology*, Brixen, Italien, Januar 2003.

Graham, D. J. (1987). An associative retrieval model of arithmetic memory: How children learn to multiply. In J. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Cognitive processes in mathematics* (pp.123-141). Oxford, UK: Oxford University Press.

Graham, D. J. & Campbell, J. I. D. (1992). Network interference and number-fact retrieval: evidence from children's alphaplication. *Canadian Journal of Psychology, 46,* 65-91.

Griffith, T. L. & Kalish, M. L. (2002). A multidimensional scaling approach to mental multiplication. *Memory and Cognition, 30,* 97-106.

Groen, G. J. & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review, 79,* 329-343.

Groen, G. J. & Resnick, L. B. (1977). Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology, 69,* 645-652.

Gruber, O., Indefrey, P., Steinmetz, H., & Kleinschmidt, A. (2001). Dissociating neural correlates of cognitive components in mental calculation. *Cerebral Cortex, 11,* 350-359.

Hamann, M. S. & Ashcraft, M. H. (1985). Simple and complex mental addition across development. *Journal of Experimental Child Psychology, 40,* 49-72.

Hamann, M. S. & Ashcraft, M. H. (1986). Textbook presentation of the basic addition facts. *Cognition and Instruction, 3,* 173-192.

Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 93,* 615-626.

Hatano, G. (1988). Social and motivational bases for mathematical understanding. In G. B. Saxe & M. Gearhart (Eds.), *Children's mathematics* (pp.55-70). San Francisco: Jossey-Bass.

Hauser, M. D. & Carey, S. (2003). Spontaneous representation of small numbers of objects by rhesus macaques: Examinations of content and format. *Cognitive Psychology, 47,* 367-401.

Hayashi, N., Ishii, K., Kitagaki, H., & Kazui, H. (2000). Regional differences in cerebral blood flow during recitation of the multiplication table and actual calculation: a positron emission tomography study. *Journal of the Neurological Sciences, 176,* 102-108.

Heathcote, D. (1994). The role of visuo-spatial working memory in the mental addition of multi-digit addends. *Cahiers de Psychologie Cognitive, 13,* 207-245.

Hécaen, H., Angelergues, R., & Houillier, S. (1961). Les variétes cliniques de acalculies au cours de lesions retrorolandiques: Approche statistique du problème. *Revue Neurologique, 105,* 85-103.

Hecht, S. A. (1999). Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory and Cognition, 27,* 1097-1107.

Hecht, S. A. (2002). Counting on working memory in simple arithmetic when counting is used for problem solving. *Memory and Cognition, 30,* 447-455.

Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K., & Rashotte, C. A. (2001). The relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skill: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology, 79,* 192-227.

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education, 21,* 33-46.

Henschen, S. E. (1919). Über Sprach-, Musik- und Rechenmechanismen und ihre Lokalisation im Großhirn. *Zeitschrift für die gesamte Neurologie und Psychiatrie, 52,* 273-298.

Henschen, S. E. (1920). *Klinische und anatomische Beiträge zur Pathologie des Gehirns.* Stockholm: Nordiska Bokhandeln.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1996). Instruction, understanding and skill in multidigit addition and instruction. *Cognition and Instruction, 14,* 251-283.

Hinrichs, J. V., Yurko, D. S., & Hu, J. M. (1981). Two-digit number comparison: Use of place information. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 7,* 890-901.

Hitch, G. J. (1978). The role of short-term working memory in mental arithmetic. *Cognitive Psychology, 10,* 303-323.

Hittmair-Delazer, M., Sailer, U., & Benke, T. (1995). Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge - a single-case study of dyscalculia. *Cortex, 31,* 139-147.

Hittmair-Delazer, M., Semenza, C., & Denes, G. (1994). Concepts and facts in calculation. *Brain, 117,* 715-728.

Hopko, D. R., Mahadevan, R., Bare, R. L., & Hunt, M. (2003). The Abbreviated Math Anxiety Scale (AMAS). *Assessment, 10,* 178-182.

Houlihan, D. M. & Ginsburg, H. P. (1981). The addition methods of first- and second-grade children. *Journal for Research in Mathematics Education, 12,* 95-106.

Hulme, C. & Mackenzie, S. (1992). *Working Memory and Severe Learning Difficulties.* Hove, UK: Lawrence Erlbaum.

Jackson, M. & Warrington, E. K. (1986). Arithmetic skills in patients with unilateral cerebral lesions. *Cortex, 22,* 611-620.

Jackson, N. & Coney, J. (2005). Simple arithmetic processing: The question of automaticity. *Acta Psychologica, 119,* 41-66.

Jerman, M. A. (1967). A counting model for simple addition. *Educational Studies in Mathematics, 2,* 438-445.

Jerman, M. A. (1970). Some strategies for solving simple multiplication combinations. *Journal for Research in Mathematics Education, 1,* 95-128.

Jersild, A. (1927). Mental set and shift. *Archives of Psychology, 89,* whole issue.

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology, 85,* 103-119.

Jost, K., Beinhoff, U., Henninghausen, E., & Rösler, F. (2004a). Facts, rules, and strategies in single-digit multiplication: evidence from event-related brain potentials. *Cognitive Brain Research, 20,* 183-193.

Jost, K., Henninghausen, E., & Rösler, F. (2004b). Comparing arithmetic and semantic fact retrieval: Effects of problem size and sentence constraint on event-related brain potentials. *Psychophysiology, 41,* 46-59.

Kaufmann, L., Lochy, A., Drexler, A., & Semenza, C. (2004). Deficient arithmetic fact retrieval - storage or access problem? A case study. *Neuropsychologia, 42* , 482-496.

Kawashima, R., Taira, M., Okita, K., Inoue, K., Tajima, N., Yoshida, H., Sasaki, T., Sugiura, M., Watanabe, J., & Fukuda, H. (2004). A functional MRI study of simple arithmetic - a comparison between children and adults. *Cognitive Brain Research, 18,* 227-233.

Kazui, H., Kitagaki, H., & Mori, E. (2000). Cortical activation during retrieval of arithmetical facts and actual calculation: a functional magnetic resonance imaging study. *Psychiatry and Clinical Neuroscience, 54,* 479-485.

Kiefer, M. & Dehaene, S. (1997). The Time Course of Parietal Activation in Single-digit Multiplication: Evidence from Event-related Potentials. *Mathematical Cognition, 3,* 1-30.

Kirk, E. P. & Ashcraft, M. H. (2001). Telling stories: the perils and promise of using verbal reports to study math strategies. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 27,* 157-175.

Kong, J., Wang, C., Kwong, K., Vangel, M., Chua, E., & Gollub, R. (2005). The neural substrate of arithmetic operations and procedure complexity. *Cognitive Brain Research, 22,* 397-405.

Koshmider, J. W. & Ashcraft, M. H. (1991). The development of children's mental multiplication skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 51,* 53-89.

Krause, B. J., Schmidt, D., Mottaghy, F. M., Taylor, J., Halsband, U., & Herzog, H. (1999). Episodic retrieval activates the precuneus irrespective of the imagery content of a word pair associates: a PET study. *Brain, 122,* 255-263.

Krueger, L. E. (1986). Why $2 \times 2 = 5$ looks so wrong: On the odd-even rule in product verification. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 14,* 141-149.

Kutas, M. & Federmeier, K. D. (2000). Electrophysiology reveals semantic memory use in language comprehension. *Trends in Cognitive Sciences, 4,* 463-470.

Kutas, M. & Hillyard, S. (1980). Reading senseless sentences: Brain potentials reflect semantic incongruity. *Science, 207,* 203-205.

Kutas, M. & Hillyard, S. A. (1989). An electrophysiological probe of incidental semantic association. *Journal of Cognitive Neuroscience, 1,* 38-49.

Laiacona, M. & Lunghi, A. (1997). A case of concomitant impairment of operational signs and punctuation marks. *Neuropsychologia, 35,* 325-332.

Lampl, Y., Eshel, Y., Gilad, R., & Sarova-Pinhas, I. (1994). Selective acalculia with sparing of the subtraction process in a patient with left parietotemporal hemorrhage. *Neurology, 44,* 1759-1761.

Lee, K. M. (2000). Cortical areas differentially involved in multiplication and subtraction: a functional magnetic resonance imaging study and correlation with a case of selective acalculia. *Annals of Neurology, 48,* 657-661.

Lee, K. M. & Kang, S. Y. (2002). Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual tasks. *Cognition, 83,* B63-B68.

Lefevre, J. A. (1998). Interactions among encoding, calculation, and production processes in the multiplication performance of Chinese-speaking adults. *Mathematical Cognition, 4,* 47-65.

Lefevre, J. A., Bisanz, J., Daley, K., Buffone, L., Greenham, St., & Sadesky, G. (1996a). Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology: General, 125,* 284-306.

Lefevre, J. A., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetics: evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory and Cognition, 16,* 45-53.

Lefevre, J. A. & Kulak, A. G. (1994). Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory and Cognition, 22,* 188-200.

Lefevre, J. A., Kulak, A. G., & Bisanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of Experimental Child Psychology, 52,* 256-274.

Lefevre, J. A., Lei, Q., Smith-Chant, B. L., & Mullins, D. B. (2001). Multiplication by eye and by ear for Chinese-speaking and English-speaking adults. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 55,* 277-284.

Lefevre, J. A. & Liu, J. (1997). Numerical cognition: Single-digit multiplication skills of adults from China and Canada. *Memory and Cognition, 3,* 31-62.

Lefevre, J. A. & Morris, J. (1999). More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: evidence for mediation of division solutions via multiplication. *Memory and Cognition, 27,* 803-812.

Lefevre, J. A., Sadesky, G., & Bisanz, J. (1996b). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem-size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 22,* 216-230.

Lefevre, J. A., Smith-Chant, B. L., Hiscock, K., Daley, K. E., & Morris, J. (2003). Young Adults' Strategic Choices in Simple Arithmetic: Implications for the Development of Mathematical Representations. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructing Adaptive Expertise* (pp.203-228). Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Lemaire, P., Abdi, H., & Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 8,* 73-103.

Lemaire, P., Barrett, S. E., Fayol, M., & Hervé, A. (1994). Automatic Activation of Addition and Multiplication Facts in Elementary School Children. *Journal of Experimental Child Psychology, 57,* 224-258.

Lemaire, P. & Fayol, M. (1995). When plausibility judgments supersede fact retrieval: the example of the odd-even effect on product verification. *Memory and Cognition, 23,* 34-48.

Lemaire, P., Fayol, M., & Abdi, H. (1991). Associative confusion effect in cognitive arithmetic: Evidence for partially autonomous processes. *European Bulletin of Psychology, 5,* 587-604.

Lemaire, P. & Reder, L. M. (1999). What affects strategy selection in arithmetic? The example of parity and five effects on product verification. *Memory and Cognition, 27,* 364-382.

Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General, 124,* 83-97.

Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words: dissociable systems. *Neuropsychologia, 41,* 1942-1958.

Lewandowsky, M. (1907). Über eine als transkortikale sensorische Aphasie gedeutete Form aphasischer Störung. *Zeitschrift für klinische Medizin, 64*.

Lewandowsky, M. & Stadelmann, E. (1908). Über einen bemerkenswerten Fall von Hirnblutung und über Rechenstörungen bei Herderkrankung des Gehirns. *Journal für Psychologie und Neurologie, 11,* 249-265.

Lochy, A., Domahs, F., & Delazer, M. (2004a). A case-study of access deficit to stored multiplication facts: Discrepancy between explicit and implicit tasks. *Cortex, 40* , 153-154.

Lochy, A., Domahs, F., & Delazer, M. (2004b). Assessment and Rehabilitation of Acquired Calculation and Number Processing Disorders. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 469-485). New York, NY: Psychology Press.

Lochy, A., Seron, X., Delazer, M., & Butterworth, B. (2000). The odd-even effect in multiplication: parity rule or familiarity with even numbers? *Memory and Cognition, 28,* 358-365.

Logan, G. D. & Klapp, S. T. (1991). Automatizing alphabet arithmetic: is extended practice necessary to produce automaticity? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 17,* 179-195.

Logie, R. H., Gilhooly, K. J., & Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory and Cognition, 22,* 395-410.

Lombardi, W. J. (1997). Associative priming in word fragment completion: A dissociation between explicit and implicit retrieval processes. *Memory, 5,* 673-702.

Lucchelli, F. & De Renzi, E. (1993). Primary dyscalculia after a medial frontal lesion of the left hemisphere. *Journal of Neurology, Neurosurgery, and Psychiatry, 56,* 304-307.

Manly, C. F. & Spoehr, K. T. (1999). Mental multiplication: Nothing but the facts? *Memory and Cognition, 27,* 1087-1096.

Martin, A., Wiggs, C. L., Ungerleider, L. G., & Haxby, J. V. (1996). Neural correlates of category-specific knowledge. *Nature, 379,* 649-652.

Masse, C. & Lemaire, P. (2001). Do people combine the parity- and five-rule checking strategies in product verification? *Psychological Research, 65,* 28-33.

Mayer, E., Reicherts, M., Deloche, G., Willadino-Braga, L., Taussik, I., Dordain, M., Van der Linden M., & Annoi, J. M. (2003). Number processing after stroke: Anatomoclinical correlations in oral and written codes. *Journal of the International Neuropsychological Society, 9,* 899-912.

McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: evidence from acquired dyscalculia. *Cognition, 44,* 107-157.

McCloskey, M., Aliminosa, D., & Sokol, S. M. (1991a). Facts, rules, and procedures in normal calculation: evidence from multiple single-patient studies of impaired arithmetic fact retrieval. *Brain and Cognition, 17,* 154-203.

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition, 4,* 171-196.

McCloskey, M., Harley, W., & Sokol, S. M. (1991b). Models of arithmetic fact retrieval: an evaluation in light of findings from normal and brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 17,* 377-397.

McCloskey, M. & Lindemann, M. (1992). Mathnet: Preliminary results from a distributed model of arithmetic fact retrieval. In J. I. Campbell (Ed.), *The Nature and Origins of Mathematical Skills* Amsterdam: Elsevier.

McCloskey, M., Macaruso, P., & Whetstone, T. (1992). The functional architecture of numerical processing mechanisms: Defending the modular model. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origin of mathematical skills* (pp.493-537). Amsterdam: Elsevier.

McCloskey, M., Sokol, S. M., & Goodman, R. A. (1986). Cognitive processes in verbal-number production: inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: General, 115,* 307-330.

McNeil, J. E. & Burgess, P. W. (2002). The selective impairment of arithmetical procedures. *Cortex, 38,* 569-587.

McNeil, J. E. & Warrington, E. K. (1994). A dissociation between addition and subtraction with written calculation. *Neuropsychologia, 32,* 717-728.

Meagher, P. D. & Campbell, J. I. D. (1995). Effects of prime type and delay on multiplication priming: Evidence for a dual-process model. *Quarterly Journal of Experimental Psychology Section A-Human Experimental Psychology, 48A,* 801-821.

Mellet, E., Tzourio-Mazoyer, N., Bricogne, S., Mazoyer, B., Kosslyn, S. M., & Denis, M. (2000). Functional anatomy of high-resolution visual mental imagery. *Journal of Cognitive Neuroscience, 12,* 98-109.

Menon, V., Rivera, S. M., White, C. D., Eliez, S., Glover, G. H., & Reiss, A. L. (2000). Functional optimization of arithmetic processing in perfect performers. *Cognitive Brain Research, 9,* 343-345.

Menon, V., Rivera, S. M., White, C. D., Glover, G. H., & Reiss, A. L. (2000). Dissociating prefrontal and parietal cortex activation during arithmetic processing. *NeuroImage, 12,* 357-365.

Miller, K. F. & Paredes, D. R. (1990). Starting to add worse: Effects of learning to multiply on children's addition. *Cognition, 37,* 213-242.

Miller, K. F., Perlmutter, M., & Keating, D. (1984). Cognitive arithmetic: Comparison of operations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 10,* 46-60.

Miura, I. T., Okamoto, Y., Vlahovic-Stetic, V., Kim, C. C., & Han, J. H. (1999). Language supports for children's understanding of numerical fractions: Cross national comparisons. *Journal of Experimental Child Psychology, 74,* 356-365.

Moyer, R. S. & Landauer, E. K. (1967). Time required for judgement of numerical inequality. *Nature, 215,* 1519-1520.

Niedeggen, M. & Rösler, F. (1996). N400 effects related to incongruities in mental calculation problems. *Psychophysiology, 33* , S65.

Niedeggen, M. & Rösler, F. (1999). N400 effects reflect activation spread during retrieval of arithmetic facts. *Psychological Science, 10,* 271-276.

Niedeggen, M., Rösler, F., & Jost, K. (1999). Processing of incongruous mental calculation problems: Evidence for an arithmetic N400 effect. *Psychophysiology, 36,* 307-324.

Nieder, A., Freedman, D. J., & Miller, E. K. (2002). Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science, 297,* 1708-1711.

Nieder, A. & Miller, E. K. (2003). Coding of cognitive magnitude: compressed scaling of numerical information in the primate prefrontal cortex. *Neuron, 37,* 149-157.

Niemi, P. & Näätänen, R. (1981). Foreperiod and simple reaction time. *Psychological Bulletin, 89,* 133-162.

Noël, M. P. (2001). Numerical Cognition. In B. Rapp (Ed.), *The Handbook of Cognitive Neuropsychology: What Deficits Reveal About the Human Mind* (pp.495-518). Philadelphia, PA: Psychology Press

Noël, M. P., Desert, M., Aubrun, A., & Seron, X. (2001). Involvement of short-term memory in complex mental calculation. *Memory and Cognition, 29,* 34-42.

Noël, M. P., Fias, W., & Brysbaert, M. (1997). About the influence of the presentation format on arithmetical-fact retrieval processes. *Cognition, 63,* 335-374.

Noël, M. P. & Seron, X. (1995). Lexicalization errors in writing arabic numerals: a single-case study. *Brain and Cognition, 29,* 151-179.

Noël, M. P., Seron, X., & Trovarelli, F. (2004). Working memory as a predictor of addition skills and addition strategies in children. *Current Psychology of Cognition, 22,* 3-25.

Noël, M.-P. & Seron, X. (1993). Arabic number reading deficit: A single case study or when 236 is read (2306) and judged superior than 1258. *Cognitive Neuropsychology, 10,* 317-339.

Nuerk, H. C., Geppert, B. E., van Herten, M., & Willmes, K. (2002). On the Impact of Different Number Representations in the Number Bisection Task. *Cortex, 38,* 691-715.

Nuerk, H. C., Weger, U., & Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition, 82,* B25-B33.

Nuerk, H. C. & Willmes, K. (2005). On the magnitude representations of two-digit numbers. *Psychology Science, 47,* 52-72.

Nyberg, L., Marklund, P., Persson, J., Cabeza, R., Forkstam, C., Petersson, K. M., & Ingvar, M. (2003). Common prefrontal activations during working memory, episodic memory, and semantic memory. *Neuropsychologia, 41,* 371-377.

Oldfield, R. C. (1971). The assessment and analysis of handedness: the Edinburgh inventory. *Neuropsychologia, 9,* 97-113.

Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology, 67,* 345-357.

Osterhout, L. & Holcomb, P. H. (1995). Event-related potentials and language comprehension. In M. D. Rugg & M. G. H. Coles (Eds.), *Electrophysiology of mind: Event-related brain potentials and cognition* (pp.171-215). Oxford, UK: Oxford University Press.

Ouchi, Y., Yoshikawa, E., Futatsubashi, M., Okada, H., Torizuka, T., & Kaneko, M. (2004). Activation in the premotor cortex during mental calculation in patients with Alzheimer's disease: relevance of reduction in posterior cingulate metabolism. *NeuroImage, 22,* 155-163.

Pan, Y., Gauvain, M., Liu, Z., & Cheng, L. (2006). American and Chinese paental involvement in young children's mathematical learning. *Cognitive Development, 21,* 17-35.

Parkman, J. M. (1972). Temporal aspects of simple multiplication and comparison. *Journal of Experimental Psychology, 95,* 437-444.

Parkman, J. M. & Groen, G. J. (1971). Temporal aspects of simple addition and comparison. *Journal of Experimental Psychology, 89,* 335-342.

Paulesu, E., Frith, C. D., & Frackowiak, R. S. (1993). The neural correlates of the verbal component of working memory. *Nature, 362,* 342-345.

Pauli, P., Bourne, L. E., & Birbaumer, N. (1998). Extensive Practice in Mental Arithmetic and Practice Transfer Over a Ten-month Retention Interval. *Mathematical Cognition, 4,* 21-46.

Pauli, P., Lutzenberger, W., Rau, H., Birbaumer, N., Rickard, T. C., Yaroush, R. A., & Bourne, L. E. (1994). Brain potentials during mental arithmetic: effects of extensive practice and problem difficulty. *Cognitive Brain Research, 2,* 21-29.

Penner-Wilger, M., Leth-Steensen, C., & Lefevre, J. A. (2002). Decomposing the problem-size effect: A comparison of response time distributions across cultures. *Memory and Cognition, 30,* 1160-1167.

Perri, R., Carlesimo, G. A., Zannino, G. D., Mauri, M., Muolo, B., Pettenati, C., & Caltagirone, C. (2003). Intentional and automatic measures of specific-category effect in the semantic impairment of patients with Alzheimer's disease. *Neuropsychologia, 41,* 1509-1522.

Pesenti, M., Depoorter, N., & Seron, X. (2000). Noncommutability of the N + 0 arithmetical rule: a case study of dissociated impairment. *Cortex, 36,* 445-454.

Pesenti, M., Seron, X., & Van der Linden, M. (1994). Selective impairment as evidence for mental organisation of arithmetical facts: BB, a case of preserved subtraction? *Cortex, 30,* 661-671.

Pesenti, M., Thioux, M., Seron, X., & De Volder, A. (2000). Neuroanatomical substrates of arabic number processing, numerical comparison, and simple addition: a PET study. *Journal of Cognitive Neuroscience, 12,* 461-479.

Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B., Seron, X., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas. *Nature Neuroscience, 4,* 103-107.

Phenix, T. L. & Campbell, J. I. D. (2004). Effects of multiplication practice on product verification: Integrated structures model or retrieval-induced forgetting? *Memory and Cognition, 32,* 324-335.

Price, C. J. (1998). The functional anatomy of word comprehension and production. *Trends in Cognitive Sciences, 2,* 281-288.

Price, C. J. & Devlin, J. T. (2004). The pro and cons of labelling a left occipitotemporal region "the visual word form area". *NeuroImage, 22,* 477-479.

Ranganath, C., Johnson, M. K., & D'Esposito, M. (2003). Prefrontal activity associated with working memory and episodic long-term memory. *Neuropsychologia, 41,* 378-389.

Ratinckx, E., Brysbaert, M., & Fias, W. (eingereicht). The mental representation of two-digit Arabic numbers examined with masked visual priming: 28 activates {2} × {10} + {8}, not {2} + {8} in number naming.

Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology, 85,* 274-278.

Rickard, T. C. (1997). Bending the power law: A CMPL theory of strategy shifts and the automatization of cognitive skills. *Journal of Experimental Psychology: General, 126,* 288-311.

Rickard, T. C. (2004). Strategy Execution in Cognitive Skill Learning: An Item-Level Test of Candidate Models. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 30,* 65-82.

Rickard, T. C. (2005). A Revised Identical Elements Model of Arithmetic Fact Representation. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 31,* 250-257.

Rickard, T. C. & Bourne, L. E. (1995). An identical elements model of basic mental arithmetic skill. In A. F. Healy & L. E. Bourne (Eds.), *Learning and memory of knowledge skills* (pp.255-281). Newbury Park, CA: Sage.

Rickard, T. C. & Bourne, L. E. (1996). Some tests of an identical elements model of basic arithmetic skills. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 22,* 1281-1295.

Rickard, T. C., Healy, A. F., & Bourne, L. E. (1994). On the Cognitive Structure of Basic Arithmetic Skills: Operation, Order, and Symbol Transfer Effects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 20,* 1139-1153.

Rickard, T. C., Romero, S. G., Basso, G., Wharton, C., Flitman, S., & Grafman, J. (2000). The calculating brain: an fMRI study. *Neuropsychologia, 38,* 325-335.

Rittle-Johnson, B. & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology, 91,* 175-189.

Rittle-Johnson, B. & Siegler, R. S. (1998). The relations between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review. In C. Donlan (Ed.), *The development of mathematical skill* (pp.75-110). Hove, UK: Psychology Press.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology, 93,* 346-362.

Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental Changes in Mental Arithmetic: Evidence for Increased Functional Specialization in the Left Inferior Parietal Cortex. *Cerebral Cortex, 15*, 1779-1790.

Robinson, K. M., Arbuthnott, K. D., & Gibbons, K. A. (2002). Adults' representations of division facts: a consequence of learning history? *Canadian Journal of Experimental Psychology, 56,* 302-309.

Rorden, C. & Karnath, H. O. (2004). Using human brain lesions to infer function: a relic from a past era in the fMRI age? *Nature Reviews Neuroscience, 5,* 813-819.

Rösler, F., Clausen, G., & Sojka, B. (1986). The double priming paradigm: A tool for analyzing the functional significance of endogenous event-related brain potentials. *Biological Psychology, 22,* 239-268.

Rösler, F. & Hahne, A. (1992). Hirnelektrische Korrelate des Sprachverstehens: Zur psycholinguistischen Bedeutung der N400-Komponente im EEG. *Sprache & Kognition, 11,* 149-161.

Rösler, F., Pechmann, T., Streb, J., Röder, B., & Henninghausen, E. (1998). Parsing of sentences in a language with varying word order: word-by-word variations of processing demands are revealed by event-related brain potentials. *Journal of Memory and Language, 38,* 150-176.

Rosselli, M. & Ardila, A. (1989). Calculation deficits in patients with right and left hemisphere damage. *Neuropsychologia, 27,* 607-617.

Rossor, M. N., Warrington, E. K., & Cipolotti, L. (1995). The isolation of calculation skills. *Journal of Neurology, 242,* 78-81.

Roussel, J. L., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2002). Procedural vs. direct retrieval strategies in arithmetic: A comparison between additive and multiplicative problem solving. *European Journal of Cognitive Psychology, 14,* 61-104.

Rubinstein, J. S., Meyer, D. E., & Evans, J. E. (2001). Executive Control of Cognitive Processes in Task Switching. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 27,* 763-797.

Ruchkin, D. S., Johnson, R., Canoune, H., & Ritter, W. (1991). Event-related potentials during arithmetic and mental rotation. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, 79,* 473-487.

Rusconi, E., Galfano, G., Rebonato, E., & Umilta, C. (2006). Bidirectional links in the network of multiplication facts. *Psychological Research, 70*, 32-42.

Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., & Umilta, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence from task-irrelevant fact retrieval. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 57,* 1485-1511.

Russo, J. E., Johnson, E. J., & Stephens, D. L. (1989). The validity of verbal protocols. *Memory and Cognition, 17,* 759-769.

Schmithorst, V. J. & Brown, R. D. (2004). Empirical validation of the triple-code model of numerical processing for complex math operations using functional MRI and group Independent Component Analysis of the mental addition and subtraction of fractions. *NeuroImage, 22,* 1414-1420.

Segui, J. & Grainger, J. (1990). Priming word recognition with orthographic neighbors: Effects of relative prime-target frequency. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 16,* 65-76.

Seitz, K. & Schumann-Hengsteler, R. (2000). Mental multiplication and working memory. *European Journal of Cognitive Psychology, 12,* 552-570.

Seitz, K. & Schumann-Hengsteler, R. (2002). Phonological loop and central executive processes in mental addition and multiplication. *Psychologische Beiträge, 44,* 275-302.

Seyler, D. J., Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2003). Elementary subtraction. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 29*, 1339-1352.

Shrager, J. & Siegler, R. S. (1998). SCADS: A Model of Children's Strategy Choices and Strategy Discoveries. *Psychological Science, 9,* 405-410.

Siegler, R. S. (1984). Research on learning. In T. H. Romberg & D. Steward (Eds.), *School mathematics: Options for the 1990s* (pp.79-84).

Siegler, R. S. (1986). *Children's thinking.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Siegler, R. S. (1988a). Individual differences in strategy choices: good students, not-so-good students, and perfectionists. *Child Development, 59,* 833-851.

Siegler, R. S. (1988b). Strategy Choice Procedures and the Development of Multiplication Skill. *Journal of Experimental Psychology: General, 117,* 258-275.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General, 126,* 71-92.

Siegler, R. S. & Shipley, C. (1995). Variation, selection, and cognitive change. In G. Halford & T. Simon (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling* (pp.31-76). Hillsdale,NJ: Erlbaum.

Siegler, R. S. & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp.229-294). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Siegler, R. S. & Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: a microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General, 127,* 377-397.

Simon, O., Mangin, J. F., Cohen, L., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2002). Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron, 33,* 475-487.

Singer, H. D. & Low, A. A. (1933). Acalculia (Henschen): A clinical study. *Archives of Neurology and Psychiatry, 29,* 476-498.

Smith, E. E., Jonides, J., & Koeppe, R. A. (1996). Dissociating verbal and spatial working memory using PET. *Cerebral Cortex, 6,* 11-20.

Smith-Chant, B. L. & Lefevre, J. A. (2003). Doing as they are told and telling it like it is: self reports in mental arithmetic. *Memory and Cognition, 31,* 516-528.

Sohn, M. H. & Carlson, R. A. (1998). Procedural frameworks for simple arithmetic skills. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 24,* 1052-1067.

Sokol, S. M., McCloskey, M., Cohen, N. J., & Aliminosa, D. (1991). Cognitive representations and processes in arithmetic: inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 17,* 355-376.

Spector, A. & Biederman, I. (1976). Mental set and mental shift revisited. *American Journal of Psychology, 89,* 669-679.

Spelke, E. & Dehaene, S. (1999). Biological foundations of numerical thinking: Response to T.J. Simon (1999). *Trends in Cognitive Sciences, 3,* 365-366.

Spelke, E. S. & Tsivkin, S. (2001). Language and number: a bilingual training study. *Cognition, 78,* 45-88.

Stanescu-Cosson, R., Pinel, P., van De Moortele, P. F., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Understanding dissociations in dyscalculia: a brain imaging study of the impact of number size on the cerebral networks for exact and approximate calculation. *Brain, 123,* 2240-2255.

Stazyk, E. H., Ashcraft, M. H., & Hamann, M. S. (1982). A Network Approach to Mental Multiplication. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 8,* 320-335.

Steel, S. & Funnel, E. (2001). Learning Multiplication Facts: A Study of Children Taught by Discovery Methods in England. *Journal of Experimental Child Psychology, 79,* 37-55.

Stigler, J. W., Lee, S. Y., & Stevenson, H. W. (1986). Digit memory in Chinese and English: Evidence for a temporally limited store. *Cognition, 23,* 1-20.

Suinn, R. M. (1972). *Mathematics anxiety rating scale.*Rocky Mountain Behavioral Science Institute.

Suppes, P. & Groen, G. J. (1967). Some counting models for first grade performance data on simple addition facts. In J. M. Scandura (Ed.), *Research in mathematics education* Washington, DC: National Council of Teachers of Mathematics.

Svenson, O. (1985). Memory retrieval of answers of simple additions as reflected in response latencies. *Acta Psychologica, 59,* 285-304.

Sylvester, C. Y., Wager, T. D., Lacey, S. C., Hernandez, L., Nichols, T. E., Smith, E. E., & Jonides, J. (2003). Switching attention and resolving interference: fMRI measures of executive functions. *Neuropsychologia, 41,* 357-370.

Temple, C. M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology, 8,* 155-176.

Temple, C. M. (1994). The cognitive neuropsychology of the developmental dyscalculias. *Cahiers de Psychologie Cognitive, 133,* 351-370.

Temple, C. M. (1997). *Developmental cognitive neuropsychology.* Hove, UK: Psychology Press.

Temple, C. M. & Sherwood, S. (2002). Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 55,* 733-752.

Thevenot, C., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2001). Algorithmic solution of arithmetic problems and operands-answer associations in long-term memory. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 54,* 599-611.

Thibodeau, M. H., Lefevre, J. A., & Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology, 50,* 393-396.

Tohgi, H., Saitoh, K., Takahashi, S., Takahashi, H., Utsugisawa, K., Yonezawa, H., Hatano, K., & Sasaki, T. (1995). Agraphia and acalculia after a left prefrontal infarction. *Journal of Neurology, Neurosurgery & Psychiatry, 58,* 629-632.

Trbovich, P. L. & Lefevre, J. A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory and Cognition, 31*, 738-745.

Tunney, R. J. (2003). Implicit and explicit knowledge decay at different rates: A dissociation between priming and recognition in artificial grammar learning. *Experimental Psychology, 50,* 124-130.

Turner, J. R. & Carroll, D. (1985). Heart rate and oxygen consumption during mental arithmetic, a video game, and graded exercise: Further evidence of metabolically-exaggerated cardiac adjustments? *Psychophysiology, 23,* 261-267.

van Harskamp, N. J. & Cipolotti, L. (2001). Selective impairments for addition, subtraction and multiplication: implications for the organisation of arithmetical facts. *Cortex, 37,* 363-388.

Vandorpe, S., De Rammelaere, S., & Vandierendonck, A. (2005). The odd-even effect in addition: An analysis per problem type. *Experimental Psychology, 52,* 47-54.

Ventura, P., Morais, J., Pattamadilok, C., & Kolinsky, R. (2004). The locus of the orthographic consistency effect in auditory word recognition. *Language and Cognitive Processes, 19,* 57-95.

Verguts, T. & Fias, W. (2005a). Interacting neighbours: A connectionist model of retrieval in single-digit multiplication. *Memory and Cognition, 33,* 1-16.

Verguts, T. & Fias, W. (2005b). Neighbourhood effects in mental arithmetic. *Psychology Science, 47,* 133-140.

Vorberg, D. & Blankenberger, S. (1993). Mentale Repräsentation von Zahlen. *Sprache & Kognition, 12,* 98-114.

Warrington, E. K. (1982). The fractionation of arithmetical skills: a single case study. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology (A), 34,* 31-51.

Whalen, J., McCloskey, M., Lesser, R. P., & Gordon, B. (1997). Localizing arithmetic processes in the brain: Evidence from transient deficit during cortical stimulation. *Journal of Cognitive Neuroscience, 9,* 409-417.

Whalen, J., McCloskey, M., Lindemann, M., & Bouton, G. (2002). Representing arithmetic table facts in memory: Evidence from acquired impairments. *Cognitive Neuropsychology, 19,* 505-522.

Whetstone, T. (1998). The Representation of Arithmetic Facts in Memory: Results from Retraining a Brain-Damaged Patient. *Brain and Cognition, 36,* 290-309.

Whitaker, H., Habiger, J., & Ivers, R. (1985). Acalculia from a lenticular-caudate lesion. *Neurology, 35,* 161.

Widaman, K. F., Geary, D. C., Cormier, P., & Little, T. D. (1989). A componential model for mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 15,* 898-919.

Widaman, K. F. & Little, T. D. (1992). The development of skill in mental arithmetic: An individual differences perspective. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.189-253). Amsterdam: Elsevier.

Willmes, K. (2003). Mathematische Leistungen und Akalkulien. In H. O. Karnath & P. Thier, *Neuropsychologie* (pp.417-435). Berlin: Springer.

Winkelman, J. & Schmidt, J. (1974). Associative confusions in mental arithmetic. *Journal of Experimental Psychology, 102,* 734-736.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358,* 749-750.

Zago, L., Pesenti, M., Mellet, E., Crivello, F., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Neural correlates of simple and complex mental calculation. *Neuroimage, 13,* 314-327.

Zbrodoff, N. J. (1995). Why is 9 + 7 harder than 2 + 3? Strength and interference as explanations of the problem-size effect. *Memory and Cognition, 23,* 689-700.

Zbrodoff, N. J. (1999). Effects of counting in alphabet arithmetic: Opportunistic stopping and priming of intermediate steps. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 25,* 299-317.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. (1986). On the autonomy of mental processes: a case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General, 115,* 118-130.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. (1990). On the Relation Between Production and Verification Tasks in the Psychology of Simple Arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 1,* 83-97.

Zbrodoff, N. J. & Logan, G. D. (2004). What everyone finds: The problem-size effect. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp.331-345). New York, NY: Psychology Press.

Ziegler, J. C. & Ferrand, L. (1998). Orthography shapes the perception of speech: The consistency effect in auditory word recognition. *Psychonomic Bulletin & Review, 5,* 683-689.